тоды, модели и образовательные технологии : сб. материалов региональной науч.-практ. конф., Брест, 18–19 окт. 2012 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; под общ. ред. О.В. Матысика. – Брест, 2012. – С. 108–110.

3. Махнист, Л.П. О моментах геометрического распределения / Л.П. Махнист [и др.] // Вычислительные методы, модели и образовательные технологии : сб. материалов регион. нау.-практ. конф., Брест, 18-19 октября 2012 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина ; под общ. ред. О.В. Матысика. – Брест, 2012. – С.108–110.

4. Антоник, И.А. О моментах распределения Пуассона / И.А. Антоник (Научные руководители: к.т.н., доцент Л.П. Махнист, доцент И.И. Гладкий) // Сборник конкурсных научных работ студентов и магистрантов : в 2 ч. – Брест: издательство БрГТУ, 2013. – Ч. 1. – С. 47–50.

5. Липовцев, А.П. О моментах биномиального распределения / А.П. Липовцев (научные руководители: Л.П. Махнист, Т.И. Каримова) // Сборник конкурсных научных работ студентов и магистрантов : в 2 ч. – Брест : издательство БрГТУ, 2013. – Ч. 1. – С. 71–74.

Т.Ю. ЮХИМУК, А.Н. КАШТЕЛЯН

ОБ ОГРАНИЧЕННОСТИ ОДНОГО КЛАССА МЕРОМОРФНЫХ ФУНКЦИЙ

Пусть комплексные числа ω_1, ω_2 удовлетворяют условиям $\operatorname{Im}\omega_1 = 0$, $\operatorname{Im}\omega_2 > 0$. Выберем натуральное число n_0 и действительные числа $\alpha_n \in [0;1)(n \in Z)$, равные нулю при $n = 0$ и $|n| > n_0$. Рассмотрим мероморфную функцию $f(z) = z^{-2} + \sum\limits_{\substack{m,n\in\mathbb{Z} \\ (m;n)\neq(0;0)}} \left[(z-\gamma_{m,n})^{-2} - \gamma_{m,n}{}^{-2} \right]$ с полюсами в точках $\gamma_{m,n} = 2\omega_1(m+\alpha_n) + 2\omega_2 n$ $(m,n \in Z, (m;n) \neq (0;0))$. Если $\forall n \in Z \left(\alpha_n = 0\right)$, то функция $f(z)$ совпадает с эллиптической функцией Вейерштрасса $\wp(z)$ с полюсами в точках $\Omega_{m,n} = 2\omega_1 m + 2\omega_2 n$ $(m,n \in Z)$.

Найдём разность функций $f(z)$ и $\wp(z)$:

$$f(z) - \wp(z) = \sum_{\substack{n=-n_0,n_0 \\ n\neq 0}} \left\{ \sum_{m\in\mathbb{Z}} \left(\left(z - [2\omega_1\alpha_n + 2\omega_2 n] \right) - 2\omega_1 m \right)^{-2} \right\} -$$

$$- \sum_{\substack{n=-n_0,n_0 \\ n\neq 0}} \left\{ \sum_{m\in\mathbb{Z}} \left(\left(z - 2\omega_2 n \right) - 2\omega_1 m \right)^{-2} \right\} + \sum_{\substack{m,n\in\mathbb{Z} \\ (m;n)\neq(0;0) \\ |n|\leq n_0}} \left[\Omega_{m,n}{}^{-2} - \left(\Omega_{m,n} + 2\omega_1\alpha_n \right)^{-2} \right].$$

Обозначив $\varphi(z) = \sum\limits_{m\in Z} \dfrac{1}{(z-2\omega_1 m)^2} = \dfrac{\pi^2}{4\omega_1^2} \cdot \left(\sin \dfrac{\pi z}{2\omega_1} \right)^{-2}$, получим: $f(z) = \wp(z) +$

$$+\sum_{\substack{n=-n_0,n_0\\ n\neq 0}}\varphi\left(z-[2\omega_1\alpha_n+2\omega_2 n]\right)-\sum_{\substack{n=-n_0,n_0\\ n\neq 0}}\varphi\left(z-2\omega_2 n\right)+\sum_{\substack{m,n\in\mathbb{Z}\\ (m;n)\neq(0;0)\\ |n|\leq n_0}}\frac{4\Omega_{m,n}2\omega_1\alpha_n+4\omega_1^2\alpha_n^2}{\left(\Omega_{m,n}+2\omega_1\alpha_n\right)^2}.$$

Покажем, что функция $f(z)$ является ограниченной вне некоторых окрестностей своих полюсов.

Фиксируем произвольное число $r>0$ и рассмотрим функцию $\varphi(z)$ на множестве $\Pi=\left\{z\,\middle|\,0\leq \operatorname{Re} z\leq 2\omega_1, |z|\geq r, |z-2\omega_1|\geq r\right\}$.

Можно доказать, что при $|\operatorname{Im} z|\geq y_0$, где y_0 – произвольное число, $|\varphi(z)|\leq\dfrac{\pi^2}{4\omega_1^2}\left(\operatorname{sh}\dfrac{\pi y_0}{2\omega_1}\right)^{-2}$, поэтому $\varphi(z)$ стремится к нулю при $\left|\operatorname{Im} z\right|\to\infty$.

Также при $z\in\Pi$ $|\varphi(z)|\leq\dfrac{\pi^2}{4\omega_1^2}\left(\sin\dfrac{\pi r}{2\omega_1}\right)^{-2}$, причём для $z=2\omega_1 m\pm r$ $(m\in Z)$ имеет место строгое равенство $\varphi(z)=\dfrac{\pi^2}{4\omega_1^2}\left(\sin\dfrac{\pi r}{2\omega_1}\right)^{-2}$. Таким образом, функция $\varphi(z)$ ограничена вне r-окрестностей своих полюсов.

Выполним оценку числового ряда, в выражении для функции $f(z)$:

$$\sum_{\substack{m,n\in\mathbb{Z}\\ (m;n)\neq(0;0)\\ |n|\leq n_0}}\frac{4\Omega_{m,n}\omega_1\alpha_n+4\omega_1^2\alpha_n^2}{\Omega_{m,n}^2\left(\Omega_{m,n}+2\omega_1\alpha_n\right)^2}=\sum_{n=-n_0}^{n_0}\left[\sum_{\substack{m\in Z\\ (m,n)\neq(0,0)}}\frac{4(2\omega_1 m+2\omega_2 n)\omega_1\alpha_n+4\omega_1^2\alpha_n^2}{\left(2\omega_1 m+2\omega_2 n\right)^2\left(2\omega_1(m+\alpha_n)+2\omega_2 n\right)^2}\right].$$

Так как последовательность $(\alpha_n)_{n\in Z}$ – ограничена, то модуль общего члена внутреннего ряда есть величина $O\left(\dfrac{1}{m^3}\right)$ при $m\to\infty$ для всех $n=\overline{-n_0,n_0}$.

Отсюда следует, что числовой ряд $\displaystyle\sum_{\substack{m,n\in\mathbb{Z}\\ (m;n)\neq(0;0)\\ |n|\leq n_0}}\frac{4\Omega_{m,n}\omega_1\alpha_n+4\omega_1^2\alpha_n^2}{\Omega_{m,n}^2\left(\Omega_{m,n}+2\omega_1\alpha_n\right)^2}$ сходится.

Таким образом, функция $f(z)$ принимает вид:

$$f(z)=\wp(z)+\sum_{\substack{n=-n_0,n_0\\ n\neq 0}}\varphi\left(z-[2\omega_1\alpha_n+2\omega_2 n]\right)-\sum_{\substack{n=-n_0,n_0\\ n\neq 0}}\varphi\left(z-2\omega_2 n\right)+B\ \left(B=const\right).$$

Являясь суммой конечного числа функций, ограниченных вне некоторых окрестностей полюсов, функция $f(z)$ также ограничена вне некоторых окрестностей точек $\gamma_{m,n}$.

При этом вне r-окрестностей полюсов $\gamma_{m,n}$ справедлива оценка $|f(z)| \leq \wp_r + \frac{n_0\pi^2}{\omega_1^2}\left(\sin\frac{\pi r}{2\omega_1}\right)^{-2} + |B|$, где $\wp_r \xrightarrow[r\to 0]{} +\infty$, а постоянная B не зависит от r.

Случай $\alpha_0 = 0$, $\operatorname{Im}\omega_1 = 0$ не ограничивает общности рассуждений, так как к нему можно перейти от общего случая с помощью линейной замены переменной $z_1 = z \cdot e^{i\vartheta} + z_0$ при надлежащем выборе постоянных ϑ и z_0.

1. Маркушевич, А.И. Теория аналитических функций: в 2 т. / А.И. Маркушевич. – 2-е изд. – М.: Наука, 1968. – Т. 2: Дальнейшее построение теории. – 624 с.

2. Ахиезер, Н.И. Элементы теории эллиптических функций / Н.И. Ахиезер. – М.: Наука, 1970. – 341 с.

3. Вейль, А. Эллиптические функции по Эйзенштейну и Кронекеру / А. Вейль. – М.: Мир, 1978. – 112 с.

И.Н. АВЕРИНА

ЭЛЕКТРОННЫЕ АУКЦИОНЫ – ИНСТРУМЕНТ ОПТИМИЗАЦИИ ГОСЗАКУПОК

Важнейшей задачей системы государственного управления является регулирование и оптимизация расходов государственного бюджета. Существующая мировая практика выработала систему организации государственных закупок продукции, работ и услуг, обеспечивающую сокращение средств бюджета за счет построения этой системы на основе принципов гласности, открытости, состязательности, экономичности и подотчетности, называемой прокьюрементом. Доминирующим в системе организации госзакупок является информационное обеспечение процесса на всех его стадиях, гарантирующее открытость и прозрачность для любых пользователей. В Республике Беларусь на протяжении ряда лет функционирует Веб-портал для размещения информации обо всех госзакупках – www.icetrade.by, аналогичный информационный ресурс в Российской Федерации – официальный сайт www.zakupki.gov.ru, в Республике Казахстан единой точкой доступа к электронным услугам в сфере госзакупок является сайт goszakup.gov.kz. Эти ресурсы предназначены для размещения годовых планов госзакупок, приглашений к участию в процедурах закупок, а также сообщений о результатах таких процедур. Вся информация размещается в виде соответствующих электронных документов с использованием электронной цифровой подписи в случаях, предусмотренных действующим законодательством.