References

1 Guo, W. Structure theory for canonical classes of finite groups / W. Guo. – Springer, 2015. – 359 p.

2 Vasilev, A. F. On the finite groups of supersoluble type / A. F. Vasil'ev, T. I. Vasil'eva, V. N. Tyutyanov // Sib. Math. J. – 2010. – V. 51, № 6. – P. 1004–1012.

3 Baer, R. Classes of finite groups and their properties / R. Baer // Illinois J. Math. – 1957. – № 1. – P. 115–187.

Т. А. Артюшеня, А. А. Трофимук
(БрГУ им. А. С. Пушкина, Брест)

О РАЗРЕШИМЫХ ГРУППАХ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ИНДЕКСАМИ P-СУБНОРМАЛЬНЫХ ПОДГРУПП В СВОИХ НОРМАЛЬНЫХ ЗАМЫКАНИЯХ

А.Ф. Васильев, Т.И. Васильева и В.Н. Тютянов в [1] предложили следующее определение: пусть P – множество простых чисел. Подгруппа H группы G называется P-субнормальной в G, если либо $H = G$, либо существует цепь подгрупп $H = H_0 \subset H_1 \subset \ldots \subset H_{n-1} \subset H_n = G$ такая, что $|H_{i+1} : H_i|$ – простое число для любого $i = 0,1,\ldots,n-1$. Обозначается H – P-sn G. Возникает задача изучения групп, у которых каждая подгруппа из заданной системы подгрупп является P-субнормальной. Группы, у которых P–субнормальны все максимальные подгруппы, являются сверхразрешимыми. Группы с P-субнормальными 2-максимальными подгруппами, силовскими подгруппами, примарными циклическими подгруппами, подгруппами Шмидта исследованы в ряде работ В.С. Монахова, В.Н Княгиной, А.Ф. Васильева, Т.И. Васильевой и В.Н. Тютянова.

Для формулировки основного результата введем следующую функцию: пусть p – простое число. Для натурального числа n, запись $p^j \parallel n$ означает, что p^j делит n, но p^{j+1} не делит n. Для группы G и простого числа p, мы полагаем: $k_p(G) = \max\limits_{H\ \mathrm{P}-sn\, G} \left\{ j \mid p^j \parallel \left|H^G : H\right| \right\}$ и $k(G) = \max\limits_{p} k_p(G)$.

Продолжением исследования в данном направлении является следующая

Теорема. Пусть G – разрешимая группа. Тогда справедливы следующие утверждения:

1. если $k_p(G)=0$, то $l_p(G)\le 1$; если $k_p(G)=1$, то $l_p(G)\le 2$; если $k_p(G)\ge 2$, то $l_p(G)\le k_p(G)$.

2. производная длина группы $G/\Phi(G)$ и нильпотентная длина группы G не превышает $4+k(G)$.

Литература

1 Васильев, А. Ф. О конечных группах, близких к сверхразрешимым группам / А. Ф. Васильев, Т. И. Васильева, В. Н. Тютянов // ПФМТ. – 2010. – № 2(3). – С. 21–27.

С. В. Балычев, А. Ф. Васильев
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

О КОНЕЧНЫХ ГРУППАХ ФАКТОРИЗУЕМЫХ ПОПАРНО ПЕРЕСТАНОВОЧНЫМИ РАСШИРЕННО СВЕРХРАЗРЕШИМЫМИ ПОДГРУППАМИ

В настоящей работе рассматриваются только конечные группы.

Изучение групп, представимых в произведение своих подгрупп является классической задачей алгебры.

Напомним, что группа G есть произведение попарно перестановочных подгрупп $A_1, A_2, \dots, A_n$, если $G = A_1 \cdot A_2 \cdots A_n$ и $A_iA_j = A_jA_i$ для всех целых i и j с $1 \le i, j \le n$. Понятно, что для любого выбора индексов $1 \le i_1 \le i_2 \le \cdots \le i_k \le n$ произведение $A_{i_1}A_{i_2}\dots A_{i_k}$ будет подгруппой группы G.

Ф. Холл в 1938 году доказал свою известную теорему о том, что конечная группа разрешима тогда и только тогда, когда она разложима в произведение своих попарно перестановочных силовских p-подгрупп по разным простым p.

Б. Хупперт показал, что конечная группа $G = A_1 \cdot A_2 \cdots A_n$ имеет силовскую башню типа σ, если каждое произведение A_iA_j имеет силовскую башню типа σ, где σ – некоторое линейное упорядочение