

- расширяющегося композита / И.П. Павлова, В.В. Тур // Вестник БГТУ. Строительство и архитектура. – 2004. – № 1.
3. Тур, В.В. Направления развития цементного бетона в третьем тысячелетии // Архитектура и строительство. – № 5, № 6. – Мн., 2003.
 4. Тур, В.В. Самонапряженный железобетон: исследования, опыт и перспективы применения // Строительная наука и техника. Научно-технический журнал. – Мн., 2005 – № 1. – С. 65–72.
 5. ГПНИ 56 (№ госрегистрации 20142166) Разработка составов и технологических параметров получения расширяющих сульфатерритных добавок для напрягающих бетонов: заключительный отчет. – Брест: БрГТУ – 96 с.
 6. Цемент напрягающий. Технические условия: СТБ 1335-2002 – Мн: Стройтехнорм, 2003 – 14 с.

Материал поступил в редакцию 12.02.16

PAVLOVA I.P., KALENYUK T.V., BELOMESOVA K.Yu. Influence research of expansive sulfoferrite and aluminoferrite additions on strength properties and self strains of cementitious systems

In article experiment researches results of influence expansive sulfo-ferrite and sulfoaluminat additions on strength properties and self strains of hardening cementitious systems are presented. Current efforts were spent with the purpose for destination of optimum dosages of expansive additions for reception of self-stressed concrete or shrinkage-compensating concrete.

УДК 691.32:624.072.2

Никитин В.И., Садовска-Бурачевска Б.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ЩЕБНЯ ИЗ ВЫСОКОПРОЧНОГО БЕТОНА НА ПРОЧНОСТЬ БЕТОНА, ДЕФОРМАТИВНОСТЬ И НЕСУЩУЮ СПОСОБНОСТЬ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК

Введение. При экспериментальной оценке влияния одного или нескольких факторов на значения показателей качества бетонов и изделий из них, а также других строительных материалов часто используются статистические методы. Достоверность статистических методов зависит от решения комплекса задач организации эксперимента (выбор методов, выбор условий и очередность проведения опытов, определение объема выборки и т.д.). Каждая экспериментальная ситуация имеет свои особенности, и их надо учитывать при статистическом анализе опытных данных, критически оценивая его результаты. Для иллюстрации сказанного рассмотрим пример довольно простого однофакторного эксперимента.

При строительстве зданий и сооружений, их ремонте, модернизации и разборке после окончания срока службы возникает большое количество отходов. Около 40% этих отходов составляют бетоны [1, 2]; из которых после поэтапного дробления и фракционирования получают вторичный щебень, содержащий в среднем до 40 % цементного раствора. Такой щебень в основном используют при строительстве дорог и все чаще добавляют в бетонную смесь в качестве крупного заполнителя, частично или полностью заменяя заполнитель из твердых горных пород. Однако такая замена обычно приводит к ухудшению потребительских свойств производимого бетона. Например, из данных работы [2] следует, что после частичной замены в бетонной смеси гравия каменных пород (до 84%) на щебень, полученный путем дробления лабораторных образцов, изготовленных из бетона класса С20/25, прочность образцов при сжатии из такой смеси снизилась в среднем на 21%, а водопоглощение повысилось на 35%. С физической точки зрения такой эффект вполне объясним, и его статистическая значимость подтверждена с вероятностью 99,9%.

В последние примерно три десятилетия наблюдается быстрое развитие и совершенствование технологии производства высокопрочных бетонов (ВПБ) и их широкое практическое применение. Со временем возникнет проблема повторного использования отходов ВПБ. Исходя из априорной информации [2], имеются основания предполагать, что при замене щебня и гравия из твердых горных пород на щебень из ВПБ (вторичный щебень) также приведет к снижению потребительских свойств бетона и изделий из него.

Для проверки этого предположения (гипотезы) в данной работе по результатам небольшого числа опытных данных была изучена зависимость прочности бетонных образцов при сжатии, показателей деформации и несущей способности железобетонных балок (случайные измеряемые переменные) от количества щебня из ВПБ (неслучайная переменная).

Анализ прочности бетонных образцов при сжатии. Для статистической оценки зависимости прочности бетонных образцов при

сжатии (случайная величина Y) от количества щебня из ВПБ (фактор X), изменяющегося от 0 до 100 % от общей массы щебня, были использованы кубические образцы с ребром 10 см, изготовленные из трех бетонных смесей (замесов), составы которых приведены в таблице 1 в виде расхода материалов на 1 м³ уплотненной смеси.

Из таблицы 1 видно, что общий расход щебня во всех бетонных смесях был одинаков и варьируемый фактор X (независимая переменная) достаточно точно фиксировался на уровнях 0,50 и 100 %.

Щебень из ВПБ был получен путем разрушения и последующего дробления бетонных образцов состава № 1 и содержал некоторое количество цемента, способного взаимодействовать с водой. С увеличением количества щебня из ВПБ повышалась водопотребность бетонной смеси. Поэтому было принято увеличивать расход воды на 7% при приросте расхода щебня из ВПБ на 50 %.

Из бетонной смеси (замеса) каждого состава было сформовано по три кубических образца. После 28 суток твердения в нормальных температурно-влажностных условиях образцы испытывались на сжатие до разрушения и определялось значение прочности при сжатии f_{c28} (случайная величина Y).

Известно [3], что результаты испытания образцов из одного замеса не могут дать достаточного представления о всех допустимых значениях случайной величины Y в генеральной совокупности.

Статистический анализ результатов измерений такой нерепрезентативной выборки может привести к ошибкам, которые описаны, например, в работе [4]. Чтобы уменьшить вероятность ошибочных выводов относительно зависимости прочности бетонных образцов при сжатии от количества щебня из ВПБ упомянутый однофакторный эксперимент из трех опытов ($N=3$) был повторен через 10 месяцев. Согласно работе [5], результаты повторных опытов на достаточно большом временном интервале можно считать независимыми, что улучшает представления о случайной величине Y .

Результаты измерений прочности бетонных образцов при сжатии для двух ($n=2$) независимых повторных опытов ($i = 1, 2$) и трех составов бетонной смеси ($j = 1, 2, 3$) представлены в таблице 2 в виде средних арифметических значений $\bar{y}_{ij}$ и дисперсий S_{ij}^2 , характеризующих $m = 3$ образца, изготовленных из одного замеса и определенных по формулам:

$$\bar{y}_{ij} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m y_{ijk} \text{ и } S_{ij}^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (y_{ijk} - \bar{y}_{ij})^2, \quad (1)$$

где y_{ijk} – результат измерения прочности k -го бетонного образца

Никитин Вадим Иванович, д.т.н., профессор Государственной высшей школы в Бялой Подляске, Польша.

Садовска-Бурачевска Барбара, к.т.н., старший преподаватель Политехнической Белостокской, Польша.

Строительство и архитектура

при сжатии ($K=1,2,3$) взятого из i -го повторения ($i=1,2$) j -го состава бетонной смеси ($j=1,2,3$).

Отметим, что во всех опытах из $m=3$ повторных образцов при использовании тестов работ [5, 6] не выявлено наличие резко выделяющихся измерений (выбросов) y_{ijk} , которые рекомендуется исключить и пересчитывать средние арифметические $\bar{y}_{ij}$ и дисперсии S_{ij}^2 .

Таблица 2. Средняя прочность при сжатии $\bar{y}_{ij}$ и дисперсия S_{ij}^2 для $m=3$ кубических образцов, изготовленных в i -том повторном опыте из j -того состава бетонной смеси, отличающегося количеством щебня ВПБ x_j

Номер повторного опыта, i	1			2		
	1	2	3	1	2	3
Номер состава, (опыта) j	1	2	3	1	2	3
Количество щебня ВПБ x_j , %	0	50	100	0	50	100
$\bar{y}_{ij}$, МПа	111,3	100,3	108,0	128,0	121,7	102,9
S_{ij}^2 , (МПа) ²	74,90	17,41	28,17	4,00	7,30	22,36

Вначале важно было проверить гипотезу об однородности дисперсий S_{ij}^2 . В нашем случае они имеют одинаковое число степеней свободы $\nu = m - 1 = 2$ и для проверки упомянутой гипотезы можно воспользоваться статистикой

$$G = \frac{S_{\max}^2}{\sum_i \sum_j S_{ij}^2} = \frac{74,9}{154,14} = 0,486, \quad (2)$$

которая имеет распределение G -Кохрана (Cochran). При уровне значимости $\alpha = 0,05$, числе сравниваемых дисперсий $N \cdot n = 6$ со степенью свободы $\nu = 2$ имеем критическое значение $G_{0,05;6;2} = 0,616$, превышающее эмпирическое значение $G = 0,486$, найденное по формуле (2). Такое соотношение позволяет с вероятностью 95% принять гипотезу об однородности дисперсий S_{ij}^2 . Однородные дисперсии можно усреднить и полученное значение

$$S_{y_{ij}}^2 = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 S_{ij}^2 = 154,14 / 6 = 25,69 \quad (3)$$

использовать в качестве оценки для дисперсии, характеризующей точность измерения прочности образцов из одного замеса, с числом степеней свободы $\nu = N \cdot n(m - 1) = 6(3 - 1) = 12$, где n – общее число замесов.

Одновременно с помощью соответствующих критериев была установлена однородность дисперсий как внутри каждой серии (G -критерий Кохрана), так и средних серийных дисперсий (F -критерий Фишера).

Среднее арифметическое $\bar{y}_{ij}$ трех повторных измерений $m=3$ является случайной нормально распределенной величиной и оценкой её изменчивости служит дисперсия среднего

$$S_{y_j}^2 = S_{ij}^2 / m = 25,69 / 3 = 8,56, \quad (4)$$

которая, как и дисперсия $S_{y_{ij}}^2$, имеет 12 степеней свободы.

Как уже отмечалось, оценки $S_{y_j}^2$ и $S_{y_{ij}}^2$, найденные по формулам (3) и (4) и характеризующие точность измерения прочности бетонных образцов из одного замеса, нельзя переносить на генеральную сово-

купность значений $\bar{y}_{ij}$. Поэтому в дальнейшем при проведении статистического анализа исходили из того, что результаты измерений $\bar{y}_{ij}$, представленные в таблице 2, получены в трех опытах ($N=3$), отличающихся составом бетонной смеси и повторенных дважды ($n=2$).

Для каждого j -го состава бетонной смеси ($j=1,2,3$) было определено среднее значение прочности образцов $\bar{y}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{y}_{ij}$ и дисперсия $S_{y_j}^2 = 2 \sum_{i=1}^n (\bar{y}_{ij} - \bar{y}_j)^2$, которые приведены в таблице 3.

Таблица 3. Средняя прочность при сжатии $\bar{y}_j$ и дисперсия $S_{y_j}^2$ для образцов, изготовленных из бетонной смеси j -го состава

Номер состава (опыта), j	1	2	3
Количество щебня ВПБ x_j , %	0	50	100
$\bar{y}_j$, МПа	119,65	111,0	105,45
$S_{y_j}^2$, (МПа) ²	139,45	228,98	13,0

С помощью G -критерий Кохрана при уровне значимости $\alpha = 0,05$ можно принять, что дисперсии $S_{y_j}^2$ ($j=1,2,3$) являются однородными. Среднее значение этих дисперсий равно:

$$S_{y_j}^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^3 S_{y_j}^2 = 381,43 / 3 = 127,14. \quad (5)$$

Данная дисперсия характеризует воспроизводимость средних $\bar{y}_{ij}$ при повторных независимых замесах бетонной смеси j -го состава и имеет $\nu = 3$ степени свободы и существенно превышает дисперсию среднего $S_{y_{ij}}^2$, найденную по формуле (4) для образцов из одного замеса. Оценкой изменчивости случайной величины $\bar{y}_j$ является дисперсия среднего

$$S_{y_j}^2 = S_{y_{ij}}^2 / m = 127,14 / 2 = 63,57. \quad (6)$$

Приведенные в таблице 3 средние значения $\bar{y}_j$ показывают, что с увеличением количества щебня из ВПБ в бетонной смеси от 0 до 100% средняя прочность бетонных образцов при сжатии снизится на 14,2 МПа (относительная разница составляет 12,7 %). Статистическую значимость этой разницы (при сравнении трех и более средних) можно проверить при помощи ряда критериев (Дункана, Невмана, Тьюки и др.). Воспользуемся критерием Дункана, который по сравнениям с другими критериями дает самое малое значение наименьшей значимой разницы (НЗР). При уровне значимости $\alpha = 0,05$ по критерию Дункана НРЗ = 35,88 МПа. Эта разница превышает наибольшую опытную разницу 14,2 МПа и поэтому последнюю нельзя признать значимой. Отметим, что при использовании критерия Невмана НЗР увеличилась и составляет 47,11 МПа.

Для повышения точности оценки эффекта влияния щебня ВПБ на прочность бетонных образцов при сжатии воспользуемся регрессионной анализ. Средние значения $\bar{y}_j$, как и в работе [2], адекватно описываются линейным уравнением регрессии

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x. \quad (7)$$

Коэффициенты этого уравнения можно определить по методу наименьших квадратов, из нормальных уравнений которого имеем:

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}, \quad (8)$$

где $\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y_j$, $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j$ и $N = 3$.

Уравнение (8) показывает, что между коэффициентами b_0 и b_1 существует взаимозависимость (корреляция). Для ее устранения от принятых значений уровней фактора X_j перейдем к кодированным значениям X_j , используя соотношение

$$X_j = \frac{x_j - 50}{50}, \quad (9)$$

согласно которому значения уровней кодированного фактора имеют новый масштаб и равны: -1, 0, 1. Следовательно, среднее значение уровней кодированного фактора $\bar{X} = \sum_{j=1}^N X_j = 0$. В этом случае

коэффициенты уравнения (7) вычисляются по формулам:

$$b_0 = \bar{y} = 112,03 \text{ и}$$

$$b_1 = \sum_{j=1}^N X_j \bar{y}_j / \sum_{j=1}^N X_j^2 = -14,2 / 2 = -7,1. \quad (10)$$

Тогда искомое уравнение регрессии имеет вид

$$\hat{y} = 112,03 - 7,10X. \quad (11)$$

Для проверки статистической значимости коэффициента $b_1 = 7,10$ была вычислена его стандартная ошибка

$$S_{b_1} = \sqrt{S_{y_j}^2 / \sum_{j=1}^N X_j^2} = \sqrt{63,57 / 2} = 5,64, \quad (12)$$

а также эмпирическое значение критерия t -Стьюдента

$$t = |b_1| / S_{b_1} = 7,10 / 5,64 = 1,259,$$

которое при уровне значимости $\alpha = 0,05$ и степенях свободы $\nu = 3$ оказалось меньше критического значения $t_{\alpha, \nu} = 3,18$. Это означает, что с вероятностью 95% значение коэффициента b_1 является статистически незначимым и, следовательно, отвергается гипотеза, доказанная в работе [2] по результатам $N=12$ опытов, повторенных $n=5$ раз, со степенью свободы для дисперсии воспроизводимости $\nu = 48$. Тем самым совершена ошибка 1-го рода. Ошибки можно было избежать, если бы при планировании эксперимента число повторных опытов n выбиралось с учетом многочисленных данных о дисперсии воспроизводимости измеряемой величины. В рассматриваемом случае при условии сохранения значения дисперсии воспроизводимости эксперимента $S_{y_j}^2$, найденной по формуле (5), значимость коэффициента b_1 удалось бы подтвердить при $n=6$ и более.

Анализ деформаций и несущей способности железобетонных балок. Для проверки гипотезы об отсутствии статически значимого изменения показателей деформативности и несущей способности изгибаемых железобетонных элементов при замене базальтового щебня на щебень из ВГБ использовались результаты специального эксперимента, выполненного в лабораторных условиях Политехники Белостокской. В качестве опытных образцов использовались железобетонные балки прямоугольного поперечного сечения $b \times h = 80 \times 120 \text{ мм}$ и длиной $L = 1100 \text{ мм}$, изготовленные из бетонов двух составов, отличающихся видом крупного заполнителя и представленных в таблице 1 под номерами 1 и 3. На изготовление каждого образца использовалась бетонная смесь отдельного независимого замеса. Образцы были армированы рабочей продольной стальной арматурой класса S500 в виде четырех стержней диаметром 8 мм, размещенных симметрично относительно главных центральных осей поперечного сечения и защищенных сантиметровым слоем бетона.

Изготовление образцов балок осуществлялось сериями на разнесенных интервалах времени (до 10 месяцев) с использованием бетона первого состава было изготовлено 4 балки, обозначенные как

$N_i (i = 1, 2, 3, 4)$, из бетона третьего состава изготовлены балки $R_j (j = 1, \dots, 6)$. Первая серия состояла из трех образцов N_1, R_1, R_2 , во вторую серию входили образцы N_2, N_3, R_3, R_4 и, наконец, третья серия включила остальные образцы N_4, R_5, R_6 . Опытные образцы испытывались на изгиб по схеме, показанной на рис. 1. В процессе испытаний значение внешней силы F увеличилось ступенчато по $\Delta F = 5 \text{ кН}$. При этом изгибающий момент M в зоне чистого изгиба увеличивался на $\Delta M = 0,85 \text{ кН}\cdot\text{м}$. На каждой ступени нагружения с помощью реперов и индикаторов часового типа определяли относительные деформации бетона на уровне арматурных стержней в сжатых и растянутых слоях зоны чистого изгиба, а также прогибы в середине пролета балок. Испытания завершались определением силы F_n , при которой наблюдалось разрушение образца.

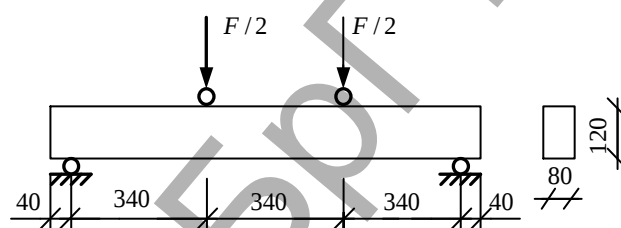


Рис. 1. Схема нагружения и размеры балки

При графическом представлении результатов дискретных измерений показателей деформаций в зависимости от значений внешней силы F оказалось, что для всех рассмотренных образцов эти зависимости имеют одинаковый характер. В качестве примера на рис. 2 приведена зависимость прогиба в середине пролета U_p , относительной деформации в сжатой ϵ_s и растянутой ϵ_r зонах от значений внешней силы F для балки R_5 . Значения ϵ_s взяты по абсолютной величине $|\epsilon_s|$. Из рис. 2 видно, что с точки зрения прироста значения измеряемых показателей на каждые 5 кН прироста силы F можно выделить 3 этапа нагружения. На первом этапе ($0 \leq F < 10 \text{ кН}$) наблюдается наименьший прирост значений измеряемых величин, на втором этапе ($10 \leq F < 30 \text{ кН}$) значения этого прироста возрастают и сохраняются практически на одинаковом уровне (линейная зависимость), на последнем третьем этапе прирост значений измеряемых величин по сравнению со вторым этапом существенно возрастает и имеет лавинный характер. При силе $F > 10 \text{ кН}$ в растянутой зоне появляются и развиваются трещины.

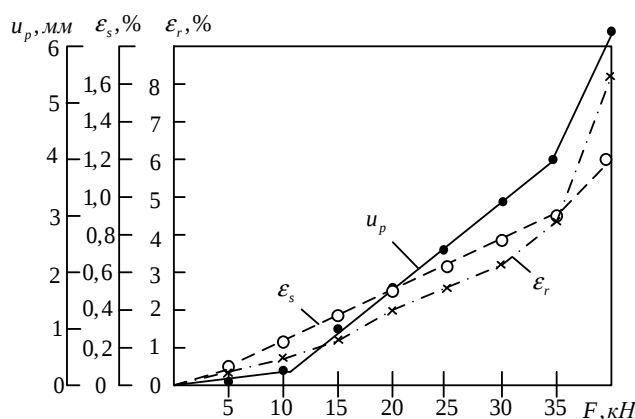


Рис. 2. Зависимость значений прогиба U_p , относительной деформации в сжатой ϵ_s и растянутой ϵ_r зоне от значений внешней силы F для балки R_5

Представляется, что для характеристики деформативности рассмотренных образцов балок необходимо прежде всего учитывать второй этап загрузки ($10 \leq F < 30$ кН). Для сравнительного статистического анализа результатов испытаний, полученных для балок типа N и типа R , отличающихся только видом крупного заполнителя в бетоне, необходимо было количественно описать второй этап загрузки и на этой основе выбрать подходящие показатели для сравнения.

Поскольку измеряемые значения деформаций u_p, ε_s и ε_p являются случайными величинами y_1, y_2 и y_3 , то зависимость случайной величины $y_i (i = 1, 2, 3)$ от уровней фактора следует описывать уравнением регрессии. В нашем случае результаты опытов можно описать линейным уравнением регрессии (7). При определении значений коэффициентов этого уравнения от натуральных значений силы F на уровнях 10, 15, 20, 25 и 30 кН был выполнен переход к кодированным значениям фактора X по формуле

$$x = \frac{F - 20}{10}, \quad (13)$$

из которой следует, что кодированный фактор имеет уровни: -1; -0,5; 0; 0,5; 1.

Покажем пример построения линейного уравнения регрессии для прогибов u_p или y_1 балки $R5$. Имеем пять пар значений F и u_p (см. также рис. 2).

F , кН	10	15	20	25	30
u_p , мм	0,34	1,12	1,80	2,44	3,31

Вначале с помощью соотношения (13) от уровней фактора F перешли к уровням кодированного фактора X , а затем, используя формулу (10), определили коэффициенты $b_0 = 1,802$ и $b_1 = 1,452$. В результате искомое уравнение регрессии имеет вид:

$$u_p = y_1 = 1,801 + 1,451x \quad (14)$$

и очень точно предсказывает опытные значения (коэффициент детерминации равен $R^2 = 0,9975$).

Коэффициент $b_0 = 1,801$ мм показывает значение прогнозируемого прогиба при $x = 0$ ($F = 20$), а коэффициент $b_1 = 1,45$ мм демонстрирует пророст прогиба при увеличении x на единицу ($\Delta F = 10$ кН) или тангенс угла наклона линии регрессии к оси x . Из двух коэффициентов для последующего анализа был выбран коэффициент b_1 , который в отличие от коэффициента b_0 не зависит от первого этапа загрузки. Кроме того, с физической точки зрения коэффициент b_1 полнее характеризует деформативность изгибаемых элементов.

По рассмотренной схеме опытные значения прогибов u_p и относительных деформаций ε_s и ε_r для всех образцов были описаны уравнениями регрессии вида (14). Окончательные результаты регрессионного анализа, а также опытные значения разрушающей силы F_n приведены в таблице 4. С помощью тестов Q и V работ [5,6] установлено, что среди значений случайных величин b_0 , b_1 и F_n отсутствуют грубые измерения.

Корреляционный анализ пар значений коэффициентов b_0 и b_1 показал, что из 6 случаев (два состава бетона и три показателя деформаций $2 \times 3 = 6$) при уровне значимости $\alpha = 0,05$ вместо ожидаемой тесной корреляции в двух случаях коэффициент корреляции статистически незначим, а в остальных случаях корреляция очень слабая (близка критической). Это можно объяснить зависимостью коэффициента b_0 от первого этапа загрузки. Поэтому использова-

ние коэффициента b_0 при сравнительном анализе может приводить к ошибочным выводам, и далее рассматривался обоснованный ранее коэффициент b_1 .

Для балок N_i (выборка $n_1 = 4$) и балок R_j (выборка $n_2 = 6$) и для всех четырех анализируемых показателей u_p , ε_s , ε_r , F_n (см. таблицу 4) были определены значения средних арифметических, дисперсий и стандартных отклонений. Оказалось, что в сравниваемых выборках средние арифметические значения коэффициентов b_1 в уравнениях регрессии для прогиба u_p практически одинаковы: $\overline{b_{1N}} = 1,525$ мм и $\overline{b_{1R}} = 1,537$ мм. Отсутствует заметная разница и между средними значениями разрушающей силы: $\overline{F_{nN}} = 42,5$ кН и $\overline{F_{nR}} = 42,33$ кН. Остальные сравниваемые средние вызвали определенные сомнения и для них была выполнена статистическая оценка значимости их разницы.

Выборку $n_1 = 4$ коэффициентов b_1 уравнений регрессии для относительных деформаций сжатой зоны ε_s (см. таблицу 4) характеризует среднее арифметическое $\overline{b_{1N}} = 0,19\%$, дисперсия $S_N^2 = 0,0067(\%)^2$ и стандартное отклонение $S_N = 0,0819\%$ со степенями свободы $v_1 = n_1 - 1 = 3$. Соответственно, для выборки $n_2 = 6$ имеем: $\overline{b_{1R}} = 0,22\%$, $S_N^2 = 0,00156(\%)^2$ и $S_R = 0,0395\%$ со степенями свободы $v_2 = n_2 - 1 = 5$. Дисперсии выборок n_1 и n_2 при уровне значимости $\alpha = 0,05$ являются однородными, так как статистика $F = S_N^2 / S_R^2 = 0,0067 / 0,00156 = 4,295$ не превышает критического значения $F_{\alpha, v_1, v_2} = F_{0,05; 3; 5} = 5,41$. В этом случае дисперсия воспроизводимости равна $S_y^2 = (v_1 S_N^2 + v_2 S_R^2) / (v_1 + v_2) = 0,00349(\%)^2$, а стандартное отклонение $S_y = 0,059(\%)$ со степенями свободы $v = 8$.

Гипотеза о равенстве средних отвергается при двустороннем критерии t – Стьюдента, если

$$|\overline{b_{1N}} - \overline{b_{1R}}| \geq t_{\alpha, v} \cdot S_y \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}. \quad (15)$$

В нашем случае при $\alpha = 0,05$ имеем $t_{0,05; 8} = 2,306$, и соотношение (15) не выполняется, так как

$$|\overline{b_{1N}} - \overline{b_{1R}}| = 0,03 < 2,306 \cdot 0,059 \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{6}} = 0,088.$$

Следовательно, нет основания разницу между средними считать статистически значимой.

По выборкам $n_1 = 4$ и $n_2 = 6$ коэффициентов b_1 уравнений регрессии для относительных деформаций растянутой зоны ε_r были определены следующие значения средних, дисперсий и стандартных отклонений:

$\overline{b_{1N}} = 1,287\%$; $S_N^2 = 0,1588(\%)^2$; $S_N = 0,3985\%$ со степенями свободы $v_1 = 3$;

$\overline{b_{1R}} = 1,408\%$; $S_R^2 = 0,020(\%)^2$; $S_R = 0,1414\%$ со степенями свободы $v_2 = 5$

При этом различие между дисперсиями в выборках n_1 и n_2 следует считать значимым, так как при $\alpha = 0,05$ дисперсионное отношение $S_N^2 / S_R^2 = 0,1588 / 0,020 = 7,94$ превышает критическое значение $F_{\alpha, v_1, v_2} = F_{0,05; 3; 5} = 5,41$.

Таблица 4. Коэффициенты b_o и b_1 линейных уравнений регрессий, описывающих прогибы u_p , относительные деформации сжатой ε_s и растянутой ε_r зоны, а также значения разрушающей силы F_n для испытанных железобетонных балок

Балка	N_1	N_2	N_3	N_4	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6
Прогиб в середине пролета u_p										
b_o , мм	1,44	2,33	1,48	2,57	1,76	1,68	2,19	2,56	1,80	1,88
b_1 , мм	1,32	1,84	1,29	1,65	1,24	1,22	1,67	2,09	1,45	1,55
Относительная деформация сжатой зоны ε_s										
b_o , %	0,22	0,37	0,47	0,50	0,55	0,48	0,26	0,47	0,49	0,42
b_1 , %	0,08	0,18	0,27	0,23	0,22	0,20	0,14	0,27	0,26	0,23
Относительная деформация растянутой зоны ε_r										
b_o , %	1,26	2,43	1,56	2,15	2,00	1,71	2,10	1,55	1,96	1,91
b_1 , %	0,97	1,87	1,18	1,13	1,43	1,42	1,56	1,17	1,34	1,53
F_n , кН	48	40	43	39	42	43	40	41	45	43

Поскольку дисперсии не равны между собой, то при сравнении средних соотношением (15) нельзя пользоваться. Для случая $S_N^2 \neq S_R^2$ и $n_1 \neq n_2$ можно использовать приближенный критерий

$$T = \frac{V_1 t_{\alpha V_1} + V_2 t_{\alpha V_2}}{\sqrt{V_1 + V_2}}, \quad (16)$$

где $V_1 = S_N^2 / n_1$, $V_2 = S_R^2 / n_2$.

Определяем $V_1 = 0,1588 / 4 = 0,0397$;

$V_2 = 0,020 / 6 = 0,0033$; $t_{0,05;3} = 3,182$; $t_{0,05;5} = 2,571$ и

по формуле (16) вычисляем величину

$$T = \frac{0,0397 \cdot 3,182 + 0,0033 \cdot 2,571}{\sqrt{0,0397 + 0,0033}} = 0,651,$$

которая превышает разницу $|\bar{b}_{1N} - \bar{b}_{1R}| = 0,121$. Следовательно, при уровнях значимости $\alpha = 0,05$ разницу между средними нельзя признать значимой.

Таким образом, при уровне значимости $\alpha = 0,05$ гипотезу о равенстве двух средних всех сравниваемых показателей нельзя отвергнуть. Следовательно, имеются основания считать, что при замене в бетонной смеси базальтового щебня на вторичный щебень из высокопрочного бетона не произойдет заметного снижения деформативности и несущей способности железобетонных балок. Если такой вывод вызывает сомнения, то число повторных опытов необходимо существенно увеличить. Например, для показателя ε_s число повторных опытов составляло бы $n_1 = n_2 = 40$. В такой ситуации стоит подумать об изменении системы организации эксперимента или даже его целесообразности.

Заключение. Представлены результаты испытаний малых выборок бетонных образцов на сжатие и железобетонных балок на изгиб. При изготовлении этих опытных образцов были использованы бетон-

ные смеси двух составов, отличающихся видом крупного заполнителя. В одном случае использовался базальтовый щебень, а в другом – щебень из высокопрочного бетона (ВПБ). Статистический анализ результатов этого эксперимента дает формальное основание принять гипотезу о том, что полная или частичная замена базальтового щебня на щебень из ВПБ не приведет к существенному снижению прочности бетона, а также деформативности и несущей способности железобетонных балок. Возможно, эта гипотеза является ложной, так как она противоречит априорной информации физического и статистического характера. Подтвердить или отвергнуть это противоречие можно прежде всего за счет увеличения объемов анализируемых выборок.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Oikonomou, N.D. Recycled concrete aggregates / N.D.Oikonomou // Cement & Concrete Composites. – 2005. – V. 27.
2. Boltryk, M. Modyfikacja wybranych wlasciwosci betonow cementowych na kruszywie z recyklingu / M. Boltryk, E. Pawluczuk // Inzynieria i budownictwo. – 2011. – № 6 – S. 328–331.
3. Вознесенский, В.А. Статистические методы планирования эксперимента в технико-экономических исследованиях / В.А. Вознесенский // 2-е изд. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 263 с.
4. Francuz, P. O niektórych praktykach badawczych, ktore prowadza do gromadzenia i publikowania niewiarygodnych wynikow badan naukowych / P. Francuz // Materiały seminarium «Zastosowania statystyki i data mining w badaniach naukowych», Pazdziernik 2007 Warszawa, StatSoft Polska, Krakow. – 2007. – S. 5–18.
5. Ахназарова, С.Л. Методы оптимизации эксперимента в химической технологии / С.Л. Ахназарова, В.В. Кафаров. – М.: Высшая школа, 1985. – 327 с.
6. Джонсон, Н. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке / Н. Джонсон, Ф. Лион // Пер. с англ.; под ред. Э.К. Лецкого. – М.: Мир, 1980. – 512 с.
7. Jozwiak, J. Statystyka od podstaw / J. Jozwiak, J. Podgorski // Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne. – Warszawa, 2001. – 550 s.

Материал поступил в редакцию 22.03.16

NIKITIN V.I., SADOWSKA-BURACZEWSKA.B. Statistical assessment of the impact of high-performance recycled aggregate in reinforced concrete beams for strength and stresses of concrete

The present paper describes experimental research on model reinforced concrete beams of rectangular cross-sections, manufactured with the use of recycled high-performance concrete (HPC) aggregate. The experimental analyses performed within the framework of the immediate studies concerned the following compression strength, concrete deformability along the height of the beam, and statistical analysis.