

## ПЛАВНОСТЬ РАБОТЫ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ ПО ДАННЫМ КИНЕМАТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ

### ВВЕДЕНИЕ

Если ранее в производстве тяжело нагруженных зубчатых приводов главное внимание уделялось повышению несущей способности, то в последнее время усилия исследователей концентрируются на улучшении параметров плавности. Плавность работы зубчатых передач оказывает значительное влияние на динамические нагрузки, а также обуславливает виброакустические процессы, сопровождающие работу зубчатых колес [1]. Поэтому одним из направлений создания зубчатых колес с улучшенной динамикой зацепления является обеспечение более плавного зацепления. В наибольшей степени плавность работы определяют погрешности шага зацепления и профиля зубьев, которые проявляются в кинематической погрешности передачи в виде циклических составляющих зубцовой частоты.

### 1. ВОЗНИКНОВЕНИЕ ЦИКЛИЧЕСКИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ

У точного эвольвентного профиля нормаль в каждой его точке представляет собой касательную к теоретической основной окружности с радиусом  $r_o$ . Предположим, что у шестерни имеются погрешности, в результате которых происходит изменение теоретического радиуса основной окружности рассматриваемого колеса. В таком случае профильная нормаль в каждой точке рабочего участка зуба является касательной к основной окружности, которая имеет радиус  $r_{o1\delta}$ , больше номинального  $r_{o1}$  на некоторую величину  $\Delta r_{o1}$ :

$$r_{o1\delta} = r_{o1} + \Delta r_{o1}, \quad (1)$$

Изменение радиуса основной окружности шестерни вызовет изменение значения мгновенного передаточного отношения в соответствии с формулой:

$$i_\delta = \frac{r_{o1\delta}}{r_{o2}} = i + \frac{\Delta r_{o1}}{r_{o2}} = i + \Delta i, \quad (2)$$

где  $i_\delta$  - действительное передаточное отношение;

$r_{o2}$  - радиус основной окружности ведомого колеса;

$r_{o1\delta}$  - действительное значение радиуса основной окружности ведущего колеса.

Поскольку  $r_{o1\delta} \neq r_{o1}$ , то и  $i_\delta \neq i$ , т.е. изменение радиуса основной окружности вызовет ошибку угла поворота  $\Delta\varphi$  ведомого звена передачи на угле поворота шестерни  $\varphi_1$  и в соответствии с определением кинематической погрешности:

$$\varphi_2 = \Delta\varphi + i\varphi_1 \quad (3)$$

Закон движения ведомого звена передачи  $\varphi_2$  можно выразить и через действительное значение передаточного отношения  $i_\delta$ , т.е.:

$$\varphi_2 = i_\delta\varphi_1 \quad (4)$$

Приравняв выражения (3) и (4) и проведя необходимые математические преобразования, получим:

$$\Delta\varphi(\varphi_1) = \frac{\Delta r_{o1}(\varphi_1)}{r_{o2}}\varphi_1 \quad (5)$$

Доминирующим фактором возбуждения динамических нагрузок и виброакустической активности считается погрешность шага зацепления. Проявление данной погрешности при кинематическом контроле исследовано в работах [2, 3]. Погрешность шага, как известно, возникает в случае, когда радиус основной окружности  $r_o$  отличен от теоретического при каждом положении, соответствующем точке рабочего профиля. Проявление погрешности шага зацепления связано с наличием по фазе зацепления участков эвольвентного и кромочного взаимодействия профилей. Если первый из них характеризуется в сигнале кинематической погрешности наклонной прямой в соответствии с (5), то второй, как свидетельствуют данные [3, 4, 5], описывается кривой, которая достаточно достоверно аппроксимируется квадратичной зависимостью. Однако в литературе имеется недостаточно сведений, позволяющих аналитически выразить закон изменения кинематической погрешности на участке кромочного контакта.

Рассмотрим более подробно кромочное взаимодействие зубьев на выходе из зацепления с точки зрения кинематической погрешности. Как следует из рисунка 1, поворот ведомого колеса  $\varphi_2$  при повороте шестерни на угол  $\varphi_{1к}$  может быть найден по расстоянию между профилями зубьев по нормали как:

$$\varphi_2 = \frac{BK}{r_{o2}} \quad (6)$$

Расстояние между профилями  $BK$ , характеризующее положение ведомого зуба при кромочном контакте на угле  $\varphi_{1к}$ , равно разности перемещения проекции контактной точки на линию зацепления  $BN$  и величины  $NK$ , которая обусловлена кривизной профиля:

$$BK = BN - NK \quad (7)$$

$BN$  определяется геометрическими параметрами шестерни и выражается следующей зависимостью [3]:

$$BN = -\frac{\operatorname{tg}\alpha_e r_{o1\delta}}{2} \varphi_{1к}^2 + r_{o1\delta} \varphi_{1к}, \quad (8)$$

где  $\alpha_e$  - угол давления у кромки зуба ведомого колеса.

Выразив величину  $NK$  через геометрические параметры шестерни и колеса, получим трансцендентную функцию от  $\varphi_{1к}$ .

Кинематическая погрешность на участке кромочного контакта:

$$\Delta\varphi(\varphi_{1к}) = \varphi_2(\varphi_1) - \varphi_1 \frac{r_{o1}}{r_{o2}} = -\frac{\operatorname{tg}\alpha_e r_{o1\delta}}{2r_{o2}} \varphi_{1к}^2 + \frac{\Delta r_{o1}}{r_{o2}} \varphi_{1к} - \frac{NK(\varphi_{1к})}{r_{o2}} \quad (9)$$

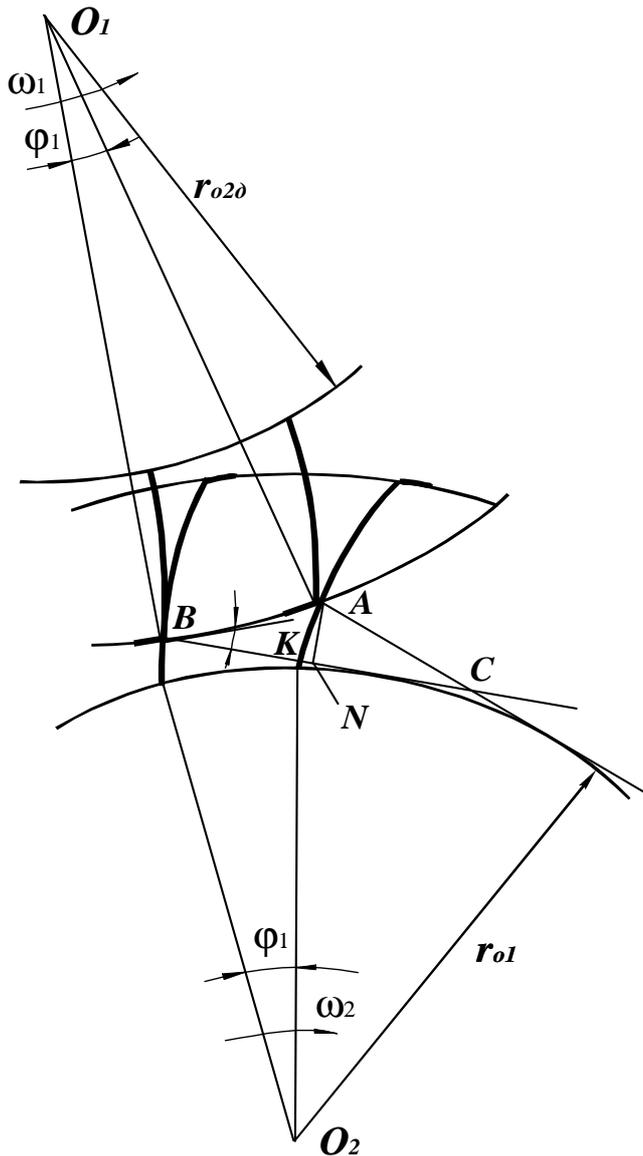


Рисунок 1. Схема кромочного взаимодействия зубьев на выходе из зацепления

Учитывая, что согласно /3/

$$\Delta r_{o1} = f_{pbr} / \gamma_1, \quad (10)$$

где  $\gamma_1$  – угловой шаг шестерни.

Уравнение (9) определяет закон изменения кинематической погрешности при кромочном контакте на выходе из зацепления в зависимости от погрешности шага  $f_{pbr}$  и геометрических параметров шестерни и колеса.

Величина угла кромочного контакта  $\varphi_{1K}$  может быть найдена по известным  $f_{pbr}$  и законам изменения кинематической погрешности при кромочном и эвольвентном взаимодействии зубьев из следующего условия:

$$|f_{pbr}| = \frac{1}{r_{o2}} (|\Delta\varphi_{эв}(\varphi_{1K})| + |\Delta\varphi_K(\varphi_{1K})|) \quad (11)$$

Зная угол  $\varphi_{1K}$ , угол эвольвентного взаимодействия зубьев  $\varphi_{1эв}$  может быть найден как:

$$\varphi_{1эв} = \gamma_1 - \varphi_{1K} = \frac{2\pi}{z} - \varphi_{1K} \quad (12)$$

Полученные зависимости для расчета  $\Delta\varphi(\varphi_1)$ , а также углов кромочного  $\varphi_{1K}$  и эвольвентного  $\varphi_{1эв}$  контакта позволяют воспроизвести кинематическую погрешность на величине углового шага. В качестве примера на рисунке 2 представлен результат расчета кинематической погрешности зубчатой передачи  $z_1=37; z_2=72; m=2\text{мм}$  на величине углового шага при различных величинах «положительной» погрешности шага зацепления на шестерне ( $f_{pbr}=10, 20, 30, 40$  мкм).

Погрешности профиля, возникающие, когда  $r_o$  не равен теоретическому значению и изменяется по фазе зацепления, могут не приводить к кромочному контакту зубьев, но также нарушают плавность работы передачи. Например, рассмотрим влияние погрешности профиля в виде отличной от теоретической кривизны в каждой точке профиля зубьев, как представлено на рисунке 3, на характер кинематической погрешности передачи.

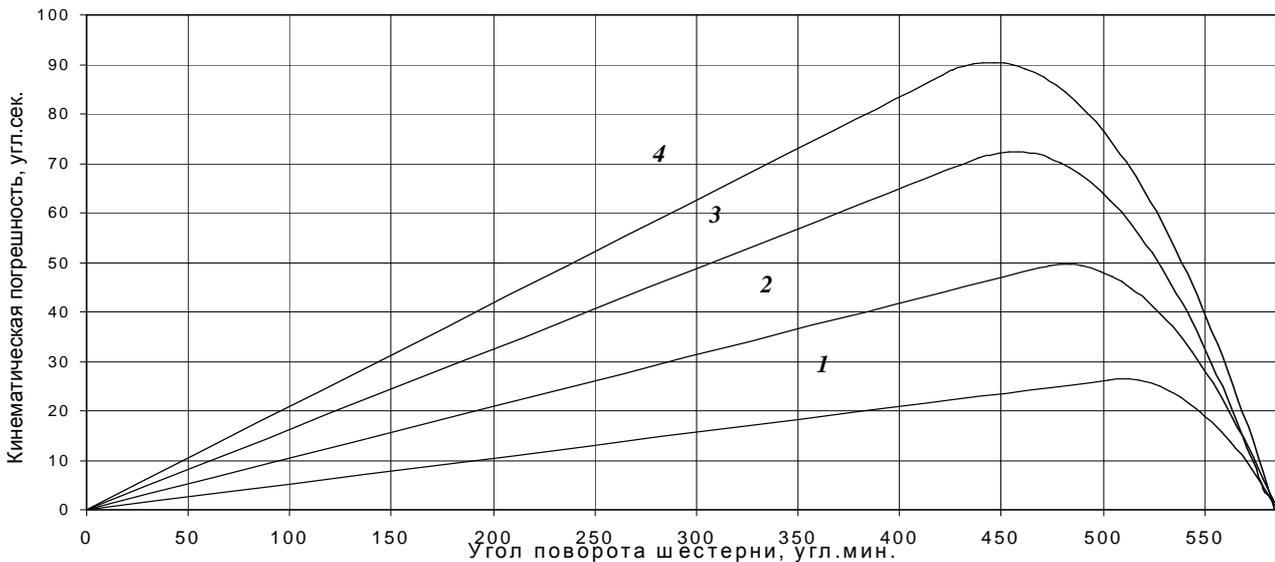


Рисунок 2. Кинематическая погрешность передачи на величине углового шага при «положительной» погрешности шага зацепления на шестерне ( $z_1=37; z_2=72; m=2\text{мм}$ ) 1 –  $f_{pbr}=10$  мкм; 2 –  $f_{pbr}=20$  мкм; 3 –  $f_{pbr}=30$  мкм; 4 –  $f_{pbr}=40$  мкм

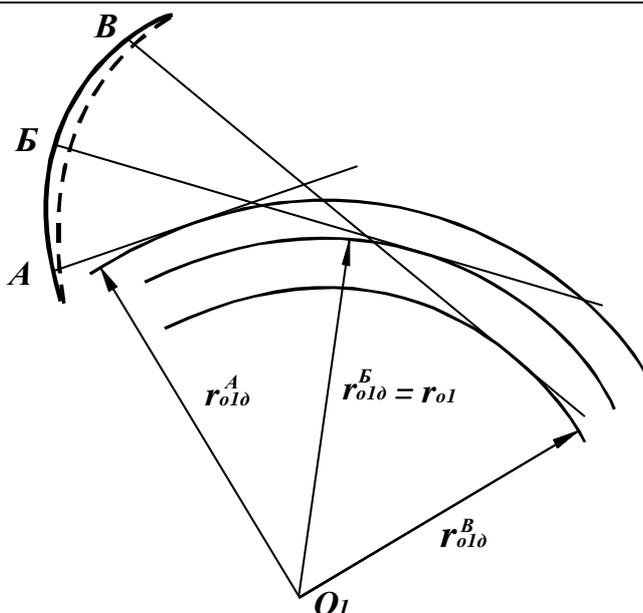


Рисунок 3. Погрешность профиля зуба  
 ( $r_{o1d}^A > r_{o1d}^B > r_{o1d}^B, r_{o1d}^B = r_{o1}$ )  
 - - - - - теоретический профиль,  
 — - - - - действительный профиль

Как видно из рисунка, в начальной точке после входа в зацепление (точка А) подобная погрешность характеризуется радиусом основной окружности  $r_{o1d}^A > r_{o1}$ , который уменьшается при дальнейшем повороте шестерни и в некоторой точке В станет равным теоретическому значению  $r_{o1d}^B = r_{o1}$ . В момент выхода зуба из зацепления (точка В) радиус примет значение  $r_{o1d}^B < r_{o1}$ . Учитывая установленную в (5) взаимосвязь  $r_{o1d}$  и  $\Delta\varphi$ , при указанном характере изменения  $r_{o1d}$  график кинематической погрешности  $\Delta\varphi(\varphi_1)$  примет вид, представленный на рисунке 4.

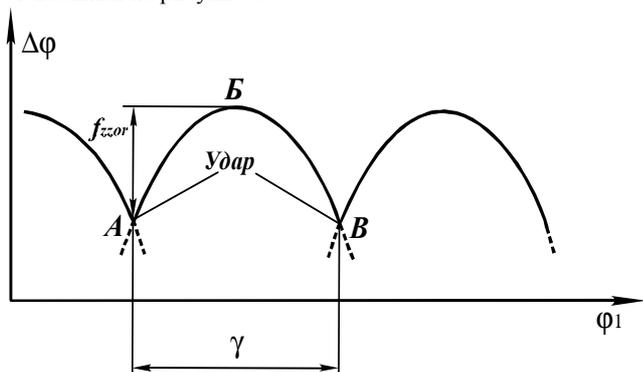


Рисунок 4. Кинематическая погрешность при погрешности профиля зуба ( $r_{o1d}^A > r_{o1d}^B > r_{o1d}^B, r_{o1d}^B = r_{o1}$ )

Из рисунков 3 и 4 следует, что после входа в зацепление и до точки В, где  $r_{o1d}^B = r_{o1}$ , происходит постепенное накопление избыточного угла поворота или, говоря другими словами, избыточного перемещения точки контакта по линии зацепления, которое представляет собой погрешность профиля. В точке В погрешность принимает свое максимальное, фиксируемое техническим контролем при измерении погрешности профиля зуба, значение. При дальнейшем повороте шестерни происходит уменьшение величины кинематической погрешности, т.е. компенсация погрешности положения точки кон-

такта, что, как выяснено, связано с уменьшением  $r_{o1d}$ . При повороте на величину углового шага  $\gamma$  произойдет сопровождаемый ударом вход в зацепление следующей пары зубьев.

## 2. СКОРОСТЬ УДАРА ЗУБЬЕВ ПО ДАННЫМ КИНЕМАТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ

Пересопряжение зубьев при рассмотренных погрешностях, а также деформациях зубьев сопровождается возникновением разности скоростей входящих в зацепление зубьев по линии зацепления, что приводит к неплавному ударному входу зубьев в зацепление, которые наряду с внешними динамическими возбуждениями являются основной причиной нежелательных повышенных шумов и вибраций зубчатых передач. Скорость удара в направлении линии зацепления в соответствии с [6]:

$$v_{y\delta} = v_{\delta}^I - v_{\delta}^{II} = v_m + \Delta v^I - v_m - \Delta v^{II} = \frac{d(\Delta x^I)}{dt} - \frac{d(\Delta x^{II})}{dt} \quad (13)$$

где  $\Delta x^I, v_{\delta}^I$  – избыточное перемещение и фактическая скорость контактной точки профиля ведущего зуба в момент пересопряжения впереди и сзади идущих пар;

$\Delta x^{II}, v_{\delta}^{II}$  – избыточное перемещение и фактическая скорость контактной точки профиля ведомого зуба в момент пересопряжения впереди и сзади идущих пар.

Учитывая геометрические свойства эвольвенты, приращение радиуса кривизны профиля или фактическая величина перемещения точки контакта при повороте шестерни на угол  $\varphi_1$  определяются как:

$$\varphi_1 r_{o1} + \Delta x = (\varphi_2 + \Delta\varphi) r_{o2},$$

откуда  $\Delta x = \Delta\varphi r_{o2}$  (14)

Тогда подставив (14) в (13) и учитывая, что  $dt = d\varphi_1/\omega_1$ , имеем:

$$v_{y\delta} = \omega_1 r_{o2} \left( \frac{d(\Delta\varphi^I)}{d\varphi_1} - \frac{d(\Delta\varphi^{II})}{d\varphi_1} \right) \quad (15)$$

Данная зависимость показывает, что скорость удара при пересопряжении зубьев может быть определена как разность производных от  $\Delta\varphi(\varphi_1)$  в точке разрыва, соответствующей моменту пересопряжения профилей, при приближении к ней слева и справа, умноженная на известные значения  $\omega_1$  и  $r_{o2}$ . Таким образом, закон изменения кинематической погрешности при каждом значении угла поворота зуба от  $\theta$  до  $\gamma$  несет в себе информацию о величине скорости соударения зубьев при входе их в зацепление.

Поскольку кинематическая погрешность при наличии в зацеплении погрешности основного шага может быть определена в любой точке фазы зацепления, то, в соответствии с (15) можно определить скорость удара зубьев при входе их в зацепление. На рисунке 5 в качестве примера представлен результат расчета скорости удара зубьев при шагах зацепления  $P_{b1} > P_{b2}$  и угловой скорости шестерни  $\omega = 1 \text{ рад/с}$  по предлагаемой методике.

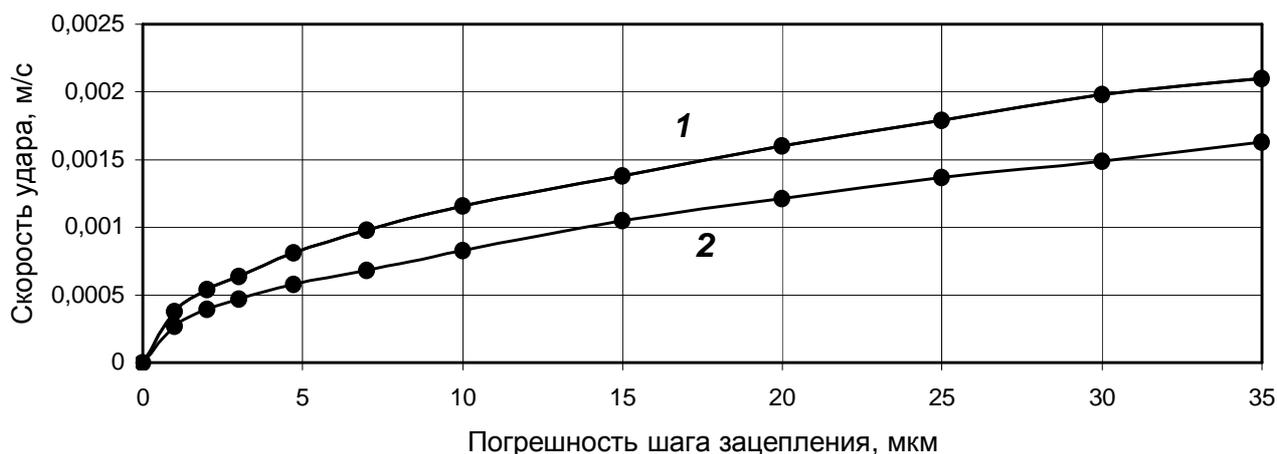


Рисунок 5. Скорость удара зубьев при шаге зацепления на шестерне большем, чем на колесе  
 1 -  $z_1=21$ ;  $z_2=43$ ;  $m=4,5$ мм; 2 -  $z_1=37$ ;  $z_2=72$ ;  $m=2$ мм.

Реальные зубчатые передачи имеют, как правило, не один вид погрешности, а целый их набор. Поэтому у них закон изменения кинематической погрешности определяется не отдельными элементарными погрешностями и их величинами, а результатом их взаимодействия между собой [3]. Установление закона кинематической погрешности передачи по нескольким известным величинам элементарных погрешностей представляет собой в ряде случаев чрезвычайно сложную, а иногда и вовсе нерешаемую задачу. Кроме того, при действии нагрузок из-за деформаций зубьев помимо погрешностей изготовления возникают параметрические составляющие погрешностей, также влияющие на плавность работы передачи. Поэтому оценка плавности входа зубьев в зацепление путем теоретического определения реальной величины скорости удара существенно затрудняется. Решение данной задачи возможно посредством проведения кинематического контроля, результат которого автоматически учитывает взаимосвязь всех имеющихся у взаимодействующих зубчатых колес элементарных погрешностей и позволяет определить путем необходимых преобразований сигнала кинематической погрешности скорость удара зубьев.

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПЛАВНОСТИ РАБОТЫ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Для экспериментального исследования кинематической погрешности зубчатых приводов различных машин и механизмов в ИНДМАШ НАН Беларуси совместно со специалистами Белорусского Государственного университета разработан специальный контрольно-диагностический комплекс (КДК). Он представляет собой единое и неделимое целое выполненных на современной элементной базе аппаратных средств и мощного быстродействующего персонального компьютера (ПЭВМ), объединенных и управляемых общей программной системой, работающей в среде WINDOWS. Аппаратные средства производят получение сигналов с фотоэлектрических датчиков угловых перемещений и их предварительную обработку. Полученная информация поступает в ПЭВМ, где подвергается основной обработке с помощью программных средств и представляется пользователю в удобном для анализа виде [7].

Исследования проводились на специальном стенде с разомкнутым силовым контуром. Он обеспечивает бесступенчатую регулировку частоты вращения на входе в испытуемый редуктор от 0 до 3000 мин<sup>-1</sup> и различные моменты нагружения на выходном валу.

Для экспериментального исследования кинематической погрешности была изготовлена партия зубчатых колес с параметрами  $z_1=37$ ,  $z_2=72$ ,  $m=2$ мм. Каждое из экспериментальных колес имело строго регламентированную погрешность определенной величины. Установка в пару дефектного и «эталонного», а также двух дефектных позволило создавать в зацеплении различные погрешности и исследовать их проявление в сигнале кинематической погрешности.

Поскольку информация о кинематической погрешности зубчатой передачи при ее получении с использованием КДК представляется в цифровом виде, это позволяет реализовать практически любые алгоритмы ее обработки. Проведя численное дифференцирование сигнала кинематической погрешности, можно получить, согласно (15) всю необходимую информацию о скорости удара зубьев при входе их в зацепление. Получаемый в результате измерения и соответствующей обработки информации о кинематической погрешности параметр, названный относительной скоростью удара, является более совершенной характеристикой плавности работы зубчатой передачи по сравнению с величиной кинематической погрешности зубцовой частоты  $f_{z\text{зор}}$ , которая учитывает лишь величину имеющейся погрешности.

Проверка эффективности полученного критерия оценки плавности работы зубчатой передачи проводилась путем оценки его влияния на вибрационные характеристики. Представленный на рисунке 6 график показывают взаимосвязь между относительной скоростью удара и уровнями виброускорений, возникающих при работе передачи при частоте вращения шестерни  $n=1500$  мин<sup>-1</sup> и нагружающем моменте на выходном валу  $T=120$  Нм. Учитывая, что нагрузка вызывает деформации зубьев, что в свою очередь сказывается на величине скорости удара, плавность работы оценивалась при  $n=50$  мин<sup>-1</sup> и  $T=120$  Нм. Как видно из рисунка, полученные на графиках точки аппроксимируются линейной зависимостью, обеспечивая величину коэффициента корреляции более 0,9. Наличие тесной связи между данными параметрами позволяет предположить, что уровни виброускорений для данной передачи в точке измерения могут быть спрогнозированы с точностью 2-3 дБ по данным кинематического контроля. Аналогичные результаты получены и для уровней виброскорости. Подобный анализ, проводимый для каждого конкретного механизма, к которому предъявляются определенные требования по вибрации, может служить основой для выработки требований к уровню качества зубчатых колес по пред-

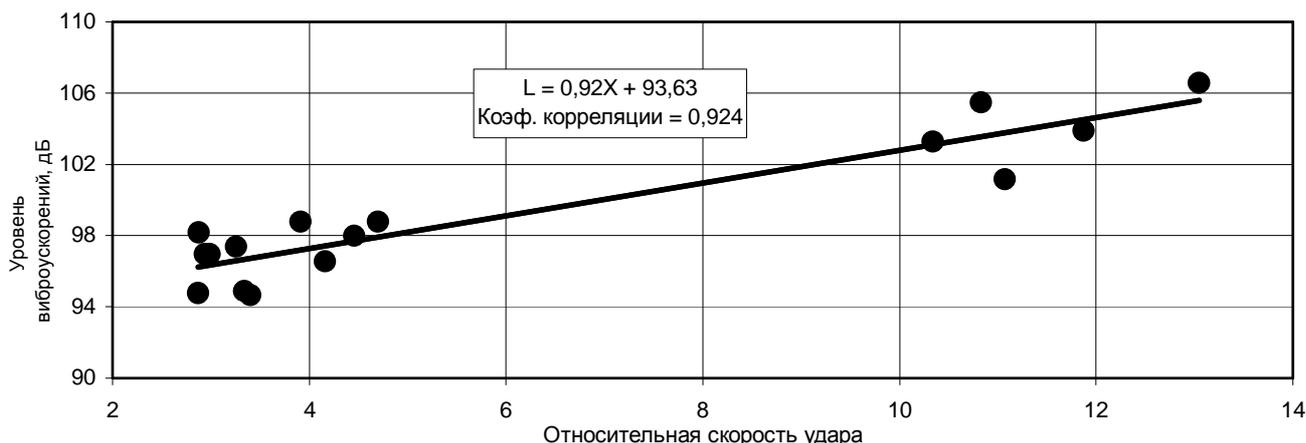


Рисунок 6. Зависимость общих уровней виброускорений на подшипниковой опоре испытательной коробки от скорости удара зубьев

лагаемому параметру, что позволит обеспечить уровни параметров вибрации ниже допустимых величин.

### ВЫВОДЫ

1. Кинематическая погрешность, возникающая в результате кромочного контакта зубьев при погрешности шага зацепления, описывается трансцендентной функцией, которая на кинематограмме достаточно достоверно аппроксимируется параболой. Получены зависимости, позволяющие воспроизвести кинематическую погрешность на участках эвольвентного и кромочного контакта на выходе из зацепления при отклонении шага зацепления от теоретического.
2. Кинематическая погрешность зубчатой передачи на величине углового шага содержит всю необходимую информацию для определения скорости ударов зубьев при входе их в зацепление, которая характеризует плавность работы и является одним из основных факторов, определяющих динамические нагрузки, вибрации и шум при работе передачи.
3. В результате теоретических исследований характеристик взаимного движения взаимодействующих зубчатых колес разработана методика расчета скорости удара в зависимости от величины погрешности шага зацепления зубьев. Методика предполагает использование закона изменения кинематической погрешности, которая наиболее полно раскрывает механизм возникновения удара в зацеплении.
4. Разработана методика экспериментального определения скорости удара при пересопряжении зубьев по данным кинематического контроля. Получены экспериментальные данные, подтверждающие, что скорость удара, найденная

по предлагаемой методике, является одним из основных факторов, определяющих вибрационную активность передачи и может быть положена в основу требований к уровню качества зубчатых колес, составляющих передачи с пониженной виброактивностью.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Лившиц Г.А. Исследование связи между вибрациями и шумом турбинных редукторов и погрешностями зацепления// Труды ЦНИИТМАШ.-1961.-Вып.21.-65с.
2. Марков Н.Н., Гушин В.Г. Влияние погрешности шага зацепления на плавность работы прямозубой цилиндрической зубчатой передачи// Вестник машиностроения.-1983.-№1.-с.14-17.
3. Марков Н.Н. Проявление элементарных погрешностей цилиндрических зубчатых колес при комплексном контроле// Взаимозаменяемость и технические измерения в машиностроении: Сб.- М.: Машгиз, 1961. Вып.3.- с. 240-270.
4. Генкин М.Д., Рыжов М.А., Рыжов Н.М. Повышение надежности тяжело нагруженных зубчатых передач. - М.: Машиностроение, 1981.-232с.
5. Шабалина М.Б. Влияние отклонения шага зацепления промежуточных зубчатых колес на кинематическую погрешность передачи// Вестник машиностроения. – 1974.- №10.- с.8-11.
6. Гавриленко В.А. Основы теории эвольвентной зубчатой передачи. - М.: Машиностроение, 1969.- 430с.
7. Жук И.В., Драган А.В., Скороходов А.С., Стецко И.П. Комплекс для диагностики зубчатых приводов// Наука-производству.-1999.-№6.-с.35-38.

УДК 539.3

**Босяков С.М.**

## ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ И БИХАРАКТЕРИСТИКИ В МИКРОПОЛЯРНЫХ ИЗОТРОПНЫХ ТЕЛАХ

Задача распространения волн в микрополярной упругой среде достаточно полно изучена методами теории плоских волн [1,2]. Ниже развивается другой подход к исследованию нестационарных процессов с позиций общего метода характеристик, который позволяет получать значения фазовых

скоростей распространения поверхностей разрывов и анализировать их природу.

Уравнения движения в микрополярной теории упругости имеют следующий вид [2,3]:

**Босяков Сергей Михайлович.** Ассистент каф. СМиТМ Брестского государственного технического университета. БГТУ, Беларусь, г. Брест, ул. Московская 267.