УДК 681.324

Брич В. Г., Головко В. А., Махнист Л. П.

МОДИФИКАЦИИ АЛГОРИТМОВ ОБУЧЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Рассмотрим линейную нейронную сеть, состоящую из n нейронных элементов распределительного слоя и m - выходного слоя (рисунок 1).

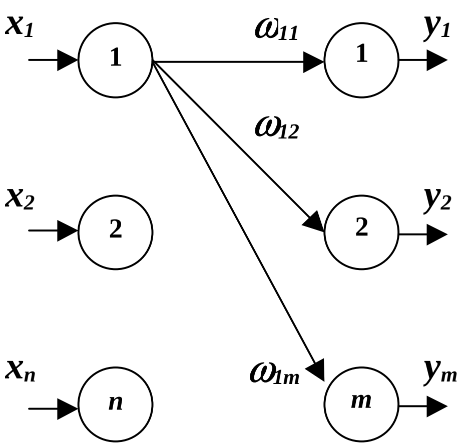

Рисунок 1. Линейная нейронная сеть

Для данной сети каждый нейрон распределительного слоя имеет синаптические связи со всеми нейронами обрабатывающего слоя. В качестве нейронов выходного слоя используются элементы с линейной функцией активации.

Получим выражение для адаптивного шага обучения линейной нейронной сети после подачи на вход сети нескольких образов $\overline{x^k} = \left(x_1^k, \ldots, x_n^k\right)$ $\left(k = \overline{1,L}\right)$.

Теорема. Для линейной нейронной сети величина адаптивного шага обучения определяется соотношением:

$$\alpha(t) = \frac{\sum\limits_{k=1}^{L} \sum\limits_{j=1}^{m} a_j^k \left(y_j^k - t_j^k \right)}{\sum\limits_{k=1}^{L} \sum\limits_{j=1}^{m} {a_j^k}^2}, \tag{1}$$

где

$$a_j^k = \sum_{p=1}^{L} \left(y_j^p - t_j^p \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^p x_i^k + 1 \right),$$

$$j = \overline{1,m}, \quad k = \overline{1,L}$$

Модификация синаптических связей с использованием адаптивного шага обучения определяется выражениями:

$$\omega_{ij}(t+1) = \omega_{ij}(t) - \alpha(t) \cdot \sum_{k=1}^{L} \left(y_j^k - t_j^k \right) \cdot x_i^k, \tag{2}$$

$$i = \overline{1,n}, \quad j = \overline{1,m}$$

$$T_j(t+1) = T_j(t) + \alpha(t) \cdot \sum_{k=1}^{L} \left(y_j^k - t_j^k \right), \quad j = \overline{1,m}. \tag{3}$$

Доказательство: Выходное значение j-ого нейрона сети для k-ого образа определяется выражением:

$$y_j^k = \sum_i \omega_{ij} x_i^k - T_j, \quad j = \overline{1,m}, \quad k = \overline{1,L}. \tag{4}$$

Среднеквадратичная ошибка сети для всей обучающей выборки при групповом обучении равна:

$$E_S = \frac{1}{2} \sum_k \sum_j \left(y_j^k - t_j^k \right)^2.$$

Для определения адаптивного шага обучения с использованием метода наискорейшего спуска необходимо определить такой шаг обучения сети, который минимизирует среднеквадратичную ошибку.

Подставляя выражения для изменения весовых коэффициентов

$$\omega_{ij}(t+1) = \omega_{ij}(t) - \alpha(t) \frac{\partial E_S}{\partial \omega_{ij}(t)}, \quad i = \overline{1,n}, \quad j = \overline{1,m},$$

и порогов нейронных элементов

$$T_j(t+1) = T_j(t) - \alpha(t) \frac{\partial E_S}{\partial T_j(t)}, \quad j = \overline{1,m},$$

в (4), получим:

$$y_j^k(t+1) = \sum_i \left(\omega_{ij}(t) - \alpha(t) \frac{\partial E_S}{\partial \omega_{ij}(t)} \right) x_i^k - \left(T_j(t) - \alpha(t) \frac{\partial E_S}{\partial T_j(t)} \right), \quad j = \overline{1,m}, \quad k = \overline{1,L}.$$

Тогда

$$y_j^k(t+1) = \sum_i \omega_{ij}(t) x_i^k - T_j(t) - \alpha(t) \cdot \left(\sum_i \frac{\partial E_S}{\partial \omega_{ij}(t)} x_i^k - \frac{\partial E_S}{\partial T_j(t)} \right), \quad j = \overline{1,m}, \quad k = \overline{1,L},$$

или в сокращенном виде:

$$y_j^{k\prime} = \sum_i \omega_{ij} x_i^k - T_j - \alpha \cdot \left(\sum_i \frac{\partial E_S}{\partial \omega_{ij}} x_i^k - \frac{\partial E_S}{\partial T_j} \right), \quad j = \overline{1,m}, \quad k = \overline{1,L}.$$

Обозначим:

$$a_j^k = \sum_i \frac{\partial E_S}{\partial \omega_{ij}} x_i^k - \frac{\partial E_S}{\partial T_j}, \quad j = \overline{1,m}, \quad k = \overline{1,L}. \tag{5}$$

Брич Виктор Григорьевич. *К.т.н.., доцент каф. ЭВМиС БГТУ.*
Махнист Леонид Петрович. *К.т.н., доцент каф. ЭВМиС Бресткого государственного технического университета.*
БГТУ, Беларусь, г. Брест, ул. Московская 267.

Поэтому $y_j^{k'} = y_j^k - \alpha \cdot a_j^k, \quad j = \overline{1,m}, \quad k = \overline{1,L}$.

Для определения адаптивного шага обучения необходимо найти такое значение α, чтобы среднеквадратичная ошибка была минимальной:

$$\min_{\alpha} E_S = \min_{\alpha} \frac{1}{2} \sum_k \sum_j \left(y_j^{k'} - t_j^k \right)^2 =$$
$$= -\min_{\alpha} \frac{1}{2} \sum_k \sum_j \left(y_j^k - \alpha \cdot a_j^k - t_j^k \right)^2 .$$

Тогда

$$\frac{\partial E_S}{\partial \alpha} = \sum_k \sum_j \left(y_j^k - \alpha \cdot a_j^k - t_j^k \right) \times \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(y_j^k - \alpha \cdot a_j^k - t_j^k \right) =$$
$$= \sum_k \sum_j \left(y_j^k - \alpha \cdot a_j^k - t_j^k \right) \cdot \left(-a_j^k \right) =$$
$$= \sum_k \sum_j \left(\alpha \cdot a_j^{k^2} - a_j^k \left(y_j^k - t_j^k \right) \right) =$$
$$= \alpha \cdot \sum_k \sum_j a_j^{k^2} - \sum_k \sum_j a_j^k \left(y_j^k - t_j^k \right) = 0 .$$

Отсюда $\alpha = \dfrac{\sum_k \sum_j a_j^k \left(y_j^k - t_j^k \right)}{\sum_k \sum_j a_j^{k^2}}$.

Учитывая, что $\dfrac{\partial^2 E_S}{\partial \alpha^2} = \sum_k \sum_j a_j^{k^2} > 0$, то при таком α достигается минимальное значение среднеквадратичной ошибки.

Так как

$$\frac{\partial E_S}{\partial \omega_{ij}(t)} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \omega_{ij}(t)} \sum_p \sum_q \left(y_q^p - t_q^p \right)^2 =$$
$$= \frac{1}{2} \sum_p \frac{\partial}{\partial \omega_{ij}(t)} \left(y_j^p - t_j^p \right)^2 = \qquad (6)$$
$$= \sum_p \left(y_j^p - t_j^p \right) \frac{\partial}{\partial \omega_{ij}(t)} \left(y_j^p - t_j^p \right) =$$
$$= \sum_p \left(y_j^p - t_j^p \right) \frac{\partial}{\partial \omega_{ij}(t)} \left(\sum_i \omega_{ij} x_i^p - T_j - t_j^p \right) =$$
$$= \sum_p \left(y_j^p - t_j^p \right) \cdot x_i^p ,$$
$$\left(i = \overline{1,n}, \quad j = \overline{1,m} \right)$$

и

$$\frac{\partial E_S}{\partial T_j(t)} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial T_j(t)} \sum_p \sum_q \left(y_q^p - t_q^p \right)^2 =$$
$$= \frac{1}{2} \sum_p \frac{\partial}{\partial T_j(t)} \left(y_j^p - t_j^p \right)^2 =$$
$$= \sum_p \left(y_j^p - t_j^p \right) \frac{\partial}{\partial T_j(t)} \left(y_j^p - t_j^p \right) =$$
$$= \sum_p \left(y_j^p - t_j^p \right) \frac{\partial}{\partial T_j(t)} \left(\sum_i \omega_{ij} x_i^p - T_j - t_j^p \right) = \qquad (7)$$
$$= -\sum_p \left(y_j^p - t_j^p \right), \quad \left(j = \overline{1,m} \right)$$

то, подставляя эти соотношения в (5), имеем:

$$a_j^k = \sum_i \frac{\partial E_S}{\partial \omega_{ij}(t)} x_i^k - \frac{\partial E_S}{\partial T_j(t)} =$$
$$= \sum_i \sum_p \left(y_j^p - t_j^p \right) x_i^p x_i^k + \sum_p \left(y_j^p - t_j^p \right) =$$
$$= \sum_p \left(y_j^p - t_j^p \right) \sum_i x_i^p x_i^k + \sum_p \left(y_j^p - t_j^p \right) =$$
$$= \sum_p \left(y_j^p - t_j^p \right) \cdot \left(\sum_i x_i^p x_i^k + 1 \right) .$$

Таким образом

$$\alpha(t) = \frac{\sum_{k=1}^{L} \sum_{j=1}^{m} a_j^k \left(y_j^k - t_j^k \right)}{\sum_{k=1}^{L} \sum_{j=1}^{m} a_j^{k^2}} ,$$

где $a_j^k = \sum_{p=1}^{L} \left(y_j^p - t_j^p \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^p x_i^k + 1 \right)$, $j = \overline{1,m}, \quad k = \overline{1,L}$, что и требовалось доказать.

Учитывая (6), (7), получим выражения для модификации синаптических связей с использованием адаптивного шага обучения (2) и (3) соответственно:

$$\omega_{ij}(t+1) = \omega_{ij}(t) - \alpha(t) \frac{\partial E_S}{\partial \omega_{ij}(t)} =$$
$$= \omega_{ij}(t) - \alpha(t) \cdot \sum_{k=1}^{L} \left(y_j^k - t_j^k \right) \cdot x_i^k , \quad i = \overline{1,n}, \quad j = \overline{1,m}$$

$$T_j(t+1) = T_j(t) - \alpha(t) \frac{\partial E_S}{\partial T_j(t)} =$$
$$= T_j(t) + \alpha(t) \cdot \sum_{k=1}^{L} \left(y_j^k - t_j^k \right), \quad j = \overline{1,m} .$$

Теорема доказана.

Следствие 1. В случае одного j – ого выходного нейронного элемента, соотношение (1), примет вид:

$$\alpha(t)=\frac{\sum\limits_{k=1}^{L} a_j^k\left(y_j^k-t_j^k\right)}{\sum\limits_{k=1}^{L} a_j^{k^2}}, \qquad (8)$$

где

$$a_j^k=\sum_{p=1}^{L}\left(y_j^p-t_j^p\right)\cdot\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^p x_i^k+1\right),\quad k=\overline{1,L}.$$

Следствие 2. В случае одного образа, т. е. при $L=1$, соотношение (1), принимает вид [1]:

$$\alpha(t)=\frac{\sum\limits_{j=1}^{m} a_j\left(y_j-t_j\right)}{\sum\limits_{j=1}^{m} a_j^{2}},$$

где $a_j=\left(y_j-t_j\right)\cdot\left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2+1\right),\quad j=\overline{1,m}$, или

$$\alpha(t)=\frac{\sum\limits_{j=1}^{m} a_j\left(y_j-t_j\right)}{\sum\limits_{j=1}^{m} a_j^{2}}= \qquad (9)$$

$$=\frac{\sum\limits_{j=1}^{m} a_j\left(y_j-t_j\right)}{\sum\limits_{j=1}^{m} a_j\left(y_j-t_j\right)\cdot\left(\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2+1\right)}=\frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2+1}$$

Модификация синаптических связей в этом случае определяется выражениями:

$$\omega_{ij}(t+1)=\omega_{ij}(t)-\frac{\left(y_j-t_j\right)\cdot x_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2+1}, \qquad (10)$$

$$j=\overline{1,m},\quad i=\overline{1,n}$$

$$T_j(t+1)=T_j(t)+\frac{\left(y_j-t_j\right)}{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2+1},\quad j=\overline{1,m}. \qquad (11)$$

Соотношения (1), (8), (9) можно получить, используя выражение оптимальной величины шага для метода наискорейшего спуска [2]:

$$\alpha(t)=\Big[\sum_i\sum_j\left(\frac{\partial E_S}{\partial\omega_{ij}}\right)^2+\sum_j\left(\frac{\partial E_S}{\partial T_j}\right)^2\Big]\div$$

$$\div\Big[\sum_i\sum_j\sum_p\sum_q\frac{\partial^2 E_S}{\partial\omega_{ij}\partial\omega_{pq}}\frac{\partial E_S}{\partial\omega_{ij}}\frac{\partial E_S}{\partial\omega_{pq}}+. \qquad (12)$$

$$+2\cdot\sum_i\sum_j\sum_k\frac{\partial^2 E_S}{\partial\omega_{ij}\partial T_k}\frac{\partial E_S}{\partial\omega_{ij}}\frac{\partial E_S}{\partial T_k}+$$

$$+\sum_j\sum_k\frac{\partial^2 E_S}{\partial T_j\partial T_k}\frac{\partial E_S}{\partial T_j}\frac{\partial E_S}{\partial T_k}\Big]$$

Так, например, используя последнее соотношение, получим (9). Действительно, учитывая, что $\frac{\partial E_S}{\partial\omega_{ij}}=\left(y_j-t_j\right)x_i,\ \frac{\partial E_S}{\partial T_j}=-\left(y_j-t_j\right)$, имеем:

$$\frac{\partial^2 E_S}{\partial\omega_{ij}\partial\omega_{pq}}=\frac{\partial}{\partial\omega_{pq}}\left(y_j-t_j\right)x_i=$$

$$=\frac{\partial}{\partial\omega_{pq}}\left(\sum_i\omega_{ij}x_i-T_j-t_j\right)x_i=x_i x_p,$$

если $j=q$, и $\frac{\partial^2 E_S}{\partial\omega_{ij}\partial\omega_{pq}}=0$ в противном случае;

$$\frac{\partial^2 E_S}{\partial\omega_{ij}\partial T_k}=\frac{\partial}{\partial T_k}\left(y_j-t_j\right)x_i=$$

$$=\frac{\partial}{\partial T_k}\left(\sum_i\omega_{ij}x_i-T_j-t_j\right)x_i=-x_i,$$

если $j=k$, и $\frac{\partial^2 E_S}{\partial\omega_{ij}\partial T_k}=0$ в противном случае;

$$\frac{\partial^2 E_S}{\partial T_j\partial T_k}=\frac{\partial}{\partial T_k}\left(-y_j+t_j\right)=$$

$$=\frac{\partial}{\partial T_k}\left(-\sum_i\omega_{ij}x_i+T_j+t_j\right)=1,$$

если $j=k$, и $\frac{\partial^2 E_S}{\partial T_j\partial T_k}=0$ в противном случае.

Тогда

$$\alpha(t)=[\sum_i\sum_j\left(\frac{\partial E_S}{\partial\omega_{ij}}\right)^2+\sum_j\left(\frac{\partial E_S}{\partial T_j}\right)^2]\div$$

$$\div[\sum_i\sum_j\sum_p\frac{\partial^2 E_S}{\partial\omega_{ij}\partial\omega_{pj}}\frac{\partial E_S}{\partial\omega_{ij}}\frac{\partial E_S}{\partial\omega_{pj}}+$$

$$+2\cdot\sum_i\sum_j\frac{\partial^2 E_S}{\partial\omega_{ij}\partial T_j}\frac{\partial E_S}{\partial\omega_{ij}}\frac{\partial E_S}{\partial T_j}+\sum_j\frac{\partial^2 E_S}{\partial T_j^2}\left(\frac{\partial E_S}{\partial T_j}\right)^2$$

Следовательно

$$\alpha(t)=[\sum_i\sum_j\left(\left(y_j-t_j\right)x_i\right)^2+\sum_j\left(-\left(y_j-t_j\right)\right)^2]\div$$

$$\div[\sum_i\sum_j\sum_p x_i x_p\left(y_j-t_j\right)x_i\left(y_j-t_j\right)x_p+$$

$$+2\sum_i\sum_j\left(-x_i\right)\left(y_j-t_j\right)x_i\left(-\left(y_j-t_j\right)\right)+\sum_j\left(-\left(y_j-t_j\right)^2\right)]=$$

$$=[\sum_j\left(y_j-t_j\right)^2\sum_i x_i^2+\sum_j\left(y_j-t_j\right)^2]\div$$

$$\div[\sum_i\sum_j\sum_p x_i^2 x_p^2\left(y_j-t_j\right)^2+$$

$$+2\cdot\sum_i\sum_j\left(y_j-t_j\right)^2 x_i^2+\sum_j\left(y_j-t_j\right)^2]=$$

$$=[\sum_j\left(y_j-t_j\right)^2\left(\sum_i x_i^2+1\right)]\div$$

$$\div[\sum_j\left(y_j-t_j\right)^2\sum_i x_i^2\sum_p x_p^2+$$

$$+2\cdot\sum_j\left(y_j-t_j\right)^2\sum_i x_i^2+\sum_j\left(y_j-t_j\right)^2]=$$

$$=\frac{\sum_j\left(y_j-t_j\right)^2\left(\sum_i x_i^2+1\right)}{\sum_j\left(y_j-t_j\right)^2\left(\sum_i x_i^2\sum_p x_p^2+2\cdot\sum_i x_i^2+1\right)}=$$

$$=\frac{\sum_j\left(y_j-t_j\right)^2\left(\sum_i x_i^2+1\right)}{\sum_j\left(y_j-t_j\right)^2\left(\sum_i x_i^2+1\right)^2}=\frac{1}{\sum_i x_i^2+1}$$

Заметим, что соотношение (12) может быть использовано для получения выражений величины адаптивного шага обучения и для других функций E_S, например, $E_S=\sum_k\sum_j\left|y_j^k-t_j^k\right|$.

Приведем алгоритм обучения нейронной сети, использующий соотношения (1)-(4):

1. Задается минимальная среднеквадратичная ошибка сети E_m, которой необходимо достичь в процессе обучения.

2. Случайным образом инициализируются весовые коэффициенты сети ω_{ij} $\left(i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,m}\right)$, и пороговые значения нейронных элементов T_j $\left(j=\overline{1,m}\right)$.

3. Подаются входные образы $\overline{x^k}=\left(x_1^k,\ldots,x_n^k\right)$ $\left(k=\overline{1,L}\right)$ на нейронную сеть и вычисляются векторы $\overline{y^k}=\left(y_1^k,\ldots,y_m^k\right)$ $\left(k=\overline{1,L}\right)$ выходной активности сети, определяемые соотношениями (4).

4. Вычисляется величина адаптивного шага обучения $\alpha(t)$, определяемая соотношением (1).

5. Производится изменение весовых коэффициентов $\omega_{ij}(t+1)$ $\left(i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,m}\right)$ и порогов нейронной сети $T_j(t+1)$ $\left(j=\overline{1,m}\right)$ согласно выражениям (2) и (3), соответственно.

6. Алгоритм завершает свою работу, если суммарная среднеквадратичная ошибка сети $E_S=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{L}\left(y_j^k-t_j^k\right)^2$ не превосходит заданной величины E_m, т. е. $E_S\geq E_m$, в противном случае выполняется п. 2.

В зависимости от решаемой задачи (п. 4, 5 алгоритма) можно комбинировать следующие методы изменения весовых коэффициентов и порогов нейронной сети:

1. *Метод координатной релаксации.* На каждом шаге “ликвидируют” наибольшее по абсолютной величине значение $E_S(j)=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{L}\left(y_j^k-t_j^k\right)^2$ средне-квадратичной ошибки j – ого нейронного элемента выходного слоя путем исправления весовых коэффициентов $\omega_{ij}(t+1)$ $\left(i=\overline{1,n}\right)$ и порога нейронной сети $T_j(t+1)$ согласно выражениям (2) и (3), с учетом соотношения (8).

2. *Метод групповой релаксации.* На каждом шаге “ликвидируют” наибольшее по абсолютной величине значение $E_S(k)=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{m}\left(y_j^k-t_j^k\right)^2$ путем исправления весовых коэффициентов $\omega_{ij}(t+1)$ $\left(i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,m}\right)$ и порогов нейронной сети $T_j(t+1)$ $\left(j=\overline{1,m}\right)$ согласно выражениям (9), (10), для соответствующего k – ого образа.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Golovko V., Savitsky Ju., Gladyschuk V. Predicting Neural Net // Proceedings Int. Conf. CM NDT-D5. – Berlin:DGZfP. – 1995. – P. 348-353.
2. Головко В. А. Нейроинтеллект: теория и применение. Книга 1: Организация и обучение нейронных сетей с прямыми и обратными связями. – Брест: Изд. БПИ, 1999. – 264 с.

УДК 624.014.45

Лукша Л.К., Набил Ал Мхана, Пастушков Г.П.

О РАСЧЕТЕ ПРОЧНОСТИ ТРЕХСЛОЙНЫХ ТРУБОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В работах [1, 2] рассмотрен вопрос расчета прочности трехслойных трубобетонных элементов. Расчет создан в рамках фундаментального научного направления в теории трубобетона, разработанного в трудах [3, 4] и развитого в последующих работах [5, 6] и др. Поскольку конструкция трехслойного трубобетонного элемента является внутренне статически неопределяемой, то для построения метода расчета элемента необходимо рассмотрение условий совместности перемещений. В работах [1, 2] условие совместности формулировалось, как разность суммы относительных перемещений стальных труб и относительного перемещения бетонного ядра, равная нулю. В таком случае уравнение совместности записывается в виде

$$\varepsilon_{se} + \varepsilon_{si} - \varepsilon_b = 0\,. \qquad (1)$$

Однако возможна и другая запись уравнения совместности:

$$\varepsilon_{se} + \varepsilon_{si} = 2\varepsilon_b\,, \qquad (2)$$

которую можно сформулировать как равенство суммы относительных деформаций стальных труб удвоенной относительной деформации бетонного ядра. Цель настоящей статьи – выяснить влияние условий совместности на точность расчетных формул, полученных из двух разных уравнений совместности.

Расчетная формула для определения бокового давления бетонного ядра на стальные трубы в предельном состоянии в первом случае (условие (1)) будет иметь вид

$$\left|\sigma_0\right| = \frac{\sigma_y^e - \alpha_s \cdot \sigma_y^i + \alpha \cdot R_b}{A - B} \cdot \left(1 - \beta_{se}^{-\frac{A-B}{B}}\right), \qquad (3)$$

где

$$A - B = \nu_s \cdot \alpha_s \cdot \left(\frac{3\beta_{si} - 1}{2(\beta_{si} - 1)} - \gamma\right) + \alpha \cdot \left(K - 2\nu_b\right) - 1\,. \qquad (4)$$

$$B = 1 + \nu_s\,,$$

ν_s, ν_b – коэффициенты Пуассона стали труб и бетона в пластической стадии $\nu_s=\nu_b=0.5$, σ_y^e, σ_y^i – пределы текучести или расчетные сопротивления стали наружной и внутренней труб, R_b – призменная прочность или расчетное сопротивление бетона ядра, $\alpha=E_{se}/E_b$ – отношение модулей упругости стали и бетона, $\alpha_s=E_{se}/E_{si}$ – отношение модулей упругости стали наружной и внутренней труб, $\beta_s=D_e/D_i$ – отношение наружного к внутреннему диаметру наружной трубы, $\beta_i=d_e/d_i$ – отношение наружного к внутреннему диаметру внутренней трубы, γ – коэффициент эффективности бокового давления для внутренней трубы

$$\gamma = \frac{\beta_i^2}{\beta_i^2 - 1} \cdot \left(1 + \frac{2\ln\frac{1}{\beta_i}}{\beta_i^2 - 1}\right), \qquad (5)$$

K – коэффициент эффективности бокового давления, действующего на наружную трубу. Можно принимать $K=4$, либо вычислять его из гиперболической формулы [5]:

$$K = 10 - 100\sigma_o/(R_b + 15\sigma_o). \qquad (6)$$

Если же исходить из уравнения совместности (2), то расчетная формула для бокового давления будет иметь вид:

$$\left|\sigma_0\right| = \frac{\sigma_y^e - \alpha_s \cdot \sigma_y^i + 2\alpha \cdot R_b}{A_1 - B} \cdot \left(1 - \beta_{se}^{-\frac{A_1-B}{B}}\right), \qquad (7)$$

где

$$A_1 - B = \nu_s \cdot \alpha_s \cdot \left(\frac{3\beta_{si} - 1}{2(\beta_{si} - 1)} - \gamma\right) + 2\alpha \cdot \left(K - 2\nu_b\right) - 1\,. \qquad (8)$$

Из сравнения зависимостей (3) и (7) а также (4) и (8) видно, что они отличаются множителями, равными 2, при некоторых слагаемых рассматриваемых формул. Поскольку сомножитель 2 имеется и в числителе и в знаменателе формулы (7), то его влияние в некоторой степени взаимно уравновешивается для выражения, стоящего перед скобкой формулы (7). Однако, поскольку сомножитель 2 содержится в функции параметров трехслойного трубобетонного элемента (8), то он в равной степени будет влиять на величину степенно-показательной функции, стоящей в скобках формулы (7). Поэтому для оценки общего влияния сомножителя 2 были произведены расчеты несущей способности негибких трехслойных трубобетонных элементов, в которых боковое давление вычислялось по обеим формулам (3) и (7).

Несущая способность элемента определялась по формуле

$$N_{sb} = (R_b + K \cdot \sigma_o)A_b + \sigma_{ze} \cdot A_{se} + \sigma_{zi} \cdot A_{si}\,, \qquad (9)$$

где A_b, A_{se}, A_{si} - площади поперечных соотвественно сечений бетонного ядра, наружной и внутренней труб; σ_{ze}, σ_{zi} - осевые расчетные сопротивления стальных труб с учетом сложного напряженного их состояния:

Лукша Л. К. *Д.т.н., профессор. Беларусь, г. Минск: 8-0172659579; Польша, г. Ченстохова: 8-1048601097096.*
Набил Ал Мхана. *Беларусь, г. Минск: 8-0172760305.*
Пастушков Г.П.