

внутреннего трения и удельное сцепление, необходимо иметь ввиду, что для намывных грунтов эти параметры будут меньше, чем для грунтов природного сложения одинаковой плотности и влажности.

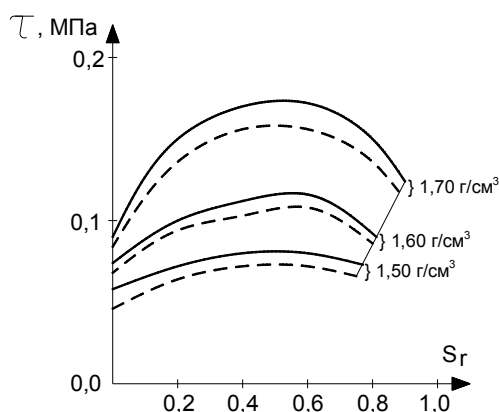


Рисунок 1 – Зависимость сопротивления песков сдвигу при $\sigma = 0,1$ МПа от степени влажности, плотности: пески (серия опытов I); пески (серия опытов II)

Таким образом, очевидно, что на намывные грунты нельзя переносить зависимости, характерные для природных песков естественного сложения, так как структура таких техногенных отложений целиком обусловлена литолого – петрографическими особенностями карьерных пород и технологией их намыва.

The research results show the dependence of strength characteristics of soils on their physical condition and geomorphology. It is found that the shear resistance value is affected by the particle roundness and humidity.

Список литературы

1. Мангушев, Р. А. Механика грунтов / Р. А. Мангушев, В. Д Карлов, И. И. Сахаров // Учебник. – М.: Издательство строительных вузов, 2009. – 264 с.
2. Винокуров, Е.Ф. Строительство на пойменно – намывных основаниях / Е.Ф. Винокуров, А.С Карамышев // – Минск: Вышэйшая школа, 1980. – 208 с.
3. Терцаги К. Механика грунтов в инженерной практике / К. Терцаги, Р. Пек // М.: Госстройиздат, 1958.
4. Гольдштейн, М. Н. Внезапное разжижение песка / М. Н Гольдштейн // – В книге «Вопросы геотехники». – М. : Госстройиздат, 1953.
5. Иванов, И.П. О влиянии плотности и влажности на сопротивление сдвигу песков / И.П. Иванов, Н.П. Иваникова, О.П. Коробкова // Основания, фундаменты и механика грунтов. – Ленинград, 1978.

УДК 624.014.27

В. И. ДРАГАН, К. К. ГЛУШКО

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СТЕРЖНЕЙ СТАЛЬНЫХ СЕТЧАТЫХ КУПОЛОВ С ЖЁСТКИМИ УЗЛАМИ ПРИ ДЕЙСТВИИ УЗЛОВОЙ НАГРУЗКИ

Получены зависимости для определения напряжённо-деформированного состояния фрагмента сетчатого купола. В работе развит принцип возможных перемещений, применённый В. А. Савельевым [8, 9, 10], для упруго-податливых узловых соединений для сетчатых куполов с произвольными типами сечений. Полученные формулы справедливы для случая постоянной по величине узловой нагрузки на сетчатый купол.

Введение. Существующие приближенные методы расчёта куполов как сплошных оболочек [1, 2, 3], так и аналитические, реализуемые при помощи МКЭ в расчётных программных комплексах в большинстве случаев не описывают геометрически нелинейный процесс деформирования сетчатых куполов. Таким образом необходима проверка местной устойчивости и изменения усилий в стержнях при деформировании сетчатого купола вне зависимости от выбранного метода расчёта.

Местная потеря устойчивости сетчатого купола наступает при «прощёлкивании» к центру кривизны фрагмента купола. Указанная проблема освещалась в различных работах [4, 5, 6, 7]. Однако принятые допущения не всегда позволяют точно определить критическую узловую нагрузку. В работах [8, 9, 10], рассмотрен процесс деформирования фрагмента купола с шарнирными и жёсткими узлами. Однако напряжённо-деформированное состояние жёстко-стержневых пологих многогранников, склонных к «прощёлкиванию», достаточно точно не описано. Все перечисленные методы применимы для сетчатых оболочек сферической формы.

Общая часть. Метод, изложенный ниже, предлагается применить для исследования местной устойчивости и определения усилий и деформаций сетчатых оболочек произвольной формы и нерегулярной решёткой, разнотипными жесткостями стержней сетчатой конструкции, различного рода закрепления отдельных стержней.

Допущения, принятые в расчёте: изменением углов (α_i) между стержнями, сходящимися в один узел, можно пренебречь за малостью этого углового перемещения (рисунок 1); изменением длины проекции изогнутой формы стержня от действия изгибающего момента на хорду этого стержня можно пренебречь; деформирование стержня происходит упруго; в ходе всего процесса деформирования пологой пирамиды потери устойчивости её стержней и стержней соседних пирамид не происходит; углы наклона стержней к касательной плоскости к поверхности оболочки в точке расположения узла малы; прямая, соединяющая центр кривизны в точке и саму исследуемую точку лежит в плоскости наибольшей жёсткости рассматриваемых стержней; узловая нагрузка неизменна по величине для каждого из узлов сетчатой конструкции.

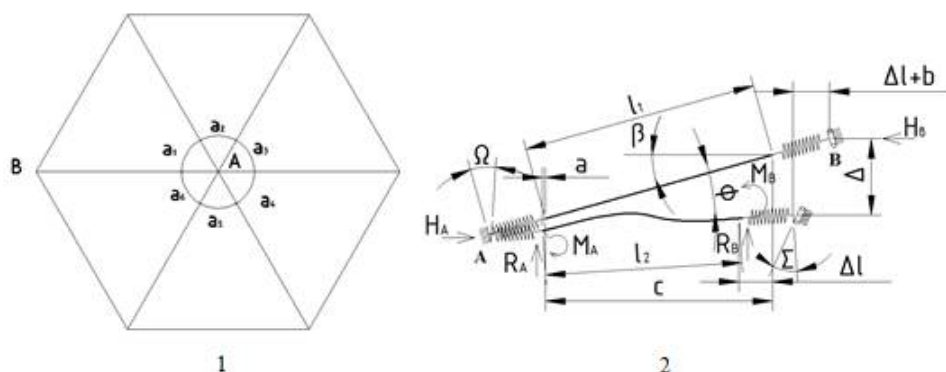


Рисунок 1 – Рассматриваемый фрагмент стержневой оболочки (1) и расчётная схема стержня AB (2)

Рассмотрим стержень AB . Угол наклона оси стержня к касательной плоскости обозначим за β . При угловом перемещении хорды стержня произойдёт перемещение опор A и B . Угол φ отсчитывается от первоначального направления хорды в направлении действия нагрузки. При этом произойдёт приращение продольной силы N , поперечной силы Q и моментов M . Сумма проекций внутренних сил равна реакции опор R_i :

$$R_i = N \sin(\beta - \varphi) + Q \cos(\beta - \varphi), \quad (1)$$

где N – продольная сила, вызванная линейными перемещениями опор, Q – сумма реакций опор, вызванных относительным смещением опоры B от опоры A и поворотов опор A и B , полученных в системе без учёта геометрической нелинейности. Для удобства использования формулы (1) следует разложить $\cos(\beta - \varphi)$ и $\sin(\beta - \varphi)$ в ряд Тейлора-Маклорена с точностью до третьего слагаемого.

$$\begin{cases} \cos(\beta - \varphi) \approx 1 - \frac{(\beta - \varphi)^2}{2!} + \frac{(\beta - \varphi)^4}{4!} \\ \sin(\beta - \varphi) \approx (\beta - \varphi) - \frac{(\beta - \varphi)^3}{3!} + \frac{(\beta - \varphi)^5}{5!} \end{cases} \quad (2)$$

Поскольку углы β, φ – малые, а величины $(\beta - \varphi)^n$ являются малыми величинами n – го порядка и близки к нулю. Таким образом, можно принять, что $\cos(\beta - \varphi) \approx 1$, $\sin(\beta - \varphi) \approx (\beta - \varphi)$.

Перепишем уравнение (1) в следующем виде:

$$R_i = N(\beta - \varphi) + Q. \quad (3)$$

Продольную силу N запишем, исходя из закона Гука:

$$N = EA\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} EA \approx \frac{\Delta l}{c} EA, \quad (4)$$

где A – площадь поперечного сечения стержня (м^2),

E – модуль упругости материала стержня (Па),

c – проекция длины l стержня AB на касательную плоскость (м),

ε – относительная деформация.

Выразим первоначально Δl_N через перемещения:

$$\Delta l \approx \Delta l_N - a - b, \quad (5)$$

где Δl_N – изменение длины хорды стержня при изменении угла φ и неподвижных опорах A и B ,

a, b – перемещения узлов A и B из – за силовой отпорности опор A и B .

Запишем выражение для определения Δl_N , используя [10]:

$$\Delta l_N = c\phi\left(\beta - \frac{1}{2}\phi\right). \quad (6)$$

Для определения перемещений опор a и b используем расчётную схему (рис. 1), полагая, что группы элементов сетчатой оболочки за опорами A и B имеют линейную характеристику деформирования. Так, они представлены в виде пружин, последовательно соединённых с рассматриваемым стержнем. Запишем перемещения $a, b, \Delta l$ следующим образом:

$$k_1 a = \frac{EA\Delta l}{c} b = k_1 \Delta l = N. \quad (7)$$

Заменим жёсткости опор на перемещения от единичной силы (м/Н):

$$\delta_A = \frac{1}{k_1}, \delta_B = \frac{1}{k_2}. \quad (8)$$

Выражение (5) может быть переписано в другом виде:

$$\Delta l = c\phi\left(\beta - \frac{1}{2}\phi\right) / 1 + \frac{EA}{c} (\delta_A + \delta_B). \quad (9)$$

Относительная деформация может быть записана следующим образом:

$$\varepsilon \approx \frac{\Delta l}{c} = \phi\left(\beta - \frac{1}{2}\phi\right) / 1 + \frac{EA}{c} (\delta_A + \delta_B). \quad (10)$$

Для удобства использования формул введена переменная $\xi = \varphi / \beta$ выражающую долю углаповорота φ от β . Продольная сила N запишется при рассмотрении деформированной схемы следующим образом:

$$N = EA\beta^2 \xi\left(1 - \frac{1}{2}\xi\right) / \left(1 + \frac{EA}{c} (\delta_A + \delta_B + \delta_u)\right), \quad (11)$$

где A – площадь поперечного сечения стержня (м^2),

E – модуль упругости материала стержня (Па),

c – проекция длины l стержня AB на касательную плоскость (м),

$\delta_A, \delta_B, \delta_u$ – податливости опор A и B фрагмента и угловая податливость соответственно (м/Н).

Рассмотрим изменение момента в радиальной плоскости движения стержня. Углы ориентации стержней в узле (углы между плоскостями наибольшей жёсткости и радиальной плоскостью) малы [8,9]. С небольшой погрешностью можно принять, что линии пересечения этих плоскостей параллельны нормали к поверхности сетчатой оболочки в рассматриваемой точке. Деформацию стержня в радиальной плоскости необходимо рассмотреть потому, что в этом направлении будет происходить перемещение вершины пологой пирамиды, образованной стержнями сетчатой конструкции, объединёнными в узле-вершине.

Изгибающие моменты можно вычислить путём суммирования моментов, которые возникают от угловых перемещений торцов стержня. Сложное движение стержня и его деформации можно рассмотреть как сумму простых перемещений. Для этого воспользуемся табличными эпюрами метода перемещений. Рассмотрим вертикальное перемещение опоры B на рисунке 2.

При вертикальном перемещении опоры B , хорда стержня поворачивается на угол φ . Вместе с тем из-за податливости опор A и B происходит поворот заделок, вызванный моментами на торцах стержня. Здесь и в последующих выражения i – погонная изгибная жёсткость стержня. Полагая прямую пропорциональность углов поворота от момента, можно выразить следующие зависимости:

$$\vartheta_A = M_A(r_A + r_u), \vartheta_B = M_B(r_B + r_u), \quad (12)$$

где ϑ_A, ϑ_B – углы поворота заделок A и B , вызванные действием моментов M_A, M_B на торцах стержня.

r_A, r_B – удельные угловые деформации стержней в узле (рад/Нм),

r_u – удельная угловая деформация узла (рад/Нм).

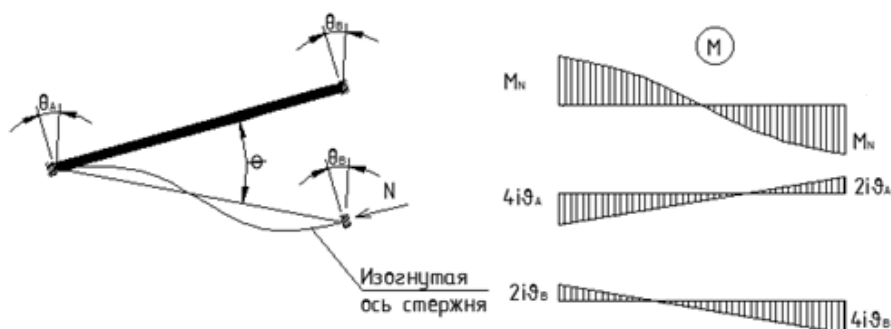


Рисунок 2 – Схема деформации стержня при перемещении заделки и эпюры моментов при перемещении заделки и поворотах заделок

Суммируя значения моментов на каждой из опор, можно составить следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} M_A = 6i\varphi - 4iM_{A r_A} - 2iM_{B r_B} + Nc(\varphi - M_{A r_A}) \\ M_B = 6i\varphi - 4iM_{B r_A} - 2iM_{A r_A} + Nc(\varphi - M_{B r_B}) \end{cases}, \quad (13)$$

$6i\varphi$ – величина изгибающего момента при взаимном перемещении жёстких заделок на угол φ . Распор в расчётной схеме из-за малости углов наклона приближенно равен действующей продольной силе в стержне. Поэтому выражение момента от распора выражено как $M_{NA} = Nc(\varphi - M_{A r_A})$ или $M_{NB} = Nc(\varphi - M_{B r_B})$ для точек A и B соответственно. Из системы уравнений (13) можно выразить значения моментов относительно переменной ζ :

$$\begin{cases} M_A = \beta \xi \frac{(6i + Nc)(1 + 2ir_B + Ncr_B)}{(1 + 4ir_A + Ncr_A)(1 + 4ir_B + Ncr_B) - 4i^2 r_A r_B} \\ M_B = \beta \xi \frac{(6i + Nc)(1 + 2ir_A + Ncr_A)}{(1 + 4ir_A + Ncr_A)(1 + 4ir_B + Ncr_B) - 4i^2 r_A r_B} \end{cases} \quad (14)$$

Поперечные силы в стержнях определяются согласно [11].

Узловая нагрузка на узлы пирамиды равна сумме проекций продольных и поперечных сил в стержнях. Местная потеря устойчивости фрагмента сетчатого купола с количеством n стержней в одном узле не произойдёт, если значение критической нагрузки превысит значение расчётной узловой нагрузки.

$$P = nEA\beta^3 \frac{\xi \left(1 - \frac{1}{2}\xi\right)}{1 + \frac{EA}{c_1}(\delta_{A\Theta} + \delta_u)} (1 - \xi) + \frac{n\beta\xi \left(\frac{6i}{c} + N\right) (2 + 2i(r_A + r_B) + Nc(r_A + r_B))}{(1 + 4ir_A + Ncr_A)(1 + 4ir_B + Ncr_B) - 4i^2 r_A r_B} > P_{уз} \quad (15)$$

Выводы:

1. получена формула для вычисления критической нагрузки на узел для сетчатых конструкций с упругими узлами, нагруженными равной по величине узловой нагрузкой,
2. процесс деформирования стержней пирамиды не будет связан с прямо пропорциональным приращением усилий в стержнях при заданном приращении нагрузки; полагая; равным нулю или бесконечности, можно получить зависимости для сетчатых конструкций с абсолютно жёсткими или шарнирными узлами.

Determined dependencies between the nodal load and internal forces in the rods fragment of the dome in a radial plane at the geometrically nonlinear deformation process fragment system – a single dent.

Список литературы

1. Металлические конструкции: учебное пособие : в 3 т. / В. В. Горев [и др.]. – 3 – е изд., стер. – М.: Высш. школа, 2004. – Т. 2: Конструкции зданий.– 528 с.
2. Лепницкий, М. Е. Купола (расчёт и проектирование): практическое пособие / М. Е. Лепницкий, М. Е. Дьяков. – Ленинград : Стройиздат, 1973. – 129 с.
3. Беленя, Е. И. Металлические конструкции : учебное пособие / Е. И. Беленя. – 6 – е изд., перераб. и доп. – М. : Стройиздат, 1986. – 560 с.
4. Klöppel, K. Zur Berechnung von Netzkuppeln / K. Klöppel, R. Schardt // Der Stahlbau. – 1962. – № 5. – P. 129 – 136.
5. Журавлёв, А. А. Устойчивость пирамидальных элементов сетчатого купола / А. А. Журавлёв // Межотраслевые вопросы строительства / ЦИНИС, реферат. инф. – М., 1972. – Вып. 4. – С. 66 – 70.
6. Журавлёв, А. А. Местная устойчивость куполов с треугольными ячейками / А. А. Журавлёв, В. В. Мартинец // Межотраслевые вопросы строительства / ЦИНИС, реферат. инф. – М., 1971. – Вып. 8. – С. 8 – 10.
7. Matthees, W. Experimentelle und theoretische Untersuchung des Trag – und Stabilitätsverhaltens einschaliger räumlicher Gelenknetzwerke im elastischen Bereich / W. Matthees, P. Wegener // IVBH Kongressbericht. – Berlin, BRD: Bundesanstalt für Materialprüfung, 1972. – S. 473 – 478.
8. Савельев, В. А. Влияние начальных несовершенств и неравномерности загрузки на устойчивость сферического купола с жёсткими узлами / В. А. Савельев // Строительная механика и расчёт сооружений. – 1971. – № 5. – С. 32–34.
9. Савельев, В. А. Теоретические основы проектирования металлических куполов: автореф. дис. д-ра техн. наук : 05.23.01 / В. А. Савельев. – М., 1995. – 39 с.
10. Вольмир, А. С. Устойчивость деформируемых систем / А. С. Вольмир. – 2 – е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1967. – 948 с.
11. Борисевич, А. А. Строительная механика / А. А. Борисевич, Е. М. Сидорович, В. И. Игнатюк. – 2 – е изд., перераб. и доп. – Мн.: БНТУ, 2009. – 756 с.