

Ю. П. Алаев (Алматы)

НОВЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗНАЧЕНИЙ ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ В ОДНОРОДНЫХ СПЛОШНЫХ СРЕДАХ

Для восстановления значений физических параметров в одно-
одных сплошных средах широкое применение нашли дифференциальные
уравнения в частных производных. Подобные задачи нашли широкое
применение в геологии, горном деле, океанологии, экологии, механи-
ке, термодинамике и т.д. Суть задачи сводится к следующему. По име-
ющимся замерам значений параметров $\Phi'(x,y,z)$ в некоторых точках
трекмерной области с координатами $\{x_1, y_1, z_1\}$, определить эти ана-
чения во всех точках этого пространства, на основе функции $U(x,y,z)$,
описывающей закономерности пространственного распределения иссле-
дуемого параметра. Причем в точках наблюдения (замерах) значения
 $\Phi'(x_1, y_1, z_1)$ должны совпадать со значениями искомой функции
 $+U(x_1, y_1, z_1)$. Во многих задачах в качестве функции $U(x,y,z)$
использовать уравнение Лапласа, вида

$$\frac{d^2U}{dx^2} + \frac{d^2U}{dy^2} + \frac{d^2U}{dz^2} = 0$$

с граничными условиями, удовлетворяющими условиям Дирихле (задача
Дирихле). Решение данной задачи может быть получено заменой уравне-
ния Лапласа в дифференциальной форме его конечно-разностным анало-
гом с применением метода сеток (метода конечных разностей).

При значительной разреженности исходных данных по отношению к
плотности узлов сеточной области моделирования, что фактически имеет
место в действительности, количество итераций, необходимых для
достижения заданной точности вычислений ($10^{-2} - 10^{-3}$), достигает
значительных величин (от нескольких десятков, до нескольких сот
итераций). Такое количество итераций при реальных больших размер-
ностях модели требует больших вычислительных ресурсов, что трудно
реализуемо на практике даже при современном уровне развития компью-
терной техники. С целью совершенствования численного метода решения
краевых задач разработан специализированный метод итерации, обес-
печивающий сокращение количества итераций в 2 и более раз при ус-
ловии обеспечения требуемой точности вычислений. Суть метода сво-
дится к использованию классического метода ближайшего района в его
интерпритации для дискретной сети узловых точек в сочетании с ите-
рационным процессом по методу Либмана с использованием метода сеток.