

Учреждение образования
«Брестский государственный технический университет»
Факультет электронно-информационных систем
Кафедра физики

СОГЛАСОВАНО

Заведующий кафедрой

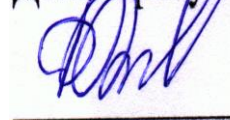


Т.Л.Кушнер

«25» 06 2025 г.

СОГЛАСОВАНО

Декан факультета



В.С.Разумейчик

«25» 06 2025 г.

ЭЛЕКТРОННЫЙ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
«ФИЗИКА»
(название дисциплины)
для специальностей:

6-05-0732-02	Экспертиза и управление недвижимостью
7-07-0732-01	Строительство зданий и сооружений (профилизация: Автомобильные дороги и объекты транспортной инфраструктуры)
7-07-0732-01	Строительство зданий и сооружений (профилизация: Строительство и гражданская инженерия)
7-07-0732-01	Строительство зданий и сооружений (профилизация: Цифровое моделирование и проектирование)
7-07-0732-01	Строительство зданий и сооружений (профилизация: Эффективные строительные технологии)

Составители:

Л.П.Щербаченко – старший преподаватель кафедры физики

В.В.Борущко – старший преподаватель кафедры физики

Рассмотрено и утверждено на заседании научно-методического совета
26.06.2025 г., протокол № 4

пр. и Удк 24/25-279

Пояснительная записка

Актуальность изучения дисциплины

Дисциплина «Физика» является фундаментальной основой подготовки современного инженера, поскольку многие области современной техники, такие как электроника, электро- и радиотехника, приборостроение, машиностроение и технология радиоэлектронных средств, тесно связаны с наукой. Освоение физики позволяет студентам понять принципы работы различных устройств и систем, а также развить аналитическое и экспериментальное мышление. Высшее техническое образование предполагает более глубокое и интенсивное изучение физики, что способствует формированию научного типа мышления. Такое мышление является универсальным инструментом, обеспечивающим объективность и точность результатов в любой профессиональной деятельности инженера. В результате изучения физики у студентов развивается способность к системному анализу, критическому мышлению и решению сложных инженерных задач на основе научных принципов.

Цели и задачи дисциплины

Цель изучения дисциплины «Физика» заключается в формировании у студентов современного физического мышления и научного мировоззрения. Это достигается через изучение основных понятий, законов, принципов и теорий как классической, так и квантовой физики. В рамках курса студенты знакомятся с основными физическими явлениями и процессами, а также их интерпретацией с точки зрения современных научных представлений. Кроме того, важной задачей является ознакомление с методами физических исследований, что создает необходимые предпосылки для дальнейшего профессионального развития студентов в области инженерно-технических наук. Таким образом, обучение физике способствует формированию аналитического мышления, научной культуры и подготовке к решению сложных инженерных задач на основе современных физических знаний.

Задачи:

- создание у студентов широкой теоретической и экспериментальной подготовки в области физики, что позволяет будущим инженерам ориентироваться в потоке научной и технической информации, а также эффективно использовать знания по физике в технических сферах;
- обеспечение методологической подготовки, которая помогает понять процесс познания и структуру научного знания, а также использовать различные физические понятия, определять границы применимости принципов, законов и теорий;
- ознакомление с современной научной аппаратурой и формирование навыков проведения физических экспериментов, что способствует развитию практических умений и экспериментальных навыков;

- овладение примерами и методами решения конкретных задач из различных разделов физики, что способствует развитию аналитического мышления и практических навыков решения инженерных задач;
- формирование умения оценивать степень достоверности результатов, полученных в ходе экспериментальных или теоретических исследований, что важно для критического анализа научных данных и принятия обоснованных инженерных решений;

Электронный учебно-методический комплекс (ЭУМК) объединяет структурные элементы научно-методического обеспечения образования и представляет собой сборник материалов теоретического и практического характера для организации работы студентов специальностей 6-05-0732-02 «Экспертиза и управление недвижимостью», 7-07-0732-01 Строительство зданий и сооружений (профилизация: Автомобильные дороги); 7-07-0732-01 Строительство зданий и сооружений (профилизация: Промышленное и гражданское строительство); 7-07-0732-01 Строительство зданий и сооружений (профилизация: Производство строительных изделий и конструкций) по изучению дисциплины «Физика».

Цифровое моделирование и проектирование

Эффективные строительные технологии

ЭУМК разработан в соответствии со следующими нормативными документами:

- Положением об учебно-методическом комплексе на уровне высшего образования, утвержденным Постановлением Министерства образования Республики Беларусь от 8 ноября 2022г., № 427;
 - Положением об учебно-методическом комплексе по учебной дисциплине учреждения образования «Брестский государственный технический университет», утвержденным от 13.06.2023, № 8;
 - Образовательными стандартами высшего образования по следующим специальностям: 1–70 01 01–2019 Производство строительных изделий и конструкций; 1–70 02 01–2022 Промышленное и гражданское строительство; 1–70 02 02–2019 Экспертиза и управление недвижимостью; 1– 70 03 01–2022 Автомобильные дороги и учебных планов специальностей, направлений специальностей, специализаций;
 - Примерным учебным планом специальности 6-05-0732-02 Экспертиза и управление недвижимостью, утвержденным Министерством образования Республики Беларусь 15.02.2023, регистрационный № 6-05-07-055/пр.;
 - Примерным учебным планом специальности 7-07-0732-01 Строительство зданий и сооружений, утвержденным Министерством образования Республики Беларусь 13.02.2023, регистрационный № 7-07-07-009/пр.;
- и предназначен для реализации требований учебной программы по учебной дисциплине «Физика», утвержденной 23.06.2023, регистрационный номер № УД

23-1-164/уч. (для специальностей 6-05-0732-02 Экспертиза и управление недвижимостью, 7-07-0732-01 Строительство зданий и сооружений (профилизация: Автомобильные дороги), 7-07-0732-01 Строительство зданий и сооружений (профилизация: Промышленное и гражданское строительство), 7-07-0732-01 Строительство зданий и сооружений (профилизация: Производство строительных изделий и конструкций)).

Цели ЭУМК:

- обеспечение качественного методического сопровождения процесса обучения, что предполагает разработку и использование современных учебных материалов, методических рекомендаций и средств контроля знаний для повышения эффективности обучения;
- организацию эффективной самостоятельной работы студентов, способствующей развитию навыков самостоятельного поиска информации, анализа и решения задач, а также формированию ответственности за собственное обучение и профессиональное развитие.

Содержание и объем ЭУМК полностью соответствуют образовательным стандартам высшего образования специальности: 6-05-0732-02 «Экспертиза и управление недвижимостью», 7-07-0732-01 «Строительство зданий и сооружений» (профилизация: Автомобильные дороги), 7-07-0732-01 «Строительство зданий и сооружений» (профилизация: Промышленное и гражданское строительство), 7-07-0732-01 «Строительство зданий и сооружений» (профилизация: Производство строительных изделий и конструкций), а также учебно-программной документации образовательных программ высшего образования. Материал представлен на требуемом методическом уровне и адаптирован к современным образовательным технологиям.

Структура учебно-методического комплекса по дисциплине «Физика»:

Теоретический раздел ЭУМК содержит материалы для теоретического изучения учебной дисциплины и представлен в виде конспекта лекций.

Практический раздел ЭУМК содержит материалы для проведения практических и лабораторных учебных занятий в виде методических указаний. Для проведения части практических занятий по дисциплине используются методические рекомендации, разработанные преподавателями кафедры физики. Все используемые при проведении лабораторных занятий материалы представлены в УМК в электронном виде, а их бумажные экземпляры находятся в учебных лабораториях кафедры физики.

Раздел контроля знаний ЭУМК содержит примерный перечень вопросов, выносимых на зачет или экзамен, позволяющих определить соответствие результатов учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации образовательных программ высшего образования.

Вспомогательный раздел включает список рекомендуемой литературы, который может использовать студент при подготовке к занятиям и сдаче

текущей аттестации, а также учебную программу учреждения высшего образования по учебной дисциплине «Физика».

Рекомендации по организации работы с ЭУМК:

- лекции проводятся с использованием представленных в ЭУМК теоретических материалов, часть материала представляется с использованием персонального компьютера и мультимедийного проектора;
- при подготовке к практическим занятиям, экзамену (зачету), выполнению лабораторных работ и их защите студенты могут использовать конспект лекций и другие материалы, представленные в ЭУМК;
- лабораторные занятия проводятся только в учебной лаборатории, в которой установлено необходимое лабораторное оборудование;
- аттестация (экзамен, зачет и др.) проводится в письменной форме. Вопросы к экзамену (зачету) приведены в разделе контроля знаний.

Электронно-учебно-методический комплекс (ЭУМК) способствует успешному усвоению студентами учебного материала, предоставляя возможности для планирования и самостоятельной работы. Он обеспечивает рациональное распределение учебного времени по темам дисциплины и способствует совершенствованию методики проведения занятий, что повышает эффективность обучения и способствует развитию самостоятельности и ответственности студентов в процессе освоения физики.

ПЕРЕЧЕНЬ МАТЕРИАЛОВ В КОМПЛЕКСЕ

Пояснительная записка	2
I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ	11
Условные обозначения	11
ВВЕДЕНИЕ	15
§1 Предмет физики	15
§2 Общие сведения	15
ЧАСТЬ 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ	17
§3 Кинематика материальной точки и поступательного движения твердого тела	17
§4 Кинематика вращательного движения	21
§5 Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела	22
§6 Динамика вращательного движения	29
§7 Механическая работа. Мощность	34
§8 Энергия. Закон сохранения энергии	37
§9 Соударение тел	40
§10 Элементы специальной теории относительности	41
ЧАСТЬ 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА	46
§11 Статистический и термодинамический методы исследования	46
§12 Характеристики атомов и молекул	46
§13 Параметры состояния	47
§14 Уравнение состояния идеального газа	48
§15 Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов	49
§16 Молекулярно-кинетическая трактовка термодинамической температуры	50
§17 Распределение Максвелла	51
§18 Средние скорости	52
§19 Идеальный газ в однородном поле тяготения	53
§20 Состояние термодинамической системы. Термодинамический процесс	56
§21 Работа, совершаемая системой при изменении объема	57
§22 Внутренняя энергия термодинамической системы	57
§23 Первое начало термодинамики	59
§24 Теплоемкость	60
§25 Тепловые машины	61
§26 Второе начало термодинамики	63
§27 Термодинамическое описание процессов в идеальных газах	65
§28 Жидкое состояние	69
§29 Явления переноса	74
ЧАСТЬ 3. ЭЛЕКТРОСТАТИКА И ПОСТОЯННЫЙ ТОК	78
§30 Электрический заряд. Закон Кулона	78
§31 Электрическое поле. Характеристики электрического поля	79
§32 Графическое изображение электростатических полей	82

§33 Связь между напряженностью электростатического поля и потенциалом	83
§34 Расчет электростатических полей	84
§35 Электрический диполь	87
§36 Диэлектрики в электрическом поле	87
§37 Проводники в электрическом поле	90
§38 Емкость. Энергия электрического поля	91
§39 Электрический ток. Характеристики тока	94
§40 Электродвижущая сила. Напряжение	96
§41 Закон Ома	97
§42 Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа	100
§43 Работа и мощность тока. Закон Джоуля –Ленца	101
ЧАСТЬ 4. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ	102
§44 Магнитное поле	102
§45 Расчет магнитных полей. Закон Био-Савара-Лапласа	105
§46 Законы магнитного поля	105
§47 Действие магнитного поля на проводник с током	109
§48 Магнитный момент. Контур с током в магнитном поле	110
§49 Сила Лоренца	112
§50 Эффект Холла	113
§51 Магнитное поле в веществе	113
§52 Электромагнитная индукция	118
§53 Самоиндукция	120
§54 Взаимная индукция	123
§55 Энергия магнитного поля	124
ЧАСТЬ 5. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ	125
§56 Общие сведения о колебаниях	125
§57 Гармонические колебания	126
§58 Примеры систем, совершающих гармонические колебания	128
§59 Энергия колебаний	132
§60 Сложение гармонических колебаний	133
§61 Затухающие колебания	137
§62 Вынужденные колебания	140
§63 Общие сведения о волнах	145
§64 Плоская монохроматическая волна	147
§65 Звуковые волны	150
§66 Интерференция волн. Стоячие волны	153
§67 Уравнения Максвелла	157
§68 Электромагнитные волны	159
ЧАСТЬ 6. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА	163
§69 Фотометрические величины	163
§70 Связь между фотометрическими величинами и энергией излучения	169
§71 Предмет геометрической оптики	171
§72 Основные законы геометрической оптики	171
§73 Принцип Ферма	174

§74 Основные понятия и приближения геометрической оптики	176
§75 Идеальная оптическая система	178
§76 Уравнение связи между положениями источника и его изображения	180
§77 Примеры простейших оптических систем	183
§78 Сложение оптических систем	185
§79 Линзы	189
§80 Оптические приборы	195
ЧАСТЬ 7. ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА	199
§81 Некоторые сведения из геометрической оптики	199
§82 Интерференция света	201
§83 Интерференция в тонких пленках	204
§84 Применение интерференции	206
§85 Дифракция света	208
§86 Поляризация света	211
§87 Способы получения поляризованного света	213
§88 Вращение плоскости поляризации	215
§89 Тепловое излучение. Закон Кирхгофа	216
§90 Законы Стефана – Больцмана и Вина	220
§91 Гипотеза Планка. Формула Планка	221
§92 Оптическая пирометрия	222
§93 Внешний фотоэлектрический эффект. Законы фотоэффекта	223
§94 Фотон. Свойства фотона	225
§95 Эффект Комптона	226
ЧАСТЬ 8. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ	228
§96 Гипотеза де Бройля	228
§97 Вероятностный смысл волн де Бройля. Волновая функция	230
§98 Соотношения неопределенности Гейзенберга	231
§99 Волновое уравнение Шрёдингера	233
§100 Частица в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме	234
§101 Атом водорода и водородоподобные ионы	236
§102 Принцип Паули. Периодическая система элементов Менделеева	243
ЧАСТЬ 9. ТАБЛИЦЫ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН	246
Таблица 1. Основные физические постоянные	246
Таблица 2. Множители и приставки	247
II. ПРАКТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ	248
Практическое занятие 1. Кинематика поступательного и вращательного движения твердого тела	249
Практическое занятие 2. Динамика и законы сохранения	255
Практическое занятие 3. Механические колебания	262
Практическое занятие 4. Молекулярная физика и термодинамика	268
Практическое занятие 5. Основы термодинамики	271
Практическое занятие 6. Электростатическое поле в вакууме.	276
Практическое занятие 7. Электрическое поле в диэлектрике.	282
Практическое занятие 8. Электростатика. Постоянный электрический ток	287
Практическое занятие 9. Магнитное поле постоянных токов.	

Электромагнитная индукция.	290
Практическое занятие 10. Геометрическая оптика. Построение в тонких линзах	298
Практическое занятие 11. Интерференция света	301
Практическое занятие 12. Дифракция света	304
Практическое занятие 13. Поляризация света	308
Практическое занятие 14. Элементы квантовой механики	311
ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ	317
Лабораторная работа М1. Изучение теории погрешностей и кинематики материальной точки.	317
Лабораторная работа М2. Изучение законов и определение характеристик поступательного и вращательного движения на машине Атвуда.	337
Лабораторная работа М3. Изучение упругого удара.	343
Лабораторная работа М4. Определение скорости пули при помощи крутильного баллистического маятника.	349
Лабораторная работа М5. Изучение законов динамики вращательного движения твёрдого тела вокруг неподвижной оси на маятнике Обербека.	354
Лабораторная работа М6. Определение моментов инерции твёрдых тел с помощью крутильного маятника.	360
Лабораторная работа М7. Изучение физического и математического маятников.	369
Лабораторная работа М9. Диск Максвелла.	377
Лабораторная работа Мол10. Изучение газовых законов. определение показателя адиабаты и политропы.	385
Лабораторная работа Мол13. Определение коэффициента вязкости газа.	395
Лабораторная работа Э1. Определение удельного сопротивления проводника.	399
Лабораторная работа Э3. Исследование свободных затухающих колебаний в колебательном контуре.	407
Лабораторная работа Э4. Изучение законов постоянного электрического тока.	416
Лабораторная работа Э5. Изучение принципа суперпозиции магнитных полей и определение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли.	431
Лабораторная работа Э5а. Изучение релаксационных колебаний в схеме с неоновой лампочкой.	449
Лабораторная работа Э12. Исследование свойств ферромагнетиков.	461
Лабораторная работа Э14. Определение длины электромагнитной волны по методу Лехера.	465
Лабораторная работа О2. Определение основных характеристик системы тонких линз.	470
Лабораторная работа О3. Изучение явлений вращения плоскости поляризации.	483
Лабораторная работа О4. Исследование дисперсии стеклянной призмы.	493

Лабораторная работа О6. Изучение явления интерференции света в тонких пленках на примере колец Ньютона.	502
Лабораторная работа О8. Изучение явления дифракции света с помощью лазера.	513
Лабораторная работа О9. Изучение поляризации отраженного от диэлектриков света.	523
Лабораторная работа О16. Изучение плоской дифракционной решетки.	534
III. РАЗДЕЛ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ	540
Перечень вопросов, выносимых на экзамен (зачет) по дисциплине «Физика»	540
Примерное задание к письменному экзамену по дисциплине «Физика»	545
IV. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ	547
Учебные программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине «Физика»	547
Дополнения и изменения к учебной программе	578

І. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

A – работа

A_r – относительная атомная масса химического элемента

$\vec{a}$ – ускорение

$\vec{a}_n$ – нормальное ускорение

$\vec{a}_\tau$ – тангенциальное ускорение

$\vec{B}$ – магнитная индукция

C – электрическая емкость (электроемкость)

C_V – молярная теплоемкость при постоянном объеме

C_P – молярная теплоемкость при постоянном давлении

c_V – удельная теплоемкость при постоянном объеме

c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении

c – скорость света в вакууме

D – коэффициент диффузии

$\vec{D}$ – электростатическая индукция (электрическое смещение)

$d_{\text{эф}}$ – эффективный диаметр молекулы

$\vec{E}$ – напряженность электрического поля

$\vec{F}$ – сила

G – постоянная всемирного тяготения

g – ускорение свободного падения

$\vec{H}$ – напряженность магнитного поля

I – сила постоянного тока

i – число степеней свободы, сила тока, индекс суммирования

J – момент инерции

$\vec{J}$ – намагниченность

$\vec{j}$ – плотность тока

K – коэффициент теплопроводности

k – постоянная Больцмана, коэффициент жесткости

L – индуктивность

$\vec{L}$ – момент импульса

M – молярная масса

M_r – относительная молекулярная масса вещества

$\vec{M}$ – момент силы

m – масса тела

m_0 – масса покоя, масса одной молекулы

N – сила нормальной реакции опоры, число молекул, механическая мощность

N_A – число Авогадро

n – концентрация

P – мощность электрического тока

$\vec{P}_V$ – поляризованность

p – давление

$\vec{p}$ – импульс тела, дипольный момент диполя

$\vec{p}_m$ – магнитный момент контура с током
 Q – количество тепла, тепло
 q – электрический заряд
 R – универсальная газовая постоянная, электрическое сопротивление, радиус окружности
 r – коэффициент сопротивления среды
 $\vec{r}$ – радиус-вектор
 S – путь, энтропия, площадь
 T – период вращения, абсолютная температура
 t – время
 U – внутренняя энергия, электрическое напряжение
 V – объем
 $\langle v \rangle$ – среднеарифметическая скорость молекул газа
 v_B – наиболее вероятная скорость молекул газа
 $\langle v_{KB} \rangle$ – среднеквадратичная скорость молекул газа
 $\vec{v}$ – скорость
 W – энергия, термодинамическая вероятность
 W_K – кинетическая энергия
 W_n – потенциальная энергия
 w – объемная плотность энергии
 $\langle z \rangle$ – среднее число столкновений за единицу времени

 α – температурный коэффициент сопротивления
 γ – коэффициент Пуассона
 $\Delta\vec{r}$ – перемещение
 ε – относительное удлинение, диэлектрическая проницаемость среды, электродвижущая сила
 $\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение
 $\langle \varepsilon \rangle$ – средняя кинетическая энергия молекулы
 η – коэффициент полезного действия, коэффициент внутреннего трения (динамическая вязкость).
 $\langle \lambda \rangle$ – средняя длина свободного пробега
 μ – коэффициент трения, магнитная проницаемость среды
 ν – частота вращения, число молей
 ρ – плотность, удельное электрическое сопротивление
 σ – механическое напряжение, поверхностная плотность заряда, удельная электропроводность
 τ – линейная плотность заряда
 Φ – поток вектора напряженности электрического поля, магнитный поток
 φ – потенциал электростатического поля, угол поворота
 Ψ – полный магнитный поток (потокосцепление)
 $\vec{\omega}$ – угловая скорость
 ω – циклическая частота

A – работа, амплитуда колебаний
 A_r – относительная атомная масса химического элемента
 a – активность радиоактивного препарата
 $\vec{a}$ – ускорение
 $\vec{a}_n$ – нормальное ускорение
 $\vec{a}_\tau$ – тангенциальное ускорение
 $\vec{B}$ – магнитная индукция
 C – электрическая емкость (электроемкость)
 c – скорость света в вакууме
 $\vec{D}$ – электростатическая индукция (электрическое смещение)
 $d_{\text{эф}}$ – эффективный диаметр молекулы
 E – освещенность
 $\vec{E}$ – напряженность электрического поля
 $\vec{F}$ – сила
 g – ускорение свободного падения
 $\vec{H}$ – напряженность магнитного поля
 h – постоянная Планка
 I – сила постоянного тока, интенсивность
 i – индекс суммирования, число степеней свободы, сила тока
 J – момент инерции
 $\vec{J}$ – намагниченность
 $\vec{j}$ – плотность тока, плотность потока энергии
 k – коэффициент жесткости, постоянная Больцмана, волновое число
 L – индуктивность, уровень громкости
 $\vec{L}$ – момент импульса
 l – орбитальное квантовое число
 M – молярная масса
 $\vec{M}$ – момент силы
 m – масса тела, магнитное квантовое число
 m_0 – масса покоя, масса одной молекулы
 N – сила нормальной реакции опоры, число молекул, механическая мощность
 N_A – число Авогадро
 n – концентрация, показатель преломления, главное квантовое число
 P – мощность электрического тока, степень поляризации
 $\vec{P}_V$ – поляризованность
 p – давление
 Q – количество тепла, тепло, добротность системы
 q – электрический заряд
 R_γ – энергетическая светимость (излучательность)

r – коэффициент сопротивления среды
 $r_{\lambda,T}$ – спектральная плотность энергетической светимости (испускательная способность)
 S – путь, энтропия, площадь
 T – период вращения, период колебаний, абсолютная температура
 $T_{1/2}$ – период полураспада
 U – внутренняя энергия, напряжение
 $\vec{v}$ – скорость
 W – энергия, термодинамическая вероятность
 W_k – кинетическая энергия
 W_n – потенциальная энергия
 w – объемная плотность энергии
 Z – порядковый номер элемента (зарядовое число)

α – температурный коэффициент сопротивления
 $\alpha_{\lambda,T}$ – поглощательная способность (монохроматический коэффициент поглощения)
 β – коэффициент затухания
 Δ – разность хода
 $\Delta\vec{r}$ – перемещение
 ε – относительное удлинение, диэлектрическая проницаемость среды, электродвижущая сила
 $\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение
 $\langle \varepsilon \rangle$ – средняя кинетическая энергия молекулы
 λ – логарифмический декремент затухания, длина волны, постоянная распада
 μ – коэффициент трения, магнитная проницаемость среды
 ν – частота вращения, частота колебаний, число молей
 ρ – плотность, удельное сопротивление
 $\rho_{\lambda,T}$ – отражательная способность
 σ – механическое напряжение, поверхностная плотность заряда, удельная электропроводность, постоянная Стефана-Больцмана
 τ – линейная плотность заряда, время релаксации
 Φ – поток вектора напряженности электрического поля, магнитный поток, световой поток
 Φ_ε – энергетический поток
 φ – угол поворота, потенциал электростатического поля, фаза колебаний
 φ_0 – начальная фаза колебаний
 Ψ – полный магнитный поток (потокосцепление), волновая функция
 Ω – частота вынуждающей силы, телесный угол
 $\vec{\omega}$ – угловая скорость
 ω – циклическая частота

ВВЕДЕНИЕ

§1 Предмет физики

Физика – это наука, изучающая простейшие и вместе с тем наиболее общие закономерности явлений природы, свойства и строение материи, законы её движения.

В настоящее время известны два вида неживой материи: **вещество и поле**. К первому виду материи – веществу – относятся атомы, молекулы и все тела, состоящие из них. Второй вид материи образуют гравитационные, электромагнитные и другие поля.

Материя находится в непрерывном движении, под которым понимается всякое изменение вообще. Движение является неотъемлемым свойством материи, которое несотворимо и неуничтожимо, как и сама материя. Материя существует и движется в пространстве и во времени.

Основным методом исследования в физике является **эксперимент** (опыт), т.е. наблюдение исследуемого явления в точно контролируемых условиях, позволяющих следить за ходом исследования и воссоздавать его каждый раз при повторении этих условий.

Для объяснения физических явлений используют гипотезы. **Гипотеза** – это научное предположение, выдвигаемое для объяснения какого-либо факта или явления и требующее проверки и доказательства. Правильность гипотезы проверяется постановкой соответствующих опытов, путем выяснения согласия следствий, вытекающих из гипотезы, с результатами опытов и наблюдений. Доказанная гипотеза превращается в научную теорию или закон.

Физическая теория – это система основных идей, обобщающих опытные данные и отражающих объективные закономерности природы. Физическая теория дает объяснение целой области явлений природы с единой точки зрения.

§2 Общие сведения

1. Реальные свойства материальных объектов очень сложны, поэтому в процессе познания необходимо выделять в изучаемых объектах главное, существенное и отвлекаться от всего случайного, второстепенного.

Мысленная операция, в ходе которой главное отделяется от второстепенного, называется **абстрагированием**. Построенная в результате абстрагирования идеализированная, упрощенная схема явления или объекта называется **физической моделью**.

Любая физическая модель имеет ограниченный характер и пригодна лишь для приближенного описания явления и объекта.

2. Все понятия и физические модели вводятся в науку с помощью определений, которые позволяют создать единую научную терминологию. **Определение** – это сформулированное в сжатой форме содержания понятия. Во всех научных теориях есть понятия, которые принимаются без определений. В физике без определений принимаются такие понятия, как состояние, явление, процесс, взаимодействие др. Основными физическими понятиями являются физическая величина и физический закон.

2.1. Физическая величина – это характеристика одного из свойств физического объекта или физического явления, которую можно прямо или косвенно измерить и выразить числом.

В качественном отношении эта величина присуща многим объектам, в количественном отношении – индивидуальна. Например, любое физическое тело можно характеризовать массой, но численное значение массы у каждого тела свое.

В определении физической величины необходимо отражать ее качественное и количественное содержание. Отразить качественное содержание – значит указать, какое свойство или процесс характеризует величина. Например, сопротивление проводника характеризует способность проводника препятствовать прохождению тока; емкость проводника характеризует способность проводника накапливать электрический заряд.

Отразить количественное содержание – значит указать способ измерения этой величины. Например, емкость – это величина, численно равная заряду, сообщению которого изменяет его потенциал на один вольт.

Физические величины могут быть скалярными и векторными, поэтому в определении также необходимо указывать характер величины.

2.2. Физический закон – это найденная на опыте или установленная теоретически, путем обобщения опытных данных, количественная или качественная объективная зависимость одних физических величин от других.

Не следует путать определение физической величины с физическим законом.

3. Единицей физической величины называется условно выбранная физическая величина, имеющая тот же физический смысл, что и рассматриваемая. **Системой единиц** называется совокупность единиц физических величин, образованная в соответствии с определенными правилами. **Основными единицами** данной системы называются единицы нескольких разнородных физических величин, произвольно выбранные при построении этой системы. **Производными единицами** называются единицы, устанавливаемые через другие единицы данной системы на основании физических законов, которые выражают взаимосвязь между соответствующими физическими величинами.

Стандартом установлено, что обязательному применению подлежат единицы Международной системы единиц (SI), а также десятичные кратные и дольные от них. Основными единицами SI являются: метр (м) – единица длины; килограмм (кг) – единица массы; секунда (с) – единица времени; ампер (А) – единица силы тока; кельвин (К) – единица термодинамической температуры; кандела (кд) – единица силы света; моль (моль) – единица количества вещества. Дополнительные единицы SI: радиан (рад) – единица плоского угла; стерadian (ср) – единица телесного угла.

В некоторых областях науки и техники допускается использование внесистемных единиц. Например, в ядерной физике массу измеряют в атомных единицах массы (а.е.м.), а энергию – в электрон-вольтах (эВ).

ЧАСТЬ 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Раздел физики, изучающий закономерности механического движения и взаимодействия тел, называется **механикой**. **Механическое движение** – изменение положения тела с течением времени относительно других тел или частей одного и того же тела.

§3 Кинематика материальной точки и поступательного движения твердого тела

Кинематика математически описывает различные виды механического движения, не выясняя причин этого движения. Основная задача кинематики – определить положение тела в любой момент времени.

3.1 Основные понятия кинематики

Материальная точка – тело, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

Абсолютно твердое тело – тело, деформацией которого в условиях данной задачи можно пренебречь. Абсолютно твердое тело можно рассматривать как систему материальных точек, жестко связанных между собой.

Абсолютно упругое тело – тело, которое после прекращения внешнего силового воздействия полностью восстанавливает свои первоначальные размеры и форму.

Абсолютно неупругое тело – тело, которое после прекращения внешнего силового воздействия полностью сохраняет деформированное состояние, вызванное этим воздействием.

3.2 Система отсчета. Траектория. Путь. Перемещение

Тело, относительно которого рассматривается движение, называется **телом отсчета**. Чтобы определить положение исследуемого тела, с телом отсчета жестко связывают систему координат, снабженную часами. Совокупность тела отсчета, связанной с ним системы координат и часов, отсчитывающих время, называется **системой отсчета**.

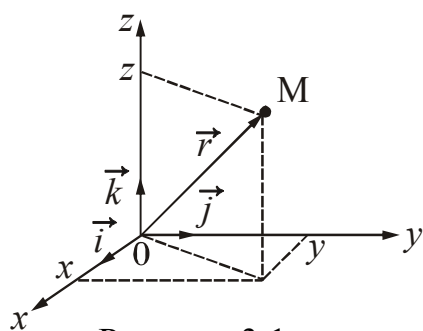


Рисунок 3.1

Положение точки в пространстве описывают с помощью радиус-вектора $\vec{r}$.

Радиус-вектор $\vec{r}$ – это вектор, проведенный из начала координат в точку, где находится тело (рис. 3.1). Радиус-вектор можно разложить на составляющие:

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z,$$

где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – единичные векторы (орты).

При перемещении в пространстве точка М занимает ряд последовательных положений. Линия, описываемая в пространстве движущейся точкой, называется **траекторией**. В зависимости от вида траектории движение делят на

прямолинейное и криволинейное. Частным видом криволинейного движения является движение по окружности.

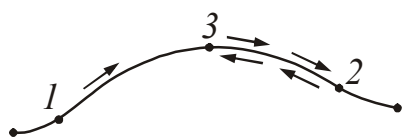


Рисунок 3.2

Пусть материальная точка, двигаясь по некоторой траектории (рис. 3.2), переместилась из точки 1 в точку 2. Расстояние S_{12} между точками 1 и 2, отсчитанное вдоль траектории, называется длиной пройденного пути или просто **пройденным путем**.

Если материальная точка повернет обратно и дойдет до точки 3, то полный путь равен: $S = S_{12} + S_{23}$. Путь всегда выражается положительным числом.

Вектор, соединяющий начальное и конечное положения точки, называется **перемещением**. Обозначается $\Delta \vec{r}$. (рис. 3.3).

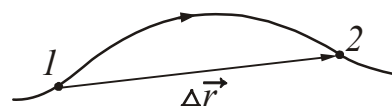


Рисунок 3.3

Обычно положение тела определяют с помощью координат. Движение точки считается полностью определенным, если заданы уравнения, описывающие изменение координат точки со временем:

$$x = x(t) \quad y = y(t) \quad z = z(t)$$

Эти уравнения называются кинематическими уравнениями движения точки.

3.3 Скорость

Пусть в момент времени t тело находилось в точке 1, положение которой задается радиус-вектором $\vec{r}$. За время Δt оно совершило перемещение $\Delta \vec{r}$ и оказалось в точке 2 (рис. 3.4).

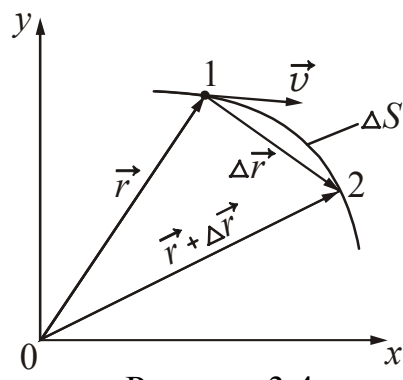


Рисунок 3.4

Скорость тела определяется как предел отношения перемещения $\Delta \vec{r}$ к промежутку времени Δt , за который оно произошло, при условии, что Δt стремится к нулю:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}'. \quad (3.1)$$

$$[v] = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Скорость ($\vec{v}$) – векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения положения тела в пространстве и равная первой производной радиус-вектора по времени.

Вектор скорости всегда направлен по касательной к траектории в сторону движения. Модуль скорости v определяется как производная пути по времени:

$$v = \frac{dS}{dt}, \quad (3.2)$$

Из (3.2) следует, что путь dS , пройденный за элементарно малое время dt будет определяться следующим образом:

$$dS = v(t)dt .$$

Путь, пройденный телом за конечный промежуток времени от t_1 до t_2 , находится интегрированием:

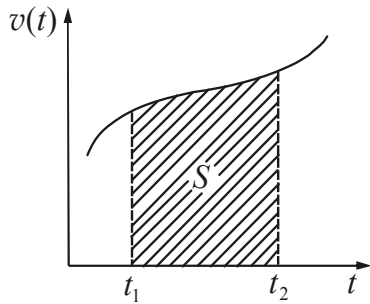


Рисунок 3.5

$$S = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt . \quad (3.3)$$

Пройденный путь численно равен площади заштрихованной криволинейной трапеции (рис. 3.5).

Если направление вектора скорости не изменяется, то движение называется прямолинейным.

Если модуль скорости не изменяется с течением времени, то движение называется равномерным.

При равномерном движении скорость тела постоянна:

$$v = \frac{S}{t} = \text{const} . \quad (3.4)$$

Путь, пройденный телом при равномерном движении, зависит от времени линейно:

$$S = vt . \quad (3.5)$$

Если тело движется неравномерно, то величина, равная отношению пройденного пути ΔS к промежутку времени Δt , в течение которого был пройден путь, называется **средней скоростью** за этот промежуток времени

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t} . \quad (3.6)$$

(Средние значения величин будем обозначать заключением этих величин в угловые скобки).

3.4 Ускорение

Пусть в момент времени t тело находилось в точке 1, имея скорость $\vec{v}_1$. Через время Δt оно переместилось в точку 2, при этом его скорость стала равной $\vec{v}_2$ (рис. 3.6 а).

Приращение вектора скорости равно $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ (рис. 3.6 б). Чтобы охарактеризовать быстроту изменения скорости, используется величина:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{v}' .$$

$$[a] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2} .$$

Принимая во внимание (3.1), можно записать:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} . \quad (3.7)$$

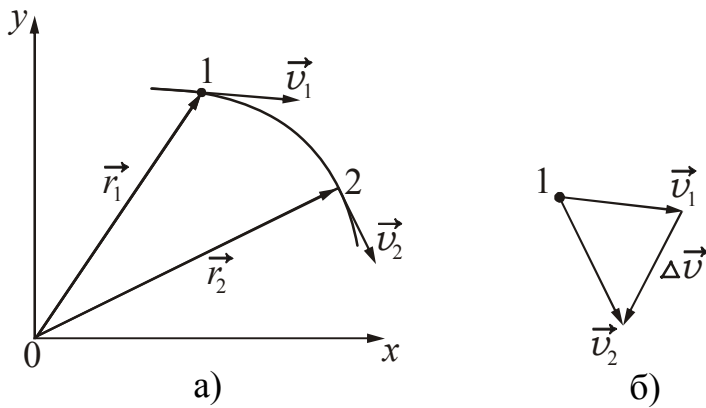


Рисунок 3.6

Ускорение ($\vec{a}$) – это векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения вектора скорости и равная производной вектора скорости по времени.

Ускорение направлено по вектору приращения скорости $\Delta \vec{v}$.

При прямолинейном движении направление скорости остается постоянным, поэтому вектор ускорения $\vec{a}$ или совпадает с направлением скорости, или противоположен ему. Если модуль ускорения при этом не изменяется с течением времени, то в первом случае движение будет равноускоренным, во втором – равнозамедленным. Скорость движения в любой момент времени будет определяться соотношением:

$$v = v_0 \pm at \quad (3.8)$$

где v_0 – начальная скорость тела, т.е. скорость в момент времени $t=0$. Знак «плюс» относится к равноускоренному движению, «минус» – к равнозамедленному.

Интегрируя функцию (3.8) в пределах от 0 до произвольного момента времени t , найдем формулу для расчета пройденного пути (см. формулу (3.3)):

$$S = \int_0^t (v_0 \pm at) dt = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}. \quad (3.9)$$

Формула (3.9) дает правильный результат для пройденного пути только в том случае, если за время t направление движения точки (знак скорости) не изменяется.

Если скорость изменяется с течением времени произвольным образом, то величина, равная отношению изменения скорости Δv к промежутку времени Δt , в течение которого изменялась скорость, называется **средним ускорением** за этот промежуток времени

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t}. \quad (3.10)$$

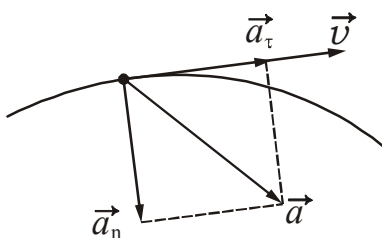


Рисунок 3.7

При криволинейном движении вектор скорости $\vec{v}$ изменяет свое направление. При этом может изменяться и его численное значение, т.е. модуль.

В этом случае вектор ускорения $\vec{a}$ удобно раскладывать на две составляющие. Одна из них $\vec{a}_\tau$ – касательная к траектории, вторая $\vec{a}_n$ – перпендикулярна этой касательной (рис. 3.7). Составляющая $\vec{a}_\tau$ называется

тангенциальным (касательным) ускорением; составляющая $\vec{a}_n$ – **нормальным** (центростремительным) ускорением. Из рис. 3.7 следует, что

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n. \quad (3.11)$$

Модуль полного ускорения равен

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \quad (3.12)$$

Тангенциальное ускорение характеризует быстроту изменения скорости по величине и равно первой производной модуля скорости по времени:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}. \quad (3.13)$$

Если скорость по величине не изменяется, то $a_\tau = 0$.

Если $dv > 0$, то тангенциальное ускорение $\vec{a}_\tau$ направлено по вектору скорости, если $dv < 0$, то $\vec{a}_\tau$ направлено в сторону, противоположную вектору скорости.

Нормальное (центростремительное) **ускорение** характеризует быстроту изменения скорости по направлению и направлено по радиусу к центру кривизны траектории. Численное значение нормального ускорения определяется формулой:

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \quad (3.14)$$

Если направление скорости не изменяется, то $a_n = 0$.

§4 Кинематика вращательного движения

Вращательное движение – движение, при котором все точки абсолютно твердого тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной прямой. Эта прямая называется осью вращения. Окружности, по которым движутся точки тела, лежат в плоскостях, перпендикулярных этой оси.

4.1 Характеристики вращательного движения

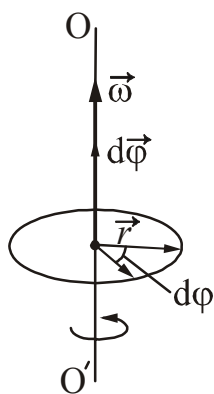


Рисунок 4.1

Угловое перемещение ($d\vec{\phi}$) – вектор, модуль которого равен углу поворота, выраженному в радианах. Направлено угловое перемещение по оси вращения так, что если смотреть с конца вектора $d\vec{\phi}$, то направление вращения радиус-вектора происходит против часовой стрелки (рис. 4.1).

Угловая скорость ($\vec{\omega}$) – векторная физическая величина, характеризующая быстроту вращения и равная первой производной углового перемещения по времени:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\phi}}{dt}, \quad (4.1)$$

$$[\omega] = \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Направление вектора угловой скорости совпадает с направлением вектора углового перемещения.

Вращение с постоянной угловой скоростью называется равномерным, при этом

$$\omega = \frac{\varphi}{t}. \quad (4.2)$$

Равномерное вращение принято характеризовать периодом вращения и частотой вращения.

Период вращения (T) – время, в течение которого совершается один полный оборот. За время, равное периоду, тело поворачивается на угол 2π . Отсюда следует, что

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (4.3)$$

Частота вращения (ν) – число оборотов за единицу времени.

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \quad \omega = 2\pi\nu. \quad (4.4)$$

$$[\nu] = \frac{1}{\text{с}}.$$

Изменение вектора угловой скорости со временем характеризуют угловым ускорением.

Угловое ускорение ($\vec{\varepsilon}$) – векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения угловой скорости и равная первой производной угловой скорости по времени

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \quad (4.5)$$

$$[\varepsilon] = \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$$

Рассмотрим случай, когда ось вращения неподвижна.

1. Если $d\omega > 0$, то движение ускоренное. При этом вектор углового ускорения $\vec{\varepsilon}$ совпадает по направлению с вектором угловой скорости $\vec{\omega}$ (рис. 4.2.а).
2. Если $d\omega < 0$, то движение замедленное. При этом вектор углового ускорения $\vec{\varepsilon}$ направлен в сторону, противоположную вектору угловой скорости $\vec{\omega}$ (рис. 5.2.б).

Векторы, направление которых связывается с направлением вращения ($d\vec{\varphi}$, $\vec{\omega}$, $\vec{\varepsilon}$) называются **аксиальными** векторами или псевдовекторами.

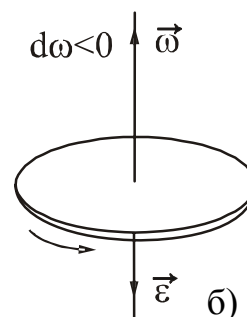
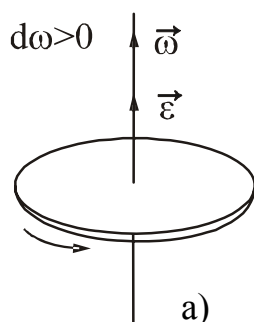


Рисунок 4.2

При равнопеременном вращательном движении имеют место соотношения, аналогичные формулам, описывающим равнопеременное прямолинейное движение (см. (3.8) и (3.9)):

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \quad (4.6)$$

$$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}. \quad (4.7)$$

4.2 Связь между линейными и угловыми характеристиками

Точка, отстоящая от оси вращения на расстоянии R (рис. 4.3), при повороте тела на угол φ за время dt проходит путь

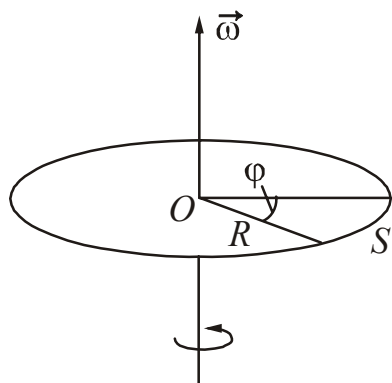


Рисунок 4.3

$$S = R\varphi. \quad (4.8)$$

Продифференцируем уравнение (4.8) по времени:

$$\frac{dS}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt}. \quad (4.9)$$

Из него следует

$$v = R\omega. \quad (4.10)$$

Продифференцируем уравнение (4.10) по времени

$$\frac{dv}{dt} = R \frac{d\omega}{dt}. \quad (4.11)$$

Отсюда следует

$$a_\tau = R\varepsilon. \quad (4.12)$$

Кинематические величины, характеризующие вращательное движение и формулы, описывающие это движение, аналогичны соответствующим величинам и формулам поступательного движения.

§5 Динамика материальной точки и поступательного движения твёрдого тела

Динамика – раздел механики, изучающий движение тел с учетом причин, вызывающих это движение.

5.1 Основные понятия динамики

1. **Масса** (m) – скалярная физическая величина, являющаяся мерой инертных и гравитационных свойств тела. Может служить мерой энергосодержания.

$[m] = \text{кг}$.

Основные свойства массы:

- масса в классической механике не зависит от скорости движения;
- масса является величиной аддитивной, т.е. масса системы тел равняется сумме масс тел, входящих в систему;
- масса замкнутой системы остается величиной постоянной, т.е. выполняется закон сохранения массы.

Плотность (ρ) – скалярная физическая величина, характеристика материала, численно равная массе единицы объема.

$$\rho = \frac{m}{V}. \quad (5.1)$$

$[\rho] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

2. **Импульс тела** ($\vec{p}$) – векторная физическая величина, равная произведению массы тела на его скорость.

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (5.2)$$

$[p] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$.

Направление импульса тела совпадает с направлением скорости.

3. **Сила** ($\vec{F}$) – векторная физическая величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело других тел или полей. Сила характеризуется модулем (численным значением), направлением действия, точкой приложения. Прямая, вдоль которой направлена сила, называется **линией действия силы**.

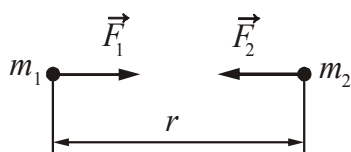
$[F] = \text{Н}$ (ньютон)

Вид формулы для расчета силы зависит от природы взаимодействия.

5.2 Виды взаимодействий

1. **Гравитационные взаимодействия. Закон всемирного тяготения.**

Две материальные точки массами m_1 и m_2 притягиваются друг к другу с силой прямо пропорциональной массам этих точек и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними (рис. 5.1).



$$|\vec{F}_{1-2}| = |\vec{F}_{2-1}| = F$$

Рисунок 5.1

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (5.3)$$

где $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ – гравитационная постоянная.

Если одно из взаимодействующих тел – Земля, а тело массой m находится на высоте h от поверхности Земли, то закон всемирного тяготения записывается в виде

$$F = G \frac{M m}{(R + h)^2},$$

где M – масса Земли;

R – средний радиус Земли.

На поверхности Земли (или вблизи поверхности) $h \approx 0$. В этом случае

$$F = G \frac{M m}{R^2}.$$

Можно ввести обозначение $G \frac{M}{R^2} = g$,

где g – ускорение свободного падения.

Величину

$$F_{\text{тяж}} = mg \quad (5.4)$$

называют силой тяжести.

2. Электромагнитные взаимодействия.

Частными случаями проявления электромагнитных взаимодействий являются силы упругости и силы трения. Для этих сил можно получить лишь приближенные, т.е. основанные на опыте формулы.

а) Закон Гука.

Под действием внешних сил возникают деформации (т.е. изменение размеров и формы тел). Если после прекращения действия сил восстанавливаются прежняя форма и размеры тела, то деформация называется упругой.

Для упругих деформаций справедлив закон Гука:

Сила упругости пропорциональна абсолютному удлинению.

$$F_x = -kx, \quad (5.5)$$

где F_x – проекция силы упругости на ось x ;

k – жесткость пружины;

x – абсолютное удлинение пружины.

Для однородных стержней также справедлив закон Гука, который принято формулировать следующим образом:

Механическое напряжение прямо пропорционально относительному удлинению

$$\sigma = E\varepsilon. \quad (5.6)$$

Механическое напряжение:

$$\sigma = \frac{F_{\perp}}{S}, \quad (5.7)$$

где $F_{\perp}$ – упругая сила, действующая перпендикулярно площади поперечного сечения стержня S .

Относительное удлинение:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}, \quad (5.8)$$

где Δl – приращение длины;

l_0 – первоначальная длина;

E – модуль Юнга, $[E] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}$.

Модуль Юнга (модуль упругих деформаций) – это физическая величина, характеризующая упругие свойства материала. Зависит от природы материала.

б) Закон сухого трения.

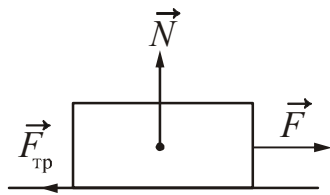


Рисунок 5.2

Сила трения скольжения пропорциональна модулю силы нормальной реакции опоры и не зависит от площади соприкосновения тел (рис. 5.2)

$$|\vec{F}_{\text{тр}}| = \mu |\vec{N}|, \quad (5.9)$$

где μ – коэффициент трения скольжения. Он зависит от природы материалов и качества обработки соприкасающихся поверхностей. Значения коэффициентов трения определяют экспериментальным путем.

в) Закон вязкого трения.

На тело, движущееся в вязкой (жидкой или газообразной) среде, действует сила, тормозящая его движение. Эта сила называется силой вязкого трения

$$F = -rv, \quad (5.10)$$

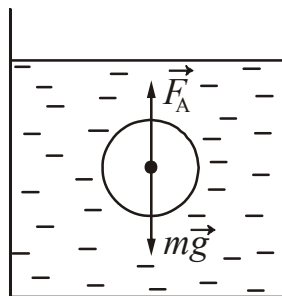


Рисунок 5.3

где v – скорость движения тела;

r – коэффициент сопротивления.

Коэффициент r зависит от формы и размеров тела, характера его поверхности, а также от свойств среды. Знак « $-$ » указывает на то, что сила трения направлена противоположно скорости.

г). Закон Архимеда.

На тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости или газа (рис. 5.3)

$$F_A = \rho_{\text{ж}} gV, \quad (5.11)$$

где $\rho_{\text{ж}}$ – плотность жидкости;
 V – объем погруженной части тела.

5.3 Основные законы динамики материальной точки (законы Ньютона)

Динамика базируется на законах Ньютона, которые математически не выводятся, а являются обобщением опыта.

5.3.1 Первый закон Ньютона

Первый закон Ньютона устанавливает факт существования инерциальных систем отсчета и описывает характер движения свободной материальной точки в инерциальной системе отсчета.

Всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействия со стороны других тел не изменят этого состояния.

Свойство тел сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется **инерцией**. Система отсчета, в которой выполняется первый закон Ньютона, называется инерциальной. Поэтому, первый закон Ньютона можно сформулировать и таким образом.

Существуют такие системы отсчета, относительно которых тело находится в состоянии покоя или движется прямолинейно и равномерно, если на это тело не действуют другие тела или действие этих тел скомпенсировано.

Любая другая система отсчета, движущаяся относительно инерциальной с постоянной скоростью также является инерциальной.

5.3.2 Второй закон Ньютона

Скорость изменения импульса тела равна результирующей всех сил, действующих на тело:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \quad (5.12)$$

Импульс тела равен $\vec{p} = m\vec{v}$. Формулу (5.12) можно преобразовать следующим образом:

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (5.13)$$

1. Уравнение (5.13) можно применять как в тех случаях, когда масса меняется с течением времени (например, при полете ракеты), так и при изменении массы с изменением скорости.

2. Если масса тела остается постоянной $m = \text{const}$, т.е. $\frac{dm}{dt} = 0$, то уравнение (5.13) примет следующий вид:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a},$$

$$\vec{F} = m\vec{a}. \quad (5.14)$$

Результирующая всех сил, действующих на тело, равна произведению массы тела на его ускорение.

3. Если $\vec{F} = \text{const}$, то, умножив обе части уравнения (5.12) на dt , получим:

$$\vec{F}dt = d\vec{p}.$$

Проинтегрировав полученное уравнение, получим:

$$\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}. \quad (5.15)$$

Величина, равная произведению силы на время действия этой силы $\vec{F}\Delta t$, называется **импульсом силы**. Таким образом:

Импульс силы равен изменению импульса тела.

Из второго закона Ньютона следует, что изменения скоростей материальных точек или тел происходят не мгновенно, а в течение конечных промежутков времени.

5.3.3 Третий закон Ньютона

Силы, с которыми взаимодействуют два тела, равны по величине и противоположны по направлению.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \quad (5.16)$$

Таким образом, силы всегда возникают попарно. Силы, фигурирующие в третьем законе Ньютона, приложены к разным телам, поэтому они не уравновешивают друг друга.

Законы Ньютона выполняются только в инерциальных системах отсчета.

5.4 Закон сохранения импульса

Совокупность материальных точек (тел), выделенных для рассмотрения, называется **механической системой**. Силы, которые действуют на тела системы, делят на внешние и внутренние. **Внутренние силы** обусловлены взаимодействием тел, входящих в систему. **Внешние силы** обусловлены взаимодействием с телами, не входящими в систему.

Система называется **замкнутой**, если на нее не действуют внешние силы.

Второй закон Ньютона, записанный для одного тела, можно применить и к системе тел. Если система является замкнутой (внешних сил нет), то из второго закона Ньютона следует, что

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0. \quad (5.17)$$

Если производная некоторой величины равна нулю, то эта величина постоянна. Поэтому из последнего уравнения следует, что $\vec{p} = \text{const}$.

Импульс замкнутой системы материальных точек (тел) остается постоянным.

Закон сохранения импульса можно записать в развернутом виде:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots + \vec{p}_n = \text{const}, \quad (5.18)$$

или

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + \dots + m_n \vec{v}_n = \text{const}. \quad (5.19)$$

Закон сохранения импульса выполняется и для незамкнутых систем в следующих частных случаях.

1. На систему действуют внешние силы, но их векторная сумма равна нулю.

2. Векторная сумма внешних сил не равна нулю, но равна нулю сумма проекций этих сил на какое-либо направление, например, на направление оси x . Полный импульс системы при этом не сохраняется, но сохраняется проекция импульса на направление оси x .

2. Время действия сил очень мало. При этом изменение импульса $d\vec{p}$ будет стремиться к нулю: $d\vec{p} \rightarrow 0$. В этом случае $\vec{p} = \text{const}$ – импульс системы сохраняется. Примером является взаимодействие тел при ударе, взрыве.

§6 Динамика вращательного движения

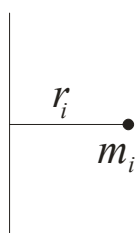
6.1 Основные характеристики динамики вращательного движения

6.1.1 Момент инерции

Рассмотрим материальную точку массой m_i , которая находится на расстоянии r_i от неподвижной оси (рис. 6.1). **Моментом инерции** (J) материальной точки относительно оси называется скалярная физическая величина, равная произведению массы m_i на квадрат расстояния r_i до этой оси:

$$J_i = m_i r_i^2. \quad (6.1)$$

$$[J] = \text{кг} \cdot \text{м}^2.$$



Момент инерции системы материальных точек будет равен сумме моментов инерции отдельных точек

$$J = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2. \quad (6.2)$$

Рисунок 6.1

Момент инерции тела является мерой инертности тела во вращательном движении, подобно тому, как масса тела являет-

ся мерой его инертности при поступательном движении. Таким образом:

Момент инерции – это мера инертных свойств твердого тела при вращательном движении, зависящая от распределения массы относительно оси вращения. Иными словами, момент инерции зависит от массы, формы, размеров тела и положения оси вращения.

Момент инерции некоторых однородных тел правильной геометрической формы относительно оси, проходящей через центр масс:

$$\text{Диск –} \quad J = \frac{1}{2} mR^2. \quad (6.3)$$

$$\text{Шар –} \quad J = \frac{2}{5} mR^2. \quad (6.4)$$

$$\text{Стержень –} \quad J = \frac{1}{12} ml^2. \quad (6.5)$$

$$\text{Обруч –} \quad J = mR^2. \quad (6.6)$$

Момент инерции тела относительно произвольной оси рассчитывается с помощью **теоремы Штейнера**.

Момент инерции тела относительно произвольной оси равен сумме момента инерции относительно оси, проходящей через центр масс параллельно данной, и произведения массы тела на квадрат расстояния между осями.

$$J = J_c + md^2. \quad (6.7)$$

Рисунок 6.2

Пример: Расчет момента инерции стержня относительно оси, проходящей через конец перпендикулярно ему (рис. 6.2).

$$J_{O'O'} = J_c + md^2, \quad d = \frac{l}{2},$$

$$J_{O'O'} = \frac{1}{12} ml^2 + m \frac{l^2}{4} = \frac{ml^3}{3}. \quad (6.8)$$

Всякое тело, независимо от того, вращается оно или покоится, обладает моментом инерции относительно любой оси, подобно тому, как тело обладает массой независимо от того, движется оно или находится в покое. Аналогично массе момент инерции является величиной аддитивной.

6.1.2 Момент импульса

а) Момент импульса материальной точки относительно точки вращения О.

Моментом импульса ($\vec{L}$) материальной точки относительно точки О называется векторная физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора $\vec{r}$, проведенного из точки О в место нахождения материальной точки, на вектор ее импульса $\vec{p}$.

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}, \quad (6.9)$$

Модуль момента импульса материальной точки:

$$L = rp \sin \alpha . \quad (6.10)$$

$$[L] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}} .$$

Направлен вектор $\vec{L}$ перпендикулярно плоскости, в которой лежат перемножаемые векторы. Если смотреть из конца вектора $\vec{L}$, то кратчайший поворот от $\vec{r}$ к $\vec{p}$ происходит против часовой стрелки (рис. 6.3).

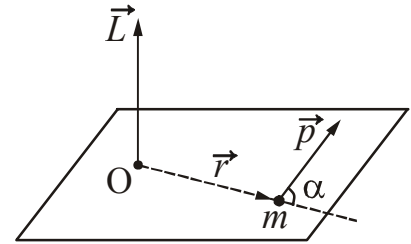


Рисунок 6.3

Если материальная точка движется по окружности радиусом r , то модуль момента импульса относительно центра окружности равен

$$L = mvr , \quad (6.11)$$

так как угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{r}$ равен $\alpha=90^\circ$.

б) Момент импульса тела относительно неподвижной оси вращения z .

Момент импульса (L_z) тела относительно оси z будет равен сумме проекций моментов импульсов отдельных точек на эту ось:

$$L_z = \sum_{i=1}^N L_{iz} . \quad (6.12)$$

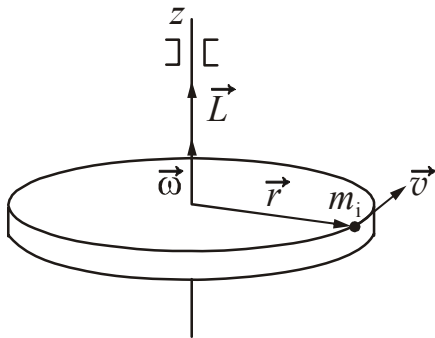


Рисунок 6.4

Любое твердое тело можно разбить на систему материальных точек. Просуммировав моменты инерции точек, можно получить выражение для расчета момента инерции твердого тела относительно оси z :

$$L_z = J_z \omega . \quad (6.13)$$

Так как вектор $\vec{\omega}$ направлен по оси вращения (рис. 6.4), то вектор $\vec{L}$ также будет направлен по оси вращения. Тогда формулу (6.13) можно переписать в векторном виде

$$\vec{L} = J \vec{\omega} . \quad (6.14)$$

6.1.3 Момент силы

а) Момент силы относительно неподвижной точки.

Моментом силы ($\vec{M}$) относительно точки O называется векторная физическая величина, равная векторному произведению радиус-вектора $\vec{r}$, проведенного из точки O в точку приложения силы, на силу $\vec{F}$ (рис. 6.5).

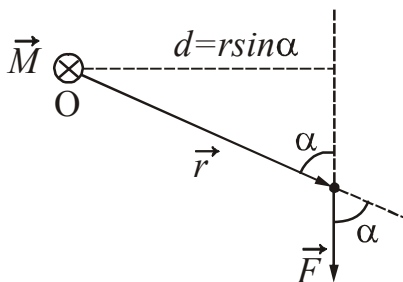


Рисунок 6.5

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} . \quad (6.15)$$

Модуль момента силы определяется соотношением:

$$M = rF \sin \alpha = Fd . \quad (6.16)$$

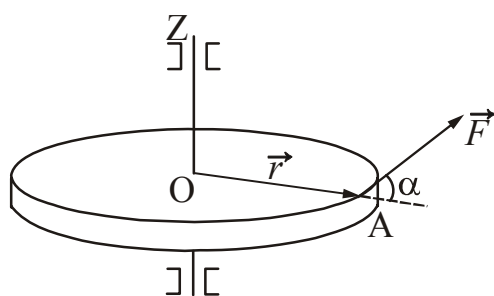
$$[M] = \text{Н} \cdot \text{м} .$$

Величина $d = r \sin \alpha$ называется плечом силы. **Плечо силы** – это длина перпендикуляра, опущенного из точки О на линию действия силы (рис. 6.5).

Направлен вектор $\vec{M}$ перпендикулярно к плоскости, в которой лежат перемноженные векторы, причем так, что направление вращения, обусловленного силой, и направление вектора $\vec{M}$ образуют правовинтовую систему.

б) Момент силы относительно неподвижной оси z.

Рассмотрим тело, вращающееся вокруг неподвижной оси z под действием



силы $\vec{F}$. Сила $\vec{F}$ лежит в плоскости, перпендикулярной оси вращения (рис. 6.6).

Моментом силы (M) относительно оси называется скалярная физическая величина, равная произведению модуля силы на плечо силы.

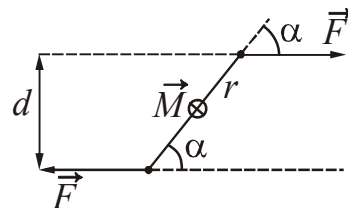
$$M_z = Fd , \quad (6.17)$$

Рисунок 6.6

где $d = r \sin \alpha$ – плечо силы.

в) момент пары сил

Две равные по модулю противоположно направленные силы, не действующие вдоль одной прямой, называются **парой сил**. Расстояние d между прямыми, вдоль которых действуют силы, называется **плечом пары** (рис 6.7). Модуль момента пары сил равен произведению модуля силы на плечо пары



$$M = rF \sin \alpha = Fd . \quad (6.18)$$

Рисунок 6.7

Вектор момента $\vec{M}$ пары сил перпендикулярен к плоскости, в которой лежат силы.

6.2 Основное уравнение динамики вращательного движения

Во вращательном движении момент силы аналогичен силе, момент импульса – импульсу, момент инерции – массе. Поэтому основное уравнение динамики вращательного движения по форме записи тождественно второму закону Ньютона:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} . \quad (6.19)$$

Скорость изменения момента импульса материальной точки равна суммарному моменту сил, действующих точку.

Твердое тело является системой материальных точек. Для твердого тела будет выполняться аналогичное соотношение:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{M}_{\text{внешн}}. \quad (6.20)$$

Скорость изменения момента импульса тела равна суммарному моменту внешних сил, действующих на тело.

Полученное выражение называется основным уравнением динамики вращательного движения. Спроецируем уравнение (6.20) на ось z . Тогда

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z,$$

$$L_z = J_z \omega,$$

Если $J_z = \text{const}$, то можно записать

$$J_z \frac{d\omega}{dt} = M_z.$$

Учитывая, что производная угловой скорости по времени дает угловое ускорение ε , получим:

$$J_z \varepsilon = M_z. \quad (6.21)$$

Уравнение (6.21) называется основным законом динамики твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

6.3 Закон сохранения момента импульса

Основное уравнение динамики вращательного движения, записанное в виде

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt},$$

может быть применено как к телу, момент инерции которого меняется в процессе движения, так и к системе тел, вращающихся вокруг данной неподвижной оси.

Если на твердое тело не действуют внешние силы или равнодействующая этих сил не создает вращающего момента относительно оси вращения, то $M=0$. В этом случае изменение момента импульса $dL = d(J\omega)$ равно нулю. Отсюда вытекает закон сохранения момента импульса твердого тела.

Если на тело не действуют внешние силы или действуют так, что равнодействующая этих сил не создает вращающего момента относительно оси вращения, то момент импульса тела относительно этой оси сохраняется.

$$J \vec{\omega} = \text{const} \quad (6.22)$$

Уравнению (6.22) можно придать следующую форму:

$$J_1 \vec{\omega}_1 = J_2 \vec{\omega}_2. \quad (6.23)$$

Из (6.23) следует, что угловая скорость тела в этом случае обратно пропорциональна его моменту инерции.

Закон сохранения момента импульса можно записать для системы тел. Если система тел, вращающихся относительно некоторой оси, замкнута, то внешние силы не действуют. В этом случае $M=0$. Изменение момента импульса системы тел тоже будет равно нулю. Это означает, что момент импульса системы тел остается постоянным. Мы получили закон сохранения момента импульса для системы тел.

Момент импульса замкнутой системы тел остается постоянным.

$$\vec{L} = \text{const}. \quad (6.24)$$

Соотношение (6.24) означает, что в замкнутой системе сумма моментов импульсов всех тел системы в любые два момента времени одинакова:

$$J_1 \vec{\omega}_1 + J_2 \vec{\omega}_2 + \dots + J_n \vec{\omega}_n = J'_1 \vec{\omega}'_1 + J'_2 \vec{\omega}'_2 + \dots + J'_n \vec{\omega}'_n, \quad (6.25)$$

где J и J' – моменты инерции тел в произвольные моменты времени t и t' , ω и ω' – соответствующие им угловые скорости.

Закон сохранения момента импульса можно применять и для незамкнутых систем, если алгебраическая сумма моментов внешних сил относительно оси вращения равна нулю.

§7 Механическая работа. Мощность

7.1 Работа

Пусть в некоторый момент времени на тело действует сила $\vec{F}$, под действием которой тело совершает перемещение $d\vec{r}$ (рис. 7.1).

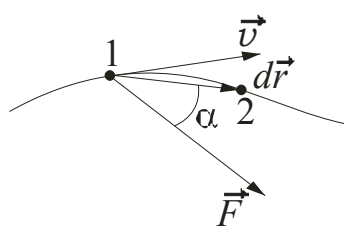


Рисунок 7.1

Элементарной работой (δA) называется скалярная физическая величина, равная скалярному произведению силы $\vec{F}$ на элементарное перемещение $d\vec{r}$ точки приложения силы

$$\delta A = \vec{F} d\vec{r}. \quad (7.1)$$

В скалярном виде:

$$\delta A = F dr \cos \alpha, \quad (7.2)$$

где α – угол между направлениями силы и перемещения.

$[A] = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}$ (джоуль).

Работа на конечном перемещении равна

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} d\vec{r}. \quad (7.3)$$

Если движение прямолинейное, а сила не меняется ни по модулю, ни по направлению ($\vec{F} = \text{const}$), то работа рассчитывается по формуле:

$$A = FS \cos \alpha. \quad (7.4)$$

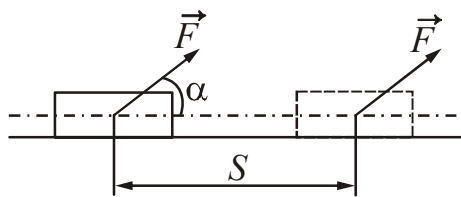


Рисунок 7.2

Проанализируем уравнение (7.2).

1. Работа может быть положительной и отрицательной. Если угол α между $\vec{F}$ и $d\vec{r}$ острый ($0 < \alpha < \pi/2$), то работа положительна, если угол α тупой ($\pi/2 < \alpha < \pi$), то работа отрицательна.

Например, работа силы трения отрицательна, так как сила трения направлена против перемещения.

2. Сила не совершает работы: а) если тело покоится ($d\vec{r} = 0$); б) если направление силы $\vec{F}$ перпендикулярно направлению перемещения $d\vec{r}$ ($\alpha = \pi/2$). Например, центростремительные силы работы не совершают, так как $\vec{F} \perp d\vec{r}$.

7.2 Графическое представление работы

Работу можно вычислить графически.

1. Рассмотрим случай, когда $\vec{F} = \text{const}$. Проекция силы $\vec{F}$ на заданное направление $\vec{r}$ (рис. 7.3) равна:

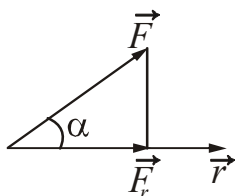


Рисунок 7.3

$$F \cos \alpha = F_r$$

График зависимости проекции F_r от r представляет собой прямую линию (рис. 7.4). Найдем работу

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F_r \cdot dr = F_r (r_2 - r_1) = F_r \cdot S.$$

Очевидно, что работа постоянной силы равна площади заштрихованного прямоугольника (рис. 7.4).

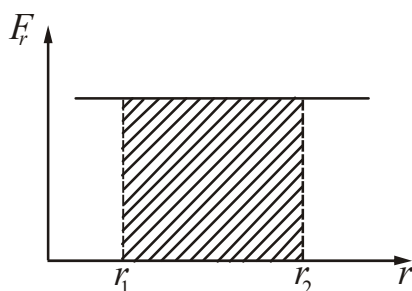


Рисунок 7.4

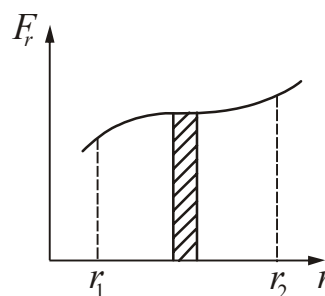


Рисунок 7.5

2. Если $\vec{F} \neq \text{const}$, то график зависимости проекции F_r от r представляет собой некоторую кривую (рис. 7.5). Элементарная работа δA равна площади узкой заштрихованной полоски

$$\delta A = F_r dr.$$

Работа на конечном перемещении

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F_r dr$$

будет изображаться площадью криволинейной трапеции (рис. 7.5).

7.3 Мощность

Мощность (N) – скалярная физическая величина, характеризующая быстроту совершения работы и численно равная работе, совершаемой за единицу времени.

$$N = \frac{dA}{dt}. \quad (7.5)$$

$$[N] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}.$$

Формула (7.5) дает значение мгновенной мощности. Подставив в (7.5) $\delta A = \vec{F} d\vec{r}$, получим

$$N = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \vec{v}. \quad (7.6)$$

Мгновенная мощность равна скалярному произведению силы на скорость тела.

Если работа совершается за время t , то средняя мощность

$$\langle N \rangle = \frac{A}{t} \quad (7.7)$$

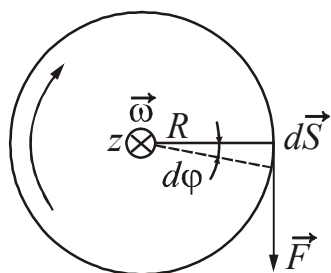
Эффективность работы принято характеризовать коэффициентом полезного действия (кпд).

$$\eta = \frac{A_{\text{п}}}{A_{\text{затр}}} \cdot 100\%, \quad (7.8)$$

где $A_{\text{п}}$ – полезная работа;
 $A_{\text{затр}}$ – затраченная работа.

7.4 Работа и мощность при вращательном движении

Рассмотрим вращение твердого тела относительно неподвижной оси под действием силы, направленной по касательной к окружности (рис. 7.6). Элементарная работа, совершаемая при повороте на угол $d\varphi$



$$\delta A = M d\varphi, \quad (7.9)$$

Проинтегрировав формулу (7.9), можно найти работу, совершаемую при повороте вращающегося тела на угол $\varphi_2 - \varphi_1$

Рисунок 7.6

$$A_{12} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi. \quad (7.10)$$

Если $M = \text{const}$, то

$$A = M\varphi. \quad (7.11)$$

Разделив работу на время dt , за которое тело повернулось на угол $d\varphi$, получим мощность, развиваемую силой F :

$$N = \frac{\delta A}{dt} = M \frac{d\varphi}{dt} = M\omega,$$

$$N = M\omega, \quad (7.12)$$

где ω – угловая скорость.

§8 Энергия. Закон сохранения энергии

Энергия – это единая мера всех форм движения материи и типов взаимодействия материальных объектов. Понятие энергии связывает воедино все явления природы. В соответствии с различными формами движения материи рассматривают различные виды энергии: механическую, внутреннюю, электромагнитную, ядерную.

Механическая энергия бывает двух видов: кинетическая и потенциальная.

8.1 Кинетическая энергия

Кинетическая энергия (или энергия движения) – часть механической энергии, которая определяется массой и скоростью материальной точки (тела). Обозначается кинетическая энергия через W_k и численно равна половине произведения массы тела на квадрат скорости:

$$W_k = \frac{mv^2}{2} \quad (8.2)$$

Изменение кинетической энергии тела равно работе всех сил, действующих на тело.

$$A = \Delta W_k = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \quad (8.3)$$

Выражение (8.3) называется теоремой об изменении кинетической энергии.

Свойства кинетической энергии:

1. Кинетическая энергия – величина скалярная.
2. Кинетическая энергия – величина положительная.
3. Кинетическая энергия – величина относительная, т.к. скорость зависит от выбора системы отсчета.
4. Кинетическая энергия – величина аддитивная. Это означает, что кинетическая энергия системы равна сумме кинетических энергий частиц (тел), входящих в систему.

Энергия, которой обладает твердое тело, вращающееся вокруг неподвижной оси, проходящей через центр масс тела, называется **кинетической энергией вращательного движения** этого тела. Эта энергия складывается из кинетических энергий материальных точек, составляющих тело, и определяется соотношением:

$$W_{\text{к}}^{\text{вр}} = \frac{J\omega^2}{2} \quad (8.4)$$

где J – момент инерции тела, ω – угловая скорость вращения.

Для вращательного движения также справедлива теорема об изменении кинетической энергии:

$$A = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}. \quad (8.5)$$

При плоском движении тело участвует в двух движениях: поступательном и вращательном. В этом случае полная кинетическая энергия равна сумме кинетических энергий поступательного и вращательного движений и рассчитывается по формуле:

$$W_{\text{к}} = W_{\text{к}}^{\text{пост}} + W_{\text{к}}^{\text{вр}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \quad (8.6)$$

где v – скорость поступательного движения центра масс;

ω – угловая скорость относительно оси, проходящей через центр масс.

8.2 Потенциальная энергия

Потенциальная энергия – это та часть механической энергии, которая зависит от взаимного расположения тел или частей тела, а также от природы сил, действующих между телами.

8.2.1 Консервативные и неконсервативные силы

Силы, работа которых не зависит от формы траектории, а определяется лишь конечным и начальным положением тела, называют **консервативными**, а их поля – **потенциальными**.

Примеры консервативных сил: гравитационные, упругие, кулоновские.

Силы, работа которых зависит от формы траектории, называют **неконсервативными** или **диссипативными**, а их поля – **непотенциальными**.

Примеры неконсервативных сил: силы сухого и вязкого трения, силы сопротивления, силы давления газа, силы вихревого электрического поля; силы, развиваемые какими-либо «источниками» сил (машинами, двигателями и т.д.).

8.2.2 Работа и потенциальная энергия

Тела взаимодействуют между собой с различными силами. Понятие потенциальной энергии применимо только к консервативным силам. В курсе механики рассматривают следующие виды потенциальной энергии.

1. Потенциальная энергия упруго деформированной пружины (тела).

$$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}. \quad (8.7)$$

где k – жесткость пружины (коэффициент жесткости);

x – абсолютное удлинение пружины (величина деформации).

При упругой деформации совершается работа:

$$A = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right). \quad (8.8)$$

2. Потенциальная энергия материальной точки поле силы тяжести Земли.

Материальная точка (тело) массой m , находящееся на высоте h над поверхностью Земли, обладает потенциальной энергией:

$$W_{\text{п}} = mgh. \quad (8.9)$$

При перемещении материальной точки по произвольной траектории из точки 1 в точку 2 (рис. 8.1) совершается работа

$$A = mg(h_1 - h_2) = -(mgh_2 - mgh_1) \quad (8.10)$$

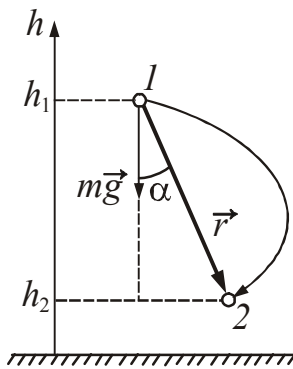


Рисунок 8.1

Свойства потенциальной энергии:

1. Потенциальная энергия может быть только взаимной: она в одинаковой степени характеризует оба взаимодействующих тела. Однако эту энергию часто приписывают одному из тел. Например, говорят о потенциальной энергии поднятого над Землей тела. Так поступают для удобства анализа.
2. Численное значение потенциальной энергии зависит от выбора начала ее отсчета
3. Потенциальная энергия может иметь как положительное, так и отрицательное значение. Это связано с произвольностью выбора начала отсчета.
4. Состояние взаимодействующих тел можно описать потенциальной энергией только в том случае, если между телами действуют консервативные силы.

8.3 Закон сохранения механической энергии

Материальная точка может одновременно обладать и кинетической, и потенциальной энергией. Сумма кинетической и потенциальной энергий точки называется ее **полной механической энергией** W .

$$W = W_{\text{к}} + W_{\text{п}} \quad (8.11)$$

Согласно закону сохранения механической энергии

Полная механическая энергия замкнутой системы материальных точек (тел), между которыми действуют только консервативные силы, остается постоянной.

$$W_{\kappa} + W_{\Pi} = \text{const} . \quad (8.12)$$

Действие неконсервативных сил (например, сил трения) уменьшает механическую энергию системы. Такой процесс называется **диссипацией** энергии («диссипация» означает «рассеяние»). Силы, приводящие к диссипации энергии, называются диссипативными. При диссипации энергии механическая энергия системы преобразуется в другие виды энергии (например, во внутреннюю энергию). Преобразование идет в соответствии со всеобщим законом природы – законом сохранения энергии.

Закон сохранения энергии применим ко всем без исключения процессам в природе. Его можно сформулировать следующим образом.

Полная энергия изолированной системы всегда остается постоянной, энергия лишь переходит из одной формы в другую.

§9 Соударение тел

Предельными, идеализированными видами соударений являются абсолютно неупругий и абсолютно упругий удары. **Абсолютно неупругим** называется удар, при котором потенциальная энергия упругой деформации не возникает; кинетическая энергия тел частично или полностью переходит во внутреннюю. После удара тела движутся с одинаковой скоростью (т.е. как одно тело) или покоятся. При таком ударе выполняется только закон сохранения импульса. Механическая энергия не сохраняется – она частично или полностью переходит во внутреннюю.

Абсолютно упругим называется удар, при котором полная механическая энергия тел сохраняется. Сначала кинетическая энергия частично или полностью переходит в потенциальную энергию упругой деформации. Затем тела возвращаются к первоначальной форме, отталкивая друг друга. В итоге потенциальная энергия снова переходит в кинетическую и тела разлетаются. При таком ударе выполняются закон сохранения механической энергии и закон сохранения импульса.

Рассмотрим **центральный удар** двух однородных шаров. Удар называется центральным, если шары до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры (рис. 9.1).

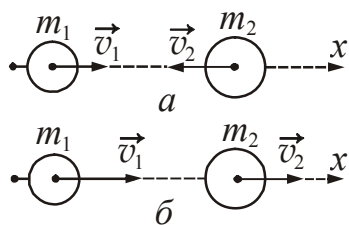


Рисунок 9.1

Предположим, что шары движутся поступательно (т.е. не вращаясь), и что они образуют замкнутую систему. Обозначим массы шаров через m_1 и m_2 , скорости шаров до удара $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, после удара $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$.

1. Абсолютно неупругий удар.

По закону сохранения импульса

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u} \quad (9.1)$$

где $\vec{u}$ – общая скорость шаров после удара.

Отсюда

$$\vec{u} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} \quad (9.2)$$

2. Абсолютно упругий удар.

Запишем закон сохранения импульса и закон сохранения механической энергии:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 \quad (9.3 \text{ а})$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} \quad (9.3 \text{ б})$$

Решив полученную систему уравнений, найдем скорости шаров после удара.

$$\vec{u}_1 = \frac{2m_2 \vec{v}_2 + (m_1 - m_2) \vec{v}_1}{m_1 + m_2}. \quad (9.4)$$

$$\vec{u}_2 = \frac{2m_1 \vec{v}_1 + (m_2 - m_1) \vec{v}_2}{m_1 + m_2}. \quad (9.5)$$

Чтобы выполнить расчеты, необходимо спроецировать векторы скоростей на ось x (рис. 9.1). Если при расчете какая-то проекция скорости окажется отрицательной, то это означает, что вектор этой скорости направлен в сторону, противоположную направлению оси x .

§10 Элементы специальной теории относительности

Теория относительности – это физическая теория, рассматривающая пространственно-временные закономерности, справедливые для любых физических процессов.

Специальная теория относительности изучает свойства пространства и времени в инерциальных системах отсчета при отсутствии полей тяготения. Специальную теорию относительности также называют релятивистской теорией.

10.1 Принцип относительности Галилея

Сопоставим описания движения частицы в инерциальных системах отсчета K и K' . Система K' движется относительно K с постоянной скоростью v в направлении оси x (рис. 10.1). Координаты точки M в системе K и K' будут связаны соотношениями (10.1).

Совокупность этих уравнений называется **преобразованиями Галилея**. Равенство $t' = t$, означает, что время в обеих системах течет одинаково.

Таким образом, преобразования Галилея позволяют, зная координаты в одной инерциальной системе отсчета, определить координаты в другой инерциальной системе отсчета.

Законы Ньютона выполняются только при условии, что движение рассматривается относительно инерциальных систем отсчета.

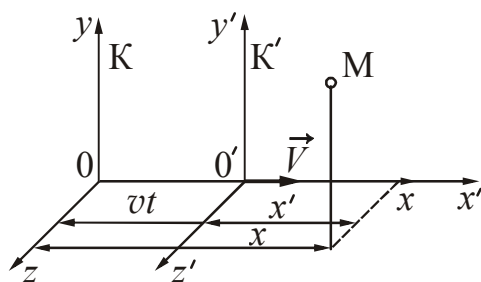


Рисунок 10.1

$$\begin{aligned}
 x &= x' + vt & x' &= x - vt \\
 y &= y' & y' &= y \\
 z &= z' & z' &= z \\
 t &= t' & t' &= t
 \end{aligned}
 \tag{10.1}$$

Если законы Ньютона верны при рассмотрении движения относительно одной системы отсчета, то они верны и относительно любой другой системы отсчета, движущейся относительно первой равномерно и прямолинейно. Таких систем отсчета бесчисленное множество. Это означает следующее:

1. Законы механики одинаково формулируются во всех инерциальных системах отсчета.
2. Все механические явления во всех инерциальных системах отсчета протекают одинаково при одинаковых начальных условиях.

Эти утверждения называются **принципом относительности Галилея**. Из принципа относительности следует, что никакими механическими опытами, проведенными внутри инерциальной системы отсчета, невозможно установить покоится она или движется прямолинейно и равномерно.

Величины, которые имеют одно и то же численное значение во всех системах отсчета, называются **инвариантными** (invariantis – «неизменяющийся»). В преобразованиях Галилея инвариантными величинами являются масса, ускорение, сила, время. Неинвариантные: скорость, импульс, кинетическая энергия.

10.2 Постулаты специальной теории относительности

В основе специальной теории относительности лежат два постулата: принцип относительности Эйнштейна и принцип постоянства скорости света. Принцип относительности Эйнштейна является распространением механического принципа Галилея на все без исключения физические явления.

1. В любых инерциальных системах отсчета все физические явления (механические, оптические, тепловые и т.д.) протекают одинаково (при одинаковых условиях). Это означает, что уравнения, выражающие законы природы, инвариантны по отношению к преобразованиям координат и времени при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой.

2. Скорость света в вакууме одинакова во всех инерциальных системах отсчета, не зависит от скорости движения источника и приемника света, является предельным значением скорости передачи сигнала. $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

10.3 Преобразования Лоренца

Преобразования, которые удовлетворяют постулатам Эйнштейна, называются преобразованиями Лоренца. Если система K' движется относительно

бсистемы К со скоростью v , направленной вдоль оси x (рис.10.1), то эти преобразования имеют вид:

$$\begin{cases} x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{cases} \quad \begin{cases} x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{cases} \quad (10.2)$$

Проанализируем преобразования Лоренца:

1. Если $v \ll c$, то $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx 1$.

Преобразования Лоренца при этом перейдут в преобразования Галилея. Это означает, что выполняется **принцип соответствия**. Принцип соответствия состоит в том, что всякая новая теория содержит в себе старую теорию в качестве частного случая.

2. Предположим, что $v > c$. При этом $\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) < 0$.

Это означает, что преобразования не имеют смысла. Отсюда следует, что движение со скоростью $v > c$ невозможно.

3. Из преобразований Лоренца видно, что временные и пространственные координаты взаимосвязаны.

Используя преобразования Лоренца можно получить релятивистский закон сложения скоростей:

$$V = \frac{v' + v}{1 + \frac{v}{c^2} v'} \quad (10.3)$$

Если v и v' много меньше скорости света, то уравнение (10.3) переходит в классический закон сложения скоростей.

$$V = v' + v$$

10.4 Следствия из преобразований Лоренца

1. Понятие одновременности событий относительно, а не абсолютно, как это считается в классической механике. Это означает, что события, одновременные, но происходящие в разных точках пространства системы K' , будут неодновременными в системе K .

2. Собственное время меньше времени, отсчитанного по часам, движущимся относительно тела:

$$\Delta\tau = \frac{\Delta\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (10.4)$$

где $\Delta\tau_0$ – промежуток времени, измеренный по часам, движущимся вместе с телом (собственное время);

$\Delta\tau$ – промежуток времени в системе отсчета, движущейся со скоростью v .

3. Сокращение линейных размеров в направлении движения (лоренцово сокращение)

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad (10.5)$$

где l_0 – длина тела в системе отсчета, относительно которой оно покоится (собственный размер);

l – длина тела в системе отсчета, относительно которой оно движется со скоростью v .

10.5 Основные соотношения релятивистской динамики

1 Зависимость массы тела от скорости движения.

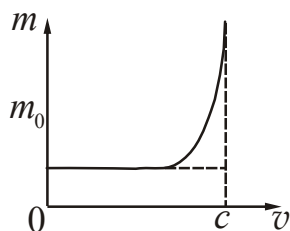


Рисунок 10.2

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (10.6)$$

где m_0 – масса тела в покоящейся системе отсчета (масса покоя);

m – масса движущегося тела.

График зависимости массы тела от скорости представлен на рис. 10.2. Если скорость тела стремится к скорости света ($v \rightarrow c$), то его масса устремляется к бесконечности.

2. Релятивистский импульс.

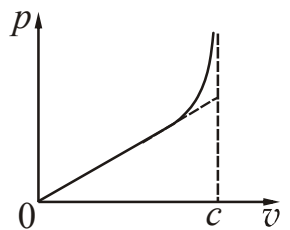


Рисунок 10.3

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (10.7)$$

График зависимости импульса от скорости представлен на рис. 10.3.

3. Взаимосвязь массы и энергии.

Величину

$$E = mc^2 \quad (10.8)$$

называют полной (релятивистской) энергией, а величину

$$E_0 = m_0c^2 \quad (10.9)$$

энергией покоя.

Выражение (10.9) представляет собой закон взаимосвязи энергии и массы.

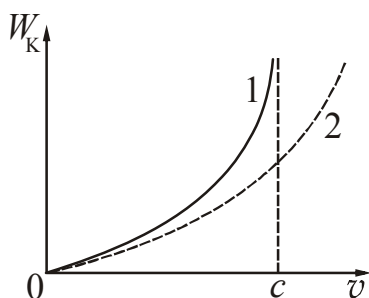
Полная энергия материального объекта равна произведению его релятивистской массы на квадрат скорости света в вакууме.

Изменение массы тела на Δm сопровождается изменением его энергии на величину

$$\Delta E = \Delta mc^2. \quad (10.10)$$

4. Релятивистское выражение для кинетической энергии имеет вид:

$$W_k = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0c^2,$$



$$W_k = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right). \quad (10.11)$$

Рисунок 10.4

На рис. 10.4 график 1 соответствует релятивистской зависимости, график 2 — классической.

5. Связь кинетической энергии с импульсом релятивистской частицы:

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{W_k (W_k + 2E_0)}. \quad (10.12)$$

Релятивистские эффекты для обычных макроскопических тел и обычных скоростей незначительны. В большинстве отраслей техники классическая физика «работает» также хорошо, как и прежде.

ЧАСТЬ 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Молекулярная физика – раздел физики, изучающий свойства тел в различных агрегатных состояниях на основе рассмотрения их молекулярного строения. Задачи молекулярной физики решаются методами статистической физики и физической кинетики.

§11 Статистический и термодинамический методы исследования

Поведение отдельного атома (молекулы) не может быть изучено методами классической механики, так как число атомов (молекул) в любом теле огромно.

Материальный объект (тело), состоящее из большого количества частиц, называется **макроскопической системой** или просто **макросистемой**. В термодинамике макросистему называют термодинамической системой, в статистической физике – статистической системой. Для описания процессов, происходящих в макросистемах, используют два метода **статистический** и **термодинамический**.

При применении статистического метода учитывается внутреннее строение системы. В системе, состоящей из большого количества частиц, существуют некоторые средние значения физических величин, характеризующих всю совокупность частиц в целом. В газе существуют средние значения скоростей теплового движения молекул и их энергий, в твердом теле – средняя энергия, приходящаяся на одну степень свободы колебательного движения частицы. Свойства тел, непосредственно наблюдаемые на опыте (такие как давление и температура) рассматриваются как суммарный, усредненный результат действия отдельных молекул.

Нахождение средних и наиболее вероятных величин, характеризующих движение частиц системы, является важной задачей, так как между этими величинами и макроскопическими свойствами системы имеется прямая связь.

С помощью термодинамического метода изучаются свойства системы, без учета ее внутреннего строения. Раздел физики, изучающий физические свойства макросистем с помощью термодинамического метода, называется термодинамикой. Термодинамика основана на трех началах, которые не выводятся, а получены на основе экспериментальных данных.

§12 Характеристики атомов и молекул

1. **Относительная атомная масса (A_r) химического элемента** – отношение массы атома этого элемента к $1/12$ массы атома $^{12}_6\text{C}$ (изотопа углерода с массовым числом 12).

2. **Относительная молекулярная масса (M_r) вещества** – отношение массы молекулы этого вещества к $1/12$ массы атома $^{12}_6\text{C}$.

Относительные атомная и молекулярная массы являются величинами безразмерными. Масса, равная $1/12$ массы $^{12}_6\text{C}$, называется атомной единицей массы (а.е.м.). $1 \text{ а.е.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

3. **Моль** – количество вещества, в котором содержится число частиц (атомов, молекул, ионов, электронов или других структурных единиц), равное числу атомов в $0,012 \text{ кг}$ изотопа углерода $^{12}_6\text{C}$.

Число частиц, содержащихся в 1 моле вещества, называется постоянной Авогадро N_A . Численное значение постоянной Авогадро – $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$.

4. **Молярная масса** (M) – масса одного моля. M измеряется в кг/моль . Молярная масса и относительная молекулярная масса связаны соотношением:

$$M = M_r \cdot 10^{-3} \text{ (кг/моль)} \quad (12.1)$$

Число молей, содержащихся в массе m вещества, определяется формулой:

$$\nu = \frac{m}{M}. \quad (12.2)$$

Если вещество представляет собой смесь, то молярная масса смеси рассчитывается как отношение массы смеси к количеству вещества всех компонентов, входящих в состав этой смеси:

$$M_{\text{см}} = \frac{m_{\text{см}}}{\nu_{\text{см}}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n}, \quad (12.3)$$

где n – число компонентов.

5. Размеры атомов и молекул принято характеризовать эффективным диаметром $d_{\text{эф}}$, зависящим от химической природы вещества ($d_{\text{эф}} \approx 10^{-10} \text{ м}$).

Эффективный диаметр – это наименьшее расстояние, на которое сближаются центры двух молекул при столкновении. Его наличие говорит о том, что между молекулами действуют силы взаимного отталкивания.

§13 Параметры состояния

Для описания поведения макросистем вводят физические величины, которые называют **параметрами состояния системы**. Основными параметрами являются давление (p), объем (V), температура (T).

Давление – скалярная физическая величина, равная отношению нормальной составляющей силы давления $F_{\perp}$ к площади поверхности S .

$$p = \frac{F_{\perp}}{S}, \quad (13.1)$$

$$[p] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па (паскаль)}.$$

В технике широко используется внесистемная единица измерения давления – техническая атмосфера (ат):

$$1 \text{ ат} = 98066,5 \text{ Па} \approx 9,81 \cdot 10^4 \text{ Па}.$$

Для практических целей (измерение атмосферного давления, в медицине) используют миллиметры ртутного столба (мм рт. ст.):

$$1 \text{ мм рт. ст.} = 133,322 \text{ Па},$$

а также физическую атмосферу (атм):

$$1 \text{ атм} = 760 \text{ мм рт. ст.} = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Измеряют давление манометрами, барометрами, вакуумметрами, а также различными датчиками давления.

Объем – область пространства, занимаемая системой.

$$[V] = \text{м}^3$$

Понятие температуры имеет смысл для равновесных состояний системы. Равновесным состоянием (состоянием термодинамического равновесия) называется состояние системы, не изменяющееся с течением времени.

Температура равновесного состояния – это мера интенсивности теплового движения ее молекул (атомов, ионов). В термодинамике температура – это физическая величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия макроскопической системы.

Температурные шкалы устанавливаются опытным путем. В международной стоградусной шкале температура измеряется в градусах Цельсия ($^{\circ}\text{C}$) и обозначается t . Считается, что при нормальном давлении в $1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па}$ температура плавления льда равна 0°C , кипения воды – 100°C .

В термодинамической шкале температур температура измеряется в кельвинах (К) и обозначается T .

Абсолютная температура T и температура t по стоградусной шкале связаны соотношением:

$$T = t + 273,15.$$

Температура $T = 0$ ($t = -273,15^{\circ}\text{C}$) называется абсолютным нулем температуры. За абсолютный нуль температуры принимается температура, при которой прекращается тепловое движение молекул.

Параметры состояния равновесной системы зависят друг от друга. Соотношение, устанавливающее зависимость давления p в системе от объема V и температуры T , называется **уравнением состояния**.

§14 Уравнение состояния идеального газа

Простейшей макроскопической системой является идеальный газ. Идеальный газ – это физическая модель. Чем разреженнее газ, тем он ближе по своим свойствам к идеальному.

В идеальном газе отсутствует взаимодействие между молекулами, поэтому они движутся равномерно и прямолинейно до тех пор, пока не произойдет столкновения между данной и какой-либо другой молекулой или соударения со стенкой сосуда. При столкновениях молекулы можно считать недеформируемыми. Это означает, что столкновения между молекулами происходят по законам упругих соударений. В процессе столкновения между молекулами газа, а

также между молекулами газа и молекулами вещества стенок сосуда происходит обмен кинетической энергией и импульсом.

Таким образом, с точки зрения молекулярно-кинетической теории **идеальный газ – это система молекул, которые можно считать материальными точками, взаимодействующими друг с другом только в процессе столкновений.**

Параметры состояния идеального газа связаны между собой соотношением:

$$pV = \frac{m}{M}RT, \quad (14.1)$$

где p – давление, производимое газом; V – объем газа; m – масса газа; M – молярная масса; T – термодинамическая температура; $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – молярная газовая постоянная.

Уравнение (14.1) называется уравнением состояния идеального газа или уравнением Менделеева–Клапейрона. Уравнение (14.1) можно свести к виду:

$$p = nkT. \quad (14.2)$$

Величина $k = R/N_A = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ называется постоянной Больцмана. N_A – число Авогадро. Величина $n = \frac{N}{V}$ дает число молекул в единице объема и называется **концентрацией** молекул.

Из (14.2) следует, что **давление идеального газа пропорционально его абсолютной температуре и концентрации молекул.**

Если имеется несколько газов, то давление, производимое газом, будет равно:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n = \sum_{i=1}^n p_i \quad (14.3)$$

где p_1 – давление, которое было бы в сосуде, если бы в нем находились только молекулы первого газа; p_2 – давление, которое было бы при наличии в сосуде только молекул второго газа и т.д.

Давление, которое производил бы газ, при условии, что он один присутствует в сосуде в том количестве, в каком он содержится в смеси, называется **парциальным**.

Уравнение (14.3) представляет собой закон Дальтона:

Давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений газов, образующих смесь.

§15 Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов связывает макроскопический параметр системы – давление, с характеристиками частиц.

При выводе этого уравнения предполагается, что массы всех молекул одинаковы, скорости всех молекул одинаковы по модулю, а все направления движения молекул равновероятны. В результате получается уравнение следующего вида:

$$p = \frac{1}{3} m_0 n \langle v^2 \rangle. \quad (15.1)$$

где m_0 – масса одной молекулы; n – концентрация молекул; $\langle v^2 \rangle$ – средний квадрат скорости молекул.

Понятие среднего квадрата скорости вводится в связи с тем, что реально все частицы обладают разными скоростями. Он определяется следующим образом:

$$\langle v^2 \rangle = \frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}{N}, \quad (15.2)$$

где N – число молекул.

Уравнение (15.1) называется основным уравнением молекулярно-кинетической теории газов. Величина

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{m_0 \langle v^2 \rangle}{2} \quad (15.3)$$

является средней кинетической энергией теплового движения одной молекулы. С учетом этого уравнение (15.3) можно переписать в виде:

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon \rangle. \quad (15.4)$$

Давление, производимое идеальным газом, равно двум третьим средней кинетической энергии поступательного теплового движения всех молекул, содержащихся в единице объема.

§16 Молекулярно-кинетическая трактовка термодинамической температуры

Приравняем правые части уравнений (14.2) и (15.4)

$$\frac{2}{3} n \langle \varepsilon \rangle = nkT,$$

и выразим среднюю энергию теплового движения молекулы:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT. \quad (16.1)$$

Отсюда следует: ***термодинамическая температура – это величина, пропорциональная средней кинетической энергии поступательного движения молекул идеального газа.***

Средняя энергия $\langle \varepsilon \rangle$ зависит только от температуры и не зависит от массы молекулы. Если $\langle \varepsilon \rangle = 0$, то $T = 0$. Температура, при которой прекращается тепловое движение частиц вещества, называется **абсолютным нулем**.

§17 Распределение Максвелла

При столкновении молекулы газа изменяют свои скорости. Изменение скорости молекул происходит случайным образом. Нельзя заранее предсказать, какой численно скоростью будет обладать данная молекула: эта скорость случайна.

Распределение молекул по модулям скоростей описывают с помощью функции распределения $f(v)$:

$$\frac{dN_v}{N dv} = f(v), \quad (17.1)$$

где отношение $\frac{dN_v}{N}$ равно доле молекул, скорости которых лежат в интервале от v до $v+dv$. dv – ширина интервала (рис. 17.1).

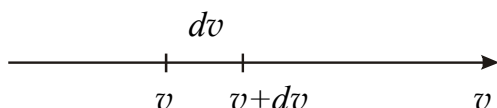


Рисунок 17.1

Зная вид $f(v)$, можно найти число молекул ΔN_v из числа данных молекул N , скорости которых попадают внутрь интервала скоростей от v до $v+\Delta v$. Отношение

$$\frac{dN_v}{N} = f(v) dv \quad (17.2)$$

дает вероятность того, что скорость молекулы будет иметь значение в пределах данного интервала скоростей dv .

Функция $f(v)$ должна удовлетворять условию нормировки, то есть должно выполняться условие:

$$\int_0^{\infty} f(v) dv = 1 \quad (17.3)$$

Левая часть выражения (17.3) дает вероятность того, что молекула обладает скоростью в интервале от 0 до ∞ . Поскольку скорость молекулы обязательно имеет какое-то значение, то указанная вероятность есть вероятность достоверного события и, следовательно, равна 1.

Функция распределения была найдена теоретически Максвеллом. Она имеет следующий вид:

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} \quad (17.4)$$

где m_0 – масса молекулы.

Выражение (17.4) называется **функцией распределения Максвелла**.

Из (17.4) следует, что вид распределения молекул по скоростям зависит от природы газа (массы молекулы) и температуры T . Давление и объем на распределение молекул по скоростям не влияют.

Схематичный график функции распределения Максвелла дан на рис. 17.2. Проведем анализ графика.

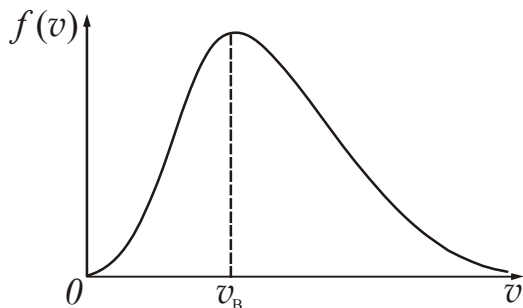


Рисунок 17.2

1. При скоростях стремящихся к нулю ($v \rightarrow 0$) и к бесконечности ($v \rightarrow \infty$) функция распределения также стремится к нулю. Это означает, что очень большие и очень маленькие скорости молекул маловероятны.
2. Скорость $v_в$, отвечающая максимуму функции распределения, будет наиболее вероятной. Это означает, что основная часть молекул обладает скоростями близкими к вероятной.

Можно получить формулу для расчета наиболее вероятной скорости:

$$v_в = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}, \quad (17.5)$$

где k — постоянная Больцмана;
 m_0 — масса молекулы.

3. В соответствии с условием нормировки (17.3) площадь, ограниченная кривой $f(v)$ и осью абсцисс равна единице.
4. Кривая распределения имеет асимметричный характер. Это означает, что доля молекул, имеющих скорости больше наиболее вероятной, больше доли молекул, имеющих скорости меньше наиболее вероятной.

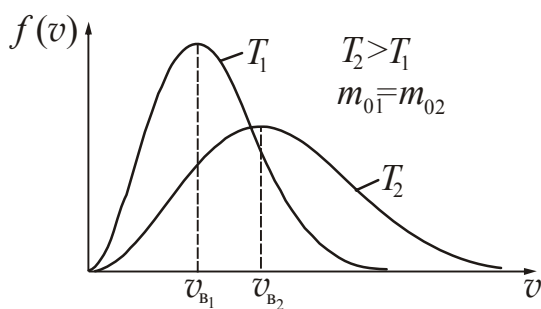


Рисунок 17.3

5. Вид кривой зависит от температуры и природы газа. На рис. 17.3 приведена функция распределения для одного и того же газа, находящегося при разных температурах. При нагревании максимум кривой понижается и смещается вправо, так как доля «быстрых» молекул возрастает, а доля «медленных» — уменьшается. Площадь под обеими кривыми остается постоянной и равной единице.

Установленный Максвеллом закон распределения молекул по скоростям и вытекающие из него следствия справедливы только для газа, находящегося в равновесном состоянии. Закон Максвелла — статистический, применять его можно только к большому числу частиц.

§18 Средние скорости

Пользуясь функцией распределения Максвелла $f(v)$, можно найти ряд средних величин, характеризующих состояние молекул.

Средняя арифметическая скорость – сумма скоростей всех молекул, деленная на число молекул:

$$\langle v \rangle = \frac{v_1 + v_2 + \dots + v_N}{N}. \quad (18.1)$$

Средняя квадратичная скорость, определяющая среднюю кинетическую энергию молекул (см. §15, формулу (15.3)), по определению равна

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2}{N}}, \quad (18.2)$$

Расчет с использованием распределения Максвелла дает следующие формулы для расчета:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}. \quad (18.3)$$

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}. \quad (18.4)$$

Если учесть, что масса одной молекулы равна $m_0 = \frac{M}{N_A}$, где M – молярная масса;

N_A – число Авогадро, а также то, что $kN_A = R$, то выражения для наиболее вероятной, средней арифметической и средней квадратичной скоростей можно переписать следующим образом:

$$v_{\text{в}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}; \quad (18.5)$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}; \quad (18.6)$$

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}}. \quad (18.7)$$

Сопоставляя (18.5), (18.6) и (18.7), можно заметить, что $v_{\text{в}}$, $\langle v \rangle$, $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ одинаково зависят от температуры газа и молярной массы, отличаясь только множителем. Их отношение выглядит следующим образом:

$$v_{\text{в}} : \langle v \rangle : \langle v_{\text{кв}} \rangle = 1 : 1,13 : 1,22.$$

§19 Идеальный газ в однородном поле тяготения

Молекулы любого газа всегда находятся в поле тяготения Земли. На распределение молекул атмосферного воздуха влияют два фактора: тепловое движение молекул и земное тяготение. Если бы не было теплового движения, то все молекулы упали бы на Землю; если бы не было тяготения, то молекулы рассеялись бы по всей Вселенной.

Совместные действия теплового движения и земного тяготения приводят к такому состоянию атмосферы, при котором концентрация молекул и давление газа убывают с возрастанием высоты над Землей.

19.1 Барометрическая формула

Закон изменения давления p идеального газа с высотой h в однородном поле тяготения описывается **барометрической формулой** Лапласа

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}}, \quad (19.1)$$

где p_0 – атмосферное давление на высоте $h=0$, т.е. высоте, принятой за начало отсчета;

M – молярная масса газа.

Данная формула получена в предположении, что газ находится в состоянии термодинамического равновесия, т.е. его температура $T = \text{const}$.

Таким образом, давление идеального газа, находящегося в однородном поле тяготения в состоянии статистического равновесия, убывает с высотой по экспоненциальному закону.

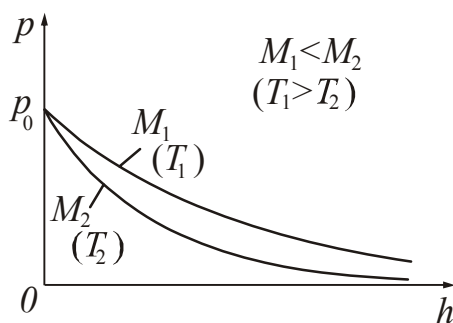


Рисунок 19.1

Из (19.1) следует, что давление убывает с высотой тем быстрее, чем тяжелее газ (чем больше молярная масса M) и чем ниже температура. На рис. 19.1 представлены две кривые, описанные уравнением (19.1). Их можно рассматривать, как соответствующие разным M (при одинаковой температуре T), или как соответствующие разным T (при одинаковой молярной массе M).

Формулу (19.1) можно преобразовать. Для этого сделаем следующие замены:

$$M = m_0 N_A, \quad R = k N_A,$$

где m_0 – масса молекулы;

N_A – число Авогадро;

k – постоянная Больцмана.

Преобразуем показатель экспоненты

$$\frac{Mgh}{RT} = \frac{m_0 N_A g h}{k N_A T} = \frac{m_0 g h}{k T}.$$

Барометрическая формула после этого примет вид:

$$p = p_0 e^{-\frac{m_0 g h}{k T}}, \quad (19.2)$$

где $m_0 g h$ – потенциальная энергия молекулы на высоте h .

19.2 Распределение Больцмана

Согласно барометрической формуле (19.2)

$$p = p_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}}.$$

Произведем замену в соответствии с формулой (14.2):

$$p = nkT, \quad p_0 = n_0 kT,$$

где n_0 – концентрация молекул при $h = 0$;
 n – концентрация молекул на высоте h .

Получим:

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 g h}{kT}}. \quad (19.3)$$

Из анализа формулы (19.3) можно сделать следующие выводы.

1. С понижением температуры концентрация молекул на высотах, отличных от нуля, убывает. При $T=0$ концентрация молекул в пространстве равна нулю, т.е. $n=0$. Это значит, что при абсолютном нуле все молекулы под действием сил притяжения расположились бы на поверхности Земли.
2. Чем выше температура, тем равномернее распределяются молекулы. При $T \rightarrow \infty$, $n=n_0$. Это означает, что при высоких температурах молекулы распределились бы по высоте равномерно.

На разной высоте молекулы обладают разным запасом потенциальной энергии $\varepsilon_{\text{п}} = m_0 g h$, следовательно, распределение молекул по высоте является вместе с тем распределением их по значениям потенциальной энергии.

С учетом этого формулу (19.3) можно записать следующим образом:

$$n = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_{\text{п}}}{kT}}, \quad (19.4)$$

где n_0 – концентрация молекул, соответствующая тем точкам пространства, в которых потенциальная энергия равна нулю: $\varepsilon_{\text{п}} = 0$;

n – концентрация молекул, соответствующая тем точкам пространства, где потенциальная энергия равна $\varepsilon_{\text{п}}$.

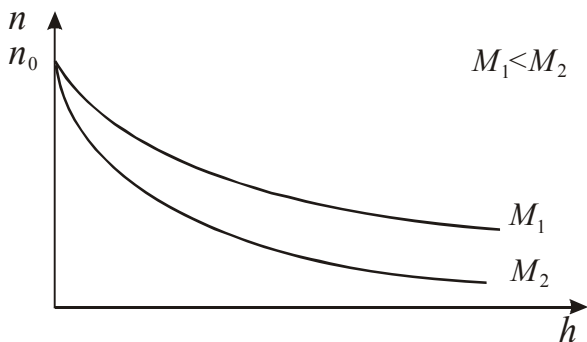


Рисунок 19.2

Распределение (19.4) называют **распределением Больцмана**. Из (19.4) следует, что молекулы располагаются с большей концентрацией там, где меньше их потенциальная энергия, и, наоборот, с меньшей концентрацией в местах, где их потенциальная энергия больше.

Физические основы термодинамики

Термодинамика опирается на основные законы (начала), установленные экспериментально.

Первое начало термодинамики является законом сохранения энергии, примененным к тепловым процессам, т.е. оно устанавливает количественные соотношения между превращениями энергии из одних видов в другие.

Второе начало определяет условия, при которых эти превращения возможны, т.е. определяет возможные направления этого процесса.

§20 Состояние термодинамической системы. Термодинамический процесс

Термодинамическая система – это совокупность макроскопических тел, которые могут обмениваться энергией между собой и с другими телами. Примером системы является жидкость и находящийся с ней в соприкосновении пар или газ.

Состояние системы характеризуют параметрами состояния (давлением p , объемом V , температурой T и т.д.). Состояние, в котором все параметры состояния имеют определенные значения, не изменяющиеся с течением времени, называется **равновесным**.

Состояние системы называется **неравновесным**, если оно без всякого воздействия извне самопроизвольно меняется со временем. В неравновесном состоянии всем или некоторым параметрам нельзя приписать определенные значения. Система, находящаяся в неравновесном состоянии и предоставленная самой себе, постепенно переходит в равновесное состояние.

Термодинамический процесс – это переход системы из одного состояния в другое. Процесс, состоящий из последовательности равновесных состояний, называют **равновесным**. Равновесный процесс – это физическая модель. Процессы будут равновесными, если они протекают бесконечно медленно и при этом внешние воздействия изменяются непрерывно, без скачков.

Равновесный процесс, который допускает возможность возвращения системы в первоначальное состояние через ту же последовательность промежуточных состояний, что и в прямом процессе, называется **обратимым**. При этом в окружающих телах не должно оставаться никаких изменений (не изменяется взаимное расположение тел, окружающих систему, их термодинамическое состояние и т.д.).

Процесс называется **необратимым**, если по его завершении систему нельзя вернуть в исходное состояние так, чтобы в окружающих телах не осталось каких-либо изменений.

Все реальные процессы необратимы. Необратимы смешение жидкостей, газов; передача тепла от нагретого тела к холодному; диффузия и т. д.

§21 Работа, совершаемая системой при изменении объема

Рассмотрим газ, находящийся в цилиндрическом сосуде, закрытом плотно пригнанным поршнем. Допустим, что газ начал медленно расширяться и переместил поршень на расстояние dh (рис. 21.1). Элементарная работа, совершаемая газом при перемещении поршня на величину dh равна

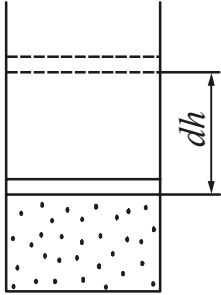


Рисунок 21.1

$$\delta A = F dh,$$

где F – сила, с которой газ давит на поршень. Заменяя силу произведением давления p на площадь S поршня, получим:

$$\delta A = p dV. \quad (21.1)$$

Если газ расширяется, то $dV > 0$. Работа будет положительной. Если газ сжимается, то $dV < 0$. Работа будет отрицательной.

Если давление газа при изменении объема не остается постоянным, то работа, совершаемая при изменении объема от V_1 до V_2 , вычисляется интегрированием:

$$A_{12} = \int_1^2 \delta A = \int_1^2 p dV. \quad (21.2)$$

Процесс изменения объема можно представить на диаграмме (pV). Элементарной работе $\delta A = p dV$ соответствует площадь узкой заштрихованной полоски (рис. 21.2). Площадь фигуры, ограниченной осью V , кривой $p = f(V)$ и ординатами V_1 и V_2 , численно равна работе, совершаемой газом при изменении его объема от V_1 до V_2 .

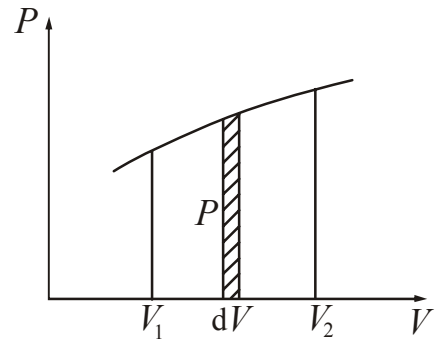


Рисунок 21.2

§22 Внутренняя энергия термодинамической системы

Внутренняя энергия (U) тела определяется как энергия этого тела за вычетом кинетической энергии тела как целого и потенциальной энергии этого тела в различных силовых полях. Следовательно, внутренняя энергия складывается из:

- 1) кинетической энергии хаотического движения молекул;
- 2) потенциальной энергии взаимодействия между молекулами;
- 3) внутримолекулярной энергии (т.е. энергии электронных оболочек атомов и внутриядерной энергии).

Внутренняя энергия является функцией состояния системы. Это означает, что энергия в данном состоянии имеет присущее этому состоянию значение. Приращение внутренней энергии при переходе системы из одного состояния в другое всегда равно разности значений внутренней энергии в конечном и начальном состояниях и не зависит от процесса, которым осуществляется переход.

22.1 Число степеней свободы. Закон равнораспределения энергии по степеням свободы

Числом степеней свободы (i) механической системы называется количество независимых величин, с помощью которых может быть задано положение системы в пространстве.

Экспериментально установлено, что при определении числа степеней свободы молекул, атомы нужно рассматривать как материальные точки.

1. Одноатомная молекула (He, Ne, Ar и т.д.). $i = 3$.

Положение одноатомной молекулы задается тремя пространственными координатами (x, y, z). Степени свободы одноатомной молекулы называют поступательными степенями свободы.

2. Двухатомная молекула с жесткой связью (H_2, O_2, N_2 и т.д.). $i = 5$.

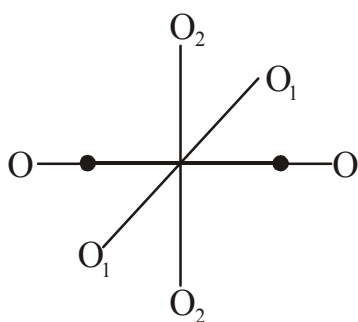


Рисунок 22.1

Такая молекула кроме трех степеней свободы поступательного движения имеет еще две степени свободы вращательного движения вокруг взаимно перпендикулярных осей O_1-O_1 и O_2-O_2 (рис. 22.1). Вращение вокруг третьей оси $O-O$ рассматривать не надо, так как момент инерции атомов относительно этой оси ничтожно мал. Следовательно, ничтожно мала и кинетическая энергия молекулы, связанная с этим вращением. Таким образом, для двухатомной молекулы $i=3+2=5$ (3 – поступательные степени свободы; 2 – вращательные степени свободы).

3. Если число атомов в молекуле с жесткой связью три и больше трех (NH_3, CH_4), то число степеней свободы $i = 6$. $i=3+3=6$ (3 – поступательные степени свободы; 3 – вращательные степени свободы).

Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы согласно формуле (16.1)

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT.$$

Так как поступательных степеней свободы три, то в соответствии с законом равнораспределения энергии хаотического движения молекул по степеням свободы на одну степень свободы приходится энергия

$$\varepsilon = \frac{1}{2} kT. \quad (22.1)$$

На каждую степень свободы (поступательную, вращательную) в среднем приходится одинаковая кинетическая энергия, равная $\frac{1}{2} kT$.

Из закона равнораспределения энергии по степеням свободы вытекает, что средняя кинетическая энергия молекулы определяется формулой:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad (22.2)$$

22.2 Внутренняя энергия идеального газа

Молекулы идеального газа не взаимодействуют друг с другом, поэтому его внутренняя энергия складывается из кинетических энергий отдельных молекул:

$$U = \langle \varepsilon \rangle N, \quad (22.3)$$

где N – число молекул.

$\langle \varepsilon \rangle$ – средняя кинетическая энергия одной молекулы.

Заменив в (22.3) энергию молекулы по формуле (22.2) и число молекул по формуле $N = \frac{m}{M} N_A$ (N_A – число Авогадро), получим:

$$U = \frac{i}{2} kT \frac{m}{M} N_A. \quad (22.4)$$

Произведение постоянной Больцмана на число Авогадро даст молярную газовую постоянную: $k N_A = R$. Тогда

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R T. \quad (22.5)$$

Из (22.5) следует, что **внутренняя энергия идеального газа не зависит от давления и объема, а определяется природой газа и его температурой**. На практике важно знать изменение внутренней энергии

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{i}{2} \frac{m}{M} R (T_2 - T_1). \quad (22.6)$$

§23 Первое начало термодинамики

Изменить внутреннюю энергию системы можно за счет совершения над телом работы A' и передачи ему тепла Q .

Тепло (Q) – количество энергии, переданное от одного тела к другому посредством теплопередачи. Количество тепла измеряется в джоулях.

Из закона сохранения энергии следует, что

$$Q = \Delta U + A, \quad (23.1)$$

где $A = -A'$ – работа, которую совершает система над внешними телами. Этот закон в термодинамике называется первым началом термодинамики. Формулируется он следующим образом:

Количество тепла, сообщенное системе, идет на приращение внутренней энергии системы и на совершение системой работы над внешними телами.

Первое начало можно также формулировать следующим образом:

Невозможен вечный двигатель первого рода, то есть такой периодически действующий двигатель, который совершал бы работу в большем количестве, чем полученная им извне энергия.

Для элементарного процесса первое начало термодинамики записывается в виде:

$$\delta Q = dU + \delta A, \quad (23.2)$$

где dU – элементарно малое приращение внутренней энергии.

§24 Теплоемкость

1. **Теплоемкость тела** – скалярная физическая величина, равная количеству тепла, которое нужно сообщить телу, чтобы нагреть его на один кельвин:

$$C_{\text{тела}} = \frac{\delta Q}{dT}. \quad (24.1)$$

$$[C_{\text{тела}}] = \frac{\text{Дж}}{\text{К}}.$$

2. **Удельная теплоемкость** – скалярная физическая величина, равная количеству тепла, которое нужно сообщить 1 кг вещества, чтобы нагреть его на один кельвин:

$$c = \frac{\delta Q}{m dT}. \quad (24.2)$$

$$[c] = \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}.$$

3. **Молярная теплоемкость** – скалярная физическая величина, равная количеству тепла, которое нужно сообщить одному молю вещества, чтобы нагреть его на один кельвин:

$$C = \frac{\delta Q}{\nu dT}. \quad (24.3)$$

$$[C] = \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Удельная и молярная теплоемкости связаны соотношением:

$$c = \frac{C}{M}, \quad (24.4)$$

где M – молярная масса.

Теплоемкость газов зависит от условий, при которых производилось нагревание тела. Если нагревание производилось при постоянном объеме, то теплоемкость называется теплоемкостью при постоянном объеме и обозначается C_V . Если нагревание производилось при постоянном давлении, то теплоемкость называется теплоемкостью при постоянном давлении и обозначается C_P .

§25 Тепловые машины

25.1 Круговые процессы (циклы)

Круговым процессом (или **циклом**) называется такой процесс, при котором система после ряда изменений возвращается в исходное состояние. На графике (рис. 25.1) цикл изображается замкнутой кривой. На участке 1–2 (расширение от объема V_1 до объема V_2) работа положительна и равна площади, отмеченной наклоненной вправо штриховкой. На участке 2–1 (сжатие от V_2 до V_1) работа отрицательна и равна площади, отмеченной наклоненной влево штриховкой. Следовательно, работа за цикл численно равна площади, охватываемой кривой.

После совершения цикла система возвращается в исходное состояние, поэтому изменение внутренней энергии системы равно нулю.

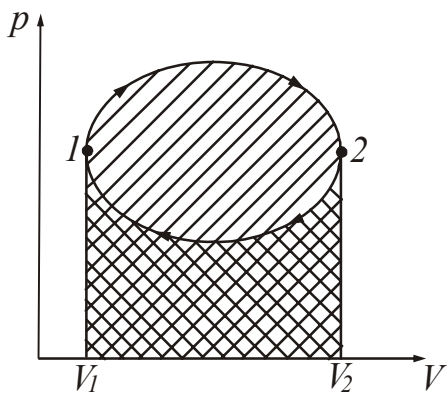


Рисунок 25.1

25.2 Тепловая машина. Кпд тепловой машины

Тепловая машина – периодически действующий двигатель, совершающий работу за счет получаемого извне тепла.

Принципиальная схема теплового двигателя дана на рис. 25.2. **Рабочим телом** называется термодинамическая система, совершающая круговой процесс и обменивающаяся энергией с другими телами. Обычно таким рабочим телом является газ.

Сначала газ приводят в контакт с нагревателем, т.е. телом, температура которого T_1 выше температуры газа. Газ получит от нагревателя тепло Q_1 и расширится от объема V_1 до объема V_2 . Затем газ надо сжать до объема V_1 , т.е. вернуть его в исходное состояние. Для этого его приводят в контакт с холодильником, т.е. телом, температура которого T_2 ниже температуры газа. При этом газ отдает холодильнику тепло Q_2 .

Совершаемая за цикл работа равна

$$A = Q_1 - Q_2, \quad (25.1)$$

так как изменение внутренней энергии в круговом процессе равно нулю.

Коэффициент полезного действия (кпд) тепловой машины равен отношению совершаемой за один цикл работы A к получаемому от нагревателя за цикл количеству тепла Q_1 :

$$\eta = \frac{A}{Q_1}. \quad (25.2)$$

С учетом формулы (25.1) выражение для кпд можно записать в виде:

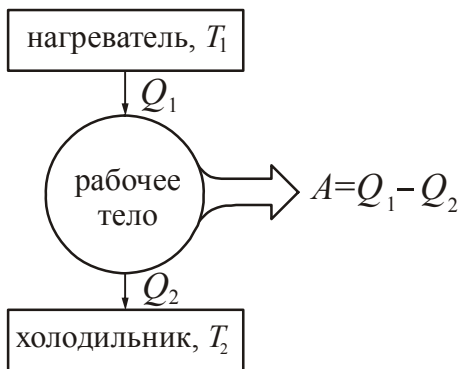


Рисунок 25.2

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}. \quad (25.3)$$

Из определения КПД следует, что он не может быть больше единицы.

25.3 Цикл Карно

Цикл Карно – это обратимый цикл, состоящий из двух изотерм и двух адиабат. Изотермический процесс – это процесс, происходящий при постоянной температуре, адиабатный – это процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой. Этот цикл впервые введен в рассмотрение французским инженером Сади Карно. Если рабочим телом является идеальный газ, то цикл Карно имеет вид, изображенный на рис. 25.3.

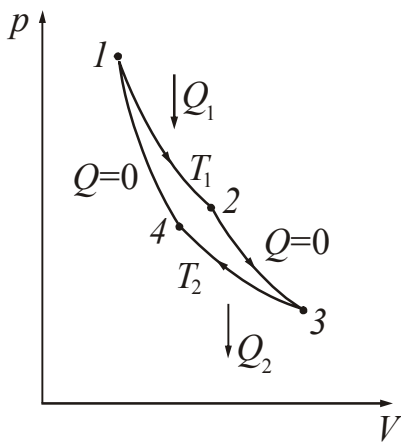


Рисунок 25.3

В процессе 1–2 газ находится в тепловом контакте и равновесии с нагревателем (теплоотдатчиком). Температура нагревателя T_1 . От нагревателя газ получит тепло Q_1 ($Q_1 > 0$). Температура нагревателя при этом не изменится. В процессе 2–3 газ теплоизолируется, и работа по его расширению происходит за счет изменения внутренней энергии. В процессе 3–4 газ приводится в контакт с холодильником (теплоприемником), температура которого T_2 не меняется ($T_2 < T_1$). При этом газ сжимается и передает холодильнику тепло Q_2 .

В процессе 4–1 газ снова теплоизолируется и сжимается до первоначального состояния 1.

КПД цикла Карно определяется следующим образом:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}. \quad (25.4)$$

Теорема Карно: *КПД всех обратимых машин, работающих при одних и тех же температурах нагревателя и холодильника, одинаков и определяется только температурами нагревателя и холодильника и не зависит от природы рабочего тела.*

Для увеличения КПД тепловой машины необходимо увеличивать температуру нагревателя и уменьшать температуру холодильника. КПД необратимой машины всегда меньше, чем КПД обратимой машины, работающей с тем же нагревателем и холодильником.

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (25.5)$$

Знак равенства относится к обратимым машинам, знак неравенства – к необратимым.

§26 Второе начало термодинамики

26.1 Термодинамические формулировки второго начала термодинамики

Второе начало термодинамики определяет возможные направления процессов превращения энергии из одного вида в другой. Также как и первое начало, оно имеет несколько формулировок.

Невозможен процесс, единственным конечным результатом которого была бы передача тепла от менее нагретого тела к более нагретому.

Это не означает, что второе начало вообще запрещает переход тепла от тела, менее нагретого, к телу, более нагретому. Такой переход возможен, но он не будет единственным результатом процесса. Это значит, что одновременно произойдут изменения в окружающих телах, так как для осуществления этого перехода над системой должна совершиться работа.

Невозможен такой процесс, единственным конечным результатом которого явилось бы отнятие от какого-то тела некоторого количества теплоты и превращение этой теплоты полностью в работу.

Рассмотрим, например, расширение газа при постоянной температуре. По первому началу термодинамики $Q = \Delta U + A$. Температура газа не меняется, значит $\Delta T = 0$. Из соотношения (22.6) следует, что изменение внутренней энергии $\Delta U = 0$. Получается, что все полученное тепло перешло в работу: $Q = A$. Но получение тепла и превращение его в работу не единственный конечный результат процесса. Кроме того, в результате изотермического процесса происходит изменение объема газа.

Периодически действующий двигатель, который основан на первом начале термодинамики и совершает работу за счет охлаждения одного источника тепла (например, внутренней энергии больших водоемов), называется **вечным двигателем второго рода**. Следующая формулировка второго начала термодинамики утверждает невозможность создания такого двигателя.

Невозможен вечный двигатель второго рода, то есть периодически действующий двигатель, который получал бы теплоту от одного резервуара и превращал бы ее полностью в работу.

26.2 Приведенное количество тепла. Энтропия

Чтобы определить возможные направления процессов, необходимо ввести физическую величину, которая количественно охарактеризовала бы эту возможность. Такую термодинамическую функцию ввел Клаузиус и назвал ее **энтропией** (в переводе с греч. – одностороннее направление).

Энтропия (S) – скалярная физическая величина, являющаяся функцией состояния системы, элементарное изменение которой при переходе системы из одного состояния в другое определяется соотношением:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}. \quad (26.1)$$

Для обратимого процесса

$$\frac{\Delta Q_{\text{обр}}}{T} = \Delta S. \quad (26.2)$$

Отношение количества тепла, полученного системой от какого-либо тела, к температуре этого тела, называется **приведенным количеством тепла**.

Энтропия величина аддитивная. Это значит, что энтропия системы равна сумме энтропий отдельных ее частей.

Клаузиусом были сформулированы следующие свойства энтропии изолированной (замкнутой) системы:

1. Энтропия замкнутой системы остается постоянной, если в системе протекает обратимый процесс.

$$\Delta S_{\text{обр}} = 0$$

2. Энтропия замкнутой системы возрастает, если в системе протекает необратимый процесс.

$$\Delta S_{\text{необр}} > 0$$

Данные свойства являются статистической формулировкой второго начала термодинамики. Их можно обобщить:

Энтропия изолированной системы при любых происходящих в ней процессах не убывает

$$\Delta S \geq 0. \quad (26.3)$$

Знак «=» относится к обратимому процессу, знак «>» – к необратимому.

26.3 Энтропия и вероятность

Л. Больцман дал статистическое толкование понятия «энтропия» и предложил измерять энтропию логарифмом термодинамической вероятности W состояния с коэффициентом пропорциональности k – постоянной Больцмана.

$$S = k \log W. \quad (26.4)$$

Энтропия – это скалярная физическая величина, равная произведению постоянной Больцмана на логарифм термодинамической вероятности.

Термодинамическая вероятность (W) – число различных способов, которыми реализуется данное состояние.

Соотношение (26.4) означает: чем более вероятно состояние, тем больше энтропия этого состояния. Энтропия является мерой неупорядоченности системы. Все процессы в изолированной системе идут так, чтобы перевести систему из менее вероятного состояния в более вероятное, то есть перевести систему из состояния порядка в состояние беспорядка.

26.4 Границы применимости второго начала термодинамики

Второе начало термодинамики, будучи статистическим законом, описывает закономерности хаотического движения большого числа частиц, составляющих замкнутую систему. Если система состоит из небольшого числа частиц, то будут наблюдаться отклонения от второго начала.

Второе начало, установленное для замкнутых систем на Земле, нельзя распространять на всю Вселенную. Такое распространение приводит к неправильному, с физической и философской точек зрения, выводу о том, что температура всех тел во Вселенной должна выровняться. В действительности, в связи с ее бесконечностью, Вселенная является незамкнутой системой, и в некоторых ее частях неизбежны флуктуации (отклонения), нарушающие тепловое равновесие.

§27 Термодинамическое описание процессов в идеальных газах

Термодинамические процессы, происходящие в системе с постоянной массой при каком-либо одном постоянном параметре, называются *изопроцессами*.

27.1 Изохорный процесс

Изохорный процесс происходит при постоянном объёме, т.е. $V = \text{const}$ и $m = \text{const}$ (рис. 27.1). Описывается законом Шарля:

$$\frac{p}{T} = \text{const}. \quad (27.1)$$

Для двух состояний уравнение (27.1) запишется в виде

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}.$$

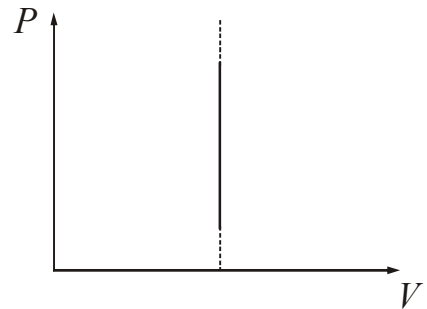


Рисунок 27.1

Сформулируем первое начало термодинамики для изохорного процесса. Согласно (23.1):

$$Q = \Delta U + A.$$

Так как $V = \text{const}$, то изменение объема равно нулю. Работа по расширению газа также будет равной нулю.

В этом случае

$$Q = \Delta U. \quad (27.2)$$

Количество тепла, сообщенное системе, идет на приращение внутренней энергии.

Молярная теплоемкость при $V = \text{const}$.

$$C_V = \frac{i}{2} R. \quad (27.3)$$

Изменение энтропии:

$$\Delta S = \frac{m}{M} C_V \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{m}{M} C_V \ln \frac{p_2}{p_1}. \quad (27.4)$$

27.2 Изобарный процесс

Изобарный процесс происходит при постоянном давлении, т.е. $p = \text{const}$ и $m = \text{const}$ (рис. 27.2). Описывается законом Гей-Люссака:

$$\frac{V}{T} = \text{const}. \quad (27.5)$$

Для двух состояний уравнение (27.5) запишется в виде

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

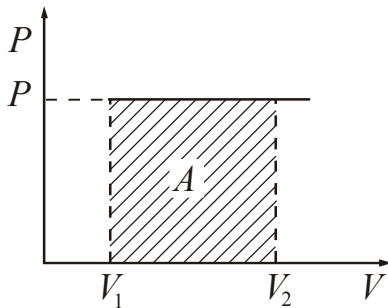


Рисунок 27.2

Запишем первое начало термодинамики для изобарного процесса:

$$Q = \Delta U + A. \quad (27.6)$$

Количество тепла, сообщенное системе, идет на приращение внутренней энергии и совершение системой работы над внешними телами.

Найдем работу, которая совершается системой при изобарном процессе.

$$A = \int_1^2 p dV = p(V_2 - V_1). \quad (27.7)$$

Работа численно равна площади заштрихованного прямоугольника (рис. 27.2).

Молярная теплоемкость при $p = \text{const}$:

$$C_p = C_V + R. \quad (27.8)$$

Полученное выражение называют **уравнением Майера**. Выразим молярную теплоемкость при постоянном давлении через число степеней свободы. Для этого заменим в (27.8) C_V по формуле (27.3) и получим:

$$C_p = \frac{(i+2)}{2} R. \quad (27.9)$$

Изменение энтропии:

$$\Delta S = \nu C_p \ln \frac{T_2}{T_1} = \nu C_p \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (27.10)$$

27.3 Изотермический процесс

Изотермический процесс происходит при постоянной температуре, т.е. $T = \text{const}$ и $m = \text{const}$ (рис. 27.3). Описывается законом Бойля – Мариотта:

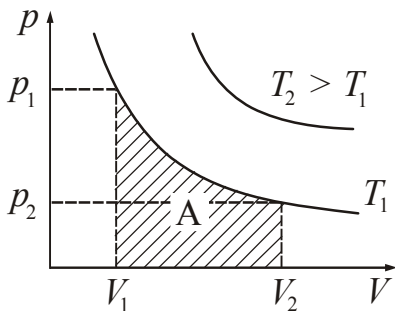


Рисунок 27.3

$$pV = \text{const}. \quad (27.11)$$

Для двух состояний уравнение (27.11) запишется в виде

$$p_1 V_1 = p_2 V_2.$$

Сформулируем первое начало термодинамики для изотермического процесса:

Так как $T = \text{const}$, то изменение температуры и, следовательно, внутренней энергии равно нулю.

Следовательно,

$$Q = A. \quad (27.12)$$

Количество тепла, сообщенное системе, идет на совершение системой работы над внешними телами.

Работу, которая совершается системой при изотермическом процессе:

$$A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu RT \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (27.13)$$

Молярная теплоемкость при $T = \text{const}$

$$C_T = \frac{\delta Q_T}{\nu dT} = \infty. \quad (27.14)$$

Это означает, что понятие теплоемкости при изотермическом процессе смысла не имеет.

Изменение энтропии

$$\Delta S = \nu R \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu R \ln \frac{p_1}{p_2}. \quad (27.15)$$

27.4 Адиабатный процесс

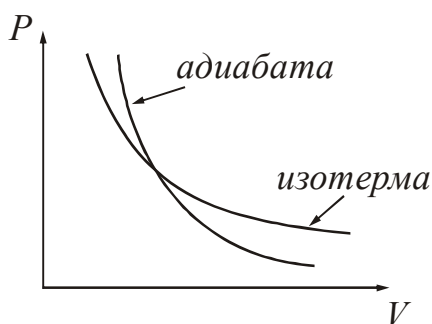


Рисунок 27.4

Адиабатным называется процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой. Это означает, что $\delta Q = 0$, т.е. $Q = 0$. Адиабатный процесс описывается следующим уравнением:

$$pV^\gamma = \text{const}. \quad (27.16)$$

Для двух состояний оно записывается в следующем виде:

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma. \quad (27.17)$$

Соотношение (27.17) называется уравнением Пуассона.

Буквой γ обозначают величину, называемую **показателем адиабаты**. Показатель адиабаты равен отношению молярной теплоемкости при постоянном давлении к молярной теплоемкости при постоянном объеме:

$$\frac{C_p}{C_V} = \gamma. \quad (27.18)$$

Показатель адиабаты можно рассчитывать через число степеней свободы:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{(i+2)2R}{2iR} = \frac{i+2}{i}. \quad (27.19)$$

Уравнение адиабаты можно записывать в переменных T и V .

$$TV^{\gamma-1} = \text{const} \quad (27.20)$$

Для двух состояний:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}.$$

Сравнительные диаграммы изотермы и адиабаты приведены на рис. 27.4.

Количество тепла, которым обменивается тело с внешней средой, будет тем меньше, чем быстрее протекает процесс. Следовательно, близкими к адиабатному, могут быть достаточно быстро протекающие процессы.

Первое начало для адиабатного процесса будет иметь вид:

$$A = -\Delta U. \quad (27.21)$$

При адиабатном процессе работа совершается за счет убыли внутренней энергии.

Если газ расширяется, то внутренняя энергия уменьшается, при этом газ охлаждается. Если газ сжимается, то внутренняя энергия увеличивается, при этом газ нагревается.

Молярная теплоемкость газа при адиабатном процессе равна нулю:

$$C_{\text{ад}} = \frac{\delta Q}{\nu dT} = 0, \quad \text{так как} \quad \delta Q = 0.$$

Работа, совершаемая газом, при адиабатном процессе:

$$A = -\nu C_V (T_2 - T_1) = \nu C_V (T_1 - T_2). \quad (27.22)$$

Сделав замену с использованием уравнения Менделеева – Клапейрона, можно получить еще одну формулу для расчета работы:

$$A = \frac{C_V}{R} (p_1 V_1 - p_2 V_2). \quad (27.23)$$

Изменение энтропии:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = 0, \quad \text{так как} \quad \delta Q = 0.$$

Если $\Delta S = 0$, то $S = \text{const}$ (для обратимого процесса). Так как значение энтропии S для обратимого адиабатного процесса остается постоянным, то его также называют *изоэнтропийным*.

§28 Жидкое состояние

28.1 Строение жидкостей

Жидкость – это агрегатное состояние вещества, промежуточное между газообразным и твердым, поэтому она имеет свойства газообразных и твердых веществ. Как и твердые тела жидкости имеют определенный объем, а подобно газам, принимают форму сосуда, в котором находятся.

Исследования жидкостей при помощи рентгеновских лучей и другие экспериментальные данные показали наличие определенного порядка в размещении частиц – молекулы жидкости образуют нечто подобное кристаллической решетке (особенно при температурах, близких к точке отвердевания). В отличие от кристаллов в жидкостях этот порядок распространяется не на весь объем, а ограничивается областью, включающей несколько частиц вокруг данной. Поэтому говорят о ближнем порядке в расположении частиц жидкости и считают, что по структуре жидкости ближе к твердым телам, чем к газам.

Каждая молекула жидкости длительное время колеблется около определенного положения равновесия. Время от времени она изменяет это положение, перемещаясь на расстояние порядка размеров самих молекул. Этим объясняется текучесть жидкостей. Время колебаний молекулы вокруг положения равновесия называют *временем ее оседлой жизни*. Оно зависит от рода жидкости и температуры. С повышением температуры частота скачкообразных перемещений возрастает, и время оседлой жизни становится меньше. Вследствие этого вязкость жидкостей уменьшается.

Существуют твердые тела, которые по своим свойствам оказываются ближе к жидкостям, чем к кристаллам. Их называют *аморфными*. Переход от аморфного твердого тела к жидкости осуществляется непрерывно, а переход от кристалла к жидкости – скачком. Это значит, что кристаллы имеют фиксированную температуру плавления, а аморфные плавятся в определенном интервале температур. Аморфные твердые тела рассматриваются как переохлажденные жидкости, частицы которых имеют ограниченную подвижность. К числу аморфных тел относят стекло, смолы, битумы и т.п.

Жидкие кристаллы – это жидкости, обладающие анизотропией свойств (в частности, оптической), связанной с упорядоченностью в ориентации молекул. Благодаря сильной зависимости свойств жидких кристаллов от внешних воздействий они находят разнообразное применение в технике, например в системах обработки и отображения информации, в которых используются электрооптические свойства жидких кристаллов. Они применяются также в буквенно-

цифровых индикаторах (электронные часы, микрокалькуляторы), в различного рода управляемых экранах, пространственно-временных транспарантах, в оптических затворах и других светоклапанных устройствах, в оптоэлектронных приборах. На основе жидких кристаллов разработаны плоские экраны телевизоров, мониторов. Свойство жидких кристаллов изменять цвет при изменении температуры используется в медицине (для определения участков тела с повышенной температурой) и в технике (визуализация инфракрасного излучения, контроль качества микроэлектронных схем и т. д.).

28.2 Поверхностное натяжение

Молекулы жидкости располагаются очень близко друг к другу, поэтому силы притяжения достигают значительной величины. Каждая молекула испыты-

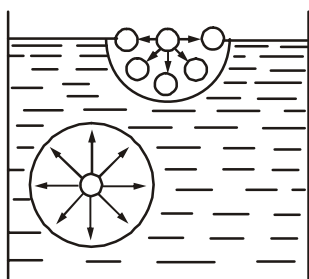


Рисунок 28.1

тывает притяжение со стороны соседних с ней молекул. Если молекула находится внутри жидкости (рис. 28.1), то равнодействующая сил, действующих на нее, равна нулю. Иначе обстоит дело, если молекула находится в поверхностном слое жидкости. Плотность пара (или газа), с которым граничит жидкость, во много раз меньше плотности жидкости, поэтому равнодействующая сил, действующих со стороны молекул пара, тоже будет намного меньше, чем равнодействующая сил, действующих со стороны молекул

жидкости. В результате, на каждую молекулу, находящуюся в приповерхностном слое будет действовать сила, направленная внутрь жидкости.

При переходе молекулы из глубины жидкости в поверхностный слой над молекулой совершается действующими на нее в этом слое силами отрицательная работа. При этом кинетическая энергия молекулы уменьшается, превращаясь в потенциальную. Таким образом, молекулы в поверхностном слое обладают дополнительной потенциальной энергией. Поверхностный слой в целом обладает дополнительной энергией, которая входит составной частью во внутреннюю энергию жидкости.

Наличие этой дополнительной энергии приводит к тому, что жидкость стремится сократить свою поверхность. Жидкость ведет себя так, как если бы она была заключена в упругую растянутую пленку, стремящуюся сжаться. На самом деле никакой пленки нет, поверхностный слой состоит из тех же молекул, что и вся жидкость.

Выделим мысленно на поверхности жидкости участок, ограниченный замкнутым контуром длиной l . Стремление этого участка к сокращению приводит к тому, что он будет действовать на остальную часть поверхности с касательными к поверхности силами. Эти силы называются **силами поверхностного натяжения**. Для количественной оценки силы поверхностного вводят величину, которую называют коэффициентом поверхностного натяжения (или поверхностным натяжением).

Коэффициент поверхностного натяжения (α) – скалярная физическая величина, равная отношению модуля силы поверхностного натяжения F , действующей на границу поверхностного слоя длиной l , к этой длине:

$$\alpha = \frac{F}{l}. \quad (28.1)$$

Для того, чтобы изменить площадь поверхностного слоя при постоянной температуре на величину dS , надо совершить работу

$$\delta A = \alpha dS, \quad (28.2)$$

где α – коэффициент поверхностного натяжения.

При изменении площади от S_1 до S_2 работа будет соответственно равна:

$$A = \alpha(S_2 - S_1). \quad (28.3)$$

При совершении работы A энергия поверхностного слоя изменяется на величину $\Delta W_{\text{пов}}$:

$$A = \Delta W_{\text{пов}} = \alpha(S_2 - S_1) = \alpha \Delta S.$$

Отсюда:

$$\alpha = \frac{\Delta W_{\text{пов}}}{\Delta S}. \quad (28.4)$$

$$[\alpha] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}^2} = \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

Таким образом, можно дать еще одно определение коэффициента поверхностного натяжения.

Коэффициент поверхностного натяжения – скалярная физическая величина, равная отношению изменения потенциальной энергии поверхностного слоя к изменению площади поверхности этого слоя.

Коэффициент поверхностного натяжения зависит от химического состава жидкости и от ее температуры. С увеличением температуры α уменьшается и обращается в нуль при критической температуре.

Поверхностное натяжение существенно зависит от примесей, имеющих в жидкостях. Вещества, ослабляющие поверхностное натяжение жидкости, называются **поверхностно-активными веществами** (ПАВ). Наиболее известным поверхностно-активным веществом относительно воды является мыло. Оно значительно уменьшает ее поверхностное натяжение (примерно с $7,5 \cdot 10^{-2}$ до $4,5 \cdot 10^{-2}$ Н/м). Относительно воды поверхностно-активными являются эфиры, спирты, нефть т.д. С молекулярной точки зрения влияние поверхностно-активных веществ объясняется тем, что силы притяжения между молекулами жидкости больше, чем силы притяжения между молекулами жидкости и примеси. Молекулы жидкости в поверхностном слое с большей силой втягиваются внутрь жидкостей, чем молекулы примеси. В результате этого молекулы жидкости переходят с поверхностного слоя вглубь ее, а молекулы поверхностно-активного вещества вытесняются на поверхность.

Поверхностно-активные вещества применяются в качестве смачивателей, флотационных реагентов, пенообразователей, диспергаторов – понизителей твердости, пластифицирующих добавок, модификаторов кристаллизации и др.

28.3 Смачивание

Твердые тела, также как и жидкости обладают поверхностным натяжением. При рассмотрении явлений на границе раздела различных сред надо иметь в виду, что поверхностная энергия жидкости или твердого тела зависит не только от свойств данной жидкости или данного твердого тела, но и от свойств того вещества, с которым они граничат.

Если граничат друг с другом сразу три вещества: твердое, жидкое и газообразное, то вся система принимает конфигурацию, соответствующую минимуму суммарной потенциальной энергии. Это приводит к тому, что свободная

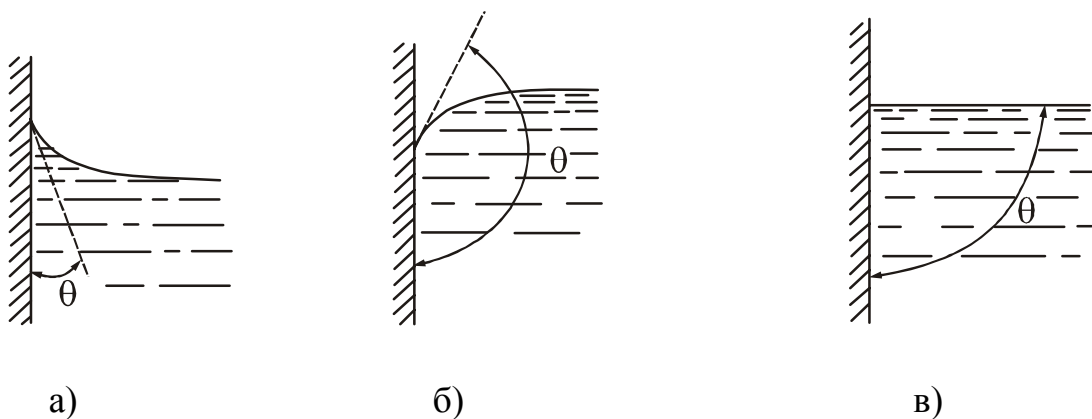


Рисунок 28.2

поверхность жидкости искривляется на границе с твердым телом, и наблюдаются явления **смачивания** или **несмачивания** твердого тела жидкостью. Свободная поверхность жидкости, искривленная около стенок сосуда, называется **мениском**. Для характеристики мениска вводится **краевой угол** θ между смоченной поверхностью стенки и мениском в точке их пересечения (рис. 28.2).

Если $\theta < \frac{\pi}{2}$ (см. рис. 28.2 а), то жидкость считается смачивающей стенку,

если $\theta > \frac{\pi}{2}$ (рис. 28.2 б), то жидкость не смачивает стенку.

Смачивание (несмачивание) считается идеальным, если $\theta = 0$ ($\theta = \pi$). Отсутствию смачивания и несмачивания соответствует условие $\theta = \frac{\pi}{2}$ (рис. 28.2 в).

Смачивание жидкостью твердого тела объясняется тем, что взаимодействие между молекулами жидкости и твердого тела сильнее, чем взаимодействие между частицами жидкости. Когда жидкость не смачивает твердое тело, взаимное притяжение ее молекул больше, чем притяжение их к молекулам твердого тела.

Явление смачивания имеет большое практическое значение. В частности его используют для склеивания, пайки, окрашивания тел, смазки трущихся поверхностей и т.д.

Особенно широко применяется явление смачивания во флотационных процессах (обогащении руд ценной породой). В основу этих процессов положено изменение поверхностного натяжения жидкости различными примесями и неодинаковое смачивание ею разных твердых тел. Практически флотацию осуществляют так: горную породу, состоящую из крупниц руды ценного металла и пустой породы измельчают в порошок с размером частиц 0,1 – 0,001 мм. Этот порошок взбалтывают с водой, в которую добавляют немного масла. При этом образуется пена: пузырьки воздуха, окруженные пленкой масла, легко прилипают к смоченным маслом крупницам металлической руды, поднимая их вверх. Кусочки пустой породы, смоченные водой, оседают на дно отстойника. В результате руда металла отделяется от пустой породы.

Если извлекается несколько металлов из смеси руд, то, пользуясь флотацией, сначала отделяют руды от горной породы, а затем отделяют руду одного металла от другого. Для этого вводят в ванну такие поверхностно-активные вещества, которые изменяют силу поверхностного натяжения жидкости в ней так, что как можно большее количество пузырьков воздуха прилипает к крупницам руды одного металла, по сравнению с другим. Поэтому первые из них всплывают, а другие – тонут.

При механической обработке металлов, бурении скважин в горных породах их смачивают специальными жидкостями, что облегчает и ускоряет их обработку.

28.4. Капиллярные явления

Существование краевого угла приводит к тому, что в узкой трубке (*капилляре*) или в узком зазоре между двумя стенками искривляется вся свободная поверхность жидкости. Если капилляр погрузить одним концом в жидкость, налитую в широкий сосуд, то под искривленной поверхностью в капилляре давление будет отличаться от давления под плоской поверхностью в сосуде. В результате при смачивании капилляра уровень жидкости в нем будет выше, чем в сосуде, при несмачивании – ниже (рис. 28.3).

Разность уровней h будет зависеть от радиуса капилляра и рода жидкости:

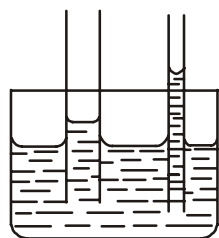
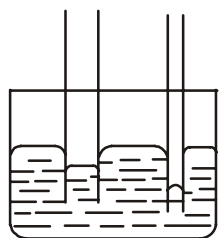


Рисунок 28.3

$$h = \frac{2\alpha \cos \theta}{\rho g r}, \quad (28.5)$$

где r – радиус капилляра; θ – краевой угол; ρ – плотность жидкости; α – коэффициент поверхностного натяжения.

Капиллярность очень распространена в природе, технике, в быту и играет большую роль в разнообразных процессах. Поступление полезных веществ из почвы в растения происходит в основном благодаря капиллярности, так как ткани растений пронизаны огромным количеством узких каналов. Поднятие влаги с глубоких слоев почвы также обуславливается ка-

пиллярностью. Для сохранения в земле влаги капилляры следует разрушать, что достигается рыхлением почвы. Для усиления поступления влаги к поверхности почву укатывают, увеличивая этим количество капиллярных каналов.

В строительной практике приходится учитывать возможность поднятия влаги капиллярными порами строительных материалов. Даже кирпич и бетон имеют широко разветвленную систему капилляров, по которым вода может подняться на значительную высоту, увлажняя стены зданий. Для защиты стен и фундаментов необходимо применять гидроизоляцию.

В быту применение полотенец, салфеток, ваты, марли, промокательной бумаги возможно только благодаря капиллярности.

§29 Явления переноса

29.1 Среднее число столкновений молекул в единицу времени.

Средняя длина свободного пробега молекул

Минимальное расстояние d , на которое сближаются при столкновении центры молекул, называют **эффективным диаметром молекулы** (рис. 29.1). Площадь круга радиусом d называется эффективным сечением молекулы:

$$\sigma = \pi d^2.$$

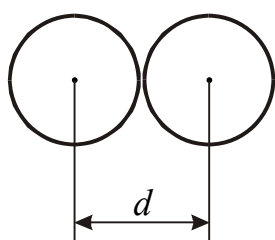


Рисунок 29.1

При движении молекула сталкивается с другими молекулами газа. За единицу времени рассматриваемая молекула испытывает число столкновений с другими молекулами, равное

$$\langle z \rangle = \pi d^2 \langle v \rangle n,$$

где n – концентрация молекул, т.е. число молекул в единице объема. $\langle v \rangle$ – средняя арифметическая скорость молекулы.

Если учесть распределение Максвелла, то появится дополнительный множитель $\sqrt{2}$, т.е.

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 \langle v \rangle n. \quad (29.1)$$

Расстояние, которое молекула пролетает за время свободного пробега от одного столкновения до следующего, называется **длиной свободного пробега**. Длина свободного пробега является случайной величиной, поэтому вводится **средняя длина свободного пробега** $\langle \lambda \rangle$ – среднее расстояние, проходимое молекулой между двумя последовательными столкновениями.

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}. \quad (29.2)$$

Состояние газообразной среды, в котором средняя длина свободного пробега молекул соизмерима с размерами сосуда, называется **вакуумом**.

Низкий вакуум – давление меняется от атмосферного до 10^{-3} мм рт. ст.

Средний вакуум – давление меняется от 10^{-3} мм рт. ст. до 10^{-6} мм рт. ст.

Высокий вакуум – давление меняется от 10^{-6} мм рт. ст. до 10^{-9} мм рт. ст.

29.2 Явления переноса в газах

Участвуя в тепловом движении, молекулы переходят из одних точек пространства в другие. При этом они переносят присущую им энергию, массу и импульс. Это приводит к возникновению процессов, которые называются **явлениями переноса**. К ним относятся: теплопроводность (обусловленная переносом энергии в виде тепла), диффузия (обусловленная переносом массы) и внутреннее трение или вязкость (обусловленная переносом импульса).

29.2.1 Теплопроводность газов

Теплопроводность – это направленный перенос тепла от более нагретых частей тела к менее нагретым, приводящий к выравниванию их температуры.

Перенос тепла описывается законом Фурье (1822 г.):

$$\delta Q = -K \frac{dT}{dx} dS_{\perp} dt, \quad (29.3)$$

где δQ – количество тепла, переносимого за время dt через площадку $dS_{\perp}$, расположенную перпендикулярно направлению переноса тепла;

$\frac{dT}{dx}$ – градиент температуры (величина, показывающая, на сколько отличаются температуры двух точек, отстоящих друг от друга на единицу длины);
 K – коэффициент теплопроводности.

Знак «минус» указывает на то, что перенос тепла происходит в направлении убывания температуры.

Коэффициент теплопроводности (K) характеризует способность вещества проводить тепло и показывает, какое количество тепла переносится через единичную площадку за единицу времени при градиенте температуры равном единице.

В кинетической теории газов показано, что коэффициент теплопроводности газов можно рассчитывать по формуле:

$$K = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \rho c_V, \quad (29.4)$$

где $\langle \lambda \rangle$ – средняя длина свободного пробега молекул, $\langle v \rangle$ – средняя арифметическая скорость, ρ – плотность газа, c_V – удельная теплоемкость при постоянном объеме.

Единица измерения коэффициента теплопроводности в СИ

$$[K] = \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}.$$

Газы являются наихудшими проводниками тепла. Коэффициент теплопроводности газов зависит от температуры. С повышением температуры он возрастает.

29.2.2 Диффузия в газах

Диффузия в газе – процесс перемешивания молекул, сопровождающийся переносом массы из мест с бóльшей концентрацией данных молекул в места с меньшей концентрацией этих молекул.

В химически чистом газе при постоянной температуре диффузия возникает вследствие неодинаковой плотности в разных частях объема газа и заключается в переносе массы газа из мест с бóльшей плотностью в места с меньшей плотностью.

В химически однородном газе перенос вещества при диффузии подчиняется закону Фика (1855 г.)

$$dm = -D \frac{d\rho}{dx} dS_{\perp} dt, \quad (29.5)$$

где dm – масса вещества, диффундировавшего за время dt через площадку $dS_{\perp}$, расположенную перпендикулярно направлению переноса вещества;

$\frac{d\rho}{dx}$ – градиент плотности (величина, показывающая, на сколько отличаются плотности двух точек, отстоящих друг от друга на единицу длины);

D – коэффициент диффузии.

Знак «минус» указывает на то, что перенос массы осуществляется в сторону убывания плотности.

Коэффициент диффузии (D) показывает, какая масса вещества переносится через единичную площадку за единицу времени при градиенте плотности, равном единице.

Единица измерения коэффициента диффузии в СИ

$$[D] = \frac{\text{м}^2}{\text{с}}.$$

В кинетической теории газов показано, что коэффициент диффузии можно рассчитывать по формуле:

$$D = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle, \quad (29.6)$$

Коэффициент диффузии газов растет с температурой пропорционально $\sqrt{T}$, а с ростом давления коэффициент диффузии уменьшается.

29.2.3 Внутреннее трение (вязкость) газов

Внутреннее трение (вязкость) – взаимодействие между слоями газа, движущимися с различными скоростями, сопровождающееся переносом импульса направленного движения из более быстрых слоев в более медленные.

Для явления внутреннего трения справедлив закон Ньютона (1687 г.):

$$dp = -\eta \frac{dv}{dx} dS_{\perp} dt, \quad (29.7)$$

где dp – импульс, переносимый за время dt через площадку $dS_{\perp}$, расположенную перпендикулярно направлению переноса импульса;

$\frac{dv}{dx}$ – градиент скорости;

η – коэффициент внутреннего трения (динамическая вязкость).

Знак «минус» указывает на то, что перенос импульса происходит в направлении убывания скорости.

Коэффициент внутреннего трения (η) показывает, какой импульс переносится через единичную площадку за единицу времени при градиенте скорости равном единице.

Единица измерения коэффициента внутреннего трения (вязкости) в СИ

$$[\eta] = \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}} = \text{Па} \cdot \text{с}, \text{ (читается: “паскаль-секунда”).}$$

В кинетической теории газов показано, что коэффициент внутреннего трения можно рассчитывать по формуле:

$$\eta = \frac{1}{3} \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \rho. \quad (29.8)$$

Коэффициент внутреннего трения газов не зависит от давления, но увеличивается с ростом температуры пропорционально $\sqrt{T}$.

Сопоставляя формулы (29.4), (29.6) и (29.8), можно получить связь между коэффициентами переноса:

$$\eta = D\rho, \quad (29.9)$$

$$K = \eta c_V = D\rho c_V. \quad (29.10)$$

ЧАСТЬ 3. ЭЛЕКТРОСТАТИКА И ПОСТОЯННЫЙ ТОК

Электростатика – раздел электродинамики, в котором рассматриваются свойства и взаимодействие неподвижных в инерциальной системе отсчета электрически заряженных тел или частиц, обладающих электрическим зарядом.

§30 Электрический заряд. Закон Кулона

Электрический заряд (q) – неотъемлемое свойство некоторых элементарных частиц (протонов, электронов и т.д.), определяющее их взаимодействие с внешним электромагнитным полем.

$[q] = \text{Кл}$ (кулон); $1 \text{ Кл} = 1 \text{ А} \cdot \text{с}$.

30.1 Свойства электрического заряда

1. Электрический заряд существует в двух видах: положительный и отрицательный. Одноименные заряды отталкиваются, разноименные – притягиваются.
2. Существует минимальный электрический заряд, который называют элементарным. Носитель элементарного отрицательного заряда – электрон, положительного – протон. Заряд элементарных частиц одинаков по величине.

$$q_e = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}.$$

3. Электрический заряд дискретен, т.е. заряд любого тела образуется совокупностью элементарных зарядов и является величиной, кратной e .

$$q = eN, \quad N = 1, 2, 3 \dots \quad (30.1)$$

4. Электрический заряд подчиняется закону сохранения заряда: Алгебраическая сумма зарядов электрически изолированной системы заряженных тел остается величиной постоянной.

$$q_1 + q_2 + \dots + q_N = \text{const} \quad (30.2)$$

5. Электрический заряд инвариантен, т.е. его величина не зависит от того, движется заряд или нет.

30.2 Закон Кулона

Закон, который позволяет найти силу взаимодействия точечных зарядов, установлен экспериментально в 1785 году Ш. Кулоном.

Точечный заряд – это заряженное тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстоянием от этого тела до других заряженных тел.

Сила взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов пропорциональна величине этих зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и зависит от среды, в которой находятся заряды:

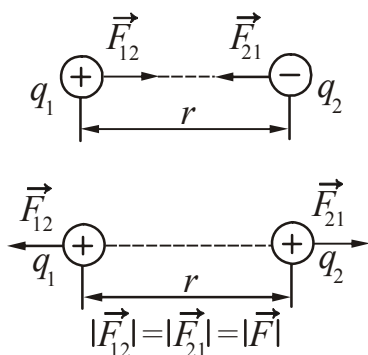


Рисунок 30.1

$$F = k \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}, \quad (30.3)$$

где $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$ – коэффициент пропорциональности в СИ.

$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ – электрическая постоянная.

ε – диэлектрическая проницаемость – характеристика среды. Для вакуума $\varepsilon = 1$.

Сила направлена по прямой, соединяющей заряды (рис. 30.1).

§31 Электрическое поле. Характеристики электрического поля

Электрическое поле – это материальная среда, существующая вокруг заряженных тел и проявляющая себя силовым действием на заряды. Если электрически заряженные тела или частицы неподвижны в данной системе отсчета, то их взаимодействие осуществляется посредством электростатического поля. Электростатическое поле является не изменяющимся во времени (стационарным) электрическим полем.

31.1 Напряженность электрического поля

Для того, чтобы обнаружить и исследовать электрическое поле, используют точечный положительный заряд, который называют пробным – $q_{\text{пр}}$. Если брать разные по величине пробные заряды, то и силы, которые действуют на эти заряды в данной точке поля, будут разными. Однако отношение силы к величине заряда для данной точки поля для всех пробных зарядов будет одним и тем же.

Напряженность электрического поля ($\vec{E}$) – векторная физическая величина, силовая характеристика электрического поля, численно равная силе, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_{\text{пр}}}. \quad (31.1)$$

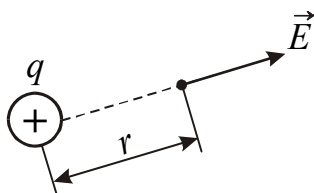


Рисунок 31.1

$$[E] = \frac{\text{Н}}{\text{Кл}} = \frac{\text{В}}{\text{м}}.$$

Направление вектора напряженности совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд (рис. 31.1).

Если величина и направление вектора напряженности поля в каждой точке одинаковы, то поле называется **однородным**.

Исходя из закона Кулона, можно рассчитать напряженность электрического поля, создаваемого точечным зарядом.

$$E = \frac{F}{q_{\text{пр}}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\epsilon r^2}. \quad (31.2)$$

Если поле создается несколькими зарядами, то напряженность результирующего поля равна векторной сумме напряженностей полей, которые создавал бы каждый из зарядов системы в отдельности (рис. 31.2).

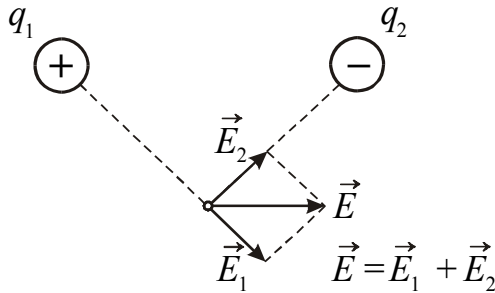


Рисунок 31.2

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_N = \sum_{i=1}^N \vec{E}_i. \quad (31.3)$$

Данное утверждение называется **принципом суперпозиции** (наложения) **полей**.

На любой заряд q , внесенный в электрическое поле, действует электрическая сила

$$\vec{F}_{\text{эл}} = q\vec{E}. \quad (31.4)$$

31.2 Потенциал электростатического поля

Пусть пробный заряд $q_{\text{пр}}$ под действием сил поля перемещается относительно заряда q вдоль некоторой линии (рис. 31.3). При перемещении из точки 1 в точку 2 совершается работа

$$A = \int_{r_1}^{r_2} F dr = \int_{r_1}^{r_2} k \frac{qq_{\text{пр}}}{\epsilon r^2} dr = - \left(k \frac{qq_{\text{пр}}}{\epsilon r_2} - k \frac{qq_{\text{пр}}}{\epsilon r_1} \right) \quad (31.5)$$

Из формулы (31.5) следует, что работа по перемещению заряда в электростатическом поле определяется только начальным и конечным положением заряда. Следовательно, кулоновские силы являются консервативными, а электростатическое поле – потенциальным. Работа консервативных сил равна убыли потенциальной энергии.

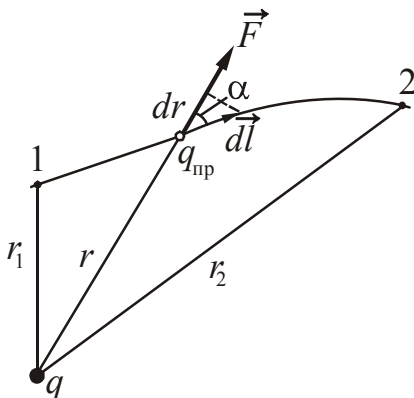


Рисунок 31.3

Величину $k \frac{qq_{\text{пр}}}{r}$ можно назвать потенциальной энергией заряда $q_{\text{пр}}$ в поле заряда q .

$$W_{\text{п}} = k \frac{qq_{\text{пр}}}{\epsilon r} \quad (31.6)$$

Отношение потенциальной энергии к величине пробного заряда для данной точки поля будет одним и тем же.

Потенциал (φ) – скалярная физическая величина, энергетическая характеристика электростатического поля, численно равная потенциальной энергии, которой обладал бы в данной точке поля единичный положительный заряд:

$$\varphi = \frac{W_{\text{п}}}{q_{\text{пр}}} . \quad (31.7)$$

$$[\varphi] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{В (вольт)} .$$

Потенциал может быть положительным или отрицательным.

Потенциал поля точечного заряда:

$$\varphi = k \frac{q}{\varepsilon r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon r} , \quad (31.8)$$

где k – коэффициент пропорциональности;

q – заряд, создающий поле;

r – расстояние от заряда до точки, в которой определяется потенциал.

Если r стремится к бесконечности ($r \rightarrow \infty$), то потенциал φ стремится к нулю. Это означает, что потенциал поля точечного заряда обращается в нуль в бесконечно удаленной точке.

Работа A , совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда q из точки 1 с потенциалом φ_1 в точку 2 с потенциалом φ_2 :

$$A = -(q\varphi_2 - q\varphi_1) = q(\varphi_1 - \varphi_2) . \quad (31.9)$$

Величину $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ называют разностью потенциалов. Таким образом

$$A = q\Delta\varphi . \quad (31.10)$$

Если заряд q из точки с потенциалом φ удаляется на бесконечность (там, где по условию потенциал равен нулю) то работа сил поля равна

$$A_{\infty} = q\varphi .$$

Отсюда следует, что **потенциал численно равен работе, совершаемой силами электростатического поля при перемещении единичного положительного заряда из этой точки на бесконечность.**

$$\varphi = \frac{A_{\infty}}{q} .$$

На практике за нулевой потенциал обычно принимают потенциал Земли.

Если поле создается системой зарядов, то, в соответствии с принципом суперпозиции, потенциал результирующего поля равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым зарядом в отдельности:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_N = \sum_{i=1}^N \varphi_i . \quad (31.11)$$

§32 Графическое изображение электростатических полей

Графически электростатическое поле изображают с помощью силовых линий и эквипотенциальных поверхностей.

Эквипотенциальная поверхность – это геометрическое место точек электростатического поля, потенциалы которых одинаковы. Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении электрического заряда по одной и той же эквипотенциальной поверхности, равна нулю.

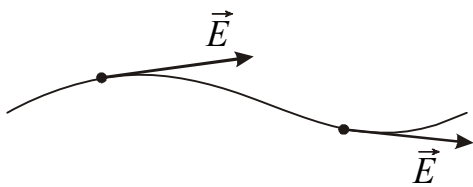


Рисунок 32.1

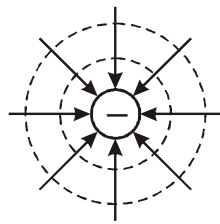
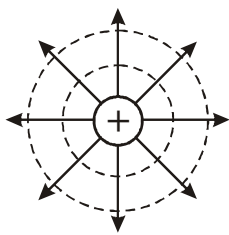
Силовая линия (линия напряженности) – это линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением вектора напряженности $\vec{E}$ (рис. 32.1).

Свойства силовых линий:

1. Силовые линии начинаются на положительных зарядах, заканчиваются на отрицательных или уходят в бесконечность.
2. Силовые линии не пересекаются.
3. По густоте силовых линий судят о величине напряженности электростатического поля.
4. Силовые линии перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям.

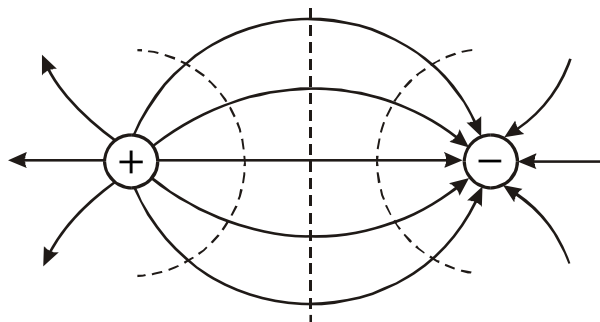
Эквипотенциальные поверхности обычно чертят так, что при переходе от одной эквипотенциальной поверхности к соседней потенциал меняется на одну и ту же величину $\Delta\phi$.

1. Поле точечного заряда.

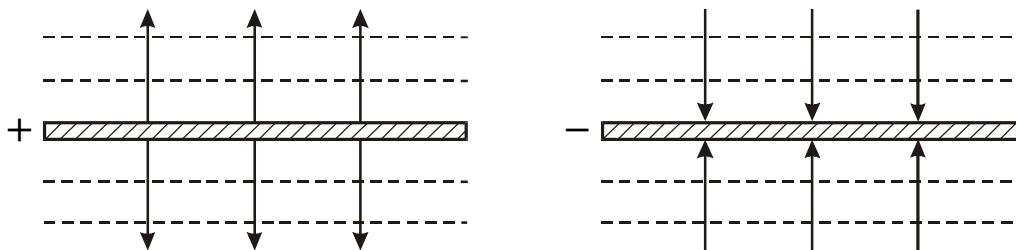


----- Эквипотенциальные поверхности
—————> Силовые линии

2. Система точечных зарядов.



3. Поле равномерно заряженной плоскости.



§33 Связь между напряженностью электрического поля и потенциалом

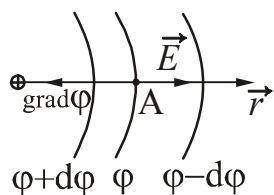


Рисунок 33.1

Найдем связь потенциала с напряженностью электрического поля на примере электрического поля точечного заряда. Такое поле является неоднородным, так как численное значение и направление вектора напряженности $\vec{E}$ меняются при переходе из одной точки поля в другую. Изобразим три эквипотенциальные поверхности поля этого заряда с потенциалами $\varphi + d\varphi$, φ , $\varphi - d\varphi$, где $d\varphi$ – бесконечно малое изменение потенциала (рис. 33.1). Эти поверхности находятся на разном расстоянии друг от друга.

Изменение потенциала в заданном направлении $\vec{r}$ характеризует производная по направлению $\frac{d\varphi}{dr}$. С уменьшением расстояния от заряда потенциал поля увеличивается. Это означает, что численное значение производной будет возрастать в сторону, противоположную вектору $\vec{E}$. Для того, чтобы указать направление наиболее быстрого возрастания потенциала, вводят векторную величину, которая называется градиентом потенциала.

Градиент потенциала (обозначается $\text{grad}\varphi$) – это вектор, направленный в сторону максимального возрастания потенциала и численно равный изменению потенциала, приходящемуся на единицу длины в этом направлении. Поместим в точку А указанного электрического поля пробный положительный заряд $q_{\text{пр}}$. Пусть под действием поля он смещается из точки с потенциалом φ в точку с потенциалом $\varphi - d\varphi$. При этом совершается работа

$$\delta A = Fdr = q_{\text{пр}} E dr, \quad (33.1)$$

где dr – расстояние между эквипотенциальными поверхностями φ и $\varphi - d\varphi$.

С другой стороны

$$\delta A = -q_{\text{пр}} d\varphi. \quad (33.2)$$

Приравнявая (33.1) и (33.2) и сокращая на $q_{\text{пр}}$, получим

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}. \quad (33.3)$$

Это означает, что напряженность электрического поля численно равна изменению потенциала, приходящемуся на единицу длины. Формулу (33.3) можно записать в векторном виде

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi. \quad (33.4)$$

Знак « $\rightarrow$ » говорит о том, что вектор напряженности направлен в сторону убывания потенциала. Формула (33.4) справедлива для любого электростатического поля.

Если поле однородное, то вектор $\vec{E}$ сохраняет свое численное значение и направление. В случае однородного поля

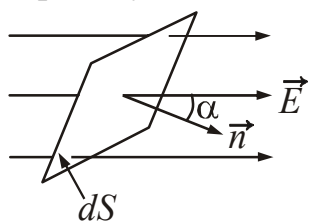
$$E = \frac{U}{d}, \quad (33.5)$$

где d – расстояние между эквипотенциальными плоскостями с потенциалами φ_1 и φ_2 , $U = \varphi_1 - \varphi_2$ – разность потенциалов (напряжение).

§34 Расчет электростатических полей

34.1 Теорема Гаусса

Потоком вектора напряженности электрического поля через элементарный участок поверхности dS называется величина



$$d\Phi = \vec{E}d\vec{S} = EdS \cos \alpha. \quad (34.1)$$

где $d\vec{S} = \vec{n}dS$, $\vec{n}$ – единичный вектор, перпендикулярный площадке dS ;

α – угол между направлением $\vec{n}$ и $\vec{E}$ (рис. 34.1).

Рисунок 34.1

Поток вектора напряженности Φ через любую поверхность S равен алгебраической сумме потоков напряженности сквозь все малые участки этой поверхности.

$$\Phi = \int_S \vec{E}d\vec{S}. \quad (34.2)$$

$$[\Phi] = \frac{B}{m} \cdot m^2 = B \cdot m.$$

Согласно теореме Гаусса для электростатического поля

Поток вектора напряженности электростатического поля сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью, деленной на произведение $\epsilon_0\epsilon$.

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0\epsilon} \cdot \sum_{i=1}^N q_{\text{охв.}}. \quad (34.3)$$

Введем дополнительную характеристику электростатического поля

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}, \quad (34.4)$$

которую называют **вектором электростатической индукции (электрическим смещением)**.

В этом случае теорему Гаусса можно записать следующим образом:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum_{i=1}^N q_{\text{охв.}}. \quad (34.5)$$

34.2 Примеры расчета электростатических полей

При расчете электростатических полей в этом разделе предполагается, что проводники находятся в вакууме, т.е. $\varepsilon=1$.

34.2.1 Поле равномерно заряженной бесконечно длинной нити

Пусть бесконечно длинная нить заряжена равномерно с линейной плотностью заряда τ . **Линейной плотностью заряда** называется величина, численно равная заряду, приходящемуся на единицу длины. При равномерном распределении заряда

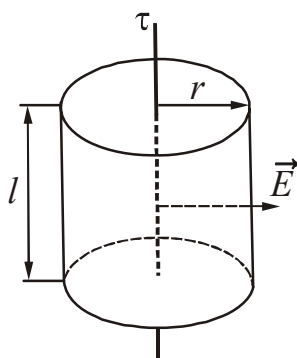


Рисунок 34.2

$$\tau = \frac{q}{l}. \quad (34.6)$$

$$[\tau] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}}.$$

В качестве замкнутой поверхности выберем коаксиальный цилиндр радиуса r и высоты l (рис. 34.2). Из соображений симметрии следует, что напряженность поля в любой точке должна быть направлена по радиальной прямой, перпендикулярной оси нити (заряд считается положительным). Поток Φ через торцы цилиндра равен нулю, так

как линии напряженности перпендикулярны оси. Поток через боковую поверхность

$$\Phi = \int_S \vec{E} d\vec{S} = E \cdot 2\pi r l.$$

По теореме Гаусса (см. формулу (34.3)):

$$E \cdot 2\pi r l = q \cdot \frac{1}{\varepsilon_0} = \frac{\tau l}{\varepsilon_0},$$

Отсюда:

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r}. \quad (34.7)$$

Поле отрицательно заряженной нити отличается только направлением напряженности $\vec{E}$.

34.2.2 Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости

Пусть плоскость заряжена равномерно с поверхностной плотностью заряда σ . **Поверхностной плотностью заряда** называется величина, численно равная заряду, приходящемуся на единицу площади. При равномерном распределении заряда

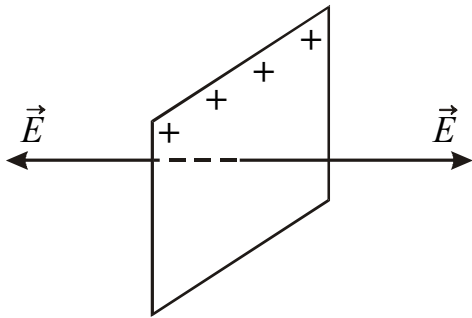


Рисунок 34.3

$$\sigma = \frac{q}{S}. \quad (34.8)$$

$$[\sigma] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}.$$

Напряженность поля равномерно заряженной бесконечной плоскости определяется следующим образом:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \quad (34.9)$$

Это означает, что на любых расстояниях от бесконечной плоскости напряженность поля одинакова по величине (рис. 34.3).

Две равномерно, с одинаковой плотностью σ , разноименно заряженные бесконечные параллельные плоскости создают однородное электрическое поле. Напряженность E поля между плоскостями определяется соотношением:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (34.10)$$

34.2.3 Поле равномерно заряженной сферической поверхности

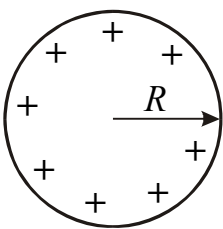


Рисунок 35.4

Поле, создаваемое сферической поверхностью радиуса R , заряженной с постоянной поверхностной плотностью заряда σ , будет центрально-симметричным (рис. 35.4). Это означает, что направление вектора $\vec{E}$ в любой точке проходит через центр сферы, а величина напряженности зависит от расстояния r от центра сферы.

Напряженность поля равномерно заряженной сферической поверхности:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}. \quad (34.11)$$

Сферическая поверхность радиуса $r < R$ не будет содержать зарядов, поэтому внутри сферы, заряженной с постоянной поверхностной плотностью, поле отсутствует, т.е. $E = 0$.

§35 Электрический диполь

Электрическим диполем называется система двух одинаковых по величине разноименных точечных зарядов $+q$ и $-q$, расстояние l между которыми значительно меньше расстояния до тех точек, в которых определяется поле системы.

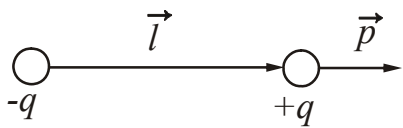


Рисунок 35.1

Прямая, проходящая через оба заряда, называется **осью диполя**. Вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному и численно равный расстоянию между ними, называется **плечом диполя** $\vec{l}$ (рис. 35.1).

Вектор, совпадающий по направлению с плечом диполя и численно равный произведению модуля заряда $|q|$ на плечо $\vec{l}$, называется **электрическим моментом диполя** или **дипольным моментом** (рис. 35.1).

$$\vec{p} = |q|\vec{l}. \quad (35.1)$$

$[p] = \text{Кл} \cdot \text{м}.$

Если диполь поместить во внешнее электрическое поле напряженностью

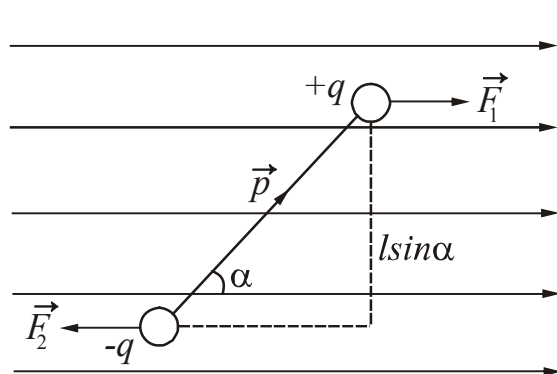


Рисунок 35.2

$\vec{E}$ (рис. 35.2), то заряды $+q$ и $-q$ окажутся под действием равных по величине, но противоположных по направлению сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Модуль каждой силы $F = qE$.

Плечо этой пары сил равно $l \sin \alpha$. Вращающий момент сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ стремится развернуть диполь вдоль поля. Величина момента: равна:

$$M = F l \sin \alpha = qEl \sin \alpha.$$

Так как $ql = p$, то

$$M = pE \sin \alpha. \quad (35.2)$$

Данное выражение можно представить в векторном виде

$$\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}. \quad (35.3)$$

Таким образом, поведение диполя в электрическом поле определяется его дипольным моментом.

§36 Диэлектрики в электрическом поле

Диэлектрики (изоляторы) – это вещества, не способные проводить электрический ток. Идеальных изоляторов в природе не существует. Все вещества хотя бы в ничтожной степени проводят электрический ток. Однако, вещества, которые называются диэлектриками, проводят ток в $10^{15} - 10^{20}$ раз хуже, чем вещества, которые называются проводниками.

Согласно молекулярно-кинетической теории все вещества состоят из атомов или молекул. В свою очередь, атомы состоят из положительно заряженных ядер и отрицательно заряженных электронов, расстояние между которыми очень мало ($\sim 10^{-10}$ м), поэтому атомы и молекулы, находящиеся в электрическом поле, можно рассматривать как диполи. Если диэлектрик внести в электрическое поле, то это поле и сам диэлектрик претерпевают существенные изменения.

36.1 Классификация диэлектриков

По своей структуре диэлектрики можно разделить на три группы.

1. Вещества, молекулы которых имеют симметричное строение (N_2 , H_2 , O_2 , CH_4 , CO_2).

Если внешнее поле отсутствует ($\vec{E} = 0$), то центр тяжести положительных и отрицательных зарядов совпадает (рис. 36.1 а). Дипольный момент молекулы $\vec{p} = 0$. Такие молекулы называются **неполярными**. Если напряженность внешнего поля не равна нулю ($\vec{E} \neq 0$), то заряды неполярных молекул смещаются (рис. 36.1 б). Молекула приобретает дипольный момент $\vec{p}$, величина которого пропорциональна напряженности электрического поля $\vec{E}$.

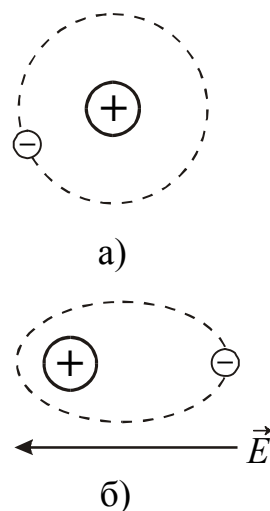


Рисунок 36.1

2. Вещества, молекулы которых имеют асимметричное строение (NH_3 , H_2O , SO_2 , CO).

Центры тяжести положительных и отрицательных зарядов не совпадают (рис. 36.2). Такие молекулы называют **полярными**. Если напряженность внешнего электрического поля равна нулю ($\vec{E} = 0$), то молекулы все равно обладают дипольным моментом. Действие внешнего поля на полярную молекулу сводится в основном к стремлению повернуть молекулу так, чтобы ее дипольный момент установился по направлению поля.

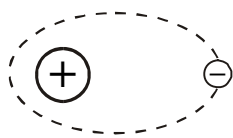


Рисунок 36.2

3. Вещества, молекулы которых имеют ионное строение (NaCl , KCl , KBr и др.).

При наложении на кристалл электрического поля происходит некоторая деформация решетки. При этом возникает дипольный момент.

36.2 Поляризация диэлектриков

Заряды, входящие в состав диэлектрика, называются связанными. Покинуть пределы молекулы связанные заряды не могут. Под действием электрического поля связанные заряды могут лишь смещаться относительно положений равновесия.

Если внешнее электрическое поле отсутствует, то дипольные моменты молекул диэлектрика или равны нулю (неполярные молекулы), или распределены по направлениям в пространстве хаотическим образом (полярные молекулы). В обоих случаях суммарный дипольный момент диэлектрика равен нулю.

При помещении диэлектрика во внешнее электрическое поле его молекулы приобретают дипольные моменты или поворачиваются так, что их дипольные моменты устанавливаются по направлению поля. В результате диэлектрик приобретает дипольный момент

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i, \quad (36.1)$$

где $\vec{p}_i$ – дипольный момент одной молекулы.

Это означает, что в диэлектрике под действием электрического поля возникают **поляризационные заряды**.

Возникновение в диэлектрике поляризационного заряда под действием электрического поля называется **поляризацией диэлектрика**.

Для количественного описания поляризации диэлектрика вводят векторную величину, которую называют поляризованностью.

Поляризованность ($\vec{P}_V$) – векторная физическая величина, численно равная дипольному моменту единицы объема диэлектрика:

$$\vec{P}_V = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i, \quad (36.2)$$

где ΔV – физически бесконечно малый объем, взятый вблизи рассматриваемой точки.

$$[P_V] = \frac{\text{Кл} \cdot \text{м}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}.$$

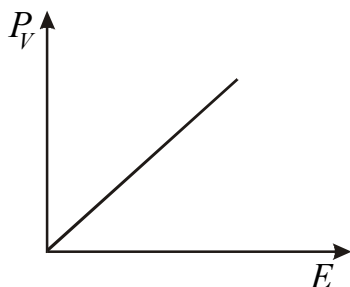


Рисунок 36.4

В слабых полях поляризованность изотропных диэлектриков пропорциональна напряженности электрического поля (рис. 36.4) в той же точке:

$$\vec{P}_V = \chi \varepsilon_0 \vec{E}, \quad (36.3)$$

где χ – диэлектрическая восприимчивость среды – величина, характеризующая электрические свойства диэлектрика.

Диэлектрическая восприимчивость χ величина безразмерная, всегда положительная, для большинства диэлектриков численное значение составляет несколько единиц.

36.3 Поле внутри диэлектрика

Рассмотрим две бесконечные параллельные плоскости с равными по величине, но разными по знаку зарядами. Между пластинами возникает однородное электрическое поле напряженностью $\vec{E}_0$. Напряженность поля в вакууме будет определяться зарядами на пластинах (см. формулу 34.10)

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда на пластинах.

Внесем в это поле пластинку из диэлектрика (рис. 36.5). В результате поляризации на левой грани диэлектрика образуется избыток отрицательных поляризационных (связанных) зарядов с поверхностной плотностью $-\sigma'$. На правой грани – избыток положительных с поверхностной плотностью $+\sigma'$. Связанные заряды создают дополнительное электрическое поле напряженностью $\vec{E}_i$

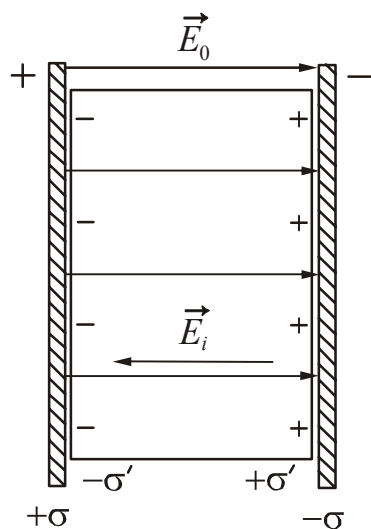


Рисунок 36.5

Напряженность $\vec{E}_i$ поля связанных зарядов направлена против внешнего поля $\vec{E}_0$. Результирующее поле внутри диэлектрика

$$E = E_0 - E_i. \quad (36.4)$$

Учитывая то, что поляризованность пропорциональна напряженности электрического поля (см. формулу (36.3)), можно получить следующее соотношение:

$$E = \frac{E_0}{1 + \chi}. \quad (36.5)$$

Безразмерная величина

$$\varepsilon = 1 + \chi \quad (36.7)$$

называется диэлектрической проницаемостью среды.

Тогда напряженность поля внутри диэлектрика

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon}. \quad (36.8)$$

Таким образом, диэлектрик всегда ослабляет электрическое поле.

Диэлектрическая проницаемость среды – это характеристика вещества, которая показывает, во сколько раз поле внутри однородного диэлектрика меньше, чем в вакууме.

§37 Проводники в электрическом поле

Проводники – вещества, в которых имеются носители заряда, способные перемещаться под действием сколь угодно малой силы.

Внесем проводник в электрическое поле. Под действием поля носители заряда в проводнике начинают перемещаться. В результате их перемещения концы проводника приобретают заряды противоположно знака (рис. 37.1). Их называют **индуцированными**. Поле индуцированных зарядов $\vec{E}_i$ противоположно направлению внешнего поля $\vec{E}_0$. Перераспределение зарядов происходит до тех пор, пока напряженность поля внутри проводника не станет равной нулю

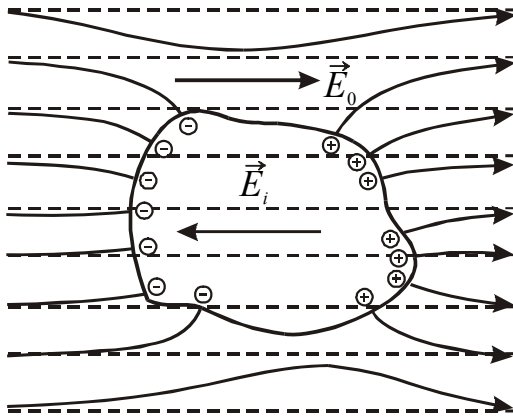


Рисунок 37.1

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_i,$$

$$E = E_0 - E_i = 0,$$

а линии напряженности вне проводника – перпендикулярными к поверхности. Поэтому в случае равновесия зарядов потенциал ϕ во всех точках проводника будет иметь одно и то же значение.

Индукцированные заряды распределяются по внешней поверхности

проводника. Если внутри проводника сделать полость, то напряженность поля в этой полости равна нулю, независимо от того, какое поле имеется снаружи.

§38 Емкость. Энергия электрического поля

38.1 Емкость уединенного проводника

Если уединенному проводнику сообщить заряд dq , то потенциал этого проводника изменится. Изменение потенциала $d\phi$ пропорционально сообщенному заряду:

$$d\phi = \frac{1}{C} dq, \quad (38.1)$$

где C – коэффициент пропорциональности, называемый электрической емкостью.

Электрическая емкость (электроёмкость) – это скалярная физическая величина, характеризующая способность проводника накапливать электрический заряд и численно равная заряду, сообщение которого проводнику изменяет его потенциал на один вольт:

$$C = \frac{q}{\phi}. \quad (38.2)$$

$$[C] = \frac{\text{Кл}}{\text{В}} = \text{Ф} \quad (\text{фарад}).$$

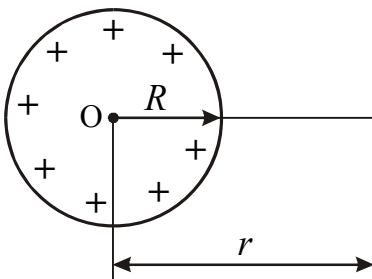


Рисунок 38.1

Фарад – это очень большая величина. Такой емкостью обладал бы шар радиуса $9 \cdot 10^9$ м, т.е. радиуса в 1500 раз больше радиуса Земли.

На практике емкость измеряют в миллифарадах (мФ), микрофарадах (мкФ), нанофарадах (нФ) и пикофарадах (пФ).

Электроёмкость зависит от геометрии проводника и диэлектрической проницаемости среды, окружающей проводник.

Пример. Электроёмкость уединенной проводящей сферы (рис. 38.1).

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R. \quad (38.3)$$

38.2 Конденсаторы

Уединенные проводники имеют небольшую емкость. Например, шар размером с Землю имеет емкость 700 мкФ. На практике необходимы устройства, способные накапливать на себе («конденсировать») большие заряды. Их называют конденсаторами.

Конденсатор – это система из двух проводников, заряженных разноименно, равными по абсолютному значению зарядами. Проводники расположены близко друг к другу и разделены диэлектриком.

Условное обозначение на схемах: 

Образующие конденсатор проводники называют обкладками. Чтобы внешние тела не оказывали влияния на емкость конденсатора, обкладкам придают такую форму и так их располагают, чтобы поле было сосредоточено внутри конденсатора. Этому условию отвечают:

- две пластины, расположенные близко друг к другу;
- два коаксиальных цилиндра;
- две концентрические сферы.

Соответственно, по форме конденсаторы бывают:

- плоские;
- цилиндрические;
- сферические.

Основной характеристикой конденсатора является электроёмкость C . По определению, электроёмкость равна отношению заряда на конденсаторе к разности потенциалов между обкладками:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}, \quad (38.4)$$

где $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ – напряжение между обкладками;

q – заряд положительной обкладки.

Величина электроёмкости конденсатора определяется формой и размерами обкладок и величиной зазора между ними, а также диэлектрическими свойствами среды, заполняющей пространство между обкладками.

Формулы для расчета электроёмкости некоторых видов конденсаторов.

1. Плоский конденсатор (рис. 38.2).

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}, \quad (38.5)$$

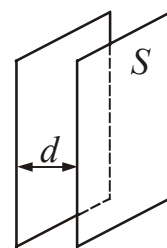


Рисунок 38.2

где S – площадь обкладки;
 d – расстояние между обкладками;
 ε – диэлектрическая проницаемость среды (диэлектрика), которая находится между обкладками.

2. Цилиндрический конденсатор (рис. 38.3).

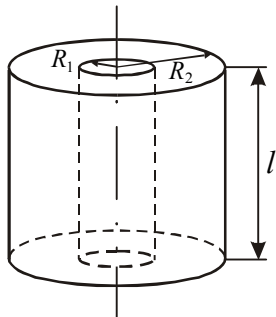


Рисунок 38.3

$$C = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln \frac{R_2}{R_1}}, \quad (38.6)$$

где l – длина конденсатора;

R_1 и R_2 – радиусы внутренней и внешней обкладок.

Помимо ёмкости каждый конденсатор характеризуется предельным напряжением $U_{\max}$, которое можно прикладывать к обкладкам конденсатора, не опасаясь пробоя. При превышении этого напряжения между обкладками проскакивает искра, в результате чего разрушается диэлектрик и конденсатор выходит из строя.

При последовательном соединении конденсаторов (рис. 38.4) они соединяются разноименно заряженными обкладками. При этом выполняются следующие соотношения:

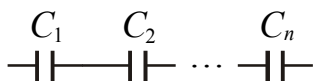


Рисунок 38.4

$$\begin{aligned} q_{\text{общ}} &= q_1 = q_2 = \dots = q_n \\ U &= U_1 + U_2 + \dots + U_n \\ \frac{1}{C} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \end{aligned} \quad (38.7)$$

Результирующая ёмкость всегда меньше минимальной электроёмкости, входящей в батарею. При последовательном соединении уменьшается возможность пробоя конденсаторов, потому что на каждом конденсаторе имеется лишь часть общей разности потенциалов, поданной на всю батарею.

При параллельном соединении конденсаторов (рис. 38.5) соединяются одноименные обкладки. При этом выполняются соотношения:

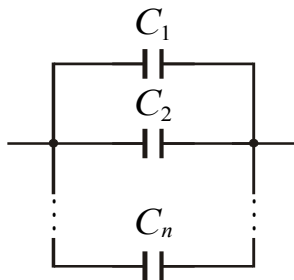


Рисунок 38.5

$$\begin{aligned} q_{\text{общ}} &= q_1 + q_2 + \dots + q_n \\ U &= U_1 = U_2 = \dots = U_n \\ C &= C_1 + C_2 + \dots + C_n \end{aligned} \quad (38.8)$$

Параллельное соединение конденсаторов используют для получения больших электроёмкостей.

38.3 Энергия электрического поля

1. Энергия заряженного уединенного проводника.

Пусть имеется уединенный проводник. Обозначим:

q – заряд проводника, C – емкость, φ – потенциал.

Если перенести заряд q из бесконечности на незаряженный уединенный проводник, то он приобретет энергию

$$W = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2}. \quad (38.9)$$

2. Энергия заряженного конденсатора.

Как всякий заряженный проводник, конденсатор обладает энергией. Энергия заряженного конденсатора определяется соотношениями:

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2}. \quad (38.10)$$

Формулу для энергии поля конденсатора можно преобразовать, используя величины, характеризующие электрическое поле.

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V, \quad (38.11)$$

где $V = Sd$ – объем конденсатора.

Если поле однородно (что имеет место в плоском конденсаторе), то заключенная в нем энергия распределяется в пространстве с постоянной плотностью.

Величина, равная отношению энергии поля к занимаемому объему, называется **объемной плотностью энергии**.

$$w = \frac{W}{V}. \quad (38.12)$$

Для электрического поля:

$$w_{\text{эл}} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}. \quad (38.13)$$

Формула (38.10) связывает энергию с емкостью конденсатора, а формула (38.13) – плотность энергии с напряженностью электрического поля.

§39 Электрический ток. Характеристики тока

Электрическим током называется упорядоченное движение электрических зарядов.

Для протекания тока необходимо наличие в проводнике (или в данной среде) **носителей заряда** – заряженных частиц, которые могут перемещаться в пределах всего проводника. Ими могут быть электроны, ионы или макроскопи-

ческие частицы, несущие на себе заряд. Ток возникает при условии, что внутри проводника существует электрическое поле.

Ток, возникающий в проводящих средах, называется **током проводимости**. Примером тока проводимости является ток в металлах. Для существования постоянного электрического тока проводимости необходимо выполнение следующих условий:

1. Наличие свободных носителей заряда.
2. Наличие внешнего электрического поля, энергия которого должна расходоваться на упорядоченное перемещение электрических зарядов.
3. Цепь постоянного тока проводимости должна быть замкнутой.

Количественной характеристикой электрического тока является сила тока.

Сила тока (i) – скалярная физическая величина, численно равная заряду, переносимому через поперечное сечение проводника за единицу времени.

$$i = \frac{dq}{dt}. \quad (39.1)$$

$[i] = \text{А}$ (ампер).

За направление тока принимается направление перемещения положительных зарядов. Если сила тока и его направление не изменяются, то ток называется постоянным. Для постоянного тока

$$I = \frac{q}{t}. \quad (39.2)$$

Другой характеристикой тока является плотность тока.

Плотность тока ($\vec{j}$) – векторная физическая величина, численно равная электрическому заряду, переносимому за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению движения носителей тока.

$$j = \frac{dq}{dtdS_{\perp}} = \frac{di}{dS_{\perp}}; \quad (39.3)$$

Для постоянного тока

$$j = \frac{I}{S}, \quad (39.4)$$

где S – площадь поперечного сечения проводника.

$$[j] = \frac{\text{А}}{\text{м}^2}.$$

За направление вектора плотности тока принимается направление движения положительных носителей тока.

$$\vec{j} = j \cdot \frac{\vec{v}}{v}, \quad (39.5)$$

где $\vec{v}$ – скорость движения положительных частиц.

Зная вектор плотности тока в каждой точке пространства, можно найти силу тока через произвольное сечение S :

$$i = \int_S \vec{j} d\vec{S}. \quad (39.6)$$

§40 Электродвижущая сила. Напряжение

Если в цепи на носители заряда действуют только силы электростатического поля, то потенциал всех точек поля выравнивается, и электростатическое поле внутри проводника исчезает. Чтобы поддерживать ток длительное время, в цепи должно работать устройство, которое способно создавать и поддерживать разность потенциалов за счет работы сил неэлектростатического происхождения. Это устройство называют **источником тока**. Работа совершается за счет некоторого запаса механической, тепловой или химической энергии.

Силы неэлектростатического происхождения, действующие на заряды со стороны источников тока, называются **сторонними**.

Полная работа по перемещению заряда

$$A = A_{\text{кул}} + A_{\text{стор}}. \quad (40.1)$$

Разделим обе части на величину переносимого заряда q :

$$\frac{A}{q} = \frac{A_{\text{кул}}}{q} + \frac{A_{\text{стор}}}{q}. \quad (40.2)$$

Величина, равная отношению полной работы, совершаемой электростатическими и сторонними силами при перемещении заряда, к величине заряда называется **напряжением** на данном участке.

$$U = \frac{A}{q}. \quad (40.3)$$

Величина, равная отношению работы, совершаемой сторонними силами при перемещении заряда, к величине этого заряда называется **электродвижущей силой (эдс)**

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{стор}}}{q}. \quad (40.4)$$

$$\frac{A_{\text{кул}}}{q} = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (40.5)$$

Подставив записанные выражения в (40.2), получим:

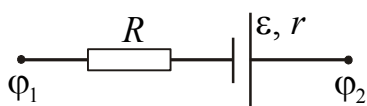


Рисунок 40.1

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon. \quad (40.6)$$

Напряжение на участке цепи (рис. 40.1) равно сумме разности потенциалов и электродвижущей силы.

Участок, на котором на носители заряда действуют сторонние силы, называют **неоднородным**. Участок цепи, на котором не действуют сторонние силы, называют **однородным**.

Для однородного участка ($\varepsilon = 0$):

$$U = \varphi_1 - \varphi_2, \quad (40.7)$$

т.е. напряжение на однородном участке совпадает с разностью потенциалов на концах участка.

§41 Закон Ома

41.1 Закон Ома для однородного участка цепи. Сопротивление

Немецкий физик Г. Ом экспериментально установил закон, согласно которому **сила тока, текущего по однородному металлическому проводнику, пропорциональна напряжению на этом проводнике**.

$$I = \frac{U}{R}, \quad (41.1)$$

где R – электрическое сопротивление.

$[R] = \text{Ом}$.

Электрическое сопротивление (R) – скалярная физическая величина, характеризующая свойство проводника противодействовать пропусканию электрического тока и равная отношению напряжения U на концах проводника к силе тока I , протекающего по нему:

$$R = \frac{U}{I}. \quad (41.2)$$

Сопротивление проводника зависит от материала проводника и его геометрических размеров. Для однородного цилиндрического проводника оно может быть рассчитано по формуле:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (41.3)$$

где l – длина проводника,

S – площадь поперечного сечения проводника;

ρ – удельное электрическое сопротивление.

Удельное электрическое сопротивление проводника – величина, характеризующая материал проводника и численно равная сопротивлению однородного цилиндрического проводника единичной длины и единичной площади поперечного сечения.

$[\rho] = \text{Ом} \cdot \text{м}$.

Сопротивление металлов линейно возрастает с ростом температуры.

$$R = R_0 (1 + \alpha t), \quad (41.4)$$

где R – сопротивление при температуре $t^{\circ}\text{C}$,

R_0 – сопротивление при 0°C ,

α – температурный коэффициент сопротивления. Температурный коэффициент характеризует температурную стабильность материала и численно равен относительному изменению сопротивления проводника при изменении температуры на 1 К. Для чистых металлов температурный коэффициент представляет величину порядка $\alpha \approx 0,004 \text{ K}^{-1}$.

Величина G , обратная сопротивлению, называется **электропроводимостью**.

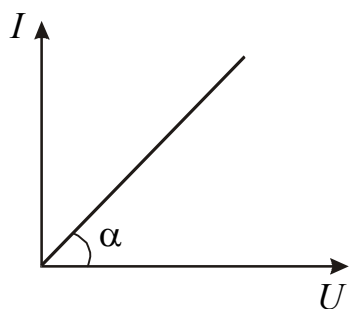


Рисунок 45.1

$$G = \frac{1}{R}. \quad (41.5)$$

$$[G] = \frac{1}{\text{Ом}} = \text{См} \text{ (сименс)}.$$

Удельная электрическая проводимость (электропроводность) σ связана с удельным электрическим сопротивлением ρ соотношением:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}. \quad (41.6)$$

$$[\sigma] = \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}} = \frac{\text{См}}{\text{м}}.$$

Зависимость силы тока от напряжения называется **вольт-амперной характеристикой** (ВАХ). Для металлов эта зависимость имеет линейный характер (рис. 41.1).

При последовательном соединении проводников конец предыдущего проводника соединяется с началом последующего и между проводниками ток не разветвляется (рис. 41.2).

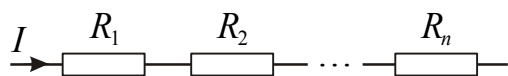


Рисунок 41.2

$$\begin{aligned} I &= I_1 = I_2 = \dots = I_n \\ U &= U_1 + U_2 + \dots + U_n \\ R &= R_1 + R_2 + \dots + R_n \end{aligned} \quad (41.7)$$

Если n проводников сопротивлением $R_1, R_2, \dots, R_n$ соединены между собой последовательно, то через проводники течет одинаковый ток и напряжение на концах соединения равно сумме напряжений на отдельных проводниках.

Если начала проводников соединены в одной точке (узле), а концы в другой, то соединение называют параллельным (рис. 41.3).

При параллельном соединении проводников сила тока в неразветвленной части цепи равна сумме сил токов, текущих в разветвленных участках цепи, напряжение на параллельно соединенных участках цепи одинаково.

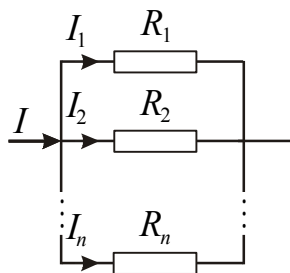


Рисунок 41.3

$$\begin{aligned}
 I &= I_1 + I_2 + \dots + I_n \\
 U &= U_1 = U_2 = \dots = U_n \\
 \frac{1}{R} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}
 \end{aligned}
 \quad (41.8)$$

41.2 Закон Ома для неоднородного участка

Напряжение между двумя точками электрической цепи равно сумме разности потенциалов и электродвижущей силы:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon.$$

Тогда

$$I = \frac{U}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon}{R}, \quad (41.9)$$

или

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon. \quad (41.10)$$

Выражение (41.10) называется законом Ома для неоднородного участка.

При отсутствии сторонних сил величины U и $\varphi_1 - \varphi_2$ совпадают. Поэтому в задачах электростатики и задачах на ток, где рассматриваются участки цепи, не содержащие эдс, понятия напряжения и разности потенциалов часто отождествляют.

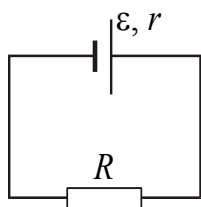


Рисунок 41.4

Если цепь содержит источник тока, эдс которого ε , и при этом замкнута, то $\varphi_1 = \varphi_2$. Для замкнутой цепи (рис. 41.4) закон Ома примет вид:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \quad (41.11)$$

где r – сопротивление источника тока;
 R – сопротивление нагрузки;
 $(R+r)$ – полное сопротивление цепи.

41.3 Закон Ома в дифференциальной форме

Преобразуем закон Ома для участка цепи. Заменим силу тока через плотность тока:

$$I = jS;$$

напряжение на концах проводника – через напряженность поля:

$$U = El;$$

сопротивление – через геометрические размеры проводника:

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

Сделаем подстановку в формулу (41.1). Проведя сокращения, получим

$$j = \frac{E}{\rho}. \quad (41.12)$$

С учетом формулы (41.6) выражение (41.12) можно переписать в виде:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (41.13)$$

Плотность тока пропорциональна напряженности поля в данной точке проводника. Это выражение называется законом Ома в дифференциальной форме.

§42 Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа

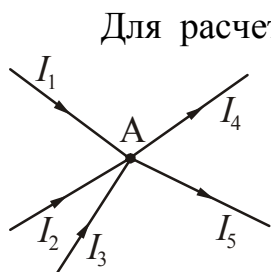


Рисунок 42.1

Для расчета разветвленных электрических цепей постоянного тока используют правила Кирхгофа. Этих правил два. Первое относится к узлам цепи. **Узлом** называется точка, в которой сходится более чем два проводника – точка А на рис. 42.1.

Первое правило: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю, т.е.

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots = \sum_{i=1}^N I_i = 0. \quad (42.1)$$

Токи считаются положительными, если они подходят к узлу. Токи, отходящие от узла, считаются отрицательными.

Для узла А, изображенного на рис. 42.1, первое правило запишется следующим образом:

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0.$$

Второе правило: в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов I_i на сопротивления R_i соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме имеющихся в контуре эдс:

$$\sum_{i=1}^N I_i R_i = \sum_{i=1}^k \varepsilon_i, \quad (42.2)$$

где I_i – сила тока на i -м участке; R_i – активное сопротивление i -го участка; ε_i – эдс источников тока на i -м участке; N – число участков, содержащих активное сопротивление; k – число источников тока.

Расчет разветвленной цепи постоянного тока проводится в такой последовательности:

1) произвольно выбираются направления токов во всех участках цепи и направление обхода контура;

2) записываются $(n-1)$ независимых уравнений правила узлов, где n – число узлов в цепи;

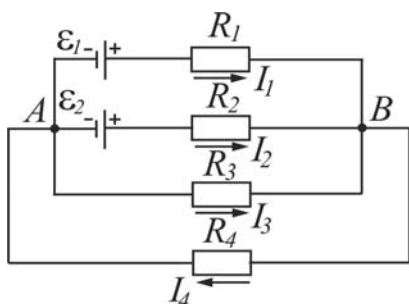


Рисунок 42.2

3) произвольные замкнутые контуры выделяются так, чтобы каждый новый контур содержал, по крайней мере, один участок цепи, не входящий в ранее рассмотренные контуры;

4) если токи совпадают с выбранным направлением обхода контура, то они считаются положительными. ЭДС считаются положительными, если они повышают потенциал в направлении обхода контура.

Для контура AR_1BR_2A (рис. 42.2) второе правило Кирхгофа запишется следующим образом:

$$I_1(R_1 + r_1) - I_2(R_2 + r_2) = \varepsilon_1 - \varepsilon_2,$$

где r_i – сопротивление i -го источника. Контур обходили по часовой стрелке.

§43 Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца

При упорядоченном движении заряженных частиц в проводнике электрическое поле совершает работу. Её принято называть **работой тока**.

Рассмотрим произвольный участок цепи постоянного тока, к концам которого приложено напряжение U . За время t через сечение проводника проходит заряд $q = It$. Это равносильно тому, что заряд It переносится за время t из одного конца проводника в другой. При этом силы электростатического поля и сторонние силы, действующие на данном участке, совершают работу:

$$A = Uq = UI t. \quad (43.1)$$

Разделив работу A на время t , за которое она совершается, получим мощность, развиваемую током на рассматриваемом участке цепи:

$$P = UI. \quad (43.2)$$

Эта мощность может расходоваться на совершение рассматриваемым участком цепи работы над внешними телами, на протекание химических реакций, на нагревание данного участка цепи и т.д.

Если проводник неподвижен и в нем не происходит химических превращений, то работа поля по перемещению зарядов идет на изменение внутренней энергии проводника, т.е. проводник нагревается. При этом выделяется количество тепла:

$$Q = A = IU t.$$

По закону Ома $U = IR$. Сделав замену, получаем

$$Q = I^2 R t. \quad (43.3)$$

Данное выражение называется законом Джоуля – Ленца.

ЧАСТЬ 4. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Магнетизм – особая форма взаимодействия между электрическими токами, между электрическими токами и магнитами и между магнитами. Магнитные свойства присущи в той или иной степени всем без исключения телам, поэтому при рассмотрении магнитных свойств веществ введен общий термин – *магнетики*.

§44 Магнитное поле

44.1 Характеристики магнитного поля

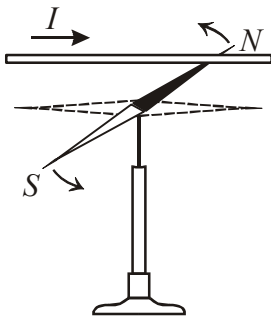


Рисунок 44.1

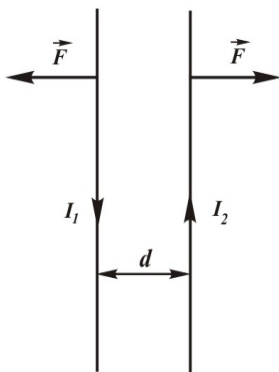


Рисунок 44.2

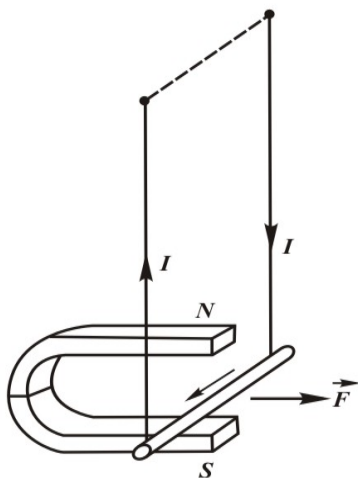


Рисунок 44.3

В 1820 году датский физик Эрстед обнаружил, что магнитная стрелка, расположенная параллельно прямолинейному проводнику, при пропускании через него постоянного тока I стремится расположиться перпендикулярно проводнику (рис. 44.1). При изменении направления тока стрелка поворачивалась на 180° . То же самое происходило, когда стрелка переносилась вверх и располагалась над проводом.

В том же году А. Ампер установил, что два проводника, расположенные параллельно друг другу, испытывают взаимное притяжение при пропускании через них тока в одном направлении и отталкиваются, если токи имеют противоположные направления (рис. 44.2). Сила взаимодействия проводников пропорциональна величине токов и обратно пропорциональна расстоянию между ними:

$$F \sim \frac{I_1 I_2}{d}.$$

Если проводник с током поместить между полюсами подковообразного магнита, то он будет или втягиваться, или выталкиваться из него в зависимости от направления тока (рис. 44.3). Сила действия со стороны магнитного поля пропорциональна силе тока и длине проводника: $F \sim I \cdot l$.

Таким образом, эксперименты показали, что вокруг проводников с током и постоянных магнитов существует **магнитное поле**, которое обнаруживается по его силовому действию на другие проводники с током, постоянные магниты, движущиеся электрические заряды. В отличие от электрического поля магнитное поле не оказывает действия на покоящийся заряд.

Для характеристики способности магнитного поля оказывать силовое действие на проводники с током вводится физическая величина, называемая **вектором магнитной индукции**.

Магнитное поле исследуют с помощью замкнутого контура с током. Контур должен иметь малые размеры по сравнению с расстояниями, на которых магнитное поле заметно изменяется (рис. 44.4 а). Подводящие проводники сплетают вместе, чтобы результирующая сила, действующая на них со стороны магнитного поля, была равна нулю.

Если пропустить ток через рамку и провод, то рамка поворачивается и располагается так, что провод оказывается в плоскости рамки (рис. 44.4 б). Тело поворачивается под действием момента сил. Если брать разные по площади рамки с разными токами, то моменты сил, действующие на эти рамки в данной точке поля, будут разными. Однако, отношение максимального момента сил к произведению силы тока в рамке на ее площадь будет для данной точки поля одним и тем же. Это отношение принимают в качестве величины, характеризующей магнитное поле, и называют индукцией магнитного поля в данной точке.

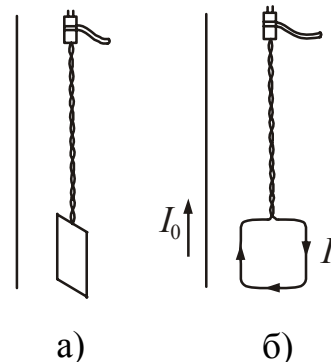


Рисунок 44.4

Магнитная индукция ($\vec{B}$) – векторная физическая величина, силовая характеристика магнитного поля, численно равная отношению максимального момента сил $M_{\max}$, действующего на рамку с током со стороны магнитного поля, к произведению силы тока I в рамке на ее площадь S :

$$B = \frac{M_{\max}}{IS}. \quad (44.1)$$

Из опытов Ампера следует, что на проводник с током, помещенный в магнитное поле, действует сила, пропорциональная силе тока в проводнике и длине проводника. Поэтому можно дать другое определение магнитной индукции.

Магнитная индукция ($\vec{B}$) – векторная физическая величина, силовая характеристика магнитного поля, численно равная отношению максимального значения силы, действующей на проводник с током, к произведению силы тока I в нем на длину проводника l :

$$B = \frac{F_{\max}}{Il}. \quad (44.2)$$

$$[B] = \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{А} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}} = \frac{\text{кг}}{\text{А} \cdot \text{с}^2} = \text{Тл (тесла)}$$

Кроме вектора магнитной индукции для характеристики магнитного поля используют вспомогательную величину $\vec{H}$, называемую напряженностью магнитного поля. Магнитная индукция и напряженность связаны между собой соотношением:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad (44.3)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнитная постоянная;

μ – относительная магнитная проницаемость среды;

H – напряженность магнитного поля.

Магнитная проницаемость среды μ – это физическая величина, показывающая, во сколько раз магнитная индукция поля в данной среде отличается от магнитной индукции поля в вакууме. Для вакуума $\mu=1$.

Напряженность магнитного поля $\vec{H}$ – векторная величина, являющаяся количественной характеристикой магнитного поля. Напряженность магнитного поля определяет тот вклад в магнитную индукцию, который дают внешние источники поля.

$$[H] = \text{А/м}.$$

44.2 Графическое изображение магнитных полей

Графически магнитные поля можно изображать с помощью линий магнитной индукции (силовых линий магнитного поля).

Линия, в любой точке которой вектор магнитной индукции $\vec{B}$ направлен по касательной к ней, называется **линией магнитной индукции (силовой линией магнитного поля)**.

Линии индукции магнитного поля ни в одной точке поля не обрываются, т.е. они всегда непрерывны. Они не имеют ни начала, ни конца. Векторное поле, имеющее непрерывные силовые линии, называется **вихревым полем**. Магнитное поле – это вихревое поле.

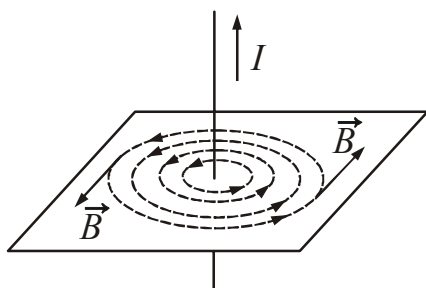


Рисунок 44.5

Линии индукции прямого проводника с током, кругового тока, поля, создаваемого постоянным магнитом, представлены на рис. 44.5, 44.6, 44.7.

Если во всех точках некоторой части пространства вектор магнитной индукции $\vec{B}$ не изменяет своего направления и численного значения, то магнитное поле в этой части пространства называется **однородным**. В противном случае магнитное

поле является неоднородным.

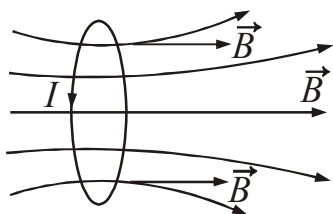


Рисунок 44.6

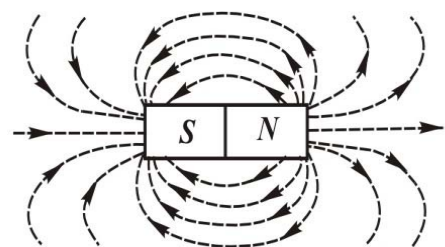


Рисунок 44.7

§45 Расчет магнитных полей. Закон Био-Савара-Лапласа

45.1 Закон Био – Савара – Лапласа

В 1820 году французскими учеными Био, Саваром и Лапласом был установлен закон, позволяющий определить магнитную индукцию $d\vec{B}$ поля, создаваемого элементом тока. Под элементом тока понимают произведение тока I на элемент длины $d\vec{l}$ проводника.

По закону Био – Савара – Лапласа индукция $d\vec{B}$ магнитного поля, создаваемого элементом тока $I d\vec{l}$ в произвольной точке А, определяется выражением:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}. \quad (45.1)$$

В скалярном виде:

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \cdot \frac{I dl \sin \alpha}{r^2}, \quad (45.2)$$

где α – угол между направлениями элемента тока и радиус-вектора $\vec{r}$, идущего от элемента тока к точке, в которой определяется индукция (рис. 45.1).

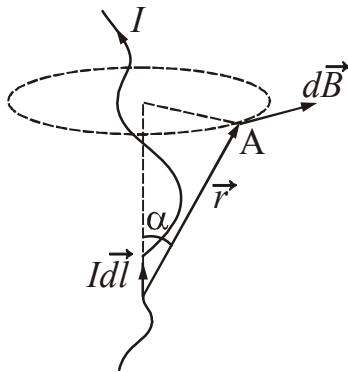


Рисунок 45.1

Аналогичные формулы можно записать для напряженности магнитного поля:

$$d\vec{H} = \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi r^3}, \quad (45.3)$$

$$dH = \frac{I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}. \quad (45.4)$$

Магнитное поле любого тока может быть вычислено как векторная сумма полей, создаваемых элементарными участками токов:

$$\vec{B} = \int_I d\vec{B}.$$

Если магнитное поле создается системой проводников с током, то индукция результирующего поля в любой его точке также равна векторной сумме индукций магнитных полей, создаваемых каждым током в отдельности:

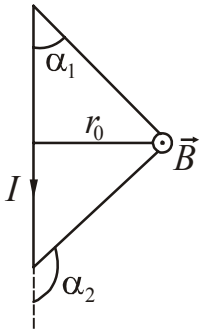
$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n. \quad (45.5)$$

Данное утверждение носит название принципа суперпозиции полей.

Закон Био – Савара – Лапласа применяют для расчета полей, создаваемых проводниками правильной геометрической формы в вакууме.

45.2 Примеры расчета магнитных полей

1. Магнитное поле, создаваемое отрезком проводника с током



$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (45.6)$$

Углы α_1 и α_2 обозначены на рис. 45.2. r_0 – кратчайшее расстояние от проводника до точки. Вектор индукции $\vec{B}$ перпендикулярен плоскости чертежа, направлен к нам и, поэтому, изображен точкой.

Для бесконечно длинного проводника ($r_0 \ll l$, l – длина проводника) можно считать, что $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \pi$:

Рисунок 45.2

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0}, \quad (45.7)$$

где r_0 – расстояние от проводника с током до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Аналогичную формулу можно записать для напряженности магнитного поля:

$$H = \frac{I}{2\pi r_0}. \quad (45.8)$$

2. Магнитное поле, создаваемое круговым током на его оси.

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}, \quad (45.9)$$

R – радиус витка, x – расстояние от центра витка до точки А, расположенной на оси кругового тока.

Аналогичную формулу можно записать для напряженности магнитного поля:

$$H = \frac{IR^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (45.10)$$

При $x=0$ получим выражение для расчета индукции в центре кругового тока:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}. \quad (45.11)$$

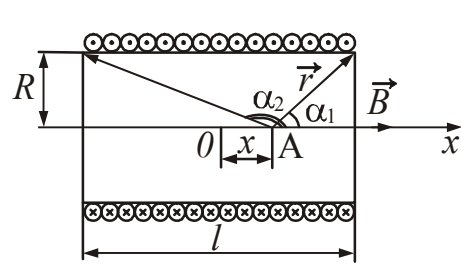
Напряженность магнитного поля в центре кругового тока:

$$H = \frac{I}{2R}. \quad (45.12)$$

3. Магнитное поле соленоида конечной длины.

Соленоид представляет собой провод, навитый на круглый цилиндрический каркас. На рис. 45.3 показано сечение соленоида. Внутри соленоида направление индукции $\vec{B}$ совпадает с направлением оси.

Индукция магнитного поля в произвольной точке А, лежащей на его оси соленоида конечной длины рассчитывается по формуле:

$$B = \frac{\mu_0 I n}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (45.13)$$


где $n = \frac{N}{l}$ – число витков на единицу длины соленоида (плотность намотки);
 α_1 и α_2 – углы, под которыми из точки А видны концы соленоида (рис. 45.3).

Рисунок 45.3

Напряженность магнитного поля в произвольной точке на оси соленоида конечной длины

$$H = \frac{I n}{2} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (45.14)$$

Если $l \gg R$, то соленоид считается бесконечно длинным,. Для бесконечно длинного соленоида $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \pi$. Тогда:

$$B = \mu_0 I n. \quad (45.15)$$

Соответственно, напряженность магнитного поля внутри бесконечно длинного соленоида:

$$H = I n. \quad (45.16)$$

§46 Законы магнитного поля

46.1 Магнитный поток

Потоком вектора магнитной индукции или магнитным потоком ($d\Phi$) **сквозь площадку dS называется скалярная физическая величина**

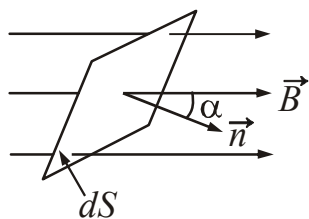


Рисунок 46.1

$$d\Phi = \vec{B} d\vec{S} = B dS \cos \alpha, \quad (46.1)$$

где $d\vec{S} = \vec{n} dS$, $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к площадке;
 α – угол между направлением нормали $\vec{n}$ и вектором магнитной индукции $\vec{B}$ (рис. 46.1).

$$[\Phi] = \text{Тл} \cdot \text{м}^2 = \text{Вб (вебер)}.$$

Магнитный поток сквозь произвольную поверхность S :

$$\Phi = \iint_S \vec{B} d\vec{S}. \quad (46.2)$$

Если поле однородно ($\vec{B} = \text{const}$), а поверхность плоская, то

$$\Phi = BS \cos \alpha. \quad (46.3)$$

46.2 Теорема Гаусса для магнитного поля

Теорема Гаусса для магнитного поля является обобщением опытных данных. Согласно теореме Гаусса:

Поток вектора $\vec{B}$ сквозь любую замкнутую поверхность равен нулю:

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (46.4)$$

Теорема Гаусса отражает тот экспериментальный факт, что линии вектора $\vec{B}$ не имеют ни начала, ни конца. Поэтому число линий вектора $\vec{B}$, выходящих из любого объема, ограниченного замкнутой поверхностью S , всегда равно числу линий, входящих в этот объем.

Формула (46.4) выражает также и тот факт, что в природе не существуют единичные магнитные заряды, на которых начинались бы или заканчивались линии вектора $\vec{B}$.

46.3 Циркуляция вектора магнитной индукции. Закон полного тока

Циркуляцией вектора магнитной индукции $\vec{B}$ по замкнутому контуру l называется интеграл вида:

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \oint_l B dl \cos(\vec{B}, d\vec{l}), \quad (46.5)$$

где l – замкнутый контур произвольной формы,

$d\vec{l}$ – вектор элементарной длины контура, направленный по обходу контура.

Согласно закону полного тока:

Циркуляция вектора магнитной индукции $\vec{B}$ в вакууме по произвольному замкнутому контуру l равна произведению магнитной постоянной μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром.

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^N I_k, \quad (46.6)$$

где N – число проводников с током, охватываемых контуром l произвольной формы.

Закон справедлив для проводников с током любой формы и любых размеров. При вычислении алгебраической суммы токов ток считается положительным, если его направление связано с направлением обхода по контуру правилом правого винта. Ток противоположного направления считается отрицательным.

Закон полного тока можно сформулировать для напряженности магнитного поля:

Циркуляция вектора напряженности магнитного поля $\vec{H}$ по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром.

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum_{k=1}^N I_k. \quad (46.7)$$

§47 Действие магнитного поля на проводник с током

47.1 Закон Ампера

Обобщив экспериментальные данные по исследованию действия магнитного поля на различные проводники с током, Ампер установил, что **сила $d\vec{F}$, с которой магнитное поле действует на элемент тока, равна векторному произведению элемента тока $Id\vec{l}$ на магнитную индукцию $\vec{B}$.**

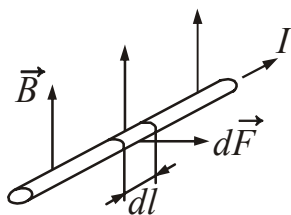


Рисунок 47.1

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}, \quad (47.1)$$

$$dF = IBdl \sin \alpha, \quad (47.2)$$

где α – угол между направлением тока и вектором магнитной индукции $\vec{B}$ (рис. 47.1).

Направление силы $d\vec{F}$ определяют по правилу векторного произведения. На практике чаще применяют мнемоническое правило левой руки: если расположить ладонь левой руки так, чтобы вектор магнитной индукции входил в ладонь, а четыре вытянутых пальца расположить по направлению тока, то отставленный на 90° большой палец укажет направление силы, действующей на проводник с током в магнитном поле (рис. 47.1).

Если проводник имеет конечные размеры, то

$$F = \int_l d\vec{F} = \int_l Id\vec{l} \times \vec{B}. \quad (47.3)$$

Примеры:

1. Сила, действующая на прямолинейный проводник с током в однородном магнитном поле (рис. 47.2). Для однородного поля $\vec{B} = \text{const}$.

$$F = IBl \sin \alpha, \quad (47.4)$$

где l – длина проводника.

α – угол между направлением тока и вектором магнитной индукции.

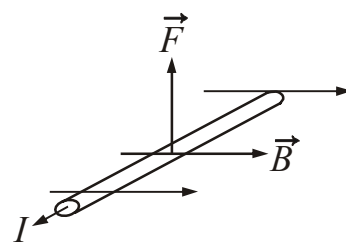


Рисунок 47.2

2. Сила взаимодействия двух бесконечно длинных прямых токов (рис. 47.3).

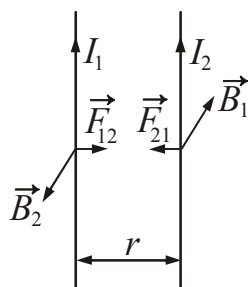


Рисунок 47.3

Из опытов Ампера следует, что

- параллельные токи одного направления притягиваются;
- параллельные токи противоположных направлений отталкиваются.

$$F_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} l. \quad (47.5)$$

Можно показать, что сила F_{21} , с которой первый ток действует на второй, равна и противоположна силе F_{12} , с которой второй ток действует на первый.

Сила, действующая на единицу длины проводника:

$$F_l = \frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}. \quad (47.6)$$

На основании формулы (47.6) дается определение единицы силы тока – амперу.

Ампер – это сила такого неизменяющегося тока, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызывал бы между этими проводниками силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н на каждый метр длины проводника.

47.2 Работа, совершаемая при перемещении проводника с током в магнитном поле

Рассмотрим цепь с током, образованную неподвижными проводами и скользящим по ним подвижным проводником длиной l (рис. 47.4). Цепь находится в однородном магнитном поле ($\vec{B} = \text{const}$), направленном перпендикулярно к плоскости чертежа.

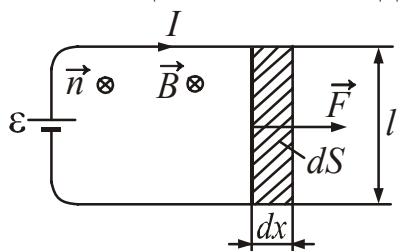


Рисунок 47.4

По закону Ампера на проводник действует сила, которая совершает работу по перемещению проводника. Если ток в проводнике постоянный ($I = \text{const}$), то

$$A = I \Delta \Phi = I(\Phi_2 - \Phi_1), \quad (47.7)$$

где $\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ – изменение магнитного потока.

§48 Магнитный момент. Контур с током в магнитном поле

48.1 Магнитный момент

Магнитным моментом ($\vec{p}_m$) плоского замкнутого контура с током I называется векторная физическая величина, численно равная произведению тока I на площадь контура S :

$$\vec{p}_m = \vec{n} IS, \quad (48.1)$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор положительной нормали к поверхности, ограниченной этим контуром. Положительной называется нормаль, направление которой связано с направлением тока в контуре правилом правого винта. Поэтому вектор $\vec{p}_m$ направлен перпендикулярно плоскости контура так, что из его конца ток в контуре виден идущим против часовой стрелки (рис. 48.1).

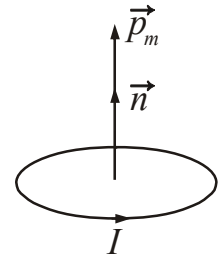


Рисунок 48.1

$$[p_m] = A \cdot m^2.$$

Магнитным моментом определяется как поле, создаваемое контуром, так и поведение контура во внешнем магнитном поле.

48.2 Вращающий момент, создаваемый силами, приложенными к контуру

Рассмотрим плоский контур, находящийся в однородном магнитном поле ($\vec{B} = \text{const}$). Пусть контур ориентирован так, что линии магнитной индукции параллельны плоскости контура (рис. 48.2). На стороны 1–2 и 3–4 контура по закону Ампера действуют равные по величине силы $\vec{F}_{12}$ и $\vec{F}_{34}$.

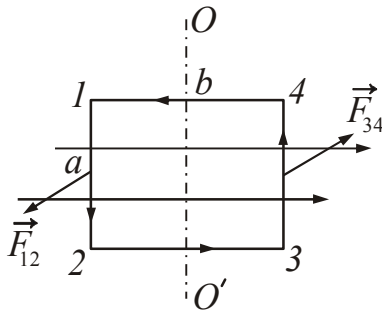


Рисунок 48.2

Силы, приложенные к противоположным сторонам, образуют пару сил. В результате контур поворачивается относительно оси OO' .

Вектор вращающего момента $\vec{M}$

$$M = IB S \sin \varphi. \quad (48.2)$$

где φ – угол между направлением вектора $\vec{B}$ и нормалью $\vec{n}$ к контуру, S – площадь контура.

Выражение (48.2) можно преобразовать, воспользовавшись понятием магнитного момента. Заменив произведение IS через магнитный момент, получим

$$M = p_m B \sin \varphi. \quad (48.3)$$

Формулу (48.3) можно записать в векторном виде:

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B} \quad (48.4)$$

Вектор вращающего момента $\vec{M}$ направлен вдоль оси вращения OO' так, что из его конца вращение рамки под действием пары сил видно происходящим против часовой стрелки.

Если магнитное поле направлено перпендикулярно к плоскости контура, то векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$ будут сонаправлены. В этом случае вращающий момент $\vec{M}$ (см. формулу (48.3)) равен нулю.

Силы, действующие на разные элементы контура, будут либо растягивать его (рис. 48.3 а), либо сжимать (рис. 48.3 б) в зависимости от направления поля и тока.

В неоднородном магнитном поле контур не только сжимается (растягивается), но и втягивается (выталкивается) в область неоднородного поля.

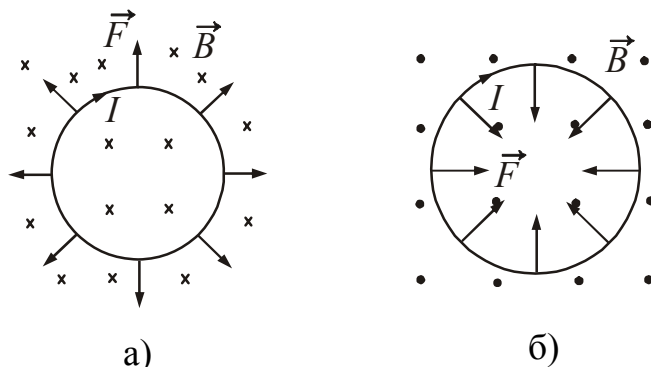


Рисунок 48.3

§49 Сила Лоренца

Магнитное поле действует на отдельные заряженные частицы, движущиеся в магнитном поле. Сила $\vec{F}_L$, действующая на электрический заряд, движущийся в магнитном поле, называется **силой Лоренца**. Сила Лоренца рассчитывается по формуле:

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}. \quad (49.1)$$

Модуль силы Лоренца равен:

$$F_L = qBv \sin \alpha, \quad (49.2)$$

где q – заряд частицы;

B – индукция магнитного поля, в котором движется заряд;

v – скорость заряда;

α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

Направление силы Лоренца определяется по правилу векторного произведения. На практике можно использовать правило левой руки, при этом надо учитывать знак заряда. Для отрицательных частиц направление силы меняется на противоположное.

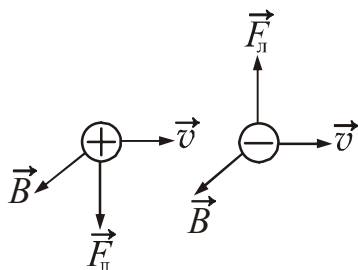


Рисунок 49.1

Взаимные расположения векторов $\vec{v}$, $\vec{B}$ и $\vec{F}_L$ для положительного ($q > 0$) и отрицательного ($q < 0$) зарядов показаны на рис. 49.1.

Сила Лоренца направлена всегда перпендикулярно скорости движения заряженной частицы и сообщает ей центростремительное ускорение. Не изменяя модуля скорости, а лишь изменяя ее направление, сила Лоренца не совершает работы и кинетическая энергия заряженной частицы при движении в магнитном поле не изменяется.

§50 Эффект Холла

Если металлическую пластинку, вдоль которой течет постоянный электрический ток, поместить в перпендикулярное к ней магнитное поле, то между гранями, параллельными направлениям тока и поля, возникает разность потенциалов.

Это явление было обнаружено Э. Холлом в 1879 году и называется эффектом Холла.

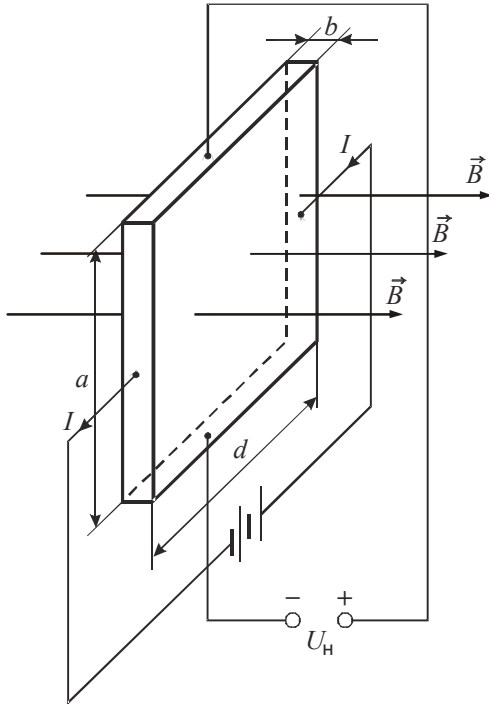


Рисунок 50.1

Величина разности потенциалов U зависит от тока I , индукции магнитного поля B и толщины пластинки b :

$$U_H = R_H \frac{IB}{b}, \quad (50.1)$$

где R_H – постоянная Холла. Ее значение и знак определяются природой проводника.

Направления магнитной индукции $\vec{B}$, тока I указаны на рис. 50.1. Одной из основных причин эффекта Холла является отклонение носителей заряда, движущихся в магнитном поле, под действием силы Лоренца. Наблюдается эффект Холла во всех проводниках и полупроводниках, независимо от материала.

Для металлов и примесных полупроводников с одним типом проводимости постоянная Холла равна:

$$R_H = \frac{1}{nq}, \quad (50.2)$$

где q – заряд;

n – концентрация носителей тока.

Эффект Холла является одним из эффективных методов исследования носителей заряда, особенно в полупроводниках. Он позволяет оценивать концентрацию носителей и определять их знак, судить о количестве примесей в полупроводниках и характере химических связей. Кроме этого эффект Холла применяется для измерения величины магнитной индукции (датчики Холла), определения величины сильных разрядных токов.

§51 Магнитное поле в веществе

51.1 Намагничивание магнетика

Эксперименты показывают, что все вещества являются магнетиками, т.е. способны под действием магнитного поля намагничиваться. Для объяснения намагничивания тел А. Ампер выдвинул гипотезу, согласно которой *в молекулах вещества циркулируют круговые (молекулярные) токи*. Каждый такой

ток обладает магнитным моментом $\vec{p}_m$ и создает в окружающем пространстве магнитное поле. Магнитное поле намагниченного тела складывается из магнитных полей этих круговых токов.

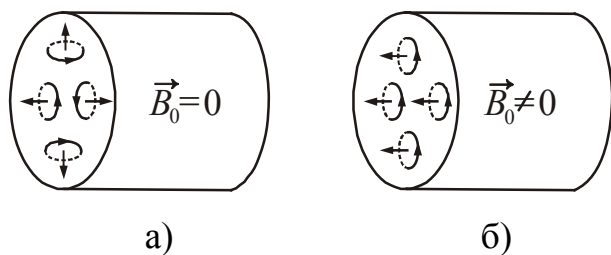


Рисунок 51.1

В ненамагниченном теле все элементарные токи расположены хаотически (рис. 51.1 а), поэтому во внешнем пространстве не наблюдается никакого магнитного поля. Процесс намагничивания тела заключается в том, что под влиянием внешнего магнитного поля его элементарные токи в большей или

меньшей степени устанавливаются параллельно друг другу (рис. 51.1 б). Суммарный магнитный момент магнетика становится отличным от нуля.

В веществе различают два вида токов, создающих магнитное поле – макротоки и микротоки. Макротоками называются токи проводимости. Микротоками (молекулярными) называются токи, обусловленные движением электронов в атомах, молекулах и ионах. Магнитное поле в веществе является векторной суммой двух полей: внешнего магнитного поля, создаваемого макротоками, и внутреннего или собственного магнитного поля, которое создается микротоками.

Вектор магнитной индукции $\vec{B}$ магнитного поля в веществе характеризует результирующее магнитное поле и равен геометрической сумме магнитных индукций внешнего $\vec{B}_0$ и внутреннего $\vec{B}'$ магнитных полей:

$$\vec{B} = \vec{B}' + \vec{B}_0. \quad (51.1)$$

Первичным источником магнитного поля в магнетиках являются макротоки. Их магнитные поля являются причиной намагничивания вещества, помещенного во внешнее магнитное поле.

Количественно намагничивание характеризуется вектором намагниченности.

Намагниченность ($\vec{J}$) – векторная физическая величина, численно равная суммарному магнитному моменту молекул, заключенных в единице объема.

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_{m_i}, \quad (51.2)$$

где ΔV – физически бесконечно малый объем, взятый вблизи рассматриваемой точки; $\vec{p}_{m_i}$ – магнитный момент отдельной молекулы.

$$[J] = \frac{\text{А} \cdot \text{м}^2}{\text{м}^3} = \frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

Отметим, что единица измерения намагниченности совпадает с единицей измерения напряженности магнитного поля.

51.2 Классификация магнетиков

По характеру зависимости намагниченности $\vec{J}$ от напряженности магнитного поля $\vec{H}$ магнетики делятся на три группы:

- диамагнетики
- парамагнетики
- ферромагнетики

Намагниченность изотропных парамагнетиков и диамагнетиков, находящихся в слабых магнитных полях, прямо пропорциональна напряженности магнитного поля:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (51.3)$$

где χ – **магнитная восприимчивость**. Магнитная восприимчивость зависит от физико-химических свойств материала. Для вакуума $\chi=0$.

Безразмерная величина

$$\mu = 1 + \chi \quad (51.4)$$

называется **магнитной проницаемостью** вещества. Она является характеристикой магнитных свойств вещества. Для вакуума $\mu=1$.

51.3 Диамагнетики. Парамагнетики

1. **Диамагнетики** – вещества, у которых магнитная восприимчивость χ отрицательна: $\chi < 0$. Численное значение χ находится в пределах $10^{-4} \div 10^{-5}$. Вектор намагниченности $\vec{J}$ диамагнетиков направлен противоположно направлению напряженности намагничивающего поля $\vec{H}$. Если диамагнетик поместить в неоднородное магнитное поле, то он выталкивается из поля.

Магнитная проницаемость диамагнетиков $\mu < 1$, но отличие от единицы невелико. К диамагнетикам относятся инертные газы, водород, кремний, висмут, олово, медь, цинк, вода, кварц и многие органические соединения.

2. **Парамагнетики** – вещества, у которых магнитная восприимчивость положительна: $\chi > 0$. Численное значение χ находится в пределах $10^{-3} \div 10^{-4}$. Направление намагниченности $\vec{J}$ парамагнетиков совпадает с направлением напряженности намагничивающего поля $\vec{H}$. Парамагнетики втягиваются в неоднородное магнитное поле.

Магнитная восприимчивость парамагнетиков зависит от температуры и подчиняется закону Кюри:

$$\chi = \frac{C}{T}, \quad (51.5)$$

где C – постоянная Кюри;
 T – абсолютная температура.

Магнитная проницаемость парамагнетиков $\mu > 1$, но отличие от единицы очень невелико. К парамагнетикам относятся алюминий, марганец, палладий, платина, растворы железных и никелевых солей, кислород, воздух и др.

Для парамагнитных и диамагнитных веществ магнитная проницаемость μ **не зависит** от напряженности внешнего намагничивающего поля, т.е. представляет собой постоянную величину, характеризующую данное вещество.

51.4 Ферромагнетики

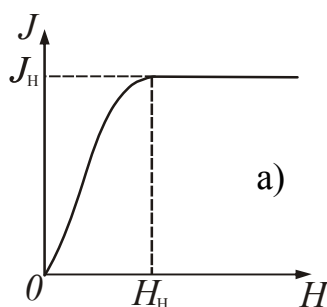
Ферромагнетики – вещества, способные обладать намагниченностью в отсутствие внешнего магнитного поля. Свое название они получили по наиболее распространенному представителю – железу.

К ферромагнетикам кроме железа, принадлежат никель, кобальт, гадолиний, их сплавы и соединения, некоторые сплавы и соединения марганца и хрома с неферромагнитными элементами. Ферромагнетики являются сильномагнитными веществами. Их намагниченность в огромное число раз (до 10^{10}) превосходит намагниченность диа- и парамагнетиков, принадлежащих к категории слабомагнитных веществ.

Ферромагнетики обладают следующими характерными свойствами:

1. Имеют очень большие значения μ и χ (μ достигает значений $10^4 \div 10^5$).

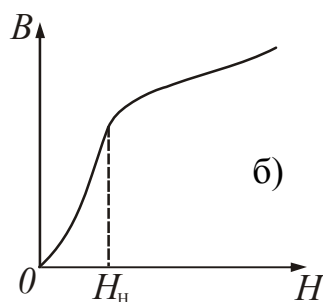
Это означает, что ферромагнетики создают сильное добавочное магнитное поле.



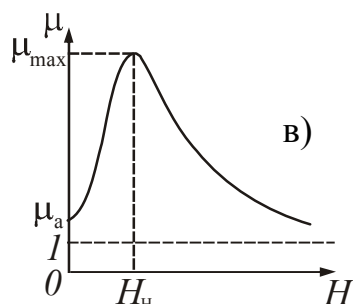
2. Величины μ и χ не остаются постоянными, а являются функциями напряженности внешнего поля. Поэтому намагниченность J и магнитная индукция B также не пропорциональны напряженности H магнитного поля, а зависят от нее сложным образом (рис. 51.2).

Зависимость намагниченности J от напряженности H внешнего магнитного поля характеризуется наличием магнитного насыщения J_n , наступающего при $H > H_n$ (рис. 51.2 а). H_n – напряженность насыщения.

Магнитная индукция B растет с возрастанием поля H и при $H \geq H_n$ кривая переходит в прямую (рис. 51.2 б).



Зависимость магнитной проницаемости μ от H имеет сложный характер. μ_a – начальная магнитная проницаемость. При стремлении напряженности H к бесконечности магнитная проницаемость μ асимптотически стремится к единице (рис. 51.2 в).



3. Ферромагнетикам свойственно явление магнитного гистерезиса. **Гистерезис** – явление отставания изменения B индукции магнитного поля от изменения напряженности H переменного по величине и направлению внешнего магнитного поля.

Рисунок 51.2

На рис. 51.3 кривая 0–1 соответствует основной кривой намагничивания. Если довести намагничивание до насыщения (точка 1), а затем уменьшать напряженность намагничивающего поля, то индукция B следует не по первоначальной кривой 0–1, а изменяется по кривой 1–2.

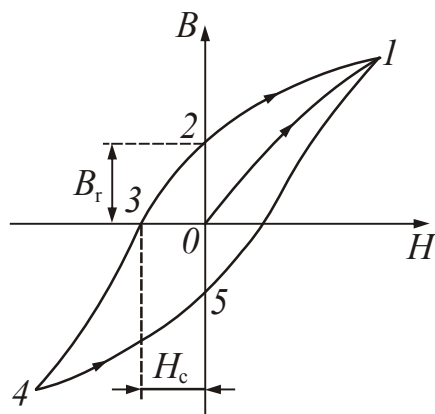


Рисунок 51.3

При $H=0$ сохраняется остаточная намагниченность, которая характеризуется **остаточной индукцией** – B_r .

Индукция обращается в нуль лишь под действием поля H_c , имеющего направление, противоположное полю, вызвавшему намагничивание. Напряженность H_c называется **коэрцитивной силой**. Увеличивая обратное поле, затем уменьшая его и накладывая вновь положительное поле, получим, что индукция изменяется в соответствии с кривой 1–2–3–4–5–1, которая называется петлей гистерезиса.

Перемагничивание ферромагнетика связано с изменением ориентации областей спонтанной намагниченности (см. п. 6) и требует совершения работы за счет энергии внешнего магнитного поля. Количество теплоты, выделившееся при перемагничивании, пропорционально площади петли гистерезиса. В зависимости от формы и площади петли ферромагнетики делят на:

- магнитномягкие (узкая петля гистерезиса, $H_c \sim 1 \div 100$ А/м);
- магнитножесткие (широкая петля гистерезиса, $H_c \sim 10^3 \div 10^5$ А/м).

Для изготовления постоянных магнитов используют магнитножесткие ферромагнетики, для сердечников трансформаторов – магнитномягкие.

4. При намагничивании ферромагнетиков происходит изменение их линейных размеров и объема. Это явление называется **магнитострикцией**. Относительное удлинение ферромагнетиков достигает величины $\sim 10^{-5} - 10^{-2}$. Магнитострикция используется в гидроакустике, в ультразвуковых технологиях, акустоэлектронике и других областях техники.

5. Перечисленные выше свойства ферромагнитных веществ обнаруживаются при температурах, меньших точки Кюри. Точка Кюри (T_c) – температура, при которой ферромагнетик теряет свои ферромагнитные свойства и становится парамагнетиком. Магнитная восприимчивость при температурах $T \geq T_c$ подчиняется закону Кюри – Вейса:

$$\chi = \frac{C}{T - T_c}, \quad (51.6)$$

где C – постоянная Кюри.

Точка Кюри для железа 1063 К, для никеля 623 К, для кобальта 1423 К, для сплава пермаллоя – 823 К. При понижении температуры ниже точки Кюри ферромагнитные свойства восстанавливаются.

6. Ответственными за магнитные свойства ферромагнетиков являются собственные (их также называют спиновыми) магнитные моменты электронов.

При определенных условиях в кристаллах возникают силы, которые заставляют магнитные моменты электронов выстраиваться параллельно друг другу. Эти силы называются обменными. В результате возникают области спонтанного (самопроизвольного) намагничивания, которые называют **доменами**. Домены имеют размеры порядка $1 \div 10$ мкм. В пределах каждого домена ферромагнетик спонтанно намагничен до насыщения и обладает определенным магнитным моментом. Направления этих моментов для разных доменов различны, поэтому при отсутствии внешнего поля суммарный момент образца равен нулю и образец в целом представляется макроскопически ненамагниченным.

При включении внешнего магнитного поля домены, ориентированные по полю, растут за счет доменов, ориентированных против поля. Такой рост в слабых полях имеет обратимый характер. В более сильных полях происходит одновременная переориентация магнитных моментов в пределах всего домена. Этот процесс является необратимым и служит причиной гистерезиса и остаточного намагничивания.

§52 Электромагнитная индукция

52.1 Явление электромагнитной индукции

Явление электромагнитной индукции открыто в 1831 году М. Фарадеем.

Явлением электромагнитной индукции называется явление возникновения электродвижущей силы в проводящем контуре при любом изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур.

Возникшая эдс называется электродвижущей силой электромагнитной индукции ε_i . Если проводник замкнут, то возникает ток, который называют **индукционным**.

Эдс электромагнитной индукции пропорциональна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего контур.

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (52.1)$$

При этом несущественно, чем вызвано изменение магнитного потока. Это может быть деформация или перемещение контура во внешнем поле, или изменение магнитного поля во времени.

Выражение (52.1) называется законом Фарадея для электромагнитной индукции. Знак « $-$ » введен в формулу в соответствии с правилом Ленца. Правило Ленца:

Индукционный ток имеет такое направление, что созданный им магнитный поток противодействует изменению магнитного потока, вызвавшего этот индукционный ток.

Если замкнутый контур состоит из N последовательно соединенных витков (например, соленоид), то закон электромагнитной индукции записывается следующим образом:

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(N\Phi)}{dt}.$$

Величину $\Psi = N\Phi$ называют **полным магнитным потоком** или **потоко-сцеплением**. С учетом этого:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}. \quad (52.2)$$

52.2 Принцип работы генератора переменного тока

Одним из важнейших применений явления электромагнитной индукции является преобразование механической энергии в электрическую.

Рассмотрим рамку, состоящую из N витков, которая вращается в магнитном поле ($\vec{B} = \text{const}$) с постоянной угловой скоростью ω (рис. 52.4).

Полный магнитный поток, пронизывающий рамку, в любой момент времени определяется соотношением:

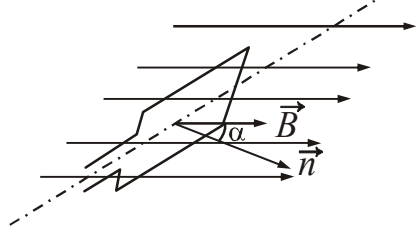


Рисунок 53.4

$$\Psi = NBS \cos \alpha,$$

где S – площадь рамки,

α – угол между векторами нормали $\vec{n}$ и $\vec{B}$.

При равномерном вращении $\alpha = \omega t$.

Найдем эдс индукции, возникающую в рамке при ее вращении, используя закон Фарадея (см. формулу 52.2):

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d(NBS \cos \omega t)}{dt} = NBS\omega \sin \omega t$$

или

$$\varepsilon_i = NBS\omega \sin \omega t = \varepsilon_{\max} \sin \omega t, \quad (52.3)$$

где величину $\varepsilon_{\max} = NBS\omega$ можно рассматривать как амплитудное значение переменной эдс.

Возникновение эдс индукции во вращающейся в магнитном поле рамке явилось основой для создания генераторов переменного тока. Если концы витка присоединить к вращающимся вместе с ним двум медным кольцам, соприкасающимся с двумя неподвижными угольными щетками, а к щеткам присоединить электрическую цепь, то по цепи потечёт переменный ток i , изменяющийся так же, как изменяется эдс ε .

По закону Ома:

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{NBS\omega}{R} \sin \omega t,$$

$$i = i_{\max} \sin \omega t, \quad (52.4)$$

где $i_{\max} = \frac{NBS\omega}{R}$ – максимальное (амплитудное) значение силы тока;

i – мгновенное значение тока.

52.3 Токи Фуко

Индукционные токи, которые возникают в сплошных массивных проводниках, находящихся в переменных магнитных полях, называют **вихревыми токами или токами Фуко**.

В соответствии с правилом Ленца токи Фуко выбирают внутри проводника такие направления, чтобы своим действием возможно сильнее противиться причине, которая их вызывает. Поэтому движущиеся в сильном магнитном поле хорошие проводники испытывают сильное торможение, обусловленное взаимодействием токов Фуко с магнитным полем. Это используют для демпфирования (успокоения) подвижных частей гальванометров, сейсмографов и др. приборов.

Тепловое действие токов Фуко используются в индукционных печах. Таким способом осуществляют плавление металлов в вакууме, это дает возможность получать материалы исключительно высокой чистоты.

Токи Фуко бывают и нежелательными. В электрических машинах и трансформаторах они приводят к значительным потерям энергии. Поэтому сердечники трансформаторов набирают из тонких пластин разделенных изолирующими прослойками. Пластины располагают так, чтобы возможные направления токов Фуко были к ним перпендикулярными.

§53 Самоиндукция

Самоиндукция – это явление возникновения электродвижущей силы в проводящем контуре при изменении электрического тока, идущего по этому контуру.

53.1 Индуктивность контура

Электрический ток, текущий в проводящем контуре, создает в окружающем пространстве магнитное поле. Полный магнитный поток Ψ , пронизывающий контур (сцепленный с ним), будет прямо пропорционален току:

$$\Psi = LI. \quad (53.1)$$

Коэффициент пропорциональности L между полным магнитным потоком (потокосцеплением) и силой тока называется индуктивностью контура или коэффициентом самоиндукции контура.

Индуктивность (L) – это скалярная физическая величина, характеризующая магнитные свойства электрической цепи и равная отношению полного

магнитного потока, сцепленного с контуром, к силе тока, текущему по контуру и создающему этот поток:

$$L = \frac{\Psi}{I}. \quad (53.2)$$

Линейная зависимость Ψ от I наблюдается только в том случае, если магнитная проницаемость μ среды, которой окружен контур, не зависит от напряженности поля H . Это означает, что среда должна быть неферромагнитная.

Индуктивность зависит от геометрической формы и размеров контура, а также магнитных свойств среды, в которой он находится. Если контур жесткий и вблизи него нет ферромагнетиков, то индуктивность является величиной постоянной.

За единицу индуктивности в СИ принимается индуктивность такого проводника (контура), у которого при силе тока в нем 1 А возникает сцепленный с ним полный проток Ψ , равный 1 Вб. Эту единицу называют генри (Гн).

$$[L] = \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = \text{Гн (генри)}.$$

Индуктивность можно рассчитывать на основе геометрии проводника.

Пример. Индуктивность бесконечно длинного соленоида (рис. 53.1) рассчитывается по следующей формуле:

$$L = \mu_0 \mu n^2 S l = \mu_0 \mu n^2 V, \quad (53.3)$$

или
$$L = \frac{\mu_0 \mu N^2 S}{l}, \quad (53.4)$$

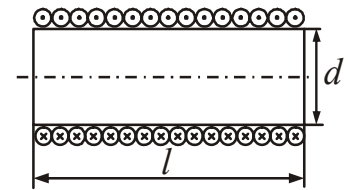


Рисунок 53.1

где $n = \frac{N}{l}$ – плотность намотки; N – число витков соленоида, S – площадь поперечного сечения соленоида, $lS = V$ – объем соленоида.

53.2. ЭДС самоиндукции

Самоиндукция является частным случаем явления электромагнитной индукции. Воспользуемся законом Фарадея для электромагнитной индукции (см. формулу (52.2)):

$$\varepsilon_s = - \frac{d\Psi}{dt}.$$

Согласно (53.1) полный магнитный поток:

$$\Psi = LI.$$

Сделаем замену, получим:

$$\varepsilon_s = - \frac{d(LI)}{dt}. \quad (53.5)$$

Если контур жесткий и вблизи него нет ферромагнетиков, то индуктивность L является величиной постоянной и ее называют статической. В этом случае:

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}. \quad (53.6)$$

Эдс самоиндукции пропорциональна скорости изменения силы тока. Знак « $-$ » обусловлен правилом Ленца, согласно которому индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать причине его вызывающей.

53.3 Токи при замыкании и размыкании цепи

При замыкании цепи, содержащей постоянную эдс, сила тока за счет эдс самоиндукции устанавливается не мгновенно, а через некоторый промежуток времени. При выключении источника (размыкании цепи) ток не прекращается мгновенно. Это объясняется тем, что в контуре появляется индукционный ток, который по правилу Ленца противодействует изменению тока в цепи, вызвавшего явление самоиндукции. Индукционный ток, накладываясь на основной ток, замедляет его возрастание или препятствует его убыванию.

а) Замыкание цепи

К параллельно соединенным сопротивлению R и индуктивности L с помощью переключателя Π может быть подключен источник, эдс которого ε (рис. 53.2). $L = \text{const}$.

После подключения источника эдс до тех пор, пока сила тока не достигнет установившегося значения I_0 , в цепи кроме эдс ε будет действовать эдс самоиндукции ε_s . По закону Ома:

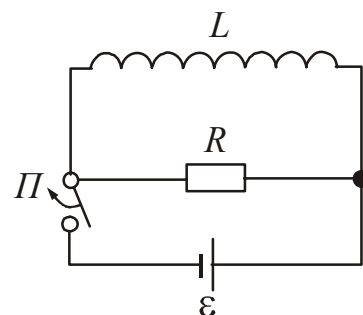


Рисунок 53.2

$$IR = \varepsilon + \varepsilon_s = \varepsilon - L \frac{dI}{dt}$$

Решив данное линейное неоднородное дифференциальное уравнение и, учтя, что в момент времени $t=0$ сила тока равна нулю, получим:

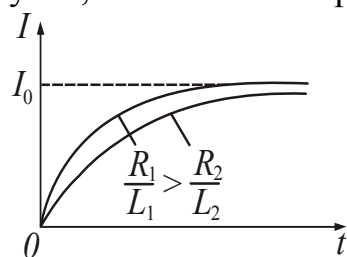


Рисунок 53.3

$$I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right). \quad (53.7)$$

График возрастания силы тока приведен на рис. 53.3. Из графика следует, что чем меньше индуктивность цепи и больше ее сопротивление, тем быстрее нарастает ток.

б) Размыкание цепи.

В момент времени $t=0$ отключим источник переключателем Π (рис. 53.2). Сила тока начнет убывать, в цепи возникает эдс самоиндукции. По закону Ома:

$$IR = \varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}.$$

Решив данное линейное однородное дифференциальное уравнение и учитывая, что при $t=0$ сила тока имела значение I_0 , получим:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (53.8)$$

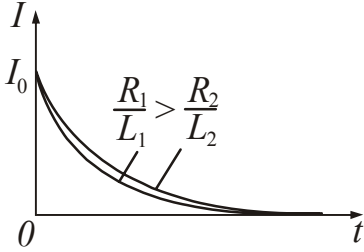


Рисунок 53.4

После отключения источника сила тока в цепи убывает по экспоненциальному закону. График зависимости $I = f(t)$ приведен на рис. 53.4. Из графика следует, что чем больше индуктивность и чем меньше сопротивление, тем медленнее спадает ток в цепи.

§54 Взаимная индукция

Взаимной индукцией называется явление возникновения электродвижущей силы в одном из контуров при изменении тока в другом.

Рассмотрим два близко расположенных контура 1 и 2 (рис. 54.1). Контур характеризуется коэффициентом взаимной индуктивности.

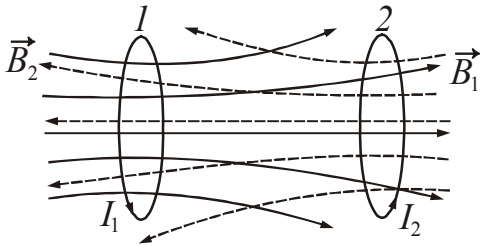


Рисунок 54.1

Взаимная индуктивность — это скалярная физическая величина, характеризующая магнитную связь двух или более контуров. Взаимная индуктивность зависит от размеров и формы контуров 1 и 2, расстояния между ними, от их взаимного расположения, а также от магнитной проницаемости окружающей их среды. Измеряется взаимная индуктивность в генри.

Согласно закону электромагнитной индукции при изменении тока I_1 в контуре 2 индуцируется эдс:

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}. \quad (54.1)$$

При изменении тока I_2 в контуре 1 индуцируется эдс:

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}. \quad (54.2)$$

Если контуры находятся в неферромагнитной среде, то $L_{12} = L_{21}$. Поэтому можно не делать различия между L_{12} и L_{21} и просто говорить о взаимной индуктивности двух контуров.

Взаимная индуктивность двух катушек, намотанных на общий тороидальный железный сердечник (рис. 54.2).

$$L_{21} = \frac{\mu\mu_0 N_1 N_2 S}{l}. \quad (54.3)$$

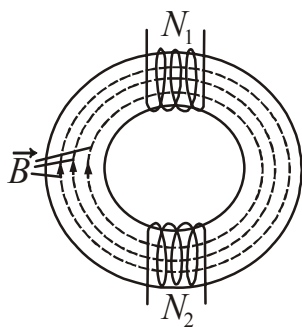


Рисунок 54.2

$$L_{12} = \frac{\mu\mu_0 N_1 N_2 S}{l}. \quad (54.4)$$

где l – длина сердечника;

В данном случае нельзя утверждать, что L_{12} равно L_{21} , т.к. величина μ , входящая в формулы, зависит от напряженности H поля в сердечнике.

На явлении взаимной индукции основана работа трансформатора, который служит для повышения или понижения напряжения переменного тока.

§55 Энергия магнитного поля

Если замкнуть переключатель Π , то по цепи, изображенную на рис. 55.1, потечет ток, который создает в катушке (соленоиде) магнитное поле. Если разомкнуть переключатель, то через сопротивление R будет течь убывающий ток, поддерживаемый возникающей в соленоиде эдс самоиндукции.

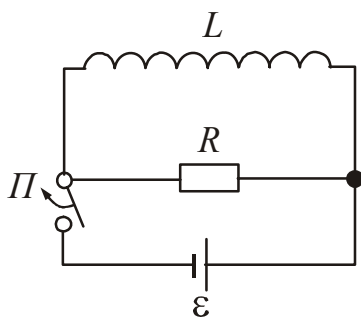


Рисунок 55.1

Работа, совершаемая в цепи за все время, в течение которого исчезает магнитное поле, идет на нагревание сопротивления R , соленоида и соединительных проводов. Так как никаких других изменений не происходит, можно сделать вывод, что магнитное поле является носителем энергии, за счет которой совершается работа.

Используя закон сохранения энергии можно, получить следующее выражение для расчета энергии магнитного поля:

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (55.1)$$

Энергию магнитного поля можно выразить через величины, характеризующие само поле.

$$W = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} V, \quad (55.2)$$

где H – напряженность магнитного поля.

Объемная плотность w энергии магнитного поля равна отношению энергии к объему:

$$w_m = \frac{W}{V} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}. \quad (55.3)$$

Формуле (61.5) можно придать вид:

$$w_m = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu}. \quad (55.4)$$

ЧАСТЬ 5. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Колебаниями называются процессы в той или иной мере повторяющиеся во времени. Различные колебательные процессы описываются одинаковыми уравнениями и характеристиками.

§56 Общие сведения о колебаниях

56.1 Классификация колебаний

В зависимости от физической природы повторяющегося процесса различают колебания:

- **механические** (колебания маятников, струн, частей машин и механизмов, сооружений, давления воздуха при распространении в нем звука и т. п.);
- **электромагнитные** (колебания переменного электрического тока в цепи; колебания векторов электрической напряженности $\vec{E}$ и магнитной индукции $\vec{B}$ переменного электромагнитного поля и т. п.);
- **электромеханические** (колебания мембраны телефона, диффузора электродинамического громкоговорителя и т. п.).

Система, совершающая колебания, называется колебательной системой или **осциллятором**. В зависимости от характера воздействия, оказываемого на колебательную систему, различают колебания:

- собственные;
- затухающие;
- вынужденные.

Собственными называются колебания, которые происходят в системе, предоставленной самой себе после того, как ей был сообщен толчок, либо она была выведена из положения равновесия.

Затухающими называются свободные колебания, амплитуда которых уменьшается с течением времени. Затухание механических колебаний связано с наличием сил трения и сопротивления. Затухание колебаний в электрических колебательных системах обусловлено тепловыми потерями в проводниках.

Вынужденными называются колебания, в процессе которых колеблющаяся система подвергается внешнему периодически изменяющемуся воздействию.

56.2 Характеристики колебаний

1. Мгновенное значение колеблющейся величины $\xi(t)$

$$\xi(t) = f(t) = f(t + T), \quad (1.1)$$

где $f(t)$ – заданная периодическая функция времени.

Колеблющая величина определяет положение (координату) или состояние (заряд, давление, температуру, скорость) колебательной системы (тела, электрического контура).

2. **Амплитуда колебаний** (A) – максимальное значение колеблющейся величины. Амплитуда – положительная величина.

3. **Период колебаний** (T) – время одного полного колебания: $T = \frac{t}{N}$

$[T]=\text{с}$

4. **Частота колебаний** (ν) – число колебаний за единицу времени. $\nu = \frac{N}{t}$

$$\nu = \frac{1}{T} \quad (1.2)$$

$[\nu]=1/\text{с}$

5. **Угловая или циклическая частота** (ω) – число колебаний за 2π секунд.

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \quad (1.3)$$

$[\omega]=\text{рад/с}$

6. **Фаза колебаний** (φ) – величина, определяющая мгновенное состояние колебательного процесса

$$\varphi = (\omega t + \varphi_0), \quad (1.4)$$

где φ_0 – начальная фаза (значение фазы при $t=0$)

$[\varphi]=\text{рад}$

§ 57 Гармонические колебания

Гармонические колебания – колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется по закону косинуса или синуса:

$$\xi(t) = \xi_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (2.1)$$

или

$$\xi(t) = \xi_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (2.1a)$$

Оба представления равноправны. В дальнейшем мы будем считать, что колеблющаяся величина изменяется по закону косинуса.

Амплитуда колебаний и начальная фаза определяются начальными условиями, а частота и период – свойствами колебательной системы. Если хотя бы один из этих параметров изменяется во времени, то колебания не будут гармоническими.

57.1 Скорость и ускорение при гармонических колебаниях

Скорость колеблющейся точки:

$$v = \frac{d\xi}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = -v_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = v_{\max} \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right), \quad (2.2)$$

где $v_{\max} = A\omega_0$ – максимальное (амплитудное) значение скорости.

Ускорение колеблющейся точки

$$a = \frac{d^2\xi}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -a_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = a_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi), \quad (2.3)$$

где $a_{\max} = A\omega_0^2$ – максимальное (амплитудное) значение ускорения.

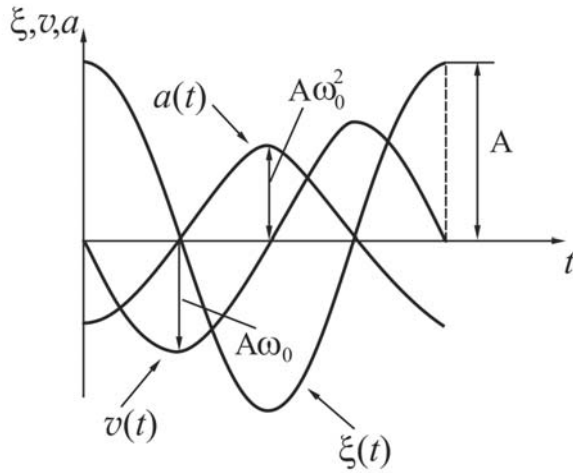


Рисунок 2.1

Гармонические колебания можно представить графически. Для случая $\varphi_0=0$ они имеют вид, показанный на рис. 2.1. Из формул (2.2) и (2.3) и сравнения графиков можно сделать следующие выводы:

- $\xi(t)$ и $a(t)$ колеблются в противофазе, то есть $a(t)$ опережает $\xi(t)$ по фазе на π ;
- $v(t)$ опережает $\xi(t)$ по фазе на $\pi/2$.

57.2 Дифференциальное уравнение гармонических колебаний

Согласно уравнению (2.3)

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Сравнив данное выражение с формулой (2.1), можно сделать вывод, что

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = -\omega_0^2 \xi, \quad \text{или:}$$

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} + \omega_0^2 \xi = 0 \quad (2.4)$$

Согласно обозначениям, принятым Ньютоном, производные по времени обозначаются следующим образом:

$$\frac{d\xi}{dt} = \dot{\xi}, \quad \frac{d^2\xi}{dt^2} = \ddot{\xi}. \quad (2.5)$$

Тогда дифференциальное уравнение гармонических колебаний можно записать в виде:

$$\ddot{\xi} + \omega_0^2 \xi = 0. \quad (2.6)$$

Уравнение (2.4) называется **дифференциальным уравнением гармонических колебаний**. Оно представляет собой линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка. Дифференцирование ведется по времени t .

Если при анализе физических процессов той или иной природы, сделанных на основе законов и приближений, возникает уравнение подобного вида, то это означает, что рассмотренная система может совершать гармонические колебания. Частота колебаний будет определяться свойствами самой системы.

§58 Примеры систем, совершающих гармонические колебания

58.1 Пружинный маятник

Пружинный маятник – тело массой m , колеблющееся на пружине жесткостью k (рис. 3.1). Если сместить шарик от положения равновесия на расстояние, равное x , то возникшая сила упругости ($F_{\text{упр}} = -kx$) стремится вернуть шарик в положение равновесия. Применяв второй закон Ньютона, можно получить следующее уравнение

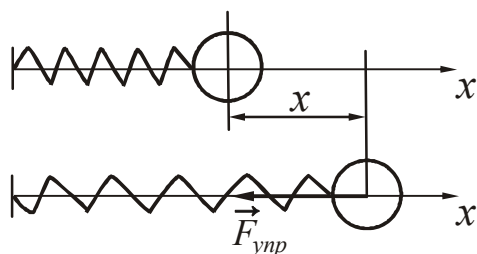


Рисунок 3.1

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0. \quad (3.1)$$

где $a = \frac{d^2x}{dt^2}$ – ускорение, полученное шариком.

Введем обозначение:

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2. \quad (3.2)$$

где ω_0 – это физический параметр, характеризующий колебательные свойства системы и называемый **собственной частотой** колебаний.

Тогда с учетом (3.2) уравнение (3.1) можно переписать в виде:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (3.3)$$

Уравнение (3.3) называется дифференциальным уравнением гармонических колебаний. Общее решение этого уравнения имеет вид:

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (3.4)$$

Период колебаний пружинного маятника:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (3.5)$$

В рассмотренном примере сила по своей природе упругая. Сила иного происхождения может обнаруживать такую же закономерность, то есть оказываться равной $-kx$, где k – постоянная положительная величина. Силы такого вида, независимо от их природы, называются **квазиупругими**.

58.2 Физический маятник

Физический маятник – твердое тело, способное совершать колебания относительно неподвижной горизонтальной оси, не проходящей через центр масс.

Отклоним маятник на угол α от положения равновесия (рис. 3.2). При этом возникает вращающий момент, который стремится вернуть маятник в положение равновесия:

$$M = -mgl \sin \alpha,$$

m – масса маятника, l – расстояние между точкой подвеса O и центром масс C . Знак “–” означает, что момент силы тяжести стремится уменьшить угол отклонения маятника.

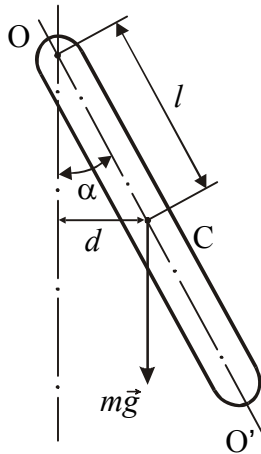


Рисунок 3.2

Будем считать, что угол отклонения мал (до $3^\circ \div 5^\circ$), при этом $\sin \alpha \approx \alpha$ (α должен быть выражен в радианах). Применяв основной закон динамики вращательного движения, получим

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{mgl}{J} \alpha = 0. \quad (3.6)$$

где J – момент инерции маятника относительно оси колебаний.

$\varepsilon = \frac{d^2 \alpha}{dt^2}$ – угловое ускорение маятника,

Введем обозначение:

$$\omega_0^2 = \frac{mgl}{J}. \quad (3.7)$$

Тогда дифференциальное уравнение гармонических колебаний запишется в виде:

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = 0 \quad (3.8)$$

Решение уравнений (3.6) и (3.8) имеет вид:

$$\alpha(t) = \alpha_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (3.9)$$

где $A = \alpha_{\max}$ – амплитуда колебаний, то есть наибольший угол, на который отклоняется маятник.

Следовательно, **малые колебания физического маятника являются гармоническими.**

Период гармонических колебаний физического маятника

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}. \quad (3.10)$$

58.3 Математический маятник

Математический маятник – это материальная точка, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити и совершающая колебания в вертикальной плоскости под действием силы тяжести.

Хорошим приближением к математическому маятнику служит небольшой шарик массой m , подвешенный на длинной нити длиной l (рис. 3.3). Мате-

математический маятник можно рассматривать как предельный случай физического маятника, масса которого сосредоточена в одной точке.

Движение физического маятника описывается уравнением (3.6).

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mgl}{J}\alpha = 0.$$

Если нить длинная, то шарик можно считать материальной точкой. Момент инерции J шарика относительно оси колебаний в этом случае равен:

$$J = ml^2.$$

Период колебаний математического маятника

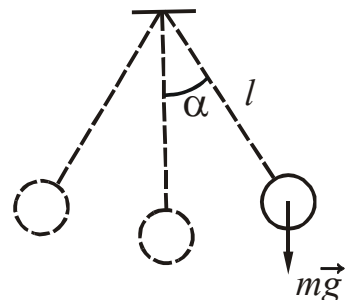


Рисунок 3.3

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{ml^2}{mgl}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (3.17)$$

Из сопоставления формул (3.16) и (3.17) получается, что математический маятник с длиной

$$l_{\text{пр}} = \frac{J}{ml} \quad (3.18)$$

будет иметь такой же период колебаний, как и данный физический маятник.

Величину (3.18) называют приведенной длиной физического маятника. Таким образом, **приведенная длина физического маятника** – это длина такого математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом колебаний данного физического маятника.

58.4 Колебательный контур

Колебательный контур – цепь, содержащая катушку индуктивностью L и конденсатор емкостью C (рис. 3.4).

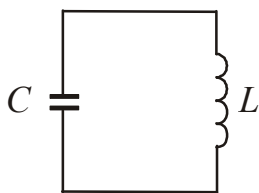


Рисунок 3.4

Колебания в контуре можно вызвать, сообщив обкладкам конденсатора некоторый начальный заряд. Замкнем ключ K в положение 1 (рис. 3.5). На обкладках возникнут два разноименных заряда $+q$ и $-q$. Между ними возникнет электрическое поле, энергия которого

$$W_{\text{эл}} = \frac{q^2}{2C}. \quad (3.19)$$

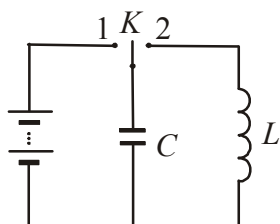


Рисунок 3.5

Если затем отключить источник напряжения и замкнуть конденсатор на индуктивность (ключ K – в положении 2), то конденсатор начнет разряжаться, в контуре потечет ток. В результате этого энергия электрического поля будет уменьшаться, зато возникнет магнитное поле с энергией

$$W_M = \frac{LI^2}{2}, \quad (3.20)$$

которая возрастает. Активное сопротивление $R=0$, поэтому полная энергия не расходуется на нагревание проводов и остается величиной постоянной

$$W_{эл} + W_M = \text{const}$$

или

$$\frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = \text{const}. \quad (3.21)$$

Продифференцируем функцию (3.21) по времени, произведем сокращения и, разделив каждый член уравнения на L , получим:

$$I \frac{dI}{dt} + \frac{1}{LC} q \frac{dq}{dt} = 0. \quad (3.22)$$

Так как по определению $\frac{dq}{dt} = I$, то $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2 q}{dt^2}$.

На основании этого можно записать:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (3.24)$$

Введем обозначение

$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2 \quad (3.25)$$

и приведем уравнение (3.24) к виду:

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0. \quad (3.26)$$

Решением этого уравнения является функция

$$q = q_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (3.27)$$

где $q_{\max}$ – максимальное (амплитудное) значение заряда.

Таким образом, **заряд на обкладках конденсатора изменяется по гармоническому закону**. Период колебаний колебательного контура определяется по формуле, которая называется **формулой Томсона**:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (3.28)$$

Напряжение на конденсаторе:

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_{\max}}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (3.29)$$

где $U_{\max} = q_{\max}/C$ – амплитудное значение напряжения.

Продифференцировав функцию (3.27) по времени, получим выражение для силы тока:

$$I = -\omega_0 q_{\max} \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = I_{\max} \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right), \quad (3.30)$$

где $I_{\max} = \omega_0 q_{\max}$ – амплитудное значение силы тока.

Таким образом, сила тока опережает по фазе напряжение на конденсаторе на $\pi/2$.

§59 Энергия колебаний

Колебания пружинного маятника совершаются под действием упругой силы. **Потенциальная энергия** гармонического колебания

$$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2} = \frac{k}{2} A^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (4.1)$$

Кинетическая энергия гармонического колебания

$$W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2} A^2 \omega_0^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (4.2)$$

Полная механическая энергия гармонического колебания:

$$W = W_{\text{к}} + W_{\text{п}},$$

$$\begin{aligned} W &= \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{kA^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \\ &= \frac{kA^2}{2} [\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)] = \frac{kA^2}{2}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

так как согласно (3.5) $k = m\omega_0^2$ (см. §3, п.3.1).

Таким образом, **полная энергия гармонического колебания остается величиной постоянной.**

$$W = \frac{kA^2}{2}. \quad (4.4)$$

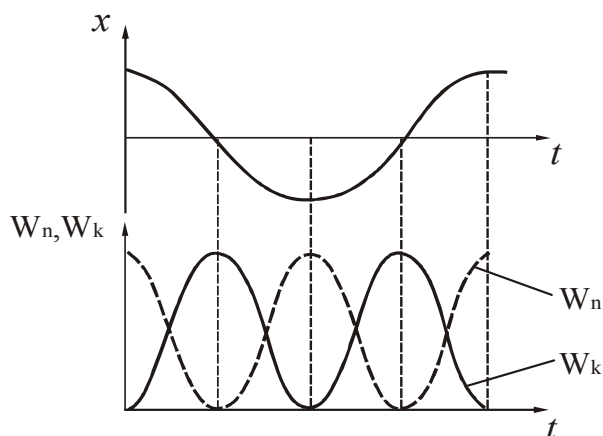


Рисунок 4.1

мума. При прохождении системой положения равновесия ($x=0$) потенциальная энергия равна нулю, а кинетическая энергия максимальна. Наибольшие значения кинетической и потенциальной энергии равны между собой.

§60 Сложение гармонических колебаний

Любая колебательная система в общем случае может совершать одновременно несколько колебаний. Сложение нескольких колебаний значительно облегчается и становится наглядным, если изображать колебания графически в виде векторов на плоскости.

60.1 Графическое изображение гармонических колебаний. Векторная диаграмма

Из произвольной точки O , взятой на оси x , отложим вектор длиной A , образующий с осью Ox угол φ_0 , равный начальной фазе (рис. 5.1).

Если привести этот вектор во вращение с постоянной угловой скоростью ω_0 , то проекция конца вектора будет перемещаться по оси x в пределах от $-A$ до $+A$. С течением времени угол будет изменяться по закону

$$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0,$$

Соответственно, проекция вектора $\vec{A}$ на ось x изменяется по закону

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

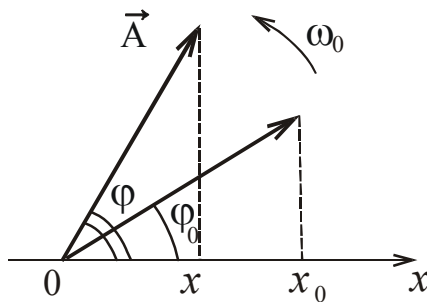


Рисунок 5.1

то есть совершает гармонические колебания.

Из сказанного следует, что *гармоническое колебание может быть задано с помощью вектора, длина которого равна амплитуде колебания, а направление вектора образует с осью x угол, равный фазе колебания*. Полученная схема называется *векторной диаграммой*.

60.2 Сложение одинаково направленных гармонических колебаний

а). *Сложение колебаний одинаковой частоты*: $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$. Смещение x колеблющейся точки будет равно сумме смещений x_1 и x_2 , которые описываются уравнениями:

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_{01}) \\ x_2 &= A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_{02}) \end{aligned} \quad (5.1)$$

Оба колебания представим в виде векторов $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$ и сложим их по правилу параллелограмма (рис. 5.2). Проекция вектора $\vec{A}$ на ось x равна сумме проекций слагаемых векторов:

$$x = x_1 + x_2.$$

Следовательно, вектор $\vec{A}$ представляет собой результирующее колебание. Этот вектор вращается с той же угловой скоростью ω_0 , как и векторы $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$,

так что результирующее движение будет гармоническим колебанием с той же частотой ω_0 , амплитудой A и начальной фазой φ_0 :

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (5.2)$$

Амплитуда и начальная фаза результирующего колебания определяются соотношениями;

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}. \quad (5.4)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}}. \quad (5.5)$$

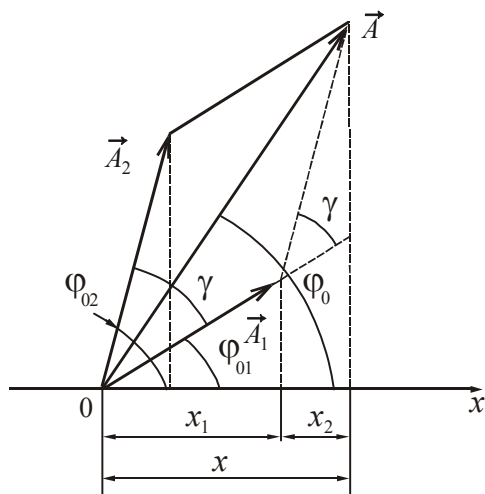


Рисунок 5.2

Амплитуда результирующего колебания зависит от разности фаз. Если:

- 1) $\varphi_{02} - \varphi_{01} = 2\pi m$, где $m=0, 1, 2, \dots$, то $A = A_1 + A_2$.
- 2) $\varphi_{02} - \varphi_{01} = (2m + 1)\pi$, где $m=0, 1, 2, \dots$, то $A = A_1 - A_2$.

б). Сложение колебаний одного направления с различными, но близкими частотами. В результате получаются негармонические колебания называемые **биениями**.

Частота одного колебания ω , частота второго – $(\omega + \Delta\omega)$. По условию $\Delta\omega \ll \omega$. Будем считать, что амплитуды обоих колебаний одинаковы и равны A . Начальные фазы обоих колебаний равны нулю. Складываемые уравнения будут иметь вид:

$$x_1 = A \cos \omega t, \quad (5.6)$$

$$x_2 = A \cos(\omega + \Delta\omega)t. \quad (5.7)$$

Результирующее колебание опишется уравнением

$$x = x_1 + x_2 = A(\cos \omega t + \cos(\omega + \Delta\omega)t) = 2A \cos \frac{\Delta\omega t}{2} \cos \omega t$$

(во втором множителе пренебрегаем слагаемым $\Delta\omega/2$ по сравнению с ω).

Уравнение, описывающее биения, имеет вид:

$$x = \left| 2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \right| \cos \omega t. \quad (5.8)$$

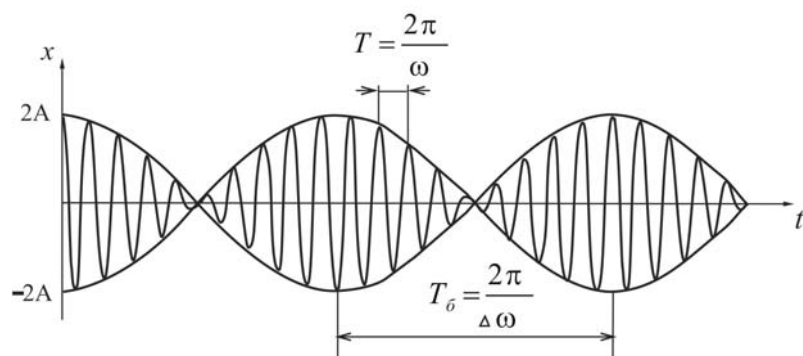


Рисунок 5.3

График функции (5.8) дан на рис. 5.3. Амплитуда

биений $A(t) = \left| 2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \right|$. Циклическая частота $\Delta\omega$ называется циклической частотой биений. Период биений $T_{\text{биен}} = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$.

60.3 Сложение взаимно перпендикулярных колебаний

а). **Сложение колебаний одинаковой частоты.** Начало отсчета выберем так, чтобы начальная фаза первого колебания была равна нулю. Тогда уравнения колебаний запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} x &= A_1 \cos \omega t \\ y &= A_2 \cos(\omega t + \alpha) \end{aligned} \quad (5.10)$$

где $\alpha = \varphi_{02} - \varphi_{01}$ — разность фаз складываемых колебаний. Эти два уравнения составляют систему, которая задает траекторию движения в параметрической форме. Чтобы получить уравнение траектории в обычной форме, надо исключить из (5.10) параметр t . В результате получим:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos \alpha = \sin^2 \alpha. \quad (5.15)$$

Уравнение (5.15) представляет собой уравнение эллипса, оси которого ориентированы относительно координатных осей x и y произвольно. Ориентация осей эллипса и его размеры зависят от амплитуд складываемых колебаний и разности фаз.

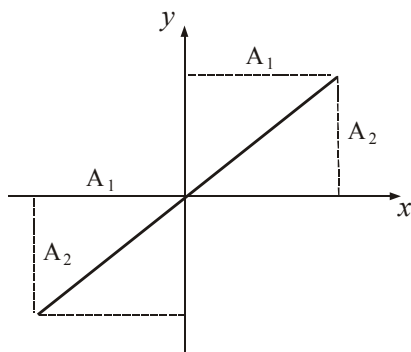


Рисунок 5.4

Частные случаи.

1. Разность фаз складываемых колебаний $\alpha = \Delta\varphi = 0$. В этом случае уравнение (5.15) примет вид

$$y = \frac{A_2}{A_1} x. \quad (5.16)$$

Это уравнение прямой, проходящей через начало координат и лежащей в I и III четвертях (рис. 5.4)

2. Разность фаз складываемых колебаний $\alpha = \Delta\varphi = \pm\pi$.

Уравнение (5.15) примет вид:

$$y = -\frac{A_2}{A_1} x. \quad (5.17)$$

Это уравнение прямой, проходящей через начало координат и лежащей в II и IV четвертях (рис. 5.5):

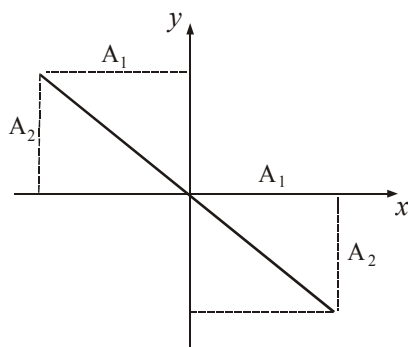


Рисунок 5.5

3. Разность фаз складываемых колебаний $\alpha = \Delta\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$.

Уравнение (5.15) переходит в каноническое уравнение эллипса:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1, \quad (5.18)$$

Полуоси эллипса равны соответствующим амплитудам. Если $A_1 = A_2 = R$, то эллипс вырождается в окружность

$$x^2 + y^2 = R^2. \quad (5.19)$$

Случаи $\alpha = \pi/2$ и $\alpha = \Delta\varphi = -\pi/2$ отличаются направлением движения по эллипсу или окружности (рис. 5.6).

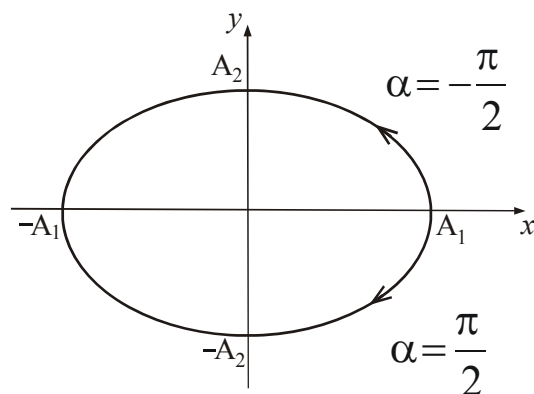


Рисунок 5.6

б). **Сложение взаимно-перпендикулярных колебаний с кратными частотами** (частоты относятся как целые числа). Точка в результате будет двигаться вдоль замкнутой кривой, форма которой зависит от отношения амплитуд A_2/A_1 , кратности частот ω_2/ω_1 и разности начальных фаз $\Delta\varphi$.

Замкнутые траектории точки, одновременно совершающей гармонические колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях, называются **фигурами Лиссажу**. Фигуры Лиссажу вписываются в прямоугольник, стороны которого параллельны осям координат Ox и Oy и равны соответственно $2A_1$ и $2A_2$. Отношение частот ω_y/ω_x равно отношению числа касаний фигуры Лиссажу с горизонтальными и вертикальными

сторонами прямоугольника, в который она вписана.

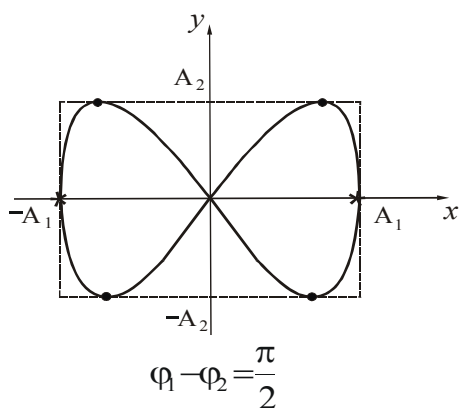


Рисунок 5.7

$$\frac{\omega_y}{\omega_x} = \frac{n_x}{n_y}. \quad (5.20)$$

Пример: Число касаний фигуры с горизонтальными сторонами: $n_x=4$, число касаний с вертикальными сторонами: $n_y=2$ (рис. 5.7).
Отношение частот

$$\frac{\omega_y}{\omega_x} = \frac{4}{2} = 2$$

§61 Затухающие колебания

61.1 Затухающие колебания пружинного маятника

В реальных условиях на шарик массы m , совершающий колебания вдоль оси Ox под действием силы упругости $F_{\text{упр}} = -kx$, действует также сила сопротивления (вязкого трения). При малых скоростях она пропорциональна скорости

$$F_c = -r v = -r \frac{dx}{dt}, \quad (6.1)$$

где r – коэффициент сопротивления. Знак “–” обусловлен тем, что сила и скорость имеют противоположные направления. В этом случае второй закон Ньютона запишется в виде

$$-kx - r \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2 x}{dt^2}. \quad (6.2)$$

Разделив обе части полученного уравнения на m , перепишем его следующим образом:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0 \quad (6.2a)$$

или

$$\ddot{x} + 2\beta \dot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (6.3)$$

где обозначено:

$$\beta = \frac{r}{2m}, \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}.$$

Величину β называют **коэффициентом затухания**. ω_0 – собственная частота колебаний, то есть частота, с которой совершались бы свободные колебания при отсутствии трения.

Уравнение (6.3) называют **дифференциальным уравнением затухающих колебаний**. Если затухание невелико ($\beta < \omega_0$), то решение имеет вид:

$$x(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (6.4)$$

$$\text{где } \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \quad (6.5)$$

ω – частота затухающих колебаний.

Согласно (6.4) движение маятника можно рассматривать как колебание с частотой ω и амплитудой A , изменяющейся по закону

$$A = A(t) = A_0 e^{-\beta t}. \quad (6.6)$$

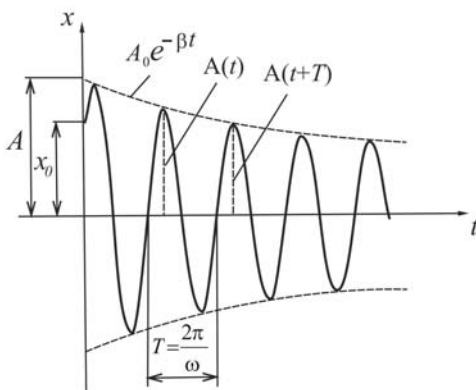


Рисунок 6.1

График функции $x(t)$ дан на рисунке 6.1.

61.2 Затухающие колебания в колебательном контуре

Всякий реальный контур (рис. 6.2) обладает активным сопротивлением ($R \neq 0$). Энергия, запасенная в контуре, расходуется в этом сопротивлении на нагревание, поэтому свободные колебания затухают.

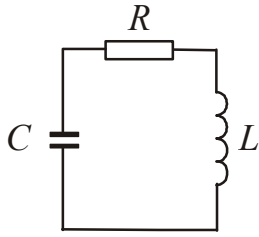


Рисунок 6.2

Потери энергии равны количеству тепла, выделившемуся на активном сопротивлении:

$$-d(W_{\text{эл}} + W_{\text{м}}) = \delta Q. \quad (6.7)$$

Знак “–” перед дифференциалом означает, что энергия уменьшается.

Согласно (3.19) и (3.20): $W_{\text{эл}} = \frac{q^2}{2C}$, $W_{\text{м}} = \frac{LI^2}{2}$.

По закону Джоуля – Ленца $\delta Q = I^2 R dt$.

Сделав подстановку в (6,7) и проведя математические преобразования, получим дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad (6.10)$$

или

$$\ddot{q} + 2\beta \dot{q} + \omega_0^2 q = 0, \quad (6.11)$$

где

$$\beta = \frac{R}{2L}, \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}.$$

Уравнение (6.11) по своему виду совпадает с дифференциальным уравнением (6.3) для затухающих механических колебаний. Если затухание невелико ($\beta < \omega_0$), то его решение имеет вид:

$$q(t) = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (6.12)$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – частота затухающих колебаний. (6.13)

График функции $q(t)$ имеет тот же вид, что и $x(t)$ (см. рис. 6.1).

61.3 Основные характеристики затухающих колебаний

Величинами, характеризующими затухающие колебания, являются:

1. **Коэффициент затухания** (β) – скалярная физическая величина, характеризующая скорость затухания.
[β]=1/с

Для механических колебаний

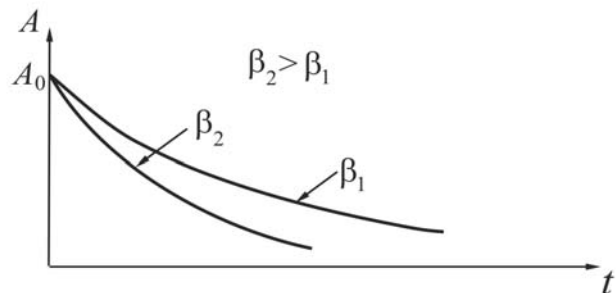


Рисунок 6.3

$$\beta = \frac{r}{2m}. \quad (6.14)$$

Для электромагнитных колебаний

$$\beta = \frac{R}{2L}. \quad (6.15)$$

Чем больше коэффициент затухания, тем быстрее уменьшается амплитуда (рис. 6.3).

2. **Время релаксации** (τ) – время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в $e = 2,71 \dots$ раз (e – основание натуральных логарифмов).

$$\tau = \frac{1}{\beta} \quad (6.16)$$

3. **Логарифмический декремент затухания** (λ) – безразмерная величина, количественная характеристика быстроты затухания колебаний, численно равная натуральному логарифму отношения двух следующих друг за другом амплитуд $A(t)$ и $A(t + T)$ в одну и ту же сторону (см. рис. 6.1)

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t + T)} \quad (6.17)$$

Логарифмический декремент затухания и коэффициент затухания связаны соотношением.

$$\lambda = \beta T. \quad (6.18)$$

4. **Число колебаний за время релаксации** – N_e .

$$N_e = \frac{\tau}{T} = \frac{1}{\beta T} = \frac{1}{\lambda}. \quad (6.19)$$

5. **Добротность колебательной системы** (Q) – безразмерная физическая величина, характеризующая убыль энергии за период и равная произведению 2π на отношение энергии $W(t)$ колебаний системы в произвольный момент времени t к убыли этой энергии за один период T .

$$Q = 2\pi \frac{W(t)}{\Delta W_T}, \quad (6.20)$$

где $\Delta W_T = W(t) - W(t + T)$.

Если затухание невелико, то добротность определяется по соотношению:

$$Q = \frac{\pi}{\lambda}. \quad (6.21)$$

Большим значениям Q соответствует слабое затухание.

6. **Энергия колебаний.** Так как энергия колебаний пропорциональна квадрату амплитуды (см. формулу (4.4)), то закон изменения энергии при затухающих колебаниях примет вид:

$$W(t) = W_0 e^{-2\beta t}, \quad (6.22)$$

где в соответствии с (4.4):

$$W_0 = \frac{kA_0^2}{2}. \quad (6.23)$$

61.4 Аперидический процесс

Согласно (6.5) частота затухающих колебаний

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Если $\beta = \omega_0$, то частота затухающих колебаний обращается в нуль, а период – в бесконечность, то есть движение перестает быть периодическим.

Если $\beta > \omega_0$, то движение носит аперидический (непериодический) характер. Это означает, что выведенная из положения равновесия система возвращается в положение равновесия, не совершая колебаний.

Таким образом, при $\beta \geq \omega_0$ колебательная система переходит к аперидическому процессу.

На практике нередко возникает задача погашения колебаний в момент их возникновения (например, колебания стрелки измерительного прибора, колебаний кузова автомобиля). Устройства, которые позволяют увеличить затухание колебательной системы, называются **демпферами** или **амортизаторами**.

§62 Вынужденные колебания

Чтобы вызвать вынужденные колебания нужно оказывать на систему внешнее периодически изменяющееся воздействие.

62.1 Вынужденные механические колебания

В качестве колебательной системы рассмотрим пружинный маятник, совершающий колебания вдоль оси Ox (см. п. 3.1). Переменная внешняя сила, приложенная к системе и вызывающая ее механические колебания, называется **вынуждающей силой**. Пусть вынуждающая сила изменяется по закону

$$F(t) = F_0 \cos \Omega t, \quad (7.1)$$

где Ω – частота вынуждающей силы, а F_0 – ее амплитудное значение. Кроме вынуждающей силы на маятник действуют также те силы, что и при свободных колебаниях, то есть квазиупругая сила и сила сопротивления (см. п. 6.1). Запишем второй закон Ньютона:

$$-kx - r \frac{dx}{dt} + F_0 \cos \Omega t = m \frac{d^2 x}{dt^2}.$$

Разделив это уравнение на m , перепишем его в виде:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{r}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = \frac{F_0}{m} \cos \Omega t, \quad (7.2)$$

или

$$\ddot{x} + 2\beta \dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \Omega t, \quad (7.3)$$

где

$$f_0 = \frac{F_0}{m}, \quad \beta = \frac{r}{2m}, \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m}.$$

Уравнение (7.3) является **дифференциальным уравнением вынужденных механических колебаний**. Из теории дифференциальных уравнений известно, что общее решение данного неоднородного дифференциального уравнения равно сумме общего решения соответствующего однородного уравнения и частного решения неоднородного:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t).$$

Общее решение однородного уравнения уже известно (см. формулу (6.4)):

$$x_1(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Можно показать, что частное решение, удовлетворяющее правой части уравнения (7.2), имеет вид:

$$x_2(t) = A \cos(\Omega t + \varphi).$$

Амплитудное значение $x_1(t)$, равное $A_0 e^{-\beta t}$, после начала вынужденных колебаний более или менее быстро уменьшается. Следовательно, через некоторое время τ после начала колебаний свободные колебания маятника практически прекращаются:

$x(t) \approx x_2(t)$. Маятник переходит в состояние установившихся вынужденных колебаний, которые совершаются с частотой вынуждающей силы (см. рис. 7.1):

$$x(t) = A \cos(\Omega t + \varphi), \quad (7.4)$$

где φ — представляет собой величину отставания по фазе вынужденного колебания от обусловившей его вынуждающей силы. Амплитуда этих колебаний A и значение φ определяются как параметрами системы (m, ω_0), так и параметрами вынуждающей силы (F_0, Ω).

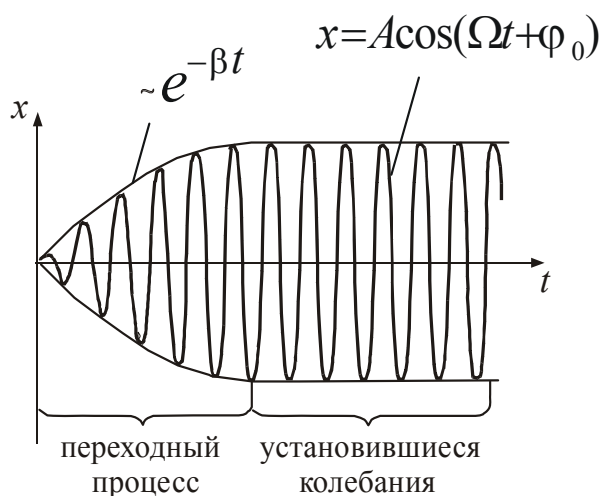


Рисунок 7.1

Амплитуда этих колебаний A и значение φ определяются как параметрами системы (m, ω_0), так и параметрами вынуждающей силы (F_0, Ω).

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}} \quad (7.5)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}. \quad (7.6)$$

График зависимости амплитуды A вынужденных колебаний от частоты Ω вынуждающей силы (т.е. амплитудно-частотная характеристика) имеет вид, представленный на рис. 7.2.

Если $\Omega = 0$, то $\varphi = 0$. В этом случае

$$A = A_{\text{ст}} = \frac{F_0}{m\omega_0^2} = \frac{F_0}{k}. \quad (7.7)$$

Амплитуду $A_{\text{ст}}$ называют **статическим смещением** (статической амплитудой) маятника из положения равновесия под действием постоянной силы F_0 .

При некоторой частоте Ω_p , называемой резонансной, амплитуда достигает максимального значения A_p .

Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты вынуждающей силы к собственной частоте ω_0 называется резонансом.

Чтобы определить резонансную частоту Ω_p , надо исследовать выражение (7.5) на экстремум. При этом для резонансной частоты получится следующее выражение:

$$\Omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}. \quad (7.8)$$

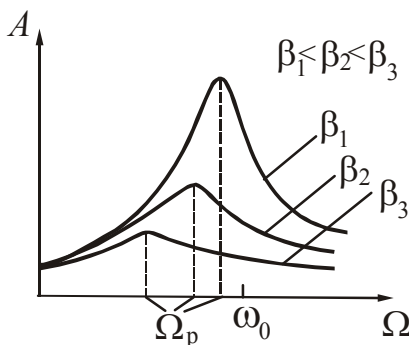


Рисунок 7.3

Подставив это значение частоты в (7.5), получим выражение для резонансной амплитуды:

$$A_p = \frac{F_0}{2m\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (7.9)$$

Из (7.9) следует, что при $\beta = 0$ (сил сопротивления нет) амплитуда при резонансе обращалась бы в бесконечность. Резонансная частота при этом совпала бы с собственной частотой ω_0 .

Из (7.8) и (7.9) также следует, что чем меньше β , тем выше и правее лежит максимум кривой (рис. 7.3).

Для $\beta \ll \omega_0$ отношение резонансной амплитуды к статической равно добротности системы:

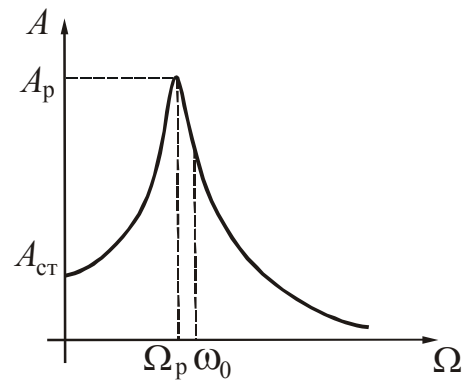


Рисунок 7.2

$$\frac{A_p}{A_{ст}} = Q. \quad (7.10)$$

Добротность, таким образом, характеризует резонансные свойства колебательного контура.

62.2 Вынужденные колебания в колебательном контуре

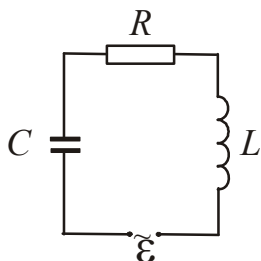


Рисунок 7.4

Чтобы вызвать вынужденные колебания в колебательном контуре, нужно включить последовательно с элементами контура переменную эдс (рис. 7.4):

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos \Omega t, \quad (7.11)$$

где ε_0 – амплитудное значение эдс.

Получим дифференциальное уравнение вынужденных колебаний, применив закон сохранения энергии. В левую часть уравнения (6.7) (см. § 6, п. 6.2) добавим элементарную работу, которую совершает источник эдс:

$$\delta A = \varepsilon I dt. \quad (7.12)$$

Уравнение (6.7) примет вид:

$$-d(W_{эл} + W_{м}) + \delta A = \delta Q. \quad (7.13)$$

Проведя такие же преобразования, как в п. 6.2, получим следующее уравнение:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = \frac{\varepsilon_0}{L} \cos \Omega t \quad (7.14)$$

или:

$$\ddot{q} + 2\beta \dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{\varepsilon_0}{L} \cos \Omega t. \quad (7.15)$$

Здесь β и ω_0 определяются теми же формулами, что в случае затухающих колебаний (см. п.6.2).

Уравнение (7.15) является **дифференциальным уравнением вынужденных электромагнитных колебаний**. Оно имеет тот же вид, что и дифференциальное уравнение вынужденных механических колебаний (7.3). Следовательно, его решение также представим в виде:

$$q(t) = q_1(t) + q_2(t),$$

где $q_1(t) = q_{01} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$ – общее решение однородного дифференциального уравнения;

$q_2(t) = q_0 \cos(\Omega t + \varphi)$ – частное решение данного неоднородного уравнения.

При установившихся вынужденных колебаниях заряд изменяется по гармоническому закону:

$$q(t) = q_0 \cos(\Omega t + \varphi). \quad (7.16)$$

Амплитудное значение заряда q_0 и сдвиг фаз φ находятся по формулам, аналогичным для механических колебаний:

$$q_0 = \frac{\varepsilon_0}{L \sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2}} = \frac{\varepsilon_0}{\Omega \sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C}\right)^2}}, \quad (7.17)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{2\beta \Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2} = \frac{R}{\Omega L - \frac{1}{\Omega C}}. \quad (7.18)$$

В формулах (7.17) и (7.18) произведена замена:

$$\beta = \frac{R}{2L}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

График зависимости заряда q от частоты Ω совпадает с графиком $A = f(\Omega)$ для вынужденных механических колебаний (см. рис. 7.3)

Сила тока в колебательном контуре при установившихся колебаниях

$$I = \frac{dq}{dt} = -q_0 \Omega \sin(\Omega t + \varphi) = I_0 \cos\left(\Omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right), \quad (7.19)$$

где $I_0 = q_0 \Omega$ – амплитуда силы тока, $\varphi = \varphi_0 + \frac{\pi}{2}$ – сдвиг фаз между током и

приложенным напряжением.

Графики зависимости силы тока I_0 от Ω при различных R называются **резонансными кривыми** (рис. 7.5). Резонансная циклическая частота Ω_p , соответствующая максимуму амплитуды силы тока в контуре, не зависит от активного сопротивления R :

$$\Omega_p = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (7.20)$$

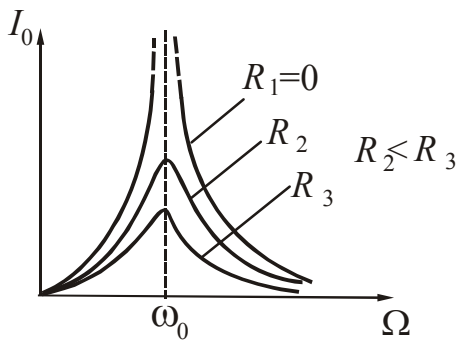


Рисунок 7.5

Явление резонанса используют в акустике для усиления звучания музыкальных инструментов, в электротехнике – для измерения частоты тока, в радиотехнике – для выделения нужного сигнала из других, отличающихся частотой, а также в многоканальной телеграфии и телефонии.

Резонанс может быть причиной аварий и катастроф. Периодические толчки от поршневых машин, силовых валов турбин, пропеллеров передаются на фундаментальные и другие части машин. Поэтому, например, собственная частота вибраций корпуса корабля или крыла самолета должна значительно отличаться от частоты возмущающей силы, обусловленной вращением силовых винтов. Амплитуду опасных резонансных колебаний также уменьшают, увеличив коэффициент затухания (это делается в амортизаторе автомобиля). Явление резонанса становится незаметным.

§63 Общие сведения о волнах

Кроме механических колебаний отдельных тел в природе широко распространены колебания сплошных твердых, жидких и газообразных сред. Эти колебания не остаются на том месте, где они возникли, а распространяются в пространстве.

Волна – это процесс распространения колебаний в пространстве.

63.1 Классификация волн

В зависимости от физической природы источника колебаний волны делят на:

- механические (звуковые, ударные, сейсмические и т.д.);
- волны на поверхности жидкости;
- электромагнитные (шкала электромагнитных волн в интервале от радио-волн до гамма-излучения).

Механическими волнами называются механические возмущения, возникающие в упругой среде, поэтому механические волны имеют второе название – **упругие** волны.

Поверхностные волны распространяются вдоль свободной поверхности жидкости или вдоль поверхности двух жидкостей, которые не смачиваются. В поверхностных волнах частицы жидкости одновременно совершают поперечные и продольные колебания, описывая эллиптические или более сложные траектории.

В зависимости от взаимной ориентации направления колебаний и направления распространения волн различают:

- поперечные волны
- продольные волны.

Волна называется **поперечной**, если направление колебаний частиц среды перпендикулярно направлению распространения волны (рис. 8.1 а).

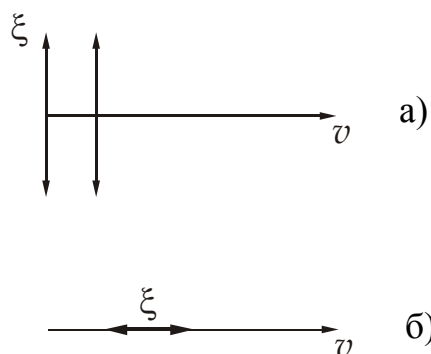


Рисунок 8.1

Волна называется **продольной**, если направление колебаний частиц среды происходит вдоль направления распространения волны (рис. 8.1 б).

Поперечные волны возникают только в твердых средах. Продольные волны возникают в твердых, жидких и газообразных средах.

Распространяясь от источника колебаний, волновой процесс охватывает все новые области пространства. Область пространства, в которой существует волновой процесс, называется

волновым полем. **Фронт волны** – поверхность, которая отделяет часть пространства, уже вовлеченную в волновой процесс, от области, в которой колебания еще не возникли. В зависимости от геометрии фронта волны делят на:

- плоские (рис 8.2а);
- сферические (рис 8.2б).

Стрелки на рисунке указывают направление распространения волны.

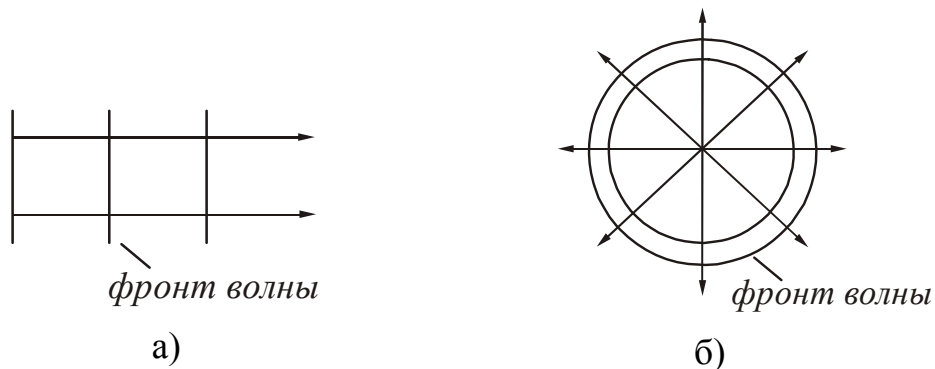


Рисунок 8.2

Плоские волны возникают от плоского или удаленного источника. Их волновые фронты представляют собой плоскости. Сферические волны возникают от точечного источника в пространстве. Их волновые фронты представляют собой сферы.

63.2 Характеристики волн

Гармоническая волна – это бесконечная синусоидальная волна, в которой все изменения состояния происходят по закону синуса или косинуса. Такие волны могли бы распространяться в однородной среде без искажения формы. На рис. 8.3 дан профиль поперечной волны в фиксированный момент времени t . Основными характеристиками волны являются:

Длина волны (λ) – расстояние между ближайшими точками, колеблющимися в одинаковой фазе (рис. 8.3).

Период колебаний (T) – время, в течение которого совершается один полный цикл колебаний.

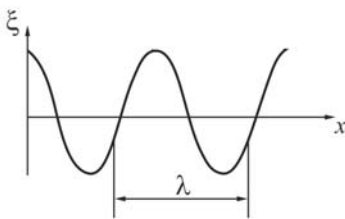


Рисунок 8.3

Амплитуда (A) – максимальное отклонение физической величины от положения равновесия.

Длина волны и период связаны соотношением:

$$\lambda = vT, \quad (8.1)$$

где v – скорость распространения волны.

Данная формула справедлива для волн любой природы. Используя соотношение (8.1), можно дать другое определение длины волны.

Длина волны – это расстояние, на которое распространяется фронт волны за время, равное периоду колебаний.

Частота (ν) – число колебаний за единицу времени. $\nu = 1/T$.

Из (8.1) получим

$$\lambda = \frac{v}{\nu}. \quad (8.2)$$

Период измеряется в секундах, частота – в герцах.

§64 Плоская монохроматическая волна

Гармоническая волна называется **монохроматической**, если ее частота ν и амплитуда A с течением времени не меняются. Если фронт волны представляет собой плоскость, то волна называется **плоской**.

64.1 Уравнение плоской монохроматической волны

Уравнением волны называется выражение, которое определяет, как смещение ξ колеблющейся частицы зависит от координаты x и времени t : $\xi = \xi(x, t)$. Ось Ox совместим с направлением распространения волны. Волновые поверхности плоской волны будут перпендикулярны оси x (рис. 9.1).

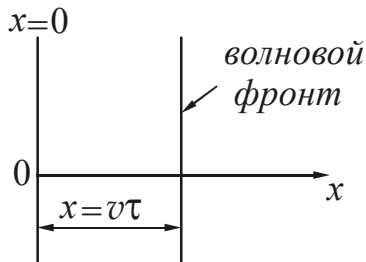


Рисунок 9.1

Колебания точек, лежащих в плоскости $x=0$, то есть колебания источника, имеют вид:

$$\xi(0, t) = A \cos \omega t.$$

Чтобы колебания распространились от плоскости $x=0$ до плоскости с произвольной координатой x , нужно время

$$\tau = \frac{x}{v},$$

где v – скорость перемещения фронта волны.

Это значит, что колебания частиц, лежащих в плоскости x , будут отставать по времени на τ . Их уравнение имеет вид:

$$\xi(x, t) = A \cos \omega \left(t - \frac{x}{v} \right) \quad (9.1)$$

Уравнению (9.1) можно придать другой вид. Для этого введем величину

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (9.2)$$

которая называется волновым числом. **Волновое число** показывает, сколько длин волн укладывается на расстоянии 6,28 м. С учетом (9.2), а также того, что $\omega = 2\pi/T$, а $\lambda = vT$, получим:

$$\xi(x, t) = A \cos \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} \right),$$

или

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx). \quad (9.3)$$

Уравнения (9.1), (9.3) называют **уравнениями плоской бегущей волны**.

Фронт волны представляет собой плоскость постоянной фазы. Зафиксируем какое-либо значение фазы в уравнении (9.3), положив, что

$$(\omega t - kx) = \text{const}.$$

Продифференцируем это выражение по времени и преобразуем его. Получим:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}.$$

Значение $\frac{dx}{dt} = v$ дает скорость, с которой перемещается фазовая плоскость:

$$v = \frac{\omega}{k}. \quad (9.4)$$

Таким образом, скорость распространения гармонической волны – это скорость перемещения фазовой плоскости, поэтому ее называют **фазовой скоростью** ($v = v_{\text{фаз}}$).

Волны распространяются с конечной скоростью, зависящей от природы волны и свойств среды.

а) в твердых телах:

Скорость распространения продольной волны:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (9.5)$$

где E – модуль Юнга, ρ – плотность среды.

Скорость распространения поперечной волны:

$$v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (9.6)$$

где G – модуль сдвига.

б) в газах:

Скорость распространения продольной волны (звука):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}, \quad (9.7)$$

где γ – показатель адиабаты газа, M – молярная масса газа, R – молярная газовая постоянная, T – термодинамическая температура.

64.2 Волновое уравнение

Уравнение любой волны является решением дифференциального уравнения, называемого **волновым**. Для плоской монохроматической волны, распространяющейся вдоль оси Ox , оно имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \quad (9.10)$$

Если при анализе физических процессов той или иной природы вытекает уравнение подобного вида, то это означает, что в данной среде возможно возникновение волновых процессов.

В трехмерном пространстве волновое уравнение (9.10) примет вид:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \quad (9.11)$$

64.3 Перенос энергии волной. Вектор Умова

Частицы среды, в которой распространяется волна, не перемещаются поступательно, а совершают колебания около своих положений равновесия. За счет этих колебаний среда, в которой распространяется волна, обладает дополнительным запасом энергии. Эта энергия доставляется от источника колебаний в различные точки среды волной, следовательно, волна переносит энергию.

Переносимую энергию характеризуют потоком энергии.

Поток энергии (Φ) – скалярная физическая величина, численно равная количеству энергии, переносимому волной через некоторую поверхность за единицу времени:

$$\Phi = \frac{dW}{dt}. \quad (9.19)$$

$$[\Phi] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}.$$

Для характеристики течения энергии в различных точках пространства вводится величина, называемая плотностью потока энергии.

Плотность потока энергии ($\vec{j}$) – векторная физическая величина, численно равная энергии, переносимой за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны:

$$\vec{j} = \frac{dW}{dS_{\perp} dt}. \quad (9.20)$$

$$[j] = \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Направление вектора плотности потока энергии совпадает с направлением скорости распространения волны:

$$\vec{j} = j \cdot \frac{\vec{v}}{v} = \frac{dW}{dS_{\perp} dt} \cdot \frac{\vec{v}}{v}. \quad (9.21)$$

Вектор плотности потока энергии впервые был введен Н.А. Умовым и, поэтому, называется **вектором Умова**.

Объемная плотность энергии (w) – скалярная физическая величина, численно равная энергии, заключенной в единице объема.

$$w = \frac{dW}{dV}.$$

Среднее значение объемной плотности энергии в каждой точке равно:

$$\langle w \rangle = \frac{\rho A^2 \omega^2}{2}. \quad (9.18)$$

где ρ – плотность среды

Плотность потока энергии связана с объемной плотностью энергии соотношением:

$$j = w v. \quad (9.22)$$

В векторном виде

$$\vec{j} = w \vec{v}, \quad (9.23)$$

где $\vec{v}$ – вектор, модуль которого равен фазовой скорости, а направление совпадает с направлением распространения волны (и переноса энергии).

Скалярная величина I , равная модулю среднего значения вектора Умова, называется **интенсивностью волны**. Для звуковой волны – интенсивностью звука или силой звука.

$$I = \langle j \rangle = v \langle w \rangle = \frac{\rho A^2 \omega^2}{2} v. \quad (9.24)$$

Распространение упругих волн в среде **не связано с переносом массы**. При колебательном движении частиц **происходит перенос энергии** за счет передачи ее от одной частицы к другой.

§65 Звуковые волны

65.1 Характеристики звука

Звуковыми волнами называются упругие волны с частотами от 16 Гц до 20000 Гц, воспринимаемые органами слуха человека. Эти волны являются продольными. Они распространяются в твердых телах, жидкостях и газах.

Волны с частотами, меньшими 16 Гц, называют **инфразвуком**; волны с частотами, превышающими 20000 Гц, называют **ультразвуком**.

Воспринимаемые звуки можно различать по громкости, высоте и тембру. Каждой из этих физиологических характеристик соответствует определенная физическая характеристика звуковой волны (табл. 10.1).

Таблица 10.1. Характеристики звуковой волны

Физиологические	Физические
– громкость	– сила звука
– высота	– частота звука
– тембр	– спектральный состав

Громкость (сила звука) зависит исключительно от амплитуды колебания. Высота звука определяется частотой его колебаний.

Чтобы вызвать ощущение звука волна должна обладать некоторой минимальной интенсивностью, которая называется **порогом слышимости**. Порог слышимости зависит от частоты звука и различен для разных людей. Наиболее чувствительно ухо к частотам от 1000 до 4000 Гц. Интенсивность звука при этом порядка 10^{-12} Вт/м² (рис. 10.1).

При интенсивностях $1 \div 10$ Вт/м² волна перестает восприниматься как звук, вызывая в ухе ощущение боли и давления. Это значение интенсивности

называется **порогом болевого ощущения**. Порог болевого ощущения также зависит от частоты (рис. 10.1).

Уровень громкости (L) определяется как логарифм отношения интенсивности I данного звука к интенсивности I_0 , на пороге слышимости ($I_0 \approx 10^{-12}$ Вт/м² при стандартной частоте 1000 Гц):

$$L = \lg \frac{I}{I_0}. \quad (10.1)$$

$[L] = \text{Б (бел*)}$

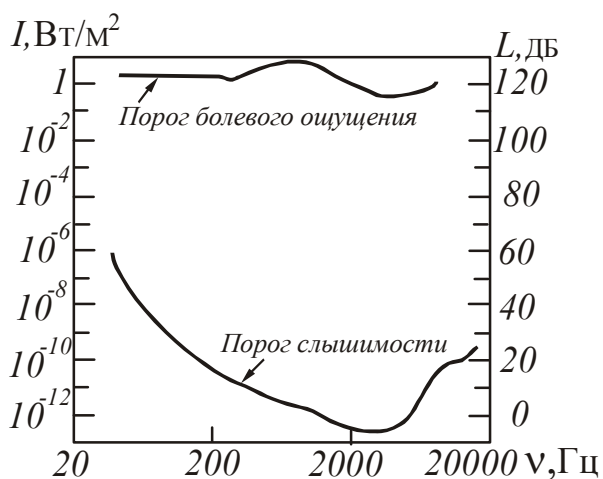


Рисунок 10.1

Обычно пользуются в 10 раз мень-

шими единицами — **децибелами (дБ)**.

Весь диапазон интенсивностей, при которых волна вызывает в ухе звуковое ощущение (от 10^{-12} до 10 Вт/м²), соответствует уровням громкости от 0 до 130 дБ (см. правую ось на рис. 10.1).

Интенсивность звука является его **объективной** характеристикой, не зависящей от звукового ощущения. Уровень громкости является **субъективной** характеристикой, так он как зависит еще и от интенсивности I_0 , которая в свою очередь зависит от частоты ν . Объясняется это тем, что ухо человека обладает разной чувствительностью к звукам разной частоты.

65.2 Ультразвук

Ультразвуком называются упругие волны с частотами от $2 \cdot 10^4$ до 10^{13} Гц. Ультразвуковые волны с частотами порядка 10^9 Гц и выше называют **гиперзвуковыми**. Для генерирования ультразвуков применяют механические и электромеханические излучатели. Примером механического излучателя низкочастотных звуков ($\nu = 20 \div 200$ кГц) большой интенсивности является **сирена**.

Основным свойством ультразвука является то, что он подобно свету может излучаться в виде узких направленных лучей, так как обладает малой длиной волны. Отражение и преломление ультразвуковых пучков на границе раздела двух сред происходит по законам геометрической оптики. Ультразвуки

сильно поглощаются газами и во много раз слабее – жидкостями. Например, коэффициент поглощения ультразвука в воздухе примерно в 1000 раз больше, чем в воде.

Амплитуды скорости и ускорения колебательного движения частиц среды, а также амплитуда звукового давления в ультразвуковых волнах во много раз больше соответствующих величин для слышимых звуков. Благодаря большой амплитуде звукового давления, создаваемого мощными ультразвуковыми излучателями, в жидкостях возникает явление **кавитации** – в ней непрерывно образуются и исчезают внутренние разрывы сплошности. Исчезновение этих разрывов, имеющих вид мельчайших пузырьков, сопровождается кратковременным возрастанием давления до сотен и даже тысяч атмосфер. Поэтому ультразвуки обладают дробящим действием – они разрушают находящиеся в жидкости твердые тела, живые организмы, крупные молекулы и т.д.

Дробящее действие ультразвуков используют для создания эмульсий и суспензий, снятия пленок окислов и обезжиривания поверхностей деталей, стерилизации жидкостей, размельчения зерен фотоэмульсий и т.д. Разрушающее действие ультразвуковых волн в жидкости на поверхности твердого тела заметно увеличивается при введении в жидкость мелких абразивных частиц. Это явление используется для ультразвукового шлифования и полирования, а также «сверления» отверстий различной формы в стекле, керамике, сверхтвердых сплавах и кристаллах.

Ультразвуки ускоряют протекание процессов диффузии, растворения и химических реакций. Их применяют для контрольно-измерительных целей (гидролокация, дефектоскопия, измерение толщины трубопроводов и слоя накали и т.д.), а также для осуществления и ускорения технологических процессов.

65.3 Инфразвук

Инфразвук – это упругие волны с частотами ниже области слышимых человеком частот. Обычно за верхнюю границу инфразвука принимают частоты $16 \div 25$ Гц, нижняя граница не определена. Инфразвуки содержатся в шуме атмосферы, в шуме леса и моря. Источником инфразвуковых колебаний являются грозовые разряды (гром), а также взрывы и орудийные выстрелы. В земной коре наблюдаются сотрясения и вибрации инфразвуковых частот от самых разнообразных источников, в том числе от обвалов, взрывов, движения транспорта.

Инфразвук мало поглощается в среде, поэтому инфразвуковые волны в воздухе, воде и земной коре могут распространяться на очень далекие расстояния. Это явление находит практическое применение в звукометрии, при определении места сильных взрывов, дает возможность предсказать стихийное бедствие – цунами. Звуки взрывов, содержащие большое количество инфразвуковых частот, применяются для исследования верхних слоев атмосферы, для исследования свойств водной среды.

§66 Интерференция волн. Стоячие волны

66.1 Принцип суперпозиции волн. Интерференция волн

Когерентность – согласованное протекание во времени и пространстве нескольких волновых процессов.

Когерентные волны – волны, разность фаз которых остается постоянной во времени. Когерентными могут быть только волны, имеющие одинаковую частоту.

Наложение когерентных волн, в результате которого колебания в одних точках усиливают, а в других ослабляют друг друга, называется явлением **интерференции**. Волны накладываются одна на другую, не возмущая друг друга. Результирующее смещение равно геометрической сумме смещений, которые получают частицы, участвующие в каждом из слагающих волновых процессов. Это утверждение называется **принципом суперпозиции волн**.

66.2 Стоячие волны

Стоячие волны – это колебательный процесс, возникающий в результате сложения (интерференции) двух встречных бегущих волн с одинаковой амплитудой и частотой.

На практике стоячие волны возникают при отражении от преград. Падающая на преграду волна и бегущая ей навстречу отраженная волна, накладываются друг на друга, дают стоячую волну. Уравнение стоячей волны получают сложением следующих уравнений:

$$\xi_1(x, t) = A \cos(\omega t - kx) \text{ – падающая волна;}$$

$$\xi_2(x, t) = A \cos(\omega t + kx) \text{ – отраженная волна.}$$

Преобразуем результат по формуле косинуса суммы:

$$\begin{aligned} \xi(x, t) &= \xi_1(x, t) + \xi_2(x, t) = A \cos(\omega t - kx) + A \cos(\omega t + kx) = 2A \cos kx \cdot \cos \omega t \\ \xi(x, t) &= 2A \cos kx \cdot \cos \omega t. \end{aligned} \quad (11.1)$$

Уравнение (11.1) называется **уравнением стоячей волны**. Величина

$$2A \cos kx = A(x) \quad (11.2)$$

называется амплитудой стоячей волны.

Заменив в (11.2) волновое число k согласно формуле (9.2), получим:

$$A(x) = 2A \cos \frac{2\pi}{\lambda} x. \quad (11.3)$$

1. Если $\cos \frac{2\pi}{\lambda} x = 1$, т.е. $\frac{2\pi}{\lambda} x = \pm n\pi$, где $n=0, 1, 2, \dots$, то амплитуда колебаний достигает максимального значения $A(x)_{\max} = 2A$.

Точки, в которых амплитуда колебаний максимальна, называются **пучностями** (рис. 11.1 б). Координаты пучностей:

$$x_{\text{пучн}} = n \frac{\lambda}{2}. \quad (11.4)$$

2. Если $\cos \frac{2\pi}{\lambda} x = 0$, т.е. $\frac{2\pi}{\lambda} x = \pm \frac{\pi}{2} (2n + 1)$, где $n=0, 1, 2, \dots$ то $A=0$.

Точки, в которых амплитуда колебаний равна нулю, называются **узлами** (рис. 11.1 б). Координаты узлов:

$$x_{\text{узн}} = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}. \quad (11.5)$$

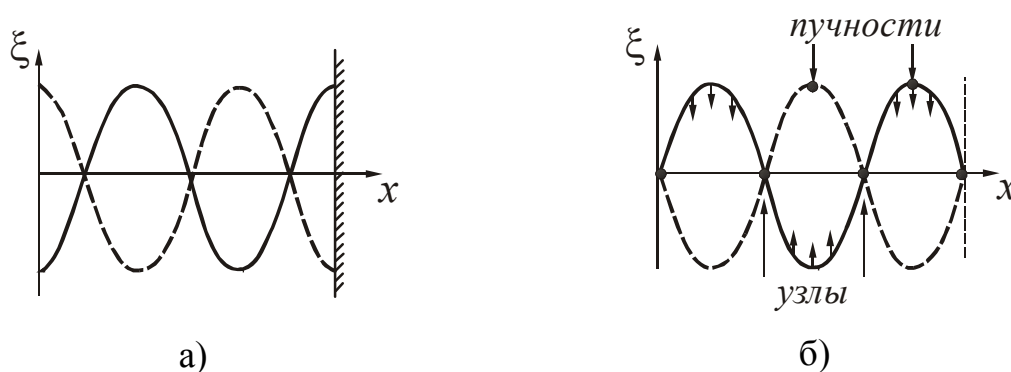


Рисунок 11.1

Точки, находящиеся в узлах, колебаний не совершают. Узлы и пучности представляет собой не одну точку, а плоскости, точки которых имеют значения координат, определяемые формулами (11.4) и (11.5).

Из формул (11.4) и (11.5) следует, что расстояние между соседними пучностями, так же как и расстояние между соседними узлами, равно $\lambda/2$. Расстояние между ближайшими узлом и пучностью – $\lambda/4$.

Рассмотренный случай описывает образование стоячей волны, отраженной от менее плотной среды. График такой стоячей волны представлен на рис. 11.1 а. Примером является волна, возникающая в металлическом стержне с незакрепленными концами.

Если отражение происходит от более плотной среды, то отраженная волна меняет фазу на π . В этом случае формула (11.4) даст координату узла, а формула (11.5) – координату пучности, т.е. узлы и пучности меняются местами. График волны представлен на рис. 11.1 б. Такая волна возникает, например, в закрепленной струне. Для сравнения на рис. 11.2 дан график бегущей волны.

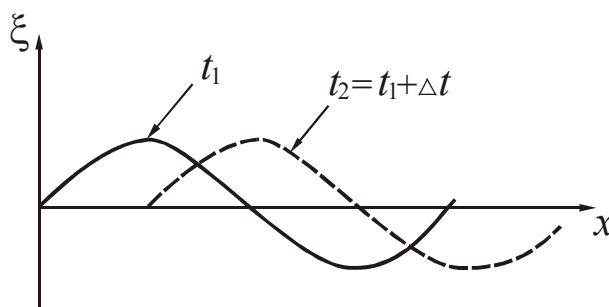


Рисунок 11.2

В упругой стоячей волне энергия периодически мигрирует от узлов стоячей

волны к пучностям и обратно. Однако в самих узлах и пучностях плотность потока энергии тождественно равна нулю. Среднее за период значение плотности потока энергии равно нулю в любой точке стоячей волны, так как две бегущие волны, образующие стоячую, переносят за период равные количества энергии в прямо противоположных направлениях. Поэтому стоячие волны и получили свое название.

66.3 Сложные волны. Групповая скорость

Понятие фазовой скорости применимо только к строго монохроматическим волнам. Такие волны реально не осуществимы, так как они должны существовать неограниченно долго во времени, и быть бесконечно протяженными в пространстве. На практике приходится иметь дело с более или менее сложным волновым импульсом, ограниченным во времени и в пространстве, и не являющимся синусоидой. Основываясь на принципе суперпозиции, можно любую сложную (не синусоидальную) волну разложить на некоторую систему синусоидальных волн, т.е. представить ее в виде **группы волн**, которую также называют **волновым пакетом**.

Группа волн (волновой пакет) – совокупность большого числа синусоид с частотами, которые мало отличаются друг от друга. Совокупность частот этих синусоидальных волн называется **спектром частот** рассматриваемого волнового пакета.

При отсутствии дисперсии (см. §9) все плоские волны, из которых складывается волновой пакет, распространяются с одинаковыми фазовыми скоростями и, поэтому, не смещаются друг относительно друга. В этом случае скорость распространения волнового пакета совпадает с фазовой скоростью v , а сам пакет сохраняет форму.

При наличии дисперсии составляющие волнового пакета имеют разные волновые числа k и распространяются с разными фазовыми скоростями. В результате составляющие пакета будут смещаться друг относительно друга, а сам пакет в процессе распространения будет менять свою форму.

Таким образом, скорость распространения реальной сложной волны в диспергирующей среде не совпадает с фазовой скоростью. В этом случае волновому пакету приписывают скорость u , под которой понимается скорость перемещения точки с максимальной энергией. Эту скорость называют групповой. Энергия пропорциональна квадрату амплитуды, поэтому точка с максимальной энергией имеет максимальную амплитуду.

Групповая скорость – это скорость перемещения точки с максимальной амплитудой. Таким образом, групповая скорость характеризует скорость, с которой волновой пакет (группа волн) переносит энергию.

Получим формулу для расчета групповой скорости. Предположим, что волновой пакет (рис. 11.3 а) состоит из двух плоских волн с одинаковыми амплитудами, близкими по значению частотами ω и $(\omega + d\omega)$, и волновыми числами k и $(k + dk)$. На рисунке 11.3 б дана «моментальная фотография» этих волн. Одна волна изображена сплошной линией, другая – пунктирной. Интен-

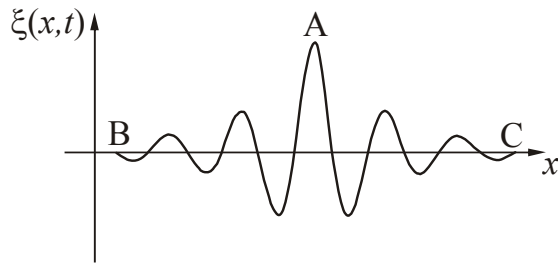
сивность волнового пакета будет максимальной в точке А, где фазы обеих волн в данный момент времени совпадают. В точках В и С волны находятся в противофазе, поэтому интенсивность пакета равна нулю.

Напишем уравнения волн:

$$\xi_1 = A_0 \cos(\omega t - kx), \quad (11.6)$$

$$\xi_2 = A_0 \cos[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x]. \quad (11.7)$$

В точке с максимальным значением амплитуды (точка А на рис. 11.3 а и 11.3 б)



а)

фазы обеих волн совпадают, поэтому в этой точке фазы не должны зависеть от волновых чисел k и $(k + dk)$. Это означает, что первая производная фазы $\varphi = \omega t - kx$ по волновому числу k должна быть равна нулю:



б)

$$\frac{d\varphi}{dk} = 0.$$

Найдем производную:

$$\frac{d\varphi}{dk} = t \cdot \frac{d\omega}{dk} - x = 0$$

Рисунок 11.3

Отсюда:

$$\frac{x}{t} = \frac{d\omega}{dk}.$$

Отношение $\frac{x}{t}$ представляет собой групповую скорость u , так как оно определяет условие, при котором амплитуда максимальна. Тогда групповая скорость будет равна

$$u = \frac{d\omega}{dk}. \quad (11.8)$$

Таким образом, монохроматическая волна характеризуется фазовой скоростью $v = \frac{\omega}{k}$, которая равна скорости перемещения фазовой плоскости, а волновой пакет характеризуется групповой скоростью $u = \frac{d\omega}{dk}$, которая равна скорости переноса энергии волновым пакетом (группой волн).

Выражению (11.8) для групповой скорости можно придать другой вид.

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}, \quad (11.9)$$

где λ — длина волны.

Если фазовая скорость не зависит от длины волны $\left(\frac{dv}{d\lambda} = 0\right)$, то $v = u$. Если фазовая скорость зависит от длины волны $\left(\frac{dv}{d\lambda} \neq 0\right)$, то фазовая и групповая скорости не совпадают. Понятие групповой скорости применимо только при условии, что поглощение энергии волны в данной среде невелико. При значительном затухании волн понятие групповой скорости утрачивает смысл.

При гидролокации, радиолокации и т.д. измеряют именно групповую скорость, так как большинство приемных устройств подчиняется принципу суперпозиции, который означает, что результат нескольких одновременных воздействий представляет собой просто сумму результатов, вызванных каждым воздействием в отдельности.

§67 Уравнения Максвелла

Уравнения Максвелла представляют собой фундаментальные уравнения классической макроскопической электродинамики, описывающие электромагнитные явления в любой среде, в том числе и в вакууме. Они сформулированы в 60-х годах XIX века на основе обобщения экспериментальных законов, устанавливающих связь между электрическими и магнитными явлениями.

Первое уравнение является обобщением закона электромагнитной индукции. Максвелл предположил, что **переменное магнитное поле** всегда (а не только в проводнике) **порождает вихревое электрическое поле**, которое не зависит от того, есть в нем проводник или нет.

Циркуляция вектора напряженности электрического поля (сумма скалярных произведений вектора $\vec{E}$ в данной точке контура на бесконечно малый отрезок контура $d\vec{l}$) определяется скоростью изменения потока вектора магнитной индукции через поверхность, ограниченную данным контуром:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}. \quad (13.1)$$

Здесь знак « $\rightarrow$ » соответствует правилу Ленца для направления индукционного тока.

Второе уравнение Максвелла является обобщением на переменные поля закона Био-Савара-Лапласа, утверждающего, что вокруг проводников с током существует магнитное поле. Максвелл высказал гипотезу, что **магнитное поле порождается не только токами, текущими в проводнике, но и переменными электрическими полями в диэлектриках или вакууме**. Величина, пропорциональная скорости изменения электрического поля во времени, была названа Максвеллом **током смещения**. Он возбуждает магнитное поле по тому же закону, что и ток проводимости. Полный ток, равный сумме тока смещения и тока проводимости, всегда является замкнутым. Из всех физических свойств, присущих току проводимости, Максвелл приписал току смещения только одно – способность создавать в окружающем пространстве магнитное поле.

Циркуляция вектора напряженности магнитного поля (сумма скалярных произведений вектора $\vec{H}$ в данной точке контура на бесконечно малый отрезок контура $d\vec{l}$) определяется полным током через произвольную поверхность S , ограниченную данным контуром.

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \iint_S \left(\vec{j}_{\text{пров}} + \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) d\vec{S}, \quad (13.2)$$

где $\vec{j}_{\text{пров}}$ – плотность тока проводимости, $\varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{j}_{\text{см}}$ – плотность тока смещения.

Третье уравнение Максвелла отражает опытные данные об отсутствии магнитных зарядов, аналогичных электрическим:

$$\oiint_S \vec{B} d\vec{S} = 0, \quad (13.3)$$

т.е. поток вектора магнитной индукции через произвольную замкнутую поверхность S равен нулю. Это означает, что магнитное поле порождается электрическими токами или движущимися электрическими зарядами.

Четвертое уравнение Максвелла является обобщением теоремы Гаусса для электростатического поля на любое электрическое поле, как стационарное так и переменное:

$$\oiint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum_{k=1}^N q_k, \quad (13.4)$$

т.е. поток вектора электрической индукции через произвольную замкнутую поверхность S определяется электрическим зарядом, находящимся внутри этой поверхности (в объеме V , ограниченном поверхностью S).

Уравнения Максвелла (13.1–13.4) дополняют соотношениями, связывающими векторы $\vec{E}$ и $\vec{D}$, $\vec{B}$ и $\vec{H}$, а также $\vec{j}$. Для большинства изотропных сред уравнения состояния имеют простую линейную форму:

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad (13.5)$$

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}, \quad (13.6)$$

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \quad (13.7)$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды,
 μ – магнитная проницаемость среды,
 σ – удельная электропроводность среды.

Из уравнений Максвелла следует, что переменное электрическое поле порождает магнитное поле, которое тоже оказывается переменным. Такое переменное магнитное поле в свою очередь порождает электрическое и т.д. От-

сюда следует важный вывод о существовании нового физического явления: **электромагнитное поле способно существовать самостоятельно – без электрических зарядов и токов**. При этом изменение его состояния обязательно имеет волновой характер. Таким образом, если возбудить с помощью колеблющихся зарядов переменное электромагнитное поле, то в окружающем пространстве возникает последовательность взаимных превращений электрического и магнитного полей, распространяющихся от точки к точке. Этот процесс будет периодическим во времени и в пространстве и, следовательно, представляет собой **электромагнитную волну** (ЭМВ).

В случае однородной нейтральной непроводящей среды с постоянными проницаемостями ϵ и μ из уравнений Максвелла получают уравнения вида:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad (13.8)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} = \epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}. \quad (13.9)$$

Уравнения (13.8) и (13.9) представляют собой типичные волновые уравнения (см. формулу (9.11)). Всякая функция, удовлетворяющая такому уравнению, описывает некоторую волну. Следовательно, уравнения (13.8) и (13.9) указывают на то, что **электромагнитные поля могут существовать в виде электромагнитных волн**. Сравнение с выражением (9.11) позволяет сделать вывод о том, что фазовая скорость электромагнитных волн равна

$$v_{\text{ЭМВ}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu}}. \quad (13.10)$$

§68 Электромагнитные волны

68.1 Плоская электромагнитная волна

Рассмотрим электромагнитную волну, распространяющуюся в нейтральной непроводящей среде с постоянными проницаемостями ϵ и μ ($\vec{j}=0$, $\epsilon=\text{const}$, $\mu=\text{const}$). Направим ось Ox перпендикулярно волновым поверхностям. Тогда векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$, а, значит, и их компоненты по координатным осям не будут зависеть от координат y и z . При этом уравнения (13.8) и (13.9) упрощаются и принимают вид:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}, \quad (14.1)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}. \quad (14.2)$$

Индексы y и z при E_y и H_z подчеркивают то, что векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ направлены вдоль взаимно перпендикулярных осей Oy и Oz . В этом случае $E_x=E_z=0$, а $H_x=H_y=0$. Колебания электрического и магнитного векторов в электромагнитной волне происходят с одинаковой фазой. Если считать, что начальные фазы колебаний $\alpha_1=\alpha_2=0$, то решение уравнений (14.1) и (14.2) будет иметь вид:

$$E_y = E_{\max} \cos(\omega t - kx), \quad (14.3)$$

$$H_z = H_{\max} \cos(\omega t - kx). \quad (14.4)$$

В этих формулах ω – циклическая частота волны, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число,

Умножив уравнение (14.3) на единичный вектор оси Oy , а уравнение (14.4) – на единичный вектор оси Oz , получим уравнение плоской электромагнитной монохроматической волны в векторном виде:

$$\vec{E} = \vec{E}_{\max} \cos(\omega t - kx), \quad (14.5)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_{\max} \cos(\omega t - kx). \quad (14.6)$$

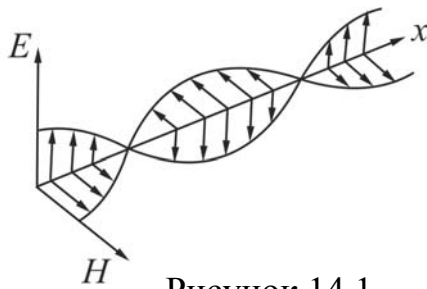


Рисунок 14.1

На рис. 14.1 показана «моментальная фотография» плоской монохроматической волны. Из рисунка видно, что векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему. В фиксированной точке пространства векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ изменяются со временем по гармоническому закону.

68.2 Основные свойства электромагнитных волн

1. Электромагнитные волны – это электромагнитные колебания, распространяющиеся в пространстве с конечной скоростью. Из теории Максвелла следует, что электромагнитные колебания распространяются в вакууме со скоростью света:

$$v_{\text{ЭМВ}}^{\text{вак}} = c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ (м/с)}. \quad (14.9)$$

2. Скорость распространения электромагнитных волн в однородной изотропной среде равна

$$v_{\text{ЭМВ}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}, \quad (14.10)$$

т.е. она меньше скорости электромагнитных волн в вакууме.

3. Электромагнитная волна – поперечная волна. Это означает, что $\vec{E} \perp \vec{v}$, $\vec{H} \perp \vec{v}$, т.е. направление колебаний векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ перпендикулярно направлению распространения волны.

4. Электромагнитные волны переносят энергию. Объемная плотность энергии w электромагнитного поля складывается из объемной плотности энергии электрического поля $w_{\text{эл}}$ и объемной плотности энергии магнитного поля $w_{\text{м}}$:

$$w = w_{\text{эл}} + w_{\text{м}} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}. \quad (14.11)$$

Из теории электромагнитных волн следует, что в любой момент времени эти величины одинаковы. Следовательно

$$w = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2. \quad (14.12)$$

Перенос энергии волной принято характеризовать вектором плотности потока энергии. Для механических волн этот вектор называется вектором Умова. Вектор Умова равен произведению объемной плотности энергии на вектор фазовой скорости волны, т.е.

$$\vec{j} = w \vec{v}.$$

Для электромагнитных волн вводят аналогичный вектор, который называют вектором Пойнтинга.

Вектор Пойнтинга $\vec{S}$ – векторная физическая величина, численно равная энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны.

Получим формулу, связывающую вектор Пойнтинга с характеристиками электромагнитной волны. Согласно (13.10)

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu}}. \quad (14.13)$$

Тогда модуль вектора Пойнтинга будет равен

$$S = wv = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon}{\mu_0\mu}} E^2. \quad (14.14)$$

Учитывая, что $\varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2$, получим выражение для расчета мгновенного значения вектора Пойнтинга:

$$S = \frac{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon} \cdot E \cdot E}{\sqrt{\mu_0\mu}} = EH = E_{\text{max}} H_{\text{max}} \cos^2(\omega t - kx). \quad (14.15)$$

Векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ взаимно перпендикулярны, т.е. угол между ними 90° , $\sin 90^\circ = 1$. Следовательно, вектор Пойнтинга можно представить как векторное произведение векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}. \quad (14.16)$$

Направление вектора $\vec{S}$ совпадает с направлением переноса энергии. Среднее значение вектора Пойнтинга определяет интенсивность электромагнитной волны:

$$I = \langle S \rangle = \frac{E_{\max} H_{\max}}{2}, \quad (14.17)$$

так как среднее значение $\cos^2(\omega t - kx)$ за период равно 1/2.

5. Электромагнитным волнам, как и любым волнам, присущи интерференция, дифракция, а также поляризация.
6. Электромагнитные волны поглощаются средой, а в диэлектрике, кроме этого, претерпевают дисперсию.

Первые опыты с несветовыми электромагнитными волнами были осуществлены Г. Герцем в 1888 году. Передача сообщения с помощью электромагнитных волн была впервые осуществлена в 1896 году А.С. Поповым.

68.3 Шкала электромагнитных волн

Электромагнитные волны принято условно классифицировать по длинам волн в вакууме $\lambda = c/\nu$ или по частоте $\nu = \omega/2\pi$. Границы между соседними диапазонами шкалы электромагнитных волн условны. Различные виды электромагнитного излучения отличаются лишь длиной волны (или, что то же самое, частотой). В зависимости от длины волны (частоты) меняются свойства волн, их действия, способы получения и названия отдельных участков.

Таблица 14.1. Шкала электромагнитных волн

Название диапазона волн	Примерный диапазон длин волн		Диапазон частот
	м	Другие единицы	Гц
Низкочастотные электрические колебания	$\infty \div 10^{+5}$	$\infty \div 100$ км	$0 \div 3 \cdot 10^3$
Радиоволны	$10^{+5} \div 10^{-3}$	100 км $\div$ 1 мм	$3 \cdot 10^3 \div 3 \cdot 10^{11}$
Инфракрасное излучение	$2 \cdot 10^{-3} \div 7,6 \cdot 10^{-7}$	2 мм $\div$ 760 нм	$1,5 \cdot 10^{11} \div 4,0 \cdot 10^{14}$
Видимое излучение	$7,6 \cdot 10^{-7} \div 3,8 \cdot 10^{-7}$	760 $\div$ 380 нм	$4,0 \cdot 10^{14} \div 8,0 \cdot 10^{14}$
Ультрафиолетовое излучение	$3,8 \cdot 10^{-7} \div 3 \cdot 10^{-9}$	380 $\div$ 3 нм	$8,0 \cdot 10^{14} \div 10^{17}$
Рентгеновское излучение	$10^{-8} \div 10^{-12}$	10 нм $\div$ 1 пм	$3 \cdot 10^{16} \div 3 \cdot 10^{20}$
Гамма-излучение	10^{-11} и менее	10 пм и менее	$3 \cdot 10^{19}$ и выше

ЧАСТЬ 6. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

Световой поток представляет собой поток энергии. В этом можно очень просто убедиться, если с помощью собирающей линзы сфокусировать солнечный свет, например, на спичечной головке. Спустя некоторое время спичка воспламенится, поскольку нагреется до температуры воспламенения. Зрение, загар на коже, зеленый цвет растительности и еще многое другое – все это результат действия потока световой энергии.

§69 . Фотометрические величины

69.1. Поток света Φ

Поток энергии через некоторую поверхность площадью σ определяется как количество энергии dW , прошедшей через эту поверхность за время t , то есть поток – это *мощность* энергии проходящей через поверхность σ :

$$d\Phi = \frac{dW}{dt}.$$

Однако, поскольку светом мы называем поток энергии *воспринимаемый глазом*, то есть не все количество энергии, попадающее в глаз, а только то, которое воспринимается им, то для светового потока Φ используют единицу измерения *люмен* (лм), а не ватт (Вт), как это следует из определения. Связь между фотометрическими и энергетическими величинами будет рассмотрена ниже.

В дальнейшем будем использовать следующие **основные предположения**:

1. источник света считается **точечным**, если размеры источника малы по сравнению с расстоянием до точки наблюдения;
2. если размеры источника таковы, что его нельзя считать точечным, то его излучающую поверхность можно разбить на малые участки, для которых

выполняется условие 1, и тогда результат действия такого источника складывается из действий малых участков его поверхности.

Предположим, что точечный источник света находится в пустоте. Тогда поток света $d\Phi$ по всем направлениям, лежащим внутри некоторого конуса с вершиной в источнике света, будет одинаковым через любую поверхность, пересекающую этот конус (рис. 1).

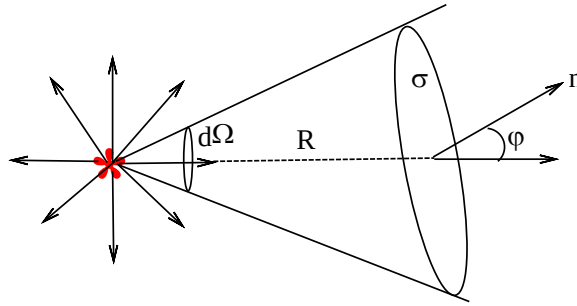


Рис. 1. Излучение источника в телесный угол $d\Omega$

Для характеристики объема направлений внутри заданного конуса вводят понятие телесного угла $d\Omega$. На расстоянии R от источника света сделаем поперечное сечение конуса плоскостью, пусть площадь этого сечения σ и нормаль $\mathbf{n}$ к этому сечению отклонена от оси конуса на угол φ . Тогда телесный угол определяется как отношение

$$d\Omega = \frac{\sigma \cos \varphi}{R^2} = \frac{\sigma_n}{R^2} \quad (1)$$

Если сечение конуса осуществить с помощью сферы радиуса R с центром в вершине конуса, то $\varphi = 0$ и тогда

$$d\Omega = \frac{\sigma}{R^2}.$$

Из этого выражения следует, что телесный угол для всех возможных направлений в пространстве равен 4π (в этом случае σ равна площади сферы – $\sigma = 4\pi R^2$), а для полупространства 2π . Иногда бывает удобно представить телесный угол через сферические координаты:

$$d\Omega = \sin \varphi d\varphi d\theta.$$

Чтобы найти поток, излучаемый источником по всем направлениям необходимо вычислить интеграл

$$\Phi = \int d\Phi$$

Поток – основная энергетическая характеристика излучения, многие регистрирующие оптические приборы – фотоприемники регистрируют именно поток света, попадающий в них.

69.2. Сила света

Силой света называют поток энергии, излучаемый в единицу телесного угла:

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} \quad (2)$$

Единицей измерения силы света является *кандела* (кд). Для силы света имеется международный эталон, поэтому все фотометрические величины выражаются через силу света.

Как следует из выражения (2), если поток Φ одинаков по всем направлениям, то сила света $I = \frac{\Phi}{4\pi}$ – истинная сила света по любому направлению. Если же поток Φ разный в различных направлениях, то отношение $I = \frac{\Phi}{4\pi}$ – средняя сила света.

69.3. Освещенность

Величина потока света, приходящаяся на единицу площади поверхности, называется освещенностью. Так, освещенность поверхности на рис. 1.

$$E = \frac{d\Phi}{\sigma} = \frac{d\Phi \cos \varphi}{d\Omega R^2} = \frac{I \cos \varphi}{R^2} \quad (3)$$

Освещенность в СИ измеряется в люксах (лк): $1 \text{ лк} = \frac{1 \text{ лм}}{\text{м}^2}$, в системе СГС

используется единица освещенности *фот*: $1 \text{ фот} = \frac{1 \text{ лм}}{\text{см}^2} = 10^4 \text{ лк}$. Большинство

объектов являются видимыми по той причине, что отражают падающий на них поток света. При недостаточной величине освещенности детали объекта плохо различимы глазом, поэтому для человека в его деятельности уровень освещенности рабочего места имеет большое значение.

На рис. 1 показан точечный объект, а на практике часто используются осветители, имеющие значительные размеры, т.е. они уже не являются точечными. Поэтому для расчета освещенности, создаваемой в некоторой точке поверхности протяженным источником, используют следующий прием: весь источник условно разбивают на участки, которые можно считать точечными, и находят величину освещенности, создаваемую каждым участком в данной точке поверхности. Результирующая освещенность в этой точке представляет собой сумму вкладов от отдельных участков протяженного источника. Часто в расчетах можно считать источник точечным, если его линейные размеры представляют 1/10 расстояния от источника до поверхности.

69.4. Яркость

Для протяженных источников света можно ввести еще одну характеристику, связанную с потоком, излучаемым с единицы поверхности в данном направлении. Выделим на поверхности участок площади σ , выделим пучок, опирающийся на этот участок и образующий телесный угол $d\Omega$. Направление пучка, составляет угол φ с нормалью $\mathbf{n}$ к поверхности σ (Рис. 2).

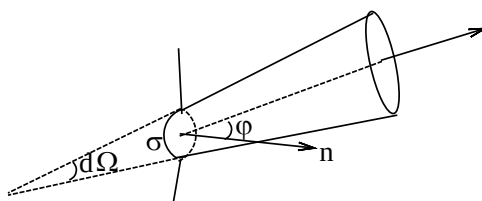


Рис. 2. К определению понятия яркости

Поток $d\Phi$ в этом направлении прямо пропорционален величине площади σ , величине телесного угла $d\Omega$ и косинусу угла φ . Математически эту зависимость можно записать следующим образом:

$$d\Phi = B\sigma \cos\varphi d\Omega, \quad (4)$$

где B – коэффициент пропорциональности, величина которого зависит от угла φ . Этот коэффициент называют яркостью источника по направлению φ :

$$B = \frac{d\Phi}{d\Omega \sigma \cos \varphi} = \frac{I}{\sigma \cos \varphi}. \quad (5)$$

Яркость характеризует поток, излучаемый в заданном направлении, с единицы площади в единицу телесного угла. Единицей измерения яркости является 1 кандела на м^2 – собственного названия эта единица не имеет. Яркости светящихся тел могут быть различными: яркость ночного безлунного неба – 10^{-4} кд/ м^2 ; яркость полной Луны – 2500 кд/ м^2 ; яркость дневного неба – 1500 кд/ м^2 ; яркость Солнца – $1,5 \cdot 10^9$ кд/ м^2 ; яркость стеариновой свечи – 5000 кд/ м^2 .

В общем случае яркость зависит от направления, однако, для некоторых источников она не зависит от направления. Такие источники называются ламбертовскими (по фамилии немецкого физика Ламберта). Такими источниками являются светящаяся матовая поверхность или мутная среда, каждый участок которых рассеивает свет равномерно во все стороны. Например, используемые для освещения матовые плафоны светильников являются ламбертовскими источниками. С некоторым приближением ламбертовским источником можно считать Солнце. Ламбертовские источники неотличимы от светящейся плоскости. Например, Солнце видно как светящийся диск, а не шар. Лишь при внимательном рассмотрении можно заметить, что яркость солнечного диска спадает от центра к периферии. Использование ламбертовских источников в фотометрии значительно упрощает решение оптических задач.

Яркость является важной характеристикой светящихся объектов, так как человеческий глаз реагирует именно на яркость источников.

69.5. Светимость

Под светимостью понимают поток, излучаемый с единицы площади поверхности в полупространство (т.е. в телесный угол 2π):

$$M = \frac{\Phi}{\sigma} \quad (6)$$

Как можно видеть, математическое определение светимости такое же, как и для освещенности. Но в случае освещенности Φ обозначает поток, падающий на поверхность, а в случае светимости – поток, излучаемый поверхностью. Единицей измерения светимости, так же, как и в случае освещенности, является люкс.

В случае ламбертовских источников между светимостью источника и его яркостью имеется простая связь. Действительно, согласно (4), поток, излучаемый в полупространство, с учетом независимости B от направления, определяется интегралом:

$$\Phi = \int d\Phi = \int B\sigma \cos\varphi d\Omega = B\sigma \int_0^{\pi/2} \cos\varphi \sin\varphi d\varphi \int_0^{2\pi} d\theta = B\sigma\pi.$$

Подставляя это выражение в (6), находим связь между светимостью и яркостью ламбертовского источника:

$$M = \pi B. \quad (7)$$

69.6. Интенсивность света

Для характеристики светового потока в оптике используется понятие интенсивности света. По своему определению оно совпадает с определением яркости источника, только в качестве светящейся поверхности используется не поверхность источника, а поперечное сечение светового потока. Обычно, для обозначения интенсивности света используется символ I . Это обозначение совпадает с символом, используемым для обозначения силы света, но в фотометрии понятие интенсивности света не используется, поэтому путаницы с обозначением не возникает. Понятие интенсивности света будет использоваться в физической оптике в качестве величины характеризующей не источник, а световой поток от него.

§70 . Связь между фотометрическими величинами и энергией излучения

Фотометрические величины связаны не со всем потоком излучаемой энергии $\Phi_{\text{энерг}}$, а лишь с тем, который воспринимается глазом, этот поток мы называли световым потоком – $\Phi_{\text{свет}}$. Степень восприятия глазом энергетического потока характеризуется функцией видности (чувствительности глаза)

$$K = \frac{\Phi_{\text{свет}}}{\Phi_{\text{энерг}}}. \quad (8)$$

Видность различна для излучений разных длин волн, т.е. $K_{\lambda} = K(\lambda)$, максимальное ее значение имеет место для длины волны $\lambda = 555$ нм. В силу того, что величина воспринимаемого глазом потока различна у разных людей, для характеристики чувствительности глаза используется относительная спектральная чувствительность глаза (относительная функция видности)

$$V(\lambda) = \frac{K(\lambda)}{K(555\text{ нм})}. \quad (9)$$

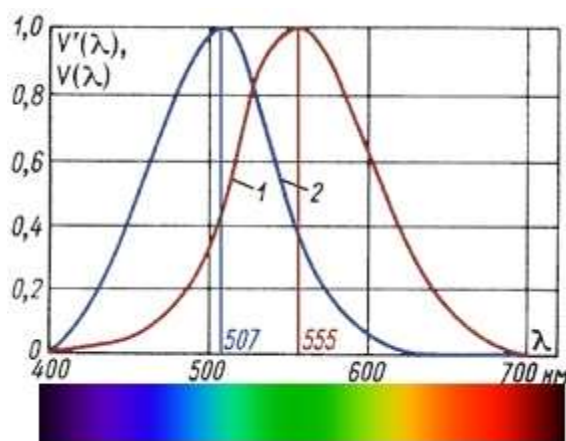


Рис. 3. Относительная спектральная чувствительность человеческого глаза. Кривая 1 – чувствительность при дневном освещении, кривая 2 – при вечернем

График этой зависимости приведен на рис. 3. Интервал длин волн, для которых видность отлична от нуля, определяет интервал видимого света.

Электромагнитное излучение с длинами волн из этого интервала мы называем «светом».

Для перехода от фотометрических величин к энергетическим используется специальный множитель – механический эквивалент света $A = 1,46 \cdot 10^{-3}$ Вт/лм. Он определяет мощность излучения в ваттах, необходимую для того чтобы вызвать такие же световые ощущения, как и световой поток в 1 люмен. С помощью механического эквивалента света и относительной функции видности можно по энергетическим характеристикам излучения определять фотометрические величины и наоборот. Например, допустим, в эксперименте в интервале длин волн $\lambda_1 \div \lambda_2$ зафиксирована зависимость светового потока от излучателя $\Phi_{\text{свет}}(\lambda)$, требуется определить какая мощность в ваттах должна быть у излучателя на этом интервале длин волн. Тогда, используя (8) и (9), находим решение этой задачи

$$\Phi_{\text{энерг}} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} K(\lambda) \Phi_{\text{свет}}(\lambda) d\lambda = A \cdot K(555_{\text{нм}}) \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} V(\lambda) \Phi_{\text{свет}}(\lambda) d\lambda$$

§71. Предмет геометрической оптики

Под геометрической оптикой понимают раздел оптики, в котором при решении оптических задач пренебрегают волновыми свойствами света. Так предполагается, что:

- длина волны света пренебрежимо мала,
- поляризация света не учитывается,
- амплитудой волны можно пренебречь.

Таким образом, этот метод имеет значительные ограничения или не применим вообще в случаях, когда нельзя пренебречь волновыми свойствами света.

Основной задачей геометрической оптики является нахождение траекторий распространения лучей света в среде, траекторий лучей после отражения или прохождения границ раздела сред с целью построения изображения предмета.

§72. Основные законы геометрической оптики

Законы геометрической оптики были установлены экспериментально.

72.1. Закон прямолинейного распространения света

«В однородной среде свет распространяется вдоль прямой линии». Этот закон нарушается в случаях, когда становятся существенными дифракционные эффекты.

72.2. Закон независимости световых пучков

«Световые лучи распространяются независимо друг от друга», т.е. не оказывают никакого влияния друг на друга. Этот закон нарушается в случаях, когда необходимо учитывать явления интерференции и зависимости оптических свойств среды от интенсивности света.

72.3 Закон отражения от поверхности

«Падающий луч, отраженный луч и нормаль к поверхности лежат в одной плоскости, а угол, под которым свет отражается от поверхности, равен по величине углу, под которым свет падает на эту поверхность». Угол отсчитывается от нормали к поверхности против часовой стрелки.

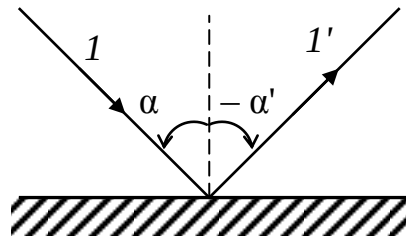


Рис. 1. Падающий луч – 1, отраженный луч – 1'

Математически этот закон выражается формулами:

$$-\alpha' = \alpha \quad \text{или} \quad |\alpha'| = |\alpha| \quad (1)$$

72.4. Закон преломления на границе раздела двух сред

«Падающий луч, преломленный луч и нормаль к поверхности раздела лежат в одной плоскости, а произведение показателя преломления среды на синус угла между нормалью не меняется при переходе через границу раздела двух сред».

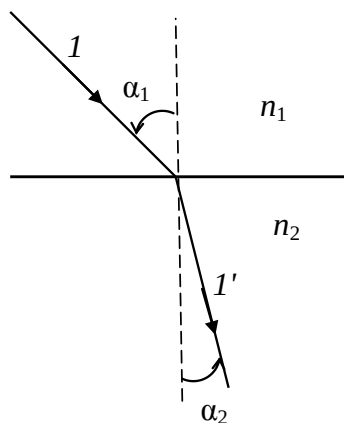


Рис. 2. Падающий луч – 1, преломленный луч – 1'

Математически этот закон выражается следующей формулой:

$$n_1 \cdot \sin \alpha_1 = n_2 \cdot \sin \alpha_2 \quad (2)$$

Под показателем преломления среды n понимают отношение скорости света в вакууме – c к скорости света в среде – v :

$$n = \frac{c}{v} \quad (3)$$

Из (2), с учетом знаков углов, для закона отражения должно выполняться равенство $n_1 \cdot \sin \alpha = -n_2 \cdot \sin \alpha'$, откуда следует:

$$n_1 = -n_2. \quad (4)$$

Таким образом, результаты, полученные для преломления на поверхности можно применить для рассмотрения случая отражения сделав замену (4).

Из уравнения (2) следует, что при $n_1 < n_2$ угол преломления меньше угла падения $\alpha_1 > \alpha_2$.

В случае, когда $n_1 > n_2$, т.е. в случае падения света из оптически более плотной среды на границу среды с меньшей оптической плотностью, угол преломления больше угла падения $\alpha_1 < \alpha_2$. При угле падения $\alpha_0 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$, угол преломления становится равным 90° и при дальнейшем увеличении угла падения преломленного луча уже не существует. Эффект отсутствия преломленного луча называют **полным внутренним отражением**, а угол α_0 – **наименьшим углом полного внутреннего отражения**.

72.5. Закон взаимности (Обратимости хода лучей)

«При изменении направления распространения света в лучах на противоположное их взаимное расположение не меняется». То есть, при изменении направления стрелок на рисунках в законах отражения и преломления положения лучей не меняются. Фактически этот закон фиксирует тот факт, что распространение света между двумя точками в пространстве всегда происходит по одному и тому же пути, независимо от направления. Этот закон нарушается в случаях, когда требуется учитывать поляризацию света.

§73. Принцип Ферма

Законы геометрической оптики, касающиеся направления лучей, как оказалось позднее, являются следствием принципа, установленного итальянским математиком Ферма: «Свет между двумя точками распространяется по пути, требующему наименьшего времени, в сравнении с любыми другими путями между этими точками». В настоящее время этот принцип формулируется следующим образом: «Путь, по которому распространяется свет, соответствует экстремуму времени распространения». Это означает, что время распространения по этому пути может быть как минимальным, так и максимальным или равным в сравнении со временем при распространении по всем другим возможным путям.

Вывод законов геометрической оптики из принципа Ферма приведен ниже, чтобы прояснился смысл фразы «экстремум времени распространения».

Закон прямолинейного распространения. Действительно, закон прямолинейного распространения света тривиальным образом следует из принципа Ферма, поскольку в однородной среде скорость распространения не меняется, то наименьшее время для прохождения между двумя точками будет иметь место при движении по наикратчайшему пути, т.е. вдоль прямой линии (показано стрелкой), соединяющей эти точки.

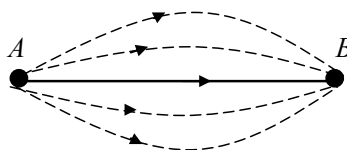


Рис. 3. Из всех возможных траекторий (показаны штриховой линией) в однородной среде луч света пойдет по наикратчайшему пути AB

Закон отражения. Закон отражения выводится также как и в предыдущем случае, только с учетом того, что на отражающей поверхности происходит излом траектории. Действительно, из точки A в точку B можно попасть при отражении от любой точки поверхности. Возьмем на поверхности точку C , соответствующую отражению под тем же углом, под которым

происходит падение, и любую точку D , от которой отражение происходит под углом не равным углу падения. Точка B' является отражением точки B относительно плоскости, т.е. расстояния от этих точек до плоскости равны. Из рисунка видно, что $|CB|=|CB'|$ и $|DB|=|DB'|$, но тогда $|ACB|=|ACB'|$ и $|ADB|=|ADB'|$. Из рисунка видно, что $|ACB'| < |ADB'|$, и, следовательно, время на прохождение пути $|ACB|$ будет наименьшим. Таким образом, отраженный луч будет двигаться вдоль направления, которое составляет с нормалью угол, равный углу падения.

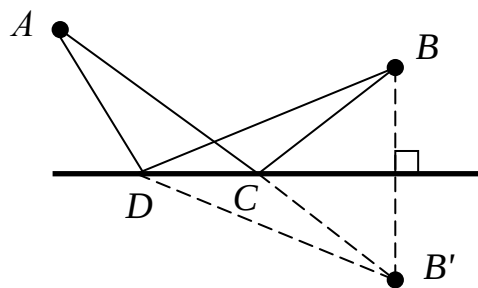


Рис. 4. Если зеркально отразить точку B относительно поверхности, то прямая AB' пересечет поверхность в точке, в которой будет выполняться закон отражения

Закон преломления. Чтобы получить закон преломления из принципа Ферма, рассмотрим распространение света из точки A в точку B , находящиеся в средах с показателями преломления n_1 и n_2 , соответственно. Надо найти положение точки C на границе раздела, для которой выполняется принцип Ферма. Введем декартову систему координат как показано на рисунке. Тогда положение точки C будет зависеть только от координаты x . Тогда экстремум времени распространения между точками A и B определяется из равенства нулю производной $\frac{dt}{dx} = 0$, где t – время распространения между точками A и B .

Это время складывается из времен распространения в каждой из сред: $t = t_1 + t_2$,

где $t_1 = \frac{l_1}{v_1} = \frac{n_1 \cdot l_1}{c} = \frac{n_1}{c} \cdot \sqrt{y_1^2 + x^2}$, а $t_2 = \frac{l_2}{v_2} = \frac{n_2 \cdot l_2}{c} = \frac{n_2}{c} \cdot \sqrt{y_2^2 + (L - x)^2}$. Найдем

производную и приравняем ее нулю:

$$\begin{aligned}\frac{dt}{dx} &= \frac{n_1}{c} \cdot \frac{x}{\sqrt{y_1^2 + x^2}} - \frac{n_2}{c} \cdot \frac{(L-x)}{\sqrt{y_1^2 + (L-x)^2}} = \\ &= \frac{n_1}{c} \cdot \frac{x}{l_1} - \frac{n_2}{c} \cdot \frac{(L-x)}{l_2} = \frac{n_1}{c} \cdot \sin \alpha_1 - \frac{n_2}{c} \cdot \sin \alpha_2 = 0\end{aligned}$$

Из последнего равенства следует закон Снелла (2).

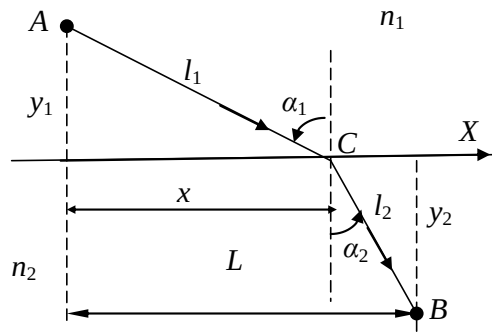


Рис. 5. Траектория распространения света из A в B, если эти точки находятся в средах с разными показателями преломления. В точке C должен выполняться закон преломления

Принцип Ферма позволяет получать траекторию распространения света и в неоднородной среде. Например, из последнего рисунка видно, что если показатель преломления во второй среде будет увеличиваться с удалением от границы раздела, то угол преломления с удалением от поверхности будет уменьшаться, т.е. преломленный луч света в такой среде будет распространяться вдоль некоторой кривой.

§74. Основные понятия и приближения геометрической оптики

С помощью законов геометрической оптики можно построить изображение предмета, получаемое любой оптической системой, в которой можно пренебречь волновыми свойствами света. Для этого каждую точку предмета, считают источником света и находят положение ее изображения после прохождения оптической системы. Совокупность изображений точек предмета дает изображение всего предмета. Но в общем случае сложной оптической системы построение изображения связано с громоздкими вычислениями, поэтому вводят ряд приближений, упрощающих построение.

Под оптической системой здесь понимается набор чередующихся преломляющих или отражающих сферических поверхностей. Плоская поверхность является частным случаем сферической поверхности с радиусом $R = \infty$.

Предполагается в дальнейшем, что все центры сферических поверхностей, которые составляют систему, лежат на одной прямой, которую называют *главной оптической осью*. В этом случае говорят, что *система центрирована*.

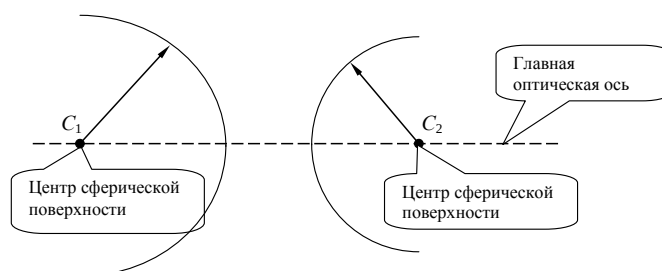


Рис. 6. Центрированная система, состоящая из двух сферических преломляющих поверхностей различного радиуса. Центры поверхностей обозначены как C , они находятся на одной прямой, называемой главной оптической осью

В дальнейшем предполагается, что пучок света от источника состоит из приосевых лучей, т.е. лучей отклоняющихся на небольшой угол от главной оптической оси, для них тогда угол падения на преломляющую поверхность можно также считать малым. Пучок таких лучей называют *параксиальным*.

Если лучи света, составляющие пучок, исходят из одной точки, то такой пучок называют *гомоцентрическим*. Частный случай гомоцентрического пучка – пучок параллельных лучей, в этом случае считается, что их источник находится в бесконечности.

Если изображением любой точки предмета является также точка, то в этом случае говорят, что изображение *стигматическое* или *точечное*.

Оптическая система, дающая стигматическое изображение, называется *идеальной*.

Различают действительные и мнимые изображения. *Действительное изображение* – изображение, получившееся в результате *пересечения лучей*, прошедших через систему. *Мнимое изображение* – изображение, получившееся в результате *пересечения продолжений лучей*, прошедших через систему, в направлении, обратном распространению света.

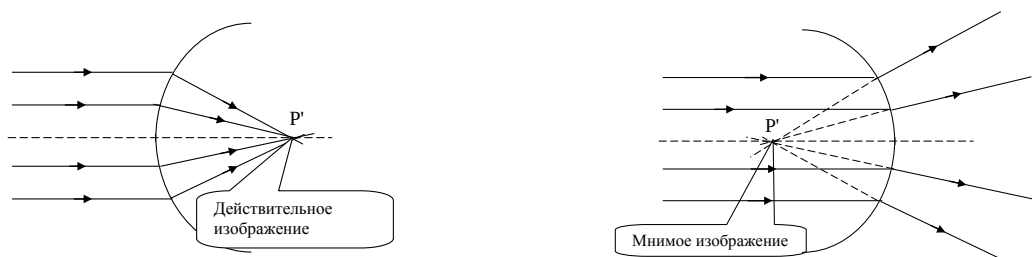


Рис. 7. На первом рисунке показано действительное изображение, полученное пересечением преломленных лучей, на втором рисунке мнимое изображение, полученное пересечением продолжений лучей, преломленных на сферической поверхности

Точка P , в которой находится источник, и точка P' , в которой получается его изображение, называют *сопряженными точками*, так как согласно закону взаимности их можно поменять местами, т.е. источник в точке P' даст изображение в точке P . Таким образом, оптическую систему можно рассматривать как систему, осуществляющую взаимно однозначное преобразование точек предмета в точки изображения.

§75. Идеальная оптическая система

Общую теорию идеальных оптических систем развил немецкий математик и физик Гаусс на основе представления об оптической системе как некотором преобразовании точек предмета (еще говорят – пространства предметов) в точки изображения (пространство изображений). Поскольку в идеальной оптической системе точка в пространстве предметов преобразуется в единственную сопряженную точку в пространстве изображения, то прямая, в пространстве предметов должна преобразовываться в сопряженную прямую в пространстве изображений, при этом порядок следования трех точек на прямой

в пространстве предметов в пространстве изображения не меняется. То есть идеальная оптическая система, из какого бы числа преломляющих поверхностей она не состояла, осуществляет только преобразование подобия и тогда эту систему можно рассматривать формально, пользуясь некоторыми правилами преобразования точек предмета в точки изображения.

Для этого введем две параллельные плоскости H и H' , перпендикулярные главной оптической оси системы. Для этих плоскостей должно выполняться следующее условие: отрезок BA на первой плоскости преобразуется оптической системой в отрезок $B'A'$ второй плоскости без изменения длины отрезка, т.е. для этих плоскостей коэффициент подобия $V = 1$, и для любой точки A плоскости H сопряженная ей точка A' на плоскости H' получается переносом точки A до H' параллельно главной оптической оси.

Эти плоскости называют **главными**. Плоскость H на которую падает свет из пространства объектов называют **первой** (или **передней**). Все расстояния в плоскости предметов отсчитываются от этой плоскости, а все расстояния в плоскости изображения отсчитываются от **второй** (**задней**) плоскости H' . Поэтому их и называли **главными**.

При отсчитывании расстояний используют **правило знаков**: если отсчет расстояния ведется против направления распространения света, то эти расстояния берутся со знаком « $-$ », если отсчет ведется по направлению распространения света, то эти расстояния берутся со знаком « $+$ ».

Поскольку система идеальная, т.е. гомоцентрическая точка в пространстве предметов переходит в гомоцентрическую точку в пространстве изображения, то справедливы следующие **два правила преобразования лучей в оптической системе**:

1. Источник на бесконечности, лучи от которого идут параллельно оптической оси (лучи 1 и 2 до плоскости H) , преобразуется системой в точку F' (получаемую пересечением сопряженных лучей $1'$ и $2'$ после плоскости H') на оптической оси. Точка F' называется **задним фокусом**. Расстояние

$|B'F'| = B'F'$ называют **задним фокусным расстоянием**. Плоскость, проходящая через точку F' , перпендикулярная главной оптической оси, называется **задней фокальной плоскостью**.

2. На главной оптической оси существует точка F , из которой свет источника (лучи 1 и 3) после задней главной плоскости распространяется параллельно оптической оси (лучи 1' и 3'), т.е. преобразуется в точечное изображение, находящееся в бесконечности. Точка F называется **передним фокусом**. Расстояние $|BF| = -BF$ называют **передним фокусным расстоянием** (знак минус перед BF появился по правилу знаков). Плоскость, проходящая через точку F , перпендикулярная главной оптической оси, называется **передней фокальной плоскостью**.

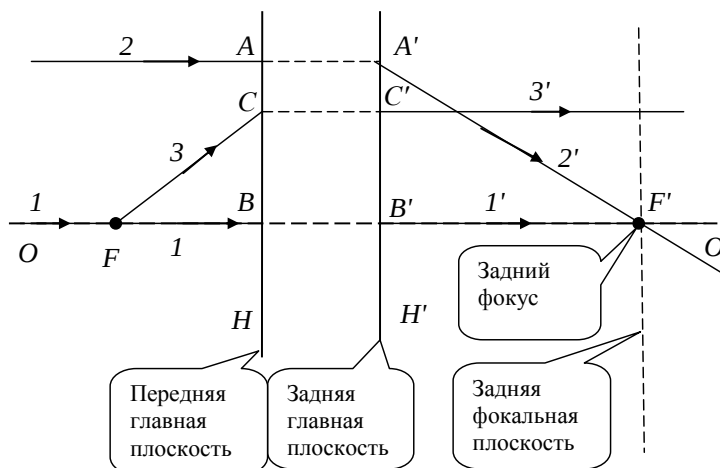


Рис. 8. Построение изображения в идеальной оптической системе: лучи 1 и 2, параллельные главной оптической оси, пересекутся в заднем фокусе системы F' ; лучи 1 и 3, выходящие из фокуса F , после задней главной плоскости распространяются параллельно главной оптической оси

§76. Уравнение связи между положениями источника и его изображения

С помощью определенных выше двух правил преобразования лучей построим изображение $Q'P'$ отрезка QP . Луч PA_1 параллелен оптической оси, поэтому, согласно первому правилу, на выходе из системы должен пройти через задний фокус F' , а луч PFA_2 проходит через передний фокус F , поэтому,

согласно второму правилу, должен на выходе из системы идти параллельно оптической оси. Точка пересечения лучей P' , прошедших через систему, представляет изображение точки P . Повторяя эти рассуждения для любой точки отрезка QP , построим его изображение – $Q'P'$. В дальнейшем расстояния, отмеряемые от главной оптической оси вверх, будем брать со знаком «+», а отмеряемые вниз – со знаком «-».

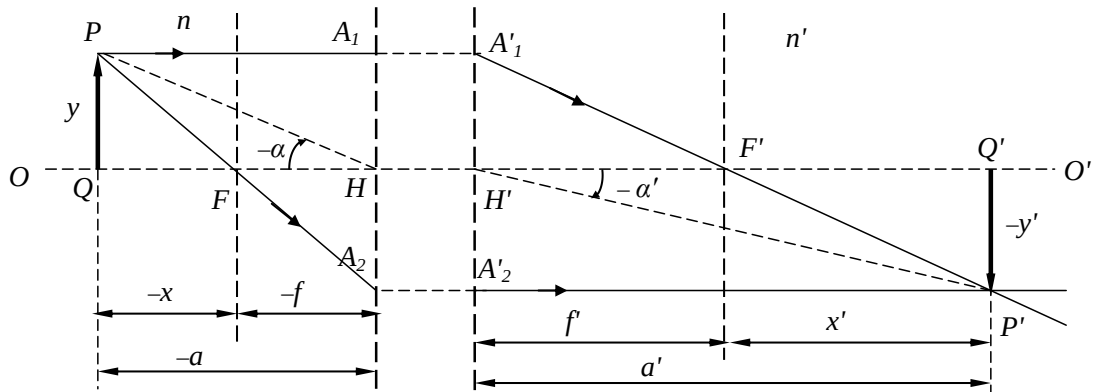


Рис. 9. Построение изображения с помощью главных плоскостей и правил преобразования лучей в идеальной оптической системе

На рисунке n и n' – показатели преломления перед оптической системой, и за ней, $-a$ и a' – расстояния от главных плоскостей H и H' до источника и его изображения, соответственно, $-f$ и f' – переднее и заднее фокусные расстояния, соответственно. Как видно из рисунка прямоугольные треугольники ΔPFQ и ΔHFA_2 имеют общую вершину в F и подобны друг другу. Прямоугольные треугольники $\Delta P'F'Q'$ и $\Delta H'F'A'_2$ имеют общую вершину в F' и тоже подобны друг другу. Поэтому $\frac{QP}{HA_2} = \frac{y}{-y'} = \frac{-x}{-f}$ и $\frac{Q'P'}{H'A'_1} = \frac{-y'}{y} = \frac{x'}{f'}$. Перемножив эти равенства, получим формулу Ньютона:

$$x \cdot x' = f \cdot f' \quad (5)$$

Из (5), после подстановок $-x = -a - (-f)$ и $x' = a' - f'$, следует искомое уравнение связи между положениями источника и изображения:

$$\frac{f}{a} + \frac{f'}{a'} = 1 \quad (6)$$

Уравнение связи можно записать иначе, если найти связь между фокусными расстояниями $-f$ и f' . Для этого снова обратимся к рисунку. Из подобия треугольников ΔPA_1A_2 и ΔHFA_2 следует $\frac{A_2H}{A_2A_1} = \frac{-y'}{y + (-y')} = \frac{-f}{-a}$, а из подобия треугольников $\Delta PA'_1A'_2$ и $\Delta H'F'A'_1$ следует $\frac{A'_1H'}{A'_2A'_1} = \frac{y}{y + (-y')} = \frac{f'}{a'}$.

После деления этих равенств друг на друга получим следующее равенство:

$$\frac{f}{f'} = \frac{\left(\frac{-y'}{a'}\right)}{\left(\frac{y}{a}\right)} = \frac{\text{tg}(\alpha')}{-\text{tg}(\alpha)} \approx \frac{\sin(\alpha')}{-\sin(\alpha)} = -\frac{n}{n'} \quad (7)$$

Из (7) следует важный факт, что отношение показателя среды к фокусному расстоянию системы в этой среде, является величиной постоянной:

$$\Phi = \frac{n}{-f} = \frac{n'}{f'} \quad (8)$$

Эту величину Φ называют **оптической силой** системы и измеряют в *диоптриях* (дптр), размерность $[m^{-1}]$.

Уравнение связи (6), с учетом (8), тогда принимает следующий вид (инвариант Аббе):

$$\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \Phi \quad (9)$$

Из (9) видно, что если известны оптическая сила системы и показатели преломления сред, то по положению источника можно найти положение его изображения. Также (9) устанавливает способ экспериментального определения оптической силы системы.

§77. Примеры простейших оптических систем

77.1. Сферическая преломляющая поверхность

Для этой поверхности с центром в точке O и радиусом R главные плоскости H и H' совпадают с касательной плоскостью к поверхности в точке B ее пересечения главной оптической осью.

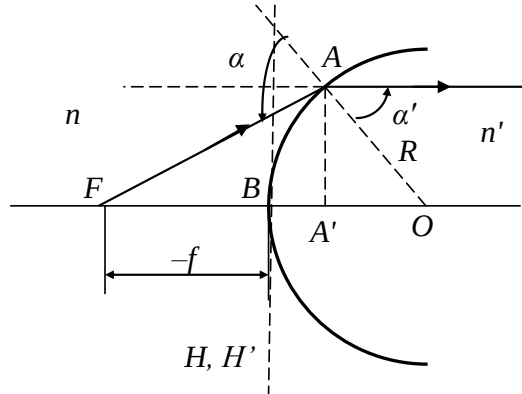


Рис. 10. Преломление на сферической преломляющей поверхности

На рисунке изображен случай, когда источник находится в переднем фокусе системы F , тогда после преломления на сферической поверхности, луч должен идти параллельно оптической оси. Угол падения α на рисунке намеренно сделан большим, однако в расчетах будем полагать его, а также угол преломления α' , малыми (параксиальное приближение). Тогда, в приближении малого угла падения, $|FA| \approx |FA'| = -f$. Как видно из рисунка AA' является общей стороной для двух прямоугольных треугольников. Поэтому $R \cdot \sin \alpha' = AA' = -f \cdot \sin(\alpha - \alpha')$. Последний синус можно разложить $\sin(\alpha - \alpha') = \sin \alpha \cdot \cos \alpha' - \cos \alpha \cdot \sin \alpha' \approx \sin \alpha - \sin \alpha'$. Тогда выражение для переднего фокусного расстояния будет определяться следующим выражением:

$$f = -\frac{R \cdot \sin \alpha'}{\sin \alpha - \sin \alpha'} = -\frac{R}{\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha'} - 1} =$$

$$= -\frac{R}{\frac{n'}{n} - 1} = -R \cdot \frac{n}{n' - n} \quad (10)$$

Используя равенство (8), находим, что оптическая сила сферической поверхности

$$\Phi = \frac{n' - n}{R} \quad (11)$$

Кроме того, из равенства (8) можно найти заднее фокусное расстояние:

$$f' = R \cdot \frac{n'}{n' - n} \quad (12)$$

Надо отметить, что в выражениях (10), (11) и (12) R – положительная величина, так как расстояние R отсчитывалось от точки B (от главной плоскости) до центра O по направлению распространения луча. Про поверхность, у которой центр находится после преломляющей поверхности по ходу луча, говорят, что она **выпуклая**. Если же центр поверхности находится перед поверхностью по ходу луча, то про такую поверхность говорят, что она **вогнутая**. В этом случае в (10)–(12) R должно быть отрицательной величиной.

После подстановки (11) в (9) находим уравнение связи для сферической поверхности:

$$\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n' - n}{R} \quad (13)$$

77.2. Плоская преломляющая поверхность

В случае плоской поверхности можно использовать результаты, полученные для сферической поверхности, считая в них, что радиус $R = \infty$. Как можно видеть из (13), в этом случае

$$\frac{n'}{a'} = \frac{n}{a} \quad (14)$$

Рассмотрим простой пример: если мы в воздухе смотрим на предмет, лежащий на дне водоема, то поверхность воды – плоская преломляющая поверхность. Тогда в (14) n – показатель преломления воды (среды, в которой находится предмет), а n' – показатель преломления воздуха ($n > n'$). Из (14) находим, что изображение находится от поверхности воды на расстоянии

$a' = a \cdot \left(\frac{n'}{n} \right)$. Поскольку a' имеет тот же знак, что и a , то это значит, что изображение находится в воде, а поскольку $a' < a$, то изображение находится ближе к поверхности, чем сам предмет (как говорят: «вода приближает»).

77.3. Сферическая отражающая поверхность

Как уже говорилось выше, можно использовать соотношения, полученные для преломляющей поверхности, и для отражающих поверхностей, если в этих соотношениях сделать замену (4): $n' = -n$. Тогда (13) для отражающей поверхности будет иметь следующий вид:

$$\frac{1}{a'} + \frac{1}{a} = \frac{2}{R} \quad (15)$$

Из этого соотношения, в частности видно, что фокусное расстояние сферического зеркала $f = R / 2$. Для отражающих поверхностей также справедливо правило знаков.

77.4. Плоская отражающая поверхность

Для плоского зеркала $R = \infty$, поэтому из (15) находим: $\frac{1}{a'} = -\frac{1}{a}$. Как видно из этого равенства a и a' всегда имеют разные знаки, т.е. изображение всегда находится "внутри" зеркала на том же расстоянии от его поверхности, что и предмет.

§78. Сложение оптических систем

Эффективность метода Гаусса наиболее ярко проявляется при анализе оптических систем состоящих из более чем одной преломляющей поверхности. Каждая такая поверхность является элементом оптической системы. Например, линза представляет собой систему двух преломляющих поверхностей. Рассмотрим систему из двух элементов. Каждый из них можно заменить системой главных плоскостей H_1, H_1' и H_2, H_2' , относительно которых определены точки переднего и заднего фокусов F_1, F_1' и F_2, F_2' с

соответствующими фокусными расстояниями f_1 , f_1' и f_2 , f_2' . Расположение элементов относительно друг друга будем характеризовать расстоянием Δ между задней главной плоскостью H_1' первого элемента и передней главной плоскостью H_2 второго элемента. Показатель среды перед передней главной плоскостью первого элемента n_1 , показатель преломления среды между элементами – n , показатель преломления среды после задней главной плоскости второго элемента – n_2 .

Получившаяся система, в свою очередь, будет характеризоваться своей системой главных плоскостей H , H' , положением фокусов F , F' . Требуется найти оптическую силу получившейся системы, а также положение ее главных плоскостей и фокусов относительно главных плоскостей составляющих ее элементов.

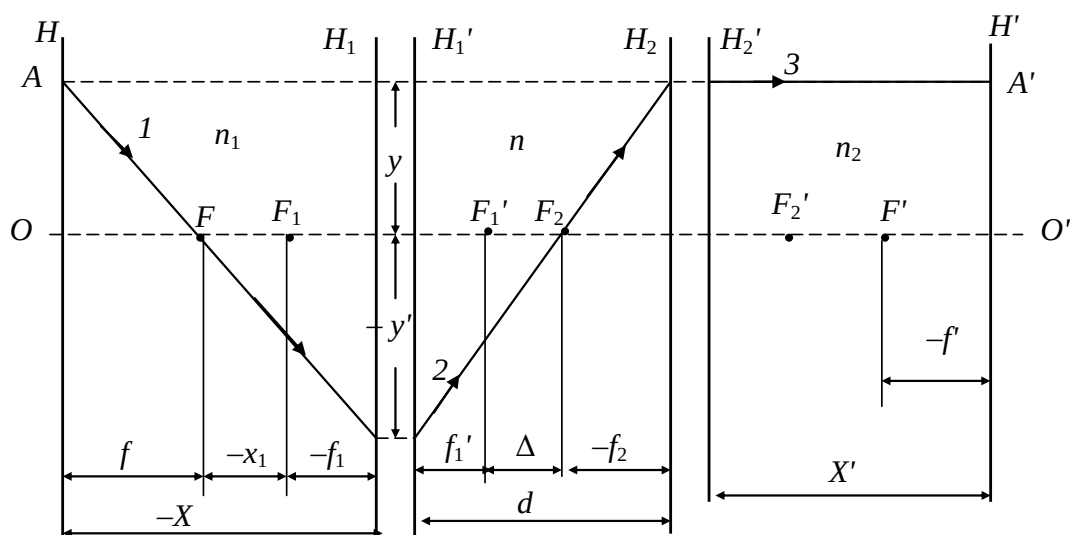


Рис. 11. Построение изображения в системе из двух элементов, отстоящих на расстоянии d друг от друга по главной оптической оси, показатель преломления между элементами n

Свет из точки A главной поверхности H сложной системы должен попасть в точку A' задней поверхности H' . В эту точку он должен попадать, выходя из A в любом направлении к H' . Выберем одно из них, удобное для решения нашей задачи. Пусть луч 1 из A проходит через передний фокус сложной системы, тогда по второму правилу идеальной оптической системы на выходе из второго элемента луч света 3 должен идти параллельно главной

оптической оси. Но из второго элемента луч света будет выходить параллельно оптической оси, только тогда, если на этот элемент луч света 2 попадает, пройдя через передний фокус этого элемента (согласно второму правилу).

Из рисунка видно, что для подобных прямоугольных треугольников с общей вершиной в F справедливо равенство

$$\frac{y}{-y'} = \frac{f}{-x_1 - f_1} \quad (16)$$

Из подобия прямоугольных треугольников с общей вершиной в F_2 следует равенство

$$\frac{y}{-y'} = \frac{-f_2}{f_1' + \Delta} \quad (17)$$

Из равенства левых частей в (16) и (17) следует

$$f = \left(\frac{x_1 + f_1}{f_1' + \Delta} \right) f_2 \quad (18)$$

С другой стороны для первого элемента точка F является источником, а точка F_2 – ее изображением. Тогда для этого элемента справедлива формула Ньютона (5), которая для используемых в рисунке обозначений записывается следующим образом: $x_1 \cdot \Delta = f_1 \cdot f_1'$. Из этого равенства получаем выражение

$$x_1 = \frac{f_1 f_1'}{\Delta}, \quad (19)$$

где $\Delta = d + f_2 - f_1'$. После подстановки (19) в (18) находим переднее фокусное расстояние сложной системы

$$f = \frac{f_1 f_2}{\Delta}. \quad (20)$$

По определению фокусное расстояние сложной системы определяется через переднее фокусное расстояние формулой:

$$\begin{aligned}
\Phi &= \frac{n_1}{-f} = \frac{\Delta \cdot n_1}{-f_1 f_2} = \frac{n_1(d + f_2 - f_1')}{-f_1 f_2} = \\
&= d \left(\frac{n_1}{-f_1} \right) \left(\frac{n}{-f_2} \right) \left(\frac{1}{-n} \right) + \\
&+ \frac{n_1}{-f_1} + \left(\frac{n_1}{-f_1} \right) \left(\frac{f_1'}{n} \right) \left(\frac{n}{-f_2} \right)
\end{aligned} \quad (21)$$

С учетом выражений для оптической силы первого и второго элементов системы: $\Phi_1 = \frac{n_1}{-f_1} = \frac{n}{f_1'}$ и $\Phi_2 = \frac{n}{-f_2} = \frac{n_2}{f_2'}$, получаем формулу для оптической силы системы из двух элементов:

$$\Phi = -\frac{d}{n} \Phi_1 \Phi_2 + \Phi_1 + \Phi_2 \quad (22)$$

Найдем положение X передней главной плоскости H сложной системы относительно передней главной плоскости первого элемента: $-X = f - x_1 - f_1'$. После подстановки (19) и (20), находим искомое выражение

$$X = \frac{d}{n} \frac{\Phi_2}{\Phi} \quad (23)$$

Чтобы получить выражения для фокусного расстояния заднего фокуса сложной системы, а также для положения X' ее задней главной плоскости относительно задней плоскости второго элемента можно воспользоваться принципом взаимности, т.е. предположить, что источник находится в точке A' и повторить всю цепочку рассуждений. Тогда можно легко найти соответствующие выражения:

$$f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} \quad (24)$$

$$X' = -\frac{d}{n} \frac{\Phi_1}{\Phi} \quad (25)$$

Таким образом, система из двух элементов может быть заменена одним эквивалентным ей элементом с характеристиками, определяемыми уравнениями (20), (22)–(25). Если система состоит из трех элементов, то

сначала два соседних заменяются одним эквивалентным элементом с характеристиками (20), (22)–(25), а затем производят сложение эквивалентного элемента с третьим. Как видим, в качестве элемента оптической системы может выступать как одна преломляющая поверхность, так и система таких поверхностей, например, линза. Поэтому все результаты сложения элементов оптической системы, полученные выше, будут справедливы не только для двух преломляющих поверхностей, но и для двух линз, или двух систем, состоящих из линз.

Таким образом, для системы, представляющей собой сумму двух элементов уравнение связи (9) будет иметь следующий вид:

$$\frac{n_2}{a'} - \frac{n_1}{a} = \Phi, \quad (26)$$

где оптическая сила Φ определяется выражением (22).

§79. Линзы

Линза представляет собой прозрачную однородную среду ограниченную двумя преломляющими поверхностями. Преломляющие поверхности могут иметь сферическую форму или плоскую (в последнее время используют и несферические поверхности). Как линзу можно рассматривать каплю дождя, стеклянный шар, стеклянный аквариум, заполненный водой и т.п.

Все виды линз делят на собирающие и рассеивающие. Если параллельные лучи после прохождения линзы сходятся в одной точке, то такая линза называется *собирающей* или положительной. Если же параллельные лучи после прохождения линзы расходятся, то такие линзы называют *рассеивающие* или отрицательной.

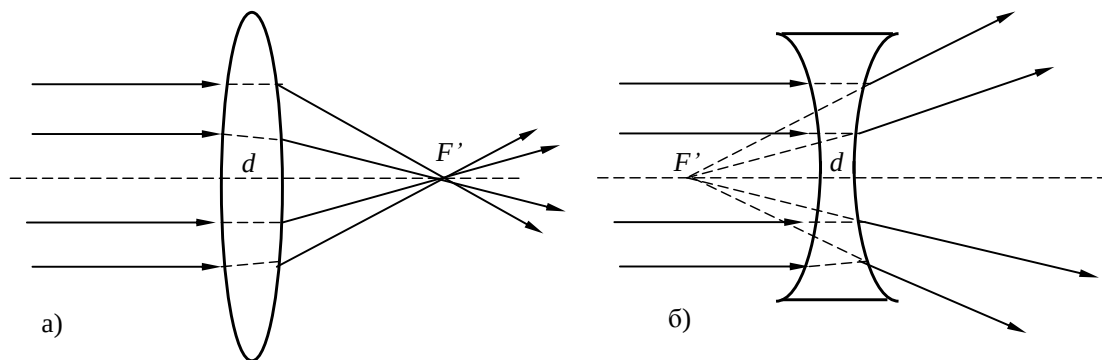


Рис. 12. а) собирающая двояковыпуклая линза, параллельные лучи сходятся в заднем фокусе, находящемся за линзой; б) рассеивающая двояковогнутая линза, параллельные лучи после линзы расходятся так, как будто они вышли из фокуса линзы, расположенного перед ней. Видно, что фокус находится на пересечении продолжений лучей

Все линзы, у которых толщина в середине больше чем толщина по краям, будут собирающими. Если же у линзы толщина увеличивается от середины к краям, то такая линза будет рассеивающей.

Процедура построения изображения в линзе зависит от того, можно ли ее считать тонкой или нет. Если каждая из сферических поверхностей, образующих линзу, имеет радиус много больший, чем толщина d в середине линзы, то такую линзу можно считать тонкой.

79.1. Тонкая линза

Для тонкой линзы можно считать $d = 0$. Тогда положения главных плоскостей линзы $X = X' = 0$ совпадают с ее центром (см (23),(25)). Оптическая сила линзы в этом случае представляет собой сумму оптических сил ее преломляющих поверхностей $\Phi = \frac{n - n_1}{R_1} + \frac{n_2 - n}{R_2}$, а уравнение связи (26) для тонкой линзы можно записать следующим образом:

$$\frac{n_2}{a'} - \frac{n_1}{a} = \frac{n - n_1}{R_1} + \frac{n_2 - n}{R_2}, \quad (27)$$

где n_1 – показатель преломления среды перед передней поверхностью линзы, n_2 – показатель преломления среды после задней поверхности линзы, n –

показатель преломления материала, из которого изготовлена линза. Если с обеих сторон линзы среда одна и та же $n_1 = n_2$ то (27) упрощается

$$\frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \left(\frac{n}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (28)$$

Из (28) следует, что, если $a = \infty$, то заднее фокусное расстояние $f' = a' = \left(\frac{n}{n_1} - 1 \right)^{-1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)^{-1}$, если же $a' = \infty$, то переднее фокусное расстояние $-f = a = \left(\frac{n}{n_1} - 1 \right)^{-1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)^{-1}$. То есть у тонкой линзы в однородной среде переднее и заднее фокусные расстояния равны.

Из (28) можно видеть, что для стеклянных собирающих линз в воздухе $\Phi > 0$. Действительно, например, для двояковыпуклой линзы по правилу знаков $R_1 > 0$, а $R_2 < 0$, поэтому выражения в обеих скобках в (28) больше нуля. Поэтому собирающие линзы называют еще положительными.

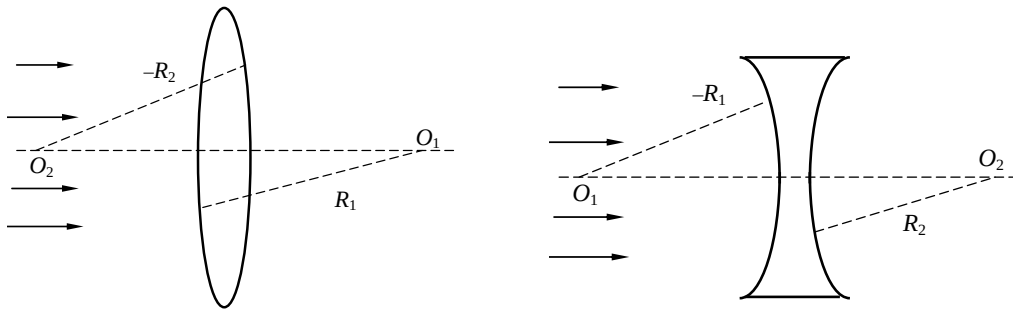


Рис. 13. Примеры линз: а) собирающая линза (двояковыпуклая); б) рассеивающая линза (двояковогнутая)

У рассеивающих линз $\Phi < 0$, поэтому их еще называют отрицательными. Например, для двояковыпуклой линзы по правилу знаков $R_1 < 0$, а $R_2 > 0$, поэтому выражение во второй скобке в (28) имеет отрицательный знак.

Часто, для тонких линз уравнение (28) записывают в следующем виде

$$\frac{1}{a'} + \frac{1}{|a|} = \Phi.$$

Это уравнение называют уравнением тонкой линзы, здесь $\Phi = 1/f$. Напомним, что a – расстояние от линзы до предмета, а a' – расстояние от линзы до изображения. Эти расстояния отсчитываются от центральной части линзы с учетом правила знаков: расстояние, отсчитываемое против хода, луча берется со знаком «–». Можно видеть, в случае собирающей линзы – $\Phi > 0$, поэтому равенство выполняется при всех значениях $a' > 0$, а также при $a' < 0$, если $|a'| > |a|$. То есть изображение собирающей линзы может находиться и за линзой по ходу лучей, и перед ней (когда $a' < 0$) – с той же стороны, что и предмет.

В случае рассеивающей линзы $\Phi < 0$ и равенство удовлетворяется, только если $a' < 0$, при этом $|a'| < |a|$. То есть в рассеивающей линзе изображение всегда находится перед линзой с той же стороны, что и предмет, но ближе него к линзе.

При построении изображения в тонкой линзе используются правила преобразования лучей в оптической системе, а также еще одно правило, что луч, проходящий через центр линзы, не меняет своего направления. Чтобы определить положение изображения точки, из этой точки проводят удобные для построения лучи, которые после линзы должны идти в соответствии с правилами преобразования лучей, а пересечение этих лучей (действительное изображение) или пересечение продолжения этих лучей (мнимое изображение) и будет определять положение изображения.

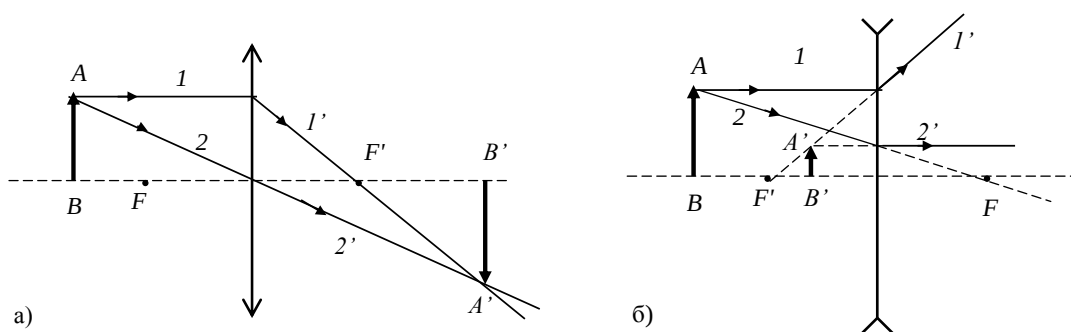


Рис. 14. Построение изображения в тонких линзах: в собирающей (а) и в рассеивающей (б)

Из рисунка (б) видно, что в рассеивающей линзе изображение всегда будет мнимым, прямым (т.е. стрелки AB и $A'B'$ направлены в одну сторону) и поперечный размер изображения будет меньше размеров самого предмета.

Для собирающей линзы, показанной на рисунке, изображение действительное, обратное (т.е. стрелки AB и $A'B'$ направлены в разные стороны) и увеличенное.

Если луч 1 падает на линзу под углом к главной оптической оси, то ход этого луча после линзы строят следующим образом. Параллельно этому лучу проводят прямую $2-2'$, проходящую через центр линзы. Через задний фокус F' линзы проводят линию перпендикулярную главной оси. Точка пересечения этих линий и будет точкой, в которую попадет луч $1'$ после линзы.

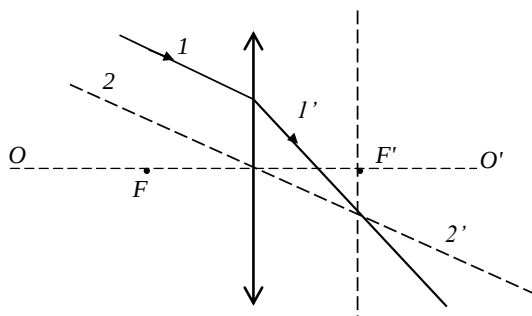


Рис. 15. Построение хода луча, падающего на тонкую линзу под углом к оптической оси OO'

79.2. Система тонких линз. Соприкасающиеся линзы

Если система состоит из двух соприкасающихся посередине тонких линз, то можно считать такую оптическую систему тонкой линзой с оптической силой равной сумме оптических сил линз: $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$. Для построения изображения в такой системе используется процедура построения изображения в тонкой линзе.

79.3. Система тонких линз. Несоприкасающиеся линзы

Если же в системе тонкие линзы отстоят друг от друга на расстоянии d по главной оптической оси, то оптическая сила такой системы определяется формулой (22). Процедура построения изображения начинается с определения положения X, X' главных плоскостей системы по формулам (23), (25). При этом

X определяется относительно первой тонкой линзы, а X' – относительно второй тонкой линзы. Затем, по формулам (20) и (24) находят переднее и заднее фокусные расстояния, которые отсчитывают от плоскостей X и X' , соответственно с учетом знаков. После этого используют правила преобразования лучей в идеальной оптической системе.

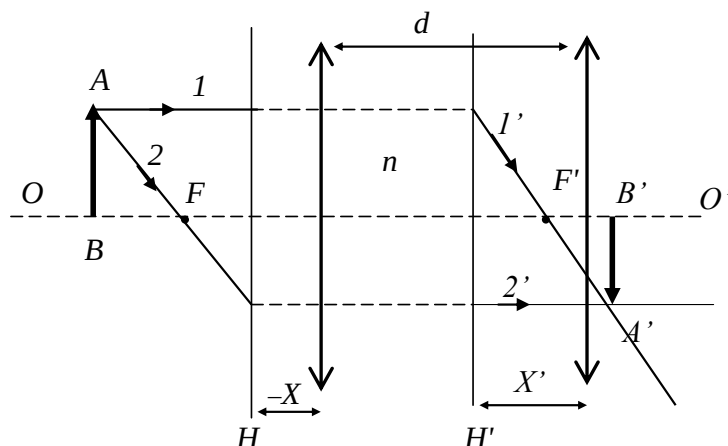


Рис. 16. Построение изображения в системе двух тонких линз, между линзами расстояние d по главной оптической оси, показатель преломления между линзами n

79.4. Толстая линза

В случае толстой линзы сначала находят положение главных плоскостей относительно передней и задней поверхностей линзы, затем находят положение фокусов системы с помощью выражений (20), (22)–(25) в параграфе 2.8. Для вычисления оптической силы системы используют выражение (22), в котором Φ_1 и Φ_2 – оптические силы поверхностей линзы.

Используя найденные положения главных точек системы, строят изображение в соответствии с правилами преобразования лучей в идеальной оптической системе.

79.5. Система толстых линз

Каждую толстую линзу заменяют ее главными плоскостями, отмечают положения их передних и задних фокусов и применяют подход, использованный в параграфе 2.8. Для вычисления оптической силы системы линз используют выражение (22), в котором Φ_1 и Φ_2 – оптические силы линз.

§80. Оптические приборы

80.1. Глаз

Изображение в глазе формируется на сетчатке – задней поверхности глаза. Сетчатку можно условно представить как поверхность, покрытую светочувствительными клетками – «колбочками» и «палочками». Предметы, дающие на сетчатке изображения, размерами равными двум размерам клетки, воспринимаются как точки. Поэтому необходимо, чтобы разглядываемые детали объекта давали на сетчатке изображение как можно больших размеров, только тогда они будут различимыми.

Роль линзы в человеческом глазе выполняет хрусталик. Его толщина меняется с помощью мышц глаза в зависимости от того как далеко находится рассматриваемый глазом предмет. Вместе с толщиной меняется и фокусное расстояние хрусталика, так чтобы изображение предмета образовывалось строго на сетчатке. Такое «настраивание» глаза называется аккомодацией.

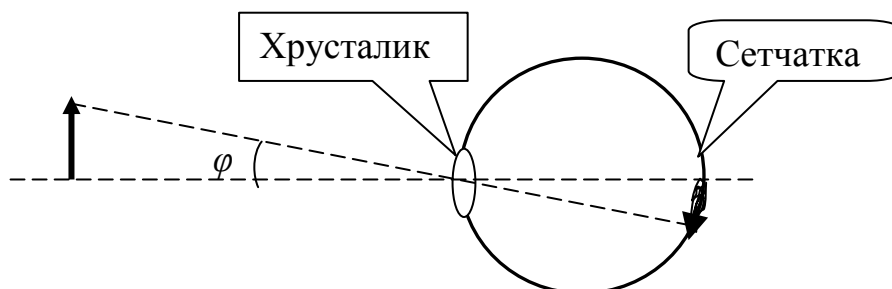


Рис. 17. Схема образования изображения предмета на сетчатке глаза

Как видно из рисунка, чем больше угол φ , под которым предмет виден глазом, тем мельче детали можно разглядеть. Для увеличения этого угла объект нужно приближать к глазу. Однако нельзя расположить предмет прямо перед хрусталиком. Из-за ограничений аккомодации существует так называемое **расстояние наилучшего зрения нормального глаза $L_{н.з.}$** , т.е. расстояния с которого предмет можно рассматривать без напряжения глазных мышц. Принято считать это расстояние равным $L_{н.з.} = 25$ см.

Некоторые мелкие детали уже могут быть неразличимы глазом на расстоянии наилучшего зрения, потому что угол φ для них становится очень

малыми. Для увеличения угла наблюдения мелких деталей используются увеличительные оптические приборы. Увеличение определяется отношением

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg}(\varphi')}{\operatorname{tg}(\varphi)}, \quad (29)$$

где φ' – угол, под которым предмет виден через прибор.

80.2. Лупа

Лупа представляет собой собирающую линзу с небольшим фокусным расстоянием. Лупу располагают так, чтобы предмет находился за передним фокусом линзы, в этом случае собирающая линза дает прямое увеличенное мнимое изображение. Глаз располагают в заднем фокусе линзы так, чтобы между ним и изображением было расстояние $L_{\text{н.з.}}$.

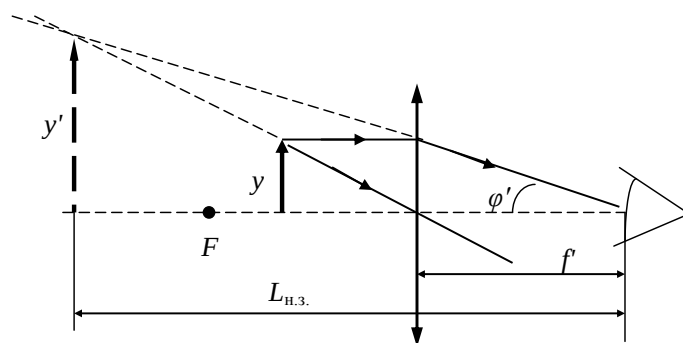


Рис. 18. Схема получения изображения в лупе

Из рис. 18 видно, что $\operatorname{tg}\varphi' = \frac{y}{f'}$, с другой стороны $\operatorname{tg}\varphi = \frac{y}{L_{\text{н.з.}}}$. Таким

образом, увеличение лупы определяется отношением

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg}\varphi'}{\operatorname{tg}\varphi} = \frac{L_{\text{н.з.}}}{f} \quad (30)$$

80.3. Телескоп

Телескоп-рефрактор (зрительная труба) предназначен для разглядывания предметов, находящихся на большом расстоянии, так что их угловые размеры малы для наблюдения глазом. Телескоп состоит из двух собирающих линз: линза, обращенная к предмету, называется объективом, она формирует

изображение от объекта, которое рассматривают через вторую линзу также как через лупу. Эта линза называется окуляром. В телескопических системах расстояние между объективом и окуляром такое, что задний фокус объектива совпадает с передним фокусом окуляра. Изображение в объективе располагается вблизи заднего фокуса объектива F_1' (на рисунке изображение $-y'$ для наглядности показано дальше от фокуса).

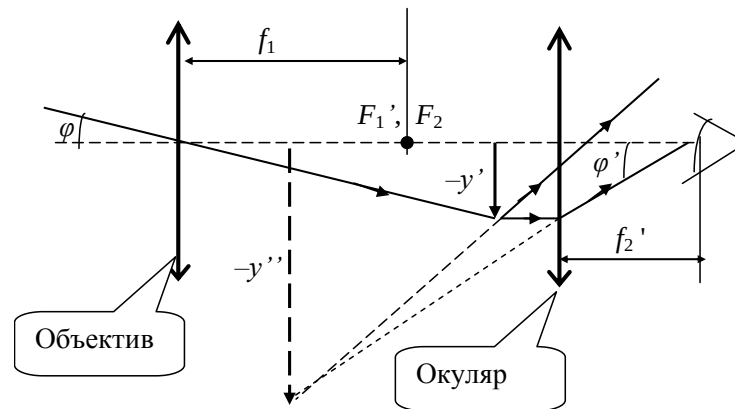


Рис. 19. Схема получения изображения в телескопе

Как можно видеть из рис. 19 $\operatorname{tg} \varphi' = \frac{-y'}{f_2'}$, а $\operatorname{tg} \varphi = \frac{-y'}{f_1'}$. Таким образом,

увеличение телескопа:

$$\Gamma = \frac{\operatorname{tg} \varphi'}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{f_1}{f_2} \quad (31)$$

Как можно видеть из этого выражения для большего увеличения телескопа необходимо, чтобы объектив имел большое фокусное расстояние. Поэтому телескопы-рефракторы обычно имеют значительную длину.

80.4. Микроскоп

В микроскопе используются две собирающие линзы. Первую линзу, расположенную ближе к объекту, называют объективом. Вторую линзу называют окуляром — через нее как через лупу рассматривают изображение, созданное объективом. Между задним фокусом объектива и передним фокусом окуляра расстояние d . Его подбирают таким образом, чтобы действительное изображение $A'B'$ объекта AB после объектива попадало почти в передний

фокус F_2 окуляра, немного ближе к окуляру. В этом случае, окуляр выступает в качестве линзы, для рассматривания изображения, созданного объективом (см. Рис. 20). Получившееся изображение $A''B''$ – перевернутое и мнимое имеет большие угловые размеры, чем угловые размеры объекта AB .

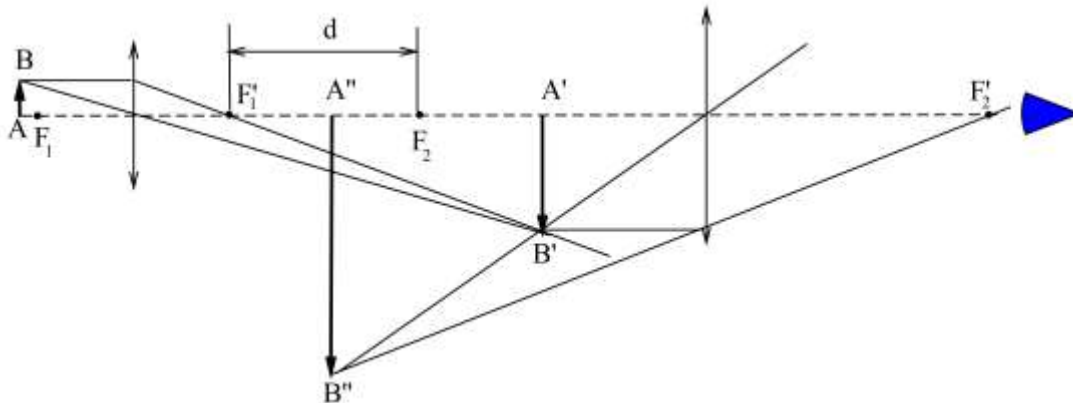


Рис. 20. Схема получения изображения в микроскопе

Увеличение микроскопа определяется (считая, что $|F_2A'|$ пренебрежимо мало) следующей формулой:

$$\Gamma = \frac{L_{нз} d}{f_1 f_2} \quad (32)$$

Можно видеть, что для большего увеличения нужно увеличивать расстояние между фокусами d , однако такое увеличение имеет предел, связанный с проявлением дифракционных эффектов, которые затрудняют получение изображения.

ЧАСТЬ 7. ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА

Оптика – это раздел физики, в котором изучаются свойства света, его физическая природа и взаимодействие с веществом. Под светом в оптике понимают электромагнитные волны с частотой ν от $1,5 \cdot 10^{11}$ до $3 \cdot 10^{16}$ Гц, соответствующие инфракрасному излучению, видимому свету и ультрафиолетовому излучению. Эту область частот принято называть **оптической областью спектра** электромагнитного излучения. Ей соответствуют длины волн λ от $2 \cdot 10^{-3}$ до 10^{-8} м. Видимому свету соответствуют длины волн от $3,8 \cdot 10^{-7}$ до $7,6 \cdot 10^{-7}$ м.. Наряду с волновыми свойствами в оптической области излучения проявляются и квантовые свойства света.

Таким образом, по современным представлениям свет обладает двойственной природой, т.е. ему присущ корпускулярно-волновой дуализм.

§81 Некоторые сведения из геометрической оптики

Геометрической оптикой называют часть оптики, в которой изучаются законы распространения света в прозрачных средах на основе представления о нем, как о совокупности световых лучей. Под лучом понимают линию, вдоль которой переносится энергия электромагнитной волны.

Основу геометрической оптики образуют четыре закона: 1) закон прямолинейного распространения света; 2) закон независимости световых лучей; 3) закон отражения света; 4) закон преломления света.

Закон прямолинейного распространения света: **в однородной среде свет распространяется прямолинейно**. Этот закон является приближенным: при прохождении света через очень малые отверстия наблюдаются отклонения от прямолинейности, тем большие, чем меньше отверстие.

Закон независимости световых лучей: **лучи при пересечении не возмущают друг друга**. Пересечения лучей не мешают каждому из них распространяться независимо друг от друга. Этот закон справедлив при не слишком больших интенсивностях света. При интенсивностях, достигаемых с помощью лазеров, независимость световых лучей перестает соблюдаться.

При падении лучей света на границу раздела двух сред происходят явления отражения и преломления световых лучей (рис. 16.1).

Углом падения называют угол α между падающим лучом А света и перпендикуляром к границе раздела двух сред, восстановленным в точке падения О.

Углом отражения называют угол γ между отраженным лучом В света и перпендикуляром к поверхности отразившей свет, восстановленным в точке падения О.

Закон отражения: 1) **угол падения α равен углу отражения γ** ; 2) **падающий луч А, отраженный луч В и перпендикуляр, восстановленный в точку падения О лежат в одной плоскости**.

Углом преломления называют угол β между лучом С, прошедшим через границу раздела двух сред, и перпендикуляром к границе, восстановленным в точке преломления 0 (рис. 16.1).

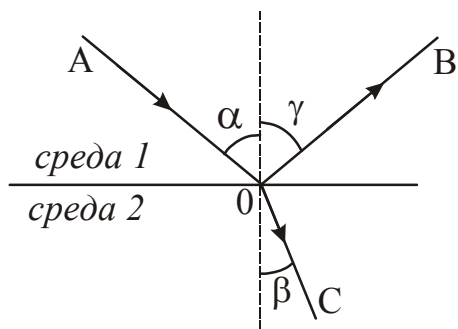


Рисунок 16.1

Закон преломления Снеллиуса: 1) **преломленный луч С, падающий луч А и перпендикуляр, восстановленный в точке падения 0 лежат в одной плоскости**; 2) **отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных двух сред**:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{21}. \quad (16.1)$$

Величина n_{21} называется **относительным показателем преломления** среды 2 относительно среды 1. Относительный показатель преломления n_{21} равен отношению абсолютных показателей преломления n_2 и n_1 этих сред:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (16.2)$$

Абсолютным показателем преломления среды называется показатель преломления среды относительно вакуума. Он равен отношению скорости света в вакууме к скорости света в данной среде:

$$n = \frac{c}{v}, \quad (16.3)$$

где $c=3 \cdot 10^8$ м/с скорость света в вакууме, v – скорость света в данной среде.

Если $n_2 > n_1$, то среда 2 называется оптически более плотной по сравнению со средой 1. Если $n_2 < n_1$, то среда 2 называется оптически менее плотной по сравнению со средой 1.

Следствия из закона Снеллиуса:

1. При переходе луча света из оптически менее плотной в оптически более плотную ($n_2 > n_1$) угол преломления β меньше угла падения α . Преломленный луч С в точке падения луча отклоняется в сторону перпендикуляра к границе раздела двух сред (рис. 16.1).

2. При переходе луча света из оптически более плотной в оптически менее плотную среду ($n_2 < n_1$) угол преломления β больше угла падения α . Преломленный луч С в точке падения луча отклоняется от перпендикуляра к границе раздела двух сред.

По мере увеличения угла падения α угол преломления β растет, оставаясь все время больше угла α . Наконец, при некотором угле падения значение угла преломления приблизится к 90° и преломленный луч пойдет по границе раздела сред (рис. 16.2а). Угол падения $\alpha_{\text{пр}}$, соответствующий углу преломления

$\beta=90^\circ$, называется **предельным углом полного отражения**. Он определяется из условия:

$$\sin \alpha_{\text{пр}} = n_{21}. \quad (16.4)$$

Если $\alpha > \alpha_{\text{пр}}$, то происходит **полное внутреннее отражение** (рис. 16.2б).

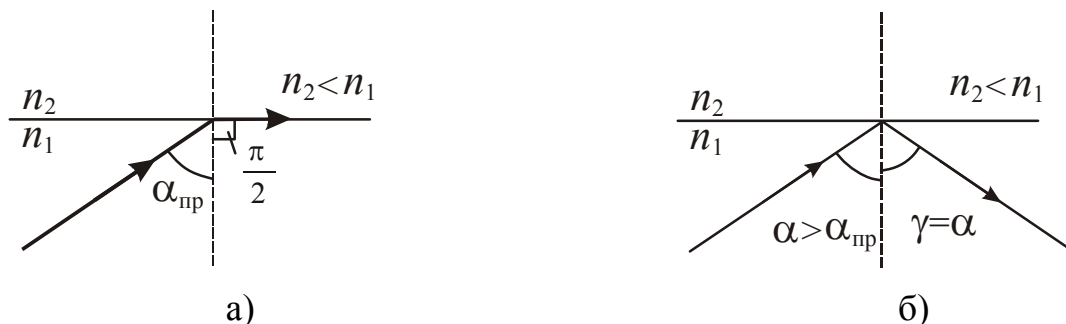


Рисунок 16.2

Волновая оптика

Волновая оптика – раздел физики, изучающий оптические явления, в которых проявляется волновая природа света. К ним относятся интерференция, дифракция, поляризация. В электромагнитной волне колеблются векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$. Как показывает опыт, физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое и другие действия света вызываются колебаниями вектора напряженности электрического поля $\vec{E}$. Поэтому вектор напряженности электрического поля называют **световым вектором**.

§82 Интерференция света

82.1 Интерференция. Когерентность

Интерференция света – это явление наложения когерентных световых волн, в результате которого происходит перераспределение энергии светового поля, т.е. образуются светлые участки (максимумы) и темные участки (минимумы) интерференционной картины.

Когерентные волны – волны, разность фаз которых в данной точке пространства остается постоянной во времени. Когерентными могут быть только волны, имеющие одинаковую частоту.

Свет от обычных источников является некогерентным. Для получения когерентных световых волн применяют метод деления света от одного источника на две или несколько волн. В каждой из них представлено излучение одних и тех же атомов источника, так что эти системы волн когерентны между собой. Затем волны проходят или разные расстояния, или идут в разных средах, после чего их вновь накладывают. Разность оптических длин путей (см. п.

17.2), проходимых интерферирующими волнами не должна быть очень большой.

Разделение света можно осуществить путем его отражения или преломления. Один из способов получения когерентных волн показан на рис. 17.1. На пути источника света помещают узкую диафрагму Д, которая выделяет узконаправленный пучок. Затем этот пучок разделяют на два с помощью преграды П с двумя маленькими отверстиями. Интерференционную картину наблюдают на экране Э.

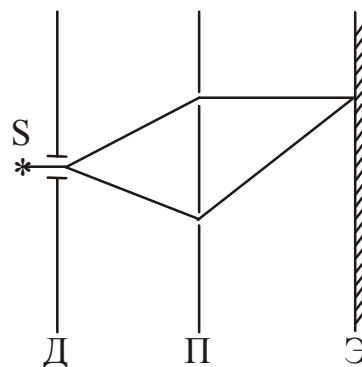


Рисунок 17.1

82.2 Условия максимумов и минимумов интерференции

Рассмотрим наложение двух световых волн, возбужденных когерентными источниками S_1 и S_2 , в точке М (рис. 17.2). Эти волны описываются уравнениями:

$$E_1(t, x_1) = A_1 \cos(\omega t - kx_1) \quad (17.1)$$

$$E_2(t, x_2) = A_2 \cos(\omega t - kx_2) \quad (17.2)$$

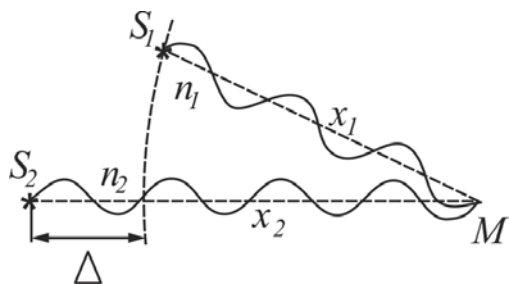


Рисунок 17.2

Амплитуду результирующего колебания определим методом векторных диаграмм:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi \quad (17.3)$$

Интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды $I \sim A^2$. С учетом этого в соотношении (17.3) заменим амплитуды через интенсивности и получим:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos \Delta\varphi \quad (17.4)$$

Если волны некогерентные, то $\Delta\varphi$ будет непрерывно меняться, а $\cos \Delta\varphi$ будет принимать с равной вероятностью любые значения от -1 до $+1$. Среднее значение $\cos \Delta\varphi$ по времени равно нулю. Отсюда можно сделать вывод, что при наложении некогерентных волн результирующая интенсивность световой волны равна сумме интенсивностей, создаваемых каждой из волн в отдельности:

$$I = I_1 + I_2 \quad (17.5)$$

Если волны когерентные, то $\cos \Delta\varphi$ имеет постоянное во времени (но свое для каждой точки пространства) значение. Если $\cos \Delta\varphi > 0$, то $I > I_1 + I_2$; если $\cos \Delta\varphi < 0$, то $I < I_1 + I_2$. Таким образом, при наложении когерентных волн происходит перераспределение энергии, в результате которого в одних областях волнового поля интенсивность волны усиливается (возникают максимумы), а в других – интенсивность уменьшается (возникают минимумы).

Установим условия наблюдения максимумов и минимумов.

1. Интенсивность максимальна, если в выражении (17.4) $\cos \Delta\varphi = 1$, или

$$\Delta\varphi = 2m\pi, \quad (17.6)$$

где $m=0, 1, 2, 3, \dots$, т.е. целое число. Число m называется порядком максимума. Условие (17.6) является условием максимумов интерференции.

2. Интенсивность минимальна, если в выражении (17.4) $\cos \Delta\varphi = -1$, или

$$\Delta\varphi = (2m + 1)\pi \quad (17.7)$$

где $m=0, 1, 2, 3, \dots$. Условие (17.7) является условием минимумов интерференции.

Условиям максимумов и минимумов можно придать другой вид. Для этого найдем разность фаз волн, описываемых уравнениями (17.1) и (17.2):

$$\Delta\varphi = \omega t - kx_1 - \omega t + kx_2 = k(x_2 - x_1) \quad (17.8)$$

Величину $x_2 - x_1 = \Delta x$ называют **геометрической разностью хода**.

$k = 2\pi/\lambda$ – волновое число.

Если интерферирующие лучи проходят через две однородные среды с различными показателями преломления n_1 и n_2 , то вместо геометрической разности хода Δx вводят понятие **оптической разности хода** Δ (рис. 17.2):

$$\Delta = n_2 x_2 - n_1 x_1, \quad (17.9)$$

где $L = n x$ – оптический путь в однородной среде.

Оптический путь – это скалярная величина, численно равная произведению показателя преломления среды на геометрический путь, пройденный волной.

Тогда, используя соотношения (17.6), (17.7), (17.8) и (17.9) и заменив волновое число через длину волны, можно получить:

$$\Delta = 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (17.10)$$

$$\Delta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (17.11)$$

где $m=0, 1, 2, \dots$, т.е. целое число.

Соотношение (17.10) определяет условие максимумов интерференции.

Максимум интерференции наблюдается, если оптическая разность хода двух волн равна четному числу полуволн.

Соотношение (17.11) определяет условие минимумов интерференции.

Минимум интерференции наблюдается, если оптическая разность хода двух волн равна нечетному числу длин волн.

Таблица 17.1. Условия максимумов и минимумов интерференции

Условие максимумов	$\Delta\varphi = 2m\pi$	$\Delta = 2m \frac{\lambda}{2}$
Условие минимумов	$\Delta\varphi = (2m + 1)\pi$	$\Delta = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$

Если волна отражается от оптически более плотной среды, то фаза колебаний вектора $\vec{E}$ изменяется на противоположную, т.е. на π . Оптический путь при этом изменится на половину длины волны.

$$L = nx - \frac{\lambda}{2} \quad \text{или} \quad L = nx + \frac{\lambda}{2} \quad (17.12)$$

§83 Интерференция в тонких пленках

Интерференцию света можно наблюдать как с помощью специальных оптических устройств, так и в естественных условиях. Примером может быть радужная окраска тонких пленок (мыльных пузырей, пленок нефти или масла на поверхности воды, прозрачных пленок оксидов на поверхностях закаленных металлических деталей и т.д.).

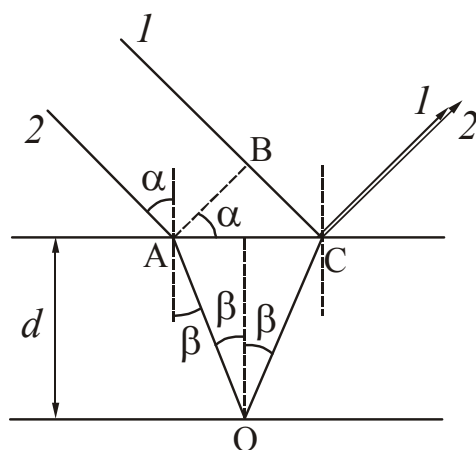


Рисунок 18.1

Образование частично когерентных волн при этом происходит из-за отражения падающего на пленку света от верхней и нижней поверхностей пленки.

Рассмотрим плоскопараллельную прозрачную пленку толщиной d , на которую падает плоская монохроматическая волна с длиной волны λ . Предположим, что по обе стороны от пленки находится одна и та же среда, например, воздух (рис. 18.1). Волну можно рассматривать как параллельный пучок лучей. Пленка отбрасывает вверх два параллельных пучка: один образовался за счет отражения от верхней грани, второй – за счет отражения от нижней грани (пучки на рис. 18.1 представлены лучами).

Разность хода, приобретаемая лучами 1 и 2 до того, как они сойдутся в точке С, равна

$$\Delta = (AO + OC) n - BC \quad (18.1)$$

где n – показатель преломления пленки.

По закону преломления

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n. \quad (18.2)$$

Проведение математических преобразований даст следующее выражение:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}. \quad (18.3)$$

В точке С отражение волны происходит от оптически более плотной среды, поэтому фаза колебаний вектора $\vec{E}$ изменяется на π . В точке О отражение происходит от оптически менее плотной среды, поэтому изменения фазы не происходит. В итоге между лучами 1 и 2 возникает дополнительная разность фаз, равная π . Ее учитывают, вычитая из оптической разности хода Δ половину длины волны. В результате получим

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2}. \quad (18.6)$$

Из формулы (18.6) следует, что при постоянных d , n , α значение Δ для всей пленки будет одним и тем же, а интенсивность отраженного от нее света одинакова для любой точки поверхности. Интерференционных полос нет, и в зависимости от значений Δ интенсивность отраженного света либо максимальна, либо уменьшается до нуля.

Для возникновения интерференционных полос в отраженном свете необходимо, чтобы либо толщина пленки d , либо угол падения α для разных точек поверхности изменялись. Соответственно, рассматривая интерференцию в тонких пленках, различают полосы равного наклона и полосы равной толщины.

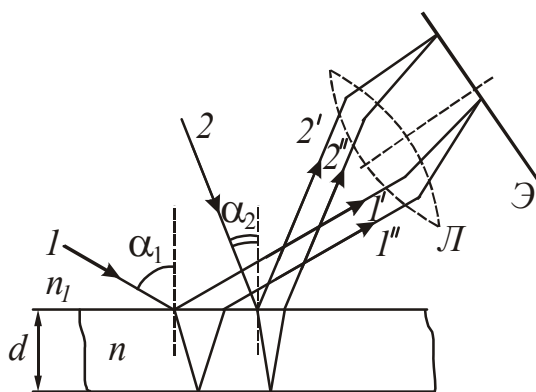


Рисунок 18.2

Полосы равного наклона наблюдаются в тех случаях, когда на плоскопараллельную тонкую пленку падает под разными углами α_1 , α_2 сходящийся (или расходящийся) пучок света (рис. 18.2). Так как толщина пленки d и ее показатель преломления n везде одинаковы, то оптическая разность хода интерферирующих лучей изменяется вдоль поверхности пленки из-за изменения угла падения α . Условия интерференции для всех лучей, падающих на поверхность пленки и отражающихся от нее под одним и тем же углом, одинаковы. Поэтому интерференционная картина в этом случае называется полосами равного наклона. Полосы равного наклона наблюдают на экране Э, который установлен в фокальной плоскости линзы Л.

Полосы равной толщины наблюдаются при отражении параллельного пучка лучей (угол падения $\alpha = \text{const}$) от тонкой прозрачной пленки, толщина которой d неодинакова в разных местах. Условия интерференции будут одинаковы в тех точках, которым соответствуют одинаковые значения d . Поэтому рассматриваемая интерференционная картина называется полосами равной толщины. Примером полос равной толщины являются кольца Ньютона.

Кольца Ньютона наблюдаются в том случае, когда выпуклая поверхность линзы малой кривизны соприкасается с плоской поверхностью хорошо отполированной пластинки, так что остающаяся между ними воздушная про-

слойка постепенно утолщается от центра к краям (рис. 18.3). Если на линзу падает пучок монохроматического света, то световые волны, отраженные от верхней и нижней границ этой воздушной прослойки, будут интерферировать между собой. При этом получается следующая картина: в центре – темное пятно, окруженное рядом концентрических светлых и черных колец убывающей ширины (рис. 18.4).

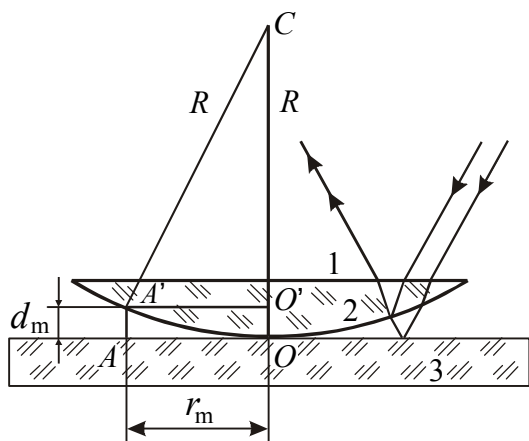


Рисунок 18.3

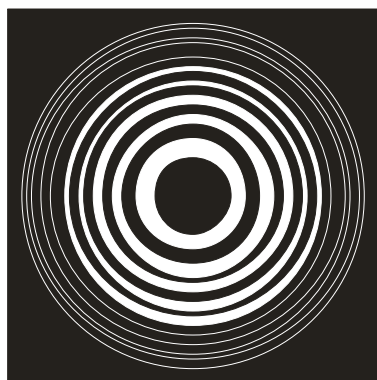


Рисунок 18.4

Рассмотрев интерференцию в отраженном свете, можно получить формулы для расчета радиуса темных колец Ньютона:

$$r_m = \sqrt{m R \lambda}. \quad (18.9)$$

Для светлых колец:

$$r_m = \sqrt{(2m + 1) R \frac{\lambda}{2}}. \quad (18.10)$$

где r_m – радиус кольца, имеющего номер m ;

R – радиус кривизны линзы.

§84 Применение интерференции

Просветление оптики. Интерференция при отражении от тонких пленок лежит в основе просветления оптики. Прохождение света через каждую преломляющую поверхность линзы сопровождается отражением примерно 4% падающего света. В сложных объективах такие отражения совершаются многократно, и суммарная потеря светового потока достигает заметной величины. В просветленной оптике для устранения отражения света на каждую свободную поверхность линзы наносится тонкая пленка вещества с показателем преломления меньшим, чем у линзы (рис. 19.1). Толщина пленки подбирается так, чтобы волны, отраженные от обеих

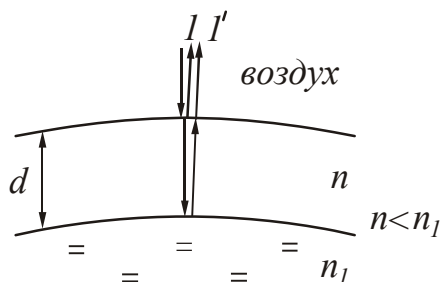


Рисунок 19.1

ее поверхностей, погашали друг друга.

Рассчитаем минимальную толщину пленки, нанесенной на поверхность линзы. Лучи 1 и 1', отраженные от верхней и нижней граней, когерентны и будут интерферировать. В соответствии с формулами (18.6) и (17.11) запишем:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}. \quad (19.1)$$

Волна дважды отражается от оптически более плотной среды. Фаза колебаний вектора $\vec{E}$ дважды изменяется на противоположную, т.е. в результате она не изменится. Это означает, что разность хода рассматриваемых лучей также не изменится.

Свет падает нормально, т.е. угол падения $\alpha = 0^\circ$, $\sin 0^\circ = 0$. С учетом этого получим:

$$2dn = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}. \quad (19.2)$$

Отсюда следует, что толщина пленки, соответствующей минимуму интенсивности отраженного света равна:

$$d = \frac{(2m + 1)\lambda}{4n}. \quad (19.3)$$

Минимальная толщина пленки будет при условии $m=0$:

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{4n}. \quad (19.4)$$

Белый свет – это свет, в котором присутствуют все длины волн видимого диапазона. Толщину пленки принято рассчитывать для средней части спектра ($\lambda \sim 550$ нм), поэтому просветленная оптика имеет сиреневатый оттенок (красная и фиолетовая части спектра не гасятся).

Гашение света не означает превращение световой энергии в другие формы. Как и при интерференции механических волн, гашение волн друг другом в данном участке пространства означает, что световая энергия сюда просто не попадает. Гашение отраженных волн, следовательно, означает, что весь свет проходит сквозь объектив.

Интерферометры. Явление интерференции используют в ряде довольно точных приборов, которые называются **интерферометрами**. Интерферометр

Жамена применяется для точных измерений изменения показателя преломления газов в зависимости от температуры, давления и влажности.

Схема интерферометра представлена на рис. 19.2. Две толстые одинаковые пластины устанавливаются параллельно друг другу. Монохроматический свет от источника S падает на поверхность первой пластины под углом, близким к 45° . Из первой пластины выйдет два луча, идущих на некотором расстоянии друг от друга.

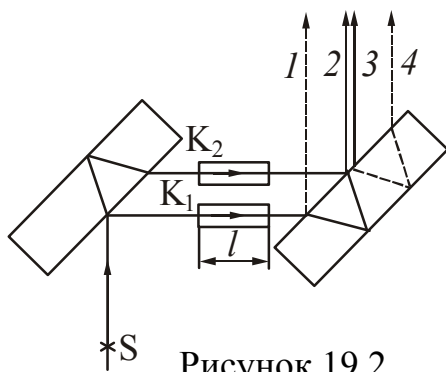


Рисунок 19.2

На их пути помещаются кюветы K_1 и K_2 . Если одну из кювет заполнить газом с известным показателем преломления, а вторую – газом, показатель преломле-

ния которого измеряется, то между лучами возникает дополнительная разность хода. Затем эти лучи падают на вторую пластинку. Из нее выходит уже четыре луча, причем второй и третий наложатся друг на друга. В результате возникновения дополнительной разности хода интерференционная картина смещается. По смещению интерференционной картины определяют изменение показателя преломления, процентное содержание примеси и т.д.

§85 Дифракция света

Дифракция обусловлена волновой природой света и наблюдаются при его распространении в среде с резко выраженными неоднородностями. В узком смысле **дифракция** – это способность световой волны огибать препятствия, размеры которых соизмеримы с длиной волны, и попадать в область геометрической тени.

Между интерференцией и дифракцией нет существенного физического различия. Оба явления заключаются в перераспределении светового потока, которое происходит при наложении когерентных волн (суперпозиции волн). Перераспределение интенсивности, возникающее в результате суперпозиции волн, возбуждаемых конечным числом дискретных когерентных источников, принято называть интерференцией волн. Перераспределение интенсивности, возникающее в результате суперпозиции волн, возбуждаемых когерентными источниками, расположенными непрерывно, принято называть дифракцией волн.

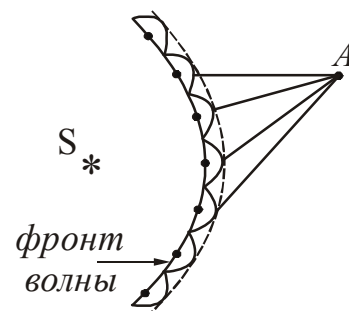


Рисунок 20.1

Приближенный метод, с помощью которого можно рассчитать закономерности дифракционных картин, называется **принципом Гюйгенса-Френеля**. Основные положения принципа Гюйгенса-Френеля:

1. Каждую точку фронта волны можно рассматривать, как источник вторичных сферических волн (рис. 20.1).
2. Вторичные волны когерентны, поэтому они интерферируют между собой.
3. Амплитуда колебаний в любой точке определяется как результат интерференции вторичных волн от бесконечного множества вторичных источников, т.е. в точке А (рис. 20.1) накладывается множество лучей.

85.1 Дифракционная решетка

Дифракционная решетка – это спектральный оптический прибор, предназначенный для разложения света в спектр и измерения длин волн. Она представляет собой плоскую стеклянную пластинку, на которую с помощью делительной машины через строго одинаковые интервалы наносят параллельные штрихи. Промежутки между штрихами прозрачны для световых лучей и играют роль щелей. Штрихи рассеивают лучи и, поэтому, являются непрозрачными. Основным параметром решетки является расстояние между серединами сосед-

них штрихов, которое называют **периодом d (постоянной) дифракционной решетки**:

$$d = a + b, \quad (20.1)$$

где a – ширина щели, b – размер препятствия (см. рис. 20.2).

На 1 мм может быть нанесено $10^3 \div 10^5$ штрихов, а период решетки может иметь значение $(1 \div 10)$ мкм.

Рассмотрим дифракцию параллельных лучей. Чтобы получить пучок параллельных лучей обычно используют небольшой источник света. Его помещают в фокусе собирающей линзы. Лучи после линзы идут параллельно друг другу. Распределение интенсивности изучают с помощью второй линзы, находящейся за решеткой и экрана, расположенного в фокальной плоскости этой линзы.

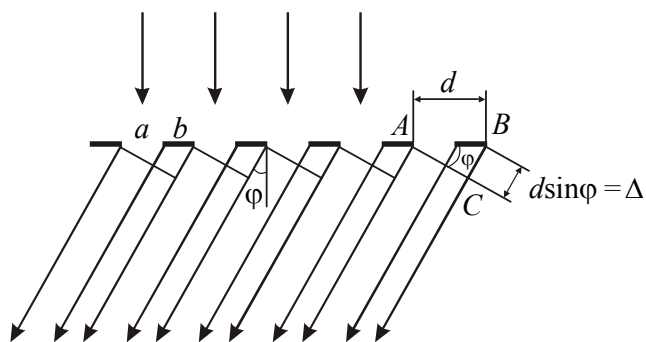


Рисунок 20.2

Пусть световая волна падает на решетку нормально (т.е. перпендикулярно ее поверхности). Из каждой щели выходят лучи по всем направлениям (рис. 20.2). Выберем из множества лучей те, которые отклонились на угол φ от первоначального направления. Угол φ называется **углом дифракции**. С помощью линзы эти лучи можно собрать в одну точку на экране (рис. 20.3). Так как в эту точку лучи приходят с некоторой постоянной разностью хода, то будет наблюдаться их интерференция.

Для того чтобы наблюдался максимум, должно быть выполнено условие:

$$\Delta = 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (20.2)$$

где Δ – разность хода лучей, λ – длина волны,

$m=0, 1, 2, 3 \dots$ – порядок (номер) дифракционного максимума.

Из прямоугольного треугольника ACB (см. рис. 20.2) можно найти разность хода лучей от соответствующих точек соседних щелей:

$$\Delta = d \sin \varphi. \quad (20.3)$$

Дифрагирующие лучи от всех других соответствующих точек соседних щелей будут иметь такую же разность хода в том же направлении. Другие пары щелей можно рассмотреть аналогичным путем

Приравняв выражения (20.2) и (20.3), получим условие главных максимумов для дифракционной решетки:

$$d \sin \varphi = m\lambda. \quad (20.4)$$

Дифракционную картину получают на экране, который располагают в фокальной плоскости собирающей линзы. Дифракционная картина будет иметь вид узких светлых полос, разделенных темными промежутками. Центральный максимум ($m=0$) имеет наибольшую интенсивность. Все другие располагаются симметрично относительно центрального максимума справа и слева. По мере удаления от центра их интенсивность уменьшается.

Согласно (20.4) положения максимумов зависят от длины волны λ . При освещении решетки белым светом на экране наблюдается неокрашенный центральный максимум нулевого порядка, а по обе стороны от него – дифракционные спектры 1-го, 2-го и т.д. порядков. Спектры имеют вид радужных полос, у которых наблюдается непрерывный переход окраски от фиолетового цвета у внутреннего края спектра к красному у внешнего края.

Дифракционные решетки характеризуют **разрешающей способностью**.

Разрешающей способностью спектрального прибора называют безразмерную величину

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}, \quad (20.5)$$

где $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ – минимальная разность длин волн двух спектральных линий, при которой эти линии воспринимаются отдельно.

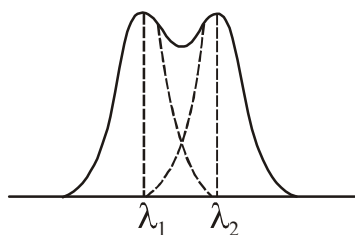


Рисунок 20.4

Разрешающую способность решетки можно рассчитать, пользуясь условием Рэлея, по которому две монохроматические спектральные линии видны отдельно в том случае, когда главный максимум одной линии попадает на место ближайшего к нему минимума второй линии (рис. 20.4). Из этого условия следует, что разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN, \quad (20.6)$$

где N – число штрихов решетки, m – порядок дифракционного максимума. В решетке большая разрешающая способность достигается за счет больших значений N , так как порядок m невелик.

85.2 Дифракция рентгеновских лучей

Пространственной, или трехмерной, дифракционной решеткой называется такая оптически неоднородная среда, неоднородности которой периодически повторяются. Примером пространственной дифракционной решетки может быть кристаллическая решетка твердого тела. Частицы, находящиеся в узлах этой решетки (атомы, молекулы, ионы), играют роль упорядоченно расположенных центров, которые когерентно рассеивают свет. Постоянные кристаллических решеток твердых тел ($d \sim 5 \cdot 10^{-10}$ м) значительно меньше длин волн видимого света ($\lambda_{\text{вид.св.}} \sim 5 \cdot 10^{-7}$ м). Поэтому для видимого света кристаллы являются оптически однородной средой. В то же время для рентгеновских лучей ($\lambda_{\text{рентг.}} = 10^{-11} \div 10^{-9}$ м) кристаллы представляют собой естественные решетки.

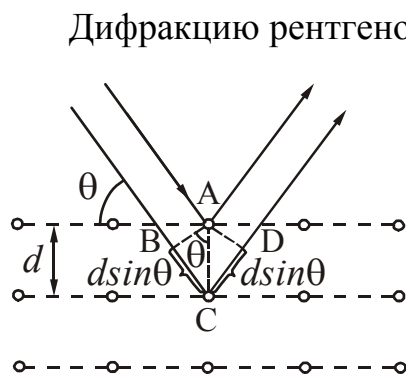


Рисунок 20.5

Дифракцию рентгеновских лучей на кристаллах можно трактовать как результат интерференции рентгеновского излучения, зеркально отражающегося от системы параллельных плоскостей. Эти плоскости проходят через узлы кристаллической решетки и называются **атомными плоскостями кристалла** (рис. 20.5). Расстояние d между соседними атомными плоскостями называется **межплоскостным расстоянием**. Угол θ между падающим лучом и атомной плоскостью кристалла называется **углом скольжения**.

Разность хода лучей, отраженных от двух соседних межатомных плоскостей

$$\Delta = BC + CD = 2d \sin \theta. \quad (20.8)$$

Для того, чтобы наблюдался максимум, должно выполняться условие:

$$\Delta = 2m \frac{\lambda}{2}. \quad (20.9)$$

Приравняв соотношения (20.8) и (20.9), получим:

$$2d \sin \theta = m \lambda. \quad (20.10)$$

Эта формула называется формулой Вульфа-Брэгга.

Дифракция рентгеновских лучей от кристаллов находит два основных применения:

1. Исследование спектрального состава рентгеновского излучения (рентгеновская спектроскопия).
2. Изучение структуры кристаллов (рентгеноструктурный анализ).

§86 Поляризация света

Электромагнитные волны являются поперечными. Это означает, что вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$ и вектор напряженности магнитного поля $\vec{H}$ ($\vec{E} \perp \vec{H}$) колеблются в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны (рис. 22.1). Как отмечалось ранее, вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$ называется световым вектором. Направление колебаний светового вектора с течением времени может изменяться.

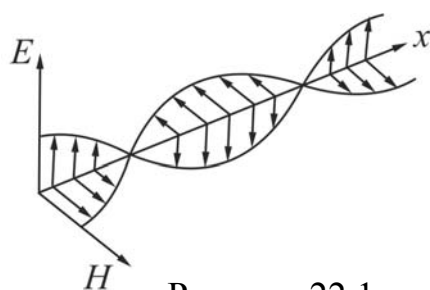


Рисунок 22.1

Если все направления колебаний светового вектора в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, равновероятны, то свет называется **неполяризованным** или **естественным**. Если колебания вектора каким-либо образом упорядочены, то свет называется **поляризованным**. Упорядочение в ориентации векторов напряженности электрического $\vec{E}$ и магнитного $\vec{H}$ полей световой волны в плоскости, перпенди-

кулярной световому лучу называется **поляризацией света**. Поляризоваться могут только поперечные волны.

Для того чтобы определить, поляризован свет или нет, используют приборы, которые пропускают свет только с определенным направлением вектора $\vec{E}$ (рис. 22.2). В зависимости от назначения их называют поляризаторами или анализаторами. Если свет неполяризованный, то при повороте анализатора вокруг горизонтальной оси интенсивность света, воспринимаемого фотоприемником, всегда одна и та же.

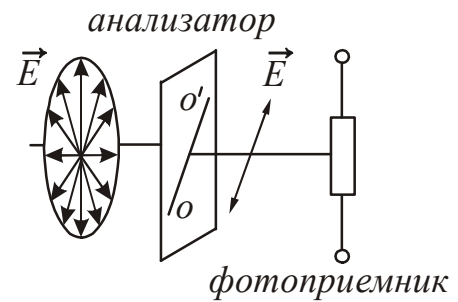


Рисунок 22.2

Кроме поляризованного света существует частично поляризованный свет. В этом случае направление светового вектора также изменяется хаотически, но имеется некоторое направление, при котором в среднем амплитуда колебаний больше. Для этого случая вводят понятие **степени поляризации**: вращая анализатор, определяют значения максимальной $I_{\max}$ и минимальной $I_{\min}$ интенсивности, воспринимаемой фотоприемником. Степень поляризации определяется выражением:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (22.1)$$

Для неполяризованного света $I_{\max} = I_{\min}$, степень поляризации $P = 0$.

Если неполяризованный свет проходит через поляризатор, то он становится линейно или плоско поляризованным светом. При этом $I_{\min} = 0$, а степень поляризации равна 1.

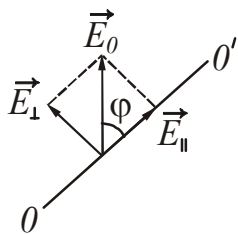


Рисунок 22.3

Плоскость, в которой происходят колебания вектора $\vec{E}$ и которая проходит через направление распространения волны, называется **плоскостью поляризации**.

Для линейно поляризованного света справедлив закон Малюса. Пусть колебания электрического вектора происходят в вертикальной плоскости и амплитуда колебаний равна E_0 (рис. 22.3). Если ось анализатора $00'$ повернута на угол φ по отношению к направлению поляризации, то к фотоприемнику пройдет свет с амплитудой

$$E_{\parallel} = E_0 \cos \varphi.$$

Интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды, поэтому

$$I = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (22.2)$$

где I_0 – интенсивность поляризованного света, падающего на анализатор;

I – интенсивность света, вышедшего из анализатора;

φ – угол между плоскостью поляризации луча, падающего на анализатор и плоскостью пропускания анализатора.

Выражение (22.2) называется **законом Малюса**.

В реальных условиях необходимо учитывать, что электромагнитные волны отражаются и поглощаются, т.е. для реальных условий закон Малюса будет выглядеть следующим образом:

$$I = I_0(1 - k) \cos^2 \varphi, \quad (22.3)$$

где k – коэффициент, учитывающий потери на отражение и поглощение.

§87 Способы получения поляризованного света

87.1 Отражение от границы раздела двух диэлектриков. Закон Брюстера

Световые лучи, проходя через границу раздела двух сред с разными показателями преломления n_1 и n_2 , испытывают отражение и преломление. Отраженный и преломленный лучи всегда оказываются частично поляризованными. В отраженном свете колебания происходят преимущественно перпендикулярно плоскости падения луча, в преломленном – в плоскости падения (рис. 23.1). Д. Брюстер экспериментально установил, что отраженный луч будет полностью поляризован, если отраженный и преломленный лучи перпендикулярны друг другу (рис. 23.2). Соответствующий угол падения называют **углом Брюстера** и обозначают α_B .

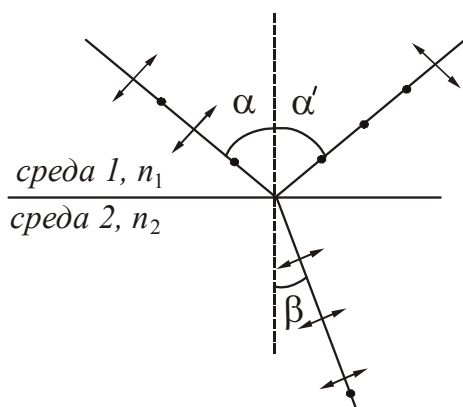


Рисунок 23.1

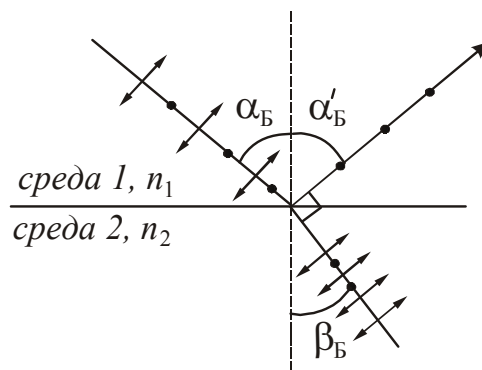


Рисунок 23.2

Угол Брюстера определяется следующим образом:

$$\operatorname{tg} \alpha_B = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \quad (23.1)$$

Выражение (23.1) называется законом Брюстера: **Свет, отраженный от границы двух диэлектриков, полностью линейно поляризован при угле падения, тангенс которого равен относительному показателю преломления среды, отражающей свет.**

87.2 Преломление света в тонкой пластинке

Так как свет, отраженный от границы раздела двух диэлектриков оказывается частично (или полностью) поляризованным, то проходящий свет также частично поляризуется. Преимущественное направление колебаний электрического вектора в прошедшем свете совпадает с плоскостью преломления луча (рис. 23.1, 23.2). Максимальная поляризация проходящего света достигается при падении под углом Брюстера.

Степень поляризации проходящего света можно повышать, подвергая его ряду последовательных отражений и преломлений. Это осуществляется в стопе, состоящей из нескольких одинаковых и параллельных друг другу пластин из прозрачного диэлектрика (например, стекла), установленных под углом Брюстера к падающему свету. Если число пластин достаточно велико, то проходящий через стопу свет оказывается тоже практически линейно поляризованным.

87.3 Двойное лучепреломление

В оптически анизотропных кристаллах наблюдается явление **двойного лучепреломления**. Это явление состоит в том, что луч света, падающий на поверхность кристалла раздваивается в нем на два преломленных луча со взаимно

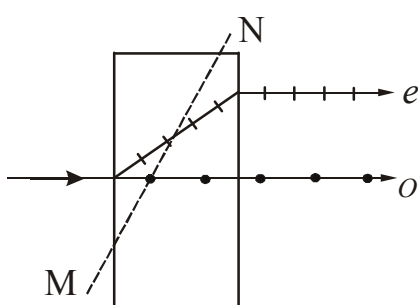


Рисунок 23.3

перпендикулярными плоскостями колебаний. Один из лучей подчиняется обычным законам преломления и удовлетворяет закону Снеллиуса, поэтому его называют обыкновенным лучом и обозначают буквой *o* (рис. 23.3). Второй луч обозначают буквой *e* и называют необыкновенным. Он не лежит в плоскости падения и не подчиняется закону Снеллиуса. Например, если даже свет падает нормально (рис. 23.3), необыкновенный луч преломляется. Кристаллы, обладающие двой-

ным лучепреломлением, подразделяются на одноосные и двуосные. У одноосных кристаллов имеется направление, вдоль которого обыкновенный и необыкновенный лучи распространяются не разделяясь. Это направление называется **оптической осью** кристалла. Оптическая ось – это не прямая линия, проходящая через какую-то точку кристалла, а определенное направление в кристалле. Любая прямая, параллельная данному направлению, является оптической осью кристалла. У двуосных кристаллов таких направлений два.

Из кристаллов, обладающих двойным лучепреломлением, изготавливают **поляризационные призмы**. Одной из них является **призма Николя**. Она вырезана из кристалла исландского шпата так, что ее грани АВ и CD параллельны оптической оси MN кристалла (рис. 23.4). Призма разрезана по диагональной плоскости АС и склеена по этой поверхности

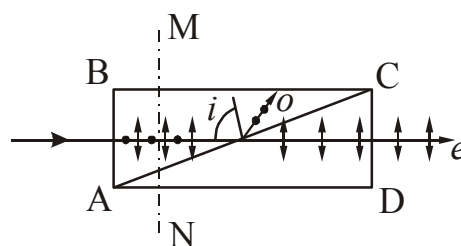


Рисунок 23.4

тонким слоем оптически изотропного вещества, которое называется канадским бальзамом. Для обыкновенных лучей канадский бальзам является средой оптически менее плотной, чем материал призмы. Для необыкновенного луча он является оптически более плотной средой. Свет падает на призму нормально к ее грани АВ. Обыкновенный и необыкновенный лучи распространяются в призме, не преломляясь, до слоя канадского бальзама. Размеры призмы подбираются таким образом, чтобы угол падения обыкновенного луча на поверхность АС был больше предельного угла внутреннего отражения. Поэтому обыкновенная волна полностью отражается от слоя канадского бальзама (луч *o* на рис. 23.4). Необыкновенный луч *e* свободно проходит через слой бальзама и вторую половину поляризационной призмы. Таким образом, поляризационная призма может быть использована как поляризатор.

§88 Вращение плоскости поляризации

При прохождении поляризованного света через некоторые вещества происходит поворот плоскости поляризации световой волны. Это явление называется **вращением плоскости поляризации**. Вещества, которые способны поворачивать плоскость поляризации падающих на них световых волн, называются **оптически активными веществами**. Оптически активными могут быть как жидкости, так и кристаллы. Например, растворы сахара, глюкозы, скипидар, киноварь, кварц и т.д. Различают правое вращение, или положительное, и левое, или отрицательное. При правом вращении плоскость поляризации поворачивается по часовой стрелке для луча, падающего в глаз наблюдателя, при левом – в противоположном направлении.

Для оптически активных жидкостей угол поворота φ плоскости поляризации определяется соотношением:

$$\varphi = [a]l/c, \quad (25.1)$$

где l – толщина слоя жидкости;

c – концентрация раствора;

$[a]$ – удельная постоянная раствора, зависящая от природы вещества.

Угол поворота плоскости поляризации кристаллическими веществами определяется соотношением:

$$\varphi = al, \quad (25.2)$$

где l – путь, пройденный лучом в кристалле;

a – постоянная вращения, зависящая от длины волны.

Если между двумя скрещенными поляризаторами поместить оптически активное вещество (кристалл кварца, прозрачную кювету с раствором сахара и т.п.), то поле зрения просветляется. Чтобы снова получить темноту, нужно повернуть один из поляризаторов на угол φ , который определяется формулами (25.1) и (25.2). В случае раствора, зная удельную постоянную вращения $[a]$ данного вещества и длину l , можно, измерив угол поворота φ , найти концентрацию раствора. Такой способ определения концентрации растворов применяют в производстве различных веществ.

Квантовая оптика

Квантовой оптикой называется раздел оптики, занимающийся изучением явлений, в которых проявляются квантовые свойства света. К таким явлениям относятся тепловое излучение, фотоэлектрический эффект, эффект Комптона.

§89 Тепловое излучение. Закон Кирхгофа

Все тела в той или иной степени излучают электромагнитные волны. Например, сильно нагретые тела светятся, а при обычных температурах являются источниками только невидимого инфракрасного излучения.

Электромагнитное излучение, испускаемое веществом и возникающее за счет его внутренней энергии, называется тепловым. Оно зависит только от температуры и оптических свойств излучающего тела.

Окружим излучающее тело оболочкой с идеально отражающей поверхностью (рис. 26.1). Воздух из оболочки удалим. Отраженное оболочкой излучение, упав на тело, поглотится им (частично или полностью). Следовательно, будет происходить непрерывный обмен энергией между телом и заполняющим оболочку излучением.

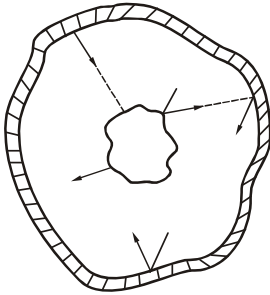


Рисунок 26.1

Если распределение энергии между телом и излучением остается неизменным для каждой длины волны, то состояние системы «тело – излучение» называется равновесным. **Тепловое излучение – единственный вид излучения, который может находиться в термодинамическом равновесии с излучающими телами.** Все остальные

виды излучения оказываются неравновесными. При равновесии расход энергии тела на тепловое излучение компенсируется за счет поглощения телом такого же количества энергии падающего на него излучения. Равновесное излучение устанавливается в адиабатически замкнутой системе, т.е. такой, которая не обменивается теплом с внешней средой. В такой системе все тела находятся при одной и той же температуре.

89.1 Характеристики теплового излучения

В физической литературе нет единой терминологии в отношении величин, характеризующих тепловое излучение. Поэтому мы приводим в скобках второе название физической величины.

Энергетический поток (Φ_ν) – скалярная физическая величина, равная энергии электромагнитного излучения всех участков спектра, излучаемой за единицу времени:

$$\Phi_\nu = \frac{dW}{dt}.$$

Для средних величин

$$\Phi_\nu = \frac{W}{t}. \quad (26.1)$$

$$[\Phi_9] = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}.$$

Энергетическая светимость (излучательность) (R_9) – скалярная физическая величина, равная энергии, излучаемой с единицы поверхности за единицу времени во всем диапазоне длин волн (от 0 до ∞):

$$R_9 = \frac{d\Phi}{dS}.$$

Для средних величин

$$R_9 = \frac{W}{St}. \quad (26.2)$$

$$[R_9] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \text{с}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Спектральная плотность энергетической светимости (испускательная способность) ($r_{\lambda, T}$) – скалярная физическая величина, равная энергии, излучаемой с единицы поверхности за единицу времени в единичном интервале, выбранном вблизи заданной длины волны:

$$r_{\lambda, T} = \frac{dR_9}{d\lambda}. \quad (26.3)$$

$$[r_{\lambda, T}] = \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \text{с} \cdot \text{м}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3}.$$

Значение спектральной плотности энергетической светимости (испускательной способности) зависит от длины волны, температуры, химического состава тела и состояния его поверхности. Энергетическая светимость (излучательность) и спектральная плотность энергетической светимости (испускательная способность) связаны соотношением

$$R_9 = \int_0^{\infty} r_{\lambda, T} d\lambda. \quad (26.4)$$

Поглощательная способность (монохроматический коэффициент поглощения) ($\alpha_{\lambda, T}$) – безразмерная физическая величина, показывающая какая доля энергии электромагнитных волн, падающих на тело, поглощается им:

$$\alpha_{\lambda, T} = \frac{dW_{\text{погл}}}{dW_{\text{пад}}}. \quad (26.5)$$

По определению поглощательная способность не может быть больше единицы. Поглощательная способность реальных тел зависит от свойств вещества и спектрального состава падающего излучения.

89.2 Классификация тел

Абсолютно черным телом называется тело, которое полностью поглощает все падающее на него излучение независимо от его спектрального состава и направления падающего излучения, ничего не отражая и не пропуская. Следовательно, поглощательная способность абсолютно черного тела тождественно равна единице:

$$\alpha_{\lambda, T, S} \equiv 1. \quad (26.6)$$

Индекс s – это первая буква немецкого слова *schwarz* – *черный*.

Абсолютно черных тел в природе не существует. Сажа и платиновая чернь имеют поглощательную способность, близкую к единице, но в ограниченном интервале длин волн. В далекой инфракрасной области их поглощательная способность меньше единицы.

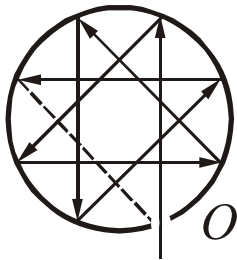


Рисунок 26.2

Моделью абсолютно черного тела может служить почти замкнутая полость с небольшим отверстием (рис. 26.2). Излучение, проникшее внутрь полости через отверстие O , многократно отражается от стенок. При каждом отражении часть энергии поглощается. В результате чего практически все излучение любой частоты полностью поглощается стенками полости независимо от материала.

В теории теплового излучения наряду с понятием абсолютно черного тела часто пользуются другой идеализированной моделью реальных тел – серым телом.

Серым телом называется тело, поглощательная способность которого меньше единицы и не зависит от длины волны (частоты) излучения и от абсолютной температуры.

Энергия $dW_{\text{пад}}$, падающая на непрозрачное тело, равна сумме отраженной $dW_{\text{отр}}$ и поглощенной $dW_{\text{погл}}$ энергий:

$$dW_{\text{пад}} = dW_{\text{погл}} + dW_{\text{отр}}.$$

Разделив это соотношение на $dW_{\text{пад}}$, получим:

$$\alpha_{\lambda, T} + \rho_{\lambda, T} = 1. \quad (26.7)$$

где

$$\rho_{\lambda, T} = \frac{dW_{\text{отр}}}{dW_{\text{пад}}}, \quad (26.8)$$

величина, называемая отражательной способностью.

Отражательная способность ($\rho_{\lambda, T}$) – безразмерная физическая величина, показывающая, какая доля энергии электромагнитных волн, падающих на тело, отражается им.

Отражательная $\rho_{\lambda,T}$ способность зависит от свойств вещества и спектрального состава падающего излучения. Для реальных тел :

$$0 < \alpha_{\lambda,T} < 1 \quad \text{и} \quad 0 < \rho_{\lambda,T} < 1. \quad (26.9)$$

Отражательная способность абсолютно черного тела равна нулю, т.е. $\rho_{\lambda,T,S} = 0$. Непрозрачные тела, у которых поглощательная способность равна нулю, не излучают и не поглощают электромагнитных волн: они полностью отражают падающее на них излучение. Если отражение при этом происходит по законам геометрической оптики, то тело называется **зеркальным**. Для зеркальных тел:

$$\rho_{\lambda,T} \equiv 1, \quad \alpha_{\lambda,T} \equiv 0. \quad (26.10)$$

Абсолютно зеркальных тел в природе также не существует. Близкой к зеркалу является поверхность серебра ($\rho_{\lambda,T} \approx 0,95$).

89.3 Закон Кирхгофа

Между испускательной и поглощательной способностями непрозрачного тела имеется связь. Рассмотрим следующий эксперимент. Пусть внутри замкнутой вакуумированной оболочки, температура которой постоянна, находятся несколько тел (рис. 26.3). Эти тела могут обмениваться энергией между собой и оболочкой только путем испускания и поглощения электромагнитных волн. Опыт показывает, что через некоторое время все тела примут одинаковую температуру, равную температуре оболочки T . В таком состоянии тело, обладающее большей испускательной способностью $r_{\lambda,T}$ теряет больше энергии, чем то тело, у которого испускательная способность меньше. Так как температура тел не меняется, то тело, испускающее больше энергии, должно больше ее поглощать, т.е. обладать большей поглощательной способностью.

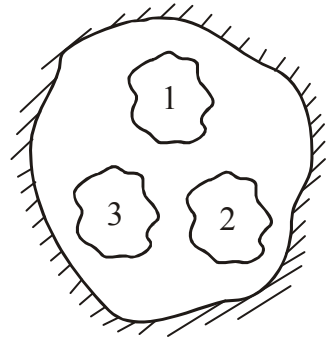


Рисунок 26.3

Таким образом, чем больше испускательная способность $r_{\lambda,T}$ тем больше поглощательная способность $\alpha_{\lambda,T}$. В 1895 году немецкий физик Кирхгоф установил, что

Отношение испускательной способности к поглощательной способности не зависит от природы тел, а является для всех тел одной и той же универсальной функцией длины волны и температуры.

$$\left(\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}} \right)_1 = \left(\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}} \right)_2 = \left(\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}} \right)_3 = \dots = f(\lambda, T), \quad (26.11)$$

где индексы 1, 2, 3 ... относятся к разным телам. Соотношение (26.11) называется законом Кирхгофа.

Для абсолютно черного тела поглощательная способность $\alpha_{\lambda,T,S} \equiv 1$. Следовательно, из соотношения (26.11) вытекает, что испускательная способность $r_{\lambda,T}$ для такого тела равна $f(\lambda,T)$. Таким образом, универсальная функция Кирхгофа – это испускательная способность абсолютно черного тела.

После установления закона Кирхгофа стало очевидным, что первоочередная задача теории теплового излучения – найти, как испускательная способность абсолютно черного тела $r_{\lambda,T,S}$ зависит от длины волны λ и температуры T .

Разлагая излучение полости с очень маленьким отверстием в спектр и измеряя интенсивность различных участков спектра, удалось экспериментально найти вид функции $f(\lambda,T)$. Результаты этого эксперимента представлены на графике (рис. 26.4). Из анализа графика были сделаны следующие выводы.

1. Энергетический спектр теплового излучения является непрерывным, т.е. в нем присутствуют все длины волн от 0 до ∞ .
2. В области малых и больших длин волн излучение мало.
3. Кривые имеют максимумы, т.е. существует длина волны, при которой лучеиспускательная способность абсолютно черного тела принимает наибольшее значение. С повышением температуры максимум смещается в сторону более коротких длин волн.
4. Площадь, охватываемая кривой, дает излучательность абсолютно черного тела при соответствующей температуре.
5. Излучательность абсолютно черного тела сильно возрастает с температурой.

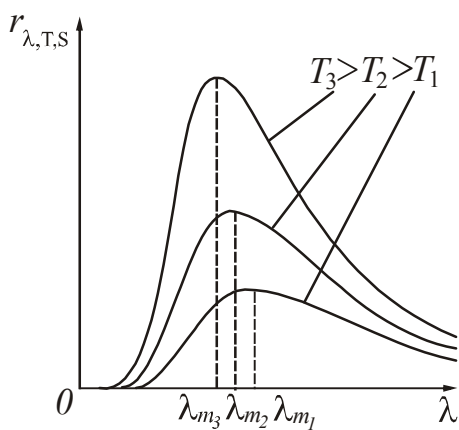


Рисунок 26.4

На основе этих выводов и других экспериментов был установлен ряд законов теплового излучения.

§90 Законы Стефана – Больцмана и Вина

По закону Стефана – Больцмана **излучательность (энергетическая светимость) абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры:**

$$R_{\lambda} = \sigma T^4, \quad (27.1)$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²К⁴) – постоянная Стефана – Больцмана.

Для серых тел этот закон применяют в следующем виде:

$$R_{\lambda} = \alpha \sigma T^4, \quad (27.2)$$

где α – коэффициент монохроматического поглощения (поглощательная способность).

В. Вин нашел положение максимума функции и зависимость максимального значения испускательной способности абсолютно черного тела от температуры.

Длина волны, на которую приходится максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости (испускательной способности) абсолютно черного тела, обратно пропорциональна его абсолютной температуре:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \quad (27.3)$$

где $b=2,9 \cdot 10^{-3}$ м·К – постоянная Вина.

Выражение (27.3) называют законом смещения Вина.

Максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости (испускательной способности) абсолютно черного тела пропорционально пятой степени его абсолютной температуры:

$$(r_{\lambda,T})_{\max} = cT^5, \quad (27.4)$$

где $c=1,3 \cdot 10^{-5}$ Вт/(м³·К⁵) – постоянная величина.

Выражение (27.4) называют вторым законом Вина.

Все попытки теоретического обоснования экспериментально найденного вида функции Кирхгофа $f(\lambda, T) = r_{\lambda,T,S}$ в рамках классической физики оказались безуспешными.

§91 Гипотеза Планка. Формула Планка

В 1900 году М. Планк выдвинул новую гипотезу о природе излучения. Суть этой гипотезы заключается в следующем:

Электромагнитное излучение испускается в виде отдельных порций энергии (квантов), величина которых пропорциональна частоте излучения.

Энергия кванта:

$$\varepsilon = h\nu, \quad (28.1)$$

где ν – частота излучения.

Коэффициент пропорциональности h впоследствии был назван постоянной Планка.

$$h=6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

Используя соотношение, связывающее скорость, длину волны и частоту $c = \lambda\nu$, энергию кванта можно выразить формулой

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}. \quad (28.2)$$

На основе своей гипотезы М. Планк разработал квантовую теорию теплового излучения. Ему удалось найти правильное выражение для функции Кирхгофа, т.е. получить формулу для расчета испускательной способности абсолютно черного тела $r_{\lambda,T,S}$. Эта формула имеет вид:

$$r_{\lambda,T,S} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1}, \quad (28.3)$$

где c – скорость света;
 k – постоянная Больцмана.

Формула (28.3) называется **формулой Планка**. Кривые, рассчитанные по этой формуле, совпали с экспериментально полученными кривыми (рис. 26.4).

Если в выражение $R_\lambda = \int_0^\infty r_{\lambda,T} d\lambda$ (см. формулу (26.4)) подставить значение испускательной способности в соответствии с формулой Планка и проинтегрировать, то можно получить закон Стефана – Больцмана. Если взять производную функции $r_{\lambda,T,S}$ по длине волны λ и приравнять ее к нулю, то можно рассчитать b – постоянную Вина. Полученное значение совпадает с экспериментальным значением. Это является подтверждением правильности теории Планка.

Таким образом, можно утверждать, что **свету, кроме волновых свойств, присущи также и корпускулярные свойства**.

§92 Оптическая пирометрия

Установление законов Стефана – Больцмана и Вина позволило создать приборы для измерения температуры, работающие без контакта с раскаленными телами. Совокупность методов измерения температуры, основанных на законах теплового излучения, называется **оптической пирометрией**. Приборы, применяемые для этого, называются **пирометрами**.

Действие **радиационных пирометров** основано на фокусировке излучения раскаленной поверхности на некотором теплоприемнике. Яркость резкого (сфокусированного) изображения не зависит от расстояния до объекта, если оно велико по сравнению с фокусным расстоянием объектива. Создаваемое объективом изображение должно полностью перекрывать теплоприемник. Предварительно пирометр градуируют по абсолютно черному телу. Но, поскольку излучательность раскаленной поверхности меньше излучательности абсолютно черного тела (по закону Кирхгофа), измеренная радиационная температура оказывается меньше действительной. Соответствующие поправочные коэффициенты имеются в справочниках.

Действие **яркостных пирометров** основано на сравнении яркости свечения тела, температура которого измеряется, и некоторого другого – нити лампы накаливания. Наблюдение ведется через красный светофильтр ($\lambda=660$ нм). Пирометр градуируется по абсолютно черному телу – при изменении тока накала по находящейся в поле наблюдения шкале считывается температура черного тела, при которой нить «исчезает». Так как излучательность реального тела при той же температуре меньше, чем излучательность черного тела, то для достижения равенства их яркостей реальное тело должно быть нагрето сильнее. Яркостная температура оказывается завышенной.

Применение этих пирометров связано с металлургией. На фоне изображения светящегося окошка доменной или мартеновской печи наблюдается нить накаливания. Регулируя ток через лампочку, добиваются уравнивания их яркостей в красном свете. При этом нить лампочки становится невидимой, поэтому такой пирометр называется пирометром с «исчезающей нитью».

§93 Внешний фотоэлектрический эффект. Законы фотоэффекта

Внешним фотоэффектом называется явление испускания электронов поверхностью вещества под действием света. Электроны, вылетающие из вещества, называются **фотоэлектронами**, а электрический ток, образуемый ими при движении во внешнем электрическом поле, называется **фототоком**. Открыто явление Г. Герцем в 1887 году, основные закономерности установлены в 1888-1889 годах А. Н. Столетовым.

Исследование закономерностей фотоэффекта можно провести с помощью установки, схема которой изображенной на рис. 30.1. Для изучения фотоэффекта

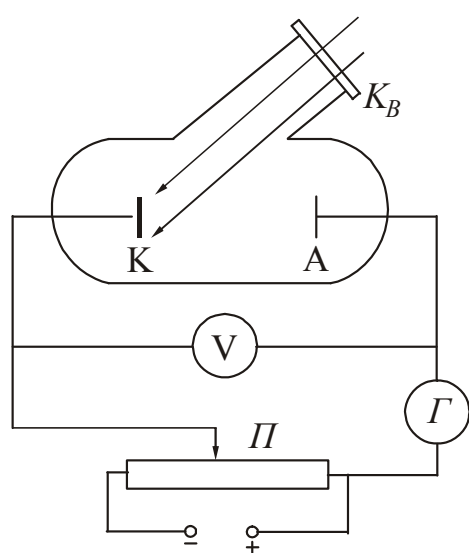


Рисунок 30.1

пользуются вакуумной трубкой, так как даже ничтожные загрязнения поверхности металла существенно влияют на эмиссию электронов под действием света. Свет, проникающий через кварцевое окошко K_B , освещает катод К. Электроны, испущенные вследствие фотоэффекта, перемещаются под действием электрического поля к аноду А. В результате в цепи прибора течет фототок, измеряемый гальванометром Г. Напряжение между анодом и катодом можно изменять с помощью потенциометра П.

Полученная зависимость фототока I от напряжения между электродами U (вольтамперная характеристика) представлена на рис. 30.2. Характеристика снималась при неизменном световом потоке Φ .

Из анализа этой кривой можно сделать следующие выводы:

1. При некотором не очень большом напряжении фототок достигает насыщения. Это значит, что все электроны, испущенные катодом, попадают на анод. Сила тока насыщения I_n будет определяться количеством электронов, испускаемых катодом в единицу времени под действием света.
2. Пологий ход кривой указывает на то, что электроны вылетают из катода с различными по величине скоростями. При напряжении $U=0$ часть электронов долетает до анода «самостоятельно», без помощи ускоряющего поля.
3. Для того чтобы обратить силу тока в нуль, нужно приложить **задерживающее** напряжение U_3 . При таком напряжении ни одному из электронов, даже обладающему при вылете из катода наибольшим значением скорости $v_{\max}$ не удастся достигнуть анода.

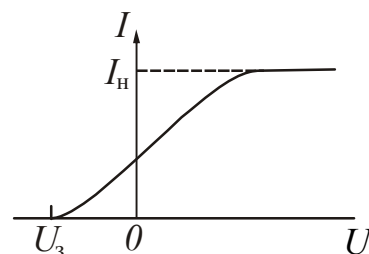


Рисунок 30.2

На основании экспериментов были установлены следующие законы фотоэффекта.

1. Фототок насыщения пропорционален световому потоку при неизменном спектральном составе света, падающего на анод.
2. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов линейно зависит от частоты падающего света и не зависит от его интенсивности.
3. Для каждого вещества существует минимальная частота света ν_0 при которой еще возможен фотоэффект. При $\nu < \nu_0$ (или при $\lambda > \lambda_0$) фотоэффекта нет. Длину волны λ_0 называют **красной границей фотоэффекта**.

Фотоэффект – явление безынерционное. Это означает, что между началом освещения и моментом возникновения фотоэффекта не протекает заметного времени. Опыты, произведенные в последнее время, показывают, что промежуток времени между началом освещения и появлением фототока не превышает 10^{-9} с.

С точки зрения волновых представлений о свете фотоэффект объяснить не удалось. А. Эйнштейн высказал гипотезу о том, что свет не только излучается, но также распространяется в пространстве и поглощается веществом в виде отдельных квантов электромагнитного излучения. Квант оптического диапазона излучения называют **фотоном**.

Все фотоны монохроматического света частоты ν имеют одинаковую энергию

$$\varepsilon = h\nu, \quad (30.1)$$

где h – постоянная Планка.

В случае поглощения света веществом каждый поглощенный фотон передает всю свою энергию электрону. Часть этой энергии электрон затрачивает на совершение работы выхода $A_{\text{вых}}$ из вещества. **Работой выхода** называется минимальная энергия, которую необходимо сообщить электрону для того, чтобы удалить его из твердого или жидкого тела в вакуум. Остаток энергии образует кинетическую энергию электрона, покинувшего вещество. В этом случае по закону сохранения энергии должно выполняться соотношение

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}, \quad (30.2)$$

которое называется уравнением Эйнштейна для фотоэффекта.

Из уравнения Эйнштейна непосредственно вытекает второй закон фотоэффекта:

$$\frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = h\nu - A_{\text{вых}}, \quad (30.3)$$

то есть максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона линейно зависит от частоты, так как работа выхода для данного вещества величина постоянная.

При $\nu = \nu_0$ кинетическая энергия обращается в нуль. При этом

$$h\nu_0 = A_{\text{вых}}, \quad (30.4)$$

то есть красная граница фотоэффекта будет определяться природой вещества.

Если приложить задерживающее напряжение U_3 , то фототок обращается в нуль. При этом работа электрического поля будет равна максимальной кинетической энергии вылетевших фотоэлектронов.

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = eU_3, \quad (30.5)$$

m – масса электрона; e – заряд электрона.

Сделав замену в уравнении (30.2), получим еще одну форму записи уравнения Эйнштейна:

$$h\nu = A_{\text{вых}} + eU_3. \quad (30.6)$$

§94 Фотон. Свойства фотона

Фотон – это электрически нейтральная элементарная частица, не имеющая массы покоя и движущаяся со скоростью света. Рассмотрим основные отличительные свойства фотона и его особенности.

1. Скорость фотона всегда равна c – скорости света в вакууме. Поэтому все, чем характеризовалась скорость света, относится и к фотону, так как фотон и есть свет: скорость фотона одинакова во всех инерциальных системах отсчета, не зависит от скорости движения источника и приемника света.

2. Энергия фотона определяется частотой соответствующей электромагнитной волны.

$$\varepsilon = h\nu. \quad (31.1)$$

3. Фотон – ультрарелятивистская частица. В отличие от частиц вещества (протонов, нейтронов, электронов и других элементарных частиц), скорость которых всегда меньше скорости света и которые обладают массой покоя, отличной от нуля, фотон не имеет массы покоя. Покажем это. Из законов релятивистской механики известна зависимость массы от скорости движения:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (31.2)$$

где m_0 – масса покоя частицы. Из (31.2) найдем m_0 :

$$m_0 = m \sqrt{1 - v^2/c^2}. \quad (31.3)$$

Фотон движется со скоростью света, т.е. $v = c$. Из (31.3) следует, что при $v = c$

$$m_0 = 0.$$

Это означает, что фотон существует только в движении.

4. Фотон не подчиняется законам Ньютона, так как у него нет массы покоя. Это означает, что его нельзя ни ускорить, ни замедлить и никакие силы на

него не действуют. Искривление световых лучей в поле тяготения Солнца и звезд объясняется не притяжением фотонов, а изменением геометрии пространства-времени, благодаря чему кратчайшее расстояние между двумя точками оказывается уже не прямой, а кривой линией.

5. Массу фотона найдем из формулы взаимосвязи массы и энергии. По формуле Эйнштейна $\varepsilon = mc^2$. С другой стороны энергия фотона $\varepsilon = h\nu$. Приравняв эти соотношения, найдем массу фотона

$$m = \frac{h\nu}{c^2}. \quad (31.4)$$

6. Фотон обладает импульсом.

$$p = mc = \frac{h\nu}{c}. \quad (31.5)$$

Используя соотношение, связывающее скорость, длину волны и частоту: $c = \lambda\nu$, импульс фотона можно выразить формулой

$$p = \frac{h}{\lambda}, \quad (31.6)$$

где ν и λ – соответственно частота и длина световой волны.

Это указывает на связь корпускулярных и волновых свойств света: p – импульс частицы, ν и λ характеристики волны.

7. Фотон не делится на части. Он испускается, отражается, преломляется, поглощается только целиком.

Принятие фотонной теории света не означает возврата к корпускулярной теории. С точки зрения Ньютона и его последователей, световые корпускулы рассматривались как обычные частицы, подчиняющиеся законам ньютоновской механики. Фотон принципиально отличается от классической корпускулы тем, что его свойства неразрывно связаны с электромагнитной волной: его энергия и импульс полностью определяются частотой (или длиной) волны.

Таким образом, фотон обладает двойственными свойствами – как корпускулярными, так и волновыми.

§95 Эффект Комптона

Наиболее отчетливо корпускулярные свойства света проявляются в явлении, которое было открыто в 1923 году и называется эффектом Комптона. Суть явления заключается в следующем. Если на рассеивающее вещество направить пучок монохроматического рентгеновского излучения, то длина волны λ' рассеянного излучения окажется больше длины волны λ падающего.

Схема опыта Комптона представлена на рис. 32.1. Выделяемый диафрагмами пучок монохроматического рентгеновского излучения направлялся на рассеивающее вещество РВ. Спектральный состав исследовался с помощью рентгеновского спектрографа, состоящего из кристалла $K\alpha$ и ионизационной камеры ИК. Разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ оказалась зависящей только от угла θ , образу-

емого направлением рассеянного излучения с направлением первичного пучка. От длины волны λ и от природы рассеивающего вещества изменение длины волны $\Delta\lambda$ не зависит.

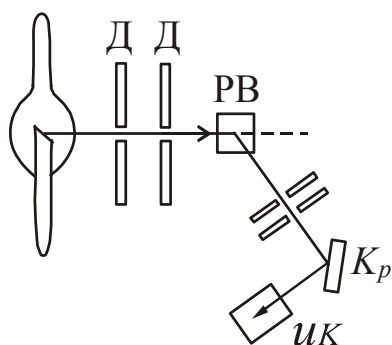


Рисунок 32.1

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta), \quad (32.1)$$

где θ – угол рассеяния, т.е. угол между направлением первоначального и рассеянного пучков; m_0 – масса покоя частицы, на которой происходило рассеяние. Обозначим

$$\frac{h}{m_0 c} = \lambda_C \quad (32.2)$$

и назовем λ_C – комптоновской длиной волны.

Подстановка в (32.2) значений h , m_0 , c дает для электрона значение

$$\lambda_C = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м.}$$

Эффект Комптона можно объяснить, рассматривая рассеяние как процесс упругого столкновения рентгеновских фотонов с практически свободными электронами. Свободными можно считать слабее всего связанные с атомами электроны. Энергия связи этих электронов значительно меньше той, которую фотон может передать электрону при соударении.

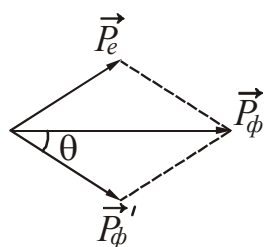


Рисунок 32.2

При упругом взаимодействии должны выполняться законы сохранения импульса (рис. 32.2) и энергии. До столкновения энергия электрона равна $m_0 c^2$ (энергия покоя), импульс равен нулю. После столкновения энергия электрона равна mc^2 , импульс электрона становится равным $\vec{p}_e$. Фотон до столкновения имел импульс $\vec{p}_\phi$, энергию $h\nu$. После столкновения импульс фотона станет равным $\vec{p}'_\phi$, а энергия $h\nu'$.

Тогда можно записать следующие соотношения, выражающие законы сохранения импульса и энергии соответственно:

$$\vec{p}_\phi = \vec{p}'_\phi + \vec{p}_e \quad (32.2)$$

$$m_0 c^2 + h\nu = mc^2 + h\nu' \quad (32.3)$$

Решение данной системы уравнений позволяет получить уравнение (32.1). Таким образом, из теории Комптона следует, что фотон передает электрону часть своей энергии и часть своего импульса. В результате уменьшения энергии падающего фотона длина волны рассеянного фотона увеличивается.

ЧАСТЬ 8. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

Элементы квантовой механики

Квантовая механика – это физическая теория явлений и процессов микромира. Под микромиром понимают совокупность объектов, линейные размеры которых порядка $10^{-8} - 10^{-15}$ м. Возникла квантовая механика в связи с развитием экспериментальных исследований по изучению свойств теплового излучения, фотоэффекта, закономерностей атомных спектров.

§96 Гипотеза де Бройля

Законы классической механики и классической электродинамики оказались непригодными для описания поведения микрочастиц. Необходимо было пересмотреть представление об электроны в виде механической частицы, характеризующейся определенными координатами и определенной скоростью.

В процессе изучения природы света выяснилось, что в оптических явлениях наблюдается корпускулярно-волновой дуализм. Интерференция, дифракция и поляризация говорят о волновой природе света, а фотоэффект и эффект Комптона – о корпускулярной.

В 1924 году Луи де Бройль выдвинул гипотезу о том, что **корпускулярно-волновая двойственность свойств имеет универсальный характер, т.е. частицы вещества наряду с корпускулярными свойствами имеют также и волновые**. Согласно гипотезе де Бройля, движение электрона или какой-либо другой частицы связано с волновым процессом, длина волны которого равна

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad (33.1)$$

где h – постоянная Планка, $p = mv$ – импульс частицы.

Если гипотеза справедлива, то должна наблюдаться дифракция микрочастиц.

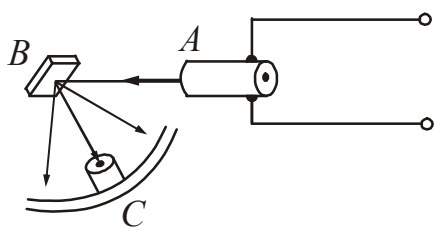


Рисунок 33.1

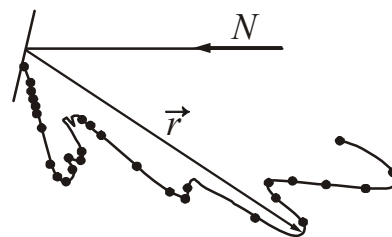


Рисунок 33.2

В 1927 году Дэвиссон и Джермер изучали рассеяние электронов на монокристалле никеля. Схема установки представлена на рис. 33.1. В электронной пушке A создавался поток электронов, который направлялся на кристалл никеля B. Скорость электронов определялась ускоряющим напряжением, созданным внутри пушки. Никелевую мишень можно было вращать вокруг оси, перпендикулярной плоскости рисунка. Приемник электронов C вращался вокруг той же

оси и регистрировал электроны, рассеянные мишенью по всем направлениям. Если бы электроны вели себя как классические частицы, то они должны были бы отражаться от мишени в соответствии с законами геометрической оптики. Но оказалось, что интенсивность рассеянных электронов различна по разным направлениям – имеются максимумы и минимумы числа электронов, рассеянных под разными углами, то есть наблюдалась дифракция.

На рис. 33.2 дана диаграмма рассеяния по направлениям числа электронов, рассеянных мишенью B относительно падающего пучка электронов N . Длина радиус-вектора $\vec{r}$, проведенного из центра мишени, пропорциональна числу электронов, рассеянных в данном направлении. Видно, что существуют максимумы и минимумы числа электронов, рассеянных под разными углами. Результаты опытов Дэвиссона и Джермера можно объяснить, используя идею де Бройля о волновых свойствах частиц. Зная ускоряющую разность потенциалов $U_{\text{уск}}$, можно рассчитать скорость электронов:

$$v = \sqrt{\frac{2eU_{\text{уск}}}{m}},$$

где e – заряд электрона, m – масса электрона.

Затем по формуле (33.1) можно найти соответствующую длину волны де Бройля:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2emU_{\text{уск}}}}.$$

Если пучок электронов обладает волновыми свойствами, то он должен отражаться от кристалла никеля так же, как и рентгеновское излучение, т.е. должно выполняться условие Вульфа – Брэгга:

$$2d \sin \theta = m\lambda,$$

где d – межплоскостное расстояние, известное из рентгенографических исследований. Подстановка реальных данных (значений d, θ) дала значение длины волны, совпадающее с длиной волны де Бройля.

Волновые свойства электронов также были обнаружены в опытах П.С. Тартаковского и Дж. П. Томсона. Была получена дифракционная картина электронного пучка, проходящего через тонкую (толщиной порядка 10^{-7} м) металлическую фольгу. Опыт осуществлялся следующим образом (рис. 33.3). Пучок электронов, ускоренных разностью потенциалов порядка нескольких десятков киловольт, проходил через фольгу и попадал на фотопластинку. Электрон при ударе о фотопластинку оказывает на нее такое же действие, как и фотон. Полученная таким образом электронограмма золота представлена на рис. 33.4.

Пользуясь подобными фотографиями, Томсон проверил формулу де Бройля и определил по формуле Вульфа – Брэгга период кристаллической решетки металла, через который проходили электроны. Результаты совпали с известными ранее данными рентгеноструктурного анализа.

Таким образом, идея де Бройля о волновых свойствах частиц получила экспериментальное подтверждение.

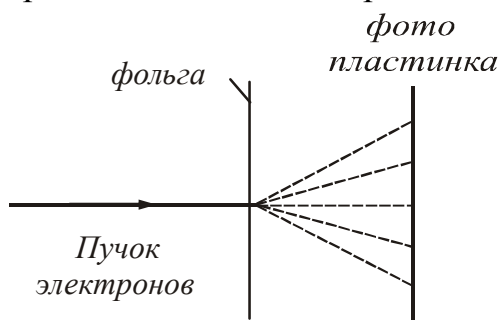


Рисунок 33.3

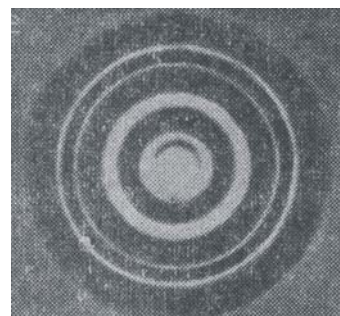


Рисунок 33.4

§97 Вероятностный смысл волн де Бройля. Волновая функция

Волны де Бройля, связанные с движущимися частицами вещества, не являются электромагнитными, то есть их распространение не связано с распространением какого-либо электромагнитного поля. Они имеют специфическую квантовую природу, не имеющую аналогии среди волн, изучающихся в классической физике.

Чтобы выяснить природу волн, надо выяснить физический смысл амплитуды этих волн. Вместо амплитуды A выберем интенсивность волны, пропорциональную квадрату модуля амплитуды $|A|^2$.

Из опытов по дифракции электронов следует, что пучки электронов, отраженных или рассеянных по разным направлениям, распределяются неодинаково: в некоторых направлениях наблюдается большее число электронов, чем во всех других. С волновой точки зрения наличие максимумов числа электронов в некоторых направлениях означает, что эти направления соответствуют наибольшей интенсивности волн де Бройля. Если интенсивность волны в данной точке пространства больше, то больше и вероятность попадания электронов в эту точку за 1 с. Это дает основание говорить о статистическом, вероятностном смысле волн де Бройля.

Квадрат модуля амплитуды волн де Бройля в данной точке является мерой вероятности того, что частица обнаруживается в этой точке.

Чтобы описать распределение вероятности нахождения частицы в данный момент времени в некоторой точке пространства, введем функцию $\psi(x, y, z, t)$. Эту функцию называют **волновой** или **пси-функцией**. Интерпретация пси-функции была дана М. Борном в 1926 году. Определяется она так.

Вероятность dw того, что частица находится в элементе объема dV , пропорциональна квадрату модуля волновой функции $|\psi|^2$.

$$dw = |\psi|^2 dV = |\psi|^2 dx dy dz. \quad (34.1)$$

Физический смысл имеет не сама волновая функция ψ , а квадрат ее модуля – $|\psi|^2$. Величина $|\psi|^2$ имеет смысл **плотности вероятности**:

$$\rho_w = \frac{dw}{dV} = |\psi|^2, \quad (34.2)$$

т.е. определяет вероятность пребывания частицы в данной точке пространства.

Пребывание частицы где-либо в пространстве есть достоверное событие и его вероятность должна быть равна единице. Поэтому волновая функция должна удовлетворять **условию нормировки вероятностей**:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi|^2 dV = 1. \quad (34.3)$$

Волновая функция ψ является основной характеристикой состояния микрочастиц. С ее помощью могут быть вычислены средние значения физических величин, характеризующих микрочастицу, находящуюся в состоянии, которое описывается волновой функцией ψ .

§98 Соотношения неопределенности Гейзенберга

В классической механике в каждой точке траектории частица имеет определенные координаты x, y, z и определенный импульс $\vec{p}$ с проекциями по осям p_x, p_y, p_z . Отличительной особенностью микрочастиц является наличие у них дуализма корпускулярных и волновых свойств. Волновые свойства микрочастиц вносят ограничения в возможность применять к таким частицам понятия координаты и импульса в их классическом смысле.

Из дифракционных опытов следует, что частицы **не имеют траектории**. Поэтому описывать их движение, задавая точное значение координаты и импульса в каждый момент времени, как это делается в классической механике, невозможно. Однако можно указать с некоторой степенью точности величину той области пространства, в которой частица с подавляюще большой вероятностью будет обнаружена, и интервал тех значений импульса, которым она при этом обладает.

Пусть $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ означают интервалы координат (неопределенность значений координаты), в которых может находиться частица, описываемая волной де Бройля, $\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z$ – интервалы (неопределенность значений проекции импульса), в которых заключены проекции ее импульса по осям координат. Неопределенности значений координаты и проекции импульса связаны соотношением:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (35.1)$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – постоянная Планка.

Аналогичные соотношения имеют место для y и p_y , z и p_z :

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (35.2)$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (35.3)$$

Соотношения (35.1), (35.2), (35.3) установлены В. Гейзенбергом в 1927 году и называются **соотношениями неопределенности Гейзенберга**. Они являются математическим выражением одновременного наличия у микрочастиц волновых и корпускулярных свойств.

Пары величин, входящих в соотношения неопределенности Гейзенберга, называются канонически сопряженными. Утверждение о том, что **произведение неопределенности двух канонически сопряженных величин не может быть по порядку величины меньше постоянной Планка $\hbar$** , называется принципом неопределенности Гейзенберга.

Из соотношения неопределенности вытекает следующее: **микрочастица не может иметь одновременно вполне определенные значения координаты x и импульса p_x . Это значит, что чем точнее для микрочастицы определена одна из величин – координата x или импульс p_x , – тем больше становится неточность в определении другой.**

Энергия и время также являются канонически сопряженными величинами. Для них справедливо соотношение неопределенности в виде:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (35.4)$$

Это соотношение означает, что **если частица некоторое время Δt находится в нестационарном состоянии, то энергия этого состояния может быть определена лишь с некоторой точностью до величины ΔE .**

Соотношение неопределенности указывает, в какой мере можно пользоваться понятиями классической механики, в частности, с какой степенью точности можно говорить о траекториях частиц. Подставив в (35.1) вместо p_x произведение mv_x , получим соотношение

$$\Delta x \cdot \Delta v_x \geq \hbar/2m.$$

Из него следует, что чем больше масса частицы, тем меньше неопределенности ее координаты и скорости и, следовательно, с тем большей точностью применимо понятие траектории.

Соотношение неопределенности является одним из фундаментальных положений квантовой механики. Оно позволяет объяснить тот факт, что электрон не падает на ядро атома, а также оценить размеры простейшего атома и минимальную возможную энергию электрона в таком атоме.

§99 Волновое уравнение Шрёдингера

Уравнение движения в квантовой механике должно быть таким, чтобы оно позволяло объяснить наблюдаемые на опыте волновые свойства частиц. Состояние частицы в пространстве в данный момент времени задается волновой функцией $\psi(x, y, z, t)$, точнее величиной $|\psi|^2$ – плотностью вероятности нахождения частицы в точке с координатами x, y, z в момент времени t . Поэтому основное уравнение квантовой механики должно быть уравнением относительно функции $\psi(x, y, z, t)$. Это уравнение должно быть волновым, так как из него получают свое объяснение эксперименты по дифракции частиц.

Основное уравнение квантовой механики было получено в 1926 году Э. Шрёдингером. Шрёдингер установил свое уравнение, исходя из оптико-механической аналогии. Эта аналогия заключается в сходстве уравнений, описывающих ход световых лучей, с уравнениями, определяющими траектории частиц в аналитической механике. Волновое уравнение Шрёдингера можно назвать уравнением движения квантовой частицы. **Задать закон движения частицы в квантовой механике** – это значит определить значение ψ -функции в каждый момент времени и в каждой точке пространства.

Мы будем рассматривать уравнение Шрёдингера только для случая, когда пси-функция не зависит от времени, т.е. $\psi = \psi(x, y, z)$. Уравнение Шрёдингера при этом называют уравнением для стационарных состояний. Оно записывается в следующем виде:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0 \quad (36.1)$$

где Δ – оператор Лапласа;

$$\Delta\psi = \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2};$$

m – масса частицы; $\hbar$ – постоянная Планка; E – полная энергия частицы; U – потенциальная энергия частицы.

Уравнение Шрёдингера позволяет найти пси-функцию данного состояния и, следовательно, определить вероятность нахождения частицы в разных точках пространства.

В соответствии со своим смыслом пси-функция должна быть однозначной, непрерывной и конечной. Кроме того, она должна иметь непрерывную и конечную производную. Перечисленные требования называются **стандартными условиями**. В теории дифференциальных уравнений доказывается, что уравнение вида (36.1) имеет решение, удовлетворяющее стандартным условиям, лишь при некоторых значениях параметра. В нашем случае этим параметром является полная энергия частицы E . Эти значения полной энергии называются **собственными значениями**. Решения, соответствующие собственным значениям E , называются **собственными функциями** задачи.

Совокупность собственных значений называется **спектром величины**. Если эта совокупность образует дискретную последовательность, то спектр называется **дискретным**. Если собственные значения образуют непрерывную последовательность, то спектр называют **непрерывным или сплошным**.

В случае дискретного спектра собственные значения энергии и собственные функции можно пронумеровать:

$$E_1, E_2, E_3, \dots, E_n \quad (36.2)$$

$$\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \dots, \Psi_n \quad (36.3)$$

О величинах, которые могут принимать только дискретные значения, говорят, что они **квантуются**. Таким образом, из основных положений квантовой механики вытекает квантование энергии.

Нахождение собственных значений и собственных функций является сложной математической задачей, поэтому дальше рассмотрим только некоторые частные случаи.

§100 Частица в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме

Потенциальной ямой называется область пространства, в которой потенциальная энергия U частицы меньше некоторого значения $U_{\max}$. Если $U_{\max} = \infty$, и максимальная энергия зависит только от координаты x : $U = U(x)$, то получим бесконечно глубокую одномерную потенциальную яму.

Пусть движение частицы ограничено непроницаемыми стенками: $x=0$, $x=l$ (l – ширина ямы). В этом случае потенциальная энергия частицы (рис. 37.1):

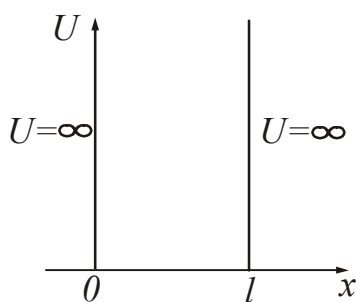


Рисунок 37.1

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & \text{если } x < 0 \\ 0, & \text{если } 0 \leq x \leq l \\ \infty, & \text{если } x > l \end{cases}$$

Пси-функция будет зависеть только от координаты x , поэтому уравнение Шрёдингера примет вид:

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0, \quad (37.1)$$

так как потенциальная энергия внутри ямы $U=0$. Введем обозначение:

$$\frac{2m}{\hbar^2} E = \omega^2. \quad (37.2)$$

Уравнение (37.1) при этом переписывается следующим образом:

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \omega^2 \psi = 0. \quad (37.3)$$

Из теории колебаний известно, что решение уравнения (37.3) имеет вид:

$$\psi(x) = A \sin(\omega x + \alpha). \quad (37.4)$$

Для нахождения параметров ω и α используют граничные условия. За пределы потенциальной ямы частица попасть не может, поэтому вероятность обнаружить частицу, а, следовательно, и функция ψ за пределами ямы равны нулю. Из условия непрерывности следует, что ψ должна быть равна нулю и на границах ямы, т.е.

$$\psi(0) = \psi(l) = 0. \quad (37.5)$$

Тогда можно записать: $\psi(0) = A \sin \alpha = 0$. Так как $A \neq 0$, то отсюда следует, что $\alpha = 0$ ($\sin 0 = 0$). Далее запишем, что $\psi(l) = A \sin \omega l = 0$.

При этом

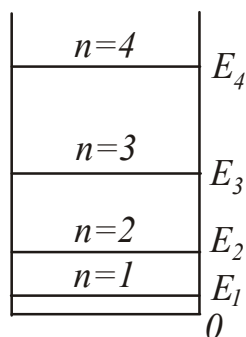
$$\omega l = \pm n\pi, \quad (37.6)$$

где $n=1, 2, 3, \dots$ ($n=0$ отпадает, так как при этом получается, что $\psi \equiv 0$ Это означает, что частица нигде не находится).

Заменяя ω в уравнении (37.4) по формуле (37.6), получим собственные значения волновой функции:

$$\psi_n(x) = A \sin \frac{n\pi x}{l}. \quad (37.7)$$

Используя условие нормировки, можно найти значение коэффициента A :



Тогда

$$A = \sqrt{\frac{2}{l}}.$$

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (37.8)$$

Подставим (37.6) в уравнение (37.2) и найдем собственные значения энергии частицы:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2, \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (37.9)$$

Рисунок 37.2

Спектр энергии оказался дискретным (рис. 37.2).

Графики собственных функций изображены на рис. 37.3. На рис. 37.4 показана плотность вероятности обнаружения частицы в различных точках ямы, равная $|\psi|^2$. Из графиков следует, что в состоянии, например, с $n=2$ частица не может быть обнаружена в середине ямы и

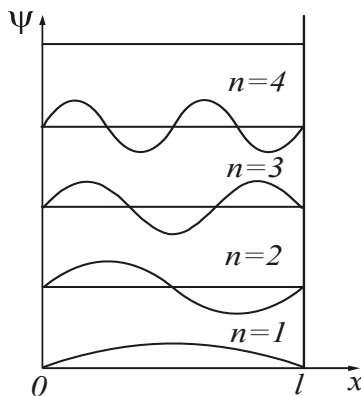


Рисунок 37.3

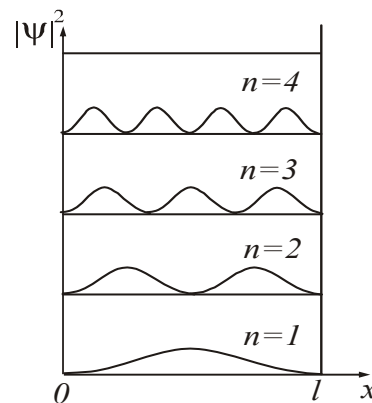


Рисунок 37.4

вместе с тем одинаково часто бывает как в левой, так и правой половине ямы. Такое поведение частицы несовместимо с представлением о траекториях, так согласно классическим представлениям все положения частицы в яме равновероятны.

Модель частицы, находящейся в бесконечно глубокой потенциальной яме, применяют для объяснения электропроводности металлов и полупроводников.

Физика атомов и молекул

§101 Атом водорода и водородоподобные ионы

Атомом называется наименьшая частица вещества, обладающая всеми свойствами данного химического элемента. В состав атома входят положительно заряженное ядро и электроны, движущиеся в электрическом поле ядра. Заряд ядра по абсолютной величине равен суммарному заряду всех электронов атома. **Ионом** называется электрически заряженная частица, которая образуется при приобретении или потере электронов атомом или молекулой.

Простейшим атомом является атом водорода, состоящий из одного протона в ядре и одного электрона, движущегося в кулоновском электрическом поле ядра. **Водородоподобными** ионами являются ионы, имеющие ядро с зарядом Ze и один электрон. Например, ионы однократно ионизованного гелия – He^+ , двукратно ионизованного лития – Li^{++} , трехкратно ионизованного бериллия – Be^{+++} и т.д.

Единственный электрон водорода и водородоподобных ионов движется в кулоновском поле ядра и обладает потенциальной энергией

$$U(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r}. \quad (38.1)$$

где Z – порядковый номер элемента;

r – расстояние между ядром и электроном.

Уравнение Шредингера в этом случае примет вид:

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r} \right) \psi = 0, \quad (38.2)$$

где E – полная энергия электрона в атоме.

Мы не будем решать уравнение Шрёдингера, а только рассмотрим конечные результаты решения уравнения (38.2).

101.1 Квантовые числа

Волновая функция ψ зависит не только от пространственных координат, но и от целочисленных параметров n, l, m . Эти параметры называются **квантовыми числами**. Охарактеризуем каждое из них:

1. n – главное квантовое число. Принимает значения $1, 2, 3, \dots, n$. Соответствует номеру энергетического уровня.
2. l – орбитальное квантовое число. Принимает значения $0, 1, 2, 3, \dots, (n-1)$, то есть имеет n значений.
3. m – магнитное квантовое число. Принимает значения $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$, то есть имеет $(2l+1)$ значений.

Конкретный набор квантовых чисел определяет конкретный вид волновой функции и, следовательно, форму и размеры электронного облака. Значениями квантовых чисел определяются также основные динамические характеристики: энергия электрона в атоме, момент импульса, магнитный момент, проекции момента импульса и магнитного момента на направление внешнего магнитного поля.

101.2 Квантование энергии

Уравнение (38.2) имеет однозначные и непрерывные решения для электрона, связанного с ядром, при дискретных отрицательных значениях энергии. Эти значения энергии определяются соотношением:

$$E_n = -\frac{Rch}{n^2} Z^2, \quad (38.3)$$

где n – главное квантовое число, $n = 1, 2, 3, \dots$
 $R = 1,09 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ – постоянная Ридберга;
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ – скорость света;
 $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$ – постоянная Планка.

Если подставить значения постоянных в уравнение (38.3) и выразить энергию в электрон-вольтах, то оно примет следующий вид:

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} Z^2. \quad (38.4)$$

Набор дискретных значений энергии E_n образует энергетический спектр атома. Состояние с $n=1$ называется **основным**, состояния с $n>1$ называются **возбужденными**. В основном состоянии электрон может находиться сколь угодно долго. Важнейшим отличием возбужденных состояний является конечное время τ жизни электрона в этих состояниях: $\tau \approx 10^{-8} \text{ с}$. В основном состоянии атом обладает минимальной энергией. Чтобы перевести атом из основного состояния в возбужденное (т.е. в состояние с большей энергией), ему необходимо сообщить энергию. Энергию можно сообщить одним из следующих способов:

- за счет теплового соударения (поэтому нагретые тела светятся – атомы излучают, возвращаясь из возбужденного состояния в основное состояние);
- за счет столкновения атома с достаточно быстрым электроном;
- за счет поглощения атомом фотона.

Фотон при поглощении его атомом исчезает, передавая атому всю свою энергию. Атом не может поглотить часть фотона, так как фотон является неделимым. Поглощаются только те фотоны, энергия которых соответствует разности энергий двух уровней.

Энергия возбуждения

$$E_{\text{в}} = E_n - E_1, \quad (38.5)$$

где E_1 – энергия электрона в основном состоянии;

E_n – энергия электрона в возбужденном состоянии.

Величина

$$\varphi_{\text{в}} = \frac{E_{\text{в}}}{e} \quad (38.6)$$

называется **потенциалом возбуждения** (e – заряд электрона).

Энергия электрона в атоме – величина отрицательная, поэтому наибольшее значение энергии, которое может иметь электрон $E_{\text{max}}=0$. При этом n стремится к бесконечности ($n \rightarrow \infty$). Это соответствует ионизации атома, т.е. отрыву от него электрона. **Потенциал ионизации**

$$\varphi_i = \frac{E_i}{e}, \quad (38.7)$$

где $E_i = -E_1$ – энергия ионизации атома.

Среди оптических свойств атома важнейшим является его спектр излучения. Так как любая спектральная линия возникает при переходе с одного энергетического уровня на другой, то оптический спектр атома водорода и водородоподобных ионов является линейчатым. Длины волн спектральных линий описываются обобщенной формулой Бальмера:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_k^2} \right) Z^2, \quad (38.8)$$

где n_i – номер энергетического уровня, на который переходит электрон;

n_k – номер энергетического уровня, с которого переходит электрон.

Спектральные линии принято группировать в спектральные серии. В каждую серию входят все линии с фиксированным n_i , т.е. относящиеся к переходу электрона (при излучении) на один и тот же нижний уровень с различных верхних. На рис. 38.1 показана схема уровней энергии атома водорода и его спектральные серии.

Серию с $n_i = 1$ ($n_k = 2, 3, 4, \dots$) называют **серией Лаймана**. Линии находятся в области ультрафиолетового излучения.

Серия с $n_i = 2$ ($n_k = 3, 4, 5, \dots$) носит название **серии Бальмера**. Четыре первые линии этой серии лежат в видимой части спектра и обозначаются через $H_{\alpha}, H_{\beta}, H_{\gamma}, H_{\delta}$. Остальные линии серии Бальмера находятся в области ультрафиолетового излучения.

Серии с $n_i = 3$ ($n_k = 4, 5, 6, \dots$) – **серия Пашена**,

$n_i = 4$ ($n_k = 5, 6, 7, \dots$) – *серия Бреккета*,
 $n_i = 5$ ($n_k = 6, 7, 8, \dots$) – *серия Пфунда*.

находятся в инфракрасной части спектра.

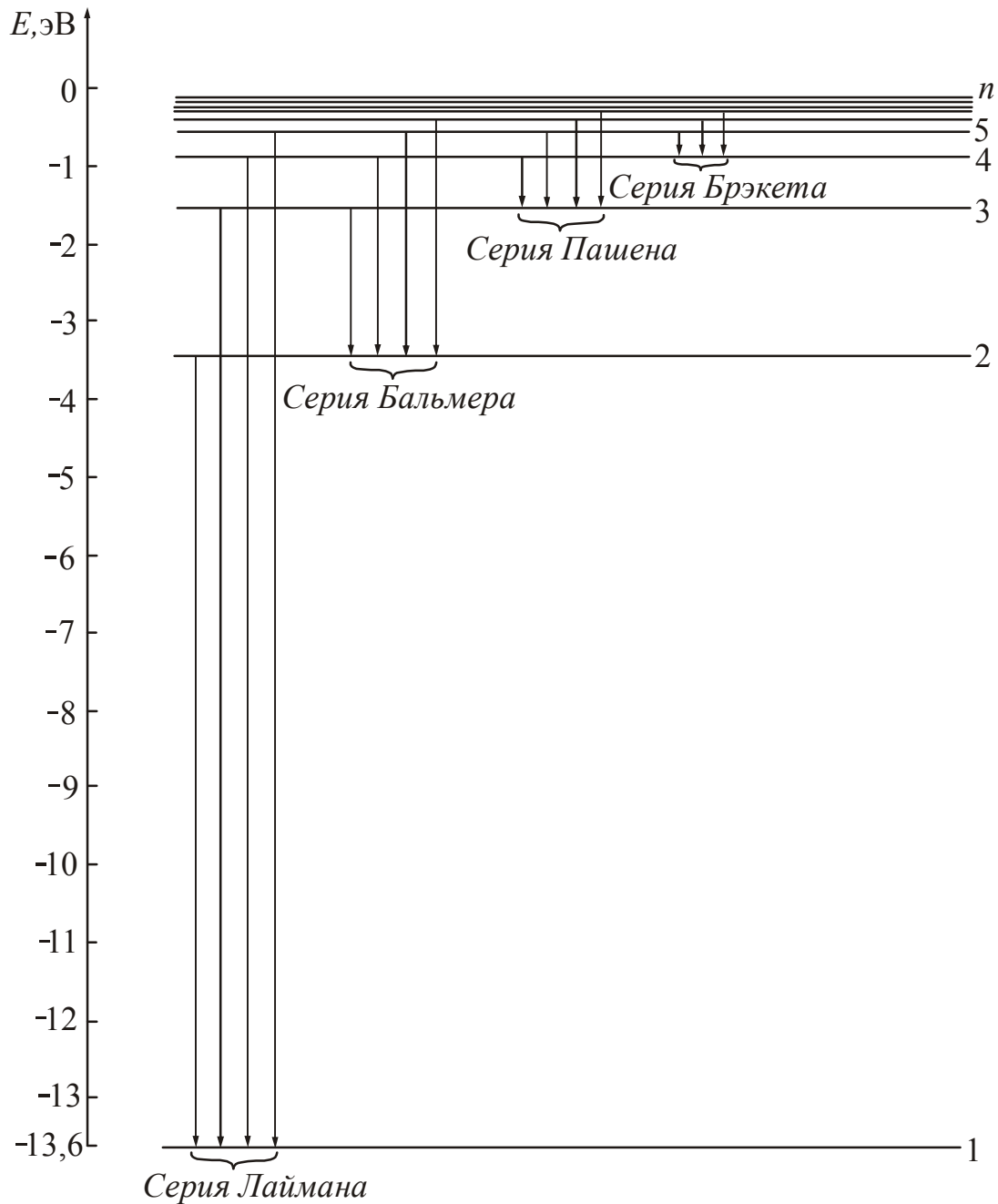


Рисунок 38.1

101.3 Квантование орбитального момента импульса и магнитного момента

Момент импульса электрона в атоме квантуется по формуле:

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad (38.9)$$

где l – орбитальное квантовое число. При заданном главном квантовом числе n , орбитальное квантовое число принимает значения $0, 1, 2, 3, \dots, (n-1)$. Состоя-

ния электрона, обладающего различными значениями орбитального квантового числа, в атомной физике принято обозначать и называть следующим образом: если $l=0$, то состояние электрона называется s -состоянием; если $l=1$, то состояние электрона называется p -состоянием. Состояния с $l=2, 3$, и т.д. называются соответственно d -, f - и т.д. состояниями, т.е. уже в порядке следования букв латинского алфавита. Значение главного квантового числа указывается перед условным обозначением квантового числа l . Например, электрон с $n=2$ и $l=0$ обозначается символом $2s$.

Хотя в квантовой механике представление об орбитах, как и представление о траекториях является неправомерным, момент, обусловленный движением электрона в атоме, называют орбитальным моментом импульса. Движение электрона в атоме эквивалентно некоторому замкнутому контуру с током (**орбитальному току**). Следовательно, кроме орбитального момента импульса электрон обладает орбитальным магнитным моментом.

Отношение орбитального магнитного момента элементарной частицы к ее орбитальному моменту импульса называется **магнитомеханическим** (или **гиромагнитным**) отношением. Для электрона оно равно

$$\frac{p_m}{L} = -\frac{e}{2m}, \quad (38.10)$$

где e – заряд электрона, m – его масса. Знак « $-$ » указывает на то, что направления моментов противоположны. Из соотношений (38.9) и (38.10) следует, что орбитальный магнитный момент $\vec{p}_m$ также квантуется:

$$p_m = \mu_B \sqrt{l(l+1)}, \quad (38.11)$$

$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$ – величина, называемая магнетоном Бора.

Для электрона $\mu_B = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А} \cdot \text{м}^2$.

101.4 Пространственное квантование

В классической механике считалось, что векторы орбитального момента импульса $\vec{L}$ и магнитного момента $\vec{p}_m$ могут быть ориентированы во внешнем магнитном поле совершенно произвольно. В квантовой механике доказывается, что существует пространственное квантование:

Вектор момента импульса электрона имеет лишь такие ориентации в пространстве, при которых проекция L_z вектора $\vec{L}$ на направление Z внешнего магнитного поля принимает квантованные, целочисленные значения, кратные $\hbar$.

$$L_z = m \hbar, \quad (38.12)$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm l$ – магнитное квантовое число. Магнитное квантовое число может иметь $(2l+1)$ значений. Следовательно, момент импульса $\vec{L}$ может иметь в пространстве $(2l+1)$ ориентаций.

Аналогично справедливо следующее утверждение:

Вектор магнитного момента электрона имеет лишь такие ориентации в пространстве, при которых проекция p_{m_z} вектора $\vec{p}_m$ на направление Z внешнего магнитного поля принимает квантованные, целочисленные значения, кратные μ_B .

$$p_{m_z} = m \mu_B. \quad (38.13)$$

Пример: электрон находится в p -состоянии, при этом $l=1$, $m = 0, \pm 1$.

Проекция орбитального момента импульса может иметь следующие значения: $L_z = +\hbar$, $L_z = 0$, $L_z = -\hbar$.

Изобразим вектор момента импульса $\vec{L}$ в виде направленных отрезков (рис. 38.2). Такая схема называется **векторной моделью атома**.

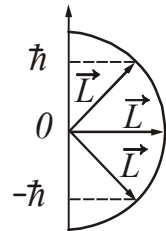


Рисунок 38.2

Аналогично изображают магнитный момент $\vec{p}_m$. Векторную модель нельзя понимать буквально. Ее следует рассматривать как совокупность правил, позволяющих получить результаты, справедливость которых подтверждается строгими квантово-механическими расчетами.

Экспериментальное определение магнитных моментов атомов было осуществлено Штерном и Герлахом. В их опытах пучок атомов пропусклся через сильное неоднородное магнитное поле, перпендикулярное пучку. Неоднородность поля достигалась за счет специальной формы полюсных сердечников электромагнита (рис. 38.3). На атомы пучка должна действовать сила

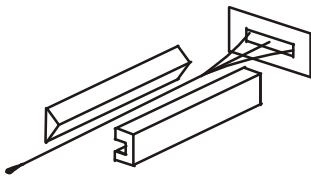


Рисунок 38.3

$$F_z = p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos \alpha.$$

При хаотическом распределении магнитных моментов по направлениям в пучке имеются частицы, у которых значения угла α изменяются в пределах от 0 до π . Узкий пучок атомов после прохождения между полюсами должен образовывать на экране сплошной растянутый след (см. рис. 38.4). Опыты, проведенные с серебром и другими элементами, привели к иному результату. Вместо сплошного растянутого следа на экране наблюдались отдельные линии, расположенные симметрично относительно пучка, полученного в отсутствие поля.

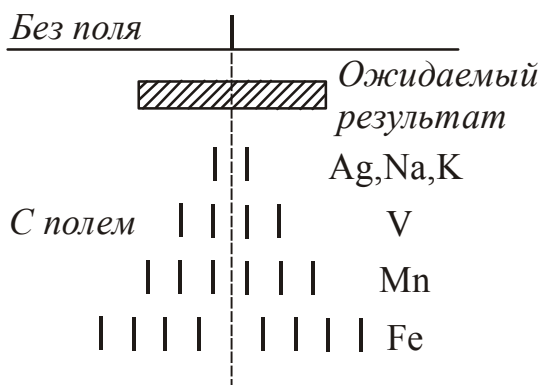


Рисунок 38.4

Число возможных проекций зависело от природы атома. Для серебра, алюминия, меди и щелочных металлов оно равно двум, для ванадия, азота – четырем, кислорода – пяти, марганца – шести и т.д. Опыты Штерна и Герлаха не только подтвердили пространственное квантование моментов импульсов в магнитном поле, но и дали экспериментальное подтверждение вы-

на и Герлаха не только подтвердили пространственное квантование моментов импульсов в магнитном поле, но и дали экспериментальное подтверждение вы-

воду о том, что магнитные моменты электронов и атомов имеют дискретную природу.

Момент импульса атома (и его магнитный момент) равен сумме моментов электронов. Моменты электронов замкнутых оболочек компенсируются, поэтому суммарный момент электронов совпадает с суммарным моментом валентных электронов.

У элементов первой группы периодической системы имеется один валентный электрон. Этот валентный электрон в основном состоянии имеет орбитальное квантовое число, равное нулю, т.е. электрон находится в s -состоянии. Из формулы (38.9) следует, что при $l=0$ момент импульса электрона L равен нулю. Поэтому возник вопрос о том, пространственное квантование **какого** момента импульса обнаружилось в опытах Штерна и Герлаха? Для объяснения полученного результата нужно было предположить, что у электрона кроме орбитального момента импульса и соответствующего ему магнитного момента имеется собственный механический момент импульса и собственный магнитный момент.

101.5 Спин электрона

В 1925 году С. Гаудсмит и Дж. Уленбек на основе анализа спектроскопических данных выдвинули гипотезу о том, что электрон обладает **собственным моментом импульса** $\vec{L}_s$ и соответствующим ему **собственным магнитным моментом** $\vec{p}_{m_s}$. Этот собственный момент импульса был назван **спином**. Слово «спин» (англ. *spin*) означает верчение.

Спин следует считать внутренним свойством, присущим электрону так же, как заряд и масса. Предположение о спине электрона подтверждено большим количеством опытных фактов и считается совершенно доказанным.

Из общих выводов квантовой механики следует, что спин (т.е. собственный момент импульса или спиновый момент) квантуется по формуле:

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}, \quad (38.14)$$

где s — спиновое квантовое число, которое для электрона может принимать только одно значение, равное $1/2$.

Проекция спина на заданное направление также квантуется:

$$L_{s_z} = m_s \hbar, \quad (38.15)$$

где для электрона $m_s = \pm s = \pm 1/2$.

Число m_s по аналогии с m можно было бы назвать магнитным спиновым числом. Но такое название редко применяется. Гораздо чаще, говоря о спиновом квантовом числе понимают под ним число m_s , то есть приписывают спиновому квантовому числу значения $\pm 1/2$. Следует, однако, помнить, что число s имеет только одно значение: $s = 1/2$.

Для собственного магнитного момента электрона $\vec{p}_{m_s}$ выполняются такие соотношения:

$$p_{m_s} = -2\mu_B \sqrt{s(s+1)}. \quad (38.16)$$

Знак « $-$ » указывает на то, что механический $\vec{L}_s$ и магнитный $\vec{p}_{m_s}$ моменты электрона направлены в разные стороны.

Проекция собственного магнитного момента электрона на заданное направление может принимать следующие значения:

$$p_{m_{sz}} = \mp 2\mu_B m_s = \mp \mu_B. \quad (38.17)$$

Минус получается, если $m_s = +1/2$, плюс – если $m_s = -1/2$.

Таким образом, проекция собственного момента импульса электрона может принимать значения $+\hbar/2$ и $-\hbar/2$, а собственного магнитного момента – значения $+\mu_B$ и $-\mu_B$. В ряд формул, в частности в выражение для энергии, входят не сами моменты, а их проекции. Поэтому принято говорить, что собственный механический момент (спин) равен $1/2$ (в единицах $\hbar$), а собственный магнитный момент равен магнетону Бора μ_B .

§102 Принцип Паули. Периодическая система элементов Менделеева

В 1925 году В. Паули установил квантово-механический закон, называемый принципом Паули или принципом запрета Паули. В своей простейшей формулировке он звучит так:

В одном и том же атоме (или в какой-либо другой квантовой системе) не может быть двух электронов, обладающих одинаковым набором четырех квантовых чисел: n, l, m, m_s . Иными словами, в одном и том же состоянии не могут находиться одновременно два электрона.

Максимальное число электронов, находящихся в состояниях, описываемых набором трех квантовых чисел n, l, m и отличающихся только ориентацией спинов электронов

$$N(n, l, m) = 2,$$

так как магнитное спиновое квантовое число может принимать только два значения $+1/2$ и $-1/2$.

Максимальное число электронов, находящихся в состояниях, определяемых двумя квантовыми числами n и l :

$$N(n, l) = 2(2l+1).$$

При этом учтено, что вектор $\vec{L}$ при заданном l может принимать $(2l+1)$ ориентаций.

Максимальное число электронов, находящихся в состояниях, определяемых значением главного квантового числа n :

$$N(n) = 2n^2.$$

В 1869 году Д.И. Менделеев открыл периодический закон изменения химических и физических свойств элементов в зависимости от их атомных масс. Если расположить химические элементы в порядке возрастания их атомных масс, то периодически, через промежутки, называемые периодами, элементы, оказавшиеся в одном вертикальном ряду (группе), обнаруживают сходные физико-химические свойства. Менделеев ввел понятие **порядкового номера** элемента. Расположив химические элементы в порядке возрастания их номера, он получил полную периодичность в изменении химических свойств элементов. При этом часть клеток периодической системы оказалась свободной, так как соответствующие элементы еще не были известны. Таким образом, Менделееву удалось предсказать ряд новых элементов (галлий, скандий, германий и т.д.). В дальнейшем все эти элементы были открыты. Физический смысл порядкового номера был установлен Резерфордом.

Современная теория периодической системы основывается на следующих положениях:

а) порядковый номер Z химического элемента равен общему числу электронов в атоме данного элемента;

б) состояние электронов в атоме определяется набором четырех квантовых чисел: n, l, m, m_s . Распределение электронов в атомах по энергетическим состояниям должно удовлетворять принципу минимума потенциальной энергии: с возрастанием числа электронов каждый следующий должен занять возможное энергетическое состояние с наименьшей энергией;

в) заполнение электронами энергетических состояний происходит в соответствии с принципом Паули.

Совокупность электронов в атоме с одинаковым значением главного квантового числа n называется **электронным слоем (электронной оболочкой)**. Различают следующие электронные слои:

K -слой, главное квантовое число $n=1$;

L -слой, главное квантовое число $n=2$;

M -слой, главное квантовое число $n=3$;

N -слой, главное квантовое число $n=4$ и т.д.

Внутри слоя электроны распределяются по **подуровням (подоболочкам)**, каждая из которых соответствует определенному значению орбитального квантового числа l .

У легких атомов сначала заполняется оболочка с меньшим n , и лишь затем должна заполняться электронами следующая оболочка. Внутри данной оболочки вначале заполняются состояния с $l=0$, а затем состояния с большими l , вплоть до $l=(n-1)$.

Начиная с калия ($Z=19$), начинаются нарушения этого порядка. Объясняется это следующим образом. При больших квантовых числах n взаимодействие между электронами в атоме приводит к тому, что состояния с большим n и меньшим l могут иметь меньшую энергию, чем состояния с меньшим n , но с большим l , т.е. быть энергетически более выгодными. Поэтому имеются химические элементы с недостроенными предыдущими оболочками, у которых застраиваются последующие.

Таблица 39.1 Квантовые числа, характеризующие состояние электрона в атоме

Квантовое число и его значение	Величина, которая квантуется	Формула	Примечание
1. Главное квантовое число $n=1, 2, 3, \dots$ Соответствует номеру энергетического уровня	Энергия	$E_n = -\frac{Rch}{n^2} Z^2 \text{ (Дж)}$ или $E_n = -\frac{13,6}{n^2} Z^2 \text{ (Эв)}$	$R = 1,09 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ – постоянная Ридберга; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ – скорость света; $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$ – постоянная Планка.
2. Орбитальное квантовое число $l=0, 1, 2, \dots, (n-1)$	1. Орбитальный момент импульса 2. Орбитальный магнитный момент	1. $L = \hbar \sqrt{l(l+1)}$ 2. $p_m = \mu_B \sqrt{l(l+1)}$	$\mu_B = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ А}\cdot\text{м}^2$ – магнетон Бора
3. Магнитное квантовое число $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$	1. Проекция орбитального момента импульса на направление внешнего магнитного поля 2. Проекция магнитного момента на направление внешнего магнитного поля	1. $L_z = m \hbar$ 2. $p_{m_z} = m \mu_B$	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – постоянная Планка
4. Спиновое квантовое число $s=1/2$	1. Собственный момент импульса (спин) 2. Собственный магнитный момент	1. $L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}$ 2. $p_{m_s} = -2\mu_B \sqrt{s(s+1)}$	Число s имеет только одно значение: $s=1/2$, поэтому состояние электрона в атоме определяется набором четырех квантовых чисел: n, l, m, m_s . Число m_s чаще называют просто спиновым числом
5. Магнитное спиновое число $m_s=\pm 1/2$	1. Проекция собственного момента импульса 2. Проекция собственного магнитного момента	1. $L_{s_z} = m_s \hbar$ 2. $p_{m_{sz}} = \mp 2\mu_B m_s = \mp \mu_B$	

ЧАСТЬ 9. ТАБЛИЦЫ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Таблица 1. Основные физические постоянные

Величина	Обозначение	Значения
Гравитационная постоянная	G, γ	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Ускорение свободного падения	g	$9,81 \text{ м/с}^2$
Скорость света в вакууме	c	$3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Молярная газовая постоянная	R	$8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Число Авогадро	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Молярная масса воздуха	M	$29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$
Атомная единица массы	1 а.е.м.	$1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя электрона	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ $0,00055 \text{ а.е.м.}$
Масса покоя нейтрона	m_n	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ $1,00867 \text{ а.е.м.}$
Масса покоя протона	m_p	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ $1,00728 \text{ а.е.м.}$
Элементарный заряд	e, q_e	$1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Удельный заряд электрона	e/m_e	$1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Электрическая постоянная	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитная постоянная	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Постоянная Планка	h	$6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постоянная Стефана-Больцмана	σ	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Постоянная смещения Вина	b	$2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постоянная Ридберга	R	$1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Боровский радиус	a_0	$0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}$
Комптоновская длина волны для электрона	λ_C	$2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}^{-1}$
Магнетон Бора	μ_B	$9,27 \cdot 10^{-24} \text{ А} \cdot \text{м}^2$
Электрон-вольт	1 эВ	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
Энергия ионизации атома водорода	E_i	13,6 эВ
Энергетический эквивалент 1 а.е.м.		931,5 МэВ
Масса Земли	M_3	$5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
Радиус Земли	R_3	$6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$
Расстояние от Земли до Солнца	R	$149,46 \cdot 10^9 \text{ м}$

Таблица 2. Множители и приставки для образования десятичных, кратных и дольных единиц и их наименований

Множитель	Приставка			Пример		
	наименование	Обознач. русское	Обознач. международ.			
10^{12}	тера	Т	T	тераджоуль	ТДж	TJ
10^9	гига	Г	G	гиганьютон	ГН	GN
10^6	мега	М	M	мегаом	МОм	MΩ
10^3	кило	к	k	километр	км	km
10^2	гекто	г	h	гектоватт	гВт	hW
10^1	дека	да	da	декалитр	дал	dal
10^{-1}	деци	д	d	дециметр	дм	dm
10^{-2}	санти	с	c	сантиметр	см	cm
10^{-3}	милли	м	m	милливольт	мV	mV
10^{-6}	микро	мк	μ	микроампер	мкА	μA
10^{-9}	нано	н	n	наносекунда	нс	ns
10^{-12}	пико	п	p	пикофарад	пФ	pF
10^{-15}	фемто	ф	f	фемтометр	фм	fm

II. ПРАКТИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

Для подготовки к практическим занятиям и перед выполнением контрольных работ рекомендуется ознакомиться со следующей учебно-методической литературой (электронный доступ rep.bstu.by):

1. Барковская, М. М. Физика I. Методические рекомендации для практических занятий по физике с индивидуальными заданиями / Барковская М. М., Гладыщук А. А., Савчук О. Ф. – Брест: БрГТУ, 2019. – 62 с.

2. Барковская, М. М. Физика II. Методические рекомендации для практических занятий по физике с индивидуальными заданиями / Барковская М. М., Гладыщук А. А., Савчук О. Ф. – Брест: БрГТУ, 2020. – 56 с.

3. Гладыщук А. А. Физика III : методические рекомендации для выполнения самостоятельной работы с индивидуальными домашними заданиями для студентов технических специальностей дневной и заочной форм обучения / Гладыщук А. А., Кушнер Т. Л., Савчук О. Ф.. – Брест : БрГТУ, 2023. – 45 с.

4. Величко, Л. А. Волновая оптика: дифракция Френеля и Фраунгофера : метод. указания / Л. А. Величко, С. В. Чугунов, Э. В. Чугунова. – Брест : БрГТУ, 2018. – 32 с.

5. Чопчиц, Н. И. Комплексные задачи по физике : учебное издание / Н. И. Чопчиц, И. С. Янусик. – Брест : БрГТУ, 2014. – 107 с.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 1.

Кинематика поступательного и вращательного движения твердого тела

Задача 1.1. Тела A и B движутся навстречу друг другу по одной вертикали. Тело A брошено вертикально вверх с начальной скоростью $(v_0)_1$, тело B падает с высоты H с начальной скоростью $(v_0)_2 = 0$. Тела начали двигаться одновременно. В момент времени t_1 расстояние между ними стало равным h . Найти неизвестную величину. Определить время, спустя которое тела встретятся.

Номер задания	$(v_0)_1$, м/с	H , м	t_1 , с	h , м
1	?	16	0,5	10
2	15	?	0,2	5
3	17,5	22	?	15
4	20	5	0,1	?
5	?	7	0,3	4
6	7,5	?	0,8	16
7	5	15	?	12
8	25	23	0,32	?
9	?	10	0,16	6
10	12,5	?	0,24	2
11	10	26	?	20
12	22	21	0,5	?
13	?	25	1,2	13
14	5	?	1,4	7
15	6	18	?	9
16	6,25	6	0,8	?
17	?	12	0,25	8
18	25	?	0,2	11
19	8	8	?	4
20	8	19	1,25	?
21	?	14	0,15	8
22	10	?	0,7	3
23	13,75	20	?	9
24	12	17	1	?
25	?	24	0,7	10
26	20	?	0,35	5
27	15	13	?	7
28	12,5	9	0,4	?

Задача 1.2. Две материальные точки движутся в одной и той же системе отсчета вдоль оси X согласно заданным уравнениям. В какой момент времени проекции скорости этих точек на ось X будут одинаковыми? Найти проекции скорости и ускорений точек в этот момент времени.

Номер задания	Уравнение движения первой точки, м	Уравнение движения второй точки, м
1	$x = 20 + 4t - 4,5t^2$	$x = 2 + 2t + 0,5t^2$
2	$x = 12 + 19t + 0,6t^2$	$x = 21 + 16t + 1,6t^2$
3	$x = 8 + 12t - 0,3t^2$	$x = 9 + 15t - 0,9t^2$
4	$x = 23 + 2,6t + 1,5t^2$	$x = 16 + 8t - 0,75t^2$
5	$x = 24 + 6t + 0,5t^2$	$x = 8 + 20t - 1,5t^2$
6	$x = 6 + 17,8t - 1,75t^2$	$x = 17 + 3t + 0,1t^2$
7	$x = 30 + 15t - 1,25t^2$	$x = 25 + 14t + 1,25t^2$
8	$x = 11 + 3t - 0,1t^2$	$x = 10 + 6t - 0,4t^2$
9	$x = 21 + 19,4t - 0,35t^2$	$x = 15 + 8t + 0,6t^2$
10	$x = 13 + 12,9t - 1,8t^2$	$x = 30 + 5,2t - 0,7t^2$
11	$x = 1,2t + 1,6t^2$	$x = 4 + 18t - 0,8t^2$
12	$x = 29 + 10t + 0,5t^2$	$x = 18 + 14t + 0,3t^2$
13	$x = 15 + 9,4t - 1,5t^2$	$x = 24 + 7t - 0,7t^2$
14	$x = 4 + 16t + 0,15t^2$	$x = 5 + 19,5t - 1,6t^2$
15	$x = 26 + 2,2t + 1,8t^2$	$x = 32 + 15t + 0,2t^2$
16	$x = 19 + 6,2t - 0,8t^2$	$x = 20 + 4t + 1,4t^2$
17	$x = 18 + 10t + 0,45t^2$	$x = 11 + 11t + 0,4t^2$
18	$x = 3 + 18t - 1,25t^2$	$x = 26 + 7t + 1,5t^2$
19	$x = 25 + 20t - 0,2t^2$	$x = 6 + 16t - 0,1t^2$
20	$x = 10 + 7t + 0,65t^2$	$x = 19 + 13t - 0,85t^2$
21	$x = 27 + 14,7t + 1,2t^2$	$x = 3 + 30t - 0,5t^2$
22	$x = 2 + 16t - 0,7t^2$	$x = 29 + 17t - 0,9t^2$
23	$x = 22 + 6,2t + 1,5t^2$	$x = 23 + 14t + 0,2t^2$
24	$x = 14 + 15t - 0,2t^2$	$x = 12 + 10,2t + 1,4t^2$
25	$x = 5 + 12t + 1,7t^2$	$x = 14 + 14,2t + 0,6t^2$
26	$x = 28 + 20t - 0,4t^2$	$x = 28 + 13,4t + 1,8t^2$
27	$x = 16 + 14,3t - 2t^2$	$x = 7 + 12t + 0,3t^2$
28	$x = 9 + 9t + 0,8t^2$	$x = 22 + 7t + 1,2t^2$

Задача 1.3. Радиус-вектор материальной точки относительно начала координат изменяется со временем по известному закону, в котором $\vec{i}$ и $\vec{j}$ – орты осей X и Y . Найти: а) уравнение траектории и изобразить ее графически; б) проекции скорости на оси координат; в) зависимости от времени векторов скорости и ускорения и модули этих величин в момент времени t_1 .

Номер задания	Закон изменения радиуса-вектора	A	B	t_1, c
1 2 3 4	$\vec{r} = At\vec{i} + Bt^2\vec{j}$	2 м/с 1 м/с 4 м/с 3 м/с	6 м/с ² 5,5 м/с ² 48 м/с ² 18 м/с ²	1,5 3 0,5 1
5 6 7 8	$\vec{r} = At^2\vec{i} + Bt^2\vec{j}$	3 м/с ² 2 м/с ² 2 м/с ² 4 м/с ²	5 м/с ² 4 м/с ² 3 м/с ² 6 м/с ²	2 3 0,5 0,2
9 10 11 12	$\vec{r} = At^2\vec{i} - Bt\vec{j}$	16 м/с ² 4 м/с ² 9 м/с ² 25 м/с ²	12 м/с 7 м/с 15 м/с 7,5 м/с	0,1 4 2 0,4
13 14 15 16	$\vec{r} = At\vec{i} - Bt^2\vec{j}$	1,5 м/с 2 м/с 0,5 м/с 3 м/с	5 м/с ² 6 м/с ² 2 м/с ² 4,5 м/с ²	1 2 0,5 5
17 18 19 20	$\vec{r} = At^2\vec{i} + Bt\vec{j}$	36 м/с ² 16 м/с ² 9 м/с ² 4 м/с ²	12 м/с 16 м/с 3 м/с 5 м/с	0,3 0,6 0,8 3
21 22 23 24	$\vec{r} = At^2\vec{i} - Bt^2\vec{j}$	0,2 м/с ² 1,5 м/с ² 0,5 м/с ² 2 м/с ²	1,2 м/с ² 3 м/с ² 2 м/с ² 5 м/с ²	2 2,5 1,5 0,2
25 26 27 28	$\vec{r} = At\vec{i} + Bt\vec{j}$	0,4 м/с 2,5 м/с 3 м/с 8 м/с	2 м/с 5 м/с 4,5 м/с 20 м/с	0,25 4 1,3 1,7

Задача 1.4. Найти зависимость от времени угла α между векторами скорости и ускорения, его величину в момент времени t_1 , если известен закон изменения радиуса-вектора материальной точки относительно начала координат.

Номер задания	Закон изменения радиуса-вектора	A	B	$t_1, \text{с}$
1 2 3 4	$\vec{r} = -At^2\vec{i} + Bt\vec{j}$	2 м/с ²	32 м/с	1 2 3 4
5 6 7 8	$\vec{r} = -At\vec{i} - Bt^2\vec{j}$	0,5 м/с 1 м/с 1,5 м/с 2 м/с	2 м/с ²	1
9 10 11 12	$\vec{r} = At^2\vec{i} + Bt\vec{j}$	2,5 м/с ²	10 м/с	2 4 6 8
13 14 15 16	$\vec{r} = -At\vec{i} + Bt^2\vec{j}$	12 м/с	2 м/с ² 4 м/с ² 6 м/с ² 8 м/с ²	2
17 18 19 20	$\vec{r} = At^2\vec{i} - Bt\vec{j}$	1,5 м/с ² 2 м/с ² 2,5 м/с ² 3 м/с ²	16 м/с	4
21 22 23 24	$\vec{r} = At\vec{i} - Bt\vec{j}$	20 м/с	5 м/с ²	2,5 5 7,5 10
25 26 27 28	$\vec{r} = -At^2\vec{i} - Bt\vec{j}$	4 м/с ²	4 м/с 8 м/с 12 м/с 16 м/с	0,25 4 1,3 1,7

Задача 1.8. Точка движется по окружности радиусом R с постоянным по величине тангенциальным ускорением a_τ . К моменту времени t_1 после начала движения модуль нормального ускорения точки $a_n = na_\tau$. Найти неизвестную величину.

Номер задания	R , см	a_τ , м/с ²	t_1 , с	n
1	?	0,5	2,1	0,6
2	87,27	?	0,8	2,2
3	840	2,8	?	0,75
4	115,2	1,6	1,2	?
5	?	0,8	1,5	1
6	14,4	?	0,6	1,25
7	4	0,4	?	1,6
8	270,75	3	1,9	?
9	?	1,4	0,5	0,5
10	320	?	2	2,5
11	8,33	0,25	?	3
12	887,47	2,6	1,6	?
13	?	1,5	0,8	1,75
14	28,17	?	1,3	2,4
15	176	2,2	?	5
16	8	0,7	0,2	?
17	?	1,2	0,4	2
18	125	?	1	0,8
19	168	3,5	?	3
20	324	0,2	1,8	?
21	?	1	1,4	1,2
22	5,4	?	1	2,5
23	33,3	2,4	?	1,8
24	173,4	0,6	1,8	?
25	?	2	0,9	0,4
26	162,9	?	1,1	2,6
27	546,13	3,2	?	1,5
28	35,28	1,8	0,7	?

Задача 1.9. Заданы законы изменения координат движущейся материальной точки. Найти модули полного ускорения точки, тангенциальной и нормальной составляющих ускорения в момент времени t_1 , а также радиус кривизны траектории в этот момент времени.

Номер задания	Закон движения вдоль оси X , м	Закон движения вдоль оси Y , м	t_1 , с
1 2 3 4	$x = 2t - t^3$	$y = t^2 + 2t^3$	0,2 0,4 0,6 0,8
5 6 7 8	$x = 2t + 3t^2$	$y = 24 - 4t^3$	0,1 0,3 0,8 1
9 10 11 12	$x = 34 - t + 2t^3$	$y = 5t - t^2$	0,6 0,8 1 1,2
13 14 15 16	$x = 0,5t^2 + 3t$	$y = 15 - 4t + 1,5t^3$	1,2 1,3 1,4 1,5
17 18 19 20	$x = 11 + t^2 - 0,5t^3$	$y = 7 - 2,5t^3$	0,2 0,3 0,4 0,5
21 22 23 24	$x = -6 + 0,1t^3$	$y = 0,2t^3 - t^2$	5 4 3 2
25 26 27 28	$x = 5 + 2t + 1,5t^2$	$y = 18 + 0,25t^3$	1 1,1 1,2 1,3

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 2.

Динамика и законы сохранения

Система, показанная на рисунках 1.0-1.9 состоит из следующих элементов. Грузы массами m_1 и m_2 движутся поступательно. К грузам прикреплены невесомые нерастяжимые нити, перекинутые или намотанные на блоки массами m_3 и m_4 , которые могут без трения вращаться вокруг горизонтальных осей. Блок массой m_3 – сплошной цилиндр, а блок массой m_4 – ступенчатый цилиндр с радиусами степеней r_4 и R_4 и одинаковой высотой (рисунок 1.10). При движении нити по блокам не проскальзывают, участки нитей для тел на наклонных плоскостях параллельны этим плоскостям, коэффициент трения тел о любую плоскость равен μ . Система начинает движение из состояния покоя. Считая, что все нити и участки плоскостей имеют достаточную длину, выполнить следующие задания:

1. Найти ускорения грузов массами m_1 и m_2 и угловые ускорения блоков ε_3 , ε_4 . Принять $r_3=r_4$.
2. Найти силы натяжения всех нитей.
3. Найти силы реакции осей обоих блоков.
4. Используя кинематические формулы, найти скорости грузов, угловые скорости блоков и пути, пройденные грузами спустя время t после начала движения.
5. Используя кинематические формулы, найти ускорение точки на внешнем радиусе блока m_4 спустя время t после начала движения по величине и направлению, если вначале эта точка находится в крайнем нижнем положении.
6. Найти относительную скорость грузов m_1 и m_2 по величине и направлению в указанный момент.
7. Используя закон изменения механической энергии, найти другим способом скорости грузов и угловые скорости блоков в тот момент, когда пути, пройденные грузами, составят значения, найденные в п. 4.

Численные значения выбрать из таблицы 1. (вариант численных данных таблицы 1 и номер рисунка выбирается по указанию преподавателя)

Таблица 1

	m_1 , кг	m_2 , кг	m_3 , кг	m_4 , кг	α , град.	μ	r_4 , м	R_4 , м	τ , с
0	4,0	0,50	0,5	3,0	30°	0,05	0,15	0,40	0,20
1	2,5	0,25	2,0	2,8	45°	0,10	0,20	0,50	0,30
2	1,0	0,10	1,5	2,9	60°	0,15	0,30	0,70	0,40
3	3,5	0,40	2,5	2,5	45°	0,25	0,35	0,80	0,50
4	5,0	0,60	3,0	4,2	30°	0,35	0,40	0,90	0,60
5	6,0	0,75	3,5	3,2	60°	0,45	0,45	1,05	0,65
6	7,0	0,80	5,5	3,4	30°	0,40	0,55	1,25	0,55
7	8,0	1,0	4,0	3,6	60°	0,50	0,25	0,50	0,45
8	12,0	1,5	4,5	3,8	45°	0,30	0,50	0,90	0,35
9	16,0	2,0	6,0	4,0	30°	0,20	0,55	1,0	0,25

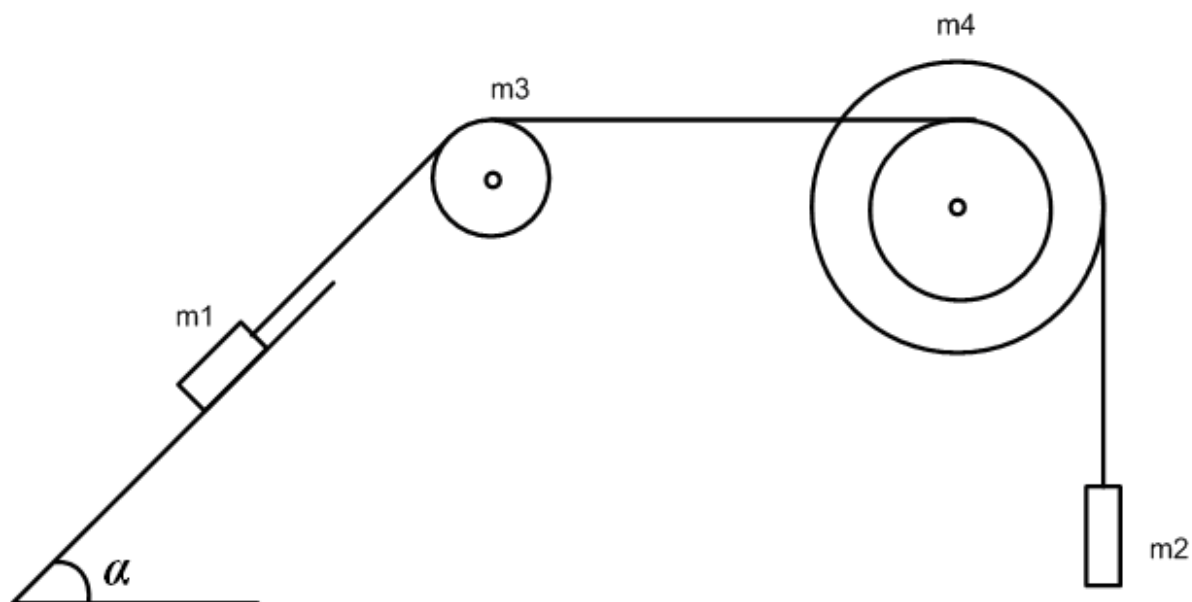


рис. 1.0

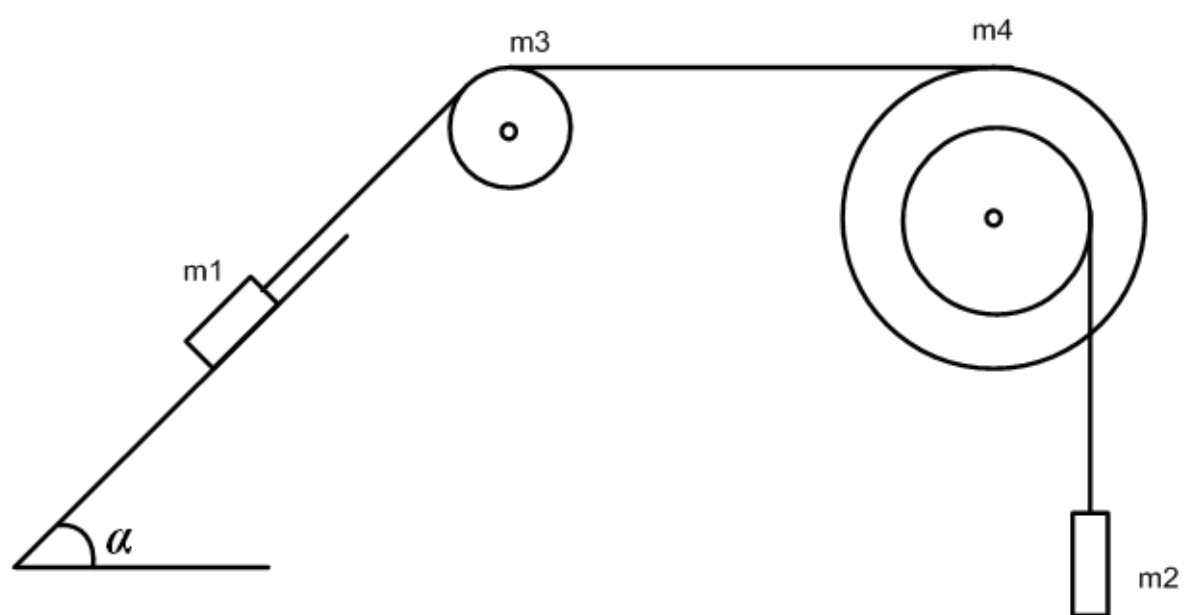


рис. 1.1

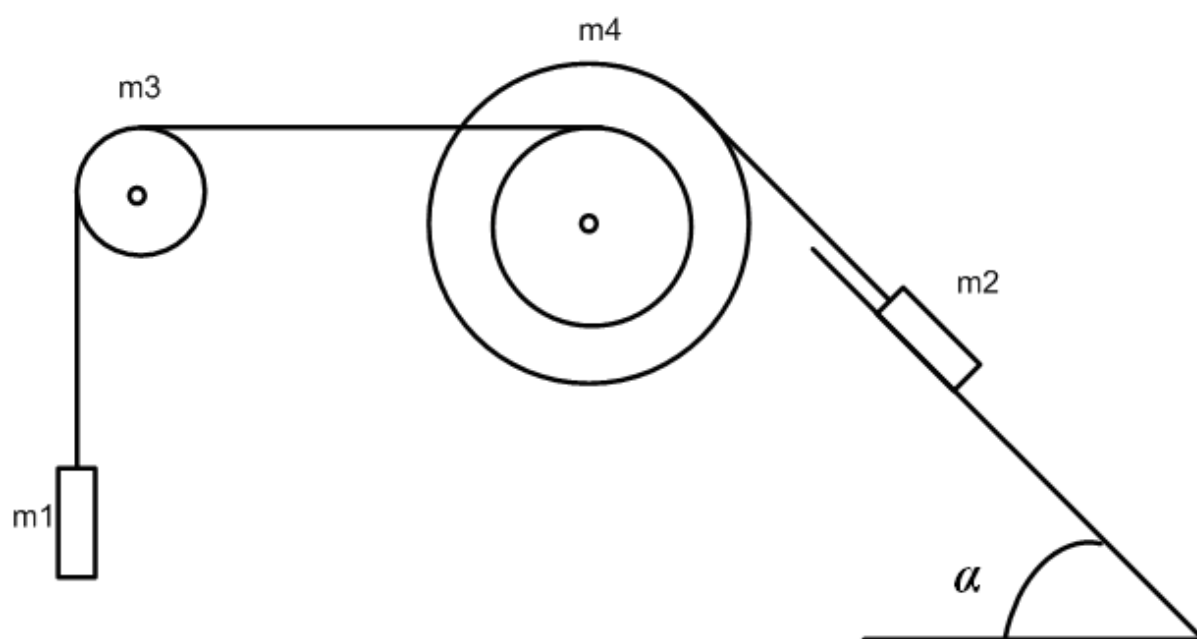


рис. 1.2

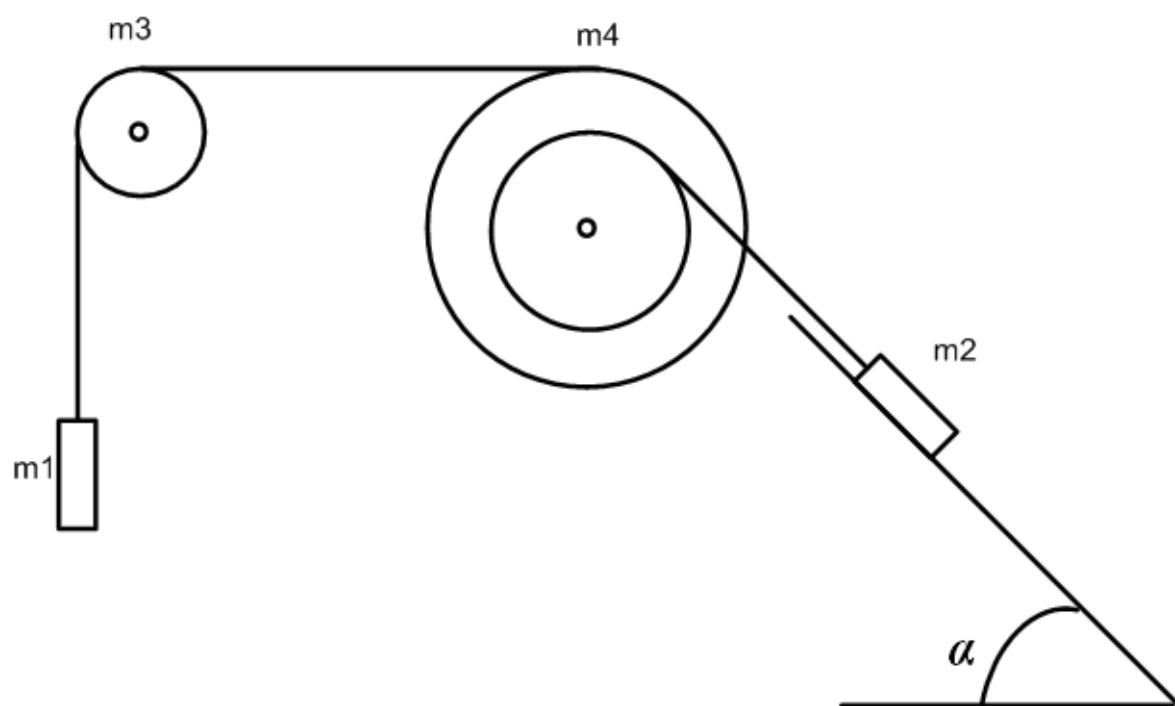


рис. 1.3

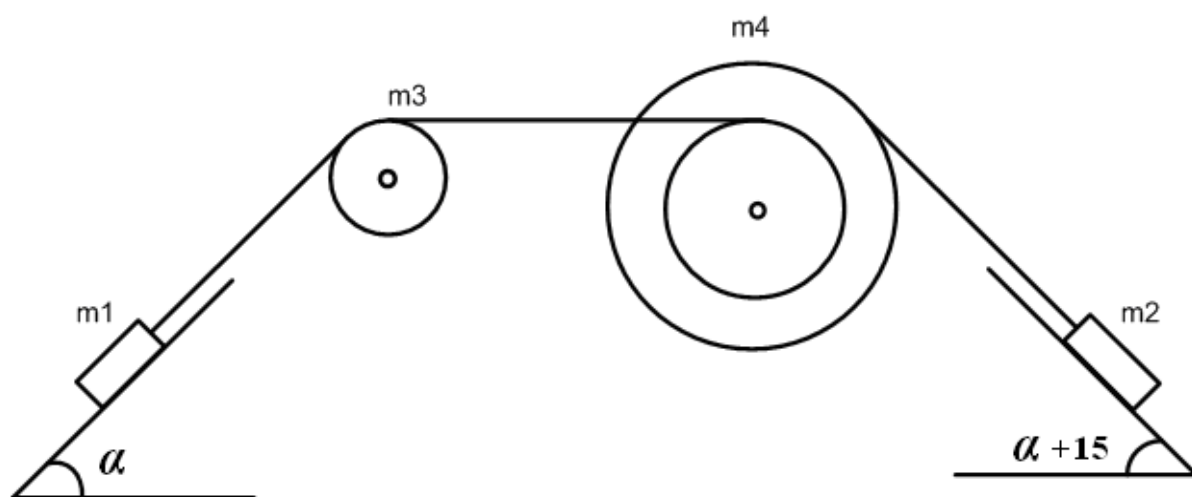


рис. 1.4

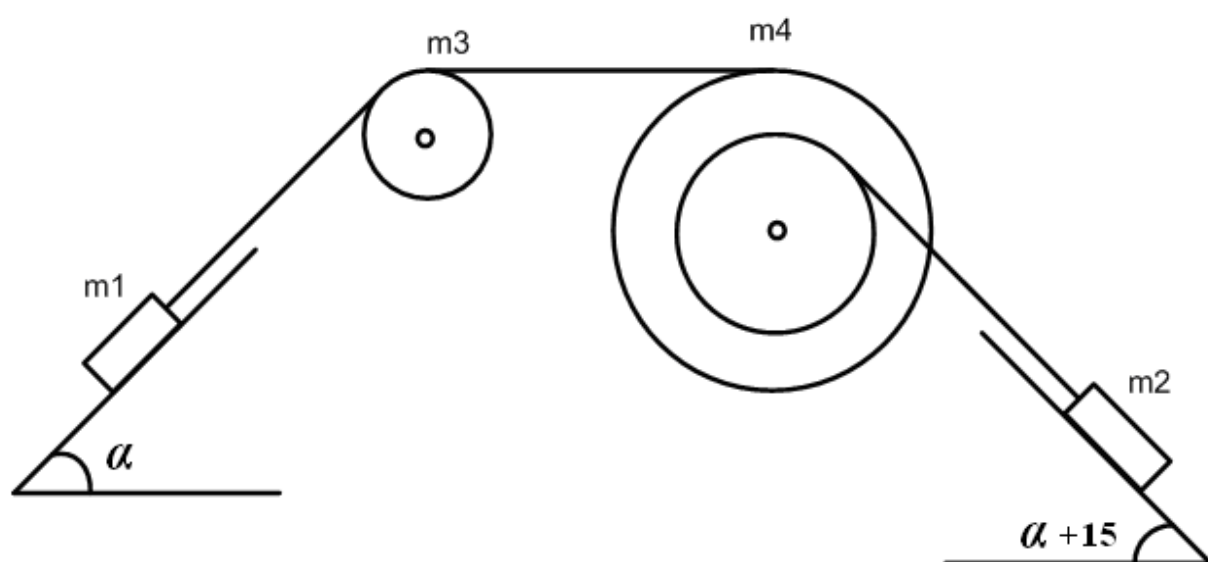


рис. 1.5

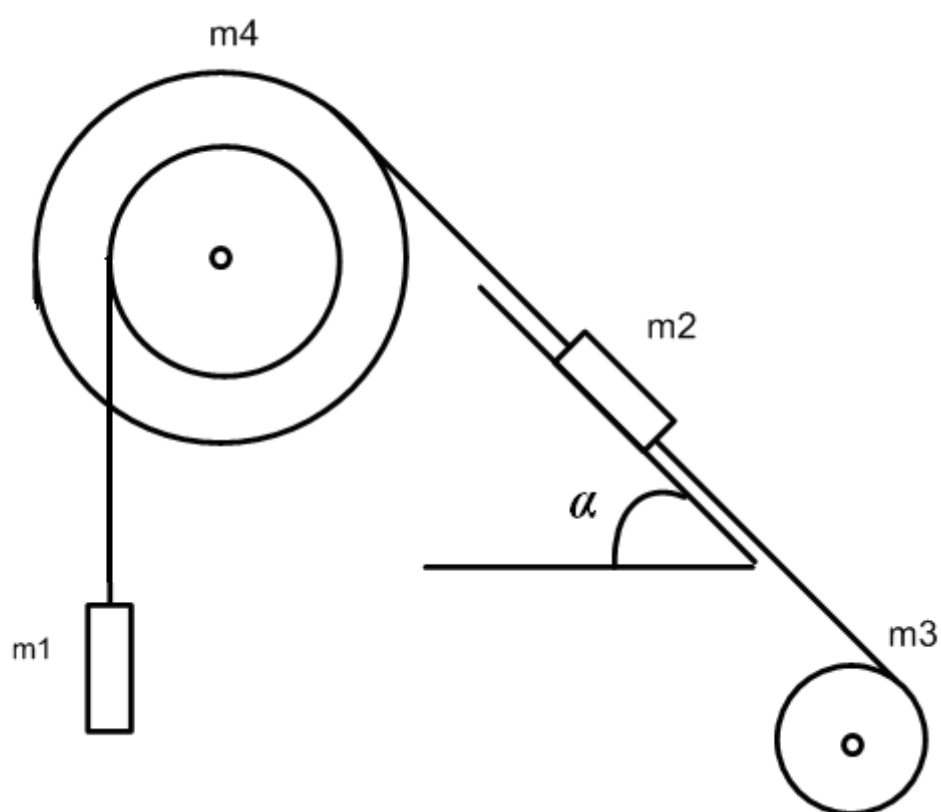


рис. 1.6

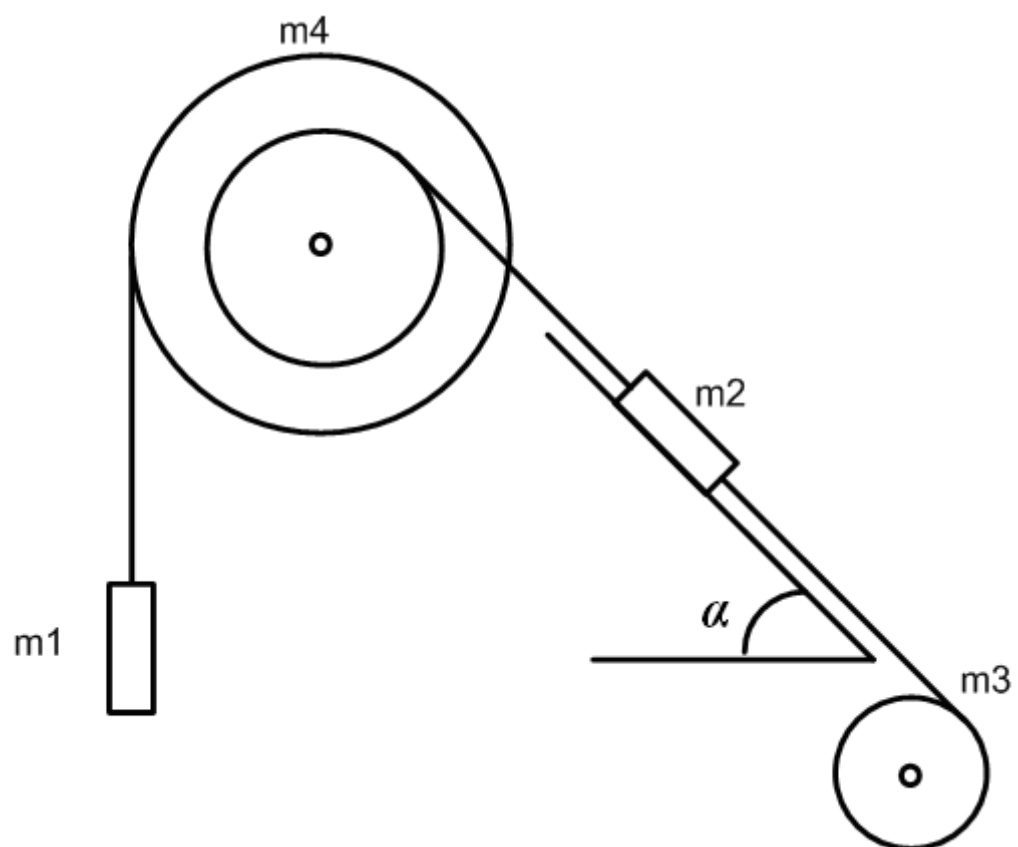


рис. 1.7

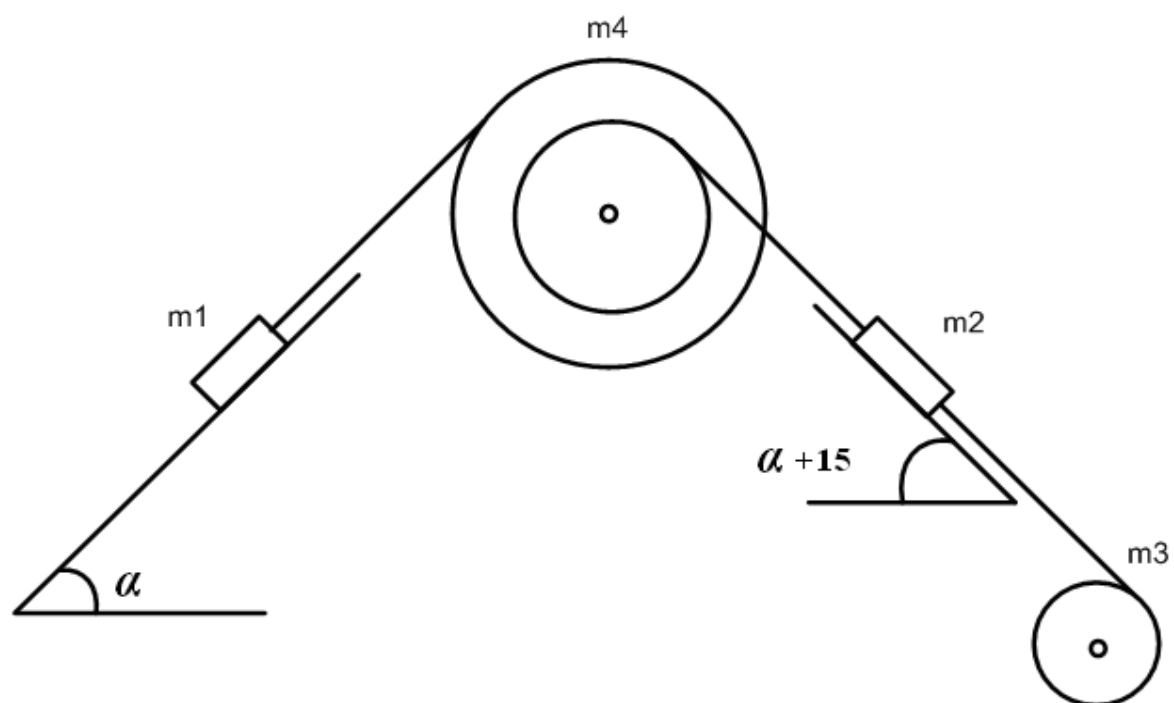


рис. 1.8

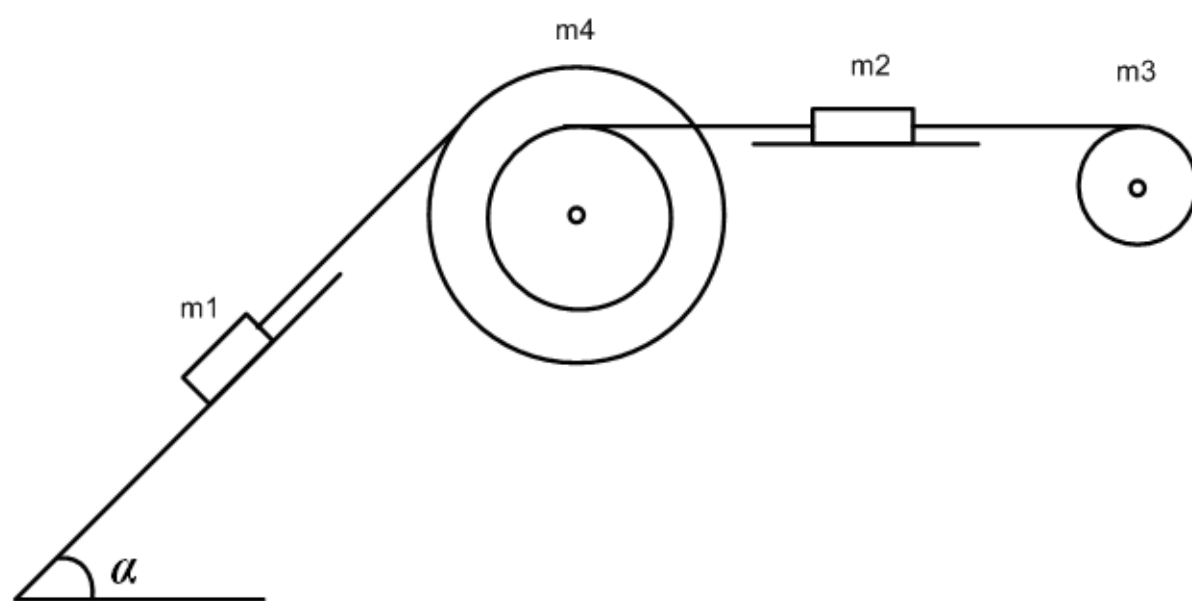
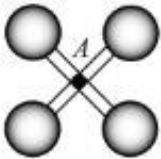
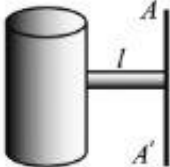
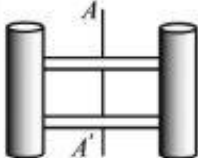
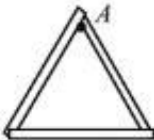
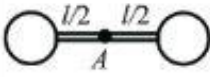


рис. 1.9

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 3.

Механические колебания

Задача 4.4. Одно или несколько тел (цилиндры, шары, диски, обручи) радиусом R и массой m_1 подвешены в точке A либо закреплены на стержнях массой m_2 , длина которых l значительно превышает их толщину. Найти моменты инерции J систем тел относительно точки подвеса или заданной оси AA' . Выполнить дополнительное задание.

Номер задания	Система тел	m_1 , г	R , см	m_2 , г	l , см	Построить график зависимости
1 2 3 4		100 200 300 400	4	150	20	$J = f(m_1)$
5 6 7 8		600	5	72	5 10 15 20	$J = f(l)$
9 10 11 12		100	10 20 30 40	—	—	$J = f(R)$
13 14 15 16		100 200 300 400	2	60	30	$J = f(m_1)$
17 18 19 20		500	10	200	20 40 60 80	$J = f(l)$
21 22 23 24		—	—	100	20 30 40 50	$J = f(l)$
25 26 27 28		150	4 6 8 10	120	10	$J = f(R)$

Задача 15.1. Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой A , если за время t совершается n колебаний и начальная фаза колебаний равна φ_0 . Найти: а) период колебаний; б) смещение точки в момент времени $t = 0$; в) максимальную скорость точки; г) ее максимальное ускорение. Начертить график этого движения.

Номер задания	A , см	t , с	n	φ_0
1	0,5	60	150	$\pi / 4$
2	3,2	96	120	$\pi / 2$
3	2	16	80	$-\pi / 4$
4	1,4	25,6	160	$-\pi / 2$
5	1,5	51,2	160	$\pi / 4$
6	0,3	8	80	$\pi / 2$
7	2,2	48	120	$-\pi / 4$
8	2,4	12	150	$-\pi / 2$
9	1,2	24	120	$\pi / 2$
10	3,3	6	150	π
11	0,4	32	80	$-\pi / 2$
12	2,5	19,2	120	$-\pi$
13	0,2	2,4	120	$\pi / 4$
14	1,3	64	80	$-\pi / 4$
15	2,4	24	150	$\pi / 2$
16	1,5	9,6	120	$-\pi / 2$
17	1,2	64	160	$-\pi / 2$
18	3	4,8	120	$\pi / 2$
19	0,4	4,8	60	$-\pi / 4$
20	5	32	100	$\pi / 4$
21	2	12,8	80	π
22	3,5	12	120	$-\pi$
23	4,2	38,4	120	$\pi / 2$
24	0,5	30	150	$-\pi / 2$
25	2,5	15	150	$-\pi / 4$
26	0,6	6,4	80	$\pi / 4$
27	4	2,4	120	$-\pi / 2$
28	5,2	48	240	$\pi / 2$

Задача 15.2. Начальная фаза гармонического колебания материальной точки равна нулю. При смещении точки от положения равновесия x_1 скорость ее составляет v_1 , а при смещении x_2 скорость равна v_2 . Период колебаний T . Найти неизвестную величину. Определить амплитуду колебания (с точностью до 0,01 см).

Номер задания	x_1 , см	x_2 , см	v_1 , см/с	v_2 , см/с	T , с
1	?	1,5	4,2	2,5	2,08
2	3	?	8	6	3,14
3	1,5	2	?	1	2,94
4	2,4	2,8	3	?	4,05
5	1,2	1,5	2	1,6	?
6	?	4	3,5	0,4	4,78
7	0,1	?	2,5	2	2,052
8	4,5	6	?	0,8	6,36
9	0,8	1	3,5	?	2,09
10	2	2,5	3	2	?
11	?	6	4,5	1	4,75
12	4	?	14	2,8	2,05
13	1,4	2	?	1	3,9
14	0,2	0,8	5	?	1,062
15	3,5	4	2,6	1,4	?
16	?	1	4	3,5	2,81
17	1	?	2,5	1	4,75
18	0,4	0,6	?	1,6	2,34
19	2,2	2,8	2	?	6,28
20	5	6	12	3,2	?
21	?	2,5	4,5	1,2	2,17
22	0,5	?	5,2	2,5	0,86
23	6	6,5	?	2	2,78
24	1,6	2	4	?	2,85
25	2,5	3	3,6	1,2	?
26	?	0,5	5	3	0,72
27	5,5	?	10	1,5	2,75
28	0,6	1,2	?	1,4	2,46

Задача 15.4. Физическое тело заданных формы и размеров, подвешенное на гвозде, вбитом в стену, совершает малые колебания в плоскости, параллельной стене. Найти период колебаний заданного тела. Размерами петли, за которую подвешено тело, пренебречь.

Номер задания	Физическое тело	Радиус тела R , см	Длина тела l , см	Длина нити L , см
1 2 3 4	Обруч	19,6 4,9 122,5 44,1	—	—
5 6 7 8	Диск	5,29 26,13 6,53 4,18	—	—
9 10 11 12	Диск на нити	6 5 10 8	—	10 5 5 12
13 14 15 16	Шар	5,67 4,48 2,52 7	—	—
17 18 19 20	Шар на нити	2 5 12 12	—	3 5 8 18
21 22 23 24	Стержень	—	20 50 80 100	—
25 26 27 28	Стержень на нити	—	20 50 80 100	10 20 50 50

Задача 15.6. Материальная точка, подвешенная на пружине, массой которой можно пренебречь, колеблется по гармоническому закону с амплитудой, равной A . Максимальная сила, действующая при этом на материальную точку, равна $F_{\max}$, полная энергия колеблющейся точки – W . Коэффициент жесткости пружины равен k . Найти неизвестные величины.

Номер задания	A , см	$F_{\max}$, Н	k , Н/м	W , Дж
1	?	?	100	0,02
2	6	?	?	0,24
3	1	4	?	?
4	?	7	280	?
5	?	?	300	0,24
6	3	?	?	0,27
7	5	20	?	?
8	?	1,5	100	?
9	?	?	1400	0,07
10	0,8	?	?	0,012
11	1,5	8	?	?
12	?	5	200	?
13	?	?	200	$5,625 \cdot 10^{-3}$
14	2,5	?	?	$7,5 \cdot 10^{-2}$
15	0,9	2,5	?	?
16	?	12	300	?
17	?	?	100	0,125
18	4	?	?	0,18
19	6	30	?	?
20	?	1,6	320	?
21	?	?	233,3	$1,05 \cdot 10^{-3}$
22	2	?	?	0,16
23	3	6	?	?
24	?	6,4	800	?
25	?	?	416,7	$7,5 \cdot 10^{-3}$
26	0,7	?	?	$1,4 \cdot 10^{-2}$
27	0,5	0,9	?	?
28	?	18	600	?

Задача 15.7. Материальная точка массой m совершает гармонические колебания по закону $x = f(t)$. Записать законы изменения во времени потенциальной энергии точки, кинетической и полной. Вычислить их значения в моменты времени t_1 и t_2 . Определить период колебаний и построить графики зависимости каждой из этих энергий от времени в пределах одного периода.

Номер задания	m , кг	$x = f(t)$, см	t_1 , с	t_2 , с
1 2 3 4	0,25	$x = 4 \cos 1,25\pi t$	T $T/4$ $T/2$ $3T/4$	$T/8$ $3T/8$ $5T/8$ $7T/8$
5 6 7 8	0,2	$x = 3 \cos 0,5\pi t$	T $T/4$ $T/2$ $3T/4$	$T/8$ $3T/8$ $5T/8$ $7T/8$
9 10 11 12	0,05	$x = 2 \cos 12,5\pi t$	T $T/4$ $T/2$ $3T/4$	$T/8$ $3T/8$ $5T/8$ $7T/8$
13 14 15 16	0,3	$x = 5 \cos 0,25\pi t$	T $T/4$ $T/2$ $3T/4$	$T/8$ $3T/8$ $5T/8$ $7T/8$
17 18 19 20	0,1	$x = 3 \cos 5\pi t$	T $T/4$ $T/2$ $3T/4$	$T/8$ $3T/8$ $5T/8$ $7T/8$
21 22 23 24	0,15	$x = 4 \cos 2,5\pi t$	T $T/4$ $T/2$ $3T/4$	$T/8$ $3T/8$ $5T/8$ $7T/8$
25 26 27 28	0,35	$x = 2 \cos 6,25\pi t$	T $T/4$ $T/2$ $3T/4$	$T/8$ $3T/8$ $5T/8$ $7T/8$

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 4.

Молекулярная физика и термодинамика

На рисунках 3.0-3.9 показан цикл, осуществляемый со смесью, состоящей из газа 1 массой m_1 и газа 2 массой m_2 , которые считаются идеальными. Цикл состоит из четырех процессов: a – изотерма, b – изобара, c – изохора, d – адиабата. Цикл показан на (P,V)-диаграмме, значения P_1 , P_2 и V_1 заданы в таблице. Выполнить следующие задания:

1. Найти кажущуюся молярную массу смеси и эквивалентное число степеней свободы молекул смеси, а также показатель адиабаты смеси.
2. Записать уравнение всех процессов цикла и в соответствии с видом цикла найти или задать недостающие значения объема и давление в остальных угловых точках цикла.
3. Найти парциальные давления компонентов во всех угловых точках цикла.
4. Найти термодинамические температуры во всех угловых точках цикла и построить примерные графики цикла на (P,T) и (V,T)-диаграммах.
5. Найти изменения внутренней энергии, работу газа и количество теплоты, полученное газом во всех процессах цикла.
6. Вычислить КПД цикла и сравнить его с КПД цикла Карно, для которого температура нагревателя равна максимальной температуре в цикле, а температура охладителя – минимальной.

Численные значения даны в таблице 3. (Численные значения и номер рисунка выбираются по указанию преподавателя)

Таблица 3

	m_1 , г	газ 1	m_2 , г	газ 2	P_1 , кПа	P_2 , кПа	V_1 , л
0	8	He	4	H ₂	500	300	30
1	40	Ar	48	O ₂	450	250	25
2	40	Ne	42	N ₂	400	150	20
3	84	Kr	70	Cl ₂	350	200	35
4	131	Xe	8	H ₂	300	100	40
5	88	CO ₂	64	O ₂	475	175	45
6	34	NH ₃	28	N ₂	600	275	50
7	54	H ₂ O	35	Cl ₂	375	125	55
8	30	CH ₃	6	H ₂	550	350	60
9	52	C ₂ H ₂	64	O ₂	600	375	65

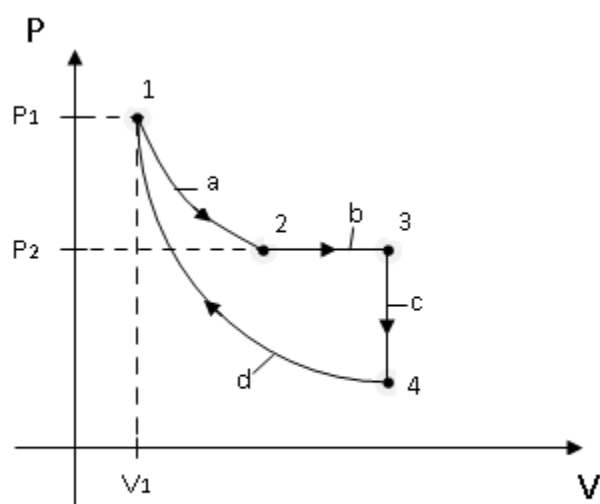


рис. 3.0

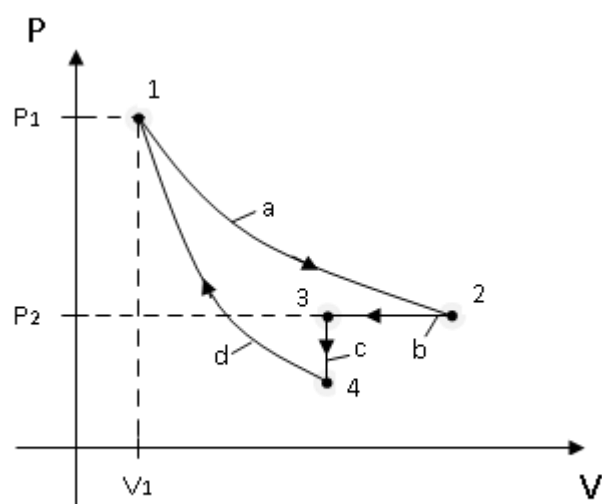


рис. 3.1

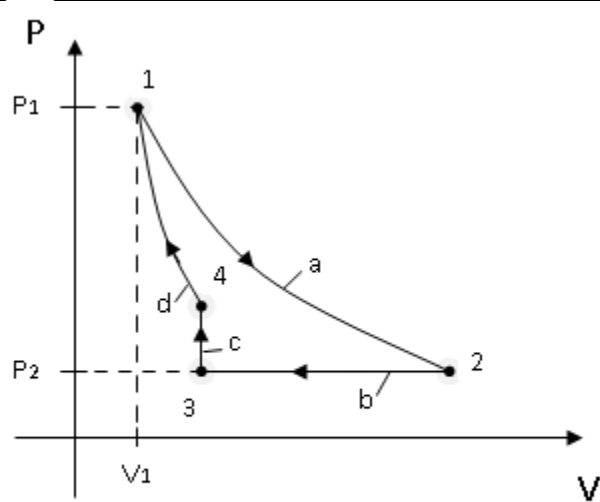


рис. 3.2

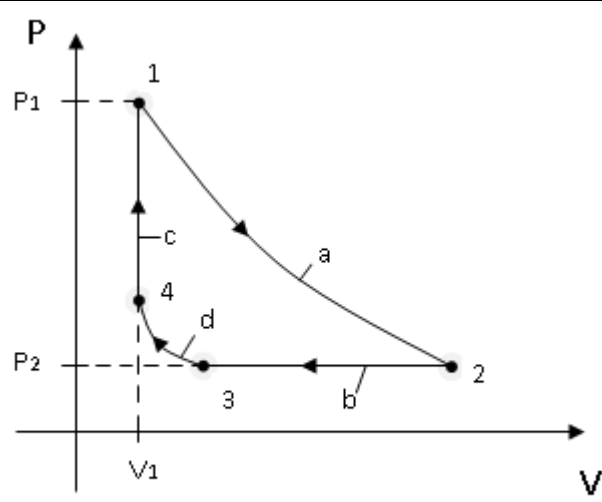


рис. 3.3

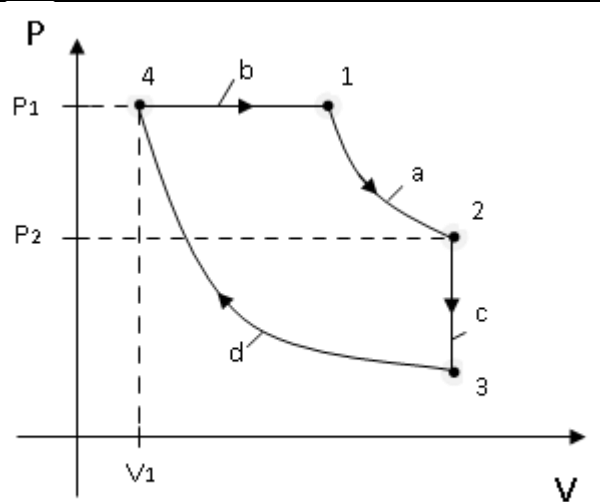


рис. 3.4

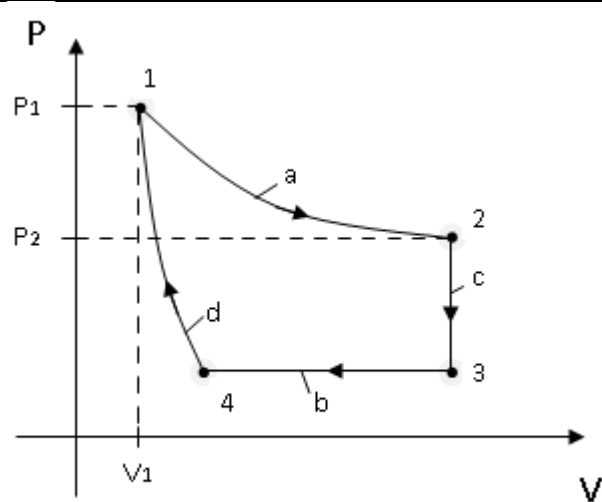
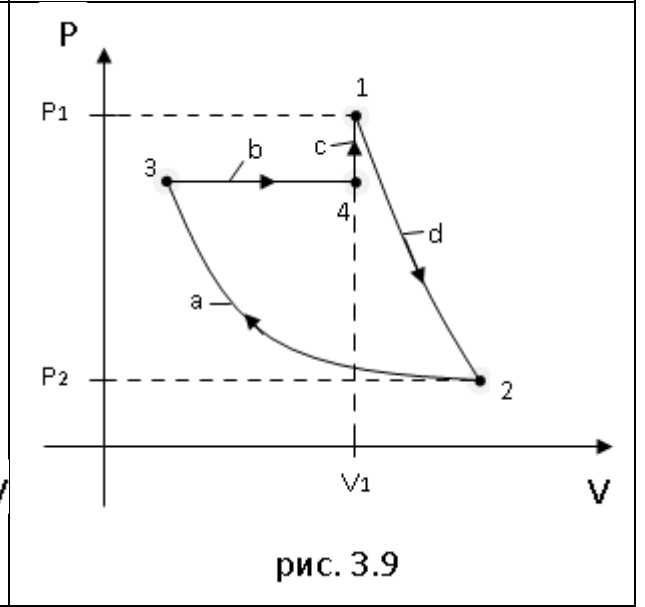
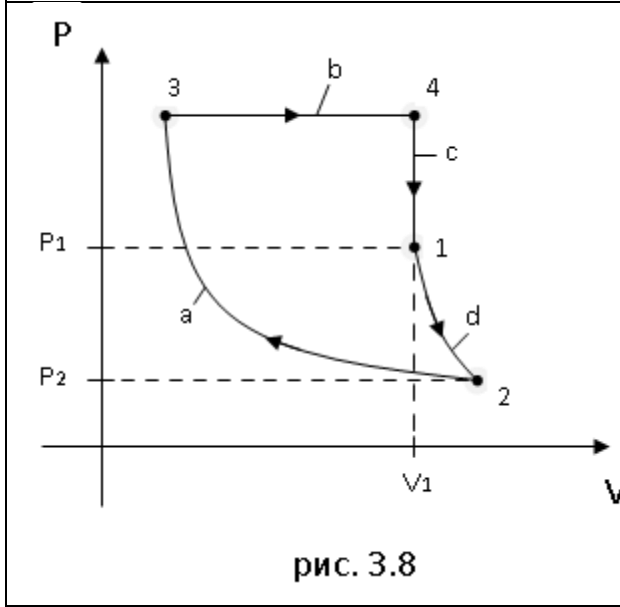
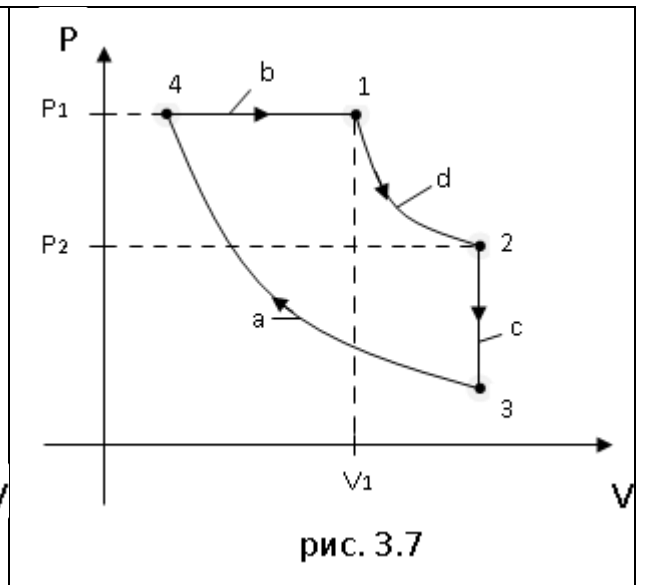
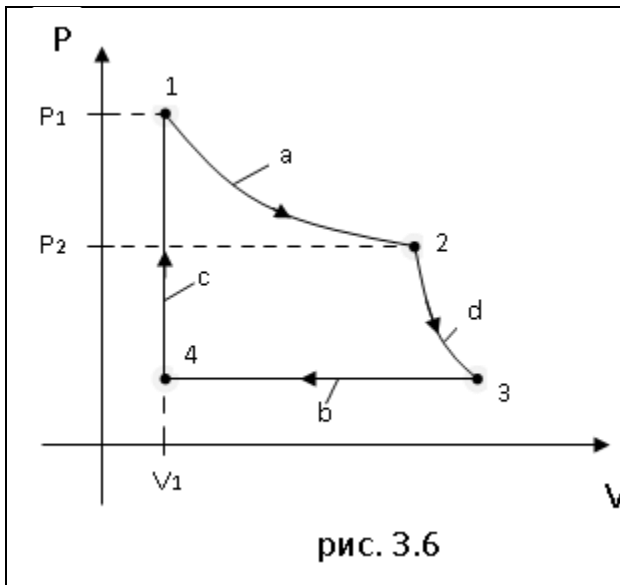


рис. 3.5



ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 5.

Основы термодинамики

Задача 6.7. Некоторый газ находится в закрытом сосуде объемом V при температуре T_1 и давлении p_1 . После изменения температуры до T_2 давление газа в сосуде стало равным p_2 . При этом газу было передано количество теплоты, равное Q . Определить неизвестные величины.

Номер задания	Газ	$V, 10^{-3} \text{ м}^3$	$T_1, \text{ К}$	$T_2, \text{ К}$	$p_1, \text{ Па}$	$p_2, \text{ Па}$	$Q, \text{ Дж}$
1	Кислород	2,5	200	320	?	$8 \cdot 10^3$	?
2		?	366	?	$2 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^5$	500
3		1,6	?	450	10^5	$1,5 \cdot 10^5$	?
4		?	375	500	$3 \cdot 10^5$	?	1000
5	Гелий	?	352	440	?	$2,5 \cdot 10^5$	225
6		1,5	250	?	$8 \cdot 10^3$	$1,12 \cdot 10^4$	?
7		?	?	460	$2,5 \cdot 10^5$	$3,2 \cdot 10^5$	252
8		2	506	600	$3,8 \cdot 10^5$	?	?
9	Углекислый газ	1	240	300	?	10^4	?
10		2,6	343	?	$3,5 \cdot 10^5$	$4,8 \cdot 10^5$	?
11		?	?	350	$9 \cdot 10^4$	$1,2 \cdot 10^5$	315
12		?	320	400	$8 \cdot 10^4$	?	168
13	Азот	3	300	380	?	$1,14 \cdot 10^5$	?
14		?	448	?	$4 \cdot 10^5$	$5 \cdot 10^5$	1000
15		?	?	320	$5 \cdot 10^4$	$6,4 \cdot 10^4$	52,5
16		2,2	364	420	$2,6 \cdot 10^5$	?	?
17	Аргон	?	339	452	?	$4 \cdot 10^5$	525
18		?	256	?	$2 \cdot 10^4$	$2,5 \cdot 10^4$	7,5
19		2,4	?	504	$4 \cdot 10^5$	$4,8 \cdot 10^5$	?
20		1,8	430	516	$3,5 \cdot 10^5$	?	?
21	Водород	?	290	319	?	$5,5 \cdot 10^4$	37,5
22		1,2	400	?	$4,5 \cdot 10^5$	$6,3 \cdot 10^5$	?
23		3,4	?	509	$2,2 \cdot 10^5$	$3,2 \cdot 10^5$	?
24		?	240	360	$5 \cdot 10^3$	?	16,25
25	Закись азота	?	280	392	?	$1,4 \cdot 10^4$	42
26		1,4	370	?	$4,2 \cdot 10^5$	$6,3 \cdot 10^5$	?
27		?	?	384	$1,5 \cdot 10^5$	$1,8 \cdot 10^5$	180
28		2,5	310	434	$1,8 \cdot 10^5$	?	?

Задача 6.8. Молекула некоторого газа имеет число степеней свободы, равное i . При нагревании этого газа на ΔT_1 при постоянном давлении необходимо затратить количество теплоты Q_1 . Если это же количество газа охладить на ΔT_2 при постоянном объеме, то выделится количество теплоты Q_2 . Найти неизвестную величину.

Номер задания	i	ΔT_1 , К	ΔT_2 , К	Q_1 , Дж	Q_2 , Дж
1	?	140	160	2,45	2
2	6	?	140	19,81	26
3	3	170	?	49,58	35
4	5	60	30	?	4
5	5	210	150	58,8	?
6	?	70	80	8,17	7
7	3	?	110	14,55	16
8	6	100	?	22,22	25
9	5	40	20	?	5,5
10	6	200	180	51,85	?
11	?	90	60	30	12
12	3	?	50	8	8
13	6	160	?	35,56	20
14	3	20	40	?	5
15	5	230	200	51,52	?
16	?	150	120	50	24
17	5	?	130	30,15	28
18	6	120	?	24	15
19	3	30	50	?	6
20	5	190	170	37,55	?
21	?	130	100	32,76	18
22	5	?	60	13,07	14
23	6	180	?	45	30
24	3	50	70	?	9
25	3	80	90	14,81	?
26	?	220	200	58,67	40
27	5	?	80	8,75	10
28	3	110	?	41,9	32

Задача 7.2. Газ массой m , находящийся при температуре T_1 , расширяется в n раз при постоянном давлении за счет притока извне количества теплоты Q . Работа расширения газа равна A , изменение внутренней энергии – ΔU . Найти неизвестные величины. Колебательные степени свободы не учитывать.

Номер задания	Газ	m , г	T_1 , К	n	Q , Дж	A , Дж	ΔU , Дж
1	Азот	?	280	3	?	664,8	?
2		5,5	?	1,75	?	?	1040,6
3		?	250	2,2	2493	?	?
4		20	310	?	?	?	1840
5	Водород	?	240	2,4	12215,7	?	?
6		1,5	?	1,5	?	903,7	?
7		1	350	?	?	2617,7	?
8		6	?	1,6	18847	?	?
9	Углекислый газ	?	340	2	?	?	9632
10		16	?	1,25	966,9	?	?
11		11	200	?	?	623,25	?
12		33	?	1,75	?	?	5328,8
13	Аргон	40	?	1,2	?	498,6	?
14		10	320	?	4155	?	?
15		?	250	1,5	1298,5	?	?
16		12	?	2,6	?	957,3	?
17	Кислород	?	320	2,5	?	?	4986
18		24	300	?	?	?	1495,8
19		8	?	2,4	?	581,7	?
20		?	290	1,4	3374	?	?
21	Гелий	12	?	3,2	38 392	?	?
22		4	330	?	?	548,5	?
23		8	?	2,6	20608,8	?	?
24		?	370	2,5	?	?	6226,2
25	Закись азота	15	220	?	?	155,8	?
26		?	360	3	?	?	2243,7
27		11	350	?	2490,2	?	?
28		4,4	?	1,6	?	?	553,45

Задача 7.3. Газ массой m , находящийся под давлением p_1 и занимающий объем V_1 , изотермически расширился при температуре T таким образом, что его давление уменьшилось в n раз. Работа, совершенная газом при расширении, равна A . Найти неизвестные величины.

Номер задания	Газ	m , г	p_1 , Па	V_1 , м ³	T , К	n	A , Дж
1	Гелий	2,477	$2,5 \cdot 10^5$	$7 \cdot 10^{-3}$	?	?	822,5
2		0,714	$1,15 \cdot 10^5$	?	310	1,35	?
3		0,023	?	$1,2 \cdot 10^{-3}$	200	?	8,4
4		?	$1,8 \cdot 10^5$	$2,2 \cdot 10^{-2}$	370	1,5	?
5	Углекислый газ	43,32	$3 \cdot 10^5$	$1,8 \cdot 10^{-2}$	?	?	4948
6		15,16	$1,4 \cdot 10^5$	?	400	?	706,6
7		1,76	?	$2 \cdot 10^{-3}$	230	1,8	?
8		?	$2 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	350	1,25	?
9	Кислород	6,42	$1,25 \cdot 10^5$	$4 \cdot 10^{-3}$	?	1,75	?
10		34,45	$1,7 \cdot 10^5$	?	380	?	892
11		21,88	?	$1,25 \cdot 10^{-2}$	330	1,4	?
12		?	$9 \cdot 10^3$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	210	?	10,64
13	Аргон	1,18	$7,5 \cdot 10^3$	$7,5 \cdot 10^{-3}$	?	2	?
14		4,17	$1,3 \cdot 10^5$	?	300	1,45	?
15		5,35	?	$3,5 \cdot 10^{-3}$	315	?	63,8
16		?	$8 \cdot 10^4$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	250	?	716,3
17	Водород	0,0212	10^4	$2,2 \cdot 10^{-3}$	?	?	8,92
18		0,226	$2 \cdot 10^5$	?	320	1,3	?
19		0,866	?	$4,5 \cdot 10^{-3}$	375	?	301,25
20		?	$6 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^{-3}$	260	1,55	?
21	Азот	9,63	$4 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^{-2}$	?	?	545,5
22		2,76	10^5	?	305	?	92,9
23		3,57	?	$1,8 \cdot 10^{-3}$	340	1,2	?
24		?	$2,5 \cdot 10^4$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	220	1,7	?
25	Неон	2,91	$1,5 \cdot 10^5$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	?	1,6	?
26		1,42	$1,6 \cdot 10^5$	?	325	?	57,62
27		1,6	?	$8 \cdot 10^{-3}$	240	2,2	?
28		?	$2,5 \cdot 10^5$	$1,5 \cdot 10^{-2}$	360	?	1643,5

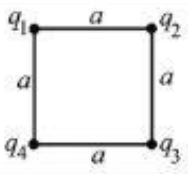
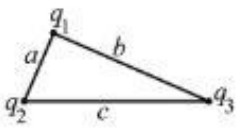
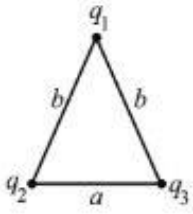
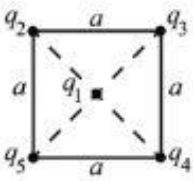
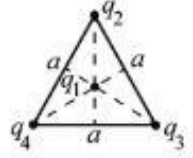
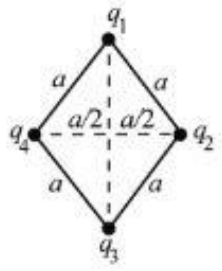
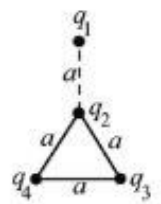
Задача 7.4. Газ, молекулы которого содержат n атомов, занимает объем V_1 и находится под давлением p_1 . При подводе количества теплоты, равного Q , газ расширяется при постоянном давлении до объема V_2 , а затем его давление возрастает до p_2 при неизменном объеме. Внутренняя энергия газа изменяется при этом на ΔU , газ совершает работу, равную A . Найти неизвестные величины. Колебательные степени свободы не учитывать.

Номер задания	n	$V_1, \text{м}^3$	$p_1, \text{Па}$	$V_2, \text{м}^3$	$p_2, \text{Па}$	$Q, \text{Дж}$	$\Delta U, \text{Дж}$	$A, \text{Дж}$
1	?	$4 \cdot 10^{-2}$	10^4	$6 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^4$	?	6500	?
2	1	?	$1,2 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^5$	?	?	2400
3	2	$1,5 \cdot 10^{-3}$	?	$3 \cdot 10^{-3}$	10^5	?	450	?
4	3	?	$4 \cdot 10^4$	$7,5 \cdot 10^{-3}$	?	1300	?	100
5	4	?	$8 \cdot 10^4$	$4,5 \cdot 10^{-2}$	$1,5 \cdot 10^5$	?	16 650	?
6	?	$5 \cdot 10^{-3}$	?	$8 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^4$	?	570	60
7	1	$3 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^3$	?	$1,5 \cdot 10^4$	?	787,5	?
8	2	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^4$	?	?	1626	?	336
9	3	$2 \cdot 10^{-3}$	?	$5 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^5$	?	3150	?
10	2	?	$1,5 \cdot 10^4$	$4,5 \cdot 10^{-3}$	?	?	562,5	22,5
11	1	$1,5 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^{-2}$	?	?	9000	?
12	?	$6 \cdot 10^{-3}$	?	$9 \cdot 10^{-3}$	10^4	150	?	24
13	3	$1,2 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^4$	?	$7,5 \cdot 10^4$	?	9000	?
14	?	10^{-3}	?	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^4$	?	225	15
15	4	$7 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^3$	10^{-2}	$8 \cdot 10^3$	?	?	?
16	2	?	10^5	$6 \cdot 10^{-3}$	?	2150	?	400
17	1	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^5$	$7,5 \cdot 10^{-3}$	?	?	3937,5	?
18	3	10^{-2}	$3 \cdot 10^4$	?	?	?	7200	600
19	?	$9 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^{-2}$	$4,5 \cdot 10^4$	?	2047,5	?
20	?	$5 \cdot 10^{-2}$	$1,5 \cdot 10^5$	?	$3 \cdot 10^5$	26 250	?	3750
21	4	$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^4$	$7 \cdot 10^{-2}$	$6 \cdot 10^4$	?	?	?
22	2	?	$2,5 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^5$	?	?	500
23	3	$3 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^3$	?	$2,4 \cdot 10^4$	?	360	?
24	1	$6 \cdot 10^{-2}$	?	$9 \cdot 10^{-2}$	?	10 500	?	1500
25	?	$4 \cdot 10^{-3}$	$9 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^5$	?	1920	?
26	2	$2,5 \cdot 10^{-2}$	?	$3 \cdot 10^{-2}$	?	?	13 125	750
27	3	?	$7 \cdot 10^3$	$4 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^4$	?	4380	?
28	1	$8 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^4$	10^{-2}	?	750	?	?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 6.

Электростатическое поле в вакууме.

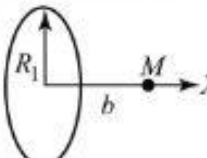
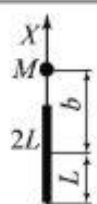
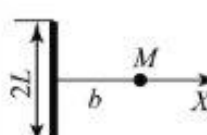
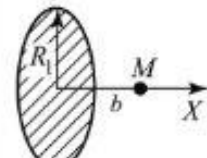
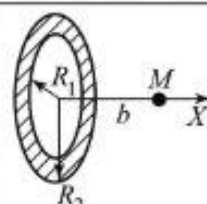
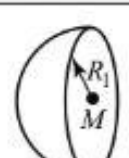
Задача 9.1. Найти силу, с которой на заряд q_1 действует поле, создаваемое всеми остальными зарядами системы.

Номер задания	Система зарядов	a , см	b , см	c , см	q_1 , 10^{-9} Кл	q_2 , 10^{-8} Кл	q_3 , 10^{-8} Кл	q_4 , 10^{-8} Кл	q_5 , 10^{-8} Кл
1 2 3 4		1 1 1 2	—	—	+10	+1 -1 -1 -1	+1 +1 -1 +1	+1 -1 +1 +1	—
5 6 7 8		3	4	5	+1	+1 +6 -3 -1	+2 -4 -2 +6	—	—
9 10 11 12		2	3	—	+1	-2 -2 +1 +1	-2 +2 +1 -1	—	—
13 14 15 16		10	—	—	+1	+2 -1 +1 -2	-5 -1 -1 +3	-1 +1 +2 -2	-2 +1 -3 +4
17 18 19 20		4	—	—	+1	-1 +1 +2 -2	+1 +3 +2 -2	-1 +1 -1 -1	—
21 22 23 24		2	—	—	+0,1	-1 -1 +1 +1	+1 -3 +1 +2	-1 +1 +1 -1	—
25 26 27 28		3	—	—	+0,1	+1 +1 +1 -1	-1 +4 +1 -5	-1 -4 +1 +5	—

Задача 9.2. Два положительных точечных заряда q_1 и q_2 закреплены на расстоянии l друг от друга. В точке на прямой, проходящей через эти заряды, на расстоянии x от первого заряда помещен третий заряд q_3 так, что он находится в равновесии. Найти неизвестную величину. Указать, какой знак должен иметь заряд q_3 для того, чтобы равновесие было устойчивым, если перемещение зарядов возможно только вдоль прямой, проходящей через закрепленные заряды.

Номер задания	q_1 , Кл	q_2 , Кл	l , м	x , м
1	?	$4 \cdot 10^{-9}$	0,6	0,2
2	$4,5 \cdot 10^{-9}$	?	0,5	0,3
3	q_1	$4q_1$	?	0,2
4	$0,25q_2$	q_2	1	?
5	?	$8 \cdot 10^{-9}$	1,2	0,4
6	$9 \cdot 10^{-8}$	?	0,6	0,3
7	q_1	$2q_1$	?	0,5
8	$0,4q_2$	q_2	2	?
9	?	$6 \cdot 10^{-9}$	0,3	0,2
10	$1,2 \cdot 10^{-10}$	?	0,9	0,4
11	$0,5q_2$	q_2	?	0,3
12	q_1	$2q_1$	1	?
13	?	$7 \cdot 10^{-9}$	0,5	0,2
14	$1,6 \cdot 10^{-9}$	?	0,8	0,4
15	q_1	$8q_1$	?	0,1
16	$0,25q_2$	q_2	2	?
17	?	$1,2 \cdot 10^{-10}$	0,8	0,4
18	$8 \cdot 10^{-9}$	?	0,7	0,2
19	$0,2q_2$	q_2	?	0,1
20	q_1	$4q_1$	1	?
21	?	$9 \cdot 10^{-8}$	0,4	0,1
22	$3,6 \cdot 10^{-9}$	?	1	0,6
23	$0,4q_2$	q_2	?	0,2
24	q_1	$6q_1$	1	?
25	?	$1,6 \cdot 10^{-10}$	0,7	0,3
26	$6 \cdot 10^{-9}$	?	0,8	0,2
27	q_1	$4q_1$	?	0,4
28	$0,2q_2$	q_2	2	?

Задача 9.3. Электростатическое поле создается положительным зарядом q , равномерно распределенным по заряженному телу радиусом R_1 (для широкого тонкого кольца меньший радиус R_1 , больший — R_2) или длиной $2L$. Найти напряженность поля на оси, проходящей через центр тела, в точке M , отстоящей от центра на расстоянии b .

Номер задания	Найти напряженность электрического поля в точках	q , Кл	R_1 , м	R_2 , м	L , м	b , м
1 2 3 4	 На оси, перпендикулярной к плоскости проволочного заряженного кольца	10^{-9}	0,1	—	—	0,05 0,1 0,15 0,2
5 6 7 8	 На оси, проходящей вдоль заряженной нити длиной $2L$, вне нити	$5 \cdot 10^{-10}$	—	—	0,1	0,15 0,2 0,25 0,3
9 10 11 12	 В центре заряженного проволочного полукольца	10^{-10}	0,05 0,10 0,15 0,20	—	—	0
13 14 15 16	 На оси, перпендикулярной к заряженной нити длиной $2L$	$5 \cdot 10^{-10}$	—	—	0,1	0,05 0,1 0,15 0,2
17 18 19 20	 На оси, перпендикулярной к плоскости тонкого заряженного диска	10^{-9}	0,1	—	—	0,05 0,1 0,15 0,2
21 22 23 24	 На оси, перпендикулярной к плоскости широкого тонкого заряженного кольца	$3 \cdot 10^{-10}$	0,05	0,1	—	0,05 0,1 0,15 0,2
25 26 27 28	 В центре заряженной полусферы	10^{-9}	0,05 0,10 0,15 0,20	—	—	0

Задача 9.4. Заряженная частица движется со скоростью v . На какое наименьшее расстояние она может приблизиться к ядру атома заданного элемента? Заряд ядер атомов равен Ze , где Z – порядковый номер атома в периодической таблице элементов; e – заряд электрона.

Номер задания	Частица	Элемент	v , м/с
1 2 3 4	Протон	H Al Cu He	$2 \cdot 10^5$ $3 \cdot 10^5$ 10^6 $2 \cdot 10^6$
5 6 7 8	α -Частица	Al Cu He Zn	$5 \cdot 10^5$ 10^6 10^5 $5 \cdot 10^5$
9 10 11 12	Протон	B Ne Li C	$5 \cdot 10^4$ $1,5 \cdot 10^5$ $1,2 \cdot 10^5$ $3 \cdot 10^5$
13 14 15 16	Протон	Be Ar Na Cl	10^5 $8 \cdot 10^4$ $3 \cdot 10^4$ $2 \cdot 10^4$
17 18 19 20	α -Частица	H N C Si	$1,7 \cdot 10^5$ $4 \cdot 10^5$ $2,5 \cdot 10^5$ $1,2 \cdot 10^6$
21 22 23 24	α -Частица	Fe Ca Hg Na	$3 \cdot 10^6$ $8 \cdot 10^5$ $2 \cdot 10^6$ $4 \cdot 10^5$
25 26 27 28	Протон	N Ag O Ca	$1,3 \cdot 10^6$ 10^5 $5 \cdot 10^5$ $6 \cdot 10^5$

Задача 9.5. Электрическое поле образовано двумя параллельными пластинами, находящимися на расстоянии d друг от друга. Разность потенциалов между ними равна $\Delta\phi$. Заряженная частица, пройдя вдоль силовой линии расстояние Δr , приобретает под действием поля скорость v . Найти неизвестную величину.

Номер задания	Частица	d , см	$\Delta\phi$, В	Δr , см	v , м/с
1	α -Частица	?	100,4	4	$8 \cdot 10^4$
2		1	?	0,8	$4 \cdot 10^4$
3		10	1570	?	$3 \cdot 10^5$
4		2	120	1	?
5	Протон	?	149	3,5	10^5
6		18	?	12	$4 \cdot 10^5$
7		40	5800	?	10^6
8		3	50	2	?
9	Электрон	?	83,4	1,5	$2 \cdot 10^6$
10		10	?	0,5	$8 \cdot 10^5$
11		7	332	?	10^7
12		16	410	9	?
13	α -Частица	?	244	3	10^5
14		9	?	8	$2 \cdot 10^5$
15		12	307,5	?	$7 \cdot 10^4$
16		8	83,7	2,5	?
17	Протон	?	44,5	3	$8 \cdot 10^4$
18		4	?	0,3	$5 \cdot 10^4$
19		11	574	?	$3 \cdot 10^5$
20		6	78,3	4	?
21	Электрон	?	1290	15	$2 \cdot 10^7$
22		3	?	1,2	$6 \cdot 10^6$
23		50	4740	?	$4 \cdot 10^7$
24		13	1344	11	?
25	α -Частица	?	52,7	5	$6 \cdot 10^4$
26		20	?	16	$4 \cdot 10^5$
27		5	313,8	?	$9 \cdot 10^4$
28		15	353	10	?

Задача 9.6. В электростатическом поле, образованном системой распределенных зарядов, потенциал электростатического поля меняется по известному закону $\varphi = f(x, y, z)$. Найти напряженность поля в точках x_1, y_1, z_1 . Охарактеризовать картину эквипотенциальных поверхностей.

Номер задания	Закон изменения $\varphi = f(x, y, z)$	Постоянные		$x_1, \text{ м}$	$y_1, \text{ м}$	$z_1, \text{ м}$
		a	b			
1 2 3 4	$\varphi = \frac{x^2}{a} + \frac{y^2 + z^2}{b}$	$5 \text{ м}^2/\text{В}$	$8 \text{ м}^2/\text{В}$	1 2 2 0	1 2 0 2	1 2 0 0
5 6 7 8	$\varphi = ax + b$	7 В/м	12 В	1 2 3 4	1 1 2 1	1 2 1 2
9 10 11 12	$\varphi = -\frac{1}{a}(x^2 + y^2 + z^2)$	$4 \text{ м}^2/\text{В}$	—	2 1 1 1	2 1 0 1	2 1 0 0
13 14 15 16	$\varphi = a - bz$	1 В	5 В/м	4 3 2 1	2 1 2 1	0 1 2 3
17 18 19 20	$\varphi = a(x^2 + y^2) + bz^2$	4 В/м^2	3 В/м^2	4 2 2 1	4 2 2 1	1 2 1 1
21 22 23 24	$\varphi = a(x^2 + y^2) - bz^2$	6 В/м^2	2 В/м^2	2 2 1 2	1 2 1 1	2 1 1 3
25 26 27 28	$\varphi = ay - b$	9 В/м	4 В	1 2 1 2	1 2 3 4	1 2 0 1

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 7

Электрическое поле в диэлектрике.

Задача 10.4. На границе раздела двух диэлектриков вектор электрического смещения $\vec{D}_1$ в первом диэлектрике составляет угол α_1 с нормалью к границе раздела, а вектор электрического смещения $\vec{D}_2$ во втором диэлектрике — угол α_2 с нормалью к границе раздела. Отношение диэлектрических проницаемостей первого и второго диэлектриков равно ϵ_1 / ϵ_2 . Найти неизвестные величины.

Номер задания	D_1 , Кл/м ²	D_2 , Кл/м ²	α_1 , град	α_2 , град	ϵ_1 / ϵ_2
1	?	$2 \cdot 10^{-9}$	?	30	0,33
2	$4 \cdot 10^{-8}$	?	60	?	2
3	?	$4 \cdot 10^{-8}$	53	24	?
4	$3 \cdot 10^{-9}$	?	?	5	6,3
5	?	$2 \cdot 10^{-8}$	15	?	0,5
6	$4 \cdot 10^{-9}$	?	26	10	?
7	?	$5 \cdot 10^{-9}$	?	25	4,6
8	$6 \cdot 10^{-9}$	?	75	?	3,5
9	?	$8 \cdot 10^{-9}$	60	16	?
10	$3 \cdot 10^{-9}$	?	?	9	7
11	?	$8 \cdot 10^{-10}$	50	?	2,6
12	$2 \cdot 10^{-8}$	?	54	40	?
13	?	$3 \cdot 10^{-9}$	?	5	6,5
14	$9 \cdot 10^{-10}$	?	12	?	0,25
15	?	$5 \cdot 10^{-9}$	70	36	?
16	10^{-8}	?	?	12	2
17	?	$9 \cdot 10^{-10}$	40	?	12
18	$7 \cdot 10^{-9}$	?	66	18	?
19	?	$6 \cdot 10^{-9}$	?	32	0,2
20	$5 \cdot 10^{-8}$	?	30	?	4,3
21	?	$3 \cdot 10^{-8}$	10	34	?
22	$8 \cdot 10^{-10}$	?	?	55	0,13
23	?	$7 \cdot 10^{-9}$	45	?	2,5
24	$5 \cdot 10^{-9}$	?	58	28	?
25	?	$9 \cdot 10^{-9}$	?	10	4
26	$2 \cdot 10^{-9}$	?	45	?	2,3
27	?	$4 \cdot 10^{-9}$	28	4	?
28	$7 \cdot 10^{-10}$	?	?	15	6

Задача 10.7. Два уединенных металлических шарика радиусами r_1 и r_2 соединены проволочкой, емкостью которой можно пренебречь. Заряд первого шарика до разряда равен q_1 , потенциал второго — φ_2 . Выполнить задание.

Номер задания	r_1 , см	r_2 , см	q_1 , Кл	φ_2 , кВ	Определить
1	3	2	10^{-8}	9	Потенциал первого шарика до разряда
2	2	1	$5 \cdot 10^{-9}$	3,6	
3	4	2	$2 \cdot 10^{-8}$	4,5	
4	2	5	$6 \cdot 10^{-9}$	7,2	
5	3	2	10^{-8}	9	Заряд второго шарика до разряда
6	2	1	$5 \cdot 10^{-9}$	3,6	
7	4	2	$2 \cdot 10^{-8}$	4,5	
8	2	5	$6 \cdot 10^{-9}$	7,2	
9	3	2	10^{-8}	9	Заряд и потенциал первого шарика после разряда
10	2	1	$5 \cdot 10^{-9}$	3,6	
11	4	2	$2 \cdot 10^{-8}$	4,5	
12	2	5	$6 \cdot 10^{-9}$	7,2	
13	3	2	10^{-8}	9	Заряд и потенциал второго шарика после разряда
14	2	1	$5 \cdot 10^{-9}$	3,6	
15	4	2	$2 \cdot 10^{-8}$	4,5	
16	2	5	$6 \cdot 10^{-9}$	7,2	
17	3	2	10^{-8}	9	Энергию каждого шарика до разряда
18	2	1	$5 \cdot 10^{-9}$	3,6	
19	4	2	$2 \cdot 10^{-8}$	4,5	
20	2	5	$6 \cdot 10^{-9}$	7,2	
21	3	2	10^{-8}	9	Энергию соединенных проводником шариков
22	2	1	$5 \cdot 10^{-9}$	3,6	
23	4	2	$2 \cdot 10^{-8}$	4,5	
24	2	5	$6 \cdot 10^{-9}$	7,2	
25	3	2	10^{-8}	9	Работу разряда
26	2	1	$5 \cdot 10^{-9}$	3,6	
27	4	2	$2 \cdot 10^{-8}$	4,5	
28	2	5	$6 \cdot 10^{-9}$	7,2	

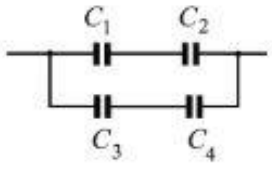
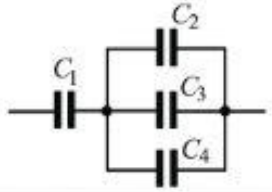
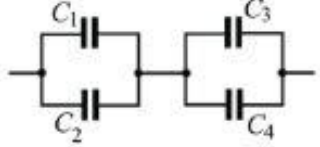
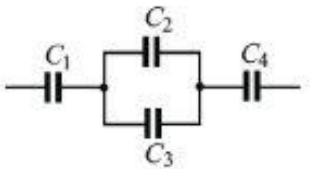
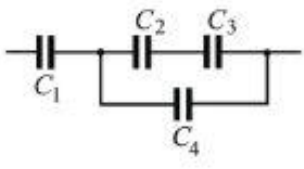
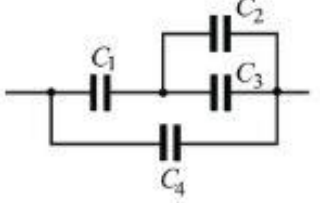
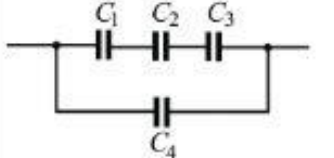
Задача 10.8. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора равна S , расстояние между ними — d . К пластинам приложена разность потенциалов U . При разряде такого конденсатора выделяется количество теплоты, равное Q . Найти неизвестную величину.

Номер задания	$S, \text{см}^2$	$d, \text{мм}$	$U, \text{В}$	$Q, \text{Дж}$
1	?	1,3	100	$3,4 \cdot 10^{-8}$
2	50	?	300	$2,5 \cdot 10^{-6}$
3	12	1	?	$1,04 \cdot 10^{-7}$
4	28	4,5	290	?
5	?	6	300	$1,77 \cdot 10^{-8}$
6	4	?	120	$1,5 \cdot 10^{-8}$
7	24	5,5	?	$1,3 \cdot 10^{-7}$
8	10	0,7	150	?
9	?	1,2	250	$8,85 \cdot 10^{-7}$
10	15	?	190	$1,2 \cdot 10^{-7}$
11	7	0,6	?	$1,86 \cdot 10^{-8}$
12	26	5	240	?
13	?	4	400	$4,425 \cdot 10^{-7}$
14	8	?	75	$1,66 \cdot 10^{-8}$
15	35	2,2	?	$5,13 \cdot 10^{-7}$
16	20	0,9	160	?
17	?	2	220	$1,6 \cdot 10^{-7}$
18	5	?	80	$5,66 \cdot 10^{-9}$
19	30	3,5	?	$8,53 \cdot 10^{-8}$
20	14	1,1	130	?
21	?	6	180	$2,15 \cdot 10^{-8}$
22	25	?	200	$1,475 \cdot 10^{-7}$
23	9	0,8	?	$6 \cdot 10^{-8}$
24	16	1,4	230	?
25	?	7	150	$1,71 \cdot 10^{-8}$
26	18	?	70	$2,6 \cdot 10^{-8}$
27	6	0,5	?	$4,3 \cdot 10^{-8}$
28	22	3	210	?

Задача 10.9. Между обкладками плоского конденсатора с площадью пластин S и расстоянием между ними d_1 находится пластинка диэлектрика, относительная диэлектрическая проницаемость которой ϵ , целиком заполняющая пространство между пластинами. Конденсатор зарядили до разности потенциалов U и отключили от источника напряжения. Для того чтобы раздвинуть пластины конденсатора до расстояния d_2 , требуется совершить работу, равную A . Найти неизвестную величину.

Номер задания	S , см ²	d_1 , см	ϵ	U , В	d_2 , см	A , Дж
1	?	0,1	2,6	100	0,7	$9 \cdot 10^{-6}$
2	30	1,1	?	80	1,8	$1,5 \cdot 10^{-7}$
3	140	1,7	2,2	?	3	$1,94 \cdot 10^{-7}$
4	90	0,8	4	140	?	$1,56 \cdot 10^{-6}$
5	200	1	2	120	1,5	?
6	?	2	3,6	190	3	$6,7 \cdot 10^{-7}$
7	240	1,6	?	210	2,2	$1,75 \cdot 10^{-6}$
8	50	0,3	2,5	?	0,9	$3 \cdot 10^{-6}$
9	150	1,8	7,3	200	?	$3 \cdot 10^{-6}$
10	400	0,2	6	120	0,8	?
11	?	0,9	2,3	150	1,6	$4,55 \cdot 10^{-7}$
12	60	1,2	?	90	2	$4,3 \cdot 10^{-7}$
13	20	0,5	3,5	?	1	$1,4 \cdot 10^{-7}$
14	210	0,9	7	220	?	$5,7 \cdot 10^{-5}$
15	160	0,4	6	180	0,8	?
16	?	1	2,4	110	2	$2,5 \cdot 10^{-7}$
17	100	1,5	?	160	2,5	$2 \cdot 10^{-7}$
18	300	1,6	2,8	?	3	$1,1 \cdot 10^{-6}$
19	40	1,3	5,5	70	?	$9,3 \cdot 10^{-8}$
20	250	0,5	2	100	1,5	?
21	?	0,1	4,5	230	1	$8,5 \cdot 10^{-4}$
22	70	1,4	?	130	2	$1,25 \cdot 10^{-7}$
23	180	0,6	3	?	1,3	$6,75 \cdot 10^{-6}$
24	110	1,7	2,2	170	?	$2,12 \cdot 10^{-7}$
25	400	0,2	5	150	1,2	?
26	?	0,8	6,3	220	1,8	$2 \cdot 10^{-5}$
27	130	1,4	?	180	2,5	$1,35 \cdot 10^{-6}$
28	80	0,7	2,3	?	1,5	$3 \cdot 10^{-7}$

Задача 10.10. Найти общую емкость соединенных конденсаторов.

Номер задания	Схема соединений	C_1 , пФ	C_2 , пФ	C_3 , пФ	C_4 , пФ
1 2 3 4		10 10 10 20	20 10 20 20	20 20 10 10	40 20 20 40
5 6 7 8		200 20 100 50	100 50 20 200	20 200 50 100	50 100 200 20
9 10 11 12		20 20 10 10	20 40 20 40	40 20 20 20	40 40 40 20
13 14 15 16		10 10 20 20	20 40 40 40	20 20 10 10	40 20 20 50
17 18 19 20		50 10 40 20	40 50 20 10	20 40 10 50	10 20 50 40
21 22 23 24		20 40 40 20	20 40 20 40	40 20 20 40	40 20 40 20
25 26 27 28		40 10 50 20	10 20 40 50	50 40 20 10	20 50 10 40

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 8.

Электростатика. Постоянный электрический ток

На рисунках 4.0-4.9 (таблицы 4.1, 4.2) изображены электрические схемы с источниками тока и резисторами. Выполнить следующие задания:

1. Вычислить эквивалентные сопротивления между точками a и b схемы, R_{ab} .
2. Начертить эквивалентную схему замещения с элементом R_{ab} и, используя законы Кирхгофа, найти токи во всех резисторах и всех источниках ЭДС.
3. Найти напряжения на зажимах любого источника (по Вашему выбору).
4. Проверить выполнение баланса мощностей.
5. Между указанными в таблице 4.2 точками схемы включены два последовательно соединенных конденсатора, типы которых также указаны в таблице. Плоский конденсатор имеет квадратные пластины с длиной стороны l_1 и расстоянием между ними l_2 ; сферический имеет внутренний радиус l_1 и разность радиусов l_2 ; цилиндрический имеет внутренний радиус l_1 , разность радиусов l_2 и длину $20l_1$. Конденсаторы полностью заполнены двумя слоями однородного диэлектрика равной толщины с диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 . Найти заряд на той обкладке, которая присоединена к первой из указанных точек.
6. Найти энергию электрического поля второго конденсатора.

Численные значения и номер рисунка выбираются по указанию преподавателя
Таблица 4.1

Параметры электрической цепи

	$E_1,$ В	$E_2,$ В	$E_3,$ В	$r_1,$ Ом	$r_2,$ Ом	$r_3,$ Ом	$R_1,$ Ом	$R_2,$ Ом	$R_3,$ Ом	$R_4,$ Ом	$R_5,$ Ом
0	2	4	6	-	1	2	120	210	320	640	100
1	4	10	12	2	-	1	1400	2900	5100	1700	6800
2	6	7	3	-	2	2	3200	4700	5600	8200	1000
3	8	12	5	-	-	3	620	470	1000	1200	750
4	10	2	7	-	2	2	240	150	760	430	900
5	12	18	9	2	3	5	370	600	790	590	300
6	14	16	11	4	2	-	540	860	320	350	1000
7	16	12	13	1	3	5	890	360	790	250	500
8	18	8	15	4	-	3	1000	3700	960	2440	3400
9	20	4	17	2	3	1	3000	4000	5000	6000	7000

Таблица 4.2

Параметры конденсатора и способ его подключения

	Точки соединения	Типы конденсаторов	l_1 , см	l_2 , см	ε_1	ε_2
0	de	плоский, сферический	1,0	0,5	2,0	3,0
1	cb	сферический, цилиндрический	2,0	0,1	3,0	4,0
2	cd	цилиндрический, плоский	1,0	0,2	2,5	6,0
3	bd	плоский, цилиндрический	0,5	0,5	3,5	8,0
4	ad	сферический, цилиндрический	1,5	0,2	4,0	10,0
5	ca	цилиндрический, плоский	2,5	0,3	4,5	14,0
6	ed	плоский, сферический	2,0	0,3	5,0	6,0
7	ae	сферический, цилиндрический	3,0	0,2	5,5	2,0
8	de	цилиндрический, плоский	3,0	0,1	6,0	3,0
9	cd	плоский, сферический	1,0	0,2	7,0	4,0

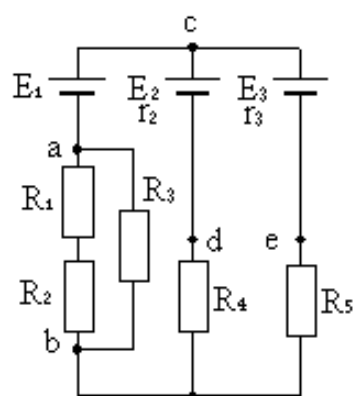


Рис. 4.0

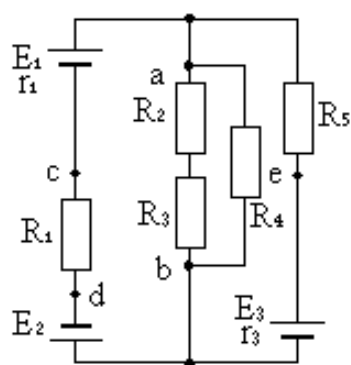


Рис. 4.1

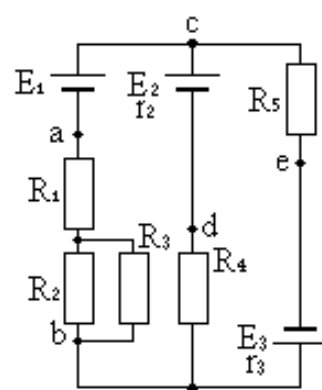


Рис. 4.2

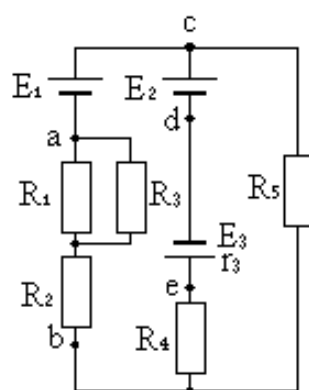


Рис. 4.3

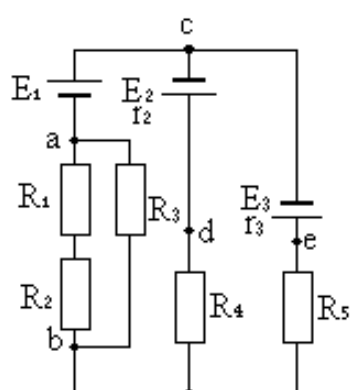


Рис. 4.4

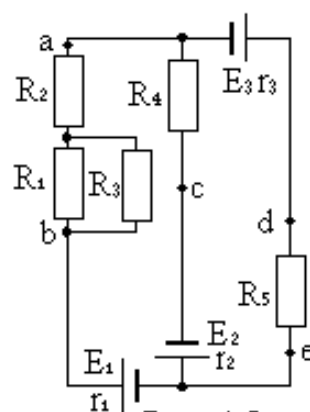


Рис. 4.5

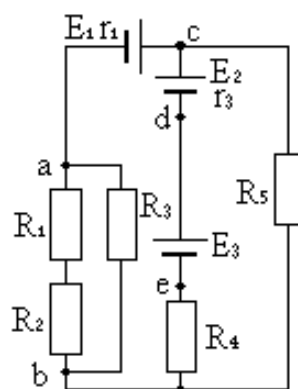


Рис. 4.6

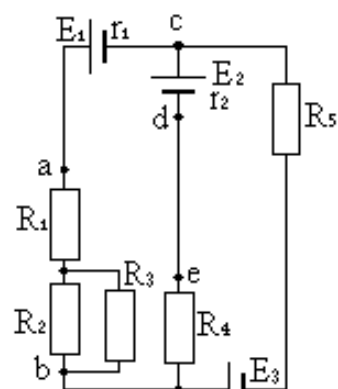


Рис. 4.7

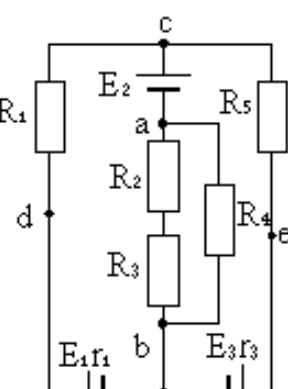


Рис. 4.8

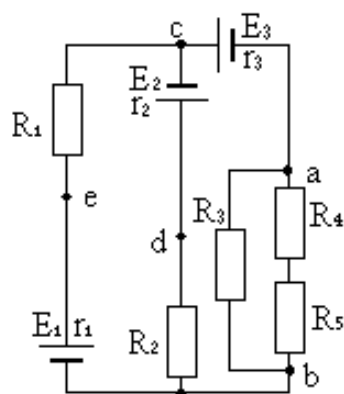


Рис. 4.9

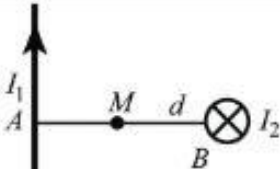
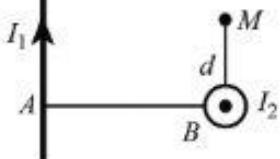
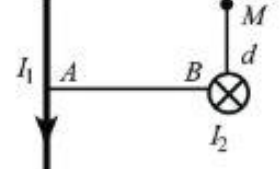
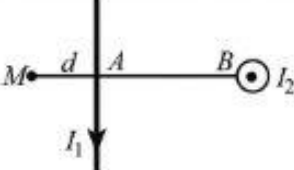
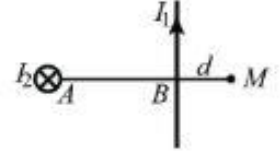
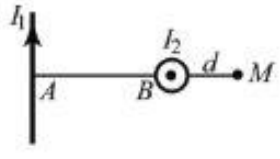
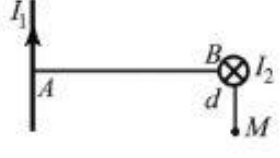
ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 9.

Магнитное поле постоянных токов. Электромагнитная индукция.

Задача 12.1. Замкнутый круговой контур радиусом R , по которому проходит постоянный ток I , помещен в магнитное поле с индукцией B так, что нормаль к контуру образует с направлением поля угол α . При этом на контур действует момент сил M . Найти неизвестную величину.

Номер задания	R , см	I , А	B , Тл	M , Н · м	α , град
1	?	2	2,5	$3,14 \cdot 10^{-3}$	30
2	3,4	?	2,8	$7,1 \cdot 10^{-2}$	45
3	1,8	1,2	?	$4,33 \cdot 10^{-3}$	60
4	2	0,15	0,5	?	30
5	3,6	3,5	2,53	$1,8 \cdot 10^{-2}$	?
6	?	6,37	5	$8,66 \cdot 10^{-3}$	60
7	2,2	?	2,2	$7,07 \cdot 10^{-3}$	45
8	2,8	2,4	?	$1,2 \cdot 10^{-2}$	30
9	1,5	2	1,2	?	45
10	3,8	2,3	4,025	$2,1 \cdot 10^{-2}$	?
11	?	1,5	1,98	$4,2 \cdot 10^{-3}$	30
12	4,2	?	4,5	$8,66 \cdot 10^{-3}$	60
13	3,2	5,18	?	$4,33 \cdot 10^{-3}$	60
14	2,5	1,4	2,2	?	30
15	2,2	4,47	1,415	$6,8 \cdot 10^{-3}$	?
16	?	3,1	1,27	$1,4 \cdot 10^{-2}$	45
17	2,3	?	6	$1,73 \cdot 10^{-2}$	60
18	1,6	6,2	?	$1,41 \cdot 10^{-2}$	45
19	4,5	0,6	3,2	?	30
20	3	1,8	1,1	$4,9 \cdot 10^{-3}$	?
21	?	3,31	0,4	$5,2 \cdot 10^{-3}$	30
22	4,2	?	0,8	$1,41 \cdot 10^{-2}$	45
23	3,3	2,9	?	$1,73 \cdot 10^{-2}$	60
24	1,5	3,2	2,6	?	30
25	13	2	3,91	$3,6 \cdot 10^{-3}$	?
26	?	2,83	0,2	$3,14 \cdot 10^{-3}$	45
27	3,5	?	1,3	$8,66 \cdot 10^{-3}$	60
28	2,6	4,33	?	$9,2 \cdot 10^{-3}$	30

Задача 12.2. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг к другу. Направления токов I_1 и I_2 в проводниках указаны на рисунках. Расстояние AB между проводниками известно. Найти индукцию магнитного поля в точке M , отстоящей на расстоянии d от одного из проводников.

Номер задания	Направления токов	AB , см	d , см	I_1 , А	I_2 , А
1 2 3 4		20 10 8 7	12 2 3 2	3,1 0,895 2,24 2,5	3,8 0,45 2,68 2,83
5 6 7 8		6 25 5 4	3 8 2 3	4,25 5,6 7,07 1,265	2,12 3,58 2,83 1,16
9 10 11 12		7 8 9 12	5 6 4 9	1,21 1,96 4,41 1,7	1,22 1,9 2,53 2,38
13 14 15 16		8 7 11 3	3 4 9 5	1,34 3,1 0,57 3,16	2,46 5,04 0,98 2,4
17 18 19 20		5 13 6 14	6 7 2 1	1,9 3,96 5,3 0,9	2,7 2,83 11,3 6,7
21 22 23 24		12 7 6 10	8 3 4 2	3,2 10 3,75 0,54	7 5,2 2,83 0,18
25 26 27 28		12 8 9 6	6 2 5 8	3,6 11,3 2,7 4,25	3,8 5,3 3,16 5,66

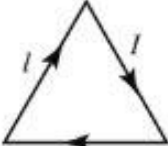
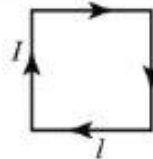
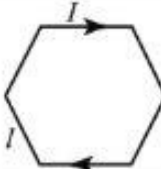
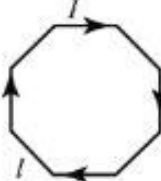
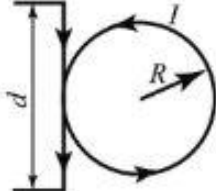
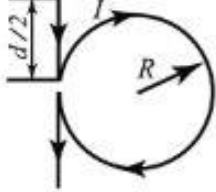
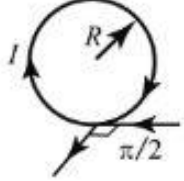
Задача 12.3. Ток I проходит по длинному прямому проводнику, согнутому под углом α . Индукция поля в точке, лежащей на биссектрисе этого угла и отстоящей от вершины угла на расстоянии l , равна B . Найти неизвестную величину.

Номер задания	I , А	l , см	B , Тл	α , град
1	?	1,5	$1,052 \cdot 10^{-4}$	60
2	1,8	?	$2,82 \cdot 10^{-5}$	120
3	1,3	4,8	?	90
4	1,5	17,07	$4,23 \cdot 10^{-6}$	?
5	?	1	$4,23 \cdot 10^{-4}$	120
6	3	?	$2,631 \cdot 10^{-5}$	60
7	2	34,1	?	90
8	2,5	9,33	$1,41 \cdot 10^{-5}$	?
9	?	18	$1,41 \cdot 10^{-5}$	120
10	8	?	$2,4 \cdot 10^{-5}$	90
11	1,25	5,26	?	60
12	0,6	5,12	$5,64 \cdot 10^{-4}$	?
13	?	6,4	$3 \cdot 10^{-5}$	90
14	0,5	?	$1,5 \cdot 10^{-5}$	120
15	2,4	12	?	60
16	1,5	4,5	$1,41 \cdot 10^{-5}$	?
17	?	4,75	$5,26 \cdot 10^{-5}$	60
18	2,8	?	$8,46 \cdot 10^{-5}$	120
19	0,5	14,1	?	90
20	4,5	18,66	$1,27 \cdot 10^{-5}$	?
21	?	9	$7,05 \cdot 10^{-5}$	120
22	1,5	?	$1,6 \cdot 10^{-5}$	90
23	2	10,52	?	60
24	3	15	$8,46 \cdot 10^{-6}$	?
25	?	1,5	$4,8 \cdot 10^{-4}$	90
26	1,25	?	$1,31 \cdot 10^{-5}$	60
27	4,2	8,46	?	120
28	0,5	2,82	$1,707 \cdot 10^{-5}$	?

Задача 12.5. Два круговых витка радиусом R каждый, по которым проходят токи I_1 и I_2 , расположены во взаимно перпендикулярных плоскостях так, что их центры совпадают. Индукция поля в общем центре витков равна B . Найти неизвестную величину.

Номер задания	R , см	I_1 , А	I_2 , А	B , Тл
1	?	1,2	1,6	$3,14 \cdot 10^{-5}$
2	5,2	?	1,43	$6,28 \cdot 10^{-5}$
3	20	2,24	?	$9,43 \cdot 10^{-6}$
4	6,28	2,5	1,66	?
5	?	2,3	1,93	$1,89 \cdot 10^{-4}$
6	3,14	?	4,47	$1,2 \cdot 10^{-4}$
7	9,43	3,32	?	$4 \cdot 10^{-5}$
8	12,57	3,2	2,4	?
9	?	3,6	3,47	$6,28 \cdot 10^{-5}$
10	6	?	2,24	$3,14 \cdot 10^{-5}$
11	1,5	6,71	?	$3,77 \cdot 10^{-4}$
12	3,14	1,8	0,87	?
13	?	3,2	2,4	$1,26 \cdot 10^{-4}$
14	6,28	?	2,65	$4 \cdot 10^{-5}$
15	20	2,83	?	$9,43 \cdot 10^{-6}$
16	2,1	2,7	1,31	?
17	?	4,1	4,38	$6,28 \cdot 10^{-5}$
18	12,57	?	3,6	$3,5 \cdot 10^{-5}$
19	2	3,34	?	$1,89 \cdot 10^{-4}$
20	18,85	4,5	3,97	?
21	?	3,5	4,9	$3,14 \cdot 10^{-5}$
22	12	?	2,24	$1,56 \cdot 10^{-5}$
23	2,1	1,73	?	$6 \cdot 10^{-5}$
24	6,28	1,5	2,6	?
25	?	1,6	2,54	$2,09 \cdot 10^{-5}$
26	15,6	?	1,73	$8 \cdot 10^{-6}$
27	2,5	4	?	$1,26 \cdot 10^{-4}$
28	12,57	3,6	4,8	?

Задача 12.6. Линейный проводник, по которому проходит ток I , образует круговой контур радиусом R или недеформируемый контур в форме правильного многоугольника со стороной l . Найти индукцию магнитного поля в центре контура.

Номер задания	Форма контура с током	l , см	R , см	I , А
1 2 3 4	 Равносторонний треугольник со стороной l	3 16 21 10,4	—	2,2 3,1 8 2
5 6 7 8	 Квадрат со стороной l	5,7 6,3 12 20	—	1,8 4,45 1,66 0,7
9 10 11 12	 Правильный шестиугольник со стороной l	21,5 18 12 11,5	—	2 1,5 3 2
13 14 15 16	 Правильный восьмиугольник со стороной l	8,6 9,5 3,2 14	—	1,4 3 0,6 2,5
17 18 19 20	 Проводник длиной l , образующий петлю радиусом R и прямолинейный участок длиной d	24 24 30 24	3 2 3 2	1 1 1 1,5
21 22 23 24	 Проводник длиной l , образующий петлю радиусом R и два прямолинейных участка длиной $d/2$	24 24 30 24	3 2 3 2	1 1 1 1,5
25 26 27 28	 Бесконечно длинный проводник, образующий петлю радиусом R и два взаимно перпендикулярных полубесконечных линейных участка	∞	5 10 15 20	1

Задача 13.1. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов U , влетает в однородное магнитное поле с индукцией B , перпендикулярное к направлению ее движения. Радиус кривизны траектории частицы в магнитном поле равен R . Найти неизвестную величину. Выполнить дополнительное задание.

Номер задания	Частица	U , В	B , Тл	R , см	Дополнительно определить
1 2 3 4	Протон	1800 450 ? 200	$6 \cdot 10^{-2}$? $3 \cdot 10^{-2}$ $4 \cdot 10^{-2}$	? 15 12 ?	Период обращения Момент импульса Нормальное ускорение Тангенциальное ускорение
5 6 7 8	Электрон	8000 ? 320 720	$6 \cdot 10^{-3}$ $3 \cdot 10^{-3}$? $9 \cdot 10^{-4}$	? 5 6 ?	Момент импульса Нормальное ускорение Тангенциальное ускорение Период обращения
9 10 11 12	Позитрон	720 320 8000 ?	? $2 \cdot 10^{-3}$? $3 \cdot 10^{-3}$	3 ? 15 6	Нормальное ускорение Тангенциальное ускорение Период обращения Момент импульса
13 14 15 16	Протон	800 ? 1250 ?	$2 \cdot 10^{-2}$ $4 \cdot 10^{-2}$? $3 \cdot 10^{-2}$	? 10 25 20	Период обращения Момент импульса Нормальное ускорение Тангенциальное ускорение
17 18 19 20	α -Частица	? 900 400 ?	$4 \cdot 10^{-2}$? $2 \cdot 10^{-2}$ $8 \cdot 10^{-2}$	11 12 ? 15	Тангенциальное ускорение Момент импульса Нормальное ускорение Период обращения
21 22 23 24	Позитрон	8000 ? 320 720	? $4 \cdot 10^{-3}$ $3 \cdot 10^{-4}$?	6 3 ? 9	Тангенциальное ускорение Нормальное ускорение Момент импульса Период обращения
25 26 27 28	Электрон	720 320 8000 ?	$3 \cdot 10^{-3}$? $1,5 \cdot 10^{-2}$ $5 \cdot 10^{-4}$	? 2 ? 30	Период обращения Тангенциальное ускорение Нормальное ускорение Момент импульса

Задача 13.2. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов U , влетает в однородное магнитное поле под углом φ к направлению поля и начинает двигаться по винтовой линии. Индукция магнитного поля равна B , радиус витка винтовой линии – R , шаг винтовой линии – h . Найти неизвестные величины.

Номер задания	Частица	U , В	φ , град	B , Тл	R , см	h , см
1	α -Частица	1600	30	$2 \cdot 10^{-1}$	?	?
2	Позитрон	3500	60	$4 \cdot 10^{-2}$	?	?
3	Протон	800	45	$1,4 \cdot 10^{-1}$	?	?
4	Электрон	14 050	45	$6,28 \cdot 10^{-2}$	?	?
5	Позитрон	7900	45	?	6	?
6	Протон	1250	30	?	2,5	?
7	Электрон	878	60	?	0,87	?
8	α -Частица	2500	60	?	2,5	?
9	Протон	?	45	$4,24 \cdot 10^{-1}$	?	6,28
10	Электрон	?	60	$4 \cdot 10^{-2}$	?	1,57
11	α -Частица	?	45	$2,12 \cdot 10^{-1}$	?	6,28
12	Позитрон	?	30	$2 \cdot 10^{-2}$	?	5,44
13	Электрон	?	45	$3,53 \cdot 10^{-3}$	6	?
14	α -Частица	?	30	10^{-1}	1,5	?
15	Позитрон	?	45	$7,07 \cdot 10^{-3}$	3	?
16	Протон	?	60	$3,46 \cdot 10^{-1}$	2	?
17	Протон	800	45	?	?	12,56
18	α -Частица	900	30	?	?	16,3
19	Позитрон	14 050	45	?	?	2,83
20	Электрон	7900	45	?	?	18,8
21	α -Частица	1600	?	$2 \cdot 10^{-1}$	2	?
22	Электрон	3500	?	$2 \cdot 10^{-2}$	0,5	?
23	Позитрон	21 950	?	$3,53 \cdot 10^{-2}$	1	?
24	Протон	1800	?	$4,24 \cdot 10^{-1}$	1	?
25	Позитрон	878	?	10^{-2}	?	3,14
26	Электрон	21 950	?	$3,53 \cdot 10^{-2}$	?	6,28
27	Протон	1250	?	10^{-1}	?	27,2
28	α -Частица	2500	?	$1,73 \cdot 10^{-1}$	?	9,1

Задача 14.4. В однородном магнитном поле, индукция которого B , вращается стержень длиной l с постоянной угловой скоростью ω . Ось проходит через конец стержня и составляет с силовыми линиями магнитного поля угол α . При этом на концах стержня возникает ЭДС индукции, равная ϵ . Найти неизвестную величину.

Номер задания	B , Тл	l , см	ω , рад/с	α , град	E , В
1	?	12	20	30	$2,5 \cdot 10^{-3}$
2	0,05	?	32	60	$3,6 \cdot 10^{-2}$
3	0,2	25	?	45	$1,77 \cdot 10^{-1}$
4	0,34	42	16	?	$2,4 \cdot 10^{-1}$
5	0,08	30	45	60	?
6	?	18	22	30	$3,4 \cdot 10^{-2}$
7	0,4	?	50	45	$2,83 \cdot 10^{-1}$
8	0,02	10	?	60	$1,5 \cdot 10^{-3}$
9	0,15	40	35	?	$2,97 \cdot 10^{-1}$
10	0,5	24	60	45	?
11	?	36	40	30	$8,98 \cdot 10^{-1}$
12	0,04	?	28	60	$1,75 \cdot 10^{-2}$
13	0,26	16	?	30	$1,44 \cdot 10^{-1}$
14	0,6	28	62	?	$7,29 \cdot 10^{-1}$
15	0,1	50	24	60	?
16	?	35	15	45	$1,3 \cdot 10^{-1}$
17	0,03	?	25	60	$1,875 \cdot 10^{-3}$
18	0,45	8	?	30	$7,48 \cdot 10^{-2}$
19	0,24	32	50	?	$4,34 \cdot 10^{-1}$
20	0,35	22	36	45	?
21	?	40	18	30	$6,235 \cdot 10^{-1}$
22	0,07	?	65	60	$2,56 \cdot 10^{-2}$
23	0,12	14	?	45	$4,16 \cdot 10^{-2}$
24	0,32	27	43	?	$4,34 \cdot 10^{-1}$
25	0,48	33	52	60	?
26	?	28	30	45	$2,5 \cdot 10^{-1}$
27	0,56	?	55	60	$6,93 \cdot 10^{-1}$
28	0,06	50	?	30	$1,3 \cdot 10^{-1}$

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 10.

«Геометрическая оптика. Построение в тонких линзах»

Условие: Оптическая система состоит из двух сферических линз, изготовленных из стекла с показателем преломления $n=1,5$, и плоскопараллельной круглой стеклянной пластинки. На оси симметрии оптической системы слева находится точечный источник S , расстояние от которого до *крайнего левого* элемента системы равно b . Расстояния между отдельными элементами также показаны на рисунке.

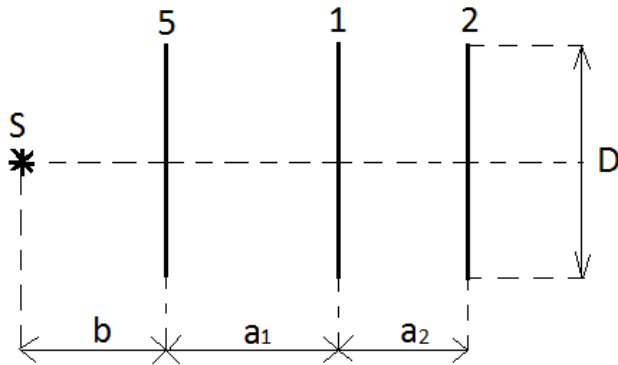


Рисунок. – Схема оптической системы

На Вашем рисунке с заданием обозначена цифрой:

1 – собирающая двояковыпуклая сферическая линза с радиусами ограничивающих линзу сфер R_1 (слева) и $1,2R_1$ (справа).

2 – собирающая двояковыпуклая сферическая линза с радиусами ограничивающих сфер R_2 и $\frac{2}{3}R_2$.

3 – рассеивающая двояковогнутая сферическая линза с радиусами ограничивающих поверхностей R_3 (слева) и $0,8R_3$ (справа).

4 – рассеивающая двояковогнутая сферическая линза с радиусами ограничивающих поверхностей R_4 и $1,25R_4$.

5 – круглая плоскопараллельная пластинка толщиной d из стекла с показателем преломления $n=1,5$.

Диаметры всех элементов оптической системы одинаковы и равны D .

Получив рисунок Вашей оптической системы, состоящей из трех элементов, выполните следующие задания.

Задания

Задание 1. Вычислите фокусное расстояние F и оптическую силу D каждой из сферических линз, входящих в Вашу оптическую систему.

Задание 2. Найдите в Вашей оптической системе положение изображения точечного источника света S , расположенного на главной оптической оси, указав расстояние от крайнего правого элемента (т.е. находящегося последним в системе) до полученного изображения. На рисунке схематично покажите положение изображения точечного источника света S и укажите его тип (мнимое или действительное).

Задание 3. На расстоянии l от крайнего правого элемента оптической системы перпендикулярно главной оптической оси установлен экран (экран располагается в ту сторону от крайнего элемента, где находится изображение S'''). Зная диаметр D всех элементов оптической системы, найдите диаметр d светового пятна на экране.

Задание 4. Если на месте точечного источника находится небольшой предмет, то каково будет линейное увеличение, даваемое системой? Изображение предмета, перпендикулярного оси, будет прямым или перевернутым?

Численные данные и рисунки к задаче «Геометрическая оптика. Построение в тонких линзах»

(вариант численных данных таблицы 7.1 выбираются по указанию преподавателя)

Таблица 7.1. – Численные данные

	$R_1, м$	$R_2, м$	$R_3, м$	$R_4, м$	$d, см$	$D, мм$	$a_1, см$	$a_2, см$	$b, см$
0	0,10	0,15	0,40	0,60	3,5	2,0	5,0	5,5	20
1	0,20	0,25	0,45	0,65	4,0	2,5	5,5	4,5	30
2	0,30	0,35	0,55	0,75	4,5	3,0	6,0	6,5	40
3	0,40	0,45	0,60	0,80	5,0	3,5	7,0	5,0	50
4	0,50	0,55	0,65	0,70	5,5	4,5	8,0	7,5	25
5	0,60	0,45	0,70	0,75	6,0	5,5	9,0	9,5	35
6	0,55	0,35	0,80	0,85	6,5	6,5	10,0	8,5	45
7	0,45	0,25	0,50	0,55	7,0	6,0	8,5	6,5	55
8	0,35	0,60	0,75	0,80	8,0	5,0	7,5	3,5	60
9	0,25	0,55	0,65	0,85	8,5	4,0	6,5	4,5	65



Рисунок 7.1

Рисунок 7.2

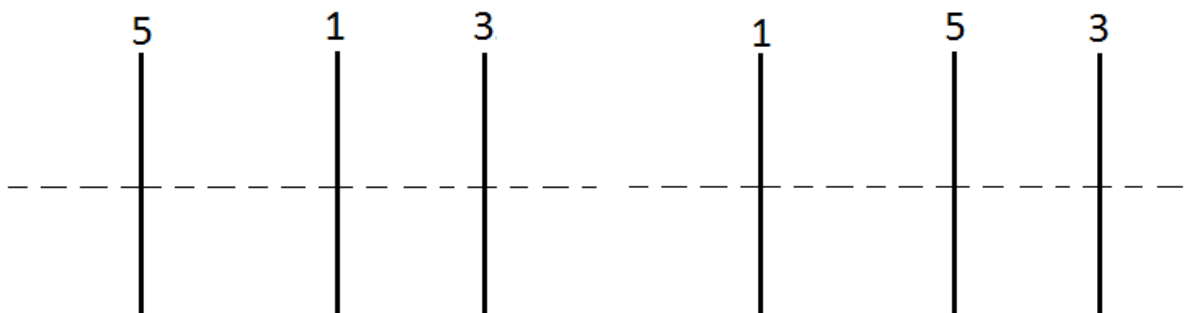


Рисунок 7.3

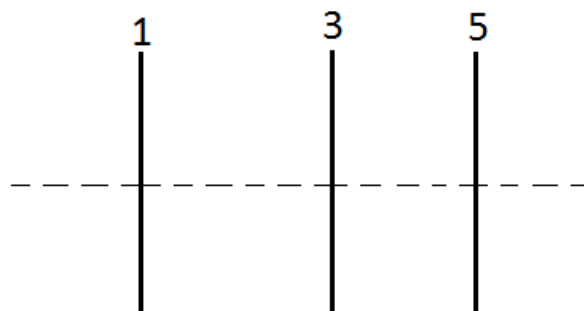


Рисунок 7.4

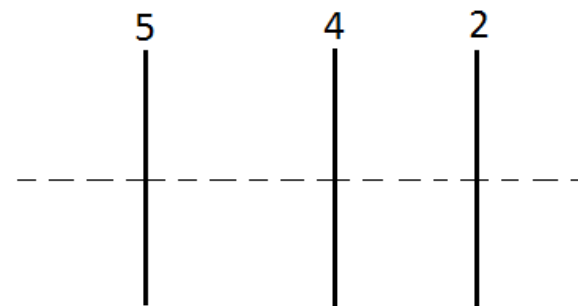


Рисунок 7.5

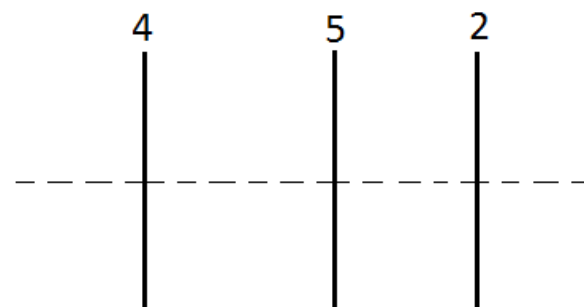


Рисунок 7.6

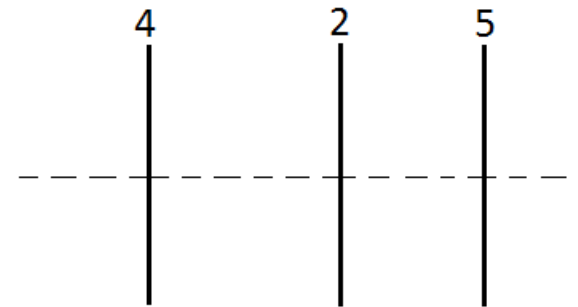


Рисунок 7.7

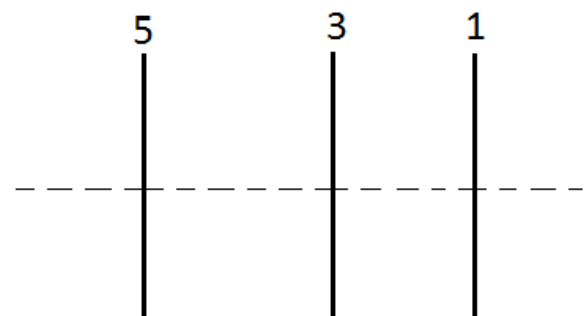


Рисунок 7.8



Рисунок 7.9

Рисунок 7.10

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 11.

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

Задача 18.1. Расстояние между щелями в опыте Юнга равно d , расстояние от щели до экрана – l . Расстояние между двумя соседними полосами, соответствующее длине волны λ , равно Δx . Найти неизвестную величину.

Номер задания	d , мм	l , м	λ , мкм	Δx , мм
1	0,7	0,32	0,35	?
2	4	2	?	0,23
3	3,1	?	0,62	0,3
4	?	4,6	0,4	0,92
5	1,5	3,5	0,66	?
6	7	28	?	1,36
7	4,5	?	0,55	1,1
8	?	5	0,38	1
9	10	30	0,65	?
10	2,1	4,2	?	0,84
11	2,6	?	0,52	1,2
12	?	24	0,34	2,04
13	1,6	6,2	0,48	?
14	3	18	?	3,12
15	2,4	?	0,6	2,5
16	?	4,4	0,54	2,97
17	0,2	0,8	0,5	?
18	2,1	2,2	?	0,66
19	4	?	0,36	0,72
20	?	7,5	0,44	2,2
21	1,8	4,5	0,64	?
22	6,5	26	?	2,28
23	2,7	?	0,45	2,50
24	?	40	0,58	4,64
25	4	25	0,32	?
26	0,9	3,6	?	1,8
27	3,4	?	0,68	4
28	?	4,8	0,56	3,84

Задача 18.3. На зеркала Френеля, угол между плоскостями которых φ , от узкой щели, находящейся на расстоянии r от линии пересечения зеркал, падает монохроматический свет с длиной волны λ . Отраженный от зеркал свет дает интерференционную картину на экране, отстоящем на расстоянии b от линии пересечения зеркал. Расстояние между интерференционными полосами при этом равно Δx . Найти неизвестную величину.

Номер задания	φ , мин	b , м	r , м	λ , мкм	Δx , мм
1 2 3 4	10	2,5	0,12	0,45 0,51 0,6 0,68	? ? ? ?
5 6 7 8	5	3	0,1	? ? ? ?	7,67 6,82 5,86 4,26
9 10 11 12	2	2	? ? ? ?	0,65	19,18 10,72 8,01 6,77
13 14 15 16	8	? ? ? ?	0,07	0,55	6,87 5,86 3,83 2,65
17 18 19 20	? ? ? ?	4	0,15	0,43	6,82 4,09 2,56 1,7
21 22 23 24	10 20 30 40	3,5	0,05	0,7	? ? ? ?
25 26 27 28	20	5	? ? ? ?	0,51	1,87 2,24 3,17 5,52

Задача 18.4. В опыте Юнга на пути одного из интерферирующих лучей помещалась тонкая прозрачная пластинка толщиной b с показателем преломления n , вследствие чего интерференционная картина смещалась на m полос. Длина волны падающего света равна λ , свет падает на пластинку нормально. Найти неизвестную величину. Выполнить дополнительное задание.

Номер задания	b , мкм	n	m	λ , мкм	Построить градуировочный график
1 2 3 4	? ? ? ?	1,5	2 5 8 10	0,6	$m = f(b)$
5 6 7 8	10	? ? ? ?	6 10 4 8	0,5	$m = f(n)$
9 10 11 12	15	1,3	? ? ? ?	0,55 0,45 0,65 0,35	$m = f(\lambda)$
13 14 15 16	? ? ? ?	1,4	5	0,55 0,40 0,65 0,35	$b = f(\lambda)$
17 18 19 20	? ? ? ?	1,3 1,4 1,5 1,6	10	0,45	$b = f(n)$
21 22 23 24	7,5	1,36 1,75 1,62 1,48	8	? ? ? ?	$n = f(\lambda)$
25 26 27 28	11	? ? ? ?	4 9,6 7 8,4	0,55	$n = f(m)$

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 12.

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Задача 19.1. Вычислить радиус m -й зоны Френеля, если длина волны света, проходящего через светофильтр, равна λ , расстояние от волновой поверхности до источника света — a , а до точки наблюдения — b . Построить график зависимости радиуса m -й зоны Френеля от изменяющегося параметра.

Номер задания	Фронт волны	Светофильтр	λ , мкм	a , м	b , м	m
1 2 3 4	Сферический	Зеленый	0,55	0,3	2,2	1 2 3 4
5 6 7 8	Плоский	Зеленый	0,55	∞	2,2	1 2 3 4
9 10 11 12	Сферический	Фиолетовый Зеленый Оранжевый Красный	0,4 0,52 0,6 0,7	0,3	1,5	2
13 14 15 16	Плоский	Фиолетовый Зеленый Оранжевый Красный	0,4 0,52 0,6 0,7	∞	1,5	2
17 18 19 20	Сферический	Синий	0,47	0,3	1 2 3 4	2
21 22 23 24	Плоский	Синий	0,47	∞	1 2 3 4	2
25 26 27 28	Сферический	Красный	0,64	0,1 0,2 0,3 0,4	1,8	3

Задача 19.6. На щель падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны λ . Ширина щели в z раз больше длины волны. Определить, под какими углами будут наблюдаться дифракционные минимумы и максимумы освещенности m -го порядка.

Номер задания	Наблюдаемый экстремум	z	m
1 2 3 4	Минимум	6	1 2 3 4
5 6 7 8	Максимум	6	1 2 3 4
9 10 11 12	Минимум	9	1 3 5 7
13 14 15 16	Максимум	9	1 3 5 7
17 18 19 20	Минимум	5	1 2 3 4
21 22 23 24	Максимум	5	1 2 3 4
25 26 27 28	Минимум	10	3 4 6 7

Задача 19.7. На щель шириной b нормально падает параллельный пучок монохроматического света с длиной волны λ . Ширина изображения щели на экране, удаленном на расстояние L от линзы, равна Δx . Шириной изображения считать расстояние между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны от главного максимума освещенности. Найти неизвестную величину.

Номер задания	b , мкм	λ , мкм	L , м	Δx , см
1	?	0,5	0,65	8,14
2	10	?	1,2	16,36
3	6	0,58	?	17,48
4	21	0,44	0,9	?
5	?	0,57	1,05	4,79
6	18	?	1,35	10,51
7	13	0,4	?	8
8	11	0,66	0,75	?
9	?	0,6	1,3	5,2
10	15	?	0,55	3,3
11	20	0,42	?	3,36
12	19	0,51	1	?
13	?	0,45	0,85	7,66
14	35	?	0,7	2,4
15	20	0,64	?	4,48
16	8	0,56	1,4	?
17	?	0,52	0,6	2,71
18	12	?	0,95	9,04
19	14	0,48	?	7,55
20	16	0,63	1,1	?
21	?	0,43	0,8	5,74
22	13	?	1,45	10,27
23	22	0,55	?	3,85
24	27	0,67	1,15	?
25	?	0,65	0,5	1,91
26	17	?	0,72	4,41
27	9	0,47	?	1,05
28	14	0,54	0,25	?

Задача 19.9. Дифракционная решетка шириной l имеет N щелей. Постоянная решетки — d . Для длины волны λ в порядке m разрешающая способность решетки $R = \lambda / (\Delta\lambda)$, ее угловая дисперсия $D_\phi = \Delta\phi / (\Delta\lambda)$, где $\Delta\lambda$ — разница в длинах волн двух соседних максимумов, которые может разрешить дифракционная решетка. Найти неизвестные величины.

Номер задания	l , см	d , см	N	m	λ , Å	$\Delta\lambda$, Å	R	D_ϕ , см ⁻¹
1	?	?	?	2	?	0,2	20 000	4000
2	?	$2 \cdot 10^{-3}$	5000	2	5500	?	?	?
3	4	?	5000	3	?	0,3	?	?
4	6	?	4000	3	6000	?	?	?
5	4,5	$5 \cdot 10^{-4}$	?	?	?	0,2	?	6000
6	3	?	?	4	6000	?	?	2500
7	?	$6 \cdot 10^{-4}$	?	3	5000	?	25 000	?
8	?	$5 \cdot 10^{-4}$	7500	?	?	0,3	?	4000
9	2	?	?	1	6400	?	8000	?
10	2,5	?	12 500	2	5000	?	?	?
11	6,3	$1,5 \cdot 10^{-3}$	?	2	?	0,5	?	?
12	?	$1,25 \cdot 10^{-3}$	3200	?	?	0,75	6400	?
13	2	$5 \cdot 10^{-4}$	?	3	6000	?	?	?
14	1,4	$7 \cdot 10^{-4}$	?	4	?	0,7	?	?
15	?	?	8750	?	?	0,25	17 500	5000
16	1,8	?	2700	?	4050	?	?	4500
17	?	$7 \cdot 10^{-4}$	?	1	?	0,6	10 000	?
18	?	?	?	2	?	0,4	12 600	6300
19	2,8	?	7000	2	?	0,35	?	?
20	3,2	?	?	3	?	0,3	?	4800
21	5	10^{-3}	?	?	?	0,25	?	3000
22	1,5	$1,25 \cdot 10^{-3}$	?	3	4200	?	?	?
23	2,5	?	?	2	5250	?	5000	?
24	2,4	?	3000	?	?	0,9	6000	?
25	?	$2 \cdot 10^{-3}$	1500	1	4800	?	?	?
26	?	?	4500	?	?	0,6	9000	6000
27	?	$5 \cdot 10^{-4}$	6500	1	?	1	?	?
28	1,6	?	?	2	?	1,5	3000	?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 13.

ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

Задача 20.1. Предельный угол падения при полном внутреннем отражении для некоторого вещества равен $i_{\text{пр}}$, показатель преломления вещества – n . Угол падения, при котором отраженный луч оказывается полностью поляризованным, равен $i_{\text{Б}}$. Найти неизвестные величины. Выполнить дополнительное задание.

Номер задания	n	$i_{\text{пр}}$	$i_{\text{Б}}$	Построить график зависимости
1 2 3 4	1,4 1,5 1,6 1,7	? ? ? ?	? ? ? ?	$i_{\text{Б}} = f(n)$
5 6 7 8	? ? ? ?	53°08' 33°45' 47°48' 37°03'	? ? ? ?	$i_{\text{пр}} = f(n)$
9 10 11 12	? ? ? ?	? ? ? ?	58°38' 52°01' 52°51' 55°46'	$i_{\text{Б}} = f(n)$
13 14 15 16	1,35 1,45 1,55 1,65	? ? ? ?	? ? ? ?	$i_{\text{пр}} = f(n)$
17 18 19 20	? ? ? ?	44°46' 39°16' 50°17' 35°33'	? ? ? ?	$i_{\text{Б}} = f(n)$
21 22 23 24	? ? ? ?	? ? ? ?	60°24' 56°50' 53°52' 59°14'	$i_{\text{пр}} = f(n)$
25 26 27 28	1,8 1,44 1,75 1,62	? ? ? ?	? ? ? ?	$i_{\text{Б}} = f(n)$

Задача 20.2. Естественный свет, интенсивность которого равна I_0 , проходит два идеальных николя, плоскости поляризации которых составляют угол φ . Интенсивность света, прошедшего первый николь, равна I_p , интенсивность света после второго николя – I_A . Найти неизвестные величины.

Номер задания	I_0 , Вт/м ²	I_p , Вт/м ²	I_A , Вт/м ²	φ , град
1	?	?	0,0582	10
2	0,28	?	?	60
3	?	0,05	0,025	?
4	?	0,34	?	80
5	?	0,18	0,1479	?
6	?	?	0,0362	55
7	0,1	?	0,0293	?
8	0,34	?	?	65
9	?	0,09	0,0795	?
10	0,4	?	0,0234	?
11	?	0,2	?	20
12	0,16	?	?	35
13	0,36	?	0,0592	?
14	?	0,1	?	40
15	?	?	0,1068	25
16	?	0,08	0,0776	?
17	?	0,16	?	75
18	?	?	0,029	50
19	?	0,12	0,09	?
20	0,32	?	?	15
21	?	?	0,03	30
22	?	0,06	0,0248	?
23	0,3	?	?	70
24	?	0,09	?	20
25	0,06	?	0,028	?
26	0,2	?	?	10
27	?	0,15	0,0375	?
28	?	0,07	?	45

Задача 20.3. Естественный свет проходит через несовершенные анализатор и поляризатор, расположенные так, что угол между их плоскостями равен φ . При этом поляризатор отражает и поглощает β_p падающего на него света, а анализатор — β_A . Интенсивность света, прошедшего анализатор, равна k интенсивности света, падающего на поляризатор. Найти неизвестную величину.

Номер задания	φ , град	β_p , %	β_A , %	k , %
1	?	4	2	23,52
2	40	?	9	25,36
3	65	11	?	7,31
4	10	16	3	?
5	?	5	7	7,89
6	70	?	4	5,28
7	30	12	?	26,7
8	45	17	15	?
9	?	10	16	15,62
10	20	?	5	39
11	50	15	?	15,45
12	75	6	8	?
13	?	18	17	22,83
14	80	?	6	1,37
15	40	13	?	23,23
16	15	2	4	?
17	?	20	14	4,02
18	50	?	7	17,29
19	25	7	?	36,28
20	60	21	13	?
21	?	9	12	23,50
22	30	?	8	31,74
23	55	14	?	12,59
24	70	19	10	?
25	?	8	11	13,47
26	35	?	9	26,26
27	75	22	?	2,22
28	60	3	5	?

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 14.

ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

Задача 21.3. Электрическая лампа мощностью P имеет площадь излучающей поверхности, равную S . Температура нити накала – T , излучение нити составляет k излучения абсолютно черного тела при данной температуре. Найти неизвестную величину. Потерями теплоты, связанными с теплопроводностью, пренебречь.

Номер задания	P , Вт	S , см ²	T , К	k , %
1	?	2,16	2430	70
2	25	?	2365	30
3	150	1,73	?	45
4	60	0,58	2390	?
5	?	1,56	2410	50
6	100	?	2400	55
7	50	0,42	?	65
8	200	1,65	2440	?
9	?	0,85	2360	40
10	500	?	2415	75
11	200	2,87	?	35
12	250	3,28	2405	?
13	?	0,57	2355	25
14	250	?	2425	60
15	100	1,44	?	40
16	150	2,5	2435	?
17	?	1,18	2397	45
18	60	?	2385	65
19	200	2,11	?	50
20	50	0,4	2370	?
21	?	3,75	2450	65
22	100	?	2380	60
23	60	0,98	?	30
24	300	3,33	2435	?
25	?	0,9	2300	35
26	25	?	2375	40
27	150	1,65	?	55
28	500	3,41	2420	?

Задача 21.5. Определить, во сколько раз излучательная способность абсолютно черного тела вблизи длины волны λ_1 при температуре T_1 больше его излучательной способности вблизи длины волны λ_2 при температуре T_2 .

Номер задания	λ_1 , мкм	T_1 , К	λ_2 , мкм	T_2 , К
1 2 3 4	1,2	1000 2000 3000 4000	0,6	1000
5 6 7 8	0,75 1,25 1,5 1,75	2000	0,5	2000
9 10 11 12	2	1500	0,5 1 1,5 2,5	1500
13 14 15 16	2,2	1300	0,7	1300 1400 1500 1600
17 18 19 20	1 1,5 1,7 2	1700	0,45	1700
21 22 23 24	0,45	6000	0,4 0,55 0,6 0,7	6000
25 26 27 28	2,4	1200	0,65	1000 1200 1400 1600

Задача 21.6. Энергия фотона, соответствующего длине волны λ и частоте ν , равна E , масса фотона – m , импульс – p . Найти неизвестные величины.

Номер задания	λ , м	ν , Гц	E , Дж	m , кг	p , кг · м/с
1	$1,6 \cdot 10^{-12}$	?	?	?	?
2	?	$5 \cdot 10^{18}$	?	?	?
3	?	?	$4 \cdot 10^{-14}$	?	?
4	?	?	?	$6 \cdot 10^{-31}$	?
5	?	?	?	?	$2 \cdot 10^{-21}$
6	$5 \cdot 10^{-10}$	?	?	?	?
7	?	$3 \cdot 10^{15}$	?	?	?
8	?	?	$2 \cdot 10^{-12}$	?	?
9	?	?	?	$4 \cdot 10^{-32}$	?
10	?	?	?	?	$5 \cdot 10^{-20}$
11	$2,5 \cdot 10^{-11}$	?	?	?	?
12	?	$8 \cdot 10^{14}$	?	?	?
13	?	?	$7 \cdot 10^{-13}$	?	?
14	?	?	?	$2 \cdot 10^{-30}$	?
15	?	?	?	?	$9 \cdot 10^{-19}$
16	$8 \cdot 10^{-9}$	?	?	?	?
17	?	$2 \cdot 10^{16}$	?	?	?
18	?	?	$3 \cdot 10^{-15}$	?	?
19	?	?	?	$8 \cdot 10^{-33}$	?
20	?	?	?	?	$6 \cdot 10^{-22}$
21	$4 \cdot 10^{-13}$	?	?	?	?
22	?	$7 \cdot 10^{17}$	?	?	?
23	?	?	$9 \cdot 10^{-16}$	?	?
24	?	?	?	$3 \cdot 10^{-31}$	?
25	?	?	?	?	$4 \cdot 10^{-23}$
26	$9 \cdot 10^{-8}$	?	?	?	?
27	?	$4 \cdot 10^{19}$	?	?	?
28	?	?	$5 \cdot 10^{-17}$	?	?

Задача 21.7. Красная граница фотоэффекта равна λ_0 , максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона – $E_{\max}$. При этом доля энергии фотона, израсходованная фотоэлектронам на работу выхода, составляет k . Найти неизвестную величину.

Номер задания	λ_0 , мкм	$E_{\max}$, эВ	k
1	0,66	0,5	?
2	0,473		?
3	0,276		?
4	0,545		?
5	0,621	?	0,9
6		?	0,8
7		?	0,7
8		?	0,6
9	?	0,767	0,75
10	?	0,465	
11	?	1,48	
12	?	0,637	
13	0,5176	0,074	?
14		0,209	?
15		0,327	?
16		0,457	?
17	0,887	?	0,8
18	0,776	?	
19	0,276	?	
20	0,234	?	
21	?	0,65	0,95
22	?		0,85
23	?		0,75
24	?		0,7
25	0,472	0,054	?
26	0,621	0,105	?
27	0,262	0,772	?
28	0,776	0,478	?

Задача 21.8. При фотоэффекте с поверхности металла, освещаемого излучением с длиной волны λ , вырываются электроны, работа выхода которых из металла равна $A_{\text{вых}}$. Фотоэффект наблюдается для излучения с длиной волны $\lambda < \lambda_0$, где λ_0 — красная граница фотоэффекта. Задерживающая разность потенциалов равна U_3 . Определить неизвестные величины.

Номер задания	λ , мкм	$A_{\text{вых}}$, эВ	λ_0 , мкм	U_3 , В
1	?	?	0,565	0,9
2	?	1,9	?	0,36
3	0,2	4,74	?	?
4	0,3	?	?	0,34
5	0,25	?	0,289	?
6	0,46	2,3	?	?
7	?	?	0,522	0,1
8	?	1,4	?	0,37
9	?	?	0,621	0,07
10	0,42	?	?	0,16
11	0,23	?	0,282	?
12	0,21	5,3	?	?
13	?	?	0,284	0,41
14	?	2,4	?	0,135
15	0,72	?	0,776	?
16	0,26	4,5	?	?
17	0,31	?	0,327	?
18	0,22	?	?	0,33
19	?	?	0,259	0,38
20	?	2,63	?	0,13
21	0,28	4,25	?	?
22	0,32	?	0,341	?
23	0,48	?	?	0,24
24	?	2,49	?	0,61
25	?	?	0,376	0,25
26	0,54	?	?	0,14
27	0,29	3,92	?	?
28	?	4,7	?	0,95

Задача 21.10. Часть фотонов при рассеянии на электронах, которые можно считать свободными, в результате эффекта Комптона была отклонена от первоначального направления на угол θ . Кинетическая энергия и импульс электронов до соударения с фотонами были пренебрежимо малы. Энергия фотонов E до рассеяния соответствовала излучению с длиной волны λ . Энергия E' рассеянных фотонов соответствует излучению с длиной волны λ' . Найти неизвестные величины. Выполнить дополнительное задание.

Номер задания	θ , град	E , МэВ	λ , Å	E' , МэВ	λ' , Å	Построить график
1 2 3 4	30 60 90 120	—	0,5	—	? ? ? ?	$\Delta\lambda = f(\theta)$
5 6 7 8	? ? ? ?	—	0,2	—	0,2087 0,2398 0,2200 0,2452	$\lambda' = f(\theta)$
9 10 11 12	? ? ? ?	0,4	—	0,2757 0,1653 0,2246 0,1753	—	$E' = f(\theta)$
13 14 15 16	60 90 120 150	0,7	—	? ? ? ?	—	$\Delta E = f(\theta)$
17 18 19 20	120	—	0,2 0,4 0,6 0,8	—	? ? ? ?	$\Delta\lambda = f(\lambda)$
21 22 23 24	40 80 120 160	—	? ? ? ?	—	0,65	$\Delta\lambda = f(\theta)$
25 26 27 28	40 80 120 160	? ? ? ?	—	0,1	—	$\Delta\lambda = f(\theta)$

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

Лабораторная работа М 1

ИЗУЧЕНИЕ ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ И КИНЕМАТИКИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Цель работы: изучение основ теории погрешностей и методов обработки экспериментальных результатов. Определение кинематических характеристик по стробоскопическим фотографиям.

Приборы и принадлежности: стробоскопические фотографии, линейка, карандаш.

Основы погрешностей и методы обработки экспериментальных результатов:

а) Измерения. Погрешности измерений.

Основным методом получения информации об изучаемых явлениях в физике является опыт, то есть наблюдение явления в точно контролируемых условиях, позволяющих следить за его ходом и воссоздавать необходимое число раз при повторении этих условий. Количественную информацию о явлении даёт *измерение* – определение значений физических величин, характеризующих явление, опытным путем с помощью специальных технических средств. В учебных лабораториях используются два вида измерений: *прямые и косвенные*.

Прямыми называются измерения, в которых значение измеряемой величины находится непосредственно из отсчета по шкале прибора. Вычисления при этом сводятся к учёту цены деления прибора и других переводных множителей.

Примеры: измерение длины линейкой, штангенциркулем; времени – секундомером; массы – весами; силы тока – амперметром и т. д.

Косвенными называются измерения, при которых интересующая нас величина находится как функция одной или нескольких прямым образом измеряемых величин.

Примеры: определение плотности вещества по массе и объему, ёмкости конденсатора по его заряду и напряжению между обкладками и т.д.

Каковы бы ни были способы и методы измерения, измеренное значение $x_{изм.}$ физической величины x почти всегда отличается от её истинного значения $x_{ист.}$.

Следует обратить внимание на то, что ни прямые, ни косвенные физические величины не имеют смысла вне связи с физической моделью изучаемой ситуации. Например, если мы прямым образом определяем длину и ширину стола, то мы основываемся фактически по модели реального стола в виде прямоугольника, хотя, строго говоря, даже если отвлечься от имеющей место непрямолинейности сторон, стол является неправильным четырехугольником. Поэтому вопрос о том, существует ли, например, истинная длина стола, неотделим от принятой физико-математической модели реального стола, и с самого начала увязан с вопросом приемлемой точности описания.

Ошибкой измерений называется разность

$$\delta x = x_{изм.} - x_{ист.} \quad (1)$$

Ошибки измерения систематизируются по двум основным признакам: по месту возникновения и по характеру проявления.

Методическими ошибками называют ошибки, возникающие из-за несовершенства методов измерения и обработки результатов. Например, часто пренебрегают трением, сопротивлением соединительных проводов и измерительных приборов и т. д.

Приборными ошибками называют ошибки, обусловленные несовершенством (ограниченной точностью) применяемых средств измерения.



Личные ошибки обусловлены индивидуальными особенностями экспериментатора, несовершенством его органов чувств и проявляются, например, в неправильном отсчитывании десятых долей шкалы прибора.

Систематическими ошибками называются ошибки, величина и знак которых от опыта к опыту сохраняются или изменяются закономерно. Они вызваны постоянно действующими причинами, односторонне влияющими на результат измерений, например, неправильной градуировкой прибора или его установкой, несовершенством методики измерений и т. д.

Случайными ошибками называются ошибки, величина и знак которых от опыта к опыту меняются непредсказуемым образом. Они вызваны, как правило, большим количеством одновременно действующих причин, влияние которых на процедуру неупорядочено и не может быть учтено заранее (вибрации, колебание температуры, движение воздуха, колебания напряжения в сети, люфт и трение в измерительных приборах и т. д.) *При наличии случайных ошибок единичное измерение недопустимо.*

Промехами называются грубые ошибки, возникающие вследствие неправильных действий экспериментатора (небрежность или описка в записи результатов, неправильное снятие показаний прибора и т. д.) Наблюдения, содержащие промахи, отбрасываются, как не заслуживающие доверия. Наличие ошибок приводит к следующему правилу:

Кроме измеренного значения физической величины должна указываться и возможная величина ошибки.

Поскольку истинное значение измеряемой величины в формуле (I) неизвестно, неизвестна и ошибка измерения δx . Для измерения возможной величины ошибки δx вводится понятие погрешности Δx .

Погрешность Δx измерения – это количественная мера неизвестной экспериментатору ошибки измерения δx . Количественно Δx можно задать как наибольшую по модулю ошибку так, чтобы выполнялось неравенство:

$$|\delta x| \leq \Delta x \quad (2)$$

Тогда из (1) и (2) следует, что истинное значение измеряемой величины лежит в интервале:

$$x_{изм.} - \Delta x \leq x_{ист.} \leq x_{изм.} + \Delta x \quad (3)$$

Опыт, однако, показывает, что нерационально, а часто невозможно выбирать Δx столь большим, чтобы равенства (2) и (3) выполнялись абсолютно надёжно. Действительно, чем больше Δx , тем менее ценным является результат. Например, результат измерения длины маятника $L = (108 \pm 50)$ см, несомненно, надежнее результата $L = (108 \pm 1)$ см, однако ценность первого результата, конечно, ниже ценности второго. Поэтому величину Δx задают так, чтобы равенства (2) и (3) выполнялись с некоторой вероятностью, P . В учебных лабораториях принимают $P = 0,95$. Это означает, что при многократном повторении опыта в одних и тех же условиях в среднем в 95 случаях из 100 ошибки не превысят Δx .

Основная задача физического измерения состоит в том, чтобы указать интервал, внутри которого с заданной наперёд вероятностью находится истинное значение искомой величины.

Интервал значений величины x , заданный соотношением (3), называется **доверительным интервалом**, а вероятность P – **доверительной вероятностью** или **надежностью**, соответствующей этому доверительному интервалу.

По способу учёта в лабораторном практикуме погрешности делятся на 4 типа: *поправки* – $\Delta x_{\text{попр.}}$, *погрешности разброса* – $\Delta x_{\text{разб.}}$, *приборные погрешности* – $\Delta x_{\text{пр.}}$, *погрешности отсчёта и округления* – $\Delta x_{\text{окр.}}$.

Поправки вводятся тогда, когда известна или найдена величина и знак систематической ошибки. Например, если известна неточность градуировки прибора (указана в паспорте или графике поправок), то на неё вводится поправка.

Погрешности разброса учитывают те случайные ошибки, которые приводят к разбросу результатов около некоторого среднего значения при многократном повторении опыта в неизменных условиях.

К погрешностям разброса можно отнести также погрешности, связанные с грубостью принятой математической модели. Например, достаточно точные измерения длины реального стола дадут разные результаты в разных местах, так что если в качестве модели для реального стола принимаем модель прямоугольника с определёнными длиной и шириной, то различие значений длины и ширины в разных местах следует принимать как наличие погрешностей разброса.

Погрешности приборов учитывают неизвестные экспериментатору систематические ошибки конкретного прибора, связанные с его конструктивными особенностями.

Погрешности отсчёта и округления учитывают те случайные ошибки, которые вызваны несовершенством органов чувств экспериментатора и округлением результатов.

Величина погрешности Δx (она называется абсолютной) не всегда удобна для характеристики точности измерений и получаемых результатов. Например, если абсолютная погрешность измерения длины $\Delta \ell = 1$ мм, а измеряемая длина составляет несколько метров, то точность измерения хорошая, а если измеряемая длина всего несколько миллиметров, то точность будет уже плохой. В связи с этим, так же из-за неудобства сравнения точности измерения разных вели-

чин, например, длины и времени, вводят относительную погрешность измерения, которую обычно выражают в процентах.

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_{ист.}} \approx \frac{\Delta x}{x_{изм.}} \text{ или } \varepsilon \approx \frac{\Delta x}{x_{изм.}} \cdot 100\% \quad (4)$$

б) Погрешности прямых измерений.

Будем считать далее, что поправки на известную систематическую погрешность уже учтены. Единичное измерение величины называется **наблюдением**.

Пусть произведено n наблюдений величины x в неизменных условиях и получены результаты $x_1, x_2 \dots x_n$. В качестве наиболее вероятного значения величины x принимается среднее арифметическое значений, найденное в отдельных наблюдениях:

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (5)$$

Пусть $\Delta x_i = x_i - \langle x \rangle$ случайное отклонение результата i -го измерения от среднего, то величину

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \Delta x_i^2} \quad (6)$$

называют **средней квадратичной погрешностью отдельного наблюдения**.

В теории вероятностей и математической статистике доказывается, что случайные отклонения результатов отдельных наблюдений от среднего, то есть Δx_i , в хорошо проведенном опыте не должны превосходить $3S$. Если в каком-то наблюдении получено $\Delta x_i > 3S$, то это наблюдение должно считаться **промахом**.

Величина

$$S_n = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \Delta x_i^2} \quad (7)$$

называется **средней квадратичной погрешностью всей серии n наблюдений**. В математической статистике доказывается, что погрешность разброса связана с S_n соотношением

$$\Delta x_{разб.} = t_{n,P} S_n \quad (8)$$

где множитель $t_{n,P}$ называется **коэффициентом Стьюдента**. Индекс n у коэффициента указывает число опытов, а индекс P – доверительную вероятность. Поскольку в лабораторном практикуме принята доверительная вероятность $P = 0,95$, то приведем значения коэффициентов $t_{n,0,95}$ для этой вероятности.

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$t_{n,0,95}$	1,60	0,82	0,77	0,74	0,73	0,72	0,71	0,71	0,70

Из таблицы видно, что чем больше проведено измерений, тем уже доверительный интеграл, то есть тем точнее измерения.

Погрешность прибора $\Delta x_{пр}$ в прямых измерениях учитывается следующим образом. Для каждого типа приборов предприятие-изготовитель гарантирует на уровне доверительной вероятности $P = 0,997$ некоторую предельную погрешность $\Delta_{пред}$. Значения $\Delta_{пред}$ для наиболее часто используемых мер и приборов указаны в таблице, находящейся в лаборатории. Поскольку в учебной лаборатории ограничивается значением доверительной вероятности $P = 0,95$, то принимается

$$\Delta x_{пр} = \frac{2}{3} \Delta_{пред} \quad (9)$$

Погрешность отсчёта и округления $\Delta x_{окр}$ при доверительной вероятности $P = 0,95$ может быть принята равной половине цены деления шкалы прибора при округлении до целого деления и $0,3$ от цены деления h при округлении до половины деления. Полная абсолютная погрешность прямого измерения рассчитывается по формуле:

$$\Delta x = \sqrt{\Delta x_{пр}^2 + \Delta x_{окр}^2 + \Delta x_{разб}^2} \quad (10)$$

Возможны, конечно, ситуации, когда погрешность какого-то типа значительно меньше остальных или вообще в эксперименте отсутствует. Например, если стол является четырехугольником, длины сторон которого отличаются меньше, чем на $0,1$ мм, то при использовании в качестве его модели квадрата, стороны которого измеряются линейкой с миллиметровыми делениями, погрешность разброса будет вообще отсутствовать, ибо они замаскированы погрешностями отсчета и округления, которые составляют в данном случае $0,5$ мм. Считается, что четверть миллиметровых делений глаз среднего человека отсчитать не в состоянии, а погрешность линейки, если она металлическая длиной 1000 мм, можно не учитывать, ибо она составляет лишь $0,2$ мм.

Окончательный результат записывается в виде:

$$x = \langle x \rangle \pm \Delta x \quad (11)$$

и имеет надёжность на уровне $P = 0,95$

в) Погрешности косвенных измерений.

При косвенных измерениях интересующая нас физическая величина y задается как функция прямым образом изменяемых физических величин $x_1, x_2 \dots x_n$; $y = f(x_1, x_2 \dots x_n)$. Наиболее вероятное значение величины y , то есть результат косвенного измерения, находится следующим образом:

$$y_{изм} = f(\langle x_1 \rangle, \langle x_2 \rangle, \dots, \langle x_n \rangle) \quad (12)$$

Поскольку каждая из величин $\langle x_i \rangle$ ($i = 1, 2, 3, \dots, n$) определена с погрешностью Δx_i , то и величина $y_{изм}$, вычисленная по формуле (12) также будет найдена с некоторой погрешностью, которая вычисляется по формуле:

$$\Delta y = \sqrt{\left(\left. \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|_{\langle x_i \rangle} \cdot \Delta x_1 \right)^2 + \dots + \left(\left. \frac{\partial f}{\partial x_n} \right|_{\langle x_i \rangle} \cdot \Delta x_n \right)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\left. \frac{\partial f}{\partial x_i} \right|_{\langle x_i \rangle} \cdot \Delta x_i \right)^2}, \quad (13)$$

где $\left. \frac{\partial f}{\partial x_i} \right|_{\langle x_i \rangle}$ – частные производные функций (12) по аргументам, вычисленным при средних значениях. Доверительная вероятность для погрешности Δy будет равна $P = 0.95$ при условии, что она имеет такое значение для каждой из погрешностей Δx_i .

Относительная погрешность косвенной величины y равна:

$$E_y = \frac{\Delta y}{y} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{y} \left. \frac{\partial f}{\partial x_i} \right|_{\langle x_i \rangle} \Delta x_i \right)^2} \quad (14)$$

Поскольку вычисление погрешностей часто достаточно громоздко, иногда используются более простые правила, которые, вообще говоря, иногда несправедливы, но в большинстве случаев могут быть в лабораторном физпрактикуме использованы. Например, можно принять, что относительная погрешность косвенной физической величины в 1,5 раза больше максимальной относительной погрешности всех прямым образом измеряемых величин. Поэтому в эксперименте следует стремиться к тому, чтобы относительные погрешности всех прямым образом измеряемых величин были примерно одинаковы. Для величин, значения которых зависят от выбора начала отсчета, например, координат, следует избегать появления близких к нулю значений, ибо при этом относительная погрешность велика.

г) Графическая обработка результатов.

Выбор координатных осей. По оси абсцисс всегда откладывается аргумент, по оси ординат – функция.

Выбор масштаба. При выборе масштаба необходимо придерживаться следующих рекомендаций:

1. Шкалы на всех осях должны легко читаться, поэтому одна клеточка миллиметровой бумаги должна соответствовать удобному числу единиц измеряемой величины (1, 2, 5, 10....).
2. Экспериментальные точки не должны сливаться друг с другом.
3. Масштабы вдоль осей следует выбирать так, чтобы основная часть графика имела наклон, близкий к 45° , и лежала в средней части между осями.
4. Если на графике необязательно иметь начало координат, начало, и конец разметки по осям должны соответствовать минимальным и максимальным значениям аргумента и функции.
5. Десятичные множители удобнее отнести к единице измерения, тогда деления на осях будут помечены цифрами 1; 2; 3 и т. д., а не 10000; 20000 или 0,001; 0,002.

Построение графиков. На график наносятся все полученные в измерениях точки (выносные линии не проводятся). Через экспериментальные точки проводится *наилучшая плавная кривая*. *Непосредственное соединение экспериментальных точек ломаной линией не допускается*. Точки должны располагаться

как можно ближе к кривой так, чтобы по обе стороны от неё находилось по возможности одинаковое число точек.

Нанесение ошибок на график. Ошибка в экспериментальном значении указывается в виде крестиков, размеры которых в выбранном масштабе дают удвоенное значение погрешностей в этом масштабе. Кривая графика должна пересекать прямоугольники, образованные крестиками погрешностей.

Оформление графиков.

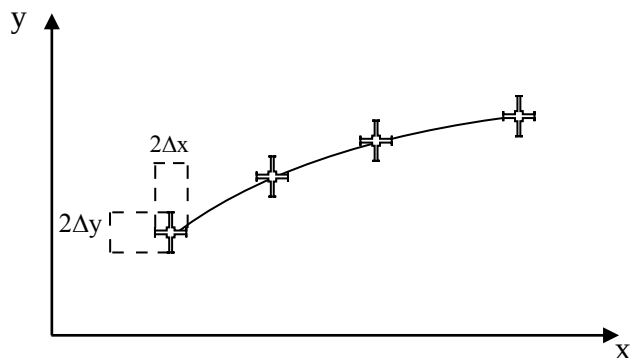


Рисунок 1 – Оформление графиков

Каждый график выполняется на миллиметровой бумаге, снабжается заголовком, содержащим точное описание зависимости, показываемой на нём, и вклеивается в отчёт.

д) Основные правила приближенных вычислений.

Значащими цифрами числа называются все его цифры, кроме нуля, если он стоит в начале. Пример: 0,03010 – 4 значащие цифры.

Общее правило – при вычислении сумм, разностей, произведений, частных результат не должен содержать больше значащих цифр, чем наименее точное из слагаемых, сомножителей и т. д.

При вычислении функций ограничиваются числом значащих цифр аргумента. Если результат вычисления является промежуточным и используется в дальнейших вычислениях, необходимо сохранить в нем на одну значащую цифру больше, чем это требуется предыдущим правилом. Если в вычисляемое выражение входят постоянные типа π , γ , константы приборов и т. п., следует для них брать значащих цифр на одну больше, чем в самом неточном из участвующих в выражениях чисел. Это делается для того, чтобы вычисления с постоянными величинами не вносили дополнительные ошибки.

Если это по каким-либо причинам невозможно (например, значения постоянной прибора недостаточно точно известны), то соответствующую константу в выражении для физической величины следует рассматривать наравне с другими переменными, и в окончательное выражение для физической величины будет входить погрешность соответствующей константы.

Абсолютную погрешность следует всегда выражать в тех же единицах измерения, что и саму измеряемую величину. Например, $L = (1,572 \pm 0,004)$ м, но не $L = (1,572 \pm 4)$ мм. Число и его погрешность всегда записывается так, чтобы их последние цифры принадлежали к одному и тому же десятичному разряду. Нельзя писать $24 \pm 0,2$, или $21,62 \pm 0,3$. Правильная запись $24,0 \pm 0,2$ или $21,6 \pm$

0,3. Нуль писать так же обязательно, как и любую другую цифру: $25,30 \pm 0,02$, но не $25,3 \pm 0,02$.

Приближенные числа рекомендуется представлять в нормальном виде, для чего первая значащая цифра записывается в разряде единиц, а остальные – в разряде десятых, сотых и т.д. Например: $a = (3,56 \pm 0,04) \cdot 10^{-9} \text{ м} = (3,56 \pm 0,4) \text{ нм}$

Вычисленные погрешности прямых и косвенных измерений должны округляться до одной значащей цифры, за исключением тех случаев, когда она равна 1 – в этом случае сохраняется две значащих цифры, причём вторая из них округляется до 5.

При записи констант и других заданных чисел часто применяется неявный способ указания их погрешностей: выписываются только надёжно известные значащие цифры числового значения, а ненадёжные отбрасываются с применением обычных правил округления. Например, запись $L = 1,2 \text{ м}$ читается как $L = (1,20 \pm 0,05) \text{ м}$ и так далее. Иначе говоря, погрешность в этом случае составляет половину невыписанного разряда.

е) Кинематика материальной точки.

Материальной точкой (частицей) называется тело, размерами, структурой и внутренними движениями которого в данных условиях при описании движения можно пренебречь.

Системой отсчёта (СО) называется совокупность тела отсчёта, относительно которого рассматривается движение других тел, линеек и часов. *Прежде чем говорить о движении и его описывать, нужно выбрать СО.*

Кинематика изучает геометрические формы и типы движений безотносительно к причинам, их вызывающим. Все СО кинематически эквивалентны в смысле возможности выбрать любую из них для описания движения.

Геометрическим изображением СО является система координат (СК).

Простейшим вариантом СК является, декартова прямоугольная система координат. Движение частицы в этой системе координат может быть задано разными способами. Наиболее распространенный из них – это так называемый **кинематический закон движения**, когда задаются зависимости от времени всех координат частицы:

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t) \quad (15)$$

Вводя в рассмотрение радиус-вектор частицы $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, идущий из начала координат в рассматриваемую точку, можно уравнение (15) записать в векторном виде

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad (16)$$

Здесь, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – орты координаты осей. Выражения (15), (16) называются **кинематическим законом движения точки**.

Траекторией точки в данной СО называется кривая, описываемая точкой при движении. Уравнение траектории получается из уравнения (16) путём ис-

ключения времени t . **Вектором перемещения** $\Delta\vec{r}$ за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ называется вектор, равный (см. рисунок 2)

$$\Delta\vec{r} \triangleq \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad (17)$$

Путь ΔS , пройденный точкой за промежуток времени Δt , определяется как длина дуги между точками 1 и 2.

$$\Delta S \triangleq L(1,2) \quad (18)$$

Вектором средней скорости $\langle\vec{V}\rangle$ называется величина (рисунок 2)

$$\langle\vec{V}\rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} \quad (19)$$

Направлен вектор $\langle\vec{V}\rangle$ так же, как и $\Delta\vec{r}$.

Здесь знак « $\triangleq$ » называется равенством по определению, чтобы отличать его от знака равенства, стоящего в физических законах. Векторы скорости $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$ начинаются в тех точках, в которых находилась частица в соответствующие моменты времени, а вектор скорости $\langle\vec{V}\rangle$, характеризующий движение частицы в интервале времени $\Delta t = t_2 - t_1$, можно рисовать в любой точке траектории, соответствующей указанному интервалу (на рисунке 2 он изображен в точке, соответствующей моменту t_2).

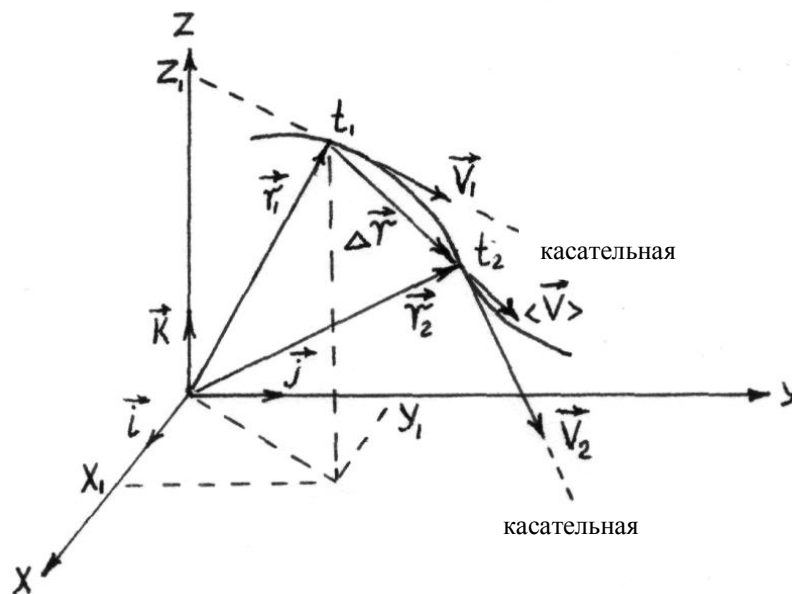


Рисунок 2 – Траектория движения материальной точки

Вектор мгновенной скорости $\vec{V}$ характеризует быстроту измерения радиус – вектора точки в данный момент времени и определяется равенством:

$$\vec{V} \triangleq \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle\vec{V}\rangle = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (20)$$

Проекции этого вектора на координатные оси равны:

$$V_x = \frac{dx}{dt}; \quad V_y = \frac{dy}{dt}; \quad V_z = \frac{dz}{dt}$$

Тогда

$$\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k} \quad (21)$$

и модуль вектора скорости:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} \quad (21)^*$$

Вектор $\vec{V}$ направлен по касательной к траектории в сторону движения точки (рисунок 2). **Движение точки можно задать и иначе:** задается уравнение траектории, положение точки на траектории в начальный момент времени $t = 0$ и зависимость пройденного пути от времени $S = S(t)$. Такой способ задания движения принято называть **естественным**. Тогда модуль вектора скорости определяется равенством:

$$V = \frac{dS}{dt}, \quad (22)$$

а сам вектор записывается в виде: $\vec{V} = V\vec{\tau}$,

где $\vec{\tau}$ – единичный вектор касательной $|\vec{\tau}| = 1$, $\vec{\tau} = \frac{\vec{V}}{V}$ (23)

Направляющие косинусы вектора скорости:

$$\cos(\vec{V}, \vec{i}) = \frac{V_x}{V}; \quad \cos(\vec{V}, \vec{j}) = \frac{V_y}{V}; \quad \cos(\vec{V}, \vec{k}) = \frac{V_z}{V} \quad (24)$$

Вектор среднего ускорения $\langle \vec{a} \rangle$ определяется равенством (рисунок 3)

$$\langle \vec{a} \rangle \triangleq \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{\Delta t} \quad (25)$$

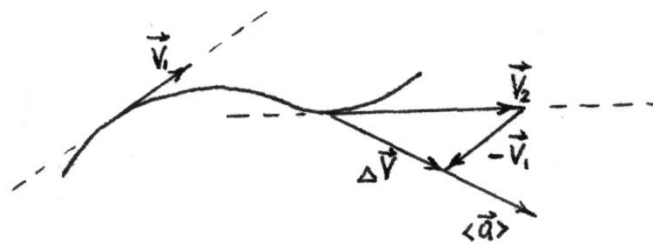


Рисунок 3 – Вектор среднего ускорения

Вектор мгновенного ускорения $\vec{a}$ характеризует быстроту изменения вектора скорости в данный момент и определяется соотношением:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle \vec{a} \rangle = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \quad (26)$$

Проекции вектора ускорения на координатные оси:

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}; \quad a_y = \frac{dV_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2}; \quad a_z = \frac{dV_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2} \quad (27)$$

Тогда

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \quad (28)$$

модуль вектора ускорения

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (29)$$

Направляющие косинусы вектора ускорения

$$\cos(\vec{a}, \vec{i}) = \frac{a_x}{a}; \quad \cos(\vec{a}, \vec{j}) = \frac{a_y}{a}; \quad \cos(\vec{a}, \vec{k}) = \frac{a_z}{a} \quad (30)$$

Угол между векторами $\vec{V}$ и $\vec{a}$ определяется из равенства

$$\cos(\vec{V}, \vec{a}) = \frac{a_x V_x + a_y V_y + a_z V_z}{aV} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{V}}{a \cdot V} \quad (31)$$

Тангенциальное ускорение точки $\vec{a}_\tau$ характеризует быстроту изменения вектора скорости в данный момент времени и выражается формулой (см. рис. 4)

$$\vec{a}_\tau = \frac{dV}{dt} \cdot \vec{\tau} = \frac{a_x V_x + a_y V_y + a_z V_z}{V} \cdot \vec{\tau} \quad (32)$$

где $\vec{\tau}$ – единичный вектор касательной. Очевидно, имеет место также равенство

$$\vec{a}_\tau = \vec{\tau} \cdot a \cdot \cos(\vec{V}, \vec{a}) \quad (33)$$

Если $\vec{V}$ возрастает с течением времени, то $\frac{dV}{dt} > 0$ и $\vec{a}_\tau \uparrow \uparrow \vec{V}$, т.е. $(\vec{V}, \vec{a})$ – острый угол. Если $\vec{V}$ убывает, то $\frac{dV}{dt} < 0$ и $\vec{a}_\tau \uparrow \downarrow \vec{V}$, т.е. $(\vec{V}, \vec{a})$ – тупой угол (рис. 4).

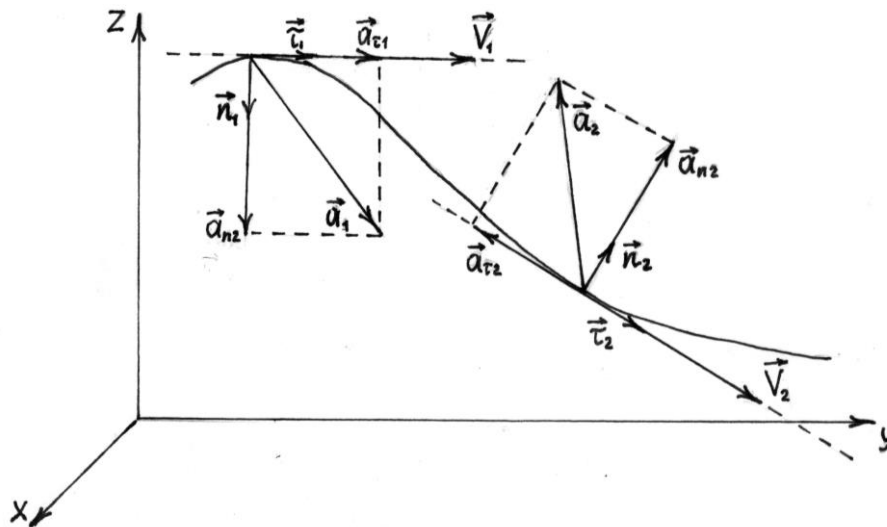


Рисунок 4 – Вектор тангенциального и нормального ускорений

Нормальное ускорение $\vec{a}_n$ характеризует быстроту изменения в данный момент направления вектора $\vec{V}$ и выражается формулой:

$$\vec{a}_n = \frac{V^2}{R} \cdot \vec{n}, \quad (34)$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор нормали к траектории, направленный в сторону вогнутости траектории ($\vec{\tau} \cdot \vec{n} = 0$). R – радиус кривизны траектории, представляющий собой радиус соприкасающейся с траекторией в данной точке окружности, совпадающей с бесконечно малым элементом траектории с точностью до бесконечно малых величин второго порядка малости.

Полное ускорение можно записать в виде

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau \quad \text{и} \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} \quad (35)$$

Если движутся две частицы, то важной величиной является так называемая **относительная скорость частиц**. Скоростью частицы 2 относительно частицы 1 называется скорость частицы 2 в системе отсчета, в которой частица 1 покоится. $\vec{V}_{21} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$. Еще одной величиной, характеризующей относительное движение частиц, является **скорость сближения (удаления)** частиц – это скорость изменения расстояния между частицами:

$$V_{y\partial} = \frac{d}{dt} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} =$$

$$= \frac{(x_2 - x_1)(V_{2x} - V_{1x}) + (y_2 - y_1)(V_{2y} - V_{1y}) + (z_2 - z_1)(V_{2z} - V_{1z})}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}} \quad (36)$$

Можно показать, что скорость удаления $V_{y\partial} > 0$ или сближения $V_{y\partial} < 0$ можно найти по очевидной формуле:

$$V_{y\partial} = V_2 \cos \varphi_2 - V_1 \cos \varphi_1,$$

где смысл обозначений ясен из следующего рисунка

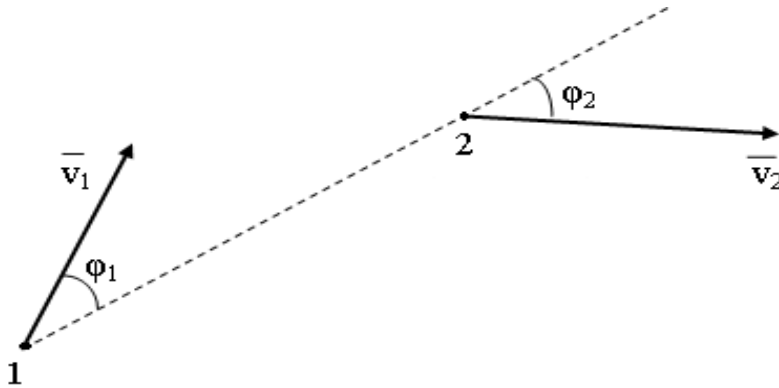
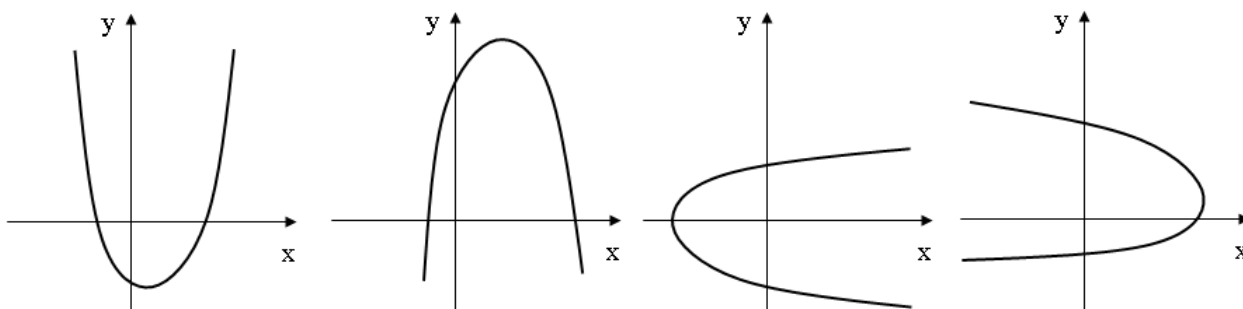


Рисунок 5 – Скорость сближения (удаления) двух частиц

Удобным способом нахождения всех кинематических характеристик движения точки является способ, основанный на использовании стробоскопических фотографий движущейся точки. Стробоскопические фотографии получаются, если движущуюся точку фотографировать на один и тот же кадр через строго фиксированные промежутки времени, называемые периодом стробоскопирования τ . Время открытия затвора при этом должно быть малым для того, чтобы за это время фотографируемая точка заметно не сдвинулась и её изображение не смазалось. Применяется также вариант фотографирования в темноте с открытым затвором, когда движущийся объект освещается короткими мощными им-

пульсами света, следующими друг за другом за время τ . На фотографиях обычно указывается масштаб расстояний и период стробоскопирования τ . Если движение точки происходит по пространственной кривой, то лучше как минимум две фотографии, снятые фотоаппаратами с разных позиций. Если движение происходит в плоскости, то фотоаппарат располагают так, чтобы плоскость плёнки была параллельна этой плоскости. Можно считать при этом, что на фотографии в неискажённом виде в некотором масштабе получается картина движения точки. На фотографии нужно также указать направление движения точки.

В работе стробоскопические фотографии имитируются с помощью прозрачных плёнок с пробитыми в них отверстиями, которые накладываются на двойной лист бумаги, и затем с помощью ручки, картина переносится на лист бумаги. Траекториями движения частиц во всех вариантах являются параболы. Период стробоскопирования равен 0,1 секунды (напомним, это означает, что $\tau = (0,100 \pm 0,005)$ секунд). Масштабный фактор равен 1, т.е. все расстояния можно определять непосредственно по рисунку. Для описания движения нужно выбрать систему координат. Напомним, что начало координат следует выбирать так, чтобы не было близких к нулю значений координат, а расположение осей соответствовало бы одному из четырех рисунков (по указанию преподавателя).



На каждом из рисунков возможны два варианта движения: против часовой стрелки или по часовой стрелке (по указанию преподавателя).

ж) Пример определения кинематических характеристик по стробоскопическим фотографиям

На рисунке 6 приведена стробоскопическая фотография движения материальной точки и указаны координатные оси.

Задание 1. Найти кинематический закон движения точки.

Спроецируем точки на координатные оси с учётом масштаба и выпишем в таблицу 1 значения координат точки, считая, что фотографирование началось при $t = 0$ и движение происходит по часовой стрелке. Измерения координат x и y прямые, поэтому оценим их погрешности по методике, изложенной в пункте б). Поскольку в данном случае нет особого смысла много раз измерять координаты, ибо мы будем получать всё время один и тот же результат, то следует предположить, что $\Delta x_{\text{разбр.}} = \Delta y_{\text{разбр.}} = 0$. Это не значит, конечно, что случайных ошибок нет – просто они меньше точности используемых инструментов. Приборная погрешность при измерении стандартной линейкой длиной 200 мм со-

ставляет $\Delta x_{np.} = 0,2 \cdot \frac{2}{3} = 0,13$ мм. Погрешность отсчёта и округления при округлении координат до 1 мм составит 0,5 мм. Следует учесть неидеальность процедуры проектирования, которая также приводит к погрешности отсчёта и округления и составляет примерно 0,5 мм (подумайте, почему!) результирующая погрешность будет равна по формуле (10):

$$\Delta x = \Delta y = \sqrt{(0,13)^2 + (0,5)^2 + (0,5)^2} = 0,72 \text{ мм} \approx 1 \text{ мм} = 0,1 \text{ мм}$$

(

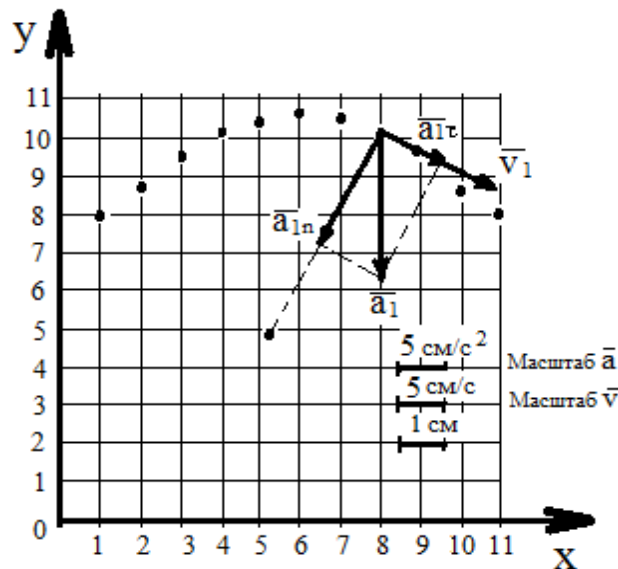


Рисунок 6 – Стробоскопическая фотография движения материальной точки

Таблица 1

t, сек	0	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,0
x, см	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0	11,0
y, см	8,0	8,9	9,6	10,1	10,5	10,6	10,3	10,1	9,5	8,8	8,0

Для установления вида функциональной зависимости $x = x(t)$ изобразим данные таблицы 1 на рисунке 7, откладывая время t по горизонтали, координату x – по вертикали (в том же масштабе, что и на рисунке 6, руководствуясь при этом правилами, изложенными в пункте д).

При этом учитываем, что погрешность Δt задана неявно (она равна 0,005 с). Из рисунка 7 сразу видно, что искомая функциональная зависимость $x = x(t)$ линейная. Задача, следовательно, состоит в том, чтобы провести по точкам на рисунке 7 прямую, наилучшим в некотором смысле образом соответствующую этим точкам. Можно, конечно, это сделать графически, однако это не даёт полной уверенности, что прямая – наилучшая.

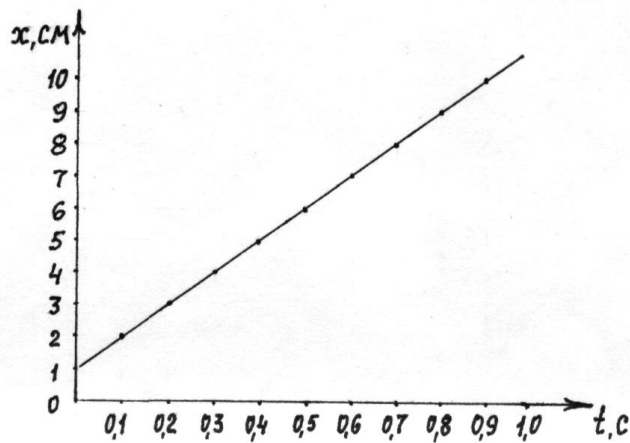


Рисунок 7 – Зависимость $x = x(t)$

Одним из способов аналитического решения задачи о нахождении наилучшей прямой, соответствующей экспериментальным точкам, является **метод наименьших квадратов**.

Идея метода состоит в следующем. Пусть уравнение искомой прямой имеет вид $x = at + b$, где a и b – постоянные, подлежащие определению. При каждом значении времени t_i ($0, 1, \dots, 10$) найдём величину $(at_i + b - x_i)^2$, представляющую квадрат разности между экспериментальным значением величины x_i и значением $(at_i + b)$, вычисленным по формуле, выражающей ожидаемую линейную зависимость. Образуем далее сумму $S = \sum_{i=0}^n (at_i + b - x_i)^2$. Прямая $x = at + b$ будет соответствовать экспериментальным точкам наилучшим образом, если мы найдём такие значения a и b , при которых достигается минимум суммы S . Условия минимума имеют вид $\frac{\partial S}{\partial a} = 0$, $\frac{\partial S}{\partial b} = 0$, что даёт систему уравнений:

$$\sum_{i=0}^{10} t_i (at_i + b - x_i) = 0 \quad \text{и} \quad \sum_{i=0}^{10} (at_i + b - x_i) = 0$$

Система, может быть переписана в виде:

$$\begin{cases} a \sum_{i=0}^{10} t_i^2 + b \sum_{i=0}^{10} t_i - \sum_{i=0}^{10} x_i t_i = 0 \\ a \sum_{i=0}^{10} t_i + b \cdot 11 - \sum_{i=0}^{10} x_i = 0 \end{cases}$$

Подставляя численные значения и решая систему, получим $a = 10,0$ см/с, $b = 1,0$ см, так что искомая зависимость $x(t)$ имеет вид

$$x = 10t + 1.0 \quad (37)$$

Существуют формулы, позволяющие определить погрешности значений a и b , однако мы их приводить не будем, а воспользуемся приближённым методом: относительная погрешность измерения координаты x больше всего для наименьшего значения $x_{\min} = 1,0$ см и составляет 10% и меньше всего для максимального значения $x_{\max} = 11,0$ см (примерно 1%). Поэтому значения x , вычисляемые по формуле (36) должны получаться с такой же относительной по-

грешностью. Именно поэтому мы имеем $a = (10,0 \pm 0,5)$ см/с, $b = (1,00 \pm 0,05)$ см. Приводим на рисунке 7 наилучшую прямую.

Для нахождения вида функциональной зависимости $y = y(t)$ поступим аналогично, изобразив данные из таблицы 1 на координатной плоскости (y, t) (рис. 8).

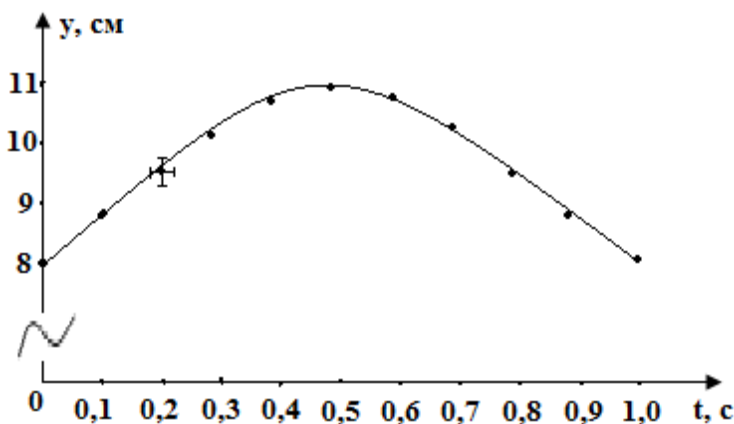


Рисунок 8 – Зависимость $y = y(t)$

Из рисунка 8 не вытекает, однако, с определённой предположение о виде зависимости $y = y(t)$. В таких случаях обычно выдвигаются гипотезы о том, какому классу функций (полиномов, показательных, тригонометрических и т. д.) принадлежит искомая зависимость, а затем эти гипотезы принимаются или отвергаются. Чаще всего выдвигается гипотеза о принадлежности неизвестной функции $y(t)$ к классу полиномов некоторой степени n : $y(t) = a_0 t^n + a_1 t^{n-1} + \dots + a_n$. Степень n полинома обычно берется вначале минимальной, совместимой с характером расположения экспериментальных точек. Из рисунка 8 сразу видно, что зависимость $y(t)$ нелинейная, то есть $n \neq 1$. Таким образом, мы берём функцию $y(t) = a_0 t^2 + a_1 t + a_2$ и ищем значения параметров a_0, a_1, a_2 , при которых эта функция наилучшим образом соответствует экспериментальным точкам рисунка 8. Задача решается на основе метода наименьших квадратов. Условия минимума суммы:

$$S = \sum_{i=1}^{10} (a_0 t_i^2 + a_1 t_i + a_2 - y_i)^2$$

дают:

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = 2 \sum_{i=1}^{10} t_i^2 (a_0 t_i^2 + a_1 t_i + a_2 - y_i)$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = 2 \sum_{i=1}^{10} t_i (a_0 t_i^2 + a_1 t_i + a_2 - y_i)$$

$$\frac{\partial S}{\partial a_2} = 2 \sum_{i=1}^{10} (a_0 t_i^2 + a_1 t_i + a_2 - y_i)$$

Подставляя численные значения и решая систему уравнений, находим после округления $a_0 = 10,0$; $a_1 = 10,0$; $a_2 = 8,0$ (количество значащих цифр, в значениях a выбрано исходя из того, что относительная погрешность в определении координаты y составляет примерно 1%). Таким образом, зависимость координаты $y = y(t)$ имеет вид

$$y = -10t^2 + 10t + 8,0 \text{ (см)} \quad (38)$$

На рисунке 8 построена кривая (парабола), соответствующая уравнению (38). Как видно, кривая достаточно хорошо проходит через экспериментальные точки. Следует, однако, помнить, что предположение о полиномиальной зависимости $y = y(t)$ является лишь гипотезой. Ведь вполне возможно, что функция вида $y = ab^t + c$, где постоянные подобраны с помощью метода наименьших квадратов, или полином степени большей 2 значительно лучше соответствуют экспериментальным точкам рисунка 8. Иными словами, возникает вопрос, насколько оправдана гипотеза о полиномиальной зависимости степени 2, то есть насколько функция (38) соответствует экспериментальным точкам.

На первый взгляд, естественным представляется следующий путь. С помощью метода наименьших квадратов определим значения a , b , c для функции вида $y = ab^t + c$, при которых она наилучшим образом соответствует экспериментальным точкам, затем для этих значений a , b , c вычислим сумму квадратов разностей, фигурирующих в методе наименьших квадратов, и сравним её с суммой для полиномиальной зависимости (38). Естественным, что та зависимость, для которой эта сумма меньше, лучше отвечает экспериментальным точкам. Ясно, однако, что этот путь, хотя и возможен, но трудоёмок и малоперспективен, поскольку существует множество функций времени, которые могли бы, в принципе, соответствовать экспериментальным точкам рисунка 6. Например, зависимость $y = A\sin(Bt + C) + D$ с надлежаще подобранными константами A , B , C , D . Поэтому вопросы совместимости гипотезы о той или иной зависимости (в нашем случае зависимости 38) с экспериментальными данными решаются с помощью так называемых **критериев согласия** (другое название – **критерии значимости**). Одним из наиболее удобных критериев является так называемый «критерий χ^2 » (читается хи-квадрат) или **критерий Пирсона**. В методе наименьших квадратов вычисляется величина χ^2 :

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=0}^n (a_0 t_i^2 + a_1 t_i + a_2 - y_i)^2}{\Delta y^2}, \quad (38)$$

то есть сумма квадратов отклонений экспериментальных значений y_i от вычисленных по формуле (38), деленная на квадрат погрешности измерения величины y . В нашем случае $\chi^2 = 3$. Найденное значение χ^2 должно быть сопоставлено с теорией. Это делается с помощью таблицы распределения χ^2 , фрагмент которой приведён в таблице 2. В данной таблице n – это число степеней свободы распределения χ^2 , равной числу измерений минус увеличенное на единицу число параметров, определяемых из эксперимента. В нашем случае число измерений равно 11 и с помощью метода наименьших квадратов было определено 3 параметра, так что $n = 11 - (3 + 1) = 7$. Число P в таблице – вероятность, выражаемая в процентах. По найденному значению $\chi^2 = 1,3$ и числу степеней свободы $n = 7$ находим, что $P \approx 98\%$. Это означает, что если гипотеза о зависимости (38) справедлива, то найденное или большее значение χ^2 должно встречаться примерно в 98% случаев. Следовательно, на уровне доверительной вероятности 98% мы подтвердили зависимость (38). Если, например, при тех же условиях

$\chi^2 = 14,1$, то это означало бы, что при справедливости гипотезы (38) такие большие отклонения встречались бы лишь в 5% случаев, так что наше найденное значение $\chi^2 = 14,1$ свидетельствовало бы о ненадёжности гипотезы, и это заставило бы искать другую зависимость $y(t)$, например, в виде полинома третьей степени и т. д.

Выпишем окончательно найденный кинематический закон движения:

$$\begin{aligned}x &= 10,0t + 1,0 \text{ (см)} \\y &= -10t^2 + 10t + 8,0 \text{ (см)}\end{aligned}\quad (39)$$

На рис. 8 построена кривая (парабола), соответствующая уравнению (38). Как видно, кривая достаточно хорошо проходит через экспериментальные точки.

Задание 2. Найти среднюю скорость частицы в интервале времени $t \in (0,4;0,8)$, её модуль и углы с осями координат.

Имеем: $x(0,4) = 5,0 \text{ см}$; $x(0,8) = 9,0 \text{ см}$ $y(0,4) = 10,4 \text{ см}$; $y(0,8) = 9,6 \text{ см}$

Тогда $\Delta x = 4,0 \text{ см}$, $\Delta y = -0,8 \text{ см}$, $\Delta t = 0,4 \text{ с}$

$$\langle V_x \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4,0}{0,4} = 10 \text{ м/с}$$

$$\langle V_y \rangle = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{-0,8}{0,4} = -2 \text{ м/с}$$

$$\langle \vec{V} \rangle = (0,1\vec{i} - 0,02\vec{j}) \text{ м/с}; \quad |\langle \vec{V} \rangle| = 0,10 \text{ м/с}$$

$$\cos(\vec{i}, \langle \vec{V} \rangle) = 0,98; \quad (\vec{i}, \langle \vec{V} \rangle) = -11,3^\circ; \quad (\vec{j}, \langle \vec{V} \rangle) = -101,3^\circ$$

Обратите внимание, что для того, чтобы получить правильное значение для $\cos(\vec{i}, \langle \vec{V} \rangle)$, нужно вычислить значение модуля средней скорости более точно,

чем записано выше: $|\langle \vec{V} \rangle| = 0,102 \text{ м/с}$

Задание 3. Найти модуль мгновенной скорости в момент $t_1 = 0,7 \text{ сек}$ и углы с осями координат.

$$V_{1x} = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{0,7\text{с}} = 10,0 \text{ см/с}$$

$$V_{1y} = \left. \frac{dy}{dt} \right|_{0,7\text{с}} = (-20t + 10) \big|_{0,7\text{с}} = -4,0 \text{ см/с}$$

$$\vec{V}_1 = (10,0\vec{i} - 4,0\vec{j}) \text{ см/с}; \quad V_1 = \sqrt{10^2 + 4^2} = 10,8 \text{ см/с}$$

$$\cos(\vec{i}, \vec{V}_1) = 0,93; \quad (\vec{i}, \vec{V}_1) = -21,8^\circ; \quad (\vec{j}, \vec{V}_1) = -111,8^\circ$$

Задание 4. Найти ускорение частиц в тот же момент и углы, составляемые вектором ускорения с осями координат.

$$a_{1x} = \left. \frac{dV_{1x}}{dt} \right|_{0,7\text{с}} = 0 \text{ см/с}^2; \quad a_{1y} = \left. \frac{dV_{1y}}{dt} \right|_{0,7\text{с}} = -20,0 \text{ см/с}^2$$

$$\vec{a}_1 = -20,0 \vec{j} \text{ см/с}^2, \quad a = 20,0 \text{ см/с}^2 = 0,20 \text{ м/с}^2$$

$$(\vec{i}, \vec{a}_1) = -90^\circ; \quad (\vec{j}, \vec{a}_1) = -180^\circ$$

Вектор скорости и ускорения изображены на рисунке 5.

Задание 5. Найти тангенциальное и нормальное ускорения в тот же момент времени.

$$a_{1\tau} = \frac{V_{1x}a_{1x} + V_{1y}a_{1y}}{V_1} = \frac{(-4)(-20)}{10,8} = 7,4 \text{ см/с}^2$$

$$a_{1n} = \sqrt{20^2 - 7,4^2} = 18,6 \text{ см/с}^2$$

Направлен вектор $\vec{a}_{1\tau}$ так же, как и $\vec{V}_1$. Изображаем его на рисунке. Вектор $\vec{a}_{1n}$ может быть найден геометрически: $\vec{a}_{1n} = \vec{a} - \vec{a}_{1\tau}$. Этот вектор также показан на рисунке 6.

Задание 6. Найти радиус кривизны траектории в точке, соответствующей тому же моменту времени.

Используя формулу (34), находим:

$$R_1 = \frac{V_1^2}{a_{1n}} = \frac{(10,8)^2}{18,6} = 6,3 \text{ см}$$

Во многих случаях оказывается полезным приближенный графический способ нахождения радиуса кривизны. Для этого точку на траектории, соответствующего моменту времени $t_1 = 0,70 \text{ с}$, соединим прямолинейными отрезками с соседними точками, соответствующими моментам $t_2 = 0,60 \text{ с}$ и $t_3 = 0,80 \text{ с}$. Из середины этих отрезков восстанавливаем перпендикуляр до их пересечения в точке 0.

Точка 0 примерно совпадает с центром соприкасающейся окружности, соответствующей участку траектории вблизи точки, для которой велось построение. Радиус окружности примерно равен R_1 .

Задание 7. Найти зависимость пройденного пути S от времени t , то есть функцию $S = S(t)$.

Имеем:

$$S(t) = \int_0^t \sqrt{10,0^2 + (-20,0t + 10,0)^2} dt$$

Проведите вычисление самостоятельно, используя табличный интеграл

$$J = \int \sqrt{t^2 + b^2} dt = \frac{b^2 \ln(t + \sqrt{t^2 + b^2}) + t\sqrt{t^2 + b^2}}{2} + C$$

Получим:

$$S(t) = 2,5 \ln \frac{2t-1 + \sqrt{(2t-1)^2 + 1}}{\sqrt{2}-1} + 0,25 \left[(2t-1)\sqrt{(2t-1)^2 + 1} - \sqrt{2} \right]$$

Задание 8. Написать уравнение траектории точки.

Исключая время t из уравнений (39), имеем:

$$t = \frac{x-10}{10}$$

$$y = -100 \frac{(x-10)^2}{100} + x - 10 + 8,0 = -\frac{x^2 - 20x + 10}{10} = \frac{-x^2 + 12,0 + 69}{10}$$

Или $y = -0,1x^2 + 1,2x + 6,9$ (см). Это и есть уравнение траектории.

Задание 9. Найти скорость удаления частицы от начала координат в момент времени $t_1 = 0,7$ с.

Расстояние от частицы до начала координат согласно формуле (39) равно:

$$r(t) = \sqrt{(10t+10)^2 + (-10t^2 + 10t + 8,0)^2}$$

$$\text{Поэтому: } V_{y0}(t) = \frac{10(10t+1,0) + (-10t^2 + 10t + 8,0)(-20t+10)}{\sqrt{(10t+10)^2 + (-10t^2 + 10t + 8,0)^2}}$$

(См. формулу 36 стр.15)

Теперь достаточно подставить значение $t_1 = 0,7$ с.

Задание 10. Найти относительную скорость двух частиц в момент времени $t_1 = 0,7$ с.

Допустим, что спустя время $t_0 = 0,2$ с из той же начальной точки с той же начальной скоростью по той же траектории движется другая частица. Требуется найти относительную скорость частиц в момент $t_1 = 0,7$ с. Скорость второй частицы в момент $t_1 = 0,7$ с будет такая же, как скорость первой в момент 0,5 с. Поэтому, так же, как и в задании 3, можно определить скорость частицы в момент 0,5 с.

$$V_x|_{0,5c} = 10,0 \text{ см/с}, \quad V_y|_{0,5c} = 0,0 \text{ см/с}$$

Тогда $V_{отнх} = 0,0$ см/с, $V_{отну} = -4,0$ см/с и скорость первой частицы относительно второй частицы в момент времени 0,7 секунд равна 4 см/с и направлена вниз.

Стробоскопические фотографии для выполнения работы каждый студент получает у преподавателя.

Контрольные вопросы.

1. Какие ошибки (пункт а)) имели место при выполнении работы и как они учитывались?
2. Как изменилась бы точность ваших результатов, если бы вы проводили все измерения и построения несколько раз, используя разные инструменты?
3. Как можно проверить отсутствие промахов в серии наблюдений?
4. Изложите методику расчёта погрешностей при измерении объёма цилиндра штангенциркулем.
5. Нарисуйте, примерно, как будет выглядеть стробоскопическая фотография движения точки при $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{V}$ и $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{V}$.

6. Запишите выражение для векторов скорости и нормального ускорения $\vec{a}_n$ в указанный преподавателем момент времени и проверьте выполнение условий $\vec{a}_n \cdot \vec{V} = 0$.
7. Нанесите экспериментальные точки и постройте теоретическую кривую зависимости от времени той координаты, для которой она нелинейная, откладывая вдоль оси абсцисс значения $(t + \frac{a_1}{2a_0})^2$, а вдоль оси ординат – значения этой координаты. Сделайте выводы.

Таблица 2 χ^2 распределения

N/P%	99	95	90	80	70	50	20	5
4	0,8	0,7	1,1	1,6	2,2	3,4	6,0	9,5
5	0,6	1,1	1,6	2,3	3,0	4,4	7,3	11,1
6	0,9	1,6	2,2	3,1	3,8	5,3	8,6	12,6
7	1,3	2,2	2,8	3,8	4,7	6,3	9,8	14,1
8	1,6	2,7	3,5	4,6	5,5	7,3	11,0	15,5
9	2,1	3,3	4,2	5,4	6,4	8,3	12,2	16,9
10	2,6	3,9	4,9	6,2	7,3	9,3	13,4	18,3
11	3,1	4,6	5,6	7,0	8,3	10,3	14,6	19,7
12	3,6	5,2	6,3	7,8	9,0	11,3	15,8	21,0
13	4,1	5,9	7,0	8,6	9,9	12,3	17,0	22,4

Лабораторная работа М 2

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НА МАШИНЕ АТВУДА

Цель работы: изучение законов поступательного и вращательного движения для определения момента сил трения ($M_{тр}$).

Приборы и принадлежности:

- установка с машиной Атвуда;
- набор перегрузков кольцеобразной формы.

Описание установки

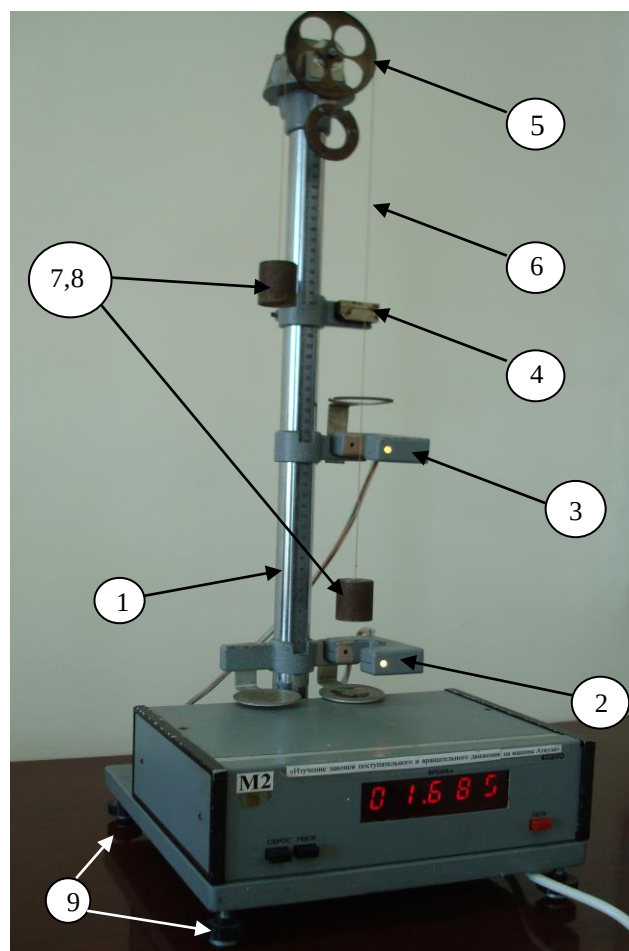


Рисунок 1 – Общий вид установки

Общий вид машины Атвуда показан на рисунке 1. На вертикальной колонне (1) расположены три кронштейна: нижний кронштейн (2) неподвижен, а кронштейны (3) и (4) могут перемещаться вдоль колонки и фиксироваться в любом положении стопорными винтами. Расстояние между кронштейнами может быть найдено с помощью миллиметровой шкалы на колонке. В верхней части колонки находится блок (5), через который перекинута нить (6) с привязанными на её концах грузами (7) и (8) одинаковой массы, винты для горизонтирования установки (9). В экспериментальной установке имеется три перегрузка кольцеобразной формы различной массы, которые можно класть порознь, по два вместе и, наконец, все три вместе.

Подготовка прибора к работе и проведение измерений.

Установка работает следующим образом: устанавливаются необходимые расстояния между нижним и средним кронштейнами (S_2) и верхним и средним кронштейнами (S_1). Нажимается кнопка «СЕТЬ». При этом специальный электромагнит препятствует свободному вращению блока. На правый груз кладётся один или несколько перегрузков кольцеобразной формы, которые имеются в комплекте. Груз с перегрузком рукой устанавливается в положение, когда его нижняя грань совпадает с чертой на верхнем кронштейне. В этом положении груза нажимается кнопка «ПУСК». Когда правый груз с перегрузками достигает среднего кронштейна, перегрузки снимаются, и специальный фотоэлектрический датчик включает секундомер. Когда правый груз достигает нижнего кронштейна с другим фотодатчиком, то секундомер выключается. Для продол-

жения измерений нажимается кнопка «СБРОС», подготавливая секундомер для дальнейших измерений. Отжимается кнопка «ПУСК».

Последующие измерения начинаются с установки правого груза с перегрузком в исходное положение, описанное выше. Устраняются колебания грузов. Нажимается кнопка «ПУСК» и т. д. Возможно, при движении правого груза он задевает кольцо на среднем кронштейне, предназначенное для снятия перегрузков, и дальнейшее движение грузов сопровождается колебаниями. Возможно также, что правый груз не попадает в приемное окно нижнего кронштейна. Для проведения измерений эти эффекты нужно устранить!

Это достигается горизонтированием установки с помощью винтов (9) и небольшим поворотом в горизонтальной плоскости среднего кронштейна (3).

В дальнейшем изложении будем использовать следующие обозначения:

$M_{тр}$ – момент силы трения; $[M_{тр}] = Н \cdot м$;

m – массы грузов, висящих на нити, перекинутой через блок; $[m] = кг$;

Δm – масса перегрузка, который кладётся на правый груз; $[\Delta m] = кг$;

S_1 – расстояние между верхним и средним кронштейнами, т. е. путь, который проходит груз вместе с перегрузком; $[S_1] = м$;

S_2 – расстояние между средним и нижним кронштейнами, т. е. путь, который проходит груз без перегрузка; $[S_2] = м$;

t – время движения правого груза на этапе 2; $[t] = сек$;

a_1 – ускорение правого груза на этапе 1; $[a_1] = м/с^2$;

a_2 – ускорение правого груза на этапе 2; $[a_2] = м/с^2$;

R – радиус блока; $[R] = м$.

Этап движения с перегрузком называется далее *этапом 1*, а этап движения без перегрузка – *этапом 2*.

Установка позволяет делать *прямые измерения времени движения t* правого груза на пути S_2 между средним и нижним кронштейнами при различных задаваемых значениях масс перегрузков Δm , перемещения S_1 на этапе 1 и перемещения S_2 на этапе 2.

Задание для самостоятельной работы.

Определение момента силы трения $M_{тр}$.

1. Выберите любое значение S_1 в интервале от 6 до 15 см. Установите минимальное возможное значение S_2 ($S_2 \geq 5$ см).

2. Измерьте не менее трёх раз время движения правого груза на этапе 2, используя на этапе 1 перегрузок кольцообразной формы Δm . Найдите среднее время движения t .

3. Теория даёт следующую систему уравнений для поступательного движения грузов и вращательного движения блока на *этапе 1* (см. Приложение):

$$\begin{cases} ma_{1x} = T_1 - mg & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (m + \Delta m)a_{1x} = (m + \Delta m)g - T_2 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_2 R - T_1 R = M_{тр} & (3) \end{cases}$$

Получить математическое выражение для ускорения правого груза на *этапе 1* ($a_{1x} - ?$) из системы уравнений 1 – 3.

4. Теория даёт следующую систему уравнений для поступательного движения грузов и вращательного движения блока на *этапе 2* (см. Приложение):

$$\begin{cases} ma_{2x} = T'_1 - mg & (4) \\ ma_{2x} = mg - T'_2 & (5) \\ (T'_2 - T'_1)R = M_{тр} & (6) \end{cases}$$

Получить математическое выражение для ускорения правого груза на этапе 2 ($a_{2x} = ?$) из системы уравнений 4 – 6.

5. **Получить** следующее **математическое выражение** для пути (7), проходимого правым грузом (без перегрузки), используя для этого уравнения кинематики и результаты заданий 2, 3 и 4:

$$S_2 = \sqrt{\frac{2\Delta mg - \frac{2M_{тр}}{R}}{2m + \Delta m}} \cdot S_1 \cdot t - \frac{M_{тр}}{4mR} \cdot t^2 \quad (7)$$

6. Из полученного выражения (7), подставив измеренное в задании 1 время t и все остальные известные параметры, **найти момент силы трения $M_{тр}$** .

7. Рассчитать относительную погрешность определения момента силы трения.

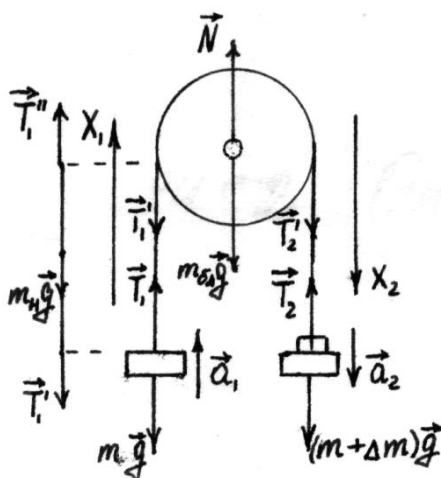
Из-за сложности математического выражения для определения момента силы трения можно воспользоваться упрощённым вариантом расчёта погрешности $M_{тр}$. Для этого относительные погрешности прямым образом определяемых величин (m , t , S) принять равными: $\frac{\Delta m}{m} \approx 0,01$; $\frac{\Delta t}{t} \approx 0,01$; $\frac{\Delta S}{S} \approx 0,01$.

Рассчитать относительную погрешность определения момента силы трения как сумму относительных погрешностей прямым образом определяемых величин ($\frac{\Delta M_{тр}}{M_{тр}}$).

Приложение. Законы динамики вращательного и поступательного движений.

Рассмотрим блок радиуса R с моментом инерции J , который может вращаться вокруг горизонтальной оси (рисунок 2).

Через блок перекинута невесомая, нерастяжимая нить, на концах которой



висят грузы массой m каждый. Если на один из грузов (на рисунке – на правый) положить перегрузок достаточно большой массы Δm , система придёт в движение (разумеется, при отсутствии сил трения перегрузок сколь угодно малой массы приводит систему в движение, но при наличии сил трения это не так). Найдём ускорения грузов, считая, что при движении нить по блоку не скользит. Будем считать, что диссипативные силы, зависящие от скорости (например, силы сопротивления воздуха) отсутствуют. На левый груз действует сила тяжести $m\vec{g}$ и сила $\vec{T}_1$ со

стороны нити. На левый вертикальный участок нити действуют две силы: сила

$(-\vec{T}'_1)$ со стороны левого груза, которая по III закону Ньютона равна силе $\vec{T}_1$ по модулю и противоположна по направлению, и сила $\vec{T}''_1$ со стороны участка нити,

находящегося на блоке. На рисунке слева отдельно показан левый участок нити и силы, на него действующие; напомним, что нить считается невесомой. Запишем второй закон Ньютона для левого участка нити:

Рисунок 2 – Блок с грузами

$$m_n \vec{a}_n = -\vec{T}_1 + \vec{T}''_1 = 0, \text{ поскольку } m_{\text{нити}} = 0$$

Тогда, $\vec{T}_1 = \vec{T}''_1$. По третьему закону Ньютона сила $\vec{Q}'_1$, с которой левый вертикальный участок нити действует на участок, находящийся на блоке, равна

$$\vec{T}'_1 = -\vec{T}''_1 = -\vec{T}_1$$

Фактически, сила $\vec{T}'_1$ оказывается приложенной к блоку, поскольку в отсутствие проскальзывания блок и участок нити, находящийся на нём, составляют единое целое.

Аналогичные рассуждения применимы и для правого вертикального участка нити. Для модулей сил, следовательно, имеем

$$T'_1 = T_1 \text{ и } T'_2 = T_2$$

Запишем систему уравнений, описывающих поступательное движение обоих грузов. Для этого выберем положительное направление осей X_1 и X_2 так, чтобы они совпадали с направлением движения тел (такой выбор осей называется согласованным).

Тогда для висящих грузов, которые движутся поступательно, второй закон Ньютона при движении тел на первом этапе (S_1):

$$\begin{cases} ma_{1x_1} = T_1 - mg \end{cases} \quad (\text{П-1})$$

$$\begin{cases} (m + \Delta m)a_{2x_2} = (m + \Delta m)g - T_2 \end{cases} \quad (\text{П-2})$$

Вследствие *нерастяжимости нити* модули перемещений грузов на обоих концах нити одинаковы. Одинаковы модули скоростей и ускорений грузов, но направления их, конечно, противоположны:

$$\vec{a}_1 = -\vec{a}_2, \quad a_{1x_1} = a_{2x_2} = a_{\text{лх}},$$

где a – модуль ускорения каждого груза.

При этом $a_{1x_1} = a_{2x_2} = a_{\text{лх}}$ ускорения грузов на этапе I.

Рассмотрим теперь силы, которые действуют на блок. Помимо силы тяжести $m_{\text{бл}} \vec{g}$, сил $\vec{T}'_1$ и $\vec{T}'_2$, о которых шла речь выше, на блок действует сила реакции оси $\vec{N}$, а также силы трения в оси блока. Детальный анализ сил трения очень сложен, поэтому ограничимся рассмотрением упрощённой модели, которая достаточно хорошо подтверждается опытом. Для вращения блока существенны не сами силы трения, а их моменты относительно оси вращения. Поскольку центр масс блока покоится, то $\vec{N} + \vec{T}'_1 + \vec{T}'_2 = 0$. Переходя к модулям сил, получим:

$$N = T_1 + T_2 + m_{\text{бл}} g.$$

Запишем для блока основное уравнение динамики вращательного движения

$$J\varepsilon = T_2' R - T_1' R - M_{TP} \quad (\text{П-3})$$

Если блок невесом, то $J_{\text{бл.}} = 0$ и $T_2' R - T_1' R = M_{TP}$

Если нить по блоку не скользит, то модуль скорости грузов равен модулю линейной скорости точек на окружности блока:

$$V = \omega R$$

Дифференцируя это соотношение по времени, получим следующую связь модуля ускорений грузов a и углового ускорения ε :

$$a = \varepsilon R$$

Тогда (П-3) можно переписать в виде

$$J \cdot \frac{a}{R} = (T_2 - T_1) R - M_{TP} \quad (\text{П-4})$$

Решая систему уравнений (П-1), (П-2), (П-4), получим выражение для модуля ускорений грузов при движении и на первом этапе

$$a_{Ix} = \frac{\Delta mg - \frac{M_{TP}}{R}}{\frac{J}{R^2} + 2m + \Delta m} \quad (\text{П-5})$$

Если блок невесом:
$$a_{Ix} = \frac{\Delta mg - \frac{M_{TP}}{R}}{2m + \Delta m} \quad (\text{П-6})$$

Если система некоторое время движется с ускорением a_{Ix} на этапе 1, а затем перегрузок снимается, то дальнейшее движение системы на этапе 2 будет происходить с ускорением a_{IIx} , выражение для которого вытекает из формулы (П-6) при $\Delta m = 0$:

$$a_{IIx} = \frac{-\frac{M_{TP}}{R}}{\frac{J}{R^2} + 2m} \quad (\text{П-7})$$

Если блок невесом:
$$a_{IIx} = -\frac{M_{TP}}{2mR} \quad (\text{П-8})$$

Знак «минус» показывает, что движение вследствие наличия сил трения будет замедленным.

Аналогичное выражение для ускорения a_{IIx} можно получить, если записать законы поступательного и вращательного движения на этапе 2 в отсутствие перегрузки и невесомости блока:

$$\left\{ \begin{array}{l} ma_{1x_1} = T_1' - mg \\ ma_{2x_2} = mg - T_2' \end{array} \right. \quad (\text{П-9})$$

$$(\text{П-10})$$

$$(T'_2 - T'_1)R = M_{TP} \quad (\text{П-11})$$

где $a_{1x_1} = a_{2x_2} = a_{\text{IIx}}$

В работе правый груз проходит с перегрузком задаваемый экспериментатором путь S_1 (этап 1), а затем перегрузок снимается и измеряется время движения на пути S_2 , который тоже задаётся экспериментатором (этап 2). Поскольку во всех случаях ускорения a_{Ix} и a_{IIx} – постоянные величины, справедливы все известные из школьного курса физики формулы кинематики.

В частности, поскольку движение с перегрузком начинается без начальной скорости, скорость правого груза в конце этапа 1 (она же является начальной скоростью на этапе 2) связана с путём S_1 соотношением:

$$a_{\text{Ix}} = \frac{V_{20}^2}{2S_1} \quad (\text{П-12})$$

Время движения t на этапе 2 связано с выражением для пути S_2 формулой:

$$S_2 = V_{20}t + \frac{a_{\text{IIx}}t^2}{2} \quad (\text{П-13})$$

Если массой блока можно пренебречь, то при подстановке формул (П-6), (П-8), (П-12) в (П-13) получим следующее выражение для определения момента сил трения:

$$S_2 = \sqrt{\frac{2\Delta mg - \frac{2M_{TP}}{R}}{2m + \Delta m}} \cdot S_1 \cdot t - \frac{M_{TP}}{4mR} \cdot t^2 \quad (\text{П-14})$$

Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте основные законы динамики поступательного и вращательного движения.
2. Определите скорости грузов в конце заданного перемещения на основе закона сохранения механической энергии.
3. Определите массу блока, зная его радиус, S_1 , S_2 и измеряя время движения на этапе 2. (Используйте теорию Приложения).
4. Определите момент инерции блока, измерив его радиус и положение отверстий на нём.
5. Напишите уравнение движения грузов, если в оси блока есть трение.
6. Допустим, что нить имеет массу. Напишите уравнение движения грузов для этого случая.

Лабораторная работа М 3

ИЗУЧЕНИЕ УПРУГОГО УДАРА ШАРОВ

Цель работы:

- найти зависимость времени соударения шаров от скорости;
- найти зависимость силы удара от скорости.

Приборы и принадлежности:

- набор шаров;
- установка для исследования удара шаров.

Описание установки:

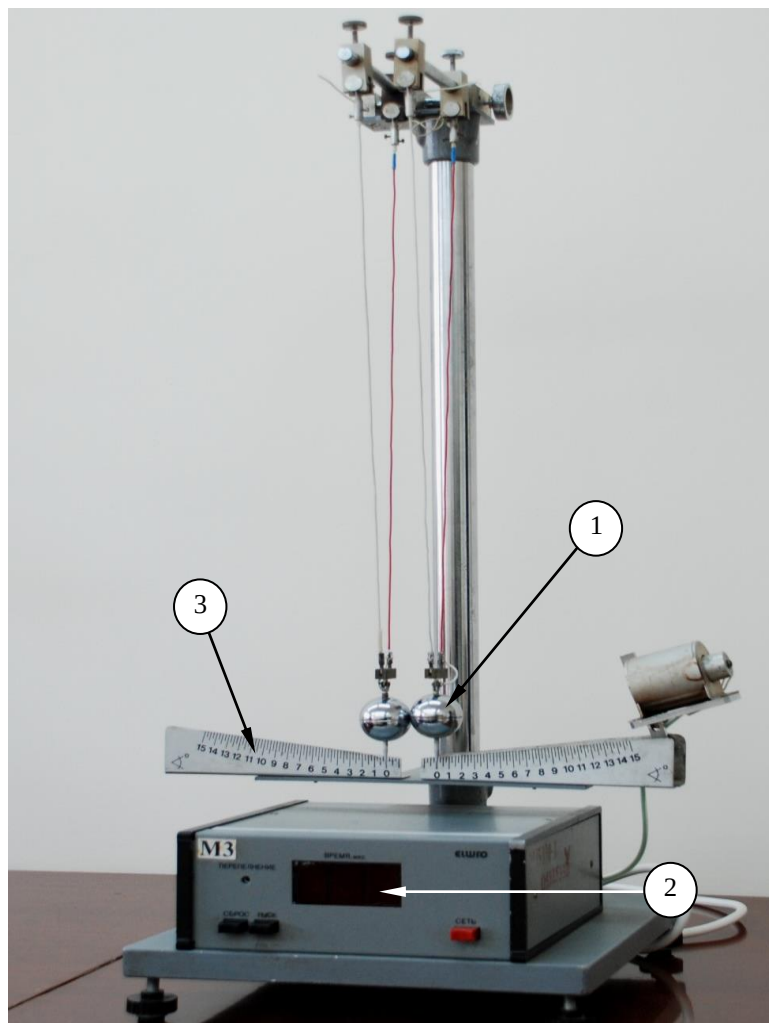


Рисунок 1 – Общий вид установки

Установка состоит из:

- 1) двух стальных шаров равного диаметра, подвешенных на нитях равной длины;
- 2) микросекундомера;
- 3) угловой шкалы.

Подготовка прибора к работе и проведение измерений.

Прибор включается кнопкой "СЕТЬ". Так как в данной работе рассматривается прямой удар двух шаров, являющихся в силу их однородности центральным, проверить симметричность расположения шаров друг относительно друга по высоте и горизонтали. Отрегулировать, если требуется, длину нитей, убедиться в их параллельности.

– Отклоните правый шар от положения равновесия на угол α , указанный преподавателем. Нажмите кнопку «СБРОС». Магнит зафиксирует шар в указанном положении.

– Нажмите кнопку «ПУСК». Происходит удар, и второй шар начинает движение с той скоростью, которую имел первый в начальный момент удара.

– Запишите время соударения шаров, указанное на микросекундомере. Опыт повторите 3 раза и время усредните.

Установка позволяет проводить прямые измерения следующих величин:

- угла отклонения шара от положения равновесия до и после упругого удара;
- время соударения шаров.

Задание 1. Построить график зависимости времени соударения шаров от скорости налетающего шара.

1. Согласно методике, описанной выше, измерьте время соударения шаров для различных значений угла α (от 8 до 10 значений).

2. Зная угол отклонения нити перед ударом " α " рассчитать скорость шара непосредственно перед соударением по формуле (1) (см. Приложение):

$$V = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha}{2} \quad (1)$$

3. Рассчитайте погрешность определения скорости по формуле:

$$\Delta V = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{g}{l}} \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \Delta l \right)^2 + \left(\alpha \sqrt{gl} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \Delta \alpha \right)^2}$$

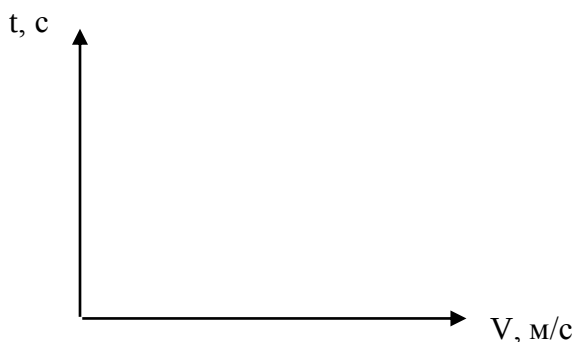
Погрешности прямым образом измеряемых величин принять равными:

$\Delta l = 1 \text{ мм}$; $\Delta \alpha = 0,5^\circ$.

4. Занесите данные в таблицу и постройте график зависимости $t = f(V)$.

Таблица

№ п/п	α , град	t_1 , мкс	t_2 , мкс	t_3 , мкс	t_{cp} , мкс	V , м/с	ΔV , м/с
1.	– « –	– « –	– « –	– « –	– « –	– « –	– « –
2.	– « –	– « –	– « –	– « –	– « –	– « –	– « –



Задание 2. Установить зависимость средней силы удара от скорости.

1. По формуле (2) рассчитать силу удара $\langle F \rangle_i$ для каждого из полученных значений скорости V_i и времени удара t_{cpi} из первого задания.

$$\langle F \rangle_i = \frac{mV_i}{t_{cpi}}, \quad (2)$$

где t_{cpi} – время соударения шаров из табл. 1; V_i – скорость шара из таблицы 1.

2. Рассчитайте погрешность определения силы по формуле расчёта погрешности косвенного измерения:

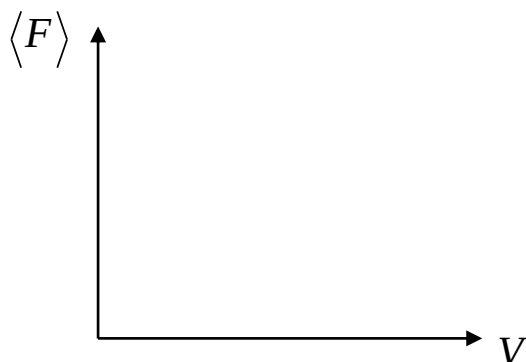
$$\Delta F_{cp} = \sqrt{\left(\frac{V}{t_{cp}} \cdot \Delta m\right)^2 + \left(\frac{m}{t_{cp}} \cdot \Delta V\right)^2}$$

Погрешности прямым образом измеряемых величин принять равными:

$\Delta m = 0,5 \text{ г}$; $\Delta t \approx 0$.

Значение ΔV взять из предыдущего задания, усреднив полученные значения ΔV_i .

3. Постройте график зависимости силы удара от скорости $\langle F \rangle = f(V)$.

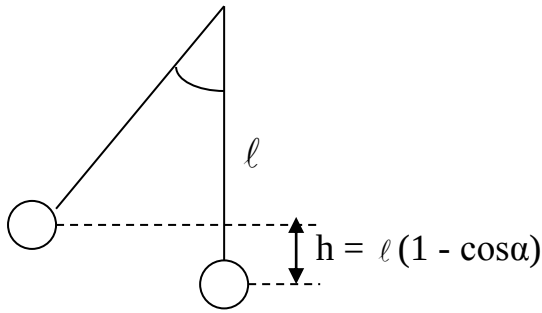


Приложение. Абсолютно упругий удар.

При абсолютно упругом ударе выполняются законы сохранения импульса $\vec{P} = \text{const}$ и механической энергии ($E = \text{const}$). Опыт показывает, что время удара очень мало, поэтому перемещением соударяющихся тел за это время можно пренебречь. Поэтому потенциальная энергия этих тел во внешнем силовом поле за время удара не изменяется, и суммарная кинетическая энергия тел до и после удара одинакова. В данной работе рассматривается прямой удар двух шаров, являющихся в силу их однородности центральным.

Рассмотрим процесс соударения. При сближении шаров, начиная с момента их первоначального соприкосновения, возрастают силы деформации, соответственно, возрастают и упругие силы, препятствующие деформациям. Скорости тел при этом изменяются, пока не станут равными. В этот момент деформации максимальны, максимальны и упругие силы взаимодействия. В системе отсчёта, где центр масс шаров покоится, полная кинетическая энергия шаров равна нулю, т. е. кинетическая энергия, которой обладали шары до соударения, полностью переходит в потенциальную энергию упругих деформаций шаров. Затем силы деформации расталкивают шары до тех пор, пока они не разойдутся. При этом потенциальная энергия деформаций шаров переходит обратно в их кинетическую энергию, шары восстанавливают свою форму и оказываются недеформированными. Реально процесс удара намного сложнее, так как при соударении в шарах возбуждаются упругие волны, распространяющиеся в шарах и после удара, поэтому кинетическая энергия шаров после удара меньше, чем до удара, на величину энергии этих волн. Ввиду малости энергии волн, как показывают расчёты, учитывать её не будем.

Запишем закон сохранения механической энергии для абсолютно упругого, прямого, центрального удара двух шаров:



$$mgh = \frac{mV^2}{2} \quad (\text{П-1})$$

$$mg\ell(1 - \cos \alpha) = \frac{mV^2}{2}$$

$$1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}, \text{ тогда}$$

$$V = 2\sqrt{g\ell} \sin \frac{\alpha}{2} \quad (\text{П-2})$$

При установлении связи между скоростью V и кинетической энергией (W_k) следует иметь в виду следующее. Движение шара является наложением поступательного движения по окружности и вращения вокруг оси, перпендикулярной плоскости движения и проходящей через центр шара с угловой скоростью ω . В этом случае кинетическая энергия складывается из энергии поступательного движения $\frac{mV^2}{2}$ и энергии вращательного движения $\frac{I_o \omega^2}{2}$, где I_o – момент инерции шара относительно оси, проходящей через его центр. Расчёт, однако, показывает, что неучёт энергии вращения даёт ошибку, не превышающую 1%, поэтому формула (П-1) достаточно верна.

Закон сохранения импульса для абсолютно упругого удара:

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = m_1 \vec{V}_1' + m_2 \vec{V}_2'$$

В нашем случае $V_2 = 0$; $m_1 = m_2 = m$.

Найдём среднюю по времени силу, действующую на один из шаров.

По определению средняя сила равна:

$$\langle \vec{F} \rangle = \frac{\int_{t_i}^{t_1} \vec{F} dt}{t_1 - t_i},$$

где t_o – момент начала соударения;

t_1 – момент времени конца соударения;

$\vec{F}$ – мгновенная сила взаимодействия шаров.

Согласно второму закону Ньютона:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}, \text{ тогда } \langle \vec{F} \rangle = \frac{1}{t_1 - t_i} \int_{t_i}^{t_1} \frac{d\vec{P}}{dt} dt,$$

откуда

$$\langle \vec{F} \rangle = \frac{\vec{P}_1 - \vec{P}_o}{t_1 - t_o} = \frac{|\Delta \vec{P}|}{t},$$

здесь $\vec{P}_0$ – импульс шара до удара; $\vec{P}_1$ – импульс шара после удара; $t = t_1 - t_i$ – время соударения. Тогда модуль средней силы равен:

$$\left| \langle \vec{F} \rangle \right| \equiv \langle F \rangle = \frac{|\Delta \vec{P}|}{t}$$

Если шары одинаковы и один из них до удара покоился, то можно показать, что налетающий шар после удара останавливается, а ранее покоящийся начинает движение с той скоростью, какую имел налетающий шар в момент начала удара. В этом случае для первоначально покоящегося шара имеем:

$P_0 = 0$, $P_1 = mV$, где m – масса шара. Тогда

$$F = \frac{mV}{t} \quad (\text{П-3})$$

Контрольные вопросы

1. Опишите упругий удар с точки зрения закона сохранения и превращения энергии.
2. Законы сохранения импульса и энергии требуют, чтобы налетающий шар остановился, а отскочивший имел ту же скорость, что и налетающий шар. Так ли это? Почему?
3. Почему шары подвешиваются так, что они должны соприкасаться и нити подвесов должны быть параллельны?
4. Могут ли скорости шаров после прямого центрального абсолютно упругого удара стать равными между собой?
5. Найти максимальную энергию упругой деформации шаров в данном случае.
6. Если шары имеют разные радиусы, но сделаны из одного и того же материала, то как зависит время соударения от большего радиуса.
7. Запишите законы сохранения для косого удара гладких шаров.

Лабораторная работа М 4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПУЛИ ПРИ ПОМОЩИ КРУТИЛЬНОГО БАЛЛИСТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы:

- изучение принципа работы баллистического маятника и закона сохранения момента импульса;
- экспериментальная проверка зависимостей между физическими величинами, характеризующими крутильные колебания;
- экспериментальное определение постоянной упругих сил кручения и момента инерции баллистического маятника;
- экспериментальное определение с помощью баллистического маятника скорости пули.

Приборы и принадлежности:

- баллистический маятник ГРМ-02 с автоматическим счетчиком периодов, миллисекундомером и стреляющим устройством.

Описание установки

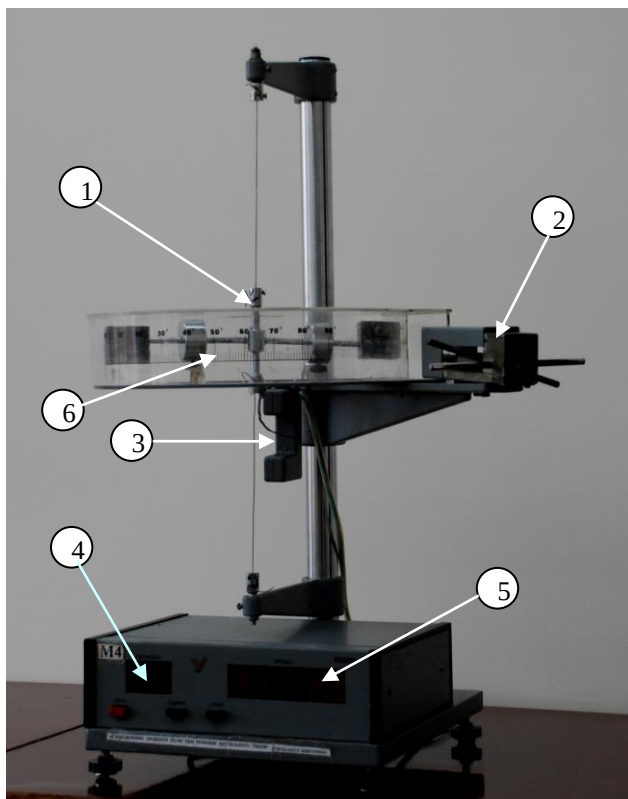


Рисунок 1 – Общий вид установки ГРМ-02

Установка состоит из:

- 1) баллистического маятника (1), подвешенного на стальной нити. Маятник состоит из двух диаметрально расположенных стальных стержней, по которым могут перемещаться грузы массой M . На одном из стержней крепится заполненная пластилином мишень;
- 2) стреляющего устройства (2);
- 3) фотоэлектрического датчика (3);
- 4) автоматического счетчика числа периодов (4);

5) автоматического миллисекундомера (5);

6) угловой шкалы (6).

Установка позволяет проводить прямые измерения следующих величин: периода колебаний баллистического маятника; угловой амплитуды крутильных колебаний баллистического маятника.

Подготовка прибора к работе и проведение измерений

Прибор включается в сеть кнопкой "СЕТЬ". Положение равновесия баллистического маятника устанавливается так, чтобы оно соответствовало нулю угловой шкалы.

Измерение периода колебаний баллистического маятника.

Подвижные грузы закрепите на расстоянии R_1 , предложенном преподавателем. Обнулите показания прибора нажатием кнопки "СБРОС", аккуратно отклоните баллистический маятник на заданный преподавателем угол от положения равновесия и отпустите. По достижении баллистическим маятником числа колебаний «девять» (9), нажмите кнопку "СТОП". В этом случае прекращается счет времени после десяти полных колебаний. Период колебаний равен времени, деленному на количество колебаний ($N = 10$). $T = t/N$.

Измерение угловой амплитуды при абсолютно неупругом ударе пули о мишень с пластилином баллистического маятника.

Установите подвижные грузы в предлагаемое положение (по указанию преподавателя). Зарядите специальной пулей зарядное пружинное устройство так, чтобы после сжатия пружины оно фиксировалось и удерживалось. Баллистический маятник с пластилиновой мишенью должен находиться в спокойном состоянии, соответствующем нулевому положению угловой шкалы. Нажав на затвор стреляющего устройства, зарегистрируйте максимальный угол, на который отклонился баллистический маятник.

После выстрела пуля должна застрять и оставаться в пластилиновой мишени. Такой опыт считается удачным. В случае, если пуля отскочила, установку необходимо привести в исходное состояние и опыт повторить.

Баллистическая идея измерения скорости пули заключается в том, что за время соударения пули с маятником угловая скорость баллистического маятника изменяется достаточно заметно, а его угловое перемещение незначительно и им можно пренебречь. Естественно, что это условие выполняется в том случае, если масса маятника намного больше массы пули.

Скорость пули определяется по измерению максимального угла отклонения маятника после неупругого соударения с пулей. Процесс неупругого соударения пули с маятником описывается на основе закона сохранения момента импульса (в этом процессе механическая энергия не сохраняется!), а процесс последующего движения может быть описан с помощью закона сохранения механической энергии.

Однако любая теоретическая модель является лишь приближенным описанием физической ситуации, так как пренебрегает влиянием многих эффектов, имеющих место в эксперименте. Но если пренебрежения реальными эффектами в теоретической модели не изменяют конечного результата больше чем на 1/20 от его реального значения, то такая теоретическая модель в лабораторном физическом практикуме является вполне приемлемой и позволяет определить искомую физическую величину.

В нашем случае мы пренебрегаем незначительным смещением центра масс маятника после соударения с пулей, упругими колебаниями, которые при этом возникают и, соответственно, перераспределением механической энергии между крутильными и упругими колебаниями. Также считаем крутильные колебания незатухающими, пренебрегая сопротивлением воздуха и диссипацией энергии неупругих колебаний в местах подвеса упругой проволоки и т. п. Тем не менее, предложенная теоретическая модель позволяет получить вполне хорошие результаты.

Задание 1. Определение момента инерции баллистического маятника (I_0) и коэффициента упругих сил кручения (C).

1. Установите подвижные грузы массой M на одинаковом расстоянии d_1 от оси вращения. Отклонив баллистический маятник на угол $\varphi \sim 20^\circ$, измерьте период колебаний T_1 . Повторите опыт 3 раза и вычислите среднее значение T_1 .

2. Установите положение подвижных грузов массой M на расстоянии d_2 и повторите опыт (см. задание 1). Лучше, если значения d_1 и d_2 отличаются как можно больше.

3. Из системы уравнений 1) и 2), подставив численные значения T_1 , T_2 , d_1 , d_2 , найдите I_0 и C .

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + 2Md_1^2}{C}} \quad (1)$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + 2Md_2^2}{C}} \quad (2)$$

4. Рассчитайте относительную погрешность определения момента инерции и коэффициента упругих сил кручения $\frac{\Delta J_0}{J_0} = ?$, $\frac{\Delta C}{C} = ?$

В силу сложности математического выражения для определения данной погрешности, можно воспользоваться упрощённым вариантом расчёта. Для этого относительные погрешности прямым образом определяемых величин (M , d , T) принять равными: $\frac{\Delta M}{M} \approx 0.01$; $\frac{\Delta d}{d} \approx 0.02$. (В данной работе период рассматриваем как прямым образом измеренную величину). Относительная погрешность измерений в данной установке периода: $\frac{\Delta T_i}{T_i} = 5 \cdot 10^{-4}$, и ею можно пренебречь.

Рассчитать относительную погрешность определения момента инерции и коэффициента упругих сил кручения как сумму относительных погрешностей прямым образом определяемых величин.

Задание 2. Определение скорости пули (V_n) и угловой скорости вращения (Ω).

1. Зарядите стреляющее устройство и, установив подвижные грузы (M) на одинаковом расстоянии d_3 , произведите выстрел, измерив при этом максимальное отклонение баллистического маятника $\varphi_{\max}$ и расстояние от оси вращения до центра масс пули ℓ .

2. Закон сохранения момента импульса даёт:

$$m_n V_n l = (I_o + 2Md_3^2) \Omega \quad (3)$$

где V_n – скорость пули, Ω – угловая скорость системы после удара.

Закон сохранения механической энергии:

$$\frac{(I_o + 2Md_3^2) \Omega^2}{2} = \frac{C\varphi_{max}^2}{2} \quad (4)$$

Из системы уравнений 3) и 4) найдите Ω и V_n . Угол φ_{max} при этом нужно подставить в радианах:

$$\varphi(rad) = \frac{\varphi^o \cdot \pi}{180^o} = \frac{\varphi^o \cdot 3,14}{180^o},$$

где φ^o – угол в градусах.

Рассчитайте относительные погрешности скорости пули $\frac{\Delta V}{V}$ и угловой скорости вращения $\frac{\Delta \Omega}{\Omega}$.

Относительные погрешности прямым образом определяемых величин (m , φ_m , ℓ) принять равными: $\frac{\Delta m}{m} \approx 0,02$; $\frac{\Delta \varphi_m}{\varphi_m} \approx 0,02$; $\frac{\Delta \ell}{\ell} \approx 0,02$. Рассчитайте относительную погрешность скорости пули и угловой скорости вращения как сумму относительных погрешностей прямым образом определяемых величин.

Приложение. Определение скорости пули баллистическим маятником (теоретический материал)

При попадании пули в мишень с пластилином, баллистический маятник приобретает угловую скорость и выходит из положения равновесия, совершая колебания вокруг своей оси. При этом считается, что скорость пули в момент соударения перпендикулярна оси и плечу маятника. Если это условие не соблюдается, то кроме вращательных, будут также возбуждаться и колебательные степени свободы маятника, т. е. ось маятника начнет совершать колебания.

Так как скорость пули перпендикулярна плоскости мишени, то момент импульса пули равен:

$$L = m V_n \ell,$$

где ℓ – расстояние от оси вращения маятника до точки удара пули; m – масса пули; V_n – скорость пули.

Момент импульса системы после соударения определяется выражением:

$$L = I \Omega,$$

где I – момент инерции системы после удара пули, равный: $I = I_o + 2Md_i^2 + m\ell^2$;

Ω – угловая скорость системы после удара.

Удар можно считать абсолютно неупругим, так как при соударении с мишенью пуля застревает в пластилине. В этом случае закон сохранения момента импульса примет вид:

$$m V l = I \Omega \quad (П-1)$$

Таким образом, после соударения баллистический маятник приобретает угловую скорость Ω . При движении маятника на него будет действовать момент сил, вызванный деформацией кручения стальной проволоки подвеса маятника, который равен:

$$M = -C\varphi,$$

где C – постоянная упругих сил кручения проволоки;

φ – угол отклонения маятника от положения равновесия.

Знак «минус» указывает, что при $\varphi > 0$, $M < 0$. Поэтому в момент соударения угловая скорость будет максимальной, а в дальнейшем она будет уменьшаться до нуля.

При дальнейшем движении, если не учитывать сопротивление воздуха, выполняется закон сохранения механической энергии. В момент максимального отклонения угловая скорость равна нулю, а потенциальная энергия максимальна и равна

$$\frac{C\varphi_{\max}^2}{2}$$

Таким образом, закон сохранения энергии мы можем записать в виде:

$$\frac{I\Omega_{\max}^2}{2} = \frac{C\varphi_{\max}^2}{2}, \quad (\text{П-2})$$

где $\varphi_{\max}$ – максимальный угол поворота маятника.

Используя законы сохранения момента импульса (П-1) и энергии (П-2),

получаем:

$$\frac{I\left(\frac{mVl}{I}\right)^2}{2} = \frac{C\varphi_{\max}^2}{2}$$

отсюда:

$$V^2 = \frac{CI}{m^2 l^2} \cdot \varphi_{\max}^2$$

Т. е. скорость пули до столкновения с баллистическим маятником будет определяться выражением:

$$V = \sqrt{CI} \cdot \frac{\varphi_{\max}}{ml} \quad (\text{П-3})$$

Контрольные вопросы:

1. Дайте определение момента импульса. Как эта величина используется в лабораторной работе?
2. В чем заключается баллистический принцип?
3. Какие законы сохранения использовались в данной работе?
4. Дайте определение момента инерции.
5. Сформулируйте теорему Штейнера-Гюйгенса.
6. Как определить момент инерции баллистического маятника?
7. Как изменяется угол отклонения баллистического маятника при соударении с пулей и период его колебаний, если увеличить его момент инерции?
8. Что произойдет, если пуля попадет под углом к перпендикуляру плоскости мишени?
9. Получите формулу для определения скорости пули, если баллистический маятник после неупругого удара отклонится на максимальный угол φ .

Лабораторная работа М 5

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА ВОКРУГ НЕПОДВИЖНОЙ ОСИ НА МАЯТНИКЕ ОБЕРБЕКА

Цель работы:

– экспериментальная проверка зависимостей между физическими величинами, характеризующими вращение твердого тела вокруг неподвижной оси.

Приборы и принадлежности:

– маятник Обербека; комплект перегрузов; миллисекундомер.

Описание установки

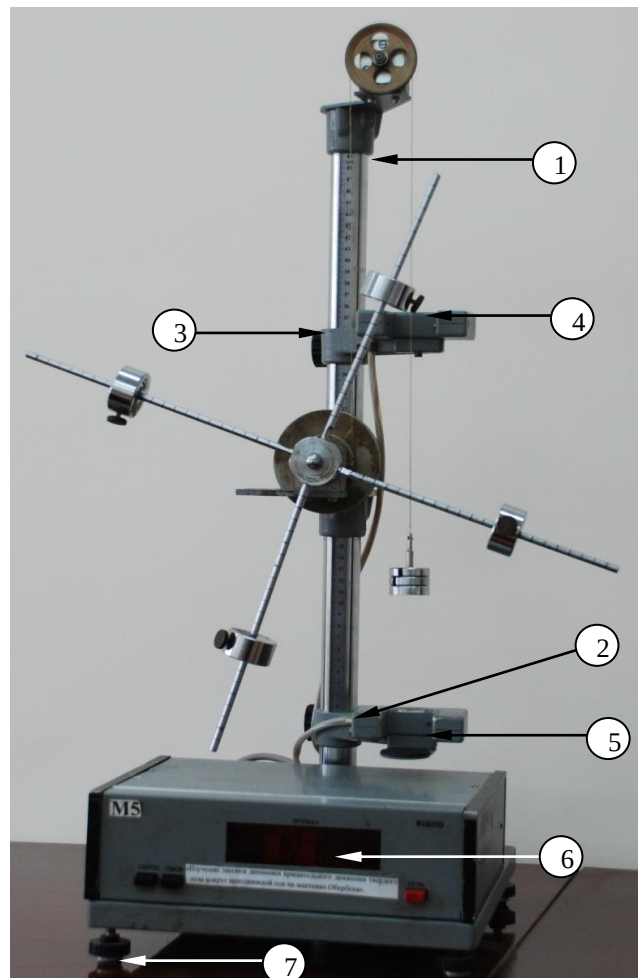


Рисунок 1 – Общий вид установки

Маятник Обербека представляет собой крестовину, на оси которой закреплены два блока радиусами r_1 и r_2 . На диски может наматываться нить, причём один конец нити прикрепляется к диску, а на другой подвешен груз m_1 , состоящий из основного груза, на который могут помещать добавочные грузы. Поступательное движение груза вниз вызывает вращательное движение крестовины с блоками вокруг неподвижной горизонтальной оси. На четырех взаимно перпендикулярных стержнях симметрично расположены грузы массой m . Их можно установить на любом заданном расстоянии ρ от оси вращения. Маятник

с помощью неподвижного кронштейна установлен на вертикальной колонне, на которой нанесена миллиметровая шкала для подсчета длины перемещения грузов. На вертикальной колонне (1) прикреплены два кронштейна: нижний (2) неподвижный и верхний (3) подвижный. Подвижный кронштейн (3) можно перемещать вдоль колонны (1) и фиксировать его в любом положении, задавая таким образом расстояние H , которое проходят грузы. Установка снабжена двумя фотоэлектрическими датчиками (4 и 5), вырабатывающими электрические импульсы соответственно начала и конца измерения времени движения грузов. Маятник с грузами удерживается в состоянии покоя с помощью тормозного электромагнита. На основании колонны жестко закреплен миллисекундомер (6), к которому подключены фотодатчики. Само основание прибора снабжено регулируемыми ножками (7), обеспечивающими горизонтальную установку прибора.

На установке можно провести прямое измерение времени движения груза массой m_1 на пути H и получить таким образом множество значений времени при различных m_1 , H , ρ и радиусах намотки r_1 и r_2 и различных положениях грузов m .

Ясно, что проведение измерений времени при всех возможных комбинациях указанных величин – нереальная задача. Кроме того, неясно, что с результатами делать дальше и что с их помощью можно определить.

Ответы на последние вопросы дает теоретическая модель экспериментальной ситуации. Она же позволяет составить план измерений и обработки результатов.

Любая теоретическая модель дает приближенное описание экспериментальной ситуации, поскольку пренебрегает влиянием многих реально имеющих место эффектов.

Внимание! Для отчета по работе необходимо изучить также материал приложений.

В этой модели считается, что трение в оси блока (8) отсутствует, этот блок невесом, а момент сил трения $M_{тр}$ в оси блока с крестовиной не зависит от угловой скорости вращения. В этих условиях ускорение груза массой m постоянно на всем отрезке H и равно:

$$a = \frac{mg - \frac{M_{тр}}{r}}{m + \frac{I}{r^2}},$$

где r – радиус намотки, I – момент инерции блока с крестовиной ($r = r_1$ либо r_2 , I – определяется положением грузов массой m каждый и моментом инерции блока без грузов I_0 ($I = I_0 + 4mr^2$).

С другой стороны, на основании кинематических соображений, если a – постоянная величина, то

$$a = \frac{2H}{t^2},$$

где H – задаваемое перемещение груза, t – измеренное время его движения.

Имеем:

$$\frac{2H}{t^2} = \frac{mg - \frac{M_{TP}}{r}}{m + \frac{I}{r^2}} \quad (1)$$

Тогда формула (1) является основной для работы в рамках теоретической модели.

Задание 1. Определить момент инерции (I_0) крестовины без грузов.

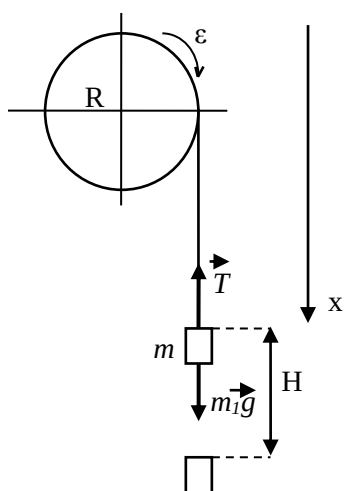
1. Освободите стержни крестовины от грузов m и убедитесь, что блок с крестовиной находится в безразличном равновесии в любом из возможных положений, когда нить с грузом m не прикреплена к блоку. Если это не так, то добейтесь состояния безразличного равновесия путем незначительного ввинчивания или вывинчивания стержней крестовины в ось блока.

2. Измерьте время движения груза m_1 с высоты H . Измерения сделать 3 раза и усреднить;

3. Рассчитайте экспериментальное значение ускорения груза m_1 по формуле

$$a_x = \frac{2H}{t^2} \quad (1)$$

Запишем второй закон Ньютона для поступательного движения груза m_1 и вращательного движения для крестовины без грузов (см. Приложение).



$$\begin{cases} m_1 a_x = m_1 g - T, \\ I_0 \varepsilon = TR \end{cases} \quad (2)$$

где ε – угловое ускорение вращения крестовины;

T – сила натяжения нити;

R – радиус намотки нити.

Поскольку нить по блоку не скользит, то $\varepsilon = a/R$, тогда из системы уравнений (2) получим теоретическое значение ускорения груза m_1 :

$$a_x = \frac{m_1 g}{m_1 + \frac{I_0}{R^2}} \quad (3)$$

Приравняв теоретическое (3) и экспериментальное (1) выражения для ускорения груза m_1 , получим следующее равенство:

$$\frac{m_1 g}{m_1 + \frac{I_0}{R^2}} = \frac{2H}{t^2} \quad (4)$$

4. Из равенства (4) выразите и рассчитайте момент инерции I_0 крестовины без грузов.

Повторите пункты 2) – 4) при различных значениях **H** и **m₁**. Полученные значения **I_о** усредните.

5. Рассчитайте погрешность определения момента инерции по формуле:

$$\Delta J_o = \sqrt{\left(R^2 \left(\frac{gt^2}{2H} - 1\right) \Delta m_1\right)^2 + \left(2m_1 R \left(\frac{gt^2}{2H} - 1\right) \Delta R\right)^2 + \left(\frac{m_1 R^2 gt}{H} \Delta t\right)^2 + \left(m_1 R^2 \frac{gt^2}{2H^2} \Delta H\right)^2}$$

Погрешности прямым образом измеренных величин принять равными:

$\Delta m = 0,1 \text{ г}$; $\Delta R = 1 \text{ мм}$; $\Delta t = 0,005 \text{ сек}$; $\Delta H = 0,5 \text{ мм}$.

Задание 2. Определить момент инерции (**I**) крестовины с закреплёнными на ней грузами **m**.

1. Закрепите грузы **m** на указанном преподавателем расстоянии (**ρ**) от оси и опять проверьте, находится ли система в состоянии безразличного равновесия. Если это не так, небольшими смещениями грузов на стержнях крестовины добейтесь, чтобы это состояние имело место.

2. Установите кронштейн с верхним фотодатчиком на минимальное значение **H** из рабочего интервала.

3. Закрепите один конец диска нити на диске радиуса **R = r₁** или **R = r₂** по указанию преподавателя, перекиньте нить с подвешенным на другом её конце грузом (основной груз + указанное преподавателем число добавочных грузов) через неподвижный блок и добейтесь, чтобы нижний край груза **m₁** совпал с чертой на корпусе верхнего фотодатчика.

4. Измерьте время движения груза **m₁** с высоты **H**. Измерения сделать 3 раза и усреднить;

Из равенства теоретического и экспериментального значения ускорения (формула 5) найдите и рассчитайте экспериментальное значение момента инерции (**I = ?**) крестовины с закреплёнными на ней грузами массой **m**:

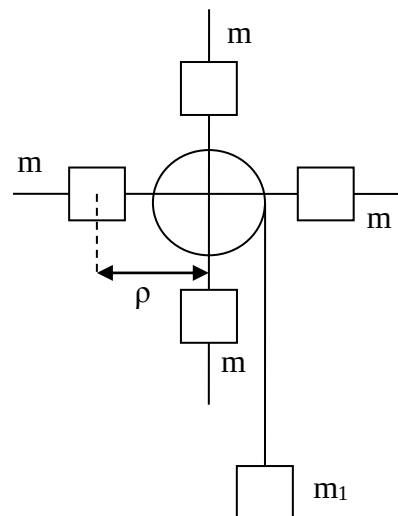
$$\frac{m_1 g}{m_1 + \frac{I}{R^2}} = \frac{2H}{t^2} \quad (5)$$

Повторите пункты 1) – 4) при разных значениях **ρ**. Полученные значения **I** усредните.

5. Посчитайте теоретическое значение момента инерции по формуле (6):

$$I_{\text{теор}} = I_o + 4m\rho^2 \quad (6)$$

6. Оцените относительную погрешность измерений по формуле (7):



$$\varepsilon = \frac{I_{\text{теор}} - I_{\text{эсп}}}{I_{\text{теор}}} \cdot 100\% \quad (7)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ. Основные сведения по динамике вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси.

Движение твердого тела, при котором две его точки остаются неподвижными, называется вращением тела вокруг неподвижной оси. Прямая, соединяющая эти точки, называется *осью вращения тела*. При вращении вокруг неподвижной оси все точки тела описывают окружности, центры которых лежат на оси вращения, а плоскости перпендикулярны к ней. Положение твердого тела в пространстве полностью определяется значением φ угла поворота тела из некоторого начального положения.

Для характеристики быстроты вращения тела вокруг оси служит **угловая скорость**. Угловой скоростью называется быстрота изменения (точнее, производная) угла поворота φ по времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (\text{П-1})$$

Вращение считается равномерным, если $\omega = \text{const}$.

Величиной, характеризующей быстроту (и направление) изменения угловой скорости, является **угловое ускорение**. Производная от угловой скорости или вторая производная угла поворота по времени

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad (\text{П-2})$$

Модуль угловой скорости и углового ускорения связаны соответственно с модулями линейной скорости V и линейного ускорения a соотношениями:

$$V = \omega \cdot r, \quad a = \varepsilon \cdot r, \quad (\text{П-3})$$

где r – радиус окружности вращения.

Моментом силы $\vec{F}$ относительно неподвижной точки (полюса) называется векторная величина $\vec{M}$, равная векторному произведению радиус-вектора $\vec{r}$, проведенного из этой точки в точку приложения силы, на вектор силы $\vec{F}$:

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}] \quad (\text{П-4})$$

Модуль момента силы:

$$M = Fr \sin \alpha = F\ell, \quad (\text{П-5})$$

где α – угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{F}$, а $\ell = r \sin \alpha$ – плечо силы.

При переносе точки приложения силы $\vec{F}$ вдоль линии её действия момент этой силы относительно одной и той же неподвижной точки не изменяется. Если линия действия силы проходит через точку вращения, то момент силы относительно этой точки равен нулю.

Моментом силы $\vec{F}$ относительно неподвижной оси OZ называется скалярная величина M_z , равная проекции на эту ось вектора $\vec{M}$ момента силы $\vec{F}$

относительно произвольной точки на оси. Значение M_z , не зависит от выбора положения точки на оси.

Главный момент относительно неподвижной оси системы сил равен алгебраической сумме моментов относительно этой оси всех сил.

Моментом инерции математической системы относительно неподвижной оси OZ называется физическая величина I_z , равная сумме произведений масс всех N материальных точек на квадраты расстояний до оси OZ:

$$I_z = \sum_{i=1}^N m_i \rho_i^2, \quad (\text{П-6})$$

где m_i и ρ_i – масса i -ой точки и ее расстояние от оси.

Момент инерции тела

$$I_z = \int_{(m)} \rho^2 dm \quad (\text{П-7})$$

где $dm = D \cdot dV$ – масса малого элемента объема тела; dV – объём малого элемента; D – плотность; ρ – расстояние от элемента dm до оси OZ.

Для однородного тела ($D = \text{const}$)

$$I_z = \int_V \rho^2 D dV = D \int_V \rho^2 dV \quad (\text{П-8})$$

Момент инерции тела является мерой инертности во вращательном движении.

Теорема Гюйгенса-Штейнера: Момент инерции тела I относительно произвольной оси равен сумме момента инерции тела I_c относительно оси, проходящей через центр масс тела параллельно данной оси, и произведения массы тела m на квадрат расстояния d между осями:

$$I = I_c + md^2 \quad (\text{П-9})$$

8. Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси имеет вид:

$$I\varepsilon = M, \quad (\text{П-10})$$

где I – момент инерции тела (системы тел) относительно оси вращения;

M – сумма проекций на ось вращения моментов всех внешних сил, действующих на тело (систему); ε – угловое ускорение.

Контрольные вопросы.

1. Сформулируйте основное уравнение динамики твердого тела для вращательного движения относительно неподвижной оси.
2. Дайте определение момента инерции материальной точки, системы материальных точек и однородного тела относительно неподвижной оси.
3. Приведите аналогии между кинематическими характеристиками вращательного и поступательного движений абсолютно твердого тела; то же динамических характеристик.
4. Какие могут быть причины возникновения ошибок в ходе эксперимента?

5. Сформулируйте теорему Гюйгенса – Штейнера. Каким образом теорема используется в данной лабораторной работе?
6. Дайте определение момента силы относительно неподвижной оси.
7. Запишите основное уравнение динамики для груза, движущегося поступательно.

Лабораторная работа М 6

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ТВЁРДЫХ ТЕЛ С ПОМОЩЬЮ КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА

Цель работы:

- определение моментов инерции твёрдых тел относительно различных осей;
- экспериментальное подтверждение основных соотношений.

Приборы и принадлежности:

- крутильный маятник ГРМ-05;
- набор тел.

Описание установки



Рисунок 1 – Общий вид установки ГРМ-05

Установка позволяет проводить *прямые измерения периода крутильных колебаний (Т)* рамки с закрепленными в ней телами при различных угловых амплитудах колебаний.

Определение периода осуществляется следующим образом. При выключенной установке отверните стопорный винт под электромагнитом и, передвигая

по шкале углов электромагнит, установите желаемую начальную угловую амплитуду колебаний, после чего зафиксируйте положение электромагнита. Нажмите кнопку "СЕТЬ", поверните рамку до касания выступом рамки электромагнита. Кнопка «ПУСК» при этом должна быть отжата. Нажмите кнопку "СБРОС", а затем утопите кнопку «ПУСК». Электромагнит при этом перестает удерживать рамку и начинаются крутильные колебания. Количество полных колебаний фиксируется на счётчике "ПЕРИОДЫ", а время - на соответствующем счетчике справа. Обычно измеряется время 10 полных колебаний. В этом случае после появления цифры «9» на счётчике периодов нажимается кнопка «СТОП» и отсчёт времени прекращается после завершения 10 колебаний. Период (Т), очевидно, равен $T = t/10$, где t – показания правого счётчика. Для последующих измерений кнопка «пуск» отжимается и показания счётчиков обнуляются нажатием кнопки «сброс».

Основные положения теоретической модели.

Описание любой экспериментальной ситуации даётся теоретической моделью. *Только в рамках принятой модели возможно косвенное определение тех или иных физических величин.* В данной работе, в частности, косвенно определяется момент инерции различных тел (**I**).

Любая теоретическая модель даёт лишь приближенное описание экспериментальной ситуации, поскольку пренебрегает влиянием многих реально имеющих место эффектов. Сложность модели и определяется, главным образом, числом учитываемых эффектов.

Ниже кратко даётся информация по используемой в работе модели, необходимая для выполнения работы и обработки результатов измерений.

1. Диссипативными силами, т. е. силами трения, сопротивления воздуха и т. д., можно пренебречь в том смысле, *что период крутильных колебаний системы в том случае, если бы они отсутствовали, пренебрежимо мало отличался бы от того, который наблюдается реально.*

Ниже приводится оценка влияния диссипативных сил на период крутильных колебаний.

2. В работе изучаются крутильные колебания рамки с закреплёнными в ней различными телами: стержнем, цилиндром, параллелепипедом и т. д. Закрепление цилиндра, параллелепипеда, шара, конуса в рамке, а также их крепление к стержню осуществляется с помощью небольших штырьков. В теоретической модели, во-первых, предполагается, что оси, на которых лежат эти штырьки, проходят через центры масс соответствующих тел, во-вторых, что крепление обеспечивает параллельность этих осей и оси, вокруг которой совершаются колебания (оси, на которой расположены проволоки, крепящие рамку.)

3. Считается, что вся конструкция, участвующая в крутильных колебаниях, симметрична относительно оси колебаний. *Например, при закреплении в рамке стержня с прикреплёнными к нему телами, тела должны быть одинаковыми и располагаться симметрично относительно центра стержня.*

Задание 1. Определение момента инерции рамки (I_p) и коэффициента упругих сил кручения (C).

1. Определите период колебаний рамки *без* закреплённых в ней тел (T_1) по методике, описанной выше.

Теория даёт следующее выражение для периода:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_p}{C}}, \quad (1)$$

где I_p – момент инерции рамки без закреплённых в ней тел;

C – коэффициент упругих сил кручения;

2. Измерьте период колебаний рамки с кубом (T_2).

Закрепите в рамке эталонный куб в центрах противоположных граней и найдите период T_{21} колебаний системы (рисунок 2). Повторите измерения для остальных двух пар противоположных граней, найдя T_{22} ; T_{23} . Усредняя найденные значения, найдите период T_2 колебаний рамки с закреплённым в ней эталонным кубом:

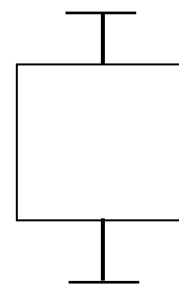


Рисунок 2

$$T_2 = \frac{T_{21} + T_{22} + T_{23}}{3}$$

Теория даёт следующее выражение для периода колебаний рамки с закреплённым в ней кубом:

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_p + \frac{ma^2}{6}}{C}}, \quad (2)$$

где m – масса куба; a – сторона куба (указаны на рабочем месте), C – постоянная упругих сил кручения.

3. Из системы уравнений (1) и (2) найдите I_p и C .

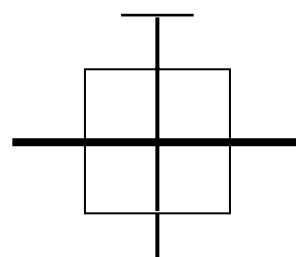
4. Рассчитайте относительную погрешность определения момента инерции рамки ($\frac{\Delta J_p}{J_p}$) и коэффициента упругих сил кручения ($\frac{\Delta C}{C}$) как сумму относительных погрешностей прямым образом измеренных величин.

Относительные погрешности прямым образом определяемых величин (m , T , a)

принять равными: $\frac{\Delta m}{m} \approx 0.01$; $\frac{\Delta T}{T} \approx 0$; $\frac{\Delta a}{a} \approx 0.02$.

Задание 2. Определение момента инерции груза ($I_{гр}$)

1. Измерьте период колебаний *рамки со стержнем* (T_3). Для этого закрепите в рамке длинный стержень так, чтобы ось колебаний проходила через его центр (рисунок 3) и измерьте период T_3 колебаний рамки со стержнем. Убедитесь, что период T_3 практически не зависит от угла между плоскостью рамки и стержнем. Если эта зависимость присутствует, следует



более аккуратно крепить стержень в рамке, *соблюдая перпендикулярность стержня к оси колебаний* и повторить измерение T_3 .

Рисунок 3

Вследствие аддитивности момента инерции согласно теории имеем:

$$T_3 = 2\pi \frac{\sqrt{I_p + I_{cm}}}{C}, \quad (3)$$

где I_{cm} – момент инерции стержня;

2. Из формулы (3), зная I_p из предыдущего задания, найдите момент инерции I_{cm} .

3. Прикрепите к стержню, закрепленному в рамке, симметрично два одинаковых тела с помощью штырьков, имеющих на этих телах, на расстоянии d от стержня (рис. 4).

4. Найдите период колебаний конструкции из стержня и двух тел (T_4)

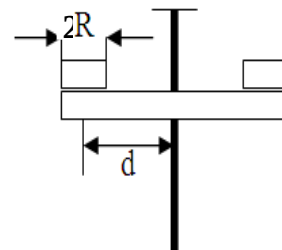


Рисунок 4

$$T_4 = 2\pi \frac{\sqrt{I_p + I_{cm} + 2I_{zp}}}{C} \quad (4)$$

5. Из формулы (4) найдите момент инерции груза ($I_{гр}$) и сравните его с теоретическими значениями, найденными по формулам (5) и (6). По теореме Гюйгенса-Штейнера (см. Приложение):

$$I_{zp} = m_{zp} d^2 + \frac{1}{2} m_{zp} R^2, \quad (5)$$

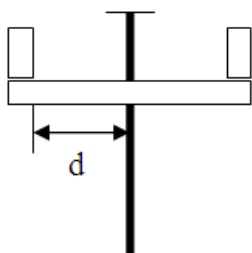


Рисунок 5

где R – радиус груза.

Если грузы одеть иначе (рисунок 5), то момент инерции груза относительно оси вращения будет равен

$$I_{zp} = m_{zp} d^2 + \frac{1}{4} m_{zp} R^2 \quad (6)$$

Внимание: все измерения проводить по 3 раза и для расчётов брать среднее значение.

6. Рассчитайте относительную погрешность определения момента инерции груза ($\frac{\Delta J_{\tilde{a}\tilde{d}}}{J_{\tilde{a}\tilde{d}}}$) как сумму относительных погрешностей момента инерции рамки

и коэффициента упругих сил кручения.

Относительной погрешностью определения периода в силу малости можно пренебречь $\frac{\Delta T}{T} \approx 0$. Относительные погрешности момента инерции рамки и коэффициента упругих сил кручения взять из предыдущего задания.

Приложение. Момент инерции и его вычисление.

Пусть твёрдое тело вращается вокруг оси Z (рисунок 6). Его можно представить как неизменную с течением времени систему разных материальных точек m_i , каждая из которых движется по окружности радиусом r_i , лежащей в плоско-

сти, перпендикулярной оси Z. Угловые скорости всех материальных точек одинаковы. Моментом инерции тела относительно оси Z называется величина:

$$I_z = \sum m_i r_i^2 = \sum I_{zi},$$

где $I_{zi} = m_i r_i^2$ – момент инерции отдельной материальной точки относительно оси OZ. Из определения вытекает, что момент инерции – **аддитивная величина**, т. е. момент инерции тела, состоящего из отдельных частей, равен сумме моментов инерции частей.

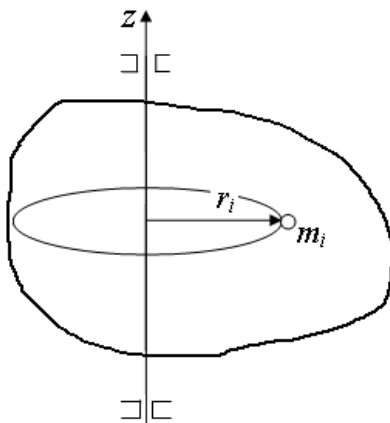


Рисунок 6

Очевидно, $[I] = \text{кг} \cdot \text{м}^2$. Важность понятия момента инерции выражается в трёх формулах:

$$L_z = I_z \omega; \quad I_z \varepsilon = \sum M_z^e; \quad E_k = \frac{I_z \omega^2}{2}.$$

Первая из них выражает момент импульса тела, которое вращается вокруг неподвижной оси Z (полезно эту формулу сравнить с выражением для импульса тела $P = mV_c$, где V_c – скорость центра масс). Вторая формула носит название основного уравнения динамики вращательного движения тела вокруг неподвижной оси, т.е., иначе говоря, второго закона Ньютона для вращательного движения (сравним с законом движения центра масс: $m\vec{a}_c = \sum \vec{F}^e$). Третья формула выражает кинетическую энергию тела, вращающегося вокруг неподвижной оси (сравним с выражением для кинетической энергии частицы

$E_k = \frac{mV^2}{2}$). Сравнение формул позволяет сделать вывод о том, что момент

инерции во вращательном движении играет роль, аналогичную массе в том смысле, что чем больше момент инерции тела, тем меньше угловое ускорение при прочих равных условиях оно приобретает (тело, образно говоря, труднее раскрутить). Реально вычисление моментов инерции сводится к вычислению тройного интеграла и может быть произведено лишь для ограниченного числа симметричных тел и лишь для осей симметрии. Количество осей, вокруг которых может вращаться тело, бесконечно велико. Среди всех осей выделяется та, которая проходит через замечательную точку тела – **центр масс** (точку, для описания движения которой достаточно представить, что вся масса системы сосредоточена в центре масс и к этой точке приложена сила, равная сумме всех

сил). Но осей, проходящих через центр масс, также бесконечно много. Оказывается, что для любого твёрдого тела произвольной формы существуют три взаимно перпендикулярных оси C_x , C_y , C_z , называемые **осями свободного вращения**, обладающие замечательным свойством: если тело закрутить вокруг любой из этих осей и подбросить вверх, то при последующем движении тела ось останется параллельной самой себе, т.е. не будет кувыркаться. Закручивание вокруг любой другой оси этим свойством не обладает. Значение моментов инерции типичных тел относительно указанных осей приведено ниже. Если ось проходит через центр масс, но составляет углы α , β , γ с осями C_x , C_y , C_z соответственно, то момент инерции относительно такой оси равен

$$I_c = I_{cx}\cos^2\alpha + I_{cy}\cos^2\beta + I_{cz}\cos^2\gamma \quad (*)$$

Рассмотрим кратко вычисление момента инерции для простейших тел.

1. Момент инерции длинного тонкого однородного стержня относительно оси, проходящей через центр масс стержня и ему перпендикулярной.

Пусть m – масса стержня, l – его длина.

$$I_{cx} = I_{cz} = \frac{ml^2}{12}, \quad I_{cy} = 0$$

Индекс «с» у момента инерции I_c означает, что это момент инерции относительно оси, проходящий через точку центра масс (центр симметрии тела), $C(0,0,0)$.

2. Момент инерции тонкой прямоугольной пластинки.

$$I_{cx} = \frac{mb^2}{12}; \quad I_{cy} = \frac{ma^2}{12};$$

$$I_{cz} = \frac{m}{12}(a^2 + b^2)$$

3. Момент инерции прямоугольного параллелепипеда.

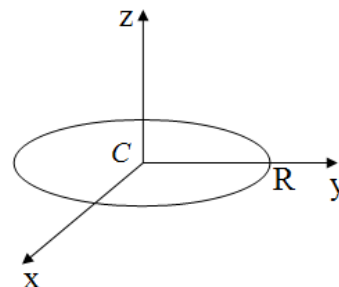
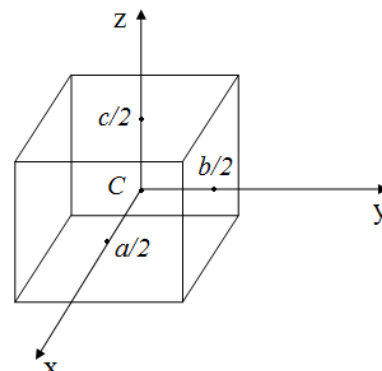
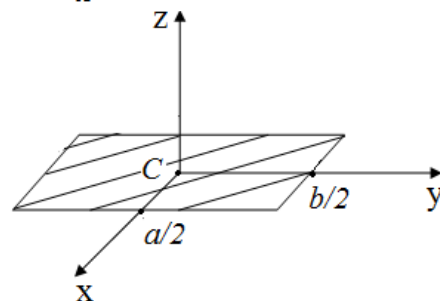
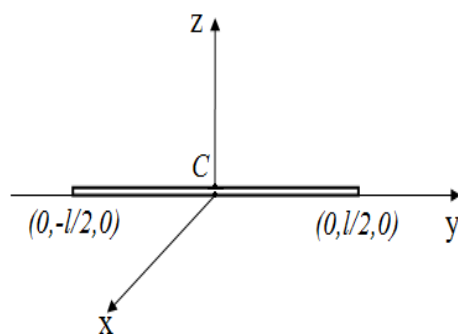
$$I_{cx} = \frac{m}{12}(b^2 + c^2); \quad I_{cy} = \frac{m}{12}(a^2 + c^2);$$

$$I_{cz} = \frac{m}{12}(a^2 + b^2), \quad \text{т. } C(0,0,0)$$

4. Момент инерции тонкого кольца.

$$I_{cx} = I_{cy} = \frac{mR^2}{2};$$

$$I_{cz} = mR^2, \quad \text{т. } C(0,0,0)$$



5. Момент инерции тонкого диска.

В силу симметрии

$$I_{cx} = I_{cy}; \quad I_{cx} = I_{cy} = \frac{mR^2}{4};$$

$$I_{cz} = \frac{mR^2}{2}$$

6. Момент инерции сплошного цилиндра.

$$I_{cz} = \frac{mR^2}{2};$$

В силу симметрии:

$$I_{cy} = I_{cx} = \frac{mR^2}{4} + \frac{mL^2}{12}$$

7. Момент инерции сплошного шара.

$$I_{cx} = I_{cy} = I_{cz} = \frac{2}{5}mR^2, \text{ т. } C(0,0,0)$$

8. Момент инерции сплошного конуса.

$$I_{cx} = I_{cy} = \frac{3m}{20} \left(R^2 + \frac{h^2}{4} \right)$$

$$I_{cz} = \frac{3}{10}mR^2, \text{ т. } C(0,0,0)$$

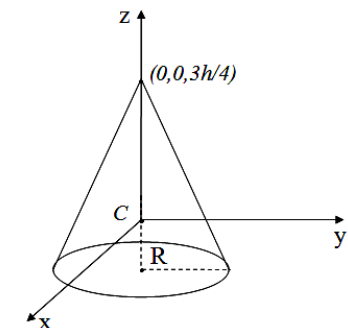
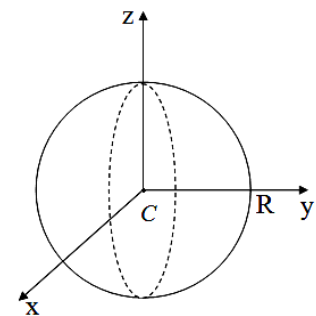
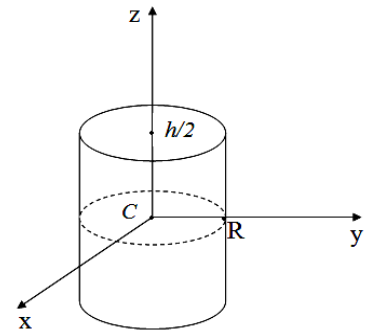
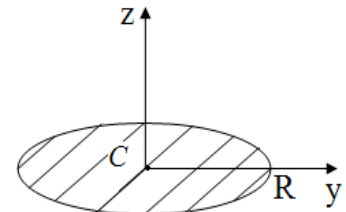
где R – радиус основания, h – высота конуса.

Напомним, что $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$. Наконец, если ось O не проходит через центр масс, то момент инерции тела может быть вычислен с помощью теоремы Гюйгенса Штейнера

$$I_o = I_c + md^2, \quad (**)$$

где I_o – момент инерции тела относительно произвольной оси, I_c – момент инерции относительно параллельной ей оси, проходящей через центр масс, m – масса тела, d – расстояние между осями.

Процедура вычисления моментов инерции для тел стандартной формы относительно произвольной оси сводится к следующему:



1. Проведите ось, параллельную данной оси O и проходящую через центр масс.

2. Находите углы α , β , γ между осями C_x , C_y , C_z , совпадающими с осями вращения и показанными на рисунках, и осью C и по формуле (*) находите I_c .

3. По формуле (**) находите искомый момент инерции.

В качестве примера определим момент инерции цилиндра в ситуации, показанной на рисунке (см. ниже).

Здесь ось O лежит в плоскости YCZ , ось OX перпендикулярна этой плоскости, поэтому

$$\alpha = \frac{\pi}{2}; \quad \beta = \frac{\pi}{2} - \varphi; \quad \gamma = \varphi;$$

$$d = d_o + (l + R) \cos \varphi,$$

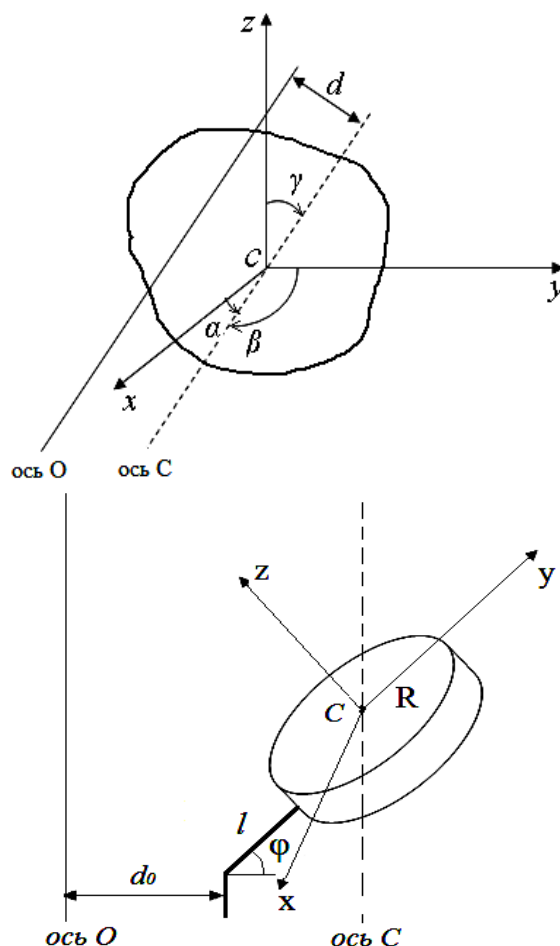
тогда:

$$I_o = \frac{1}{12} m (h^2 + 3R^2) \sin^2 \varphi + \frac{1}{2} m R^2 \cos^2 \varphi + m [d_o + (l + R) \cos \varphi]^2$$

Заметим, наконец, что в реальной практике приходится определять момент инерции тел достаточно сложной формы. Это связано в частности с тем, например, что напряжения, возникающие в упругом теле при изгибе и кручении, зависят от моментов инерции, а значения этих напряжений необходимы во многих задачах. Вычисление моментов инерции в таких случаях достаточно затруднительно, поэтому разумно использовать экспериментальные методы. Один из таких методов и рассмотрен в данной работе.

Контрольные вопросы.

1. Сформулируйте основное уравнение динамики твёрдого тела для вращательного движения относительно неподвижной оси.
2. Запишите момент инерции материальной точки, системы материальных точек и однородного тела.
3. Приведите аналогии между кинематическими характеристиками вращательного и поступательного движений абсолютно твёрдого тела; то же для динамических характеристик.
4. В чём причины возникновения ошибок в ходе эксперимента?
5. Прямые измерения каких физических величин позволяет проводить данная установка?



6. Какие физические величины возможно косвенно определить в данной работе в рамках предложенной модели?
7. Назовите основные положения предложенной теоретической модели для данной установки.
8. Какие оси называются «Осями свободного вращения»?
9. Как записать момент инерции твёрдого тела относительно центра масс тела, выраженный через проекции на оси свободного вращения?
10. Получите выражение для момента инерции стержня относительно оси, проходящей через центр масс стержня и перпендикулярной ему.
11. Получите выражение для момента инерции стержня относительно оси, проходящей через конец стержня и перпендикулярной ему.
12. Получите выражение для момента инерции диска относительно оси, проходящей через его центр масс и перпендикулярной плоскости диска.

Лабораторная работа М 7

ИЗУЧЕНИЕ ФИЗИЧЕСКОГО И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКОВ

Цель работы:

- экспериментальная проверка зависимостей между физическими величинами, характеризующими колебания математического и оборотного маятников;
- экспериментальное определение ускорения свободного падения g помощью математического маятника;
- экспериментальное определение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника.

Приборы и принадлежности:

- универсальный маятник FPM-4 с миллисекундомером и счетчиком числа периодов.

Описание установки

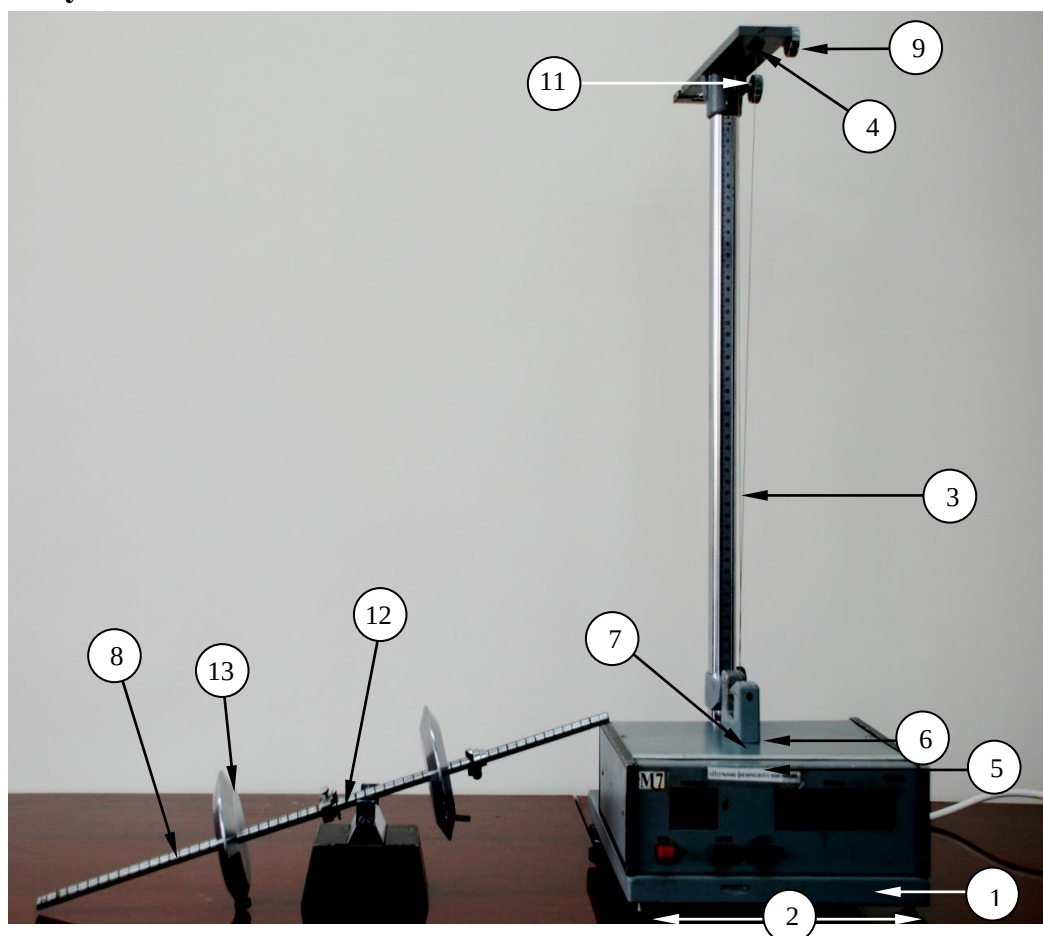


Рисунок 1 – Общий вид установки FPM-04

Общий вид универсального маятника FPM-04 представлен на рис. 1.

Основание (1) оснащено регулируемыми ножками (2), которые позволяют произвести горизонтальную установку прибора. В основании закреплена колонка (3), на которой зафиксированы верхний кронштейн (4) и нижний кронштейн (5) с фотоэлектрическим датчиком (6).

После отвинчивания воротка (11) верхний кронштейн (4) можно поворачивать вокруг колонки. Затяжка воротка (11) фиксирует кронштейн в любом произвольно выбранном положении. С одной стороны кронштейна (4) находится математический маятник (7), с другой, на вмонтированных вкладышах - обо-

ротный маятник (8). Оба маятника – математический и оборотный – представляют собой различные реализации физического маятника.

Длина математического маятника может регулироваться при помощи воротка (9) и определяется положением верхнего кронштейна (5) относительно шкалы на колонке (3). При этом маятник должен быть установлен таким образом, чтобы черта на шарике (7) была продолжением черты на корпусе фотоэлектрического датчика (6).

Оборотный маятник (8) выполнен в виде стального стержня, на котором зафиксированы две опорные призмы (12) и две чечевицы (13). На стержне через 10 мм нанесены кольцевые нарезки, позволяющие точно определить расстояние между опорными призмами. Опорные призмы и чечевицы можно перемещать вдоль оси стержня и фиксировать в любом положении. Фиксирующие воротки размещены так, чтобы при помощи кольцевых нарезок их можно было наглухо зафиксировать. Нижний кронштейн (5) вместе с фотоэлектрическим датчиком можно перемещать вдоль колонки и фиксировать в произвольном положении.

Для подготовки установки к работе необходимо проделать следующие операции:

- при отжатой кнопке "СЕТЬ" подсоедините шнур электропитания к розетке ~220 В;
- нажмите кнопку "СЕТЬ" и убедитесь в том, что все индикаторы измерителя показывают цифру ноль и горит лампочка фотоэлектрического датчика;
- отгоризонтируйте установку с помощью регулируемых ножек так, чтобы маятник при колебаниях не задевал за фотоэлектрический датчик, но при этом прерывал световой поток в датчике.

Установка позволяет провести *прямые измерения периода колебаний* математического и оборотного маятников. Для измерения периода колебаний поворотом кронштейна (4) и перемещением кронштейна (5) установите маятник таким образом, чтобы шарик математического маятника или стержень оборотного маятника в положении равновесия прерывал световой поток в фотоэлектрическом датчике (6), но при колебаниях не задевал за датчик. Затем отклоните маятник на угол $\sim 10^\circ$ от положения равновесия и отпустите его без толчка. Пропустив несколько колебаний, нажмите кнопку "СБРОС" на "лицевой панели прибора (10). При этом запускаются миллисекундомер и счетчик числа полных колебаний маятника. Обычно измеряется время 10 полных колебаний. В этом случае после появления на счетчике периодов цифры «9» нажимается кнопка "СТОП", и отсчет времени прекращается после завершения 10 колебаний. Период колебаний маятника, очевидно, равен ($T = t/10$), где t - показания миллисекундомера. Повторный запуск миллисекундомера и счетчика периодов осуществляется нажатием кнопки "СБРОС".

Методика измерений

Описание любой экспериментальной ситуации, в том числе и колебаний маятника, дается *теоретической моделью*. При разработке модели, естественно, учитывают только наиболее существенные для данной ситуации эффекты и пренебрегают влиянием многих, реально имеющих место факторов. Ответить на вопрос: насколько хорошо теоретическая модель описывает экспериментальную ситуацию, можно только сопоставляя предсказания теории с экспериментальными данными.

Наблюдения за колебаниями математического и оборотного маятников на данной установке показывают, что за время 20 - 30 периодов амплитуда их ко-

лебаний заметно не уменьшается. Это означает, что *диссипативными силами*, т.е. силами трения, сопротивления воздуха и т. д., приводящими к затуханию колебаний, *в данном случае можно пренебречь*. Кроме того, можно предположить, что *колебания математического и оборотного маятников являются малыми*. При этих условиях теория дает следующее выражение для периода колебаний оборотного маятника (см. Приложение 1):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_c}{mgd} + \frac{d}{g}}, \quad (1)$$

где I_c – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через его центр масс; m – масса маятника; g – ускорение свободного падения; d – расстояние от оси качаний до центра масс маятника.

В случае математического маятника формула (1) принимает вид:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (2)$$

где l – длина математического маятника.

Формулы (1) и (2) являются основными для данной работы, так как позволяют определить ускорение свободного падения g по измеренным значениям T , d , I , m . Однако они справедливы только в том случае, если колебания маятников являются малыми.

Внимание: Перед началом измерений необходимо определить диапазон амплитуд, в пределах которых колебания можно считать малыми. Поскольку данная установка не позволяет измерять углы отклонения маятника от положения равновесия, их нельзя использовать в качестве критерия малости колебаний. Реализация этого критерия может быть осуществлена следующим образом.

Отклоните математический или оборотный маятник на угол $\varphi_1 \sim 10^\circ$ и измерьте период его колебаний T_1 в соответствии с процедурой, описанной выше. Затем, уменьшив начальное отклонение маятника в 1,5-2 раза, опять определите период его колебаний T_2 . Относительная погрешность измерения времени на данной установке

$$\frac{\Delta T}{T} = 5 \cdot 10^{-4}.$$

С другой стороны, период колебаний маятника не превышает 2 с. Поэтому если $|T_1 - T_2| \leq 0,001$, то в пределах точности измерений $T_1 = T_2$, и для дальнейших измерений можно выбирать любое начальное отклонение маятника, меньшее φ_1 . Если же $|T_1 - T_2| > 0,001$, то необходимо еще уменьшить начальное отклонение маятника, сравнить измеренный при этом период колебаний с T_2 и т. д.

Задание 1. Определение ускорения свободного падения с помощью математического маятника.

1. Установив любое значение длины математического маятника l (расстояние от точки подвеса – до черты, нанесенной на шарик) в интервале от 35 до 40 см, измерьте период его колебаний T . Затем, увеличив l на несколько сантиметров, опять измерьте T и т. д. Шаг измерения l выберите таким образом, чтобы измерения T были проведены не менее чем при $6 \div 8$ значениях l . В результате получится набор значений периодов колебаний T_i , соответствующих длинам маятника l_i , где i – номер опыта. При каждом значении l измерения периода проводите 3 раза и усредняйте полученные значения.

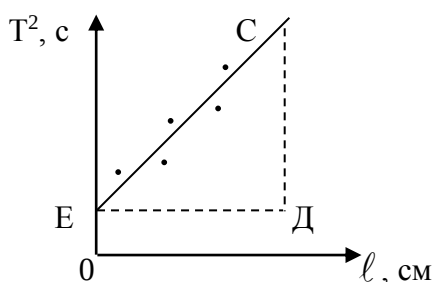
2. Данные занесите в таблицу:

Таблица

№ п/п	ℓ , см	T_1 , сек	T_2 , сек	T_3 , сек	$\langle T \rangle$, сек	$\langle T \rangle^2$, сек
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						

3. Постройте график зависимости $T^2 = f(\ell)$

По данным из таблицы отложите по оси абсцисс значения ℓ , а по оси ординат – значения переменной $y = T^2$ и нанесите на график экспериментальные точки. Проведите через них наилучшую прямую (т. е. такую, чтобы отклонение каждой экспериментальной точки от данной прямой было примерно одинаковым). Проведите эту прямую вначале на глаз, а затем используя метод наименьших квадратов.



4. Значения T и ℓ для математического маятника связаны между собой зависимостью (2), поэтому

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \ell \quad \text{или} \quad Y = A\ell \quad (3)$$

где $Y = T^2$, $A = \frac{4\pi^2}{g}$. Следовательно, согласно теории прямая на координатной плоскости (Y , X) должна проходить через начало координат. Опыт, однако, показывает, что наилучшая прямая не проходит через начало координат (подумайте о возможных причинах этого!). Поэтому по рисунку определяют угловой коэффициент прямой как отклонение длин отрезков CD и ED : $A = \frac{CD}{ED}$. Тогда

$$g = \frac{4\pi^2}{A}$$

Очевидно, из графика:

$$\hat{A} = \text{tg} \gamma$$

Из уравнения (3):

$$\text{tg} \gamma = \frac{4\pi^2}{g}$$

Следовательно:

$$g = \frac{4\pi^2 \ddot{A}\ddot{A}}{C\ddot{A}} \quad (4)$$

Определите ускорение свободного падения g по формуле (4).

5. Рассчитайте погрешность измерения ускорения свободного падения g по формуле:

$$\Delta g = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{T^2} \Delta \ell\right)^2 + \left(\frac{8\pi^2}{T^3} \Delta T\right)^2},$$

где $\Delta \ell = 0.5 \text{ мм}$; $\Delta T = 0.005 \text{ с}$.

Задание 2. Определение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника и момента инерции J_c оборотного маятника

1. Зафиксируйте чечевицы на стержне оборотного маятника таким образом, чтобы одна из них находилась вблизи конца стержня, а другая – вблизи его середины (см. рисунок 2).

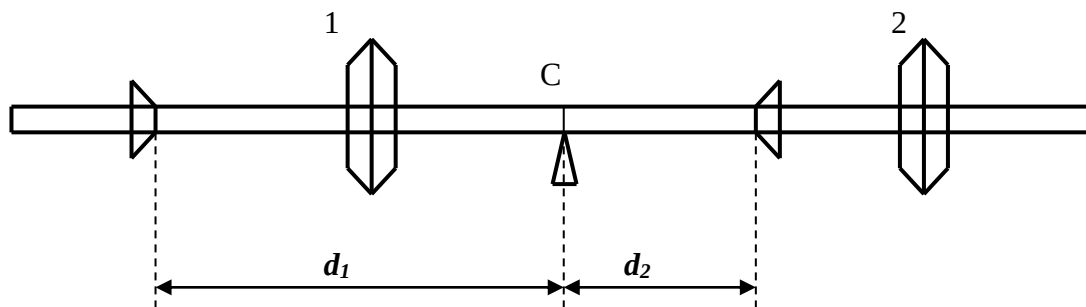


Рисунок 2 – Оборотный маятник

Одну из опорных призм зафиксируйте вблизи свободного конца стержня, а вторую – между чечевицами, причем опорные проемы должны быть обращены друг к другу.

2. Определите положение центра масс (т. С) оборотного маятника, уравновешивая его на дополнительной опорной призме, расположенной на лабораторном столе. Если оказалось, что центр массы маятника находится между опорными призмами, значит, оборотный маятник собран правильно.

Чтобы точность определения ускорения свободного падения была достаточно высокой, необходимо, чтобы расстояния d_1 и d_2 от центра масс (т. С) до опорных призм, удовлетворяли условию:

$$1,5d_2 < d_1 < 3d_2 \quad (5)$$

Используя нарезки на стержне оборотного маятника, установите опорную призму, находящуюся между чечевицами на расстоянии $d_2 = 10 \div 15 \text{ см}$ от центра масс маятника. Вторую опорную призму зафиксируйте на таком расстоянии d_1 от центра масс маятника, которое удовлетворяет неравенству (5).

3. Установив маятник на вкладыши верхнего кронштейна опорной призмой, находящейся вблизи свободного конца стержня на расстоянии d_1 от центра масс маятника, измерьте период его колебаний T_1 . Затем переверните маятник и,

установив его на вкладыши верхнего кронштейна опорной призмой, находящейся между чечевицами, измерьте период его колебаний T_2 .

4. Используя измеренные значения d_1 , d_2 , T_1 , T_2 , решите систему уравнений (6) и (7) и рассчитайте ускорение свободного падения g и момент инерции маятника J_c относительно оси, проходящей через его центр масс.

Теория даёт следующие уравнения для нахождения периода обратного маятника:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{J_c + md_1^2}{mgd_1}} \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{J_c + md_2^2}{mgd_2}} \end{array} \right., \quad (7)$$

где m – масса всего маятника; J_c – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через т. С (центр масс маятника)

5. Не изменяя положения чечевиц, повторите измерения при других значениях d_1 , d_2 удовлетворяющих условию (5), и результаты J_c и g , полученные в пунктах 4) и 5) усредните.

6. Рассчитайте относительные погрешности определения ускорения свободного падения и момента инерции обратного маятника ($\frac{\Delta g}{g}$, $\frac{\Delta J}{J}$).

В силу сложности математического выражения для определения данной погрешности можно воспользоваться упрощённым вариантом расчёта. Для этого относительные погрешности прямым образом определяемых величин (M , d , T) принять равными: $\frac{\Delta M}{M} \approx 0.02$; $\frac{\Delta d}{d} \approx 0.02$. (В данной работе период рассматриваем как прямым образом измеренную величину). Относительной погрешностью измерения периода в силу малости можно пренебречь. Рассчитайте относительную погрешность определения момента инерции и коэффициента упругих сил кручения как сумму относительных погрешностей прямым образом определяемых величин.

Приложение. Теория малых колебаний физического маятника.

Физическим маятником называется любое тело, которое под действием силы тяжести может свободно качаться вокруг неподвижной горизонтальной оси, называемой осью качаний. Точка пересечения оси качаний с вертикальной плоскостью, проходящей через центр масс маятника, называется точкой подвеса маятника (т. О на рис. 3). Очевидно, в положении равновесия центр масс маятника (т. С) находится на вертикальной прямой, проходящей через точку подвеса ($\varphi = 0$).

Движение маятника описывается основным уравнением динамики вращательного движения вокруг неподвижной оси:

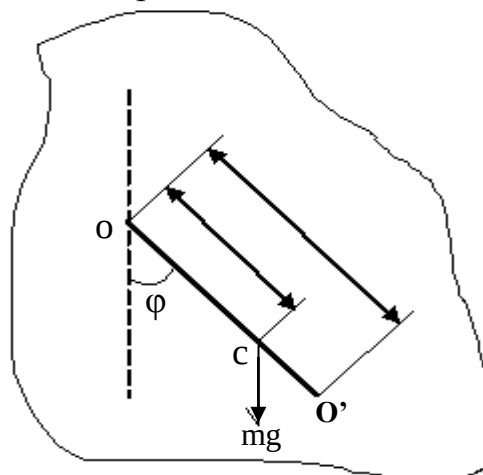


Рисунок 3

$$J \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = M ,$$

где J – момент инерции маятника относительно оси вращения, φ – угол отклонения маятника от положения равновесия, M – суммарный момент внешних сил, действующих на маятник относительно оси вращения.

В экспериментальных установках обычно моменты силы трения в оси и силы сопротивления воздуха пренебрежимо малы. Поэтому $M_c = -mgd \sin \varphi$, где $d = |OC|$ – расстояние от оси качания до центра масс, m – масса маятника, g – ускорение свободного падения, а знак "–" указывает на то, что момент силы тяжести стремится вернуть маятник в положение равновесия. Таким образом, уравнение движения маятника имеет вид:

$$I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + mgd \sin \varphi = 0 \quad (\text{П-1})$$

В случае малых отклонений маятника от положения равновесия (т.е. $\varphi \ll 1$) можно положить $\sin \varphi \approx \varphi$. Тогда уравнение (П-1) примет вид:

$$I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \frac{mgd}{I} \varphi = 0 \quad (\text{П-2})$$

Легко убедиться, что решением этого уравнения является функция

$$\varphi(t) = A \cos(\omega t + \alpha)$$

где $\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$, а A и α – произвольные постоянные, т.е. величина $\varphi(t)$ совершает гармонические колебания с циклической частотой ω . Амплитуда A и начальная фаза колебаний α зависят от способа возбуждений колебаний, т.е. определяются значениями φ и $\frac{d\varphi}{dt}$ в момент времени $t = 0$. Частота колебаний ω определяется только параметрами маятника m , J , d .

Таким образом, при малых углах отклонения от положения равновесия колебания физического маятника являются гармоническими с периодом

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgd}} , \quad (\text{П-3})$$

причем период колебаний не зависит ни от начальной фазы, ни от амплитуды колебаний, а определяется только параметрами маятника.

Согласно теореме Гюйгенса-Штейнера момент инерции маятника J относительно оси вращения можно представить в виде:

$$I = I_c + md^2 , \quad (\text{П-4})$$

где J_c – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через его центр масс.

Используя (П-4), формулу (П-3) можно переписать следующим образом:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_c}{mgd} + \frac{d}{g}} \quad (\text{П-5})$$

Частным случаем физического маятника является *математический маятник*. Это идеализированная система, состоящая из невесомой нерастяжимой нити, на которой подвешена масса, сосредоточенная в одной точке – центре масс маятника С. Для математического маятника длиной ℓ имеем: $d = \ell$. $J_c = 0$. Тогда формула (П-5) принимает вид:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell_{np}}{g}} \quad (\text{П-6})$$

Сравнение формул (П-5) и (П-6) показывает, что период колебаний физического маятника равняется периоду колебаний математического маятника длиной

$$\ell_{np} = d + \frac{J_c}{md} \quad (\text{П-7})$$

Величину ℓ_{np} называют *приведённой длиной физического маятника*. Таким образом, приведенная длина физического маятника – это длина такого математического маятника, период колебаний которого равен периоду колебаний данного физического маятника.

Как следует из (П-7), приведенная длина физического маятника больше, чем расстояние от оси качания до центра масс маятника. Точка О, находящаяся от точки O' на расстоянии ℓ_{np} вдоль прямой, соединяющей точку подвеса с центром масс, называется *центром качаний*. Если маятник подвесить в точке O' , то период его колебаний будет тот же, что и при подвешивании в точке О. Действительно, при подвешивании маятника в точке O' , из (П-5) получаем следующее выражение для периода колебаний:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_c}{mg(\ell_{np} - \ell)} + \frac{\ell_{np} - d}{g}} \quad (\text{П-8})$$

Из (П-7) имеем:

$$\ell_{np} - d = \frac{J_c}{md}$$

Тогда

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{d}{g} + \frac{J_c}{mgd}} = T$$

Таким образом, период колебаний физического маятника не изменяется при перемещении оси качаний в центр качаний.

Контрольные вопросы.

1. Какие предположения используются при построении теоретической модели колебаний маятника? Как их проверить?
2. Дайте определение понятию «физический маятник». Приведите примеры.
3. Дайте определение понятию «математический маятник»?
4. Сформулируйте определение длины физического маятника.
5. В чем состоит метод измерения ускорения свободного падения с помощью математического маятника?
6. Как повысить точность измерения ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника?
7. В чем состоит метод оборотного маятника определения ускорения свободного падения?

Лабораторная работа М 9

ДИСК МАКСВЕЛЛА

Цель работы:

- найти величину модуля ускорения центра инерции диска Максвелла;
- определить значение моментов инерции диска и сменных накладок;
- научиться строить физическую и математическую модель изучаемого явления.

Приборы и принадлежности:

- установка FPM-03 для измерения времени движения диска, сменные накладки.

Описание установки

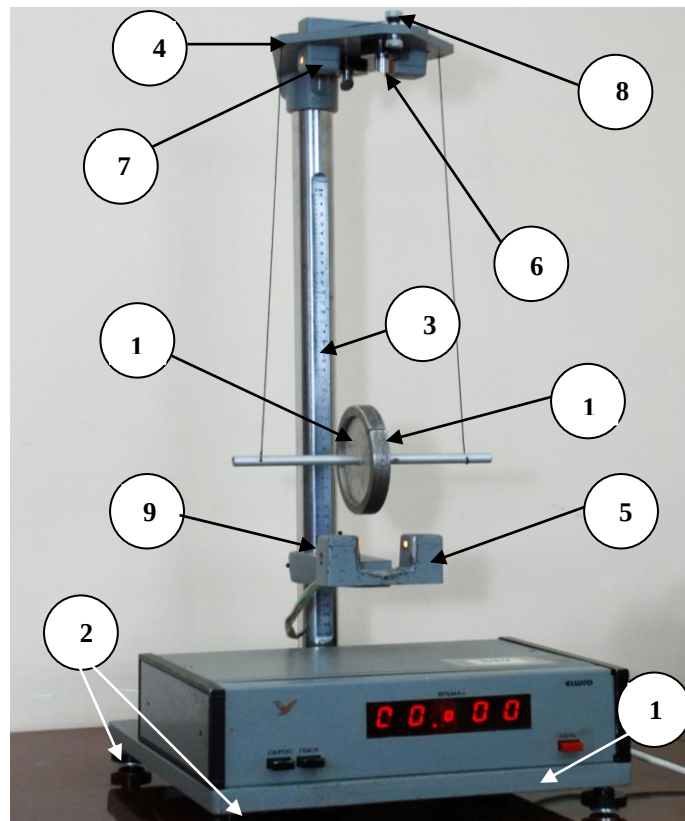


Рисунок 1 – Общий вид установки

Общий вид установки показан на рисунке 1. Основание (1) оснащено регулируемыми ножками (2), которые позволяют произвести выравнивание прибора. В основании закреплена колонка (3), к которой прикреплен неподвижный верхний кронштейн (4) и подвижный нижний кронштейн (5). На верхнем кронштейне находится электромагнит (6), первый фотоэлектрический датчик (7) и вороток (8) для закрепления и регулирования длины бифилярной подвески маятника. Нижний кронштейн вместе с прикрепленным к нему вторым фотоэлектрическим датчиком (9) можно перемещать вдоль колонки и фиксировать в произвольно выбранном положении.

Диск Максвелла (10) представляет собой закрепленный на оси диск, на который накладываются сменные накладки (11), что позволяет изменять момент инерции системы и ее массу.

Подготовка прибора к работе.

Проверьте заземление прибора. Работа с прибором допускается только при наличии заземления. Прибор включается кнопкой "СЕТЬ". Измерение времени движения диска осуществляется следующим образом. Нажмите кнопку "СБРОС". Аккуратно (**виток к витку**) произведите намотку нитей бифиллярного подвеса до тех пор, пока диск не зафиксируется электромагнитом. Нажмите кнопку "ПУСК". На табло индикации времени прочитайте показание прибора.

Задания для самостоятельной работы.

1. Установите нижний кронштейн на расстоянии $h_1 = 0,15$ м от верхнего кронштейна (4). Проведите измерения времени движения диска 3-4 раза и найдите среднее время движения t_1 .

2. Определите ускорение центра масс диска Максвелла по формуле:

$$a_{c1} = \frac{2h_1}{t_1^2} \left(1 - 2\sqrt{\frac{\Delta h}{h_1}} \right),$$

где $\Delta h = 3 \cdot 10^{-3}$ м (Приложение 3).

3. Повторите вычисление ускорения центра масс при значениях $h = 0,15 \div 0,4$ м с шагом 0,05 м и найти среднее значение ускорения (n – количество измерений)

$$a_c = \frac{\sum_{i=1}^n a_{ci}}{n}$$

4. Вычислите момент инерции диска Максвелла (J_c) относительно оси, проходящей через центр масс по формуле (Приложение 2):

$$J_c = mr^2 \left(\frac{g}{a_c} - 1 \right),$$

где M – масса системы, r – радиус намотки, $g = 9,8$ м/с² – ускорение свободного падения.

5. Вычислите согласно Приложению 3 величины

$$y_i = t_i^2 \quad x_i = (h_i - 2\sqrt{0.003h_i})$$

На координатную плоскость (X , Y) нанести экспериментальные точки. Согласно теории зависимость между величинами X и Y линейная: $Y = AX$. Проведите через начало координат и экспериментальные точки наилучшую с Вашей точки зрения прямую и найдите её угловой коэффициент A .

6. По формуле:

$$J_c = \left(\frac{gA}{2} - 1 \right) mr^2$$

Опять найдите момент инерции J_c и сравните с результатами п. 4.

7. Согласно методу наименьших квадратов (Приложение 3) значение A находится по формуле:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

Найдите это значение A и значение I_c и сравните с найденными ранее значениями.

8. Рассчитайте погрешность определения I_c по формуле:

$$\Delta J_c = \sqrt{\left(r^2\left(\frac{g}{a_c} - 1\right)\Delta m\right)^2 + \left(2mr\left(\frac{g}{a_c} - 1\right)\Delta r\right)^2 + \left(\frac{mr^2g}{a_c^2}\Delta a_c\right)^2},$$

учитывая для a_c лишь погрешности разброса. Погрешности массы и радиуса катушки принять равными: $\Delta m = 1 \text{ г}$; $\Delta r = 1 \text{ мм}$.

9. Вычислите теоретическое значение момента инерции системы по стандартным формулам и указанными на рабочем месте характеристикам системы и сравните с найденными экспериментальными значениями.

Приложение 1. Уравнение динамики твёрдого тела, вращающегося вокруг движущейся оси.

Пусть абсолютно твердое тело вращается вокруг некоторой оси O , которая неподвижна относительно некоторой инерциальной системы отсчета (ИСО). Тогда, как известно, основное уравнение динамики вращательного движения тела имеет вид

$$J_o \varepsilon = \sum M_o^e, \quad (\text{П-1.1})$$

где J_o – момент инерции тела относительно оси O :

$$J_o = \sum m_i r_i^2,$$

где m_i – масса i -той частицы тела, r_i – расстояние от i -той частицы до оси O ;

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2},$$

где ε – угловое ускорение тела, $\sum M_o^e$ – сумма моментов сил, действующих на тело, относительно оси O . Рассмотрим, как изменится уравнение (1), если ось O , относительно которой происходит вращение тела, сама движется с некоторым ускорением $\vec{a}$ относительно ИСО, *оставаясь параллельной себе, т.е. поступательно*. Перейдем в неинерциальную систему отсчета, движущуюся поступательно относительно ИСО с тем же ускорением $\vec{a}$, относительно которой ось неподвижна. В этой системе отсчета, наряду с силами, действующими на тело в ИСО, на каждую частицу тела будет действовать сила инерции, равная $\vec{F}_i = -m_i \vec{a}$ и уравнение (1) примет вид

$$J_o \varepsilon = \sum M_o^e + \sum M_o^n$$

Напомним, что моментом силы относительно оси называется проекция на эту ось момента силы относительно любой точки, лежащей на этой оси. Пусть O – произвольная точка на оси O , $\vec{r}_i$ – радиус-вектор частицы с массой m_i относительно точки O . Тогда момент силы инерции $\vec{F}_i^n$, действующей на i -тую частицу относительно точки O , равен векторному произведению радиуса-вектора частицы и вектора силы инерции

$$\vec{M}_i^n = \vec{r}_i \times \vec{F}_i^n = -m_i \vec{r}_i \times \vec{a}.$$

Сумма этих моментов равна

$$\sum \vec{M}_i^n = -\sum m_i \vec{r}_i \times \vec{a} = -(\sum m_i \vec{r}_i) \times \vec{a}. \quad (\text{П-1.2})$$

Здесь мы учли, что ускорение $\vec{a}$ одно и то же для всех точек, и вынесли его за знак суммы. Пусть $m = \sum m_i$ – масса тела, С – его центр инерции, радиус-вектор которого равен

$$\vec{r}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{m}.$$

Тогда (2) можно переписать в виде

$$\sum \vec{M}_i^n = -m \vec{r}_c \times \vec{a} = \vec{r}_c \times \vec{F}^n, \quad (\text{П-1.3})$$

где $\vec{F}^n = -m\vec{a}$ – суммарная сила инерции, действующая на тело. Формула (3) показывает, что при вычислении суммы моментов сил инерции, действующих на отдельные частицы тела, можно считать, что к центру инерции тела приложена суммарная сила инерции $\vec{F}^n = -m\vec{a}$, и вычислить ее момент – он и будет равен искомой сумме моментов. Пусть теперь ось О проходит через центр инерции С (будем ее называть в таком случае осью С) и точка О совпадает с С. Тогда очевидно, $\vec{r}_c = 0$ и $\sum \vec{M}_i^n = 0$, т.е. сумма моментов сил инерции, действующих на отдельные частицы тела, относительно центра инерции равна нулю, следовательно, и сумма моментов сил инерции относительно оси С: $\sum \vec{M}_{ic}^n = 0$. Это означает, что если ось вращения тела проходит через центр инерции С, то **основное уравнение динамики вращательного движения тела** имеет вид

$$J_c \varepsilon = \sum M_c^e, \quad (\text{П-1.4})$$

безотносительно к тому, покоится ли эта ось или движется ускоренно.

Приложение 2

Диск Максвелла представляет собой достаточно массивный диск, насаженный на ось небольшого радиуса r . На ось симметрично наматываются две нити. Если диск отпустить, он начнет попеременно двигаться вверх-вниз, совершая своеобразные колебания – отсюда и его второе название: маятник Максвелла. С течением времени эти колебания затухают вследствие наличия сил сопротивления. Заметим, что по разным причинам, на анализе которых мы останавливаться не будем, с течением времени возбуждаются и обычные колебания в направлении, перпендикулярном оси диска. На рисунке 2 показан вид маятника сбоку и силы, действующие на него: $\vec{T}$ – суммарная сила натяжения нитей и сила тяжести $m\vec{g}$, приложенная к центру инерции. Силы сопротивления учитывать не будем, а нити будем считать вертикальными. Уравнение движения центра инерции в проекции на ось, направленную вниз, имеет вид

$$ma_c = mg - T, \quad (\text{П-2.1})$$

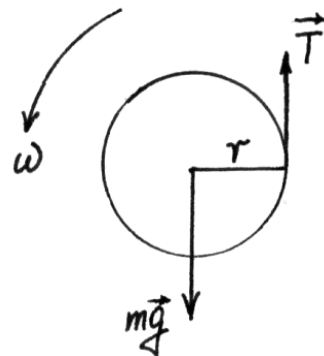


Рисунок 2 – Силы, действующие на диск Максвелла

где a_c – ускорение центра инерции, m – масса маятника. Ось вращения маятника в данном случае ускоренно движется вниз. Согласно параграфу 5 уравнение динамики вращательного движения имеет вид

$$J_c \varepsilon = -Tr, \quad (\text{П-2.2})$$

где r – радиус оси, J_c – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через центр инерции. Рисунок соответствует движению маятника вниз, когда угловая скорость вращения направлена по часовой стрелке, и увеличивается, следовательно, в соответствии с обычным соглашением о знаках угловых величин: $\omega < 0$, $\varepsilon < 0$. Между a_c и ε существует простая кинематическая связь, обусловленная нерастяжимостью нити и отсутствием проскальзывания нити по оси маятника. За время dt маятника повернётся на угол $-\omega dt$ и с оси намотки смотается участок нити длиной $-\omega r dt$ (знак минус поставлен с учетом отрицательности угловой скорости ω). Таким образом, точка С опустится вниз на величину $dy = -\omega r dt$, а это означает, что скорость центра инерции при перемещении вниз будет равна

$$V_c = \frac{dy}{dt} = -\frac{\omega r dt}{dt} = -\omega r.$$

Дифференцируя это соотношение по времени, получим

$$a_c = -\varepsilon r. \quad (\text{П-2.3})$$

Подставляя (2.3) в (2.2), получим

$$J_c \frac{a_c}{r} = Tr,$$

откуда $T = J_c \frac{a_c}{r^2}$. Подставляя в (2.1), получим

$$ma_c = mg - J_c \frac{a_c}{r^2},$$

откуда

$$a_c = \frac{g}{1 + \frac{J_c}{mr^2}}. \quad (\text{П-2.4})$$

Легко видеть, что формула (2.4) остается справедливой и при движении маятника вверх. Если нити абсолютно упруги, то по достижении центром инерции С наинизшей точки, его скорость изменит направление на противоположное и маятник начнет двигаться вверх замедленно, но с тем же ускорением (2.4) по величине.

Тот же результат можно получить из закона сохранения механической энергии, который справедлив в данном случае, поскольку мы пренебрегаем силами сопротивления (диссипативными силами). Считая потенциальную энергию центра инерции диска в наинизшем положении равной нулю, получаем значение потенциальной энергии центра инерции диска: mgh_c , где h_c – положение центра инерции диска над указанным нулевым уровнем в данный момент времени. Кинетическая энергия вращающегося тела, движущегося поступательно,

равна $\frac{mV_c^2}{2} + \frac{J_c \omega^2}{2}$. Тогда, согласно закону сохранения механической энергии, можно записать следующее соотношение:

$$mgh_c + \frac{mV_c^2}{2} + \frac{J_c \omega^2}{2} = mgh_{c\max},$$

где $h_{c\max}$ – наибольшее значение положения центра инерции над нулевым уровнем в момент начала движения. Дифференцируя это выражение по времени и учитывая, что $\frac{dh_c}{dt} = -V_c$ (напомним, что мы считаем положительной скорость V_c , если она направлена вниз, кроме того, поскольку h_c при этом убывает, то $\frac{dh_c}{dt} < 0$) и $\omega = -\frac{V_c}{r}$, $\frac{dV_c}{dt} = a_c$, получим

$$-mgV_c + \frac{1}{2}\left(m + \frac{J_c}{r^2}\right)2V_c a_c = 0,$$

откуда опять получаем формулу (2.4), ибо V_c не равно тождественно нулю.

Приложение 3

На данной установке можно *провести прямые измерения* времени движения диска Максвелла на заданном расстоянии h , причем движение начинается из состояния покоя. Величины m и r также доступны непосредственному измерению, и мы будем считать их известными. Следовательно, в формулу (2.4) входят три неизвестных величины: g , J , a_c . Ускорение a_c , однако, легко может быть найдено по времени движения t и пройденному расстоянию h , т.к. в соответствии с (2.4) при сделанных предположениях a_c постоянно. Поскольку начальная скорость равна нулю, то в идеально функционирующей установке мы имели бы $h = \frac{a_c t^2}{2}$ и $a_c = \frac{2h}{t^2}$. К сожалению, из-за конструктивных особенностей

установки отсчет времени начинается не сразу в момент начала движения, а тогда, когда система сместится на некоторое расстояние Δh , равное, по нашим оценкам, примерно 3 мм. На первый взгляд кажется, что если, например, высота, проходимая диском, составляет $h = 30$ см, то поскольку $\frac{\Delta h}{h} \approx 0,01$, т.е. при-

мерно 1% , то погрешностью в определении ускорения по формуле $a_c = \frac{2h}{t^2}$

можно вполне пренебречь. Однако на самом деле это не так. Начав движение из состояния покоя, система в конце участка Δh приобретает скорость $V_0 = \sqrt{2a_c \Delta h}$. Тогда для оставшегося участка длиной $(h - \Delta h)$ можно записать:

$$h - \Delta h = V_0 t + \frac{a_c t^2}{2},$$

где t – время движения на этом участке, которое и измеряется на установке.

Тогда

$$2(h - \Delta h) = 2\sqrt{2a_c \Delta h} t + a_c t^2$$

Решая это уравнение относительно a_c , находим

$$a_c = \frac{2h}{t^2} \left[1 + \frac{\Delta h}{h} - 2\sqrt{\frac{\Delta h}{h}} \right]. \quad (\text{П-3.1})$$

При указанных выше численных значениях имеем $\sqrt{\frac{\Delta h}{h}} \approx 0,1$ и относительная погрешность в определении величины a_c по формуле $a_c = \frac{2h}{t^2}$ составляет уже не 1%, а целых 20%, что слишком много, если учесть точность, с которой измеряется время движения и расстояние, проходимое диском. На уровне относительной погрешности 1% ускорение следует определять по формуле

$$a_c = \frac{2h}{t^2} \left[1 - 2\sqrt{\frac{\Delta h}{h}} \right], \quad (\text{П-3.2})$$

где мы пренебрегли величиной $\frac{\Delta h}{h}$ по сравнению с единицей. Таким образом, в формулу

$$a_c = \frac{g}{1 + \frac{J_c}{mr^2}} \quad (\text{П-3.3})$$

входят две величины g и J_c , которые непосредственно не определяются. Конечно, значение ускорения свободного падения g хорошо известно из других опытов и составляет примерно $g \approx 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$. Тогда из формулы (3.3) можно определить момент инерции J_c и сравнить полученное значение с результатом, рассчитанным по теоретическим формулам.

Применим метод наименьших квадратов. Вначале линеаризируем исследуемую зависимость. Приравняв правые части формул (3.2) и (3.3), получим

$$\frac{2h}{t^2} \left[1 - 2\sqrt{\frac{\Delta h}{h}} \right] = \frac{g}{1 + \frac{J_c}{mr^2}}$$

или

$$t^2 = \frac{2}{g} \left(1 + \frac{J_c}{mr^2} \right) (h - 2\sqrt{h\Delta h}). \quad (\text{П-3.4})$$

Вводя обозначения

$$Y = t^2, \quad A = \frac{2}{g} \left(1 + \frac{J_c}{mr^2} \right) \quad \text{и} \quad X = (h - 2\sqrt{h\Delta h})$$

уравнение (3.4) можно переписать в виде линейного уравнения

$$Y = AX. \quad (\text{П-3.5})$$

Составляя сумму

$$S = \sum_{i=1}^n (Y_i - AX_i)^2, \quad (\text{П-3.6})$$

определим параметр A из условия минимума суммы (3.6):

$$\frac{\partial S}{\partial A} = 2 \sum_{i=1}^n (Y_i - AX_i) X_i = 0.$$

Решая полученную систему линейных уравнений, находим значение параметра A :

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2}. \quad (\text{П-3.7})$$

Зная значение параметра A , можно определить значение момента инерции диска Максвелла и сменной накладки.

Задачи для самостоятельного решения.

1. Два шнура длиной L с верхней стороны закреплены, а с нижней – полностью намотаны на цилиндр массой m . Определить момент инерции J цилиндра, если он, начиная вращение из состояния покоя, за время t_1 приобрел угловую скорость ω_1 и переместился на расстояние h_1 . За какое время произойдет полная размотка шнуров? Найти кинетическую энергию цилиндра в этот момент времени. Какие дополнительные величины можно определить в данной физической ситуации?
2. Два шнура длиной L с верхней стороны закреплены, а с нижней – намотаны на вал маховика диаметром D . На обод маховика, изготовленного в виде сплошного однородного диска, полностью намотана другая нить длиной L_3 с привязанным к ней грузом массой m_3 . Масса диска m . Определить момент инерции J установки, если она, начиная вращение из состояния покоя, за время t_1 приобрела угловую скорость ω_1 и переместилась на расстояние h . За какое время произойдет полная размотка одного из шнуров? Найти кинетическую энергию установки в этот момент времени. Какие дополнительные величины можно определить в данной физической ситуации?
3. Придумайте самостоятельно более усложненный вариант рассмотренной выше физической ситуации. Составьте ее математическую модель. Покажите, сколько конкретных условий задач можно составить на основе этой математической модели.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА Мол-10

ИЗУЧЕНИЕ ГАЗОВЫХ ЗАКОНОВ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ И ПОЛИТРОПЫ.

Приборы: баллон, манометр, насос Камовского

Цель работы: Изучение газовых законов, опытное определение показателя адиабаты и политропы воздуха.

Введение.

Все процессы, которые будут рассмотрены ниже, являются частными случаями политропического процесса. Политропическим называется такой процесс, уравнение состояния для которого можно записать в виде:

$$pV^n = \text{const} \quad (1),$$

где n – показатель политропы, который может принимать значения от 0 до ∞ . В таблице 1 указаны значения n , при которых политропический процесс оказывается тождественным с одним из известных нам процессов (см. приложение I). Действительно, при $n=1$, получим уравнение изотермического процесса $pV = \text{const}$ и т. д.

На рис.1 показаны графики зависимости $p = f(V)$ для четырёх рассмотренных основных процессов в газе при одинаковых значениях p и V .

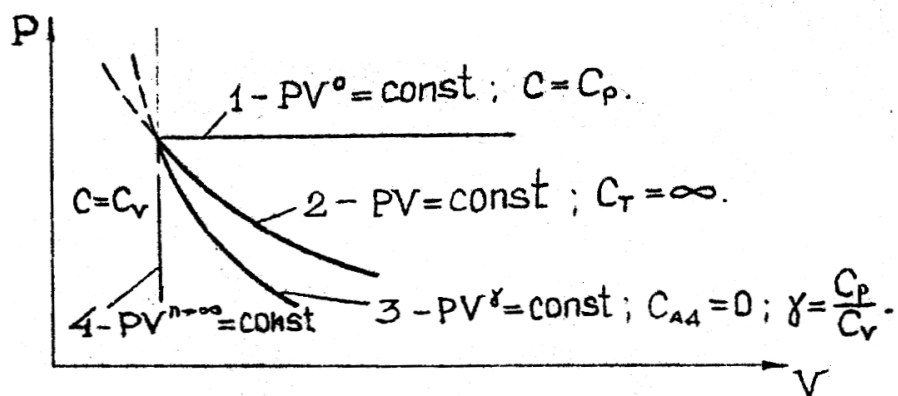


Рис. 1

1 – изобара; 2 – изотерма; 3 – адиабата; 4 – изохора.

I. Схема установки:

Установка Клемана и Дезорма (см. рис.2) состоит из стеклянного сосуда 1, закрытого пробкой 2. Сосуд сообщается с атмосферой через кран 3, манометром 4, насосом 5. С помощью насоса в сосуд нагнетается воздух. Кран 3 служит для выпуска воздуха из сосуда. Манометр 4 измеряет избыточное давление (ΔP).

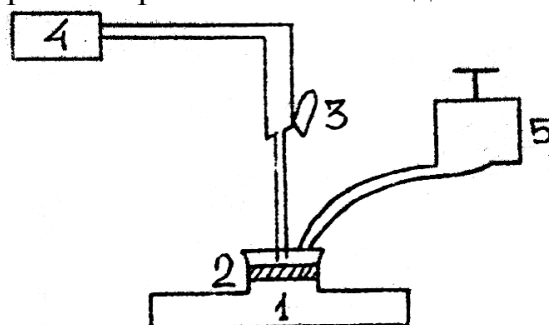


Рис.2

II. Теория метода определения показателя адиабаты.

Рассмотрим процессы, происходящие с газом при выполнении работы — они изображены на диаграмме состояний в координатах (P, T) — рис. 3.

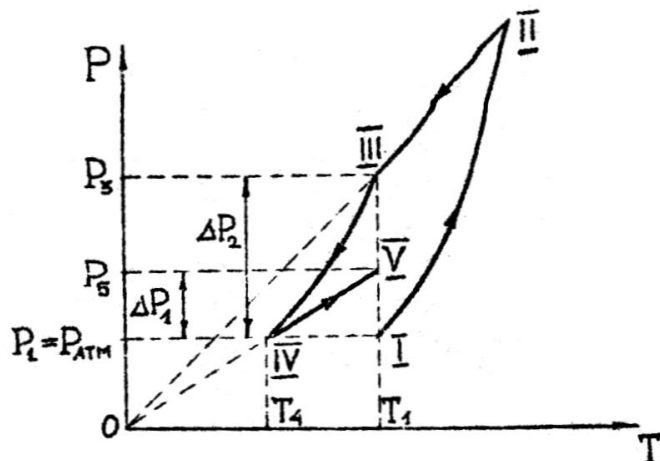


Рис.3

I. Кран 3 закрыт, давление в сосуде $P_1 = P_{\text{атм}}$. Температура газа в сосуде равна температуре окружающей среды T_1 .

I-II. Нагнетание насосом 5 воздуха в сосуд: воздух в сосуде нагревается до температуры T_2 (при закрытом кране К).

II-III. Кран открыт — воздух адиабатически расширяется.

В состоянии IV давление воздуха $P_4 = P_{\text{атм}}$, а температура $T_4 < T_1$. В этот момент кран закрывают.

IV-V. Изохорический нагрев газа из-за теплопроводности стенок сосуда при закрытом кране. Для процесса III-IV по (30) имеем:

$$P_3^{1-\gamma} = P_4^{1-\gamma}, \quad (2)$$

для процесса IV-V:

$$\frac{P_4}{P_3} = \frac{T_4}{T_3}. \quad (3)$$

Манометр измеряет избыточное давление. Вводя избыточные давления ΔP_2 и ΔP_1 в состояниях III и V, соотношениями $P_3 = P_1 + \Delta P_2$ и $P_5 = P_1 + \Delta P_1$, учитывая, что $P_4 = P_1$ и $T_3 = T_1 = T_5$ из (2) и (3) получим

$$\frac{P_1 + \Delta P_2}{P_1} = \left(\frac{P_1 + \Delta P_1}{P_1 + \Delta P_2} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}. \quad (4)$$

Логарифмируя (4) и используя приближения $\ln(1+x) \approx x$ для $x \ll 1$, получим:

$$\frac{\gamma}{1-\gamma} \frac{\Delta P_2}{P_1 + \Delta P_2} = \frac{\Delta P_1}{P_1 + \Delta P_1}. \quad (5)$$

III. Первое задание для самостоятельной работы.

1. Закрыв кран 3, нагнетать воздух насосом 5. Спустя 2-3 минуты записать добавочное давление ΔP_2 , показываемое манометром. $\Delta P_2 = \rho_{\text{возд}} \cdot g \Delta h_2$
2. Быстро открыть кран 3 и через 1-2 секунды быстро его закрыть.
3. Через 2-3 минуты записать показания добавочного давления ΔP_1 . $\Delta P_1 = \rho_{\text{возд}} \cdot g \Delta h_1$
4. По формуле (5) определить $\gamma_{\text{эксп}}$. Опыт повторить не менее 5 раз.
5. Значения $\gamma_{\text{эксп}}$ усреднить, рассчитать погрешность.

IV. Теория метода определения показателя политропы.

В этом задании предлагается определить показатель политропы воздуха в процессе I→2 при различных режимах работы насоса для нагнетания воздуха в сосуд. Пусть V — объём сосуда, V_0 — объём рабочей камеры насоса, который, фактически представляет собой объём воздуха, захватываемого насосом из атмосферы при давлении P_0 за один ход. Предположим, что давление в сосуде вначале равно атмосферному P_0 , а затем насос сделал K ходов и давление возросло до величины P . Процесс, происходящий с газом при этом можно представить следующим образом. В начальном состоянии мы имеем объём воздуха, равный $(V + KV_0)$ при давлении P_0 , а в конечном состоянии весь этот воздух оказывается в сосуде объёмом V при некотором давлении P . Если процесс накачки происходит достаточно медленно, то за счет теплообмена воздуха в сосуде с окружающей средой температура его при накачивании все время равна T_0 — температуре окружающей среды. Тогда на основании закона Бойля-Мариотта имеем:

$$P_0 (V + K_1 V_0) = P_T V,$$

где P_T — давление воздуха в сосуде после K_1 ходов насоса при изотермической накачке. Измеряя давление P_T , найдем объём камеры насоса V_0 :

$$V_0 = \frac{V}{K_1} \left(\frac{P_T}{P_0} - 1 \right). \quad (6)$$

Если процесс накачки происходит не очень медленно, то температура воздуха в сосуде будет больше температуры окружающей среды и, как указывалось выше, процесс, происходящий с газом, будет политропическим. Уравнение процесса имеет вид:

$$P_0 (V + K_2 V_0)^n = P V^n, \quad (7)$$

где n — показатель политропы: $n = \frac{C - C_p}{C - C_v}$; K_2 — число ходов насоса в случае неизотермической накачки; P — конечное давление в сосуде в этом случае. Из (6) и (7) находим

$$n = \frac{\ln \left(\frac{P}{P_0} \right)}{\ln \left[1 + \frac{K_2}{K_1} \left(\frac{P_T}{P_0} - 1 \right) \right]}. \quad (8)$$

Формулы (6) и (8) можно упростить, если учесть, что избыточное давление в сосуде обычно много меньше атмосферного:

$$P = P_0 + \Delta P, \quad \frac{\Delta P}{P_0} \ll 1;$$
$$P_T = P_0 + \Delta P_T, \quad \frac{\Delta P_T}{P_0} \ll 1.$$

Тогда, воспользовавшись разложением $\ln(1+x) \approx x$, получим

$$V_0 = \frac{V \cdot \Delta P_T}{K_1 \cdot P_0}, \quad (9)$$

$$n = \frac{K_1}{K_2} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta P_T}.$$

В пределе, при очень быстром накачивании, теплообмен воздуха в сосуде с окружающей средой вообще не успевает произойти, т.е. процесс, происходящий с воздухом, становится близким к адиабатическому. Поэтому при возрастании скорости накачки $n \rightarrow \infty$.

V. Второе задание для самостоятельной работы.

Второе задание выполняется в следующем порядке:

1. Провести измерение конечного давления в сосуде после K_1 ходов насоса при различных, но не больших скоростях его вращения (K_1 — по указанию преподавателя). Отметить угловую скорость вращения ω_0 такую, что при скоростях ниже этой давление после K_1 ходов не зависит от скорости. Дальнейшие измерения в п.1 проводить при скоростях вращения, не превышающих найденную скорость. Задаваясь рядом значений K_1 по указанию преподавателя, найти соответствующие значения ΔP_{Ti} и по формуле (6) найти значение рабочего объема насоса V_{0i} . Полученные результаты усреднить. Желательно для каждого значения K_{1i} измерения проводить несколько раз.

2. Провести измерения избыточных давлений в сосуде ΔP_i при тех же значениях K ходов поршня, но при скорости вращения в два раза большей, чем ω_0 . В соответствии с

(6) при $K_{2i} = K_{1i}$ имеем $n = \frac{\Delta P_i}{\Delta P_{Ti}}$. На координатной плоскости (ΔP_{Ti} , ΔP_i) нанести соответствующие экспериментальные точки. Проводя через них наилучшую прямую, найти её угловой коэффициент. В соответствии с (6) он дает значение показателя политропы n при данной скорости вращения. Найти соответствующее значение теплоёмкости процесса.

3. Провести измерения п.2 при скорости вращения $3\omega_0$, $4\omega_0$ и т.д., находя для каждого значения угловой скорости значение n .

4. Построить график зависимости n от ω . Сделать выводы.

5. Факультативное задание. Провести обработку результатов измерений при каждой скорости вращения по методу наименьших квадратов (см. лабораторную работу №16 «Изучение распределения Больцмана») и сравнить результаты, полученные двумя способами.

VI. Приложение I.

Внутренняя энергия тела состоит из кинетической энергии теплового движения молекул этого тела и потенциальной энергии взаимодействия этих молекул. Изменение внутренней энергии происходит при совершении работы над телом внешними силами или в процессах теплопередачи. Процессы, связанные с изменением внутренней энергии любого тела, совершением работы и теплопередачей, подчиняются закону сохранения энергии, который в термодинамике называется первым началом термодинамики и формулируется следующим образом: в тепловых процессах любое изменение внутренней энергии dU состоит из приращения количества тепла δQ и совершенной внешними силами работы δA . Для бесконечно малых изменений этот закон записывается так:

$$dU = \delta Q - \delta A_{\text{внешн.}} \quad (10)$$

Идеальный газ совершает работу только при изменении занимаемого им объёма. Работа, совершаемая при малом изменении объёма dV , равна $\delta A = P \cdot dV$ или

$$\delta A_{\text{внешн.}} = - P_{\text{внешн.}} \cdot dV, \quad (11)$$

где dV – изменение объёма, P – давление газа.

При расширении газа $dV > 0$, следовательно $\delta A > 0$; если работу по сжатию газа совершают внешние силы то $dV < 0$ и эта работа отрицательна: $\delta A_{\text{внешн.}} < 0$.

Из первого начала термодинамики следует, что количество теплоты, сообщаемое системе, расходуется на изменение её внутренней энергии dU и на совершение системой работы δA против внешних сил:

$$\delta Q = dU + \delta A \quad (12)$$

Различие в значках δQ и dU состоит в том, что в общем случае количество теплоты и работа не являются функциями состояния, а внутренняя энергия — является. Это означает, что при переходе системы из одного состояния в другое внутренняя энергия определяется только параметрами этих состояний и не зависит от способа или “пути” перехода, поэтому при любом круговом процессе в замкнутой системе полное изменение внутренней энергии равно нулю. Математически это записывается тождеством $\oint dU = 0$, которое является необходимым и достаточным условием для того, чтобы dU представляло собой полный дифференциал. Работа и теплота этим свойством не обладают, их величины определяются параметрами начального и конечного состояний, а также формой пути перехода; например, изотермическим процессом, изобарическим, изохорическим или адиабатическим. В замкнутой системе внутренняя энергия изменяется только с изменением температуры (поэтому температуру называют мерой внутренней энергии тела). Изменение внутренней энергии идеального газа вычисляется по формуле:

$$dU = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R dT, \quad (13)$$

где i — число степеней свободы молекул газа, т. е. число независимых переменных, определяющих положение молекулы в пространстве. Для одноатомного газа $i = 3$, для двухатомного $i = 5$ (если связь жёсткая); m — масса газа; μ — его молярная масса; R — универсальная газовая постоянная; dT — изменение температуры.

Количество теплоты, необходимое для изменения температуры тела на 1 К, называется теплоёмкостью C тела и вычисляется по формуле: $C = \frac{\delta Q}{dT}$. Различают удельную теплоёмкость c и молярную теплоёмкость C_μ . Количество теплоты, необходимое для изменения температуры единицы массы вещества на 1 К, называют удельной теплоёмкостью и вычисляют по формуле:

$$c = \frac{1}{m} \frac{\delta Q}{dT}. \quad (14)$$

Количество теплоты, необходимое для изменения температуры одного моля вещества на 1 К, называют молярной теплоёмкостью, которая вычисляется по формуле:

$$C_\mu = \frac{\mu}{m} \cdot \frac{\delta Q}{dT}. \quad (15)$$

Поскольку δQ не является полным дифференциалом, то теплоёмкость газов будет также зависеть от условий теплообмена при нагреве газа.

Все процессы, которые будут рассмотрены ниже, являются частными случаями политропического процесса. Политропическим называется такой процесс, уравнение состояния для которого можно записать в виде:

$$pV^n = \text{const} \quad (1),$$

где n – показатель политропы, который может принимать значения от 0 до ∞ . В таблице 1 указаны значения n , при которых политропический процесс оказывается тождественным с одним из известных нам процессов. Действительно, при $n = 1$, получим уравнение изотермического процесса:

$$pV = \text{const}.$$

При $n = 0$, получим

$$p = \text{const},$$

что характеризует изобарический процесс. При $n = \gamma$, где γ — показатель адиабаты, процесс называется адиабатическим. Уравнение состояния имеет вид

$$pV^\gamma = \text{const}.$$

Чтобы убедиться в том, что для изохоры $n = \infty$, напомним уравнение политропы (1) в следующем виде:

$$p_1 V_1^n = p_2 V_2^n,$$

где индексы 1 и 2 относятся к двум произвольно взятым состояниям. Извлечём из записанного выражения корень степени n :

$$P_1^{\frac{1}{n}} \cdot V_1 = P_2^{\frac{1}{n}} \cdot V_2.$$

Переходя к пределу при $n \rightarrow \infty$:

$$V_1 \lim_{n \rightarrow \infty} P_1^{\frac{1}{n}} = V_2 \lim_{n \rightarrow \infty} P_2^{\frac{1}{n}},$$

получим

$$V_1 = V_2,$$

что соответствует изохорическому процессу.

Рассмотрим работу, совершаемую идеальным газом при политропическом процессе. Работа, которая совершается при переходе из состояния 1 в состояние 2 каким-либо телом над внешними телами, равна, как известно:

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} P dV. \quad (16)$$

Таблица 1.

№ п/п	процесс	показатель политропы	уравнение состояния	первое начало термодинамики	работа	молярная теплоёмкость
1	политропический	n	$PV^n = \text{const}$	$\delta Q = dU + \delta A$	$A_{12} = -\frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right]$	$C_\mu = \text{const}$
2	изобарический	0	$PV^0 = P = \text{const}$	$\delta Q = dU + \delta A$	$A_{12} = P(V_2 - V_1)$	$C_{\mu p} = \frac{i}{2} R + R$
3	изотермический	1	$PV = \text{const}$	$\begin{cases} dU = 0 \\ \delta Q = \delta A \end{cases}$	$A_{12} = -\frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$	$C_{\mu T} = \infty$
4	адиабатический	γ	$PV^\gamma = \text{const}$	$\begin{cases} \delta Q = 0 \\ \delta A = -dU \end{cases}$	$A_{12} = -\frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{n-1} \right]$	$C_{\mu ad} = 0$
5	изохорический	∞	$\lim_{n \rightarrow \infty} (PV^n)^{\frac{1}{n}} = V = \lim_{n \rightarrow \infty} P^{\frac{1}{n}} = V = \text{const}$	$\begin{cases} \delta A = 0 \\ \delta Q = dU \end{cases}$	$A_{12} = 0$	$C_{\mu V} = \frac{i}{2} R$

Чтобы произвести интегрирование, нужно выразить P через V . Для этого воспользуемся связью между P и V при различных процессах.

Уравнение политропы идеального газа (1) можно написать следующим образом:

$$PV^n = P_1 V_1^n = P_2 V_2^n,$$

где P_1 , V_1 , и P_2 , V_2 — значения давления и объёма газа соответственно в первом (начальном) и втором (конечном) состояниях, P и V — давление и объём в любом промежуточном состоянии.

Выразим в соответствии с этим соотношением давление газа через его объём и значения параметров в начальном состоянии:

$$P = \frac{P_1 V_1^n}{V^n}. \quad (17)$$

Подставляя (17) в (16) получаем:

$$A_{12} = P_1 V_1^n \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^n}. \quad (18)$$

Рассмотрим сначала случай $n \neq 1$; тогда интеграл в (18) равен

$$\int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^n} = \frac{1}{n-1} \left(\frac{1}{V_1^{n-1}} - \frac{1}{V_2^{n-1}} \right).$$

Подставив это значение интеграла в (18) и произведя несложные преобразования, получаем:

$$A_{12} = \frac{P_1 V_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right]. \quad (19)$$

Полученное выражение можно преобразовать, воспользовавшись тем, что, какой бы процесс ни происходил с идеальным газом, его параметры связаны уравнением состояния (уравнением Менделеева-Клапейрона):

$$PV = \frac{m}{\mu} RT. \quad (20)$$

В частности, это справедливо и для начального состояния:

$$P_1 V_1 = \frac{m}{\mu} RT_1. \quad (21)$$

Подставляя (21) в (19), получаем:

$$A_{12} = \frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{n-1} \right]. \quad (22)$$

Выражения (19) и (22) дают работу, совершаемую идеальным газом при любом политропическом процессе, кроме изотермического, при котором показатель политропы $n = 1$.

Чтобы вычислить работу идеального газа при изотермическом процессе, заменим давление в формуле (16) его выражением через другие величины в соответствии с уравнением состояния (20):

$$P = \frac{m}{\mu} R \frac{T}{V}.$$

В результате получим:

$$A_{12} = \frac{m}{\mu} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Выражения для работы при изобарическом и адиабатическом процессах получаются из формулы (22). Эти выражения приводятся в таблице 1. В заключение отметим, что при изохорическом процессе работа равна нулю, что справедливо для любых тел.

Рассмотрим первое начало термодинамики применительно к изопроцессам.

Изотермический процесс: $T = \text{const}$. Следовательно

$$dT = 0,$$

а значит и dU в соответствии с формулой (13) равно 0.

Тогда теплоёмкость, при $\delta Q \neq 0$:

$$C_T = \frac{\delta Q}{dT} = \infty.$$

В этом случае всё тепло, получаемое всей системой извне, целиком превращается в работу, совершаемую против внешних сил:

$$\delta Q = \delta A.$$

Изохорический процесс: $V = \text{const}$. В этом случае работа $\delta A = 0$. Следовательно

$$\delta Q = dU,$$

т. е. всё подводимое тепло идёт на приращение внутренней энергии системы.

Молярная теплоёмкость при постоянном объёме находится следующим образом:

$$C_{\mu V} = \frac{\mu}{m} \frac{\delta Q}{dT} = \frac{\mu}{m} \frac{\frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R dT}{dT} = \frac{i}{2} R. \quad (23)$$

Изобарический процесс: $P = \text{const}$. Из уравнений (11), (12) и (13) следует, что

$$\delta Q = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R dT + P dV. \quad (24)$$

Продифференцировав уравнение (20) получим,

$$P dV = \frac{m}{\mu} R dT \quad (25)$$

Подставляя (25) в (24) и подставляя полученное выражение в формулу (23) для определения молярной теплоёмкости, получим:

$$C_{\mu P} = \frac{i}{2} R + R = C_{\mu V} + R. \quad (26)$$

Последнее выражение называется уравнением Майера.

Адиабатический процесс: происходит при условии термодинамической изоляции системы (т. е. без теплообмена с внешней средой). Поэтому $\delta Q = 0$ и первое начало термодинамики примет вид:

$$\delta A = -dU. \quad (27)$$

Теплоёмкость $C_{Ad} = 0$.

Адиабатическое расширение газа происходит за счёт уменьшения внутренней энергии, поэтому температура газа понижается. Подставляя в (27) формулы (11) и (13), а также используя выражения (20), (23) и (26), получим:

$$-\frac{dT}{T} = (\gamma - 1) \frac{dV}{V}, \quad (28)$$

где $\gamma = \frac{C_{\mu P}}{C_{\mu V}}$ – показатель адиабаты. После интегрирования (28) в пределах от V_1 при T_1 до V_2 при T_2 получим следующее выражение:

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1},$$

откуда

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}.$$

Последнюю формулу можно переписать в виде

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1}$$

Таким образом мы получили уравнение состояния адиабатического процесса:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}. \quad (29)$$

Используя уравнение состояния идеального газа (20) можно получить уравнение состояния адиабатического процесса с другими параметрами:

$$PV^{\gamma} = \text{const}, \quad PT^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = \text{const}. \quad (30)$$

Вопросы для самопроверки.

1. Дать определения внутренней энергии, количества теплоты и работы, совершаемой телом при изменении объёма.
2. Первое начало термодинамики для всех изопроцессов и адиабатического. В чём отличие обозначений δQ и dU ?
3. Работа, совершаемая идеальным газом при различных процессах.
4. Какая физическая величина называется теплоемкостью, молярной теплоемкостью? Связь между ними.
5. Что происходит с внутренней энергией газа при адиабатическом расширении? Что происходит при этом с температурой? Уравнение Пуассона.
6. Почему $C_p > C_v$? Записать уравнение Майера.
7. Нарисовать на P - T – диаграмме все последовательные процессы, происходящие с газом в опыте при выполнении задания I.

Литература.

1. Трофимова, Т.И. Основы физики в пяти книгах. Кн. 2 "Молекулярная физика. Термодинамика." Уч. пособие. / Т.И. Трофимова // – М.: Высшая шк. – 2007г. – 180 стр. – С. 38 – 74.
2. Детлаф, А.А. Курс физики: уч. пособие для студентов втузов /А.А. Детлаф, Б.М. Яворский // – 8-е изд. – М.: "Академия", 2008г. – С. 113-125.
3. Физика: уч. пособие. /А.В. Ильющонок [и др.]. – Минск: Новая знание: М.: ИНФРА – М., 2013. – 600 стр. ил. – (Высшее образование).- 720 стр. – С.155-170.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ГАЗА

I. Цель работы: Определение коэффициента вязкости воздуха по истечению его через капилляр.

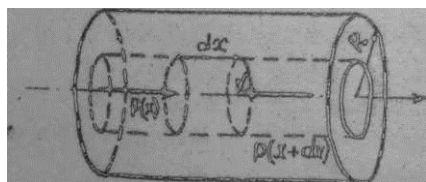
II. Приборы и принадлежности: Установка для измерения коэффициента вязкости газа.

III. Методика и порядок выполнения работы

Вязкость, или внутреннее трение - это свойство жидких или газообразных тел, проявляющееся либо при движении самой жидкости, либо при движения какого-либо тела в этой жидкости. Явление вязкости связано с перемещением слоев жидкости или газа, обладающих различной скоростью упорядоченного движения относительно друг друга, при этом молекулы слоев обмениваются импульсами, проникая, благодаря хаотическому тепловому движению внутри слоев, в другие слои. При этом более быстрые молекулы стремятся ускорить более медленный слой, в молекулы с меньшей скоростью - затормозить более быстрые.

Рассмотрим течение вязкого газа по прямолинейной цилиндрической трубе.

Предположим что: течение ламинарно, т.е. слои газа движутся без перемешивания;



газ при небольших изменениях давления несжимаем; движение установившееся; газ полностью “смачивает” стенки трубы, т.е. скорость у стенок равна нулю, а в центре трубы - максимальная. Скорость газа вдоль линия тока в трубе постоянна, она может меняться только вдоль

радиуса, т.е. $V=V(r)$. ^{Рис. 13-1} Рассмотрим участок трубы длиной l и радиуса R . /рис. 13-1/. Выберем ось трубы за ось X , направленную в сторону течения. Выделим в трубе произвольную бесконечно короткую цилиндрическую часть длины dx и радиуса r . На ее боковую поверхность действует касательная сила внутреннего трения

$$dF = -2\pi r \eta \frac{dV}{dr} dx \quad /13-1/$$

На основания цилиндра в том же направлении действует сила разности давления X

$$dF_1 = \pi R^2 (P(x) - P(x + dx)) = -\pi R^2 \frac{dP}{dx} dx \quad /13-2/$$

При установившемся течении сумма этих сил должна обращаться в нуль, поэтому

$$2\eta \frac{dV}{dr} = r \frac{dP}{dx} \quad /13-3/$$

Производная $\frac{dV}{dr}$ как и скорость не меняется по x поэтому должна быть постоянной и производная $\frac{dP}{dx}$, равная $\frac{P_2 - P_1}{l}$, где P_1 и P_2 - соответственно давления на входе и выходе трубки.

В результате приходим к уравнению

$$\frac{dV}{dr} = -\frac{P_1 - P_2}{2\eta l} \cdot r \quad /13-4/$$

интегрируя которое, получим

$$V = -\frac{P_1 - P_2}{4\eta l} \cdot r^2 + C$$

На стенке трубы, т.е. при $r = R$, скорость $V = 0$, поэтому

$$V = \frac{P_1 - P_2}{4\eta l} \cdot (R^2 - r^2) \quad /13-5/$$

Из /13-5/ видно, что при удалении от оси скорость меняется по параболическому закону.

Объем газа, вытекающего через кольцевую площадку с внутренним радиусом r и внешним $r + dr$ за время τ равен

$$dQ = V\tau 2\pi r dr = \frac{\pi(P_1 - P_2)}{2\eta l} (R^2 - r^2) r dr \tau$$

Объем газа, вытекающего через поперечное сечение всей трубы за время τ , найдем путем интегрирования этого выражение от 0 до R , т.е.,

$$Q = \int_0^R \frac{\pi\tau(P_1 - P_2)}{2\eta l} (R^2 r - r^3) dr = \frac{1}{\eta} \cdot \frac{\pi R^4 (P_1 - P_2) \tau}{8l} \quad /13-6/$$

Из /13-6/ находим коэффициент вязкости

$$\eta = \frac{\pi R^4 (P_1 - P_2) \tau}{8lQ} \quad /13-7/$$

Это выражение называется формулой Цуазейля.

Предложения, которые были оделены при выводе /13-7/, не совсем справедливы для реальных газов.

Поправку на неполное смачивание стенок капилляра газом, как очень маленькую, рассматривать не будем. Проверим законность предложений о несжимаемости газа и о ламинарности течения.

В основу проверки допущения о несжимаемости газа можно положить следующее соображение: уравнение Бернулли, связывающее гидродинамическое давление со скоростью течения газа в горизонтальной трубе имеет вид:

$$P_2 - P_1 = \frac{\rho}{2} (V_1^2 - V_2^2) \quad /13-8/$$

Но неподвижный манометр, введенный в газ, если он повернут отверстием навстречу потоку, исказит характер потока, т.е. скорость молекул газа перед манометром станет равной нулю $V_2 = 0$ тогда /13-8/ примет вид:

$$P_2 = P_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} \quad /13-9/$$

Итак, неподвижный манометр покажет давление на $\frac{\rho V_1^2}{2}$ большее, чем манометр, движущихся вместе с потоком. Это избыточное давление возникает вследствие того, что частицы газа, останавливаясь перед манометром, сближаются: поэтому давление повышается, это дополнительное сжатие газа тем менее заметно, чем меньше $\frac{\rho V^2}{2}$ по

сравнению с измеряемым давлением /но не по сравнению разности давлений/. Поэтому после проведения опыта необходимо проверить, существенную ли ошибку вносит предположение о несжимаемости газа, для чего определяют скорость истечения газа V и убеждаются; что $\frac{\rho V^2}{2} \ll P_{атм}$ /13-10/

под которым находится газ, входящий в капилляр.

В основу проверки законности допущения о ламинарности течения газа можно положить следующие соображения: характер потока газа, т.е. характер распределения скоростей по сечению трубы, определяется величиной **соотношения** между запасом энергии движущегося потока и энергией, необходимой для преодоления сил внутреннего трения. Это соотношение носит название числа Рейнольдса: $R_e = \frac{A_{\text{движения}}}{A_{\text{трения}}}$ /13-11/

Рассмотрим движение газа в трубке длиной l и радиуса R положив, что $R = l$. Средняя скорость текущего газа равна

$$v_{cp} = \frac{Q}{St} = \frac{Q}{\pi R^2 t} \quad /13-12/$$

Подставив сюда значение Q из /13-6/, получим:

$$V_{cp} = \frac{\pi R^4 (P_1 - P_2) \tau}{8 \eta l \pi R^2 t}$$

откуда

$$\pi R^2 (P_1 - P_2) = 8 \eta l \pi V_{cp}$$

здесь $\pi R^2 (P_1 - P_2)$ разность сил давления, равная силе трения F , действующая на весь столб газа длиной l со стороны трубы, т.е. $F = 8 \pi l \eta V_{cp}$. При перемещении этого столба на расстояние l эта сила трения совершает работу

$$A_r = 8 \pi l^2 \eta V_{cp} \quad /13-13/$$

С другой стороны, кинетическая энергия единицы движущегося объема газа равна, $\frac{\rho V_{cp}^2}{2}$ а энергия всей массы газа равна

$$A_{\text{ос}} = \frac{\rho V_{cp}^2}{2} l \pi R^2 = \frac{\rho V_{cp}^2}{2} \pi l^3 \quad /13-14/$$

Следовательно, число Рейнольдса примет вид:

$$R_e = \frac{\rho V_{cp} R}{16 \eta} \quad /13-15/$$

Обычно коэффициент $1/16$ отбрасывают и числом Рейнольдса называют выражение

$$R_e = \frac{\rho V_{cp} R}{\eta} \quad /13-16/$$

Чем меньше R_e , тем большую роль играют силы вязкости в движении газа. Опытным путем установлено, что при $R_e < 1100$ течение ламинарно, при $1100 < R_e < 2000$ неустойчиво, а при $R_e > 2000$ турбулентно. Рассчитав после опыта $R_e = 1000$ зная критическое значение $R_e = 1100$, можно определить режим течения.

Описание установки.

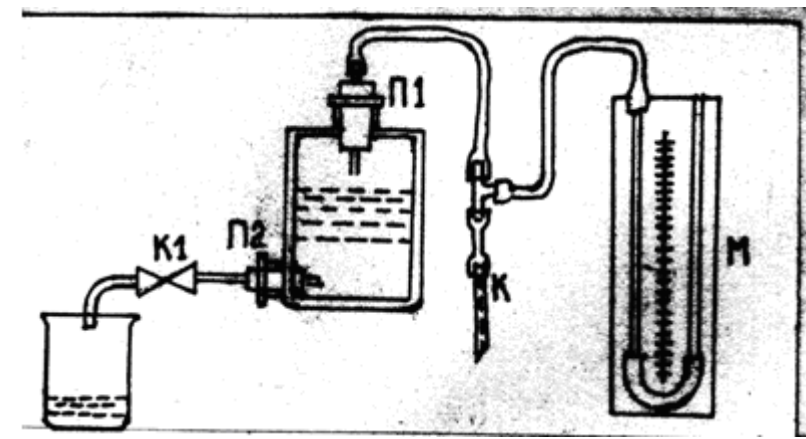


Рис. 13.2

Установка для измерения коэффициента вязкости газа состоит из /рис.13-2/: капилляра К, манометра М и газометра Г. Капилляр вставляется на резиновых пробках в патрубки Π_1 и Π_2 . Патрубок Π_1 соединен с атмосферой. Водяной манометр М соединен с патрубками и измеряет разность давлений $P_1 - P_2$ на входе и выходе капилляра. Водомерная трубка “В” со шкалой позволяет следить за наполнением и за вытекающим объемом воды, равному объему Q , протекающего через капилляр.

Порядок выполнения работы:

1 Открыть кран 1 и *отрегулировать* расход газа через капилляр, который равен расходу воды в газометре. Скорость истечения воды должна быть очень малой. Необходимо следить за уровнем воды в манометре, не допуская ее переброса. Следует учесть, что постоянная разность уровней /стационарное течение/ устанавливается не сразу, а спустя некоторое время.

2. Когда уровни воды в манометре установятся, заметить положение мениска в трубке “В” и включить секундомер. Измерить время истечения некоторого объема жидкости $Q(t_1)$, одновременно надо следить за показаниями манометра М и в случае малых изменений его показаний брать среднее из показаний в начале и конце опыта. Опыт повторить не менее 10 раз.

3. Рассчитать коэффициент вязкости по формуле /13-7/.

4 По /13-12/ определить среднюю скорость и проверить /13-10/, рассчитать число Рейнольдса.

5. Данные усреднить, рассчитать погрешность опыта.

6 Данные занести в таблицу.

IV. Вопросы для самопроверки.

1. Объяснить происхождение вязкости.
2. Вывести формулу Пуазейля.
3. В каких случаях законно применение формулы Пуазейля?
4. Как проверить законность предположений о несжимаемости газа и ламинарности течения? Смысл числа Рейнольдса.
5. Как вводить поправку, связанную с разностью температур воздуха и жидкости в газометре?
6. Как зависит коэффициент вязкости от температуры, давления?

V. Литература

1. А. А. Детлаф и др. Курс физики, т. I “Высшая школа”, М., 1978, §§2.7, 2.8, 16.1-16.3.
2. И. В. Савельев, Курс общей физики, “Наука”, т. 1, 1977, §§72-77, 128-130.
3. Д. В. Сивухин, Общий курс физики, т. 1, “Наука”, М., 1974, §§89, 94, 96, 97.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА Э1.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОВОДНИКА.

Цель работы: определение удельного сопротивления нихромовой проволоки, изучение методов обработки результатов эксперимента.

Приборы и принадлежности: прибор для измерения удельного сопротивления резистивного провода F РМ-0,1.

Введение.

Любой проводник обладает электрическим сопротивлением, которое зависит от его состояния (температуры и т. д.), так и от его формы и размеров. Последняя зависимость особенно проста для проводников постоянного сечения (проволоки). Сопротивление R отрезка проводника длиной L и площадью поперечного сечения S определяется по формуле:

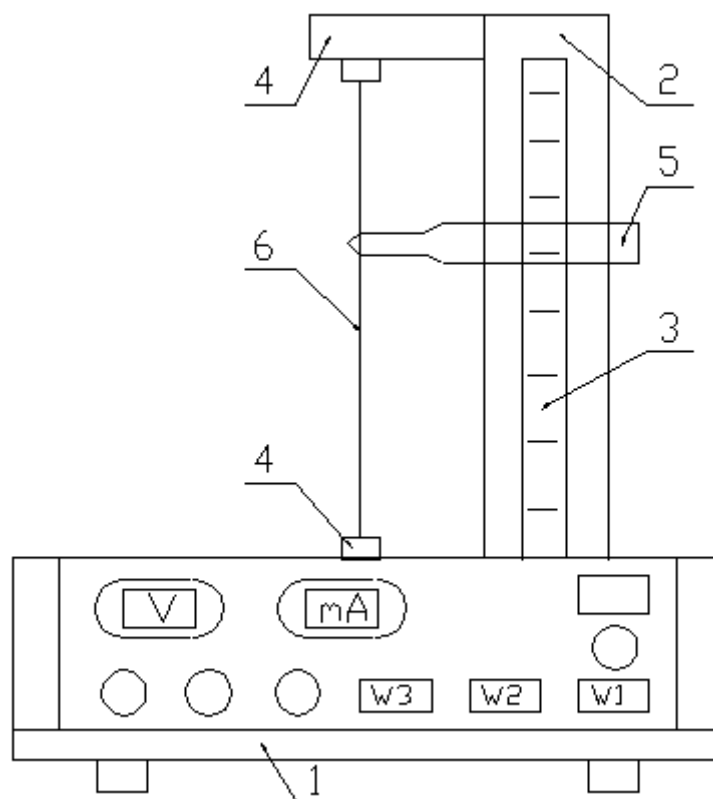
$$R = \rho \frac{L}{S}, \quad (1)$$

где коэффициент пропорциональности ρ зависит от рода вещества, его состояния и называется удельным электрическим сопротивлением данного вещества. Единица удельного сопротивления есть Ом-метр ($\text{Ом} \cdot \text{м}$).

В соответствии с (1) для определения ρ необходимо провести следующие измерения: измерить величину электрического сопротивления R отрезка проволоки, измерить длину отрезка L и площадь поперечного сечения S .

Описание установки.

Общий вид прибора F РМ-0,1 представлен на рисунке. Основание 1 оснащено регулируемыми ножками, которые позволяют произвести выравнивание положения прибора. К основанию прикреплена колонна 2 с нанесённой метрической шкалой 3. На колонне смонтированы два неподвижных кронштейна 4 и один подвижный кронштейн 5, который может передвигаться вдоль колонны и фиксироваться в любом положении. Между верхним и нижним кронштейнами натянут резистивный провод 6. На подвижном



кронштейне имеется контактный зажим, который обеспечивает хорошее соединение с резистивным проводом, а также черта, позволяющая по шкале 3 определить длину отрезка провода между нижним и подвижным контактами. Нижний, верхний и центральный подвижный контакты резистивного провода подсоединены при помощи проводов низкого сопротивления к измерительной части прибора, основными элементами которой являются миллиамперметр mA и вольтметр V.

Примечание.

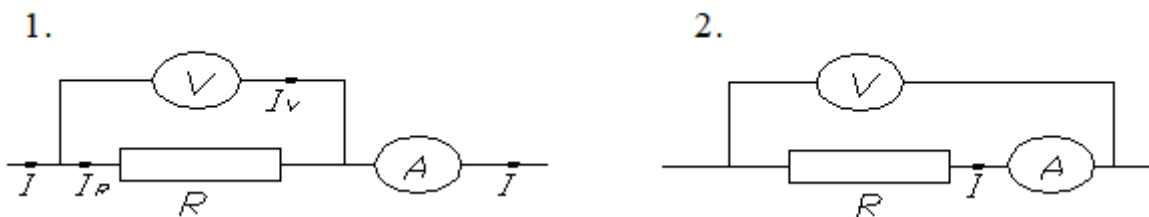
При измерениях силы тока и напряжения следует обратить внимание на зеркало, расположенное рядом со шкалой миллиамперметра и вольтметра соответственно. Для правильного отсчёта необходимо совместить стрелку и её изображение в зеркале. При этом обеспечивается прямой угол между линией зрения и шкалой прибора и уменьшается ошибка отсчёта.

Установка позволяет измерить сопротивление отрезка провода, находящегося между нижним и центральным подвижными контактами. Величина сопротивления определяется из закона Ома для участка цепи:

$$R = \frac{U}{I}, \quad (2)$$

где U – напряжение на отрезке провода, I – сила тока в проводнике.

При изменениях силы тока I и напряжения U возможны два способа включения амперметра и вольтметра:



Способ включения определяется положением переключателя W2 на передней панели прибора: положению «Нажатый» соответствует первая схема включения, положению «Отжатый» - вторая. Очевидно, в обоих случаях непосредственная подстановка показаний амперметра и вольтметра в формулу (2) приводит к появлению систематической ошибки в определении сопротивления. Действительно, в первой схеме показания вольтметра соответствуют точному значению напряжения на сопротивлении R, тогда как амперметр измеряет суммарный ток I через вольтметр и сопротивление: $I = I_V + I_R$.

Поэтому правильное значение сопротивления проводника при измерениях по первой схеме определяется по формуле:

$$R = \frac{U}{I_R} = \frac{U}{I} \cdot \frac{1}{1 - U/(I \cdot R_V)}, \quad (3)$$

где R_V – сопротивление вольтметра (сравните с формулой (2)).

Во втором случае амперметр измеряет точное значение силы тока I в проводнике, тогда как измеряемое вольтметром напряжение равно:

$$U = U_R + U_A = I(R + R_A)$$

Следовательно, в случае второй схемы включения приборов сопротивление проводника определяется по формуле:

$$R = \frac{U_R}{I} = \frac{U}{I} \left(1 - \frac{I \cdot R_A}{U}\right), \quad (4)$$

где R_A – сопротивление амперметра (сравните с формулой (2)).

Порядок выполнения работы.

1) Убедившись, что прибор заземлён, установить подвижный кронштейн на отметку, соответствующую длине отрезка провода 15 - 20 см.

2) Включить прибор, нажав клавишу W1, и установить значение силы тока по указанию преподавателя.

3) Переключатель W2 установить в положение «Нажатый», что соответствует схеме с точным измерением напряжения на отрезке проводника.

4) Измерить напряжение и силу тока при различных значениях длины отрезка провода. По формуле (3) рассчитать величину сопротивления отрезка проводника для каждого значения длины. Результаты занести в таблицу:

№ п. п.	L, м	U, В	I, А	R, Ом	ΔR , Ом
1					
2					
...					
n					

5) Повторить все измерения при отжатом положении переключателя W2, что соответствует точному измерению силы тока в проводнике. Сопротивление при этом вычисляется по формуле (4).

6) Рассчитать погрешности измерения напряжения U, силы тока I и сопротивление R (см. формулы (5), (8), (9)). Сравните погрешности измерения сопротивления R для двух схем включения приборов.

7) Построить график зависимости сопротивления проводника от его длины. Указать для экспериментальных точек погрешности измерений.

8) Используя метод наименьших квадратов, рассчитать параметры наилучшей прямой, проходящей через экспериментальные точки и оценить погрешности их определения (см. формулы (11), (12)).

9) Определить удельное сопротивление нихрома и оценить погрешность его определения (см. формулы (14), (15)).

Обработка результатов эксперимента.

Как известно, при любых измерениях неизбежно возникают ошибки, т. е. показания прибора по ряду причин не совпадают с истинным значением измеряемой величины. Количественной мерой отклонения результата измерения $x_{изм.}$ от истинного значения $x_{ист.}$ некоторой физической величины x является погрешность измерения Δx . Она определяется из условия, что истинное значение измеряемой величины $x_{ист.}$ с некоторой вероятностью P лежит в интервале

$$x_{изм.} - \Delta x \leq x_{ист.} \leq x_{изм.} + \Delta x$$

(в учебных лабораториях БрПИ принимают $P = 0.95$).

Таким образом, измерить физическую величину x – это значит указать результат измерения $x_{изм.}$ и погрешность измерения Δx , т. е. представить результат в виде:

$$x = x_{изм.} \pm \Delta x.$$

Если значение измеряемой величины находится непосредственно из отчёта по шкале прибора, т. е. производится прямое измерение, то погрешность измерения можно оценить по формуле:

$$\Delta x = \sqrt{(\Delta x_{пр})^2 + (\Delta x_{окр})^2 + (\Delta x_{разбр})^2}, \quad (5)$$

где $\Delta x_{пр}$ – погрешность используемого прибора,

$\Delta x_{окр}$ – погрешность отсчёта и округления,

$\Delta x_{разбр}$ – погрешность разброса.

Примерами прямых измерений являются измерение напряжения на участке цепи вольтметром, измерение силы тока в цепи амперметром, измерение длины проводника линейкой.

Погрешность прибора определяется следующим образом. Все электроизмерительные приборы согласно ГОСТу по степени точности делятся на 8 классов точности: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0. Число, обозначающее класс точности, равно предельному значению погрешности прибора, выраженному в процентах от диапазона величин, измеряемых прибором, согласно формуле:

$$\gamma = \frac{\Delta x_{np}}{x_{\max}} \cdot 100\%, \quad (6)$$

где γ – класс точности прибора, $x_{\max}$ – максимально возможное значение показания прибора (для приборов, имеющих нуль посередине шкалы, $x_{\max}$ – арифметическая сумма конечных значений на шкале по обе стороны от нуля, Δx_{np} – максимальная погрешность прибора. Класс точности прибора указывается на его шкале (если класс точности на приборе не указан, то он считается равным 4,0). Таким образом, определив по шкале прибора $x_{\max}$ и γ , используя формулу (6), находим Δx_{np} .

Погрешность отсчета и округления $\Delta x_{окр}$, является количественной мерой ошибки, возникающей при отсчёте десятых долей деления по шкале прибора. При ширине делений меньших, чем 1-1,5 мм, и при ширине штрихов, больших 0,1 ширины деления, точность отсчета долей деления на глаз минимальна и равна не менее чем на 0,5 деления. В этом случае результат отсчета необходимо округлить до целого деления и принять $\Delta x_{окр}$ равной половине цены деления шкалы прибора. При ширине делений больших, чем 1,5 мм, точность отсчета долей деления на глаз увеличивается. Однако и в этом случае погрешность отсчета следует принимать не меньшей, чем 0,3 цены деления.

Погрешность разброса $\Delta x_{разбр}$ необходимо учитывать в том случае, если при многократном повторении опыта при одних и тех же условиях получаются различные значения измеряемой величины. Если же в пределах точности прибора получается один и тот же результат, необходимо положить $\Delta x_{разбр} = 0$.

Итак, погрешности измерения напряжения, силы тока и длины проводника находятся по формуле (5).

При косвенных измерениях, когда интересующая нас физическая величина Y является функцией прямым образом измеряемых величин $x_1, x_2, \dots, x_n$: $Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, погрешность измерения Y вычисляется по формуле:

$$\Delta Y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \Big|_{x_i = x_{изм}} \Delta x_i \right)^2} ; \quad (7)$$

где $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ – частная производная функции $f(x_1, \dots, x_n)$ по аргументу x_i , вычисленная при значении $x_i = x_{i \text{ изм}}$, а Δx_i – погрешность измерения величины x_i .

Примером косвенных измерений в данной работе является измерение сопротивления проволоки. Если измерение сопротивления происходит по первой схеме включения приборов, то в соответствии с формулой (3) сопротивление является функцией напряжения, силы тока и сопротивления вольтметра:

$$R = f(U, I, R_v) = \frac{U}{I} \cdot \frac{R_v}{R_v - U/I},$$

вычисляя частные производные функции $\partial f / \partial U$, $\partial f / \partial I$, $\partial f / \partial R_v$, в соответствии с (7) получаем:

$$\begin{aligned} \Delta R &= \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial U} \cdot \Delta U\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial I} \cdot \Delta I\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial R_v} \cdot \Delta R_v\right)^2} = \\ &= R \sqrt{\left(1 + \frac{R}{R_v}\right)^2 \left(\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2\right) + \left(1 - \frac{R \cdot I}{U}\right)^2 \left(\frac{\Delta R_v}{R}\right)^2} \end{aligned} \quad (8)$$

где ΔU , ΔI , ΔR_v – соответственно погрешности измерения напряжения, сила тока и сопротивления вольтметра.

При измерении сопротивления проволоки по второй схема включения приборов в соответствии с формулой (4) имеем:

$$R = f(U, I, R_a) = \frac{U - I \cdot A}{I}$$

Поэтому погрешность измерения сопротивления в этом случае равна:

$$\begin{aligned} \Delta R &= \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial U} \cdot \Delta U\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial I} \cdot \Delta I\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial R_a} \cdot \Delta R_a\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(1 + \frac{R_a}{R}\right)^2 \left(\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2\right) + \left(\frac{\Delta R_a}{R}\right)^2} \end{aligned} \quad (9)$$

где ΔR_a – погрешность измерения сопротивления амперметра.

Из формулы {1) следует, что при постоянных значениях L и S сопротивление отрезка проволоки R должно быть прямо пропорционально его длине L . Соответствующий график зависимости R от L должен представлять собой прямую, проходящую через начало координат. Поэтому если отложить результаты измерений сопротивления проволоки R при различных значениях L на координатной плоскости R, L , возникает задача построения наилучшей прямой, проходящей через экспериментальные точки. Для построения наилучшей прямой можно воспользоваться методом наименьших квадратов (МНК). Уравнение произвольной прямой на координатной плоскости R, L имеет вид:

$$R = R(L) = aL + b,$$

где a, b – постоянные. Поэтому задача построения наилучшей кривой сводится к определению наилучших значений постоянных a и b .

Примечание.

Вообще говоря, искомая прямая должна проходить через начало координат в соответствии с формулой (1), т.е. ее уравнение должно иметь вид:

$$R=aL.$$

Однако, наличие сопротивления у подводящих проводов и контактного сопротивления может привести к тому, что даже при $L=0$ измеряемое сопротивление проводника окажется не равным нулю. Учет возможности такого добавочного сопротивления приводит к появлению постоянной b в уравнений прямой.

Согласно МНК наилучшей прямой соответствует минимум суммы

$$S = \sum_{i=1}^n (a \cdot L_i + b - R_i)^2,$$

где n – число экспериментальных точек, R_i – измеренное значение сопротивления отрезка проволоки длиной L_i . Условия минимума суммы

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial b} = 0$$

приводят к следующей системе из двух уравнений для определения неизвестных a и b :

$$\begin{cases} ax + bY = Z_1 \\ aY + bn = Z_2 \end{cases}$$

где

$$x = \sum_{i=1}^n L_i^2, \quad Y = \sum_{i=1}^n L_i \quad (10)$$

$$Z_1 = \sum_{i=1}^n R_i \cdot L_i, \quad Z_2 = \sum_{i=1}^n R_i$$

Решая систему, находим:

$$a = \frac{n \cdot Z_1 - Y \cdot Z_2}{n \cdot x - Y^2}, \quad b = \frac{x \cdot Z_1 - YZ_2}{n \cdot x - Y^2} \quad (11)$$

Поскольку значения сопротивления R_i , используемые в (10), определены с погрешностью ΔR , то и постоянные a и b определяются с некоторой погрешностью. Погрешности в определении постоянных a и b вычисляются по формулам:

$$\Delta a = \frac{n}{n-2} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n (a \cdot L_i + b - R_i)^2}{nx - Y^2} \quad (12)$$

$$\Delta b = \left(\frac{1}{n} + \frac{x}{nx - Y^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^n (aL_i + b - R_i)^2}{n-2}$$

В соответствии с формулой (1) мы предполагая, что экспериментальные точки на графике $R(L)$ должны “ложиться” на прямую, и нашли наилучшие значения параметров a и b определяющих эту прямую. Возникает вопрос – а какова вероятность того, что наилучшей кривой, проходящей через экспериментальные точки, является прямая? Эту вероятность можно найти,

используя, например, критерий согласия Пирсона (критерий Хи-квадрат). Для этого необходимо вычислить величину

$$X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (aL_i + b - R_i)^2}{(\Delta R)^2} \quad (13)$$

где ΔR – погрешность измерения сопротивления.

Найденное значение X^2 необходимо сопоставить с таблицей значений X^2 , приведенной в работе (1). Отметим, что величина N в этой таблице – это число степеней свободы распределения X^2 равное числу измерений n минус увеличенное на единицу число определяемых параметров (в данном случае $N = n - (2 + 1) = n - 3$).

Согласно формуле (1) постоянная a связана с удельным сопротивлением вещества, из которого изготовлена проволока, и площадью поперечного сечения проволоки S соотношением:

$$a = \rho / S$$

Поэтому удельное сопротивление ρ равно:

$$\rho = aS = \frac{1}{4} \pi \cdot d^2 a, \quad (14)$$

где учтено, что поперечное сечение проволоки – круг диаметра d . Очевидно, $\rho = \rho(a, d)$ – косвенно измеряемая величина. Поэтому погрешность измерения ρ определяется по формуле (7), которая с учетом (12) принимает вид:

$$\Delta \rho = \frac{1}{4} \pi \cdot d \sqrt{(d \cdot \Delta a)^2 + (2a \cdot \Delta d)^2}, \quad (15)$$

где Δd – погрешность измерения диаметра проволоки.

Примечание

Более подробно теория погрешности и методы обработки результатов эксперимента изложены в [1, 2]. Понятие электрического сопротивления проводника и методы его измерения рассматриваются в [3, 4].

Контрольные вопросы

- 1) Какие способы включения вольтметра и амперметра при измерении сопротивления проводника Вы знаете?
- 2) Как оценить погрешность измерения напряжения и силы тока?
- 3) Как оценить погрешность измерения сопротивления проводника?
- 4) Что такое метод наименьших квадратов и где он применяется в работе?
- 5) Используя критерий Пирсона, определить вероятность совпадения экспериментальных результатов для зависимости $R(L)$ с теорией.
- 6) Измерение R можно проводить при различных токах. Как в этом случае усреднять результаты? Какие значения силы тока лучше выбрать для проведения измерений: большие или малые?
- 7) Рассчитать сопротивление отрезка проводника, имеющего форму усеченного конуса. Параметры конуса выбрать самостоятельно.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА ЭЗ

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОБОДНЫХ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ В КОЛЕБАТЕЛЬНОМ КОНТУРЕ

Колебательным процессом, или просто колебанием, называется любой процесс или изменение состояния, обладающее той или иной степенью повторяемости физических величин во времени. По своей физической природе колебания весьма разнообразны. К ним относятся механические колебания (качание маятника, колебания струны, стержней и т.д.), электромагнитные колебания и др.

Большой интерес вызывают гармонические колебания, так как любое повторяющееся движение можно рассматривать как результат наложения нескольких простых гармонических колебаний. Гармонические колебания являются простейшим типом периодических колебаний и математически описываются функцией синуса либо косинуса. В этом случае смещение x колеблющейся точки относительно положения равновесия происходит по следующему закону:

$$x(t) = A_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

или

$$x(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi_0'),$$

где $x(t)$ – отклонение точки от положения равновесия; A_0 – *амплитуда* колебаний, наибольшее значение отклонения колеблющейся точки от положения равновесия; $(\omega t + \varphi_0)$ – фаза колебаний; ω – *круговая* (или *циклическая*) частота колебаний; φ_0 – *начальная фаза* колебаний.

Как известно, функции косинуса и синуса являются периодическими. При изменении аргумента косинуса либо синуса (т. е. фазы) на 2π эти функции возвращаются к прежнему значению. Найдем промежуток времени T , в течение которого фаза гармонической функции изменяется на 2π .

$$\omega(t + T) + \varphi_0 = \omega t + \varphi_0 + 2\pi$$

Получаем:

$$\begin{aligned}\omega T &= 2\pi \\ T &= 2\pi / \omega\end{aligned}$$

Таким образом, *периодом* T колебаний называется наименьший промежуток времени, по истечении которого повторяются значения физических величин, характеризующих колебательный процесс. За время, равное периоду колебаний, совершается одно полное колебание физической величины.

Частотой ν периодических колебаний называется число полных колебаний, совершаемых за единицу времени. Частота колебаний связана с периодом колебаний следующим соотношением:

$$\nu = 1/T$$

В зависимости от характера воздействия, оказываемого на колеблющуюся систему, колебания бывают свободными и вынужденными.

Свободные колебания совершаются под действием внутренних сил системы после того, как система была выведена из положения равновесия и затем представлена самой себе. Чтобы свободные колебания были гармоническими, необходимо, чтобы колебательная система была линейной (описывалась линейными уравнениями движения), и в ней отсутствовала диссипация энергии. Диссипация энергии – переход части энергии упорядоченных процессов (кинетической энергии движущегося тела, энергии электрического тока и т.д.) в теплоту или излучение. При ненулевой диссипации, в системе после возбуждения происходят свободные затухающие колебания. Все реальные колебательные системы являются диссипативными.

Вынужденные колебания совершаются под воздействием внешней периодической силы. Чтобы вынужденные колебания были гармоническими, достаточно, чтобы колебательная система была линейной (описывалась линейными уравнениями движения), а внешняя сила (воздействие) менялась со временем как гармоническое колебание (то есть, чтобы зависимость от времени этой силы тоже, в свою очередь, была синусоидальной).

Рассмотрим свободные затухающие колебания в колебательном контуре и дадим их математическое описание.

Колебательным контуром (рис. 1) называется электрическая замкнутая цепь, состоящая из последовательно соединенных катушки индуктивности L , конденсатора емкости C и резистора с электрическим сопротивлением R (омическое сопротивление катушки индуктивности, соединительных проводов и т.д.).

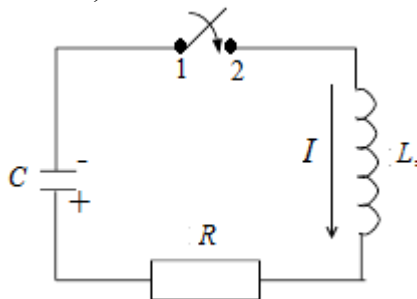


Рис. 1 – Колебательный контур

При замыкании на катушку предварительно заряженного конденсатора, он будет разряжаться и перезаряжаться. Следовательно, в контуре возникнут свободные колебания заряда на конденсаторе и тока в контуре. Если колебательный контур идеальный (отсутствует электрическое сопротивление R) свободные колебания будут незатухающими. Реальный колебательный контур (рис. 1) всегда обладает активным сопротивлением R . В результате потерь энергии в сопротивлении на нагревание, колебания будут затухать, то есть амплитуда колебаний будет со временем уменьшаться (рис. 2).

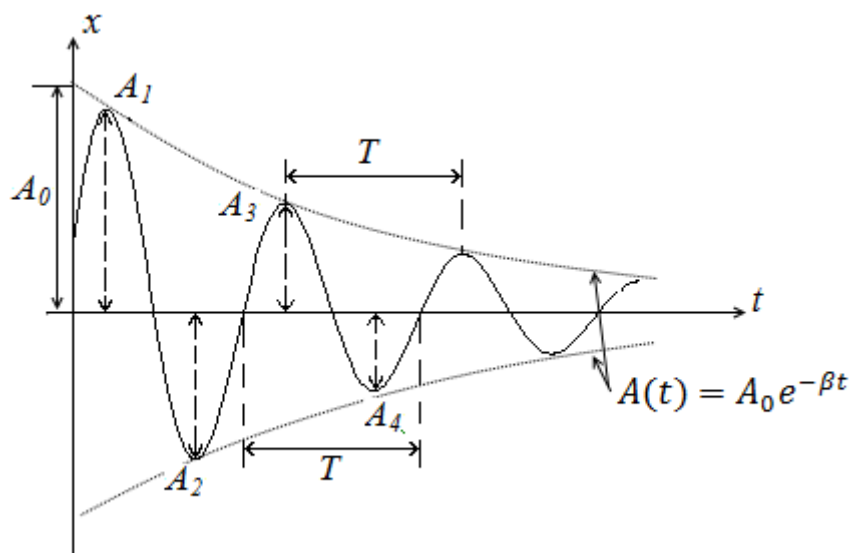


Рис. 2 – Зависимость амплитуды затухающих колебаний от времени t

Для возникновения в колебательном контуре электрического тока I между точками 1 и 2 контура внешняя электродвижущая сила должна создавать разность потенциалов U_0 , которая может изменяться с течением времени. При этом возникающая сила тока также будет зависеть от времени.

Будем считать, что изменения тока происходят достаточно медленно, так что в любой момент времени силы тока во всех участках контура практически одинаковы. Выберем положительное направление обхода контура по часовой стрелке. Тогда сила тока в цепи будет равна:

$$I = \frac{dq}{dt}, \quad (1)$$

где q – заряд той из обкладок конденсатора, направление движения от которой к другой обкладке совпадает с положительным направлением обхода контура.

Учитывая связь между зарядом q и напряжением на конденсаторе U_c ($q = CU_c$), получаем для силы тока выражение:

$$I = C \frac{dU_c}{dt} \quad (2)$$

При изменении силы тока в катушке индуктивности колебательного контура возникает ЭДС самоиндукции: $\varepsilon = -L \frac{dI}{dt}$. Применяя к колебательному контуру закон Ома для участка цепи, получаем уравнение:

$$IR + U_c = U_0 - L \frac{dI}{dt} \quad (3)$$

С учетом (1) уравнение (2) принимает вид:

$$LC \frac{d^2 U_c}{dt^2} + RC \frac{dU_c}{dt} + U_c = U_0 \quad (4)$$

При $U_0 = \text{const}$, то уравнение (3) можно переписать в виде:

$$\frac{d^2 (U_c - U_0)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{d(U_c - U_0)}{dt} + \frac{1}{LC} (U_c - U_0) = 0$$

После математических преобразований получаем дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний в контуре:

$$\frac{d^2 U_1}{dt^2} + 2\beta \frac{dU_1}{dt} + \omega_0^2 U_1 = 0. \quad (5)$$

Где $\beta = R/2L$ – коэффициент затухания колебаний; $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ – собственная частота колебаний колебательного контура (при электрическом сопротивлении контура $R \rightarrow 0$).

При условии $\beta < \omega_0$ решением уравнения (5) является функция вида:

$$U_1 = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha)$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – циклическая частота свободных затухающих колебаний; A_0 и α – некоторые постоянные, которые определяются из начальных условий. Таким образом, напряжение на обкладках конденсатора с течением времени будет изменяться по следующему закону

$$U_c = U_0 + A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) \quad (6)$$

т.е. напряжение на конденсаторе совершает колебания по закону косинуса около значения U_0 ,

$$U_c = U_0 + A \cos(\omega t + \alpha)$$

причем амплитуда этих колебаний уменьшается по экспоненциальному закону:

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t} \quad (7),$$

где $e = 2,71828$ – натуральное число.

Затухающие колебания в общем случае не являются периодическими колебаниями. Они характеризуются так называемым условным периодом затухающих колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \quad (8)$$

С ростом коэффициента затухания β период затухающих колебаний увеличивается и при $\beta = \omega_0$ обращается в бесконечность. Это происходит потому, что силы сопротивления (трения) тормозят движение, в результате система возвращается к положению равновесия медленнее. Такие колебания называют аperiodическими.

Сопротивление контура, при котором колебательный процесс переходит в аperiodический, называется критическим $R_{кр}$. Значение этого сопротивления определяется условием:

$$\frac{R_{кр}}{2L} = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Из соотношения (7) следует, что по истечении времени $\tau = 1/\beta$ амплитуда затухающих колебаний убывает в e раз. Данное время называется временем релаксации колебательной системы.

Для характеристики колебательной системы обычно используют коэффициент затухания β , логарифмический декремент затухания Θ и добротность колебательной системы Q .

Отношение амплитуд затухающих колебаний, следующих друг за другом через условный период T , равно:

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T} \quad (9)$$

Натуральный логарифм этого отношения

$$\Theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{1}{N} \quad (10)$$

характеризует быстроту затухания колебаний и называется логарифмическим декрементом затухания. Сравнение (9) и (10) показывает, что логарифмический декремент затухания Θ есть величина, обратная числу колебаний N , по истечении которых амплитуда убывает в e раз. При этом логарифмический декремент затухания Θ определяется только параметрами колебательного контура:

$$\Theta = \beta T = R/2L T = R/2L \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad (11)$$

Добротность Q колебательной системы связана с логарифмическим декрементом затухания соотношением:

$$Q = \frac{\pi}{\Theta} \quad (12)$$

При слабом затухании ($\beta \ll \omega_0$), обычно реализуемом в колебательных контурах, применяемых в радиотехнических системах, добротность колебательного контура с точностью до множителя 2π равна отношению энергии W , запасенной в колебательном контуре, к убыли ΔW этой энергии за один период колебания

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W}. \quad (13)$$

Экспериментальная установка

Экспериментальная установка состоит из колебательного контура, генератора, магазина сопротивлений и осциллографа. Общий вид установки приведен на рисунке 3.

Генератор вырабатывает прямоугольные импульсы, которые подаются с гнезда “ $\ominus \Pi \Pi$ ” на колебательный контур. При подаче одного импульса в колебательном контуре возникают свободные затухающие колебания.

По окончании колебательного процесса на контур подается следующий импульс и процесс повторяется. При этом на экране осциллографа изображается график зависимости напряжения на конденсаторе от времени (рис. 2).

Общий вид установки показан на рисунке 3. Схема установки и подключения приборов изображена на рисунке 4. Колебательный контур состоит из катушки индуктивности L , ёмкости C_1 и активного сопротивления R_k . С помощью магазина сопротивлений $R_{доб.}$, подключенного последовательно с катушкой индуктивности L , можно изменять активное сопротивление контура. Изменение емкости колебательного контура осуществляется с помощью кнопочных переключателей K_1, K_2, K_3 , которые позволяют подключать параллельно к конденсатору C_1 соответственно конденсаторы C_2, C_3, C_4 в различной комбинации.

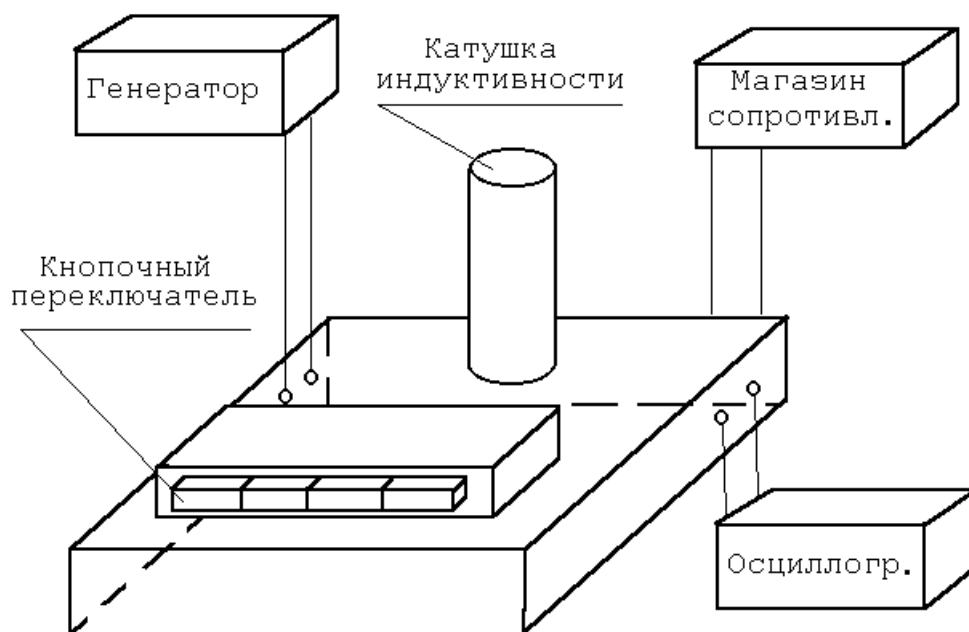


Рис. 3 – Общий вид установки для наблюдения затухающих колебаний

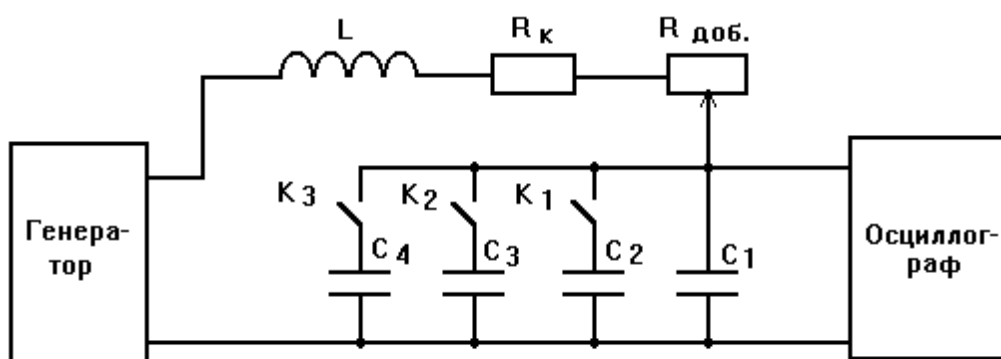


Рис. 2.

Рис. 4 – Схема установки и подключения приборов

Порядок выполнения работы

Задание 1. Проверка зависимости периода колебаний от емкости и определение индуктивности катушки

1. Соберите экспериментальную установку и включите генератор и осциллограф.
2. Множитель частоты генератора поставьте в положение " 10^2 " и установите частоту " 10 Hz ". Уровень сигнала поставьте в положение " 0 dB ".
3. Установите переключатели магазина сопротивлений в нулевое положение.
4. Установите значение емкости C_1 и получите на экране устойчивую картину затухающих колебаний (рисунок 2).

5. Определите логарифмический декремент затухания по формуле:

$$\Theta = \frac{1}{2} \left(\ln \frac{A_1}{A_3} + \ln \frac{A_2}{A_4} \right).$$

Погрешность измерения Θ определяется стандартным образом как погрешность косвенно измеряемой физической величины и обусловлена главным образом ошибкой отсчета:

$$\Delta \Theta = \frac{\Delta A}{A_3},$$

где $\Delta A = 0,5$ (при условии, что A_3 измеряется в малых делениях вертикальной шкалы). Для уменьшения погрешностей измерения проводите при таком положении ручки "V/дел II", при котором $A_4 > 5$ малых делений.

6. Проверьте, выполнено ли условие $\Theta < 2$. Если условие выполнено, измерьте период T колебаний. Данные занесите в таблицу.

На панели осциллографа должны быть нажаты кнопки "μS", "Сеть, внешн. II", "II". При этом сигнал с конденсатора колебательного контура подается на вход "II" осциллографа. Ручку управления "Время/дел" установить в пределах от 5 до 20. С помощью ручек "Уровень" и "V/дел II" добиться устойчивой картины затухающих колебаний.

7. Кнопочным переключателем включите емкость $C_1 + C_2$ и повторите измерения пп.5,6.

8. Повторите измерения логарифмического декремента затухания и период колебаний для всех возможных емкостей. В результате получится набор пар соответствующих значений (C_i, T_i) , где i – номер опыта. Данные занесите в таблицу.

№ пп	$x=C$, пФ	A_1	A_2	A_3	A_4	Θ	T , мкс	$y=T^2$, мкс ²	x^2	$x y$
1										
2										
...										
N										
	$\sum x_i$							$\sum y_i$	$\sum x_i^2$	$\sum (x_i y_i)$

9. Теория предсказывает линейную зависимость между переменными $y=T^2$ и $x=C$:

$$y = ax + b$$

где $a=4\pi^2 L$, $b=4\pi^2 L C_0$ – постоянные.

10. Используя метод наименьших квадратов (МНК) найдите значения постоянных a и b по формулам:

$$a = \frac{\langle xy \rangle - \langle x \rangle \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle \langle x \rangle}, \quad b = \langle y \rangle - a \langle x \rangle \quad (14)$$

Где

$$\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum x_i, \quad \langle y \rangle = \frac{1}{N} \sum y_i, \quad \langle x^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum x_i^2, \quad \langle xy \rangle = \frac{1}{N} \sum (x_i y_i),$$

где N – число измерений.

11. Найдите погрешности Δa и Δb .

Для доверительной вероятности $P=95\%$ погрешности Δa и Δb определяется формулами:

$$\Delta a = \left(\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - ax_i - b)^2}{N(N-2)(\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle \langle x \rangle)} \right)^{1/2}$$

$$\Delta b = \left(\frac{\langle x^2 \rangle}{N(N-2)(\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle \langle x \rangle)} \sum_{i=1}^N (y_i - ax_i - b)^2 \right)^{1/2} \quad (15)$$

12. На координатной плоскости (x, y) отметьте все экспериментальные точки и проведите по найденным значениям a и b наилучшую прямую.

13. По найденной на основе МНК величине a найдите индуктивность контура L по формуле:

$$L = \frac{a}{4\pi^2},$$

а также оцените погрешность ее определения:

$$\Delta L = \frac{\Delta a}{4\pi^2}.$$

14. Найдите дополнительную емкость C_0 (выходная емкость генератора, входная емкость осциллографа и т.д.) и погрешность ее определения ΔC_0 по формулам:

$$C_0 = \frac{b}{a},$$

$$\Delta C_0 = \sqrt{\left(\frac{\Delta b}{a}\right)^2 + \left(\frac{b}{a^2} \Delta a\right)^2}.$$

Задание 2. Проверка зависимости логарифмического декремента затухания от сопротивления контура

1. Установите все переключатели магазина сопротивлений в нулевое положение.

2. Установите значение емкости из набора имеющихся и получите на экране осциллографа устойчивую картину затухающих колебаний.

3. Затем измерьте период колебаний.

4. Измерьте логарифмический декремент и проверьте выполнение условия $\Theta < 2$.

5. Установите на магазине сопротивления 300 Ом, 600 Ом, 900 Ом и повторите измерение периода и логарифмического декремента, опять проверив условие $\Theta < 2$. Величину сопротивления изменяйте до значений, при которых перестает выполняться условие $\Theta < 2$. При этом необходимо отметить, что для обеспечения выполнения условия $\Theta < 2$, возможно, на магазине сопротивлений придется устанавливать сопротивление 100 Ом, 200 Ом и т.д.

6. Данные занесите в таблицу:

№ пп	C, пФ	$x=R_{доб}$, Ом	T, мкс	$y=\Theta$	x^2	$x \cdot y$
1						
2						
...						
N						
		$\sum x_i$		$\sum y_i$	$\sum x_i^2$	$\sum (x_i y_i)$

7. Убедитесь в независимости периода колебаний от добавочного сопротивления, сделайте вывод.

8. Теория предсказывает линейную зависимость между величиной сопротивления при постоянном токе ($x=R_{доб}$) и логарифмическим декрементом затухания $y=\Theta$:

$$y = ax + b$$

9. Используя метод наименьших квадратов (смотрите задание 1, п.п. 10, 11) по формулам (14) аналогично вычислите a и b , а также их погрешность Δa и Δb по формулам (15).

10. На координатной плоскости (x, y) отметьте экспериментальные точки (x_i, y_i) и оцените визуально, хорошо ли расположение экспериментальных точек соответствует представлению о линейной зависимости, предсказываемой теорией.

11. Найдите сопротивление катушки R_k контура.

$$R_k = \frac{bT}{2\pi^2 C}$$

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие колебания называются свободными? В каком случае свободные электромагнитные колебания в колебательном контуре будут незатухающими?

2. Почему затухающие колебания нельзя рассматривать как периодические колебания?

3. Пояснить физический смысл следующих величин: условный период, коэффициент затухания, логарифмический декремент затухания.

4. Вывести уравнение затухающих колебаний в контуре и объяснить причину их затухания.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА Э4

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ПОСТОЯННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

Цель работы:

- проверка законов последовательного и параллельного соединения сопротивлений;
- измерение ЭДС и внутреннего сопротивления источника тока;
- проверка закона Ома для участка цепи с источником тока;
- изучение правил Кирхгофа;
- знакомство с методом эквивалентных преобразований электрических цепей;
- изучение нелинейных элементов.

Приборы и принадлежности: набор резисторов, реостаты, гальванический элемент, источник постоянного тока, два вольтметра универсальных цифровых В7-35, соединительные провода.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

1. На панели (см. рис. 1) имеется ряд клемм, к которым подсоединены различные элементы: резисторы R_1 - R_8 , реостаты R_9 - R_{11} , лампочки накаливания R_{12} - R_{13} , гальванический элемент $\mathcal{E}, r$. С помощью соединительных проводов из этих элементов можно собирать различные электрические цепи.

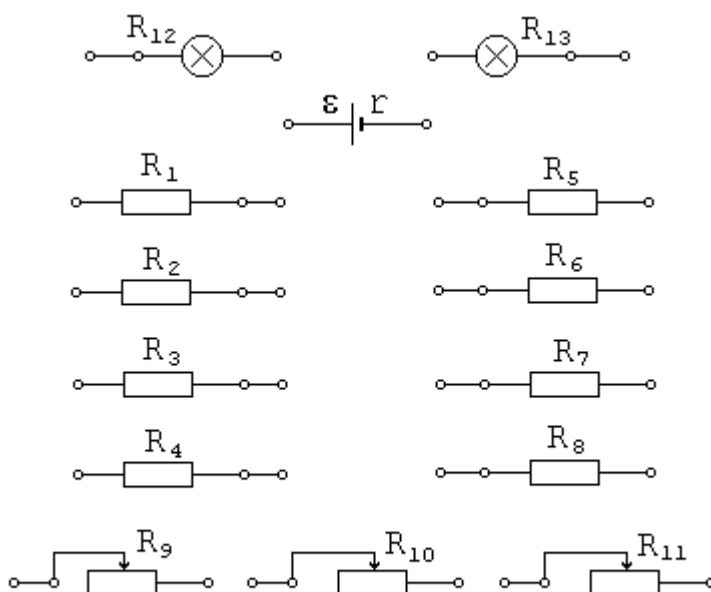


Рис. 1.

2. Помимо гальванического элемента имеется стабилизированный источник постоянного тока (ИПТ), который обычно может работать в двух

режимах: стабилизации напряжения и стабилизации тока. В режиме стабилизации напряжения на контактах “+” и “-” ИПТ поддерживается постоянная разность потенциалов, величина которой устанавливается с помощью ручки “U” на передней панели прибора и отображается на индикаторном табло. В режиме стабилизации тока постоянной поддерживается сила тока в ИПТ. Выбор режима работы осуществляется с помощью переключателя “V-A”

3. Для измерения разности потенциалов, силы тока и сопротивления в работе используется вольтметр универсальный цифровой В7-35. На передней панели вольтметра расположены цифровые индикаторы и два переключателя рода работы. При измерениях в цепях постоянного тока переключатель, расположенный слева от индикаторного табло, должен находиться в положении “-”. Переключатель рода работы, расположенный справа от табло, имеет три положения:

“mV-V” - измерение разности потенциалов;

“ μ A-mA” - измерение силы тока;

“k Ω -M Ω ” - измерение сопротивления.

Вольтметр автоматически выбирает предел измерения и отображает на табло знак, абсолютное значение и размерность измеряемой величины. При этом относительная погрешность измерения напряжения, силы тока и сопротивления для вольтметра В7-35 не превышает 1%, т.е. $\Delta U = 0,01U$, $\Delta I = 0,01I$, $\Delta R = 0,01R$.

Входные контакты, расположенные на правой боковой панели вольтметра, обозначены “ВХОД” и “*”. При этом положительные показания прибора означают, что ток через вольтметр направлен от контакта “ВХОД” к контакту “*”. Например, для схемы, изображенной на рис. 2б, положительным показаниям прибора, используемого в качестве амперметра, соответствует подключение контакта “*” к точке 1. Соответственно, для вольтметра (см. рис. 2в) положительным показаниям соответствует подключение контакта “*” к точке 2.

Примечание.

Характерной особенностью всех цифровых измерительных приборов (ЦИП) является их достаточно малое сопротивление (~ 1 Ом) в режиме измерения силы тока и большое сопротивление (~ 10 МОм) при измерении разности потенциалов. Поэтому изменениями силы тока в цепи, вызываемыми подключением ЦИП при измерениях, обычно можно пренебречь. В качестве примера рассмотрим участок цепи, изображенный на рис. 2а. В соответствии с законом Ома

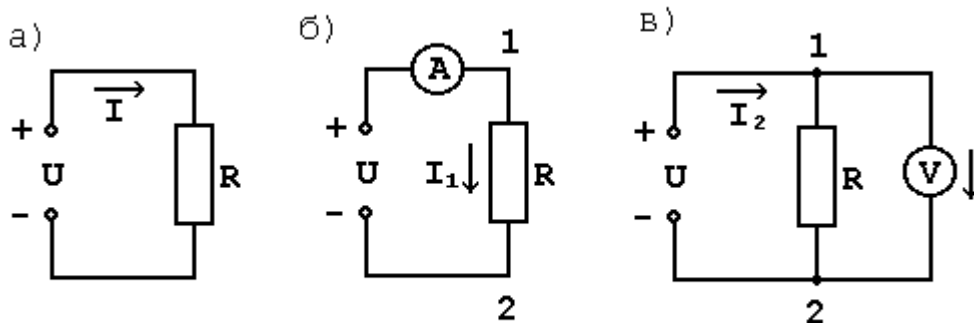


Рис. 2.

для участка цепи сила тока I равна: $I = \frac{U}{R}$, где U - напряжение на участке цепи, R - сопротивление цепи. При подключении ЦИП в качестве амперметра (см. рис. 2б) сила тока в цепи изменяется: $I_1 = \frac{U}{R + R_A} = \frac{I}{1 + \frac{R_A}{R}}$, где R_A -

сопротивление амперметра. При этом для сопротивлений $R > 100 \text{ Ом}$ относительное значение изменения силы тока в цепи

$$\frac{I - I_1}{I} = \frac{R_A}{R + R_A} < 0,01, \text{ т.е. не превышает относительной погрешности}$$

измерения силы тока для вольтметра В7-35.

При подключении ЦИП в качестве вольтметра (см. рис. 2в) сила тока в цепи становится равной $I_2 = \frac{U(R + R_V)}{R \cdot R_V} = \frac{U}{R} \left(1 + \frac{R}{R_V}\right)$. Тогда относительное

значение изменения силы тока равно $\frac{I_2 - I}{I} = \frac{R}{R_V}$ и для сопротивлений $R < 100$

$k\text{Ом}$ не превышает $0,01$. Таким образом, в пределах точности измерений вольтметра В7-35 можно считать, что при подключении ЦИП в качестве амперметра или вольтметра сила тока в цепи не изменяется.

ЗАДАНИЕ 1. Проверка законов параллельного и последовательного соединения сопротивлений.

1. Установите переключатели рода работы на передней панели вольтметра В7-35 в положения “-” и “ $k\Omega$ - $M\Omega$ ” и подсоедините вольтметр к сети “220 В”.

2. Определите с помощью вольтметра В7-35 сопротивления резисторов $R_1 - R_8$.

3. Из числа резисторов $R_1 - R_8$ выберите два или три и соедините их параллельно с помощью соединительных проводов. Используя прибор В7-35, определите величину полученного сопротивления $R_{\text{ПАР}}$ и оцените погрешность его определения.

Сравните результат с данными теории:

$$\frac{1}{R_{П.АР}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

4. Соедините несколько резисторов из набора $R_1 - R_8$ последовательно и с помощью прибора В7-35 измерьте величину полученного сопротивления $R_{Посл.}$

Сравните результат с данными теории:

$$R_{П.О.Сл} = R_1 + R_2 + \dots$$

ЗАДАНИЕ 2. Измерение ЭДС и внутреннего сопротивления источника тока.

1. Установите переключатели рода работы прибора В7-35 в положения “-” и “ $\mu A - mA$ ”.

2. С помощью соединительных проводов соберите электрическую цепь, изображенную на рис. 3, используя гальванический элемент, ЦИП В7-35 и резистор R_1 . Измерьте силу тока в цепи, соответствующую сопротивлению R_1 .

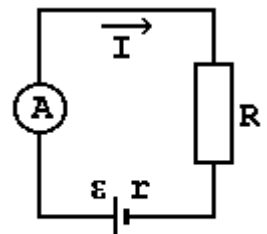


Рис. 3.

3. Подключите в качестве R другой резистор и опять измерьте силу тока в цепи. Повторите измерения силы тока для всех резисторов из набора $R_1 - R_8$. В результате получится множество значений силы тока I_i , соответствующих сопротивлениям R_i , где i - номер опыта.

4. В соответствии с законом Ома для замкнутой цепи сила тока I и сопротивление R должны быть связаны между собой соотношением:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + R_0}, \quad (1)$$

где $R_0 = R_A + r$, R_A - сопротивление амперметра, r - внутреннее сопротивление гальванического элемента.

Вводя обозначения $y = \frac{1}{I}$ и $x = R$, перепишем (1) в виде:

$$y = a \cdot x + b, \quad (2)$$

где $a = \frac{1}{\varepsilon}$, $b = \frac{R_0}{\varepsilon}$ - постоянные.

Для каждой пары значений (R_i, I_i) рассчитайте величину $y = \frac{1}{I}$ и отметьте на координатной плоскости (x, y) все экспериментальные точки. Оцените визуально, хорошо ли расположение экспериментальных точек соответствует линейной зависимости (2).

5. Применяя метод наименьших квадратов (МНК) к зависимости (2), получим значения параметров a и b для наилучшей прямой, соответствующей экспериментальным точкам:

$$a = \frac{\langle x \cdot y \rangle - \langle x \rangle \cdot \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle \cdot \langle x \rangle}, \quad b = \langle y \rangle - a \langle x \rangle \quad (3)$$

$$\text{где } \langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \langle y \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, \langle x^2 \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2, \langle x \cdot y \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i,$$

а n - общее число измерений. Для доверительной вероятности $P = 95\%$ погрешности Δa и Δb определяется формулами:

$$\Delta a = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2}{n(n-2)(\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2)} \right]^{1/2},$$

$$\Delta b = \left[\frac{\langle x^2 \rangle}{n(n-2)(\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2)} \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2 \right]^{1/2}. \quad (4)$$

Вычислите по формулам (3), (4) параметры a и b , а также погрешности их определения Δa и Δb , и постройте на координатной плоскости (x, y) наилучшую прямую (2).

Используя найденные значения a и b , вычислите ε и R_0 , а также погрешности их определения по формулам:

$$\Delta \varepsilon = \frac{\Delta a}{a^2}, \quad \Delta R_0 = \sqrt{\left(\frac{\Delta b}{a}\right)^2 + \left(\frac{b \cdot \Delta a}{a^2}\right)^2}.$$

6. Найденное значение R_0 является суммой внутреннего сопротивления гальванического элемента r и сопротивления амперметра R_A . Так как r и R_A могут быть сопоставимы по величине, сопротивлением амперметра пренебречь нельзя. Для определения R_A соберите электрическую цепь (см. рис. 3) и с помощью вольтметра измерьте разность потенциалов U_A между контактами амперметра. Тогда $R_A = \frac{U_A}{I}$, где I - сила тока в цепи.

Используя значения R_0 и R_A , найдите внутреннее сопротивление гальванического элемента r .

ЗАДАНИЕ 3. Проверка закона Ома для участка цепи.

1. Соберите электрическую цепь, изображенную на рис. 4, используя произвольное сопротивление из набора R_1-R_8 , гальванический элемент и вольтметр В7-35, переключатели рода работы которого установлены в положения “-” и “ $\mu A-mA$ ”. При этом контакт “ВХОД” вольтметра соедините с клеммой 1. В этом случае положительные показания прибора будут соответствовать направлению тока от точки 1 к точке 2.

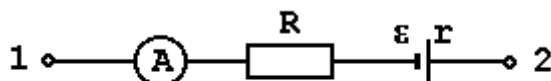


Рис. 4.

2. Соедините клеммы 1 и 2 с контактами “+” и “-” ИПТ соответственно. Установите разность потенциалов между клеммами 1 и 2 $\varphi_1 - \varphi_2 = 0,5 \text{ В}$ и измерьте силу тока в цепи.

3. Увеличьте разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ на 0.5 В и опять измерьте силу тока в цепи. Повторите измерения не менее 8 раз при значениях разности потенциалов 1.5 В, 2.0 В и т. д..

В результате получится набор пар соответствующих значений $((\varphi_1 - \varphi_2)_i, I_i)$, где i - номер опыта.

4. В соответствии с законом Ома для участка цепи значения $\varphi_1 - \varphi_2$ и I должны быть связаны между собой соотношением:

$$I \cdot (R + R_A + r) = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon. \quad (5)$$

Для проверки (5) на координатную плоскость, по оси абсцисс которой откладываются значения $x = \varphi_1 - \varphi_2$, а по оси ординат - значения $y = I$ силы тока в цепи, нанесите экспериментальные точки и убедитесь визуально, что они ложатся на прямую.

5. Уравнение соответствующей прямой имеет вид:

$$y = a \cdot x + b, \quad (6)$$

где $a = \frac{1}{R + R_A + r}$, $b = \frac{\varepsilon}{R + R_A + r}$.

Значения параметров a и b прямой, соответствующей экспериментальным точкам наилучшим, с точки зрения МНК, образом, определяются соотношениями (3). Вычислив по формулам (3) значения параметров a и b , найдите ЭДС гальванического элемента ε и сопротивление цепи $(R + R_A + r)$.

6. Измерьте сопротивление R с помощью вольтметра В7-35 и проверьте согласованность результатов измерения R и $(R + R_A + r)$.

7. Поскольку сила тока в цепи I измеряется с некоторой погрешностью, экспериментальные точки могут ложиться на прямую (6) не вполне точно. Степень достоверности соответствия экспериментальных значений (x_i, y_i) линейной зависимости (6) можно оценить, используя, например, критерий согласия Пирсона (хи-квадрат). Для этого необходимо вычислить величину:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{a x_i + b - y_i}{\Delta y_i} \right)^2, \quad (7)$$

где погрешность измерения силы тока в цепи в i -ом опыте. Для вольтметра В7-35 относительная погрешность измерения силы тока составляет 0,01, т.е.

Найденное значение необходимо сопоставить с таблицей, которая имеется на рабочем месте, и определить доверительную вероятность справедливости линейной зависимости (6).

ЗАДАНИЕ 4. Изучение правил Кирхгофа.

1. Используя резисторы и гальванический элемент, параметры которого известны, соберите какую-либо разветвленную электрическую цепь, например, изображенную на рис. 5. Затем соедините клеммы 1 и 2 с

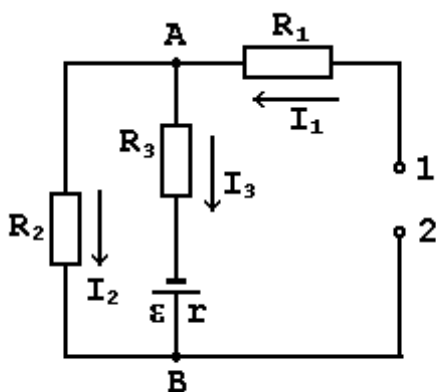


Рис. 5.

контактами “+” и “-” ИПТ и установите разность потенциалов ($\varphi_1 - \varphi_2$) в пределах $2 \div 4$ В.

Определите, сколько узлов и элементарных контуров содержится в полученной разветвленной цепи.

2. На рис. 5 токи в различных участках цепи обозначены через I_1, I_2, I_3 . Направления токов указаны произвольным образом. Подключая амперметр (ЦИП) в различные участки цепи с помощью

соединительных проводов, определите значения I_1, I_2, I_3 и укажите на рисунке их действительные направления.

3. С помощью правил Кирхгофа легко записать систему уравнений для расчета токов во всех участках цепи, изображенной на рис. 5. При этом ИПТ можно рассматривать как обычный аккумулятор, ЭДС которого равна разности потенциалов между его контактами ($\varphi_1 - \varphi_2$), а внутреннее сопротивление равно нулю (это непосредственно следует из закона Ома для участка цепи (5)).

Соответствующая система уравнений имеет вид:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ I_2 R_2 - I_3 (R_3 + r) = -\varepsilon \\ I_1 R_1 + I_3 (R_3 + r) = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon \end{cases} \quad (8)$$

Подставив в (8) известные значения $R_1, R_2, R_3, r, \varepsilon$ и ($\varphi_1 - \varphi_2$), вычислите токи I_1, I_2, I_3 .

Сравните найденные значения I_1, I_2, I_3 с результатами измерений и сделайте выводы.

4. С помощью закона Ома для участка цепи (5) вычислите разность потенциалов между точками A и B: $\varphi_A - \varphi_B$ (см. рис. 5).

Затем измерьте $\varphi_A - \varphi_B$ с помощью вольтметра и сравните полученное значение с результатом расчета.

ЗАДАНИЕ 5. Изучение метода эквивалентных преобразований электрических цепей.

1. Из теории следует (см. Приложение), что участок цепи, содержащий три резистора, соединенные в виде трехлучевой звезды, можно заменить эквивалентным участком цепи, в котором три резистора соединены треугольником, и наоборот (см. рис. 6). При этом используемые сопротивления связаны между собой соотношениями:

$$Z_1 = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}, \quad Z_2 = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}, \quad Z_3 = R_1 + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2}. \quad (9)$$

Обратные соотношения имеют вид:

$$R_1 = \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}, \quad R_2 = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3}, \quad R_3 = \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}. \quad (10)$$

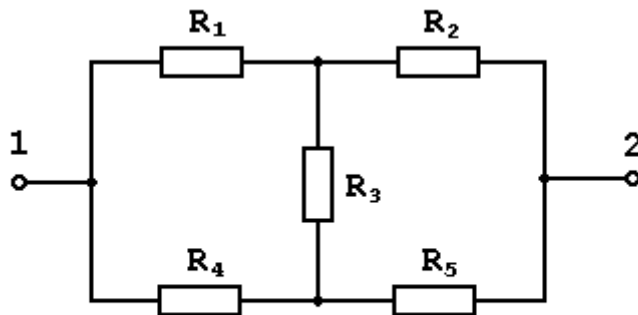


Рис. 7.

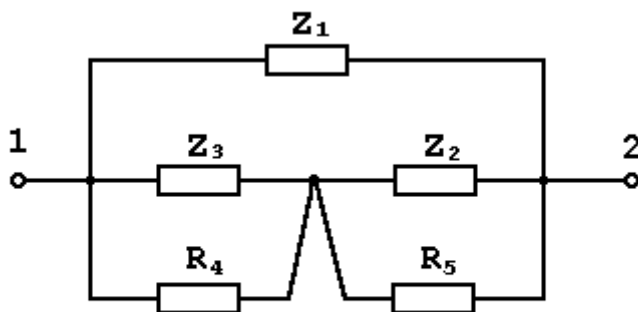


Рис. 8.

Z_1, Z_2, Z_3 .

Резисторы с сопротивлениями величиной Z_1, Z_2, Z_3 в наборе R_1-R_8 скорее всего отсутствуют.

Однако их можно получить, используя реостаты R_9-R_{11} . Для этого необходимо соединить реостат R_9 с вольтметром В7-35, переключатели рода работы которого установлены в положения “-” и “ $k\Omega-M\Omega$ ”, и установить ручку реостата в такое положение, при котором показания вольтметра равняются Z_1 . Аналогично получите сопротивления Z_2 и Z_3 с помощью реостатов R_{10} и R_{11} .

Используя реостаты R_9, R_{10}, R_{11} , сопротивления которых равняются соответственно Z_1, Z_2, Z_3 , соберите электрическую цепь, изображенную на рис. 8, и с помощью прибора В7-35 измерьте сопротивление этой цепи.

Сравните полученную величину с сопротивлением исходной цепи.

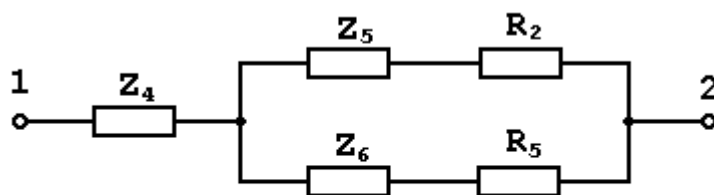


Рис. 9.

2. Для проверки соотношений (9),(10) соберите электрическую цепь, изображенную на рис. 7, используя резисторы из набора R_1-R_8 .

С помощью вольтметра В7-35 измерьте сопротивление этой цепи.

3. Если резисторы R_1, R_2, R_3 , соединенные в виде трехлучевой звезды, заменить эквивалентным треугольником, получим цепь, изображенную на рис. 8.

Таким образом, эквивалентная цепь состоит из набора последовательно и параллельно соединенных резисторов. По формулам (9) рассчитайте сопротивления

4. Если резисторы R_1, R_3, R_4 , соединенные треугольником, заменить эквивалентной трехлучевой звездой, получим цепь, изображенную на рис. 9. При этом сопротивления Z_4, Z_5, Z_6 определяются из соотношений (10):

$$Z_4 = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_3 + R_4}, \quad Z_5 = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3 + R_4}, \quad Z_6 = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_1 + R_3 + R_4}.$$

Рассчитайте сопротивления Z_4, Z_5, Z_6 . Затем установите ручки реостатов R_9, R_{10}, R_{11} в положения, соответствующие сопротивлениям Z_4, Z_5, Z_6 , и соберите электрическую цепь, изображенную на рис. 9. Измерьте сопротивление этой цепи и сравните результат с величинами, полученными в п. 2 и 3.

Задание 6. Изучение нелинейных элементов.

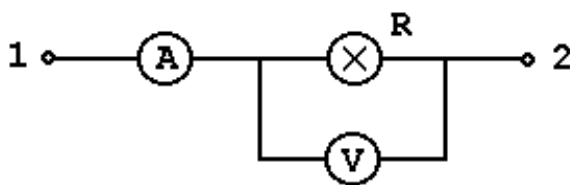


Рис. 10.

1. Соберите электрическую цепь, изображенную на рис. 10, используя одну из лампочек R_{12}, R_{13} и два ЦИП. Клеммы 1 и 2 соедините с контактами “+” и “-” ИПТ.

2. Изменяя с помощью ИПТ напряжение U на лампочке от 0 до 4 В через 0,2 В, измерьте при каждом значении U силу тока в цепи I . Используя полученные данные, постройте график зависимости $I(U)$, т.е. вольтамперную характеристику лампочки.

Убедитесь визуально, что зависимость $I(U)$ нелинейная.

3. Включение нелинейного элемента в электрическую цепь значительно усложняет задачу определения силы тока. Рассмотрим, например, участок цепи, изображенный на рис. 11.

Закон Ома для участка цепи имеет вид:

$$I \cdot r + U = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon, \quad (11)$$

где I - сила тока в цепи, U - напряжение на лампочке.

В случае обычных сопротивлений $U = I \cdot R$ и уравнение (11) легко решается относительно I . Для нелинейных элементов известен лишь график зависимости $U(I)$, т.е. вольтамперная характеристика. Поэтому определить силу тока в цепи из уравнения (11) можно двумя способами.

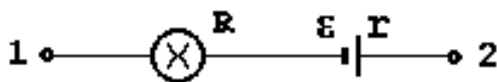


Рис. 11.

а) Аппроксимировать вольтамперную характеристику, т.е.

подобрать такую функцию $y = y(I)$, график которой достаточно хорошо описывает экспериментальную зависимость $U(I)$. Тогда определение силы тока сведется к поиску корня уравнения

$$I \cdot r + y(I) - \varphi_1 + \varphi_2 - \varepsilon = 0.$$

б) Определить силу тока графически, используя имеющуюся вольтамперную характеристику лампочки. Для этого на координатной плоскости, на которой изображена вольтамперная характеристика (см. рис. 12), нужно построить график зависимости

$$I = -\frac{U}{r} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon}{r}. \quad (12)$$

Тогда сила тока I_0 , соответствующая точке пересечения вольтамперной характеристики с прямой (12), и будет равна силе тока в цепи. Соответственно, U_0 - напряжение на лампочке.

4. Соберите электрическую цепь, изображенную на рис. 11, используя лампочку с известной вольтамперной характеристикой, а также гальванический элемент с известными параметрами. Соедините клеммы 1 и 2 с контактами "+" и "-" ИПТ и установите разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ в пределах $1 \div 3$ В.

С помощью вольтметра (ЦИП) измерьте напряжение на лампочке.

5. Используя координатную плоскость, на которой изображена вольтамперная характеристика лампочки, постройте прямую (12) и определите ток в цепи I_0 и напряжение на лампочке U_0 .

Сравните найденное значение U_0 с экспериментальным результатом.

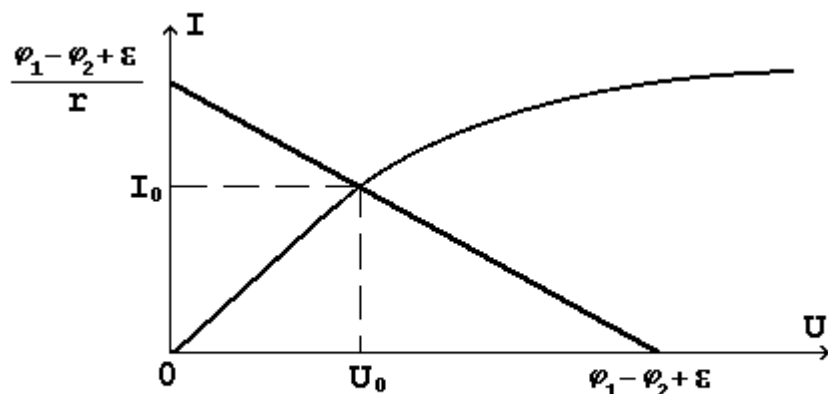


рис. 12.

ПРИЛОЖЕНИЕ. Основные определения и законы постоянного электрического тока в тонких проводниках.

1. Электрический ток есть упорядоченное движение электрических зарядов. При этом сами заряды называются носителями тока. Примерами носителей тока являются электроны в металлах, положительные и отрицательные ионы в электролитах и ионизированных газах и т.д.

За направление электрического тока условились принимать направление движения положительных зарядов. Если в действительности движутся не положительные, а отрицательные заряды, то направление электрического тока противоположно направлению движения отрицательных зарядов.

Количественной характеристикой электрического тока является сила тока I , которая численно равняется заряду, проходящему через любое полное сечение проводника в единицу времени. Если dq - заряд, проходящий через сечение проводника за время dt , то $I = \frac{dq}{dt}$.

Единицей силы тока является ампер (А). При токе в 1 А через полное сечение проводника за время 1 с проходит заряд 1 Кл.

Если сила тока не изменяется с течением времени по величине и не изменяет своего направления, то говорят, что в проводнике течет постоянный ток. В этом случае сила тока одинакова во всех сечениях проводника.

2. Для возбуждения электрического тока в проводнике необходимо создать и поддерживать в нем электрическое поле. При этом для большинства проводников, в особенности для металлов, сила тока I и разность потенциалов электрического поля на концах проводника ($\varphi_1 - \varphi_2$) связаны между собой соотношением, выражающим закон Ома:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = R \cdot I. \quad (\text{П.1})$$

Направлен электрический ток в проводнике в сторону убывания потенциала ($\varphi_1 > \varphi_2$).

Коэффициент пропорциональности R (П.1) зависит от рода вещества проводника, от его геометрических размеров и формы, а также от физического состояния (его температуры, давления и т.д.), и называется электрическим сопротивлением проводника. Единицей сопротивления является ом (Ом), т.е. сопротивление такого проводника, по которому течет ток в 1 А, если на концах проводника поддерживать разность потенциалов в 1 В. Проводник с заданным сопротивлением называется резистором и на электрических схемах обозначается символом: .

3. Проводники можно соединять друг с другом, получая различные электрические цепи. Простейшие случаи последовательного и параллельного соединения двух проводников изображены на рис. П.1.

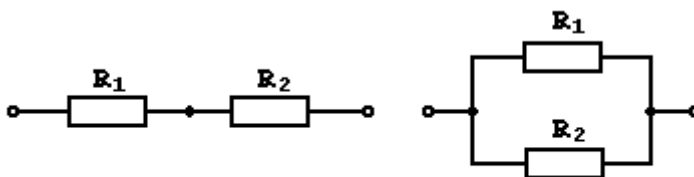


рис. П.1.

В случае постоянного тока любую электрическую цепь, состоящую из резисторов, можно заменить одним эквивалентным резистором, сопротивление которого называется сопротивлением цепи. Для изображенных на рис. П.1 случаев сопротивление цепи легко рассчитать по формулам:

$$R_{\text{п.о.с.л}} = R_1 + R_2, \quad R_{\text{п.а.р}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

4. Помимо сил со стороны электростатического поля, на электрические заряды в проводниках могут действовать еще некоторые силы неэлектростатического происхождения, обусловленные, например,

химической и физической неоднородностью проводника. Таковы силы, возникающие при соприкосновении проводников различного химического состава (гальванический элемент, аккумулятор) или различной температуры (термоэлемент), при наличии градиента концентрации в растворе электролита (концентрационный гальванический элемент) и т. д.. Такие силы получили название сторонних сил, а всякое устройство, в котором возникают сторонние силы, называют источником сторонних сил.

Свойства источника сторонних сил характеризуются двумя параметрами: электрическим сопротивлением r , называемым внутренним сопротивлением источника сторонних сил, и электродвижущей силой ε (ЭДС), которая численно равняется работе, совершаемой сторонними силами при прохождении через источник единичного положительного заряда. На электрических схемах источник сторонних сил изображается символом: .

5. При наличии на участке цепи источника сторонних сил (рис. П.2) закон Ома (П.1) принимает вид:

$$\pm I \cdot (R + r) = \varphi_1 - \varphi_2 \pm \varepsilon, \quad (\text{П.2})$$

где $(R+r)$ - полное электрическое сопротивление участка цепи. Знак "+" в левой части (П.2) соответствует направлению тока от точки 1 к точке 2, знак "-" – противоположному направлению тока. ЭДС источника сторонних сил нужно считать положительной (знак "+" в правой части (П.2)), если при обходе вдоль цепи из точки 1 в точку 2 мы переходим от отрицательного полюса источника тока к положительному, и отрицательной (знак "-" в правой части (П.2)) – в противном случае.

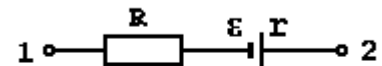


рис. П. 2.

Если точки 1 и 2 совпадают, то $\varphi_1 = \varphi_2$ и соотношение (П.2) переходит в закон Ома для замкнутой цепи:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}.$$

При этом во внешней части цепи (сопротивление R) электрический ток направлен от положительного полюса источника сторонних сил к отрицательному.

В разомкнутой цепи постоянный электрический ток отсутствует ($I=0$) и, следовательно, $\varphi_1 - \varphi_2 \pm \varepsilon = 0$. Поэтому ЭДС источника сторонних сил можно определить как разность потенциалов между его полюсами при разомкнутой внешней цепи.

6. Для расчета токов во всех участках произвольной электрической цепи, состоящей из резисторов и источников сторонних сил, используются два правила Кирхгофа.

Первое правило Кирхгофа. В каждом узле электрической цепи, т.е. в точке, где сходится более двух проводников, алгебраическая сумма токов равна нулю:

$$\sum_i I_i = 0. \quad (\text{П.3})$$

При этом токи I_i , входящие в узел, считаются положительными, а токи, выходящие из узла - отрицательными (или наоборот).

Второе правило Кирхгофа. Для любого замкнутого контура сумма произведений сил токов I_i в отдельных участках контура на их сопротивления $(R_i + r_i)$ равна сумме действующих в этом контуре ЭДС:

$$\sum_i I_i \cdot (R_i + r_i) = \sum_i \varepsilon_i. \quad (\text{П.4})$$

Чтобы записать полную систему уравнений для определения токов во всех участках цепи, необходимо поступить следующим образом:

а) Определить, сколько узлов и элементарных контуров содержится в электрической цепи (элементарным считается простейший замкнутый контур, внутри которого нельзя выделить другой замкнутый контур). Тогда число независимых токов в цепи должно быть равно $N = N_{\text{уз}} + N_{\text{эл.к.}} - 1$, где $N_{\text{уз}}$, $N_{\text{эл.к.}}$ - соответственно число узлов и число элементарных контуров в цепи.

б) Произвольным образом обозначить токи I_i во всех участках цепи и с помощью стрелок указать их предполагаемые направления. Если в дальнейшем при вычислениях для какого-либо тока получится отрицательное значение, то истинное направление тока противоположно направлению стрелки.

в) Записать первое правило Кирхгофа (П.3) для произвольных $(N_{\text{уз}} - 1)$ узлов цепи.

г) Выбрав для каждого из $N_{\text{эл.к.}}$ элементарных контуров направление обхода, записать для них второе правило Кирхгофа (П.4). При этом слагаемые $I_i(R_i + r_i)$ в левой части (П.4) считаются положительными, если выбранное направление обхода контура совпадает с обозначенными направлениями токов I_i , и отрицательными - в противоположном случае. Знак ЭДС ε_i в правой части (П.4) считается положительным, если при обходе контура вдоль выбранного направления источник сторонних сил проходится от отрицательного полюса к положительному; при переходе от положительного полюса источника сторонних сил к отрицательному знак ε_i считается отрицательным.

В результате получается система из N линейных уравнений относительно N независимых токов. Решение этой системы определяет токи во всех участках цепи.

7. Во многих случаях расчет электрических цепей может быть значительно упрощен путем их эквивалентного преобразования. Примером такого преобразования является замена участка цепи, содержащего три резистора, соединенные треугольником, трехлучевой звездой, и наоборот (см. рис. П.3). При этом эквивалентность "треугольника" и "звезды" означает, что при заданных значениях потенциалов φ_1 , φ_2 , φ_3 токи I_1 , I_2 , I_3 в соответствующих участках обеих цепей будут одинаковы.

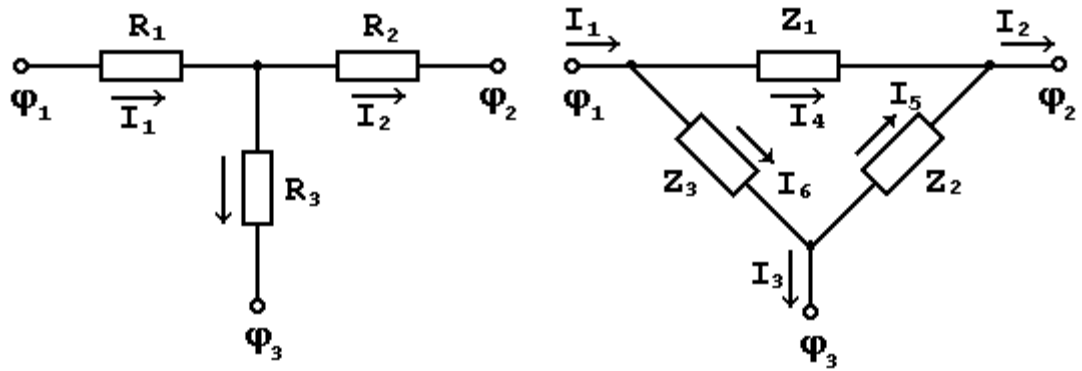


Рис. П.3.

Чтобы получить соотношения между сопротивлениями R_1 , R_2 , R_3 и Z_1 , Z_2 , Z_3 , используем закон Ома для участка цепи (П.2) и первое правило Кирхгофа (П.3). В результате для схемы, в которой сопротивления соединены треугольником, получаем:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_4 + I_6 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{Z_1} + \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{Z_3}, \\ I_2 &= I_4 + I_5 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{Z_1} + \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{Z_2}, \\ I_3 &= I_6 - I_5 = \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{Z_3} - \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{Z_2}. \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

Система уравнений для определения токов I_1 , I_2 , I_3 в схеме звезды имеет вид:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0, \\ \varphi_1 - \varphi_2 = I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2, \\ \varphi_1 - \varphi_3 = I_1 \cdot R_1 + I_3 \cdot R_3. \end{cases}$$

Отсюда находим:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \cdot R_3 + (\varphi_1 - \varphi_3) \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}, \\ I_2 &= \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \cdot R_3 + (\varphi_3 - \varphi_2) \cdot R_1}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}, \\ I_3 &= \frac{(\varphi_1 - \varphi_3) \cdot R_2 - (\varphi_3 - \varphi_2) \cdot R_1}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}. \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

Сравнивая (П.5) и (П.6), получаем соотношения между используемыми сопротивлениями:

$$\begin{aligned} Z_1 &= R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3}, \\ Z_2 &= R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}, \\ Z_3 &= R_1 + R_3 + \frac{R_1 \cdot R_3}{R_2}. \end{aligned} \quad (\text{П.7})$$

Таким образом, если сопротивления R_1, R_2, R_3 и Z_1, Z_2, Z_3 связаны между собой соотношениями (П.7), то участок цепи, в котором сопротивления R_1, R_2, R_3 соединены звездой, эквивалентен участку цепи, в котором сопротивления Z_1, Z_2, Z_3 соединены треугольником.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

1. Электрический ток и его характеристики.
2. Закон Ома для участка цепи с гальваническим элементом.
3. Правила Кирхгофа.
4. Какие преобразования электрических цепей называются эквивалентными? Примеры.
5. Как определить силу тока в цепи, содержащей нелинейный элемент?

ЛИТЕРАТУРА.

1. И.В.Савельев. Курс физики. Т. 2. Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика. – М., 1989. – С.95-105.
2. Д.В.Сивухин. Общий курс физики. Т. III. Электричество. – М., 1977. – С.174-177. 190-201.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА Э5

ИЗУЧЕНИЕ ПРИНЦИПА СУПЕРПОЗИЦИИ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ИНДУКЦИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ.

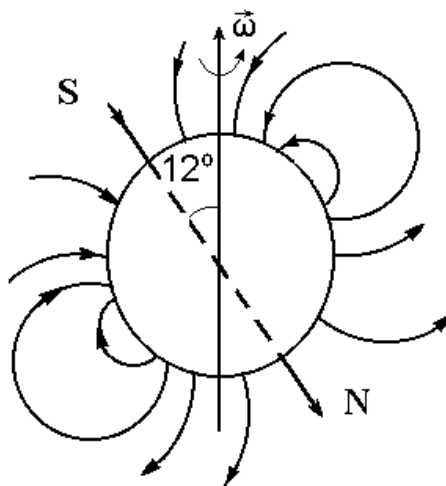
Цель работы:

- определение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли;
- изучение принципа суперпозиции магнитных полей.

Приборы и принадлежности: блок питания; установка для определения горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли, называемая иногда тангенс-гальваномет-ром; амперметр.

ВВЕДЕНИЕ

Земля представляет собой гигантский шаровой магнит. В любой точке на ее поверхности и в окружающем пространстве обнаруживается действие магнитного поля. При этом магнитные полюсы Земли не совпадают с географическими. Южный полюс магнитного поля Земли смещен на запад относительно Северного географического полюса и расположен у берегов Северной Америки, а северный полюс смещен к востоку и расположен в Антарктиде. Угол между магнитной осью и осью вращения Земли составляет $\sim 12^\circ$. Схема силовых линий магнитного поля Земли показана на рисунке. При этом величина индукции $\vec{B}$ магнитного поля Земли изменяется от минимального значения на экваторе до максимального у магнитных полюсов.



Магнитное поле Земли характеризуется следующими величинами:

а) магнитным склонением, т.е. углом между плоскостью географического меридиана и вертикальной плоскостью, в которой расположен вектор $\vec{B}$ индукции магнитного поля Земли (плоскостью магнитного меридиана);

б) горизонтальной составляющей вектора индукции магнитного поля Земли $\vec{B}_r$;

в) магнитным наклоном, т.е. углом, который образует вектор индукции магнитного поля Земли с горизонтальной плоскостью.

В различных точках земной поверхности эти величины могут быть неодинаковыми. Изучение магнитного поля Земли имеет большое значение для навигации, геологической разведки, радиосвязи. Однако природа земного магнетизма до сих пор окончательно не выяснена.

Для магнитных полей, так же как и для электростатических, справедлив принцип суперпозиции, являющийся обобщением опытных фактов. Согласно этому принципу магнитные поля отдельных движущихся зарядов векторно складываются, причем каждый заряд возбуждает поле, не зависящее от наличия других зарядов. В данной работе принцип суперпозиции изучается на примере наложения магнитных полей Земли и кругового тока.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ.

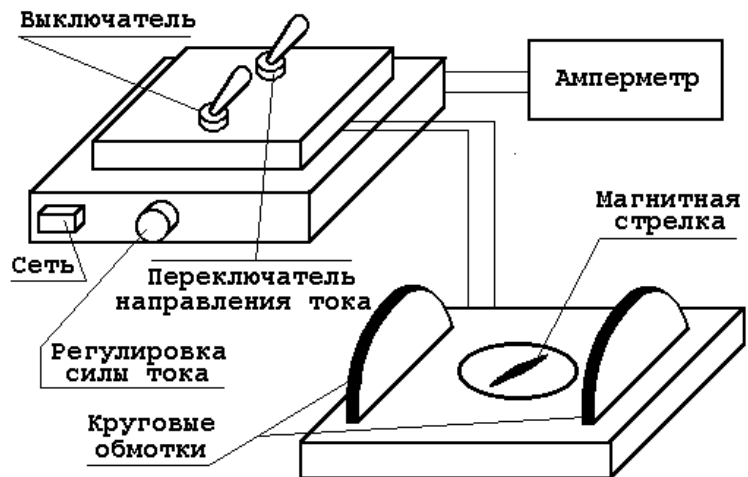
Общий вид установки показан на рис. 1. На подставке смонтированы две круговые обмотки, включенные последовательно и подсоединенные к блоку питания. На блоке питания имеются два тумблера: один – для включения-выключения тока в обмотках, другой – для изменения направления тока на противоположное. Сила тока регулируется ручкой на передней панели блока питания и измеряется цифровым амперметром. В качестве индикатора магнитного поля используется магнитная стрелка, которая может с достаточно малым трением вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр масс. При этом центр магнитной стрелки находится на общей оси обмоток посередине между ними.

В отсутствие тока в обмотках и местных магнитных полей стрелка устанавливается в плоскости магнитного меридиана, причем ее конец, окрашенный в красный цвет (северный полюс стрелки), указывает направление вектора $\vec{B}_r$ горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли. При включении тока стрелка ориентируется в направлении горизонтальной составляющей результирующего магнитного поля, индукция которого находится из принципа суперпозиции: $\vec{B} = \vec{B}_z + \vec{B}_0$, где $\vec{B}_z$ и $\vec{B}_0$ – соответственно индукции магнитного поля Земли и кругового тока. В каждом случае положение стрелки может быть определено с помощью отсчетной шкалы. В данной установке шкала должна быть сориентирована таким образом, чтобы ось витков проходила через деления “90°” и “270°” шкалы.

Таким образом, на данной экспериментальной установке можно провести прямые измерения положения магнитной стрелки при различных величинах и направлениях тока в витках обмоток и различных ориентациях установки относительно плоскости магнитного меридиана.

Описание любой экспериментальной ситуации дается некоторой математической моделью. Любая модель дает лишь приближенное описание ситуации, ибо в ней пренебрегают влиянием некоторых факторов, упрощая

тем самым реальное положение вещей. Чем большее число факторов учитывается в модели, тем, как правило, сложнее математическая структура модели и тем сложнее работа с ней. Поэтому в случае данной экспериментальной ситуации будем предполагать, что все



витки обеих обмоток имеют одинаковый радиус R , их плоскости вертикальны и параллельны между собой, так что витки имеют общую горизонтальную ось, на которой находится центр стрелки. Предположим также, что расстояние h от центра стрелки до плоскости любого из витков одно и то же. Тогда индукция магнитного поля, создаваемого в центре стрелки всеми N витками, по которым протекает ток I , направлена по горизонтали вдоль оси витков и равна (см. Приложение 1):

$$B_0 = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I \cdot R^2}{2 \cdot (R^2 + h^2)^{3/2}} = C \cdot I, \quad (1)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнитная постоянная. Величина $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ является постоянной установки.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Задание 1. Определение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли в случае взаимно перпендикулярной ориентации векторов $\vec{B}_T$ и $\vec{B}_0$.

1. Убедитесь в том, что ось витков проходит через деления “90°” и “270°” отсчетной шкалы. Если необходимо, установите шкалу нужным образом.

2. Поворачивая подставку с витками при выключенном токе ($I=0$), установите ее таким образом, чтобы северный полюс магнитной стрелки (в данной установке имеет красный цвет) стоял против деления “0°” отсчетной шкалы. Все дальнейшие измерения проводятся при неизменном положении установки. Следите, чтобы установка при измерениях не сдвинулась с места. Если это случилось, заново сориентируйте установку.

3. Включите установку. Вращая ручку регулятора силы тока вправо, установите такое значение тока в обмотках I_1 , при котором красный конец

стрелки стоит против деления "10°" шкалы. Полученное значение I_1 и угол $\alpha=10^\circ$ занесите в таблицу.

Для уменьшения влияния сил сухого трения в оси стрелки и увеличения точности определения положения стрелки относительно отсчетной шкалы рекомендуется при измерениях слегка постукивать по крышке корпуса, в котором находится стрелка. Следите только, чтобы не нарушилась ориентация установки.

4. Постепенно увеличивая силу тока в обмотках, установите значения токов I_1 , при которых угол α , определяющий положение стрелки относительно шкалы, будет равен 20° , 30° и т.д., и результаты занесите в таблицу. Измерения проводите до тех пор, пока сила тока не достигнет максимально возможного значения.

5. Уменьшая силу тока в обмотках от I_{max} до нуля, повторите измерения п.п. 3-4 и результаты измерений токов I_2 занесите в таблицу. Для каждого угла α вычислите среднее значение силы тока в обмотках: $I = \frac{I_1 + I_2}{2}$.

6. Измените направление тока в обмотках на противоположное с помощью переключателя и измерьте токи I_1 и I_2 , при которых $\alpha=350^\circ$, 340° и т.д., сначала увеличивая, а затем уменьшая силу тока в обмотках. Полученные значения I_1 , I_2 и I снабдите знаком "-" и занесите в таблицу.

I_1, mA	I_2, mA	I, mA	$\alpha, ^\circ$	$y = \tan \alpha$
			10	
			...	
			350	
			...	

В результате для каждого значения угла α , определяющего положение магнитной стрелки, будет найден соответствующий ток I в обмотках, причем для значений $\alpha=350^\circ$, 340° сила тока считается отрицательной.

7. Теория, изложенная в Приложениях 1 и 2, дает следующую связь между величиной $y = \tan \alpha$ и силой тока I :

$$y = AI + DI^3,$$

где A, D – некоторые постоянные.

На координатной плоскости (I, y) отметьте все экспериментальные точки и соедините их плавной кривой. Теория предсказывает, что кривая $y(I)$ симметрична относительно начала координат. Проверьте, так ли это и при необходимости уточните результаты измерений.

8. На основе метода наименьших квадратов (МНК) найдите наилучшее в смысле МНК значение постоянной A (формула (П2.6)):

$$A = \frac{(\sum_{k=1}^n I_k^6) \cdot (\sum_{k=1}^n y_k \cdot I_k) - (\sum_{k=1}^n I_k^4) \cdot (\sum_{k=1}^n y_k \cdot I_k^3)}{(\sum_{k=1}^n I_k^2) \cdot (\sum_{k=1}^n I_k^6) - (\sum_{k=1}^n I_k^4)^2},$$

где суммирование проводится по всем экспериментальным значениям.

9. По формуле $B_r = \frac{C}{A}$, где $C = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot R^2}{2 \cdot (R^2 + h^2)^{3/2}}$, найдите горизонтальную составляющую индукцию магнитного поля Земли.

10. Оцените относительную погрешность определения $\vec{B}_r$ по формуле $\frac{\Delta B_r}{B_r} = \frac{l}{2\sqrt{R^2 + h^2}}$, где l – длина стрелки, и запишите окончательный результат в стандартном виде.

11*. При наличии времени повторите все измерения и вычисления, переместив установку в целом на новое место. Это позволит, сравнив результаты для $\vec{B}_r$, убедиться в наличии или отсутствии местных источников магнитных полей.

12*. Дополнительное задание: Верификация используемой математической модели.

Под верификацией понимается процедура, позволяющая установить степень соответствия модели реальному положению вещей. Вообще говоря, процедура верификации включает в себя много элементов, в том числе и оценку степени достоверности исходных предположений — в нашем случае нужно было бы оценить влияние того, что различные витки имеют слегка различающиеся радиусы, расстояния от плоскостей различных витков до центра стрелки также различаются, витки не строго вертикальны и т.д. Здесь мы ограничимся лишь одним элементом процедуры верификации: проверкой соответствия математической модели экспериментальным данным. Иначе говоря, в данном задании предлагается получить математическое выражение субъективной уверенности в том, что зависимость величины $y = \operatorname{tg} \alpha$ от тока имеет вид $y = AI + DI^3$.

В лабораторной работе М-1 аналогичный вопрос решался на основе критерия Пирсона (χ^2 – хи-квадрат), и здесь мы поступим аналогично. На данной установке угол α измеряется с погрешностью $\Delta\alpha = 2^\circ = \frac{\pi}{90^\circ}$ (сюда включаются и погрешности округления). Тогда погрешность определения величины y будет равна $\Delta y = (\operatorname{tg} \alpha) \Delta\alpha = \frac{\Delta\alpha}{\cos^2 \alpha}$. Вычислите величину χ^2 по формуле

$$\chi^2 = \frac{\sum_{k=1}^n (y_k - A \cdot I_k - D \cdot I_k^3) \cdot \cos^2 \alpha_k}{(\Delta \alpha)^2},$$

выведя предварительно формулу для D , аналогичную (П.2.6), и вычислив D . Сравнив значение χ^2 с табличным, оцените соответствующую вероятность, выражающую, грубо говоря, степень нашей уверенности в справедливости зависимости $y = AI + DI^3$. Письменно сформулируйте вывод.

Задание 2. Определение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли в случае произвольной ориентации векторов $\vec{B}_r$ и $\vec{B}_0$.

1. Убедитесь в том, что ось витков проходит через деления “90°” и “270°” отсчетной шкалы. Если необходимо, установите шкалу нужным образом.

2. Поворачивая подставку с витками при выключенном токе ($I=0$), установите ее таким образом, чтобы северный полюс магнитной стрелки стоял против деления шкалы, соответствующего согласованному с преподавателем углу $\beta \neq 0$. Все дальнейшие измерения проводятся при неизменном положении установки — следите, чтобы установка при измерениях не сдвинулась с места. Если это случилось, заново сориентируйте установку.

3. Включите установку. Вращая ручку регулятора силы тока вправо, установите такое значение тока в обмотках I_1 , при котором красный конец стрелки стоит против деления “ $\alpha = \beta + 10^\circ$ ” шкалы. Полученное значение I_1 и угол α занесите в таблицу, аналогичную используемой в задании 1.

Для уменьшения влияния сил сухого трения в оси стрелки и увеличения точности определения положения стрелки относительно отсчетной шкалы рекомендуется при измерениях слегка постукивать по крышке корпуса, в котором находится стрелка. Следите только, чтобы не нарушилась ориентация установки.

4. Постепенно увеличивая силу тока в обмотках, установите значения токов I_1 , при которых угол α , определяющий положение стрелки относительно шкалы, будет равен $(\beta + 20^\circ)$, $(\beta + 30^\circ)$ и т.д., и результаты занесите в таблицу. Измерения проводите до тех пор, пока сила тока не достигнет максимально возможного значения.

5. Уменьшая силу тока в обмотках от I_{max} до нуля, повторите измерения п.п. 3-4 и результаты измерений токов I_2 занесите в таблицу. Для каждого угла α вычислите среднее значение силы тока в обмотках: $I = \frac{I_1 + I_2}{2}$.

6. Изменив с помощью переключателя направление тока в витках на противоположное, определите значения I_1 и I_2 , при которых $\alpha = \beta - 10^\circ$, $\alpha = \beta - 20^\circ$ и т.д. Полученные значения I_1 и I_2 снабдите знаком “-” и занесите в таблицу. Для каждого угла α вычислите средние значения силы тока $I = \frac{I_1 + I_2}{2}$.

7. Вычислите значения $y_k = \frac{\sin(\alpha_k - \beta)}{\cos \alpha_k}$. Теория, изложенная в Приложениях 1 и 2, для данной экспериментальной ситуации дает следующую зависимость величины $y = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha}$ от I :

$$y = A \cdot I + D \cdot I^2 + E \cdot I^3.$$

Нанесите экспериментальные точки на координатную плоскость (I, y) и проведите через них плавную кривую. На основе метода наименьших квадратов (МНК) найдите наилучшее в смысле МНК значение постоянной A по формулам (П2.12).

8. По формуле $B_r = \frac{C}{A}$, где $C = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot R^2}{2 \cdot (R^2 + h^2)^{3/2}}$, найдите горизонтальную составляющую индукцию магнитного поля Земли.

9. Оцените относительную погрешность определения B_r по формуле $\frac{\Delta B_r}{B_r} = \frac{l}{2\sqrt{R^2 + h^2}}$, где l — длина стрелки. Запишите окончательный результат в стандартной форме.

10*. При наличии времени повторите все измерения и вычисления при другом значении угла β или при том же значении β , но переместив установку в целом на новое место для того, чтобы изучить влияние местных магнитных полей. Результаты для B_r усредните.

11*. Дополнительное задание.

Аналогично п. 12 в задании 1, разработайте и осуществите процедуру частичной верификации используемой математической модели.

Задание 3. Определение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли в случае произвольной ориентации отсчетной шкалы.

При выполнении заданий 1 и 2 предполагалось, что в данной установке отсчетная шкала сориентирована таким образом, что ось витков проходит через деления “90°” и “270°” шкалы. Рассмотрим теперь более общую экспериментальную ситуацию, когда это предположение выполняется не совсем точно, и проверим, приведет ли использование более сложной математической модели к изменению получаемых результатов.

1. Поворачивая подставку с витками при выключенном токе ($I=0$), установите ее таким образом, чтобы северный полюс магнитной стрелки стоял против деления шкалы, соответствующего согласованному с преподавателем углу $\beta \neq 0$. Все дальнейшие измерения проводятся при неизменном положении установки – следите, чтобы установка при измерениях не сдвинулась с места. Если это случилось, заново сориентируйте установку.

2. Включите установку и поворотом ручки регулятора силы тока до упора вправо найдите максимально возможный ток в витках I_{max} . Диапазон изменения силы тока $(0, I_{max})$ разбейте на несколько интервалов и выберите шаг ΔI изменения силы тока так, чтобы провести измерения не менее, чем при 10 значениях тока.

3. Установите значение силы тока $I_1 = \Delta I$ и измерьте по шкале угол α_1 , соответствующий положению северного полюса стрелки. Переключатель для изменения направления тока в обмотках должен находиться в таком положении, что угол α_1 находится в пределах $\beta < \alpha_1 < 90^\circ$. Затем измените направление тока на противоположное и измерьте по шкале угол α_2 , определяющий новое положение северного полюса стрелки.

4. Установите значение силы тока $I_2 = 2 \cdot \Delta I$, повторите измерение углов α_1 , α_2 и т.д.

5. При каждом значении силы тока $I_k (k=1,2,\dots)$ вычислите величину

$$y_k = \frac{\sqrt{\sin^2(\alpha_{1k} - \beta) + \sin^2(\alpha_{2k} - \beta) + 2 \sin(\alpha_{1k} - \beta) \cdot \sin(\alpha_{2k} - \beta) \cdot \cos(\alpha_{1k} - \alpha_{2k})}}{|\sin(\alpha_{1k} - \alpha_{2k})|},$$

где α_{1k}, α_{2k} — значения углов α_1 и α_2 в каждом опыте.

6. Теория, изложенная в Приложении 2, предсказывает зависимость между y и I в виде

$$y = A \cdot I + D \cdot I^2 + E \cdot I^3.$$

По формулам (П2.12) найдите наилучшее в смысле МНК значение постоянной A .

7. По формуле $B_r = \frac{C}{A}$, где $C = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot R^2}{2 \cdot (R^2 + h^2)^{3/2}}$, найдите горизонтальную составляющую индукцию магнитного поля Земли.

8. Оцените относительную погрешность определения B_r по формуле $\frac{\Delta B_r}{B_r} = \frac{l}{2\sqrt{R^2 + h^2}}$, где l — длина стрелки. Запишите окончательный результат в стандартной форме.

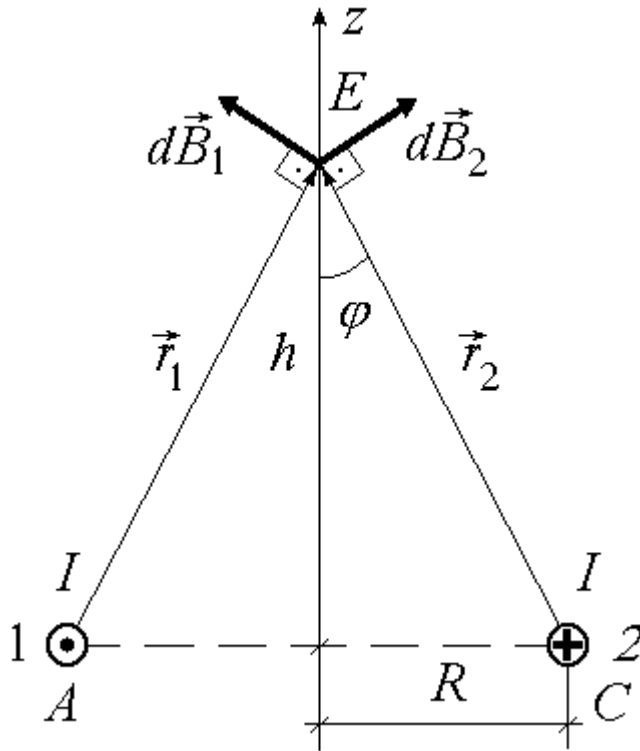
9. Для одного из значений тока (по Вашему выбору) проведите построения, описанные в Приложении 2 для данной модели и показанные в общем виде на Рис. 5, и проверьте выполнимость соотношения (П2.17).

10*. При наличии времени повторите все измерения и вычисления при другом значении угла β или при том же значении β , но переместив установку в целом на новое место для того, чтобы изучить влияние местных магнитных полей. Результаты для B_r усредните.

11*. Дополнительное задание.

Аналогично п. 12 в задании 1, разработайте и осуществите процедуру частичной верификации используемой математической модели.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Магнитное поле кругового витка с током на оси симметрии.



Пусть по круговому витку радиуса R протекает ток I . Найдем магнитную индукцию в точке, лежащей на оси витка на расстоянии h от плоскости витка. На рисунке показано сечение витка плоскостью, проходящей через ось симметрии витка, а также векторы $d\vec{B}_1$ и $d\vec{B}_2$ магнитной индукции, создаваемые в точке наблюдения E диаметрально противоположными элементами кольца длиной dl , перпендикулярными плоскости рисунка (т.е. находящимися в точках A и C ; точкой и крестиком указано направление тока I). Если длины элементов одинаковы, то по закону Био-

Савара-Лапласа модули векторов $d\vec{B}_1$ и $d\vec{B}_2$ равны (учтено, что $(d\vec{l}, \vec{r}) = \frac{\pi}{2}$):

$$|d\vec{B}_1| = |d\vec{B}_2| = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl}{R^2 + h^2},$$

причем векторы $d\vec{B}_1$ и $d\vec{B}_2$ перпендикулярны соответствующим прямым AE и CE и расположены симметрично относительно оси z . Сумма этих векторов направлена вдоль оси z , т.е. горизонтальная проекция векторов при суммировании исчезает и результирующий вектор магнитной индукции будет иметь только проекцию B_z , т.е. будет направлен вдоль оси z . Имеем

$$dB_z = |d\vec{B}| \cdot \sin \alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{R \cdot I \cdot dl}{(R^2 + h^2)^{3/2}},$$

и после интегрирования получим

$$B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{R \cdot I \cdot 2\pi R}{(R^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 \cdot R^2 \cdot I}{2(R^2 + h^2)^{3/2}}.$$

Направление вектора $\vec{B}$ и направление тока связаны правилом правого винта. Если поле порождается N витками одного и того же радиуса, так что точка наблюдения может считаться находящейся на их общей оси симметрии на одном и том же расстоянии h от их плоскостей, то индукция магнитного поля равна

$$|d\vec{B}_1| = |d\vec{B}_2| = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I \cdot dl}{R^2 + h^2},$$

причем векторы $d\vec{B}_1$ и $d\vec{B}_2$ перпендикулярны соответствующим прямым AE и CE и расположены симметрично относительно оси z . Сумма этих векторов направлена вдоль оси z , т.е. горизонтальная проекция векторов при

суммировании исчезает и результирующий вектор магнитной индукции будет иметь только проекцию B_z , т.е. будет направлен вдоль оси z . Имеем

$$dB_z = |d\vec{B}| \cdot \sin \alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{R \cdot I \cdot dl}{(R^2 + h^2)^{3/2}},$$

и после интегрирования получим

$$B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{R \cdot I \cdot 2\pi R}{(R^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 \cdot R^2 \cdot I}{2(R^2 + h^2)^{3/2}}.$$

Направление вектора $\vec{B}$ и направление тока связаны правилом правого винта. Если поле порождается N витками одного и того же радиуса, так что точка наблюдения может считаться находящейся на их общей оси симметрии на одном и том же расстоянии h от их плоскостей, то индукция магнитного поля равна

для краткости $y_k = \operatorname{tg} \alpha_k$, с помощью метода наименьших квадратов (МНК) для зависимости

$$y = A \cdot I + D \cdot I^3, \quad \text{П2.5)}$$

найдем величину A . Соответствующее выражение имеет вид (проверьте это самостоятельно):

$$A = \frac{(\sum I_k^6) \cdot (\sum y_k I_k) - (\sum I_k^4) \cdot (\sum y_k I_k^3)}{(\sum I_k^2) \cdot (\sum I_k^6) - (\sum I_k^4)^2}. \quad \text{(П2.6)}$$

Тогда согласно (П2.4) для B_r имеем выражение

$$B_r = \frac{C}{A}, \quad \text{(П2.7)}$$

где $C = \frac{\mu_0 \cdot R^2 \cdot N}{2(R^2 + h^2)^{3/2}}$ — постоянная установки. Относительная погрешность определения B_r оценивается выражением

$$\frac{\Delta B_r}{B_r} \approx \frac{l}{2\sqrt{R^2 + h^2}}. \quad \text{(П2.8)}$$

Сделаем одно замечание. Из вышеизложенного, разумеется, не вытекает, что в (П2.5) следует ограничиваться только третьей степенью тока и нужно было бы пользоваться общим выражением (П2.3), но тогда возникла бы (кроме, конечно, чисто вычислительных) еще одна проблема: какой степенью тока можно ограничиться. Анализ этой проблемы достаточно сложен, и мы его полностью проводить не будем и ограничимся полуинтуитивными соображениями: если ток I мал, то члены пятой, седьмой и т.д. степени в (П2.3) не играют роли и весь вопрос, следовательно, состоит в том, насколько малым должен быть ток. Оказывается, что используемые на данной установке токи в этом смысле являются малыми. В этом можно отчасти убедиться и практически, записав вместо (П2.5) выражение

$$y = A \cdot I + D \cdot I^3 + E \cdot I^5,$$

и определив с помощью МНК снова коэффициент A . Если он будет равен коэффициенту A для зависимости (П2.5) с относительной погрешностью (П2.8), то это подтверждает высказанное выше утверждение. Рекомендуется сделать это самостоятельно.

б) МОДЕЛЬ II

Пусть ток в катушках отсутствует и стрелка расположена в плоскости магнитного меридиана. Поворачивая подставку с катушками, можно установить против северного полюса стрелки деление шкалы, соответствующее любому выбранному углу $\beta \neq 0$. При включении тока стрелка занимает новое положение, определяемое углом α .

Очевидно, модель I является частным случаем модели II, соответствующим $\beta = 0$.

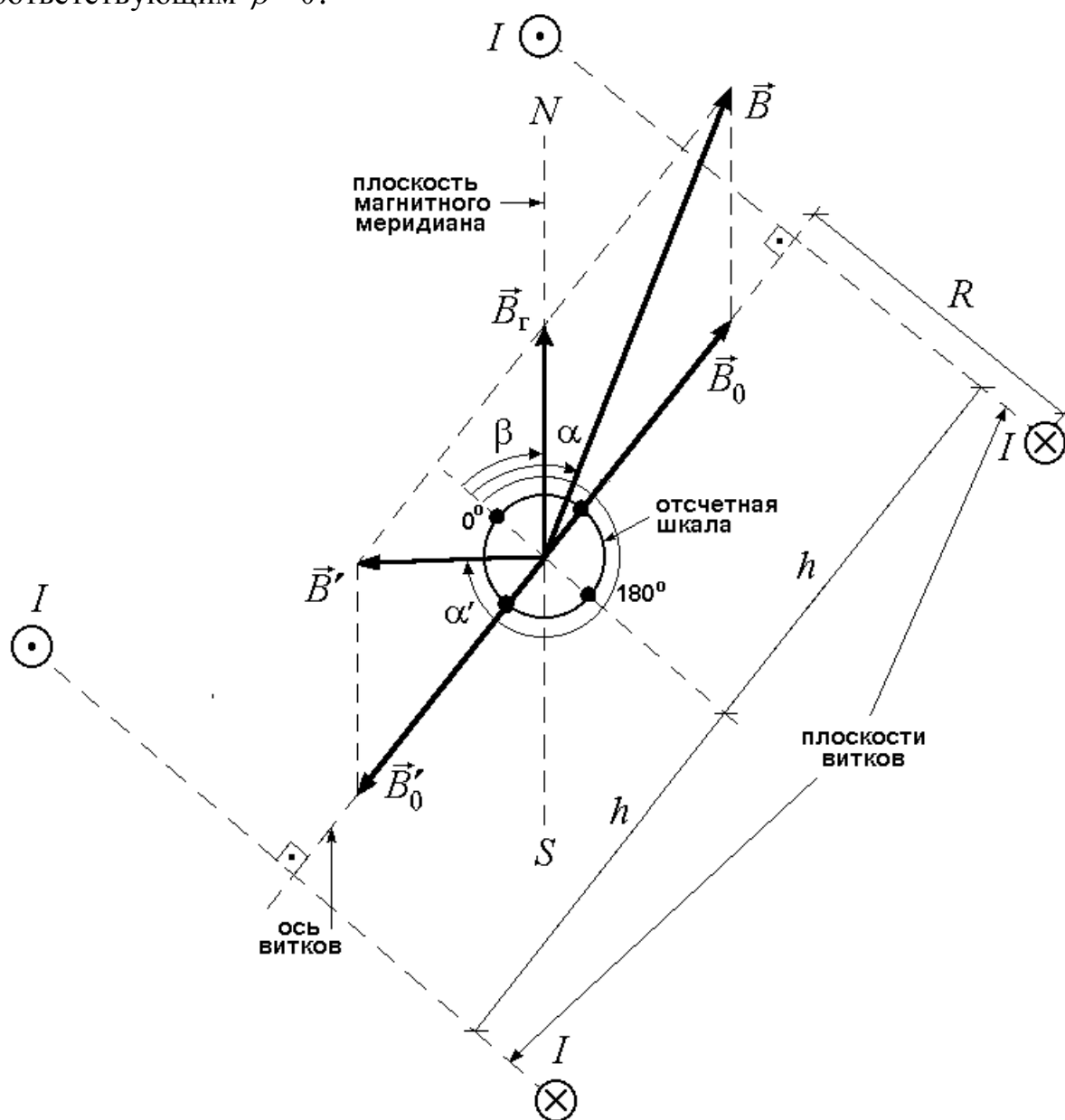


Рис.3

На Рис.3 показано сечение установки горизонтальной плоскостью. На рисунке показаны вектор $\vec{B}_r$ горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли и вектор $\vec{B}_0$ магнитной индукции поля витков в центре стрелки, перпендикулярный плоскости витков, т.е. направленный вдоль общей

оси витков, которая, в свою очередь, проходит через деления “90°” и “270°” шкалы. Модуль вектора $\vec{B}_0$ дается формулой (П2.1).

Если бы стрелка была короткой (ниже мы уточним смысл этих слов), то при включенном токе I она бы установилась в направлении вектора $\vec{B} = \vec{B}_r + \vec{B}_0$. Угол α , соответствующий положению северного конца стрелки при включенном токе I , можно найти, используя теорему синусов для Рис.3:

$$\frac{B_0}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{B_r}{\sin(90^\circ - \alpha)} = \frac{B_r}{\cos \alpha}.$$

Тогда с учетом (П2.1) получим

$$\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha} = \frac{\mu_0 \cdot R^2 \cdot N}{2(h^2 + R^2)^{3/2} B_r} \cdot I = \frac{C}{B_r} \cdot I, \quad (\text{П2.9})$$

где $C = \frac{\mu_0 \cdot R^2 \cdot N}{2(h^2 + R^2)^{3/2}}$ — постоянная установки.

При изменении направления тока на противоположное, вектор индукции магнитного поля, создаваемого витками, также изменит направление на противоположное, сохранив модуль: $\vec{B}'_0 = -\vec{B}_0$ (Рис.3). Короткая магнитная стрелка при этом установилась бы вдоль вектора $\vec{B}' = \vec{B}_r + \vec{B}'_0$. Соответствующий угол α' , определяющий положение северного конца стрелки, также показан на Рис.3. Легко видеть, что соотношение (П2.9) остается в силе, если соответствующий ток считать отрицательным.

Как и в случае модели I, выполнить аналитический расчет угла α для длинной магнитной стрелки практически невозможно. Поэтому следует обратиться к анализу размерностей. Поскольку $y = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha}$ —

безразмерная функция тока, то ее можно разложить в ряд по току

$$y = A \cdot I + D \cdot I^2 + E \cdot I^3 + \dots \quad (\text{П2.10})$$

и при малых токах ограничиться тремя членами разложения. Здесь A, D, E — некоторые величины, единицы измерения которых есть $[A] = A^{-1}$, $[D] = A^{-2}$, $[E] = A^{-3}$. Далее, из общих соображений следует, что чем больше радиус витков или чем больше величина h в сравнении с длиной стрелки l , тем более однородным является поле витков по длине стрелки и тем более точной, следовательно, должна быть формула (П2.9). Математически это означает, что

$\lim_{\frac{l}{R} \rightarrow 0} A = \lim_{\frac{l}{h} \rightarrow 0} A = \frac{C}{B_r}$; $\lim_{\frac{l}{R} \rightarrow 0} D = \lim_{\frac{l}{h} \rightarrow 0} D = 0$ и т.д. Таким образом, для A мы должны иметь

следующее выражение

$$A = \frac{C}{B_r} = (1 + C_1 \frac{l}{\sqrt{R^2 + h^2}} + C_2 \frac{l^2}{R^2 + h^2} + \dots), \quad (\text{П2.11})$$

где C_1, C_2 — некоторые безразмерные постоянные. Более подробный анализ показывает, что постоянная C_1 близка к 0,5, а C_2 — еще меньше. Анализировать вид величин D, E мы не будем и предоставляем возможность сделать это самостоятельно.

Изложенная теория позволяет найти приближенное значение горизонтальной составляющей B_H индукции магнитного поля Земли следующим образом. Пусть при каждом значении тока I_k ($k=1,2,\dots$) получено экспериментальное соответствующее значение угла α_k при некотором фиксированном β . С помощью метода наименьших квадратов для зависимости (П2.10) найдем величину A . Соответствующее выражение имеет вид (проверьте это самостоятельно):

$$A = \frac{U_1 \cdot W_2 - U_2 \cdot W_1}{V_1 \cdot W_2 - V_2 \cdot W_1}, \quad (\text{П2.12})$$

где для краткости введены обозначения

$$\begin{aligned} U_1 &= (\sum I_k^4) \cdot (\sum y_k I_k^2) - (\sum I_k^5) \cdot (\sum y_k I_k); \\ U_2 &= (\sum I_k^4) \cdot (\sum y_k I_k^3) - (\sum I_k^6) \cdot (\sum y_k I_k); \\ V_1 &= (\sum I_k^3) \cdot (\sum I_k^4) - (\sum I_k^2) \cdot (\sum I_k^5); & V_2 &= (\sum I_k^4)^2 - (\sum I_k^2) \cdot (\sum I_k^6); \\ W_1 &= (\sum I_k^4)^2 - (\sum I_k^3) \cdot (\sum I_k^5); & W_2 &= (\sum I_k^5) \cdot (\sum I_k^4) - (\sum I_k^3) \cdot (\sum I_k^6), \\ y_k &= \frac{\sin(\alpha_k - \beta)}{\sin \alpha_k}. \end{aligned}$$

Тогда согласно (П2.9) для B_H имеем выражение

$$B_H = \frac{C}{A}. \quad (\text{П2.13})$$

Относительную погрешность определения B_H можно оценить по формуле

$$\frac{\Delta B_H}{B_H} = \frac{l}{2\sqrt{R^2 + h^2}}. \quad (\text{П2.14})$$

Сделаем еще одно замечание. Разложение (П2.10) справедливо (с достаточной точностью) лишь для малых токов. Но насколько они должны быть малыми для данной установки, чтобы с относительной погрешностью, определяемой формулой (П2.14), можно было им пользоваться – этот вопрос требует отдельного и довольно сложного анализа, и мы его проводить не будем. Косвенные практические обоснования применимости разложения можно получить, например, сравнивая значения B_H , полученные по формуле (П2.13) при различных углах β , или добавляя в разложение (П2.10) еще один член с I^4 , проводя заново вычисление коэффициента A и сравнивая его с полученным для разложения (П2.10) и т.д.

в) МОДЕЛЬ III

Пусть ток в обмотках отсутствует и стрелка расположена в плоскости магнитного меридиана. Поворачивая подставку с обмотками, можно установить против северного полюса

шая через делени стрелки деление шкалы, соответствующее любому выбранному углу $\beta \neq 0$. При включении тока стрелка занимает новое положение, определяемое углом α_1 .

На Рис.4 показано сечение установки горизонтальной плоскостью. Вектор $\vec{B}_H$ изображает горизонтальную составляющую магнитной индукции

В отличие от моделей I и II здесь не предполагается, что ось витков проходит через деления “90°” и “270°” шкалы. Иначе говоря, плоскости витков и плоскость, проходя “0°” и “180°” шкалы, могут составлять любой угол $\psi \neq 0$.

444

$\vec{B}' = \vec{B}_r + \vec{B}'_0$. Пусть α_2 – угол, соответствующий положению северного конца стрелки в этом случае. Используя теорему синусов для Рис.4, получим:

$$\frac{B_r}{\sin \gamma} = \frac{B_0}{\sin(\alpha_1 - \beta)}; \quad \frac{B_r}{\sin \delta} = \frac{B_0}{\sin(2\pi - \alpha_2 + \beta)},$$

откуда

$$\sin \gamma = \frac{B_r \sin(\alpha_1 - \beta)}{B_0}, \quad \sin \delta = -\frac{B_r \sin(\alpha_2 - \beta)}{B_0}. \quad (\text{П2.15})$$

Далее имеем $\pi - (\gamma + \delta) = 2\pi - (\alpha_2 - \alpha_1)$, откуда $\gamma + \delta = -(\pi + \alpha_1 - \alpha_2)$.

Тогда $\cos(\gamma + \delta) = \cos \gamma \cdot \cos \delta - \sin \gamma \cdot \sin \delta = -\cos(\alpha_1 - \alpha_2)$. Преобразовывая последнее соотношение к виду $\cos \gamma \cdot \cos \delta = \sin \gamma \cdot \sin \delta - \cos(\alpha_1 - \alpha_2)$ и используя (П2.15), получаем:

$$\sqrt{\left(1 - \frac{B_r^2 \sin^2(\alpha_1 - \beta)}{B_0^2}\right) \left(1 - \frac{B_r^2 \sin^2(\alpha_2 - \beta)}{B_0^2}\right)} = -\left(\frac{B_r^2 \sin(\alpha_1 - \beta) \sin(\alpha_2 - \beta)}{B_0^2} + \cos(\alpha_1 - \alpha_2)\right).$$

После возведения данного выражения в квадрат и несложных алгебраических преобразований находим отношение:

$$\frac{B_0}{B_r} = \frac{\sqrt{\sin^2(\alpha_1 - \beta) + \sin^2(\alpha_2 - \beta) + 2 \sin(\alpha_1 - \beta) \cdot \sin(\alpha_2 - \beta) \cdot \cos(\alpha_1 - \alpha_2)}}{|\sin(\alpha_1 - \alpha_2)|}. \quad (\text{П2.16})$$

Аналитическое выражение для $\frac{B_0}{B_r}$ получилось достаточно громоздким. Можно получить более изящную графическую интерпретацию соотношения (П2.16), которая представлена на Рис.5. Она основана на том, что отрезок, изображающий вектор $\vec{B}_r$, является медианой треугольника, построенного на векторах $\vec{B}'$, $\vec{B}_0 - \vec{B}'_0$ и $\vec{B}$ (см. Рис.4).

Постройте Рис.5 по следующей методике. Нарисуйте вертикальный отрезок OA произвольной длины L_r , изображающий в некотором масштабе неизвестный по модулю вектор $\vec{B}_r$. Под выбранным для измерения углом β нарисуйте прямую, определяющую положение нуля шкалы. Затем, отложив углы α_1 и α_2 , начертите прямые 1 и 2 (см. Рис.5), определяющие положение стрелки при двух противоположных направлениях тока. Из точки A отрезка OA опустите перпендикуляр AB на прямую 1. Из точки A проведите отрезок AC параллельно прямой 1 до (точки пересечения с прямой 2) и, аналогично, из точки

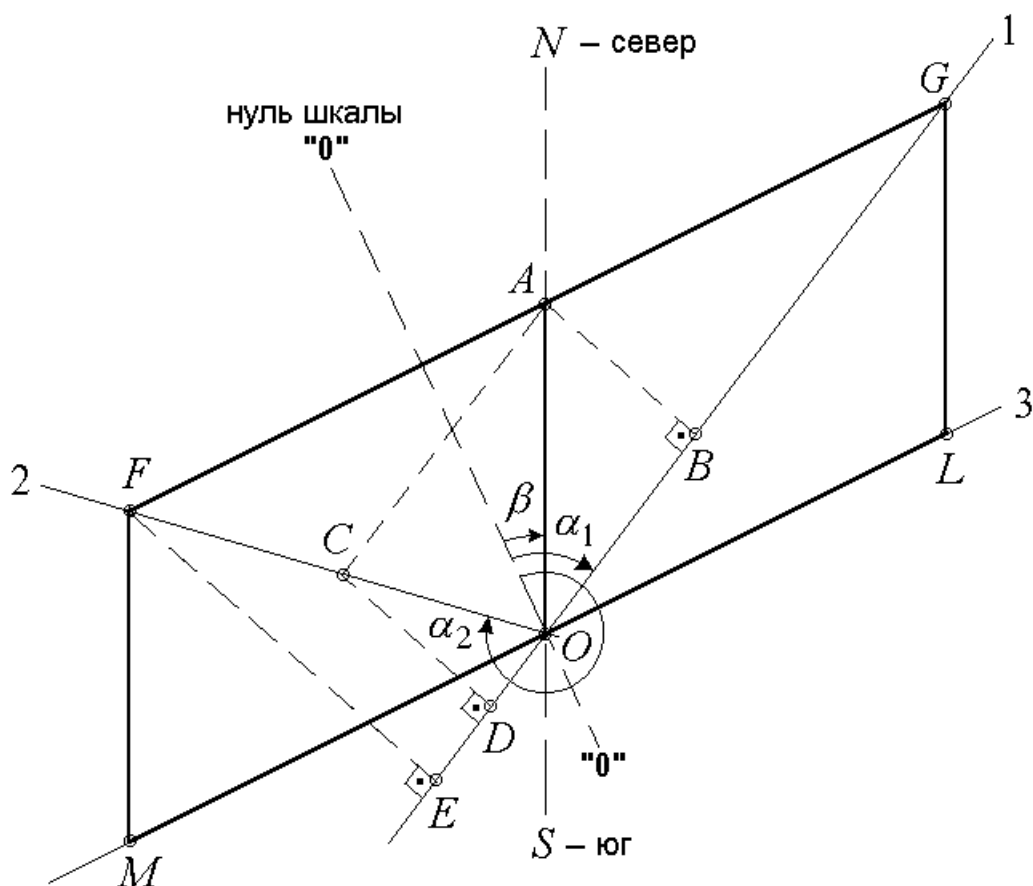


Рис. 5

С проведите отрезок $CD \parallel AB$. От точки D отложите отрезок $DE = OD$ и проведите прямую $EF \parallel CD$ до пересечения в точке F с прямой 2. Проведите прямую через точки F и A до пересечения с прямой 1 в точке G . Проверьте качество построения: должно получиться $FA = AG$. Далее через точку O проведите прямую 3, параллельную FG , затем проведите через точки F и G прямые $FM \parallel OA$ и $GL \parallel OA$. Отрезки $OL = OM$ изображают в выбранном масштабе B_0 , поэтому, измерив длину L_0 любого из них, можно согласно (П2.16) написать:

$$\frac{B_0}{B_r} = \frac{L_0}{L_r} = \frac{\sqrt{\sin^2(\alpha_1 - \beta) + \sin^2(\alpha_2 - \beta) + 2 \sin(\alpha_1 - \beta) \cdot \sin(\alpha_2 - \beta) \cdot \cos(\alpha_1 - \alpha_2)}}{|\sin(\alpha_1 - \alpha_2)|}. \quad (\text{П2.17})$$

Используя для B_0 выражение (П2.1), представим (П2.17) в виде:

$$y = \frac{C}{B_r} \cdot I, \quad (\text{П2.18})$$

где

$$y = \frac{\sqrt{\sin^2(\alpha_1 - \beta) + \sin^2(\alpha_2 - \beta) + 2 \sin(\alpha_1 - \beta) \cdot \sin(\alpha_2 - \beta) \cdot \cos(\alpha_1 - \alpha_2)}}{|\sin(\alpha_1 - \alpha_2)|}. \quad (\text{П2.19})$$

Легко видеть, что формулы (П2.18), (П2.19) были бы справедливы и для длинной стрелки, если бы поле витков было однородным по длине стрелки. Поскольку, однако, оно не однородно, то формула (П2.18) для длинной стрелки неверна. Из-за того, что неизвестно распределение магнитных

моментов вдоль стрелки, рассчитать аналитически углы α_1 и α_2 , определяющие положение длинной стрелки, невозможно, поэтому следует обратиться к анализу размерностей.

Безразмерная величина y является функцией тока I в витках. Разлагая ее в ряд по току и ограничиваясь тремя членами, получим:

$$y = A \cdot I + D \cdot I^2 + E \cdot I^3, \quad (\text{П2.20})$$

где A, D, E – некоторые величины, единицы измерения которых есть $[A] = A^{-1}$, $[D] = A^{-2}$, $[E] = A^{-3}$. Для зависимостей A, D и E от длины стрелки справедливы все рассуждения, изложенные при рассмотрении моделей I и II. Поэтому анализировать их вид мы не будем и предоставляем возможность сделать это самостоятельно.

Изложенная теория позволяет найти приближенное значение горизонтальной составляющей B_r индукции магнитного поля Земли следующим образом. Пусть при каждом значении тока I_k ($k=1,2,\dots$) найдены углы α_{1k} , α_{2k} и вычислена величина y_k по формуле (П2.19). Используя метод наименьших квадратов для зависимости (П2.20), найдем величину A . Она вычисляется по формулам (П2.12). Затем по формулам (П2.13) и (П2.14) могут быть найдены B_r и относительная погрешность ее определения.

Заметим, что ограничение третьей степенью тока в разложении (П2.20) требует обоснования, которое является достаточно сложным и поэтому не приводится. Ясно, что для больших токов нужно учитывать следующие члены разложения, так что фактически мы без достаточных оснований предполагаем их малыми. Косвенным основанием для такого предположения может служить совпадение значений для B_r , полученных при различных значениях угла β (разумеется с относительной погрешностью, определяемой формулой (П2.14)).

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

1. Перечислите основные предположения для моделей, используемых в данной работе.
2. Получите выражение для магнитной индукции на оси симметрии витка с током, части витка, множества витков, навитых на цилиндр (соленоид), на конус.
3. Получите на основе МНК выражения для всех коэффициентов в зависимостях $y = A \cdot I + D \cdot I^2 + E \cdot I^3$, используемых в выбранной для работы модели.
4. Объясните детально смысл построения на Рис.5.
5. Пользуясь выражением для вращающего момента, действующего на магнитный момент $\vec{p}_m$ в магнитном поле $\vec{B}$: $\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}$, рассмотрите равновесие стрелки (одна часть которой имеет магнитный момент p_{m_1} , а другая – p_{m_2}) заданной длины в неоднородном магнитном поле, индукция которого изменяется лишь по модулю, заданным простым образом.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.А.Детлаф, Б.М.Яворский. Курс физики: Учебное пособие для втузов.- М.: Высшая школа, 1989.- §22.2.- С.237-240.
2. И.В.Савельев. Курс физики: Учеб.: В 3-х т. Т.2: Электричество. Колебания и волны. Волновая оптика. - М.: Наука, 1989. - С.127-134.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5А

ИЗУЧЕНИЕ РЕЛАКСАЦИОННЫХ КОЛЕБАНИЙ В СХЕМЕ С НЕОНОВОЙ ЛАМПОЧКОЙ

Цель: снятие вольт–амперной характеристики неоновой лампы, изучение релаксационных колебаний, определение емкости.

Приборы и оборудование: генератор релаксационных колебаний (ГРК), источник регулируемого напряжения (ИРН), амперметр, вольтметр, магазин сопротивлений, магазин емкостей, набор конденсаторов неизвестной емкости.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.

Релаксацией называется процесс восстановления системы после некоторого возмущения, который описывается экспоненциальным выражением $A = A_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ или $A = A_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$. Первое выражение описывает самопроизвольный процесс возвращения системы в положение равновесия, например разрядка конденсатора через сопротивление. Второе выражение описывает вынужденный процесс перехода системы в новое состояние равновесия, например зарядка конденсатора от источника. Величина τ называется временем релаксации. Это время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в e раз.

Релаксационные колебания – незатухающие негармонические колебания нелинейных систем, для которых характерно медленное накопление энергии системы до определенного критического значения, а затем последующей разрядки энергии, происходящей почти мгновенно. Их генератором может служить система: газонаполненная лампа – конденсатор (рис.1).

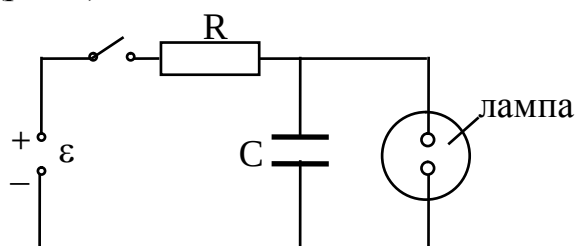


Схема ГРК содержит магазин сопротивлений **R**, магазин емкостей **C** и неоновую лампу.

Рис. 1

Используемая в данной работе неоновая лампа очень широко применяется в качестве индикатора в различных устройствах. Такая лампа представляет собой стеклянный баллон, заполненный неоном при низком давлении (10 - 15 мм рт. ст.). Внутри баллона впаяны два электрода один в виде диска, другой в виде проволочного кольца на расстоянии 2-3 мм друг от друга. При включении источника (ϵ) начальное сопротивление незажженной лампы велико, конденсатор C заряжается, одновременно растет разность

потенциалов на электродах газонаполненной лампы. Когда между электродами создается достаточное напряжение (U_z – напряжение зажигания), в газе возникает тлеющий разряд, который сопровождается свечением красно-оранжевого цвета.

Газы в естественном состоянии состоят из электрически нейтральных атомов и молекул, т.е. не содержат свободных зарядов и поэтому не проводят электрический ток. Проводить они могут, только если часть молекул ионизируется – расщепляется на положительные и отрицательные ионы. Обычно происходит расщепление на одновалентный положительно заряженный ион и электрон. Ионизация может происходить под влиянием различных воздействий на газ, например, нагрева, космических лучей, и др. Наряду с процессом ионизации в газе происходит и обратный процесс – рекомбинация, т.е. воссоединение положительных и отрицательных ионов в нейтральный атом.

Если газ, находящийся под действием внешнего ионизатора, заключен в колбу с впаянными в нее электродами (“лампа”), то при подаче на электроды напряжения зажигания через газ потечет ток, который называют газовым разрядом. В этом случае электропроводность газа создается за счет внешнего ионизатора, и ток, возникающий в нем, называется несамостоятельным разрядом. Существенно, что после того как лампа уже зажглась, она может гореть при более низких напряжения вплоть до некоторого напряжения – напряжения гашения U_r . При прекращении действия внешнего ионизатора такой разряд прекращается.

Электрический ток в газе, сохраняющийся после прекращения действия внешнего ионизатора, называется самостоятельным газовым разрядом. Для его осуществления необходимо, чтобы в результате самого разряда в газе непрерывно образовывались свободные заряды.

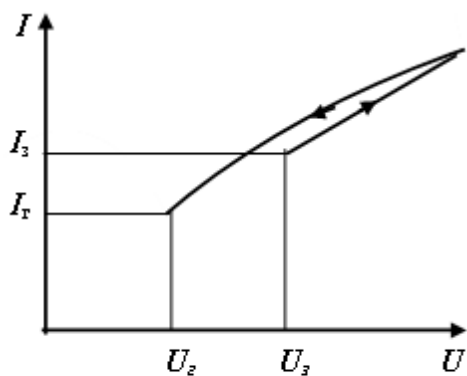


Рис. 2

Идеализированная вольт–амперная характеристика газонаполненной лампы приведена на рис.2. Как следует из характеристики, если увеличивать разность потенциалов на электродах лампы, то при значении $U = U_z$ скачком устанавливается значение тока, равное I_z – лампа “загорается”. При дальнейшем возрастании напряжения ток растет по закону, близкому к линейному. Если затем уменьшать напряжение на “горящей” лампе, то при напряжении, равном U_z , лампа еще не

гаснет. Продолжая уменьшать напряжение, можно увидеть, что лишь при некотором напряжении – напряжении гашения U_r , которое меньше, чем U_z , лампа “гаснет” и ток I_r скачком резко падает. На этом самостоятельный разряд в лампе прекращается. При дальнейшем возрастании напряжения процесс повторяется. Следует заметить, что для реальной лампы зависимость $I = f(U)$ не является линейной.

Зависимость от времени напряжения на конденсаторе показана на рис. 3 и представляет собой негармонические релаксационные колебания. Наблюдая эти колебания на экране осциллографа, можно рассчитать их период: $T = t_1 + t_2$; здесь t_1 – время накопления энергии (зарядки), t_2 – время сброса (разрядки).

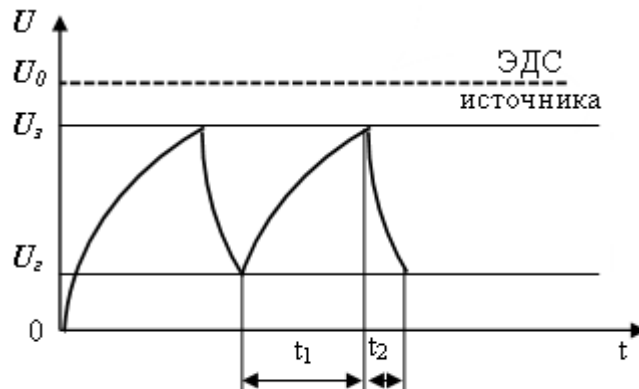


Рис. 3

Как было показано, электрические релаксационные колебания состоят из двух процессов: зарядки конденсатора от источника питания и разрядки через неоновую лампу.

Закон изменения напряжения на конденсаторе при его зарядке можно найти, применив второй закон Кирхгофа к контуру RC.

$$I(R + r) + U_c = \varepsilon, \quad (1)$$

где I – мгновенное значение силы тока,

U_c – мгновенное значение напряжения на конденсаторе,

r – внутреннее сопротивление источника тока.

Так как $R \gg r$, значением r можно пренебречь.

Учитывая, что $I = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{d(q/C)}{dt} = C \frac{dU}{dt}$, уравнение (1) можно

представить в виде

$$\frac{dU}{dt} + \frac{1}{RC} \cdot U - \frac{\varepsilon}{RC} = 0. \quad (2)$$

Решением этого уравнения является функция

$$U = \varepsilon \cdot (1 - e^{-t/(RC)}), \quad (3)$$

Как видно, это уравнение вынужденного релаксационного процесса с временем релаксации $\tau_p = RC$.

Период T релаксационных колебаний состоит из суммы времен t_3 (зарядка конденсатора от напряжения гашения U_r до напряжения зажигания U_3) и t_p (разрядки конденсатора через зажженную неоновую лампу от U_3 до U_r)

$$T = t_3 + t_p \quad (4)$$

Время зарядки конденсатора:

$$t_3 = t_2 - t_1 \quad (5)$$

где t_2 — время зарядки конденсатора до напряжения U_3 , t_1 - время зарядки конденсатора до напряжения U_r . Значения t_1 и t_2 могут быть определены по формуле (3)

$$U_3 = \varepsilon \cdot (1 - e^{-\frac{t_2}{RC}})$$

$$U_r = \varepsilon \cdot (1 - e^{-\frac{t_1}{RC}})$$

Откуда

$$t_1 = RC \ln \frac{\varepsilon - U_r}{\varepsilon}$$

$$t_2 = RC \ln \frac{\varepsilon - U_3}{\varepsilon}$$

Следовательно,

$$t_3 = t_2 - t_1 = RC \ln \frac{\varepsilon - U_r}{\varepsilon - U_3}$$

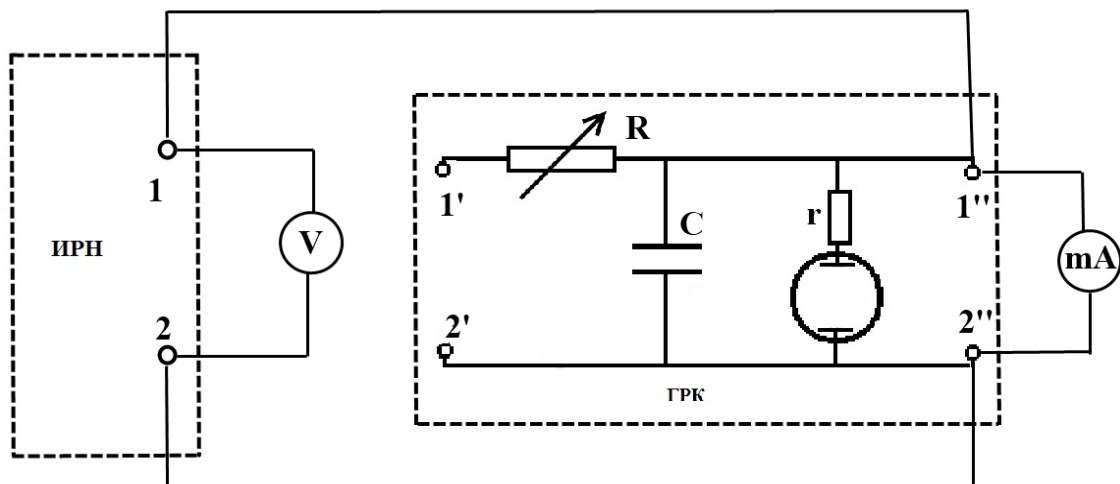
Обычно выбирают сопротивление R достаточно большим, тогда время разрядки t_p будет намного меньше t_3 , поэтому им пренебрегают:

$$T \approx t_3 = RC \ln \frac{\varepsilon - U_r}{\varepsilon - U_3} \quad (6)$$

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Задание 1. Получение ВАХ релаксационных колебаний.

Для снятия вольтамперной характеристики собирается следующая схема. К клеммам 1-2 подключить вольтметр. Эти же клеммы соединить с клеммами 1''-2'' Миллиамперметр присоединяется к схеме переключателем в положении «Вкл.», находящимся под миллиамперметром.



1. Переключатель на магазине емкостей C Установить в положение 0.
2. Снять зависимость тока I от напряжения U при его увеличении от 0 до 200 В, а затем при уменьшении напряжения до нуля (при прямом и обратном ходе необходимо снять по 8-10 точек). По возможности точно определить напряжение зажигания U_3 и гашения U_r лампы, а так же силу тока I_r .
3. Данные организовать в таблицу.

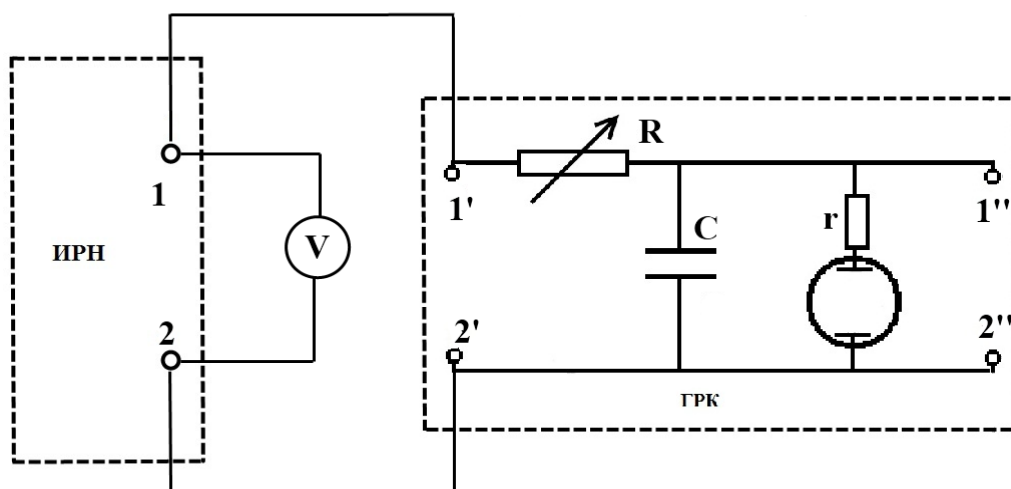
№ п.п.	Прямой ход		Обратный ход	
	U , В	I , мА	U , В	I , мА

1.				
2.				
3.				
...				
№				

4. Построить график зависимости $I=f(U)$.

Задание 2. Определение периода колебаний неоновой лампы.

Для определения периода колебаний неоновой лампы собирается следующая схема. К клеммам 1-2 подключить вольтметр. Эти же клеммы соединить с клеммами 1'-2'. Переключатель, находящийся под миллиамперметром, установить в положении «Выкл.».



Переключатель на магазине емкостей C в ГРК установить в положение 1 или 2. На магазине сопротивлений R в ГРК установить такое значение, чтобы неоновая лампа мигала. При этом время гашения неоновой лампы было минимальным, т.е. должно выполняться условие:

$$R \geq \frac{\varepsilon - U_z}{I_z}$$

1. При помощи секундомера определить время t_{20} , в течении которого происходит $N=20$ миганий неоновой лампы.

2. Определить период колебаний $\tau_{\text{эксп}}$:

$$\tau_{\text{эксп}} = \frac{t}{N}$$

3. Рассчитать теоретическое значение периода $\tau_{\text{теор}}$ релаксационных колебаний по формуле (6).

4. Измерения провести при каждом значении емкости. Данные оформить в таблицу.

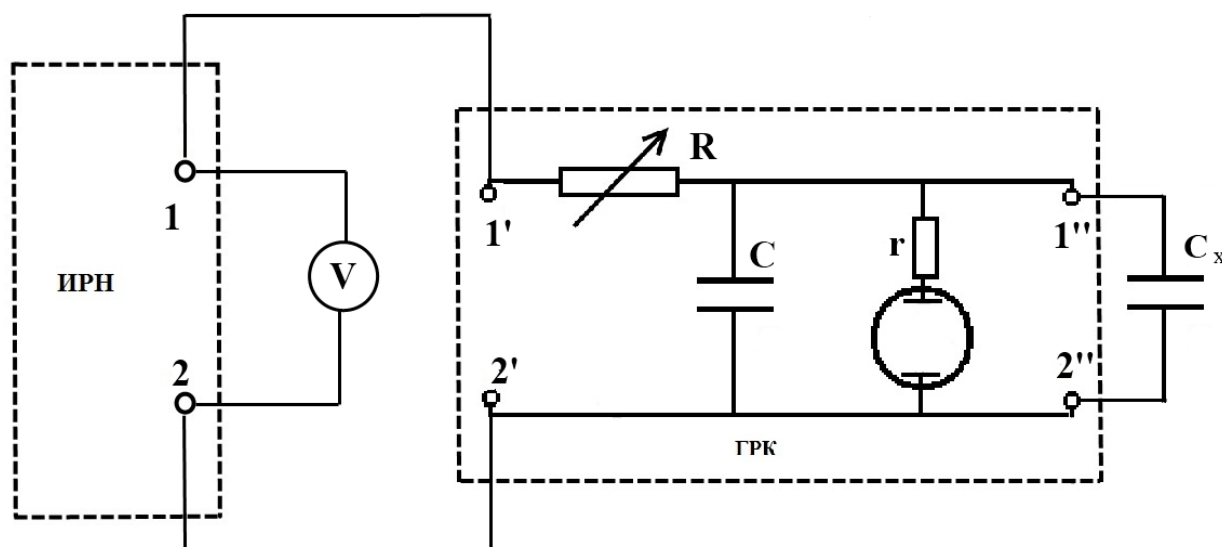
№ п.п.	C, Φ	$R, \text{Ом}$	$t_{20}, \text{с}$	$\tau_{\text{эксп}}, \text{с}$	$\tau_{\text{теор}}, \text{с}$
1					

2					
...					

5. Сравнить экспериментальное и теоретическое значение периода. Сделать вывод.

Задание 3. Определение неизвестной емкости.

1. Переключатель емкости в ГРК поставить в положение 1 или 2.
2. Добиться мигания неоновой лампы.
3. Определить период колебаний τ неоновой лампы при помощи секундомера.
4. К клемма 1''-2'' подсоединить не известную емкость C_x согласно схеме.



5. Не меняя напряжения, даваемого ИРН, определить новый период колебаний τ' .
6. Определить неизвестную емкость C_{1x} по формуле
7.
$$C_x = \frac{\tau'}{\tau} C$$
8. Измерение повторить для другой неизвестной емкости C_{2x} .
9. Соединить неизвестные емкости последовательно и подключить к клемма 1''-2''. Определить емкость при последовательном соединении C_{1x} и C_{2x} . Сравнить с теоретическим значением.
10. Соединить неизвестные емкости параллельно и подключить к клемма 1''-2''. Определить емкость при параллельном соединении C_{1x} и C_{2x} . Сравнить с теоретическим значением.
11. Данные оформить в таблицу.

№ п.п.	$R, \text{ Ом}$	$C, \text{ Ф}$	$\tau, \text{ с}$	$\tau', \text{ с}$	$C_{1x}, \text{ Ф}$	$C_{2x}, \text{ Ф}$	$C_{\text{посл}}, \text{ Ф}$	$C_{\text{парал}}, \text{ Ф}$
1.								

2.								
...								

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. От чего зависит электропроводность газов?
2. Что такое несамостоятельный разряд?
3. Каков механизм возникновения самостоятельного разряда?
4. Как работает генератор релаксационных колебаний?
5. Объяснить вольт–амперную характеристику газонаполненной лампы.
6. Вывод формулы (6) для периода релаксационных колебаний?
7. Применение газонаполненных ламп.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Релаксационные колебания.

Релаксационными называются вынужденные колебания в таких системах, в которых из-за больших потерь (диссипации) энергии невозможны свободные колебания. Рассеяние энергии, обусловленное диссипативными силами, приводит к тому, что энергия, накопленная в одном из двух (или более) накопителей, входящих в состав автоколебательной системы, не переходит полностью к другому накопителю (как в системах, совершающих гармонические колебания), а рассеивается в системе, превращаясь в тепло. Релаксационные колебания, как и всякие автоколебания, могут происходить только в нелинейных системах, поэтому рассмотрение релаксационных колебаний требует применения нелинейной теории колебаний. Релаксационные автоколебательные системы характерны тем, что при отключении источника энергии в них невозможны колебательные движения. Если в системе преимущественное значение имеет один из энергоёмких параметров (например, ёмкость при пренебрежимо малой индуктивности или упругость при пренебрежимо малой массе), то каждый период релаксационных колебаний может быть разделён на несколько резко разграниченных этапов, соответствующих медленным и быстрым изменениям состояния системы, в которой происходят релаксационные колебания, что позволяет рассматривать релаксационные колебания в подобных вырожденных системах как разрывные колебания. С механическими релаксационными колебаниями приходится встречаться в различных механизмах (например, тормозные колодки), в которых трение достаточно велико и, вместе с тем, величина трения падает (по крайней мере в некоторой области) при увеличении относительной скорости движения поверхностей, между которыми возникают силы трения.

Электрические релаксационные колебания широко применяются в измерительной технике, телеуправлении, автоматике и др. разделах электроники. Для создания релаксационных колебаний существуют

разнообразные схемы генераторов релаксационных колебаний, например блокинг-генераторы, мультивибраторы, RC -генераторы, а также генераторы с газоразрядной лампой, которая обладает свойствами зажигаться при некотором напряжении U_1 , и гаснуть при более низком напряжении U_2 .

Чтобы понять принцип действия схем генераторов релаксационных колебаний необходимо познакомиться с особенностями электропроводности газов.

2. Электропроводность газов.

Газы, в отличие от металлов и электролитов, в обычных условиях состоят из электрически нейтральных атомов и молекул, т.е. не содержат свободных зарядов и поэтому не проводят электрический ток. Проводить ток газы могут только в том случае, если часть молекул ионизируется - расщепляется на положительные и отрицательные ионы. Обычно расщепление происходит на одновалентные положительные ионы и свободные электроны. Ионизация может происходить под влиянием различных воздействий на газ: сильного нагрева, рентгеновских лучей, радиоактивных излучений, космических лучей, бомбардировки молекул газа быстро движущимися ионами, электронами, нейтронами и другими частицами (так называемая ударная ионизация).

Для того, чтобы выбить из молекулы (атома) один электрон, необходимо затратить определенную энергию ионизации, значения которой для атомов различных веществ лежат в пределах от 4 до 25 эВ, (где $1\text{эВ}=1,6\cdot 10^{-19}$ Дж).

Так как в обычных условиях газ подвергается воздействию космических лучей и радиоактивных излучений (внешних ионизаторов), то в нем всегда имеются свободные заряды. Однако интенсивность ионизации n_0 , измеряемая числом пар ионов разного знака, возникающих в единице объема газа в единицу времени, в обычных условиях очень мала и не может обеспечить существенной электропроводности. Поэтому газы ведут себя как изоляторы. Наряду с процессом ионизации в газе происходит и обратный процесс – рекомбинация, т.е. воссоединение положительных ионов и электронов в нейтральные атомы и молекулы. Вероятность такого процесса пропорциональна как числу положительных, так и числу отрицательных ионов. Поэтому количество рекомбинирующих за 1 секунду в единице объема пар ионов n_r пропорционально квадрату имеющихся в единице объема пар ионов:

$$n_r = k \cdot n^2$$

где k – коэффициент рекомбинации.

Под влиянием ионизации и рекомбинации в газе устанавливается равновесное состояние (динамическое равновесие), когда число пар ионов, возникающих в единичном объеме в единицу времени, равно числу рекомбинирующих за тоже время пар: $n_0 = n_r$. В состоянии равновесия в единице объема газа будет находиться n пар ионов:

$$n = \sqrt{\frac{n_0}{k}}$$

Если газ заключен в стеклянную трубку с впаянными в нее электродами, то при подаче на электроды напряжения имеющиеся электроны и ионы под действие внешнего электрического поля приобретут кинетическую энергию. При столкновении электрона с нейтральным атомом из атома «выбивается» электрон, то есть образуется еще один электрон и ион. Вторичные электроны, ускоряясь в электрическом поле, также участвуют в ионизации атомов. В результате число носителей тока в газе возрастает практически в геометрической прогрессии. Вторичная электронная эмиссия – испускание электронов с поверхности катода при бомбардировке его положительными ионами, приобретенными скоростью в электрическом поле, дает начальный поток новых электронов. По трубке потечет ток. Процесс протекания тока через газ называется газовым разрядом. Если электропроводность газа создается за счет внешнего ионизатора, то возникающий в нем электрический ток называется несамостоятельным разрядом. С прекращением действия внешнего ионизатора такой разряд прекращается. Электрический разряд в газе, сохраняющийся после прекращения действия внешнего ионизатора, называется самостоятельным газовым разрядом. Для его осуществления необходимо, чтобы в результате самого разряда в газе непрерывно образовывались свободные заряды.

Плотность электрического тока в газе (электрический ток, проходящий через единицу площади поперечного сечения) обусловлена движением как положительных, так и отрицательных зарядов:

$$\vec{j} = q_+ \cdot n \langle \vec{V}_+ \rangle + q_- \cdot n \langle \vec{V}_- \rangle$$

где: q_+ и q_- – величины положительных и отрицательных зарядов; $\langle \vec{V}_- \rangle$ и $\langle \vec{V}_+ \rangle$ – средние скорости упорядоченного движения зарядов; n – концентрация зарядов.

Средние скорости упорядоченного движения пропорциональны напряженности электрического поля E и подвижности зарядов b :

$$\langle \vec{V}_+ \rangle = b_+ \cdot \vec{E}$$

$$\langle \vec{V}_- \rangle = b_- \cdot \vec{E}$$

где: b_+ и b_- – подвижности положительных и отрицательных зарядов (скорости их упорядоченного движения при напряженности электрического поля $E = 1$ В/м). Соответственно подвижность ионов будет равна:

$$b = \frac{\langle \vec{V} \rangle}{\vec{E}}$$

Тогда

$$\vec{j} = (q_+ b_+ + q_- b_-) n \cdot \vec{E}$$

где: j – плотность электрического тока, E – напряженность электрического поля.

Электропроводность будет равна:

$$\sigma = (q_+ b_+ + q_- b_-) n$$

Учитывая, что атомы газов ионизируются, как правило, на электрон и одновалентный положительно заряженный ион, можно записать:

$$\sigma = e \cdot n(b_+ + b_-)$$

3. Вольтамперная характеристика.

Зависимость тока от приложенного к электродам напряжения называется вольтамперной характеристикой. Вольтамперная характеристика изображена на рис. 4.

Если к электродам приложить напряжение, то ионы и электроны под действием сил со стороны электрического поля будут двигаться к противоположным электродам. При малых напряжениях (участок 1) концентрация зарядов остается постоянной, так как интенсивность ионизации будет постоянной (за время опыта интенсивность ионизации газа практически не меняется), а электродов будет достигать лишь незначительное число заряженных частиц. Поэтому электропроводность также остается постоянной, и сила тока пропорциональна напряженности электрического поля в соответствии с законом Ома.

С увеличением разности потенциалов (участок 2) линейная зависимость нарушается. Это связано с тем, что под действием поля значительная часть ионов и электронов, образующихся в единицу времени достигает электродов. Это приводит к уменьшению концентрации зарядов и нарушению пропорциональности между током и напряжением.

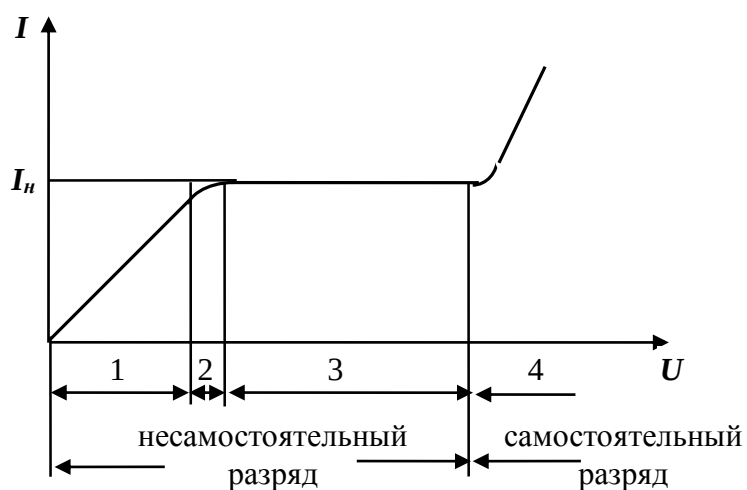


Рис. 4

Начиная с некоторого значения напряжения (участок 3), ток остается неизменным с увеличением напряжения. Это объясняется тем, что все заряды, возникшие в газе под действием внешнего ионизатора, достигают электродов, не успевая рекомбинировать. Поэтому при неизменной интенсивности ионизации не происходит дальнейшего роста тока при увеличении напряжения. Сила тока газового разряда достигает наибольшего значения,

возможного при данной интенсивности ионизации, определяющейся внешним ее источником. Этот ток называется током насыщения J_n . Плотность тока насыщения находится по формуле:

$$j_{нас} = q \cdot n_0 \cdot d$$

где: q – заряд иона, n_0 – число пар ионов, создаваемых ионизатором в единице объема в единицу времени, d – расстояние между электродами.

$$n_0 = N / (V \cdot t)$$

где: N – число пар ионов, создаваемых ионизатором за время t в пространстве между электродами, V – объем этого пространства.

Газовый разряд, происходящий при напряжениях соответствующих областям 1,2,3, является несамостоятельным газовым разрядом. При дальнейшем увеличении напряжения (участок 4) происходит резкое увеличение тока. Это объясняется ударной ионизацией: электроны, возникшие в газе за счет внешнего ионизатора во время своего движения к аноду под действием электрического поля, приобретают энергию, достаточную для ионизации нейтральных молекул газа при столкновении с ними. При этом образуются вторичные электроны и ионы. В свою очередь вторичные электроны, ускоряясь, полем, могут также ионизировать нейтральные молекулы газа.

Число носителей тока лавинообразно возрастает. Увеличивается и сила тока. Но разряд в газе остается еще несамостоятельным, так как ударная ионизация, вызванная одними электронами, недостаточна для поддержания разряда при удалении внешнего ионизатора. Это вызвано тем, что электроны движутся в электрическом поле от катода к аноду. Поэтому они могут ионизировать только те молекулы газа, которые ближе к аноду по отношению к месту возникновения данного электрона. Вблизи катода электроны еще не имеют энергии, достаточной для ионизации, и в этой области электроны могут возникать только благодаря внешнему ионизатору.

Если действие последнего прекратится, то область ударной ионизации будет постепенно сокращаться, стягиваясь к аноду по мере движения к нему электронов, и, в конце концов, ударная ионизация и электрический ток в газе прекратятся. Для перехода от несамостоятельного разряда к самостоятельному необходимо, чтобы электронные лавины «воспроизводились», т.е. чтобы в газе под действием каких-то процессов возникали новые электроны. Суть такого процесса состоит в следующем:

- 1) ускоренные электрическим полем положительные ионы, ударяясь о катод, выбивают из него электроны;
- 2) положительные ионы, сталкиваясь с молекулами газа, переводят их в возбужденное состояние, а обратный переход таких молекул в нормальное состояние сопровождается испусканием фотона;
- 3) фотон, поглощенный нейтральной молекулой, ионизирует ее, происходит так называемый процесс фотонной ионизации молекул;
- 4) выбивание электронов из катода под действием фотонов;

5) наконец, при значительных напряжениях между электродами газового промежутка наступает момент, когда положительные ионы, обладающие меньшей длиной свободного пробега, чем электроны, приобретают энергию, достаточную для ионизации молекул газа, и к отрицательной пластине устремляются ионные лавины. Когда возникают кроме электронных лавин еще и ионные, сила тока растет уже практически без увеличения напряжения.

В результате описанных процессов (1-5) число ионов и электронов в объеме газа лавинообразно возрастает, и разряд становится самостоятельным, т.е. сохраняется после прекращения действия внешнего ионизатора. Переход от несамостоятельного разряда к самостоятельному называется электрическим пробоем газа, а соответствующее напряжение – напряжением зажигания (пробоя) U_z , которое зависит от химической природы газа, материала катода, формы электродов и расстояния между ними, давления газа и наличия в нем примесей.

Применение газонаполненных ламп

- Благодаря очень малому току потребления, неоновая лампа является простым, экономичным и надёжным индикатором включения сетевого напряжения 220 вольт.

- Минимальный ток, необходимый для зажигания неоновых ламп низкого давления настолько мал, что его может дать даже ёмкость тела человека, то есть такие лампы очень чувствительны. Это используют в пробниках-индикаторах, позволяющих обнаруживать наличие переменного напряжения на фазном проводе осветительной электросети или на корпусах приборов. Такой пробник должен **в обязательном порядке** содержать резистор номиналом порядка 1 МОм, включённый последовательно с неоновой лампой, для исключения возможности поражения человека электрическим током.

- Неоновая лампа применяется в стробоскопическом устройстве контроля частоты вращения диска электрофона.

- Неоновая лампа может применяться не только как элемент индикации. Благодаря наличию отрицательного динамического сопротивления, она может выступать и в качестве активного элемента. Наиболее часто она применяется в этом качестве в релаксационных генераторах, а также используется в качестве порогового элемента. Может она применяться и в более сложных схемах: например на неоновых лампах можно делать счётчики.

- Неоновая лампа также может использоваться как элемент защиты от кратковременных перенапряжений в сигнальных цепях соответствующего напряжения (если допустимое напряжение защищаемой цепи ниже порога её зажигания, а выбросы напряжения достигают его), например в телефонных линиях (в входных цепях телефонных аппаратов).

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА Э-12.

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ФЕРРОМАГНЕТИКОВ.

Цель работы: С помощью электронного осциллографа снять петлю гистерезиса, определить коэрцитивную силу и остаточное намагничивание, снять кривую намагничивания и определить потери на перемагничивание.

Приборы и принадлежности: Тороид из ферромагнитного вещества, осциллограф, сопротивление, конденсатор.

ВВЕДЕНИЕ

Магнитные свойства веществ обусловлены магнитными свойствами составляющих их атомов (молекул). Магнитный момент изолированного атома в отсутствие внешнего магнитного поля складывается из орбитальных и спиновых моментов входящих в его состав электронов (магнитным моментом ядра можно пренебречь). При внесении магнетика во внешнее магнитное поле вектор индукции результирующего магнитного поля в нём выражается формулой $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_{\text{вн}}$, где $\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}$ – магнитная индукция внешнего намагничивающего поля, $\vec{B}_{\text{вн}}$ – индукция внутреннего магнитного поля магнетика. При однородном намагничении $\vec{B}_{\text{вн}} = \mu_0 \vec{I}$, где $\vec{I}$ – вектор намагничивания магнетика. Если внешнее поле не слишком сильное, то $\vec{I} = \chi_m \vec{H}$, где χ_m – магнитная восприимчивость вещества. Поэтому $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \chi_m \vec{H} = \mu \mu_0 \vec{H}$, где $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнитная постоянная, $\mu = 1 + I_m$ – относительная магнитная проницаемость вещества. Она показывает, во сколько раз индукция магнитного поля в образце больше индукции поля в вакууме при одной и той же напряжённости $\vec{H}$.

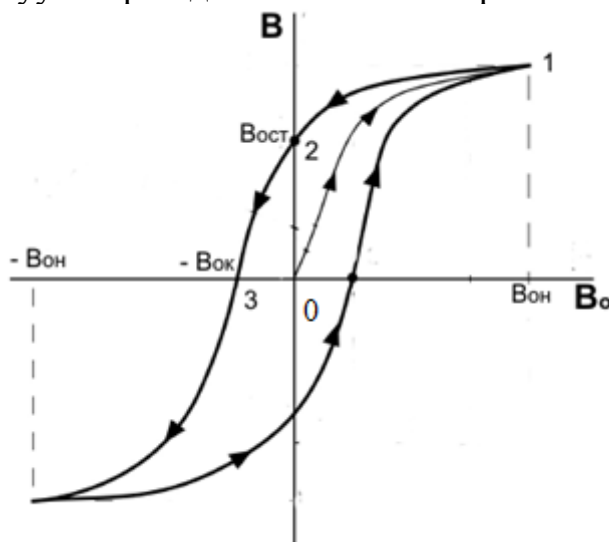


Рисунок. 12.1

Ферромагнетиками называются вещества, внутреннее магнитное поле в которых в сотни и тысячи раз может превышать вызвавшее его внешнее поле. Ответственными за магнитные свойства веществ этого класса являются

спиновые магнитные моменты электронов. В результате действия обменных сил, которые имеют квантово-механический характер, магнитные моменты электронов выстраиваются параллельно друг другу. Вследствие этого в образце образуются области спонтанного намагничивания – домены, имеющие размеры порядка $10^{-4} \div 10^{-3} \text{ см}$; Направление моментов отдельных доменов различны, поэтому в отсутствие внешнего поля суммарный момент образца равен нулю. Для ферромагнетиков наблюдается явление гистерезиса. Оно заключается в том, что магнитная индукция $\vec{B}$ в ферромагнетике зависит не только от магнитной индукции в вакууме $\vec{B}_0$ в данный момент, но и от того, каково было $\vec{B}_0$ раньше, т.е. μ является многозначной функцией индукции $\vec{B}_0$. Если не намагниченный ферромагнетик поместить в магнитное поле, индукция которого постепенно возрастает, начиная от нуля, то зависимость $\vec{B}$ от $\vec{B}_0$ выразится участком 01 (рис.12.1). Этот участок называется кривой намагничивания. При некотором $B_0 = B_{он}$ становится практически постоянной (насыщение) и $\vec{B}$ возрастает только за счёт увеличения $\vec{B}_0$. Насыщение наступает тогда, когда векторы магнитных моментов всех доменов оказываются сориентированными параллельно внешнему полю. При уменьшении индукции $\vec{B}_0$ внешнего поля до нуля, $\vec{B}$ уменьшается по кривой 1-2 и при $B_0 = 0$ окажется равной $B_{ост}$ (остаточная индукция).

Для полного размагничивания образца необходимо приложить поле противоположного направления (точка 3). Величина этого поля $B_{ок}$ называется коэрцитивной силой. Точка 4 соответствует магнитному насыщению, когда $B_0 = -B_{он}$.

При дальнейшем изменении B_0 от $-B_{он}$ до $+B_{он}$ получается замкнутая кривая – петля гистерезиса. Если B_0 изменяется от $-B_0$ до $+B_0$, получается максимальная кривая гистерезиса, если пределы измерения B_0 меньше, получается петля, называемая частичным циклом (рис. 12-1). Перемагничивание ферромагнетика связано с поворотом доменов, при этом выделяется теплота $Q = \oint H dB$, пропорциональная площади петли гистерезиса.

ТЕОРИЯ МЕТОДА.

Из ферромагнетика (железа) изготовлен тороид. Первичная обмотка тороида питается через сопротивление R переменным ток i_1 . Индукция магнитного поля внутри полого тороида равна $B_0 = \mu n_1 i_1$ (радиус тороида много больше радиуса витков), где n_1 – число витков на 1м. Тогда напряжение на горизонтально отклоняющих пластинах осциллографа пропорционально B_0 :

$$U_x = i_1 R_1 = \frac{R_1}{\mu_0 n_1} B_0 \quad (12-1)$$

Э.д.с. индукции во вторичной обмотке $\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$ где ϕ – поток вектора магнитной индукции через поверхность, охватываемую всеми витками вторичной обмотки. Если S – площадь витка, n_2 – число витков, то $\phi = BS n_2$ и $\varepsilon = -S n_2 \frac{dB}{dt}$. Закон Ома для вторичной обмотки, имеет вид: $\varepsilon = U_c + iR_2$, где $U_c = U_y = \frac{q}{C} = \frac{S_i dt}{C}$, где U_c – напряжение на конденсаторе, q – заряд конденсатора. Если R_2 велико ($R_2 \approx 100 \text{ кОм}$), то $U_c \ll iR_2$, поэтому $\varepsilon = iR_2 = -S n_2 \frac{dB}{dt}$, откуда

$$U_y = \frac{1}{C} \int i dt = -\frac{n_2 S}{R_2 C} \int dB = -\frac{n_2 S}{R_2 C} B \quad (12-2)$$

В результате на одни пластины подаётся напряжение, пропорциональное B_0 , а на другие – пропорциональное B и на экране получается неподвижная петля гистерезиса. Изменяя потенциометром R напряжение U_x , можно получить на экране ряд частичных петель. Верхняя точка петли лежит на кривой намагничения. Для построения кривой, следовательно, нужно снять с осциллограмм координаты n_x и n_y петель гистерезиса. Зная чувствительность осциллографа по осям $x(U_x)$ и $y(U_y)$, можно определить соответствующие напряжения U_x и U_y : $U_x = n_x u_x$; $U_y = n_y u_y$. Тогда из (12-1), (12-2) находим

$$B_0 = k_x n_x, \quad B = k_y n_y \quad (12-3)$$

где

$$k_x = \mu_0 \frac{n_x U_x}{R_1}, \quad k_y = \frac{R_2 C}{n_2 S} U_y \quad (12-4)$$

Теплота, выделяющаяся в единице объёма магнетика за один цикл перемагничивания выражается формулой $Q_{(1)} = \frac{S_n}{\mu_0}$, где S_n – площадь петли гистерезиса. Если кривая гистерезиса содержит N координатных клеток шкалы, то $S_n = N k_x k_y$. Пусть ν – частота переменного тока. Тогда количество теплоты, выделяющееся в единице объёма за 1с. равно

$$Q = \frac{k_x k_y}{\mu_0} \nu N \quad (12-5)$$

Порядок выполнения работы.

1. Получить на экране осциллографа с помощью потенциометра R и рукояток "усиление" петлю гистерезиса, имеющую участок насыщения и занимающую большую часть экрана. Определить координаты n_x и n_y вершины петли. Не изменяя положения ручек "усиление", уменьшать подаваемое напряжение и получить на экране семейство петель (10-15) гистерезиса, записывая для каждой из них координаты вершин. Измерения

повторять до тех пор, пока петля не стянется в точку. Вычислить k_x и k_y по формуле (12-4) и B_0 и B по формуле (12-3) для всех вершин. Величины U_x и U_y берут из таблиц, приложенных к приборам. Параметры схемы даны на панели. По полученным данным строят график зависимости $B = f(B_0)$. Для максимальной петли определяют коэрцитивную и остаточную индукцию.

2. Получают на экране максимальную петлю гистерезиса. Снимают координаты 20-30 точек петли в делениях экранной сетки. Вычерчивают петлю на миллиметровке с сохранением масштаба. По формуле (12-5) определяют потери на перемагничивание.

Контрольные вопросы.

1. Классификация магнетиков.
2. Физический смысл магнитной восприимчивости и проницаемости.
3. В чём заключается явление гистерезиса? Что такое кривая намагничивания?
4. Выведите формулы (12-3), (12-5)
5. Почему μ столь велико для ферромагнетиков?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА Э-14 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ ПО МЕТОДУ ЛЕХЕРА

Цель работы: Определение длины электромагнитной волны и скорости ее распространения в воздухе.

Приборы и принадлежности: Генератор ультрокоротких волн, установка Лехера. Датчики тока и напряжения.

ВВЕДЕНИЕ.

Основные положения теории Максвелла устанавливают следующее: а) изменяющееся во времени электрическое поле, т.е. "ток смещения", вызывает появление магнитного поля; б) изменяющееся магнитное поле вызывает появление вихревого электрического поля .

Если создать в ограниченном поле пространства периодически меняющееся электрическое и магнитное поле, то в окружающем пространстве возникает последовательное взаимное превращение электрического и магнитного полей, распространяющиеся с конечной скоростью.

В этом случае электромагнитного поля является периодическим во времени и в пространстве и представляет собой электромагнитную волну. В электромагнитной волне вектор $\vec{E}$ перпендикулярен вектору $\vec{H}$, оба вектора перпендикулярны вектору скорости $\vec{V}$ ($\vec{E} * \vec{H} = \vec{E} * \vec{V} = \vec{H} * \vec{V} = 0$), образуя правовинтовую систему. При этом векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ изменяются в одной фазе (рис. 14.1). Электромагнитные волны можно пролучить и в двухпроводной линии, если ее подключить к высокочастотному источнику тока (рис.14.2).

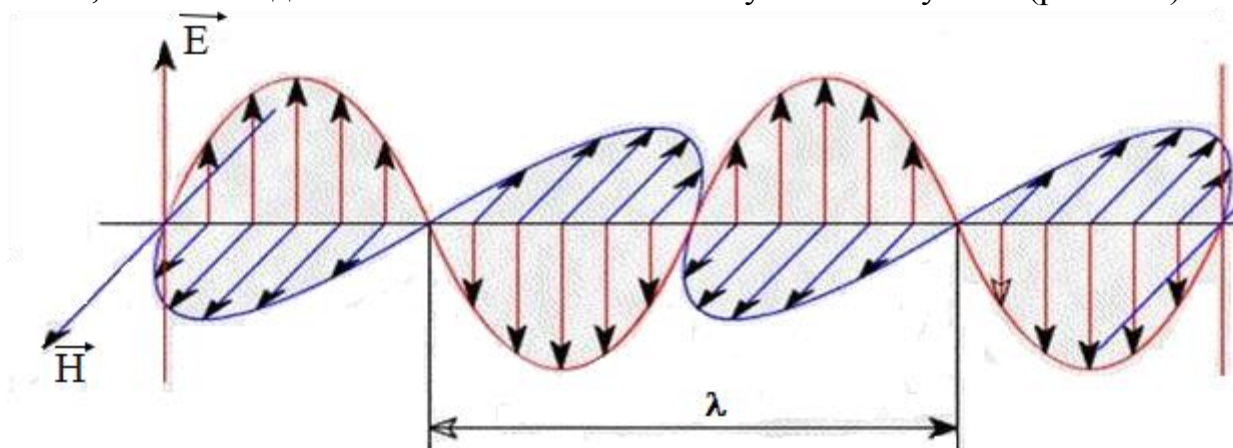


Рис. 14.1

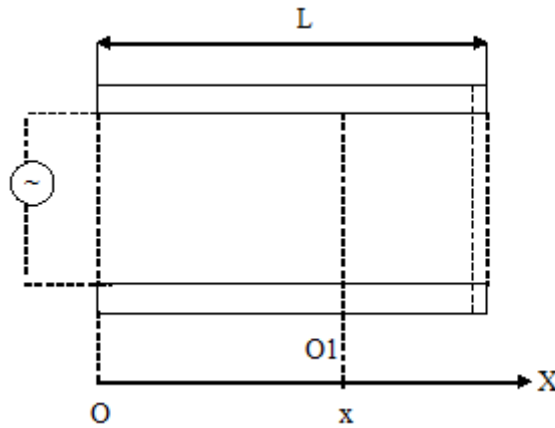


Рис. 14.2

При этом существуют два различных процесса передачи поля: с помощью токов проводимости, текущих по проводам, и при помощи тока смещения. При малой частоте генератора тока смещения можно пренебречь по сравнению с токами проводимости, и в этом случае электромагнитные явления существенно зависят от сопротивлений линии, т.е. от материала проводов. При больших частотах основную роль играют токи смещения и электрические явления определяются электромагнитными волнами. Пусть в точке О двухпроводной линии (рис. 14.2) электрическое поле изменяется по гармоническому закону:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos \omega t,$$

где $\vec{E}_0$ – амплитуда колебаний, ω – циклическая частота, t – время.

Электрическое поле будет распространяться вдоль линии и в произвольной точке О1, отстоящей от О на расстоянии x , также возникнут гармонические колебания вектора $\vec{E}$. Однако, в силу конечности скорости $\vec{V}$ распространения колебаний, колебания в точке О1, будут запаздывать относительно колебаний в

О на время $\tau = x/v$, так что они имеют вид $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos \omega(t - \frac{x}{v})$. Поскольку колебания $\vec{E}$ и

$\vec{H}$ происходят в одной фазе, то для колебаний магнитного поля в точке О1 будем опять иметь $\vec{H} = \vec{H}_0 \cos \omega(t - \frac{x}{v})$. Расстояние между двумя точками, в которых колебания отличаются по фазе на 2π (например, между двумя соседними максимумами), называется длиной электромагнитной волны λ . Она равно расстоянию, на которое распространяется волна за время одного периода колебаний T . Поэтому имеем

$\lambda = V * T$. Учитывая, что $\omega = 2\pi/T$, колебания $\vec{E}$ и $\vec{H}$ в точке О1 можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_0 \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right) = \vec{E}_0 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{Tv} \right) = \vec{E}_0 \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right) = \\ &= \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx), \\ \vec{H} &= \vec{H}_0 \cos \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{v} \right) = \vec{H}_0 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{Tv} \right) = \vec{H}_0 \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right) = \quad (14.1) \\ &= \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx), \end{aligned}$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число. Уравнение (14.1) называются уравнениями электромагнитной волны.

Бегущие электромагнитные волны возникают в бесконечно длинных линиях. Если же волны распространяются в коротких линиях, на длине которых укладывается небольшое количество длин волн, то отраженные от концов линии волны, складываясь с первоначальной волной, образуют стоячие волны. Рассмотрим результат сложения только двух волн: идущей от генератора, и отраженной от правого конца линии. Колебания в точке О1, возбуждаемые волной идущей от генератора, даются формулой 14.1. Считая, что волна отражается без потери энергии, колебания поля отраженной волны в той же точке будет иметь вид:

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_0 \sin(\omega t + kx - \phi),$$

где знак (+) у слагаемого kx отражает тот факт, что волна распространяется в отрицательном направлении оси OX , а угол ϕ учитывает запаздывание на фазе отраженной волны на $\frac{2\pi}{\lambda} * 2(l - x)$ из-за того, что для возвращения в точку О1 ей нужно дважды пройти путь $(l - x)$ и, кроме того, при отражении также возможно изменение фазы колебаний. Складываясь, обе волны дают результирующее поле

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E}_0 [\sin(\omega t - kx) + \sin(\omega t + kx - \phi)].$$

Для магнитного поля будем иметь аналогичное уравнение. Согласно (14.1) в линии будут происходить гармонические колебания поля с частотой ω и с начальной фазой $\phi/2$. Однако амплитуда этих колебаний $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(kx - \frac{\phi}{2})$ зависит от координаты x . В точках, для которых $kx - \frac{\phi}{2} = \pm n\pi$, где $n=0,1,2,3\dots$, амплитуда колебаний максимальна и равна $2E_0$. Эти точки называются пучностями, электрического поля. Расстояние Δx между двумя соседними пучностями равно, очевидно, $\Delta x = \pi/k = \lambda/2$. В точках, называемых узлами электрического поля, амплитуда колебаний равна нулю. Координаты узлов можно найти из соотношения

$$kx - \phi/2 = \pm (2n + 1)\pi/2,$$

где n – целое число. Расстояние между узлами также равно $\lambda/2$, колебания электрического поля изображены на рис. (14-3).

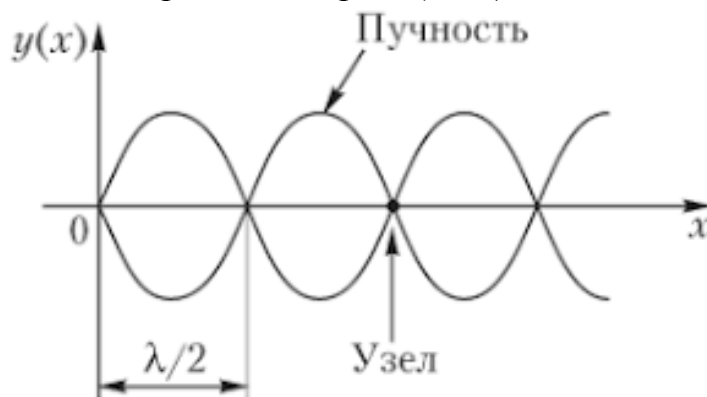


Рис.14.3

В бегущей электромагнитной волне колебания векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ совершаются в одной фазе. В стоячей λ волне между колебаниями $\vec{E}$ и $\vec{H}$ существует разность фаз $\pi/2$ и пучности электрического поля совпадают с узлами магнитного и наоборот. Это объясняется тем, что при отражении волны скорость $\vec{V}$ меняет знак, в следствии чего для сохранения правовинтовой ориентации тройки (E,Y,V) меняет знак один из векторов E или H (рис.14-4). При разомкнутой двухпроводной линии на концах образуется пучность электрического поля и узел тока (ток не идет через диэлектрик), а значит, и электромагнитного поля, т.н. (H) при отражении меняет фазу на π .

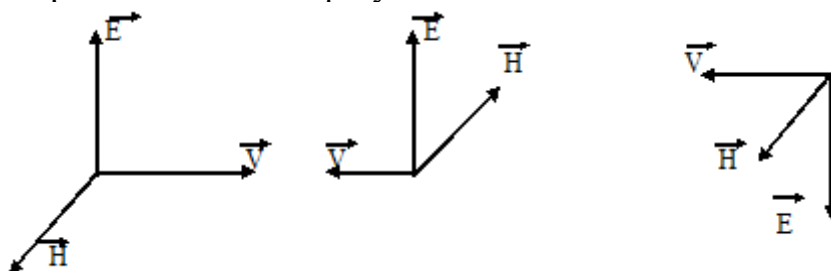


Рис.14.4.

Если линия замкнута проводящим мостиком, то напряжение между проводами линии будет равно нулю (узел электрического поля). Амплитуда тока в проводящем мостике, напротив, будет наибольшей и на конце образуется пучность электромагнитного поля. Для того, чтобы в двухпроводной линии могли возникнуть стоячие волны, необходимо, чтобы линия имела вполне определенную длину, зависящую от частоты поля. Если линия замкнута на обоих концах, то на концах, согласно вышеуказанному, должны быть узлы электрического и пучности магнитного полей, значит длина линии L удовлетворяет соотношению $L = 1/2 * k\lambda$, где $k=1,2,\dots$. Если конец линии разомкнут, то на этом конце образуется пучность напряжения, значит длина линии L удовлетворяет соотношению $L = (2k - 1)\lambda/4$, $k=1,2,\dots$. Колебания, которые возникают в линии L , если ее длина удовлетворяет вышеприведенным соотношениям, называются собственными колебаниями двухпроводной линии.

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ И ТЕОРИЯ МЕТОДА.

Установка Лехера состоит из двухпроводной линии малого сопротивления, замкнутой на одном конце витка, и при помощи которых осуществляется индуктивная связь с генератором УКВ. Для нахождения узлов и пучностей электрического поля используются мостики с лампочкой накаливания и неоновой лампой соответственно. Замыкая линию мостиком с лампой накаливания и передвигая мостик до получения максимального накаливания лампочки, мы находим пучности тока (узлы электрического поля). Неоновая лампочка, напротив, горит ярко в пучностях напряжения электрического поля и гаснет в узлах. Для настройки линии в резонанс ее длина может изменяться при помощи трубок на конце. Такая настройка необходима лишь при исследовании разомкнутой на конце линии. При исследовании замкнутой

линии настройка производится перемещением специального замыкающего мостика.

Порядок выполнения работы.

1. Включить генератор УКВ и прогреть его в течении 3 мин. Линию на конце разомкнуть (снять мостик).

2. Найти расстояние Δx между узлами электрического поля, передвигая мостик с лампочкой накаливания, отмечая по шкале координаты точек, в которых лампочка горит наиболее ярко, и вычитая последовательные значения координат. Усреднить полученные значения по всем измерениям. Найти длину волны $\lambda = 2\Delta x$ и скорость $c = \lambda * \nu$, где ν – частота генератора (указана на генераторе).

3. Повторить опыт п.2 с неоновой лампочкой, находя координаты точек, в которых она гаснет. Предварительно установив мостик с неоновой лампочкой в положение, при котором она горит, передвигать трубки на конце линии до получения максимального накала и после этого начинать измерения.

4. Повторить опыт п.3 при замкнутой на конце линии. Настройка линии в резонанс производится передвижением замыкающего мостика. Построить самостоятельно для каждого пункта таблицы и занести в них результаты измерений.

Контрольные вопросы.

1. Условие возникновения электромагнитных волн и их характеристика.

2. Уравнение электромагнитной волны, длина волны, частота, волновое число.

3. Образование стоячей волны в двухпроводной линии при различных условиях отражения. Собственные колебания двухпроводной линии.

4. Уравнение стоячей волны. Узлы и пучности стоячих волн.

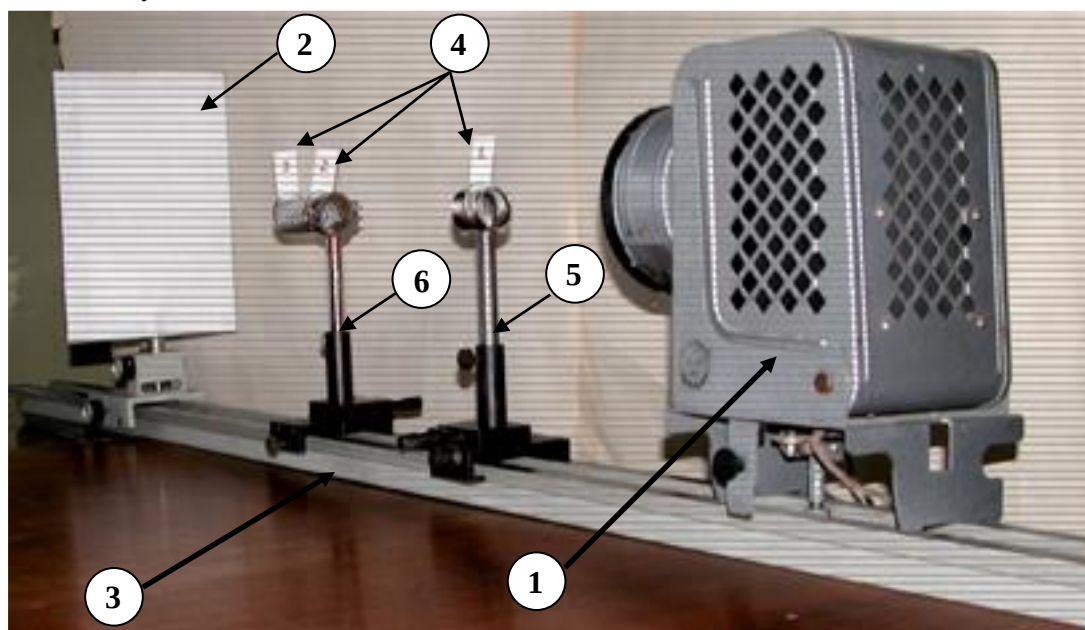
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 02

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ ТОНКИХ ЛИНЗ

1 Цель работы: Определение фокусных расстояний собирающей и рассеивающей линз и основных характеристик оптических систем, составленных из этих линз.

2 Приборы и принадлежности: источник света со щелью в виде стрелки; экран; рейтер и масштабная линейка; набор линз (две собирающих и одна рассеивающая); два штатива для установки линз.

3 Описание установки:



1 - источник света со щелью; 2 - экран; 3 - рейтер и масштабная линейка;
4 - набор линз; 5, 6 - штативы для установки линз.

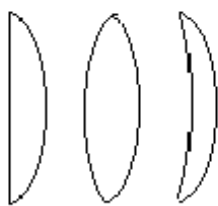
4. Основные понятия и соотношения геометрической оптики.

В пределах обширного диапазона длин волн существует область видимого света, длина волн которого мала по сравнению с размерами приборов, с помощью которых изучают такие волны; более того, энергия одиночных фотонов, если говорить на языке квантовой механики, меньше порога чувствительности приборов. Это область геометрической оптики.

Данная лабораторная работа посвящена изучению основных характеристик линз и систем линз с помощью законов геометрической оптики.

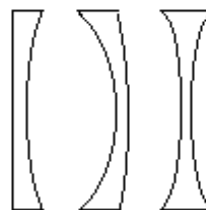
Сферической **линзой** называется кусок стекла из прозрачного материала с показателем преломления, отличным от показателя преломления окружающей среды, ограниченный сферическими поверхностями. Линза называется **тонкой**, если толщина линзы мала по сравнению с размерами сферических поверхностей, ограничивающих линзу. Линзы бывают собирающими (см. рис. 1) и рассеивающими (см. рис.2). Собирающая линза превращает пучок параллельных

между собой лучей в сходящийся пучок. Рассеивающая линза превращает пучок параллельных лучей в расходящийся пучок.



- а) б) в)
а) плосковыпуклая;
б) двояковыпуклая;
в) вогнутовыпуклая;

Рис. 1



- а) б) в)
а) плосковогнутая;
б) выпукловогнутая;
в) двояковогнутая;

Рис. 2

Световой луч в математическом смысле есть линия, вдоль которой распространяется свет. Это математическая абстракция.

Оптический центр линзы – точка, через которую лучи идут не преломляясь. Любая прямая, проходящая через оптический центр, называется **оптической осью**. Оптическая ось, проходящая через центры сфер, ограничивающих линзу, называется **главной оптической осью**, все остальные – **побочными оптическими осями**.

Главным фокусом (фокусом) – называется точка, где пересекаются после преломления в линзе лучи, падающие на неё параллельно главной оптической оси. Фокусов у линзы два: задний и передний. Они расположены соответственно за и перед линзой по ходу распространения светового луча.

Мы будем рассматривать **параксиальные** (приосевые) лучи, т.е. лучи, принадлежащие узкому световому пучку. Только для параксиальных лучей получается **стигматическое** изображение, т.е. все лучи, выходящие из какой-либо точки, пересекутся после прохождения линзы тоже в одной точке.

Формула тонкой линзы:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \quad (1),$$

где F – фокусное расстояние линзы; d – расстояние от предмета до линзы;
 f – расстояние от линзы до экрана;

Величины F , d , f , входят в формулу (1) либо со знаком «+», либо со знаком «–». F берется со знаком «+» для собирающей линзы и со знаком «–» для рассеивающей линзы, f берется со знаком «+», если изображение действительное и со знаком «–», если оно мнимое. Действительным изображением источника называется точка пересечения прошедших через линзу лучей. Расстояние от предмета до линзы получается положительным ($d > 0$) в том случае, если на линзу падает расходящийся пучок лучей (см. рис. 3), и $d < 0$, если на линзу падает сходящийся пучок лучей (см. рис. 4), в таком случае говорят, что источник мнимый.

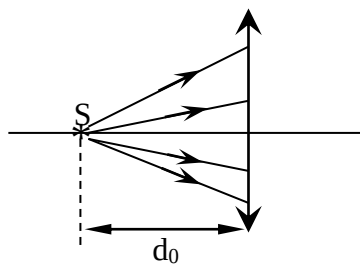


Рис. 3

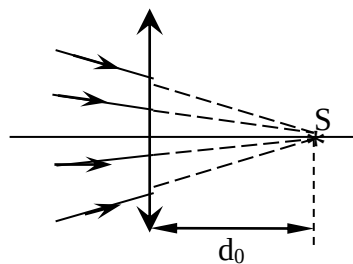


Рис. 4

Когда предмет расположен слишком близко к поверхности линзы, то лучи, исходящие из т. S преломляются на ее поверхности, но в фокусе не собираются. Они начинают расходиться так, как будто бы вышли из точки S'. Эта точка есть кажущееся изображение, которое мы называем **мнимым**.

Оптическая сила линзы D – величина обратная фокусному расстоянию.

$$D = \frac{1}{F} \quad (2), \quad [D] = \text{дптр} \equiv \text{м}^{-1}$$

Для собирающей линзы $D > 0$, для рассеивающей $D < 0$. Теория дает следующее выражение для оптической силы линзы из материала с показателем преломления n в среде с показателем преломления $n_{\text{среды}}$.

$$D = \frac{1}{F} = \left(\frac{n_{\text{линзы}}}{n_{\text{среды}}} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (3).$$

Для воздуха $n_{\text{среды}} = 1$.

R_1, R_2 – радиусы сферических поверхностей, ограничивающих линзу. Радиусы кривизны входят в формулу (3) как алгебраические величины. По отношению к падающему лучу: выпуклым поверхностям соответствуют положительные значения, а вогнутым поверхностям – отрицательные. Для собирающей линзы $R_2 < 0$ (см. рис. 5)

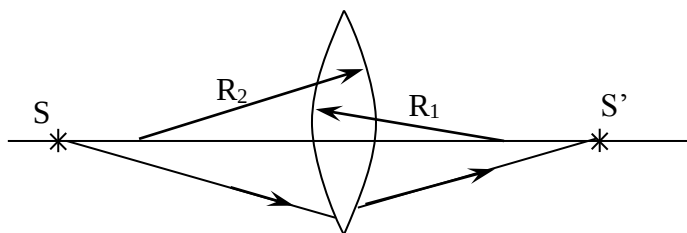


Рис. 5

Оптическая сила двух линз, сложенных вместе, равно алгебраической сумме оптических сил этих линз:

$$D = D_1 + D_2 \quad (4)$$

5. Задания для самостоятельной работы:

1. С помощью метода Бесселя (см. Приложение 1) рассчитать фокусные расстояния и оптические силы двух собирающих линз.

Для этого включить источник света со щелью в виде стрелки (которая и является предметом). Поместить поочерёдно собирающие линзы в штатив №5 и, передвигая его по рейтеру, получить на экране увеличенное и уменьшенное

изображение предмета. Измерить с помощью масштабной линейки расстояния d_1 и d_2 .

Измерения d_1 и d_2 рекомендуется сделать несколько раз и усреднить полученный результат.

По формуле $F = \frac{L^2 - b^2}{4L}$ рассчитать фокусные расстояния собирающих линз F_1 и F_2 , где L – расстояние от предмета до экрана, b – расстояние между положениями линзы, когда на экране видно увеличенное и уменьшенное изображение предмета (подробнее см. Приложение 1).

По формуле (2) найти оптические силы D_1 и D_2 этих линз.

2. Используя метод наименьших квадратов, найти фокусное расстояние собирающей линзы №1(№2), в зависимости от расстояния до экрана (см. Приложение 3). Сравнить со значением F , найденном в предыдущем задании.

Для этого собирающую линзу №1(№2) поместить в штатив №5. Найти d_{1i} и d_{2i} для различных L_i . Данные занести в таблицу. Построить график зависимости Y_i от X_i . Расстояние L_i от предмета до экрана менять не менее 7 раз. Расчёт фокусного расстояния методом наименьших квадратов есть на компьютере (см. меню л/р 0-2).

3. Найти расстояние f_2 (от второй собирающей линзы до экрана) для системы двух собирающих линз, находящихся на расстоянии g друг от друга при заданном d_1 (расстояние от предмета до первой линзы) и сравнить с теоретическим значением $f_{2т}$, найденным по формуле (20) (см. Приложение 4).

Для этого собирающую линзу 1 поместить в штатив №5. Собирающую линзу №2 поместить в штатив №6. (Расстояния d_1 и g выбрать самостоятельно).⁽¹⁾

Перемещая по рейтеру **экран**, найти чёткое изображение предмета. Измерить f_2 . Процедуру повторить несколько раз. Усреднить полученные результаты.

4. Определить фокусное расстояние и оптическую силу рассеивающей линзы.

Сложить рассеивающую (№3) и собирающую (№1) линзы вместе и поместить в штатив №5. Передвигая по рейтеру штатив, найти увеличенное и уменьшенное изображение предмета при фиксированном L (значение L выбрать самостоятельно). Используя формулы (2), (4), (6), рассчитать F и D для рассеивающей линзы.

5. Найти расстояние f_2 для системы двух линз рассеивающей(№3) и собирающей (№2), находящихся на расстоянии g друг от друга при заданном d_1 , и сравнить со значением $f_{2т}$, найденном по формуле (24),(см. Приложение 4).

⁽¹⁾ Рекомендуется значение d_1 и g выбирать в следующих пределах: $15\text{см} \leq d_1 \leq 40\text{см}$ и $r > 30\text{см}$ или $d_1 < 7\text{см}$ и $r > 4\text{см}$. В этом случае изображение, даваемое 1-й линзой, будет действительным источником для 2-й линзы.

Для того, чтобы изображение, даваемое 1-й линзой, было мнимым источником для второй линзы, рекомендуемые значения d_1 и g : $d_1 > 7\text{см}$ и $g > 4\text{см}$. При этом собирающие линзы №1 и №2 помещать в штатив №6. Передвигая по рейтеру экран, найти чёткое изображение источника. (см. Приложение №4).

Для этого, рассеивающую линзу (№3) поместить в штатив №5. Собирающую линзу(№2) поместить в штатив №6.(Расстояния d_1 и g выбрать самостоятельно). Перемещая по рейтеру **экран**, найти чёткое изображение предмета. Измерить f_2 . Процедуру повторить несколько раз. Усреднить полученные результаты.

6. Для собирающих линз №1 и №2 рассчитать радиусы сферических поверхностей, ограничивающих линзу по формуле (3), приняв $n = 1,5$. В данной лабораторной работе используются собирающие двояковыпуклые линзы (см. рис. 1б).

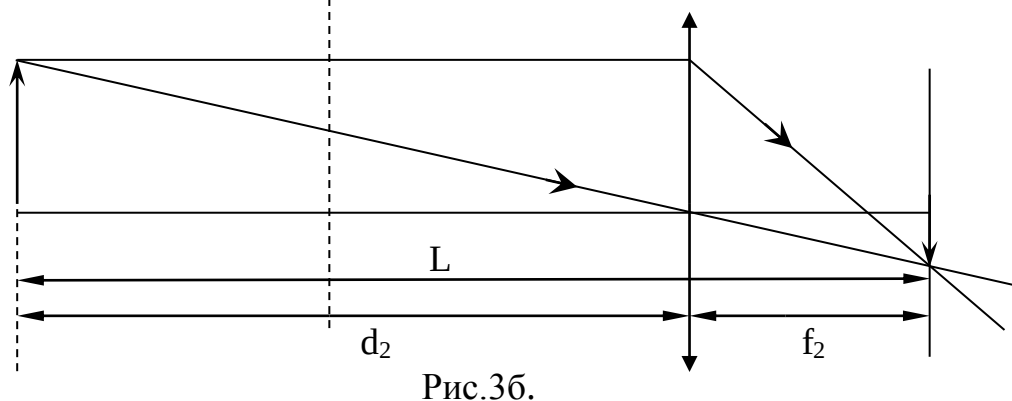
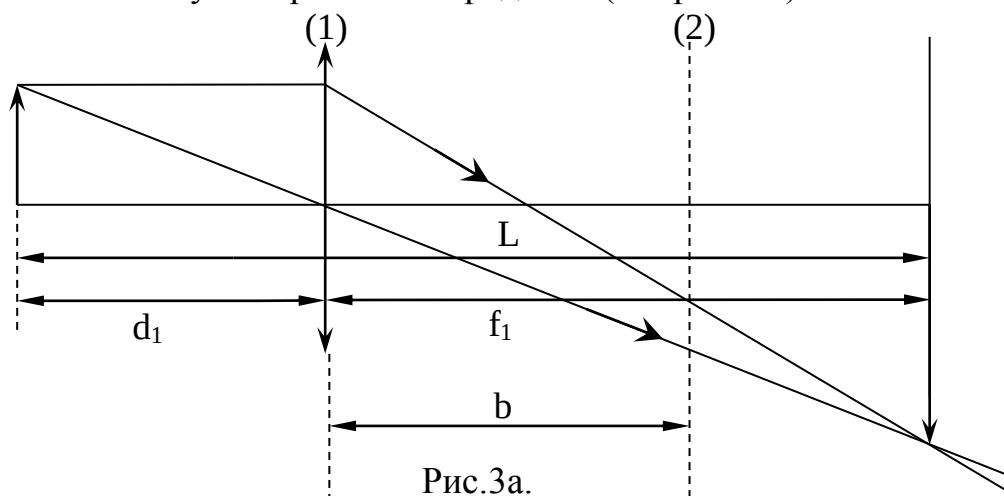
7*. Определить фокусное расстояние и оптическую силу рассеивающей линзы, используя систему из линз: две собирающие и одна рассеивающая.

* – дополнительное задание.

Приложение 1.

Определение фокусных расстояний по методу Бесселя

Для определения фокусного расстояния тонких собирающих линз широко применяется **метод Бесселя**, суть которого состоит в следующем. Если расстояние между предметом и экраном больше или равно четырём фокусным расстояниям линзы, то, перемещая линзу между ними, можно получить на экране увеличенное и уменьшенное изображение предмета. Пусть расстояние между предметом и экраном фиксировано и равно L (см. рис. 3). Положение линзы 1 на рейтере соответствует увеличенному изображению предмета (см. рис. 3а), а 2 - уменьшенному изображению предмета (см. рис. 3б).



где, d_1 - расстояние от предмета до линзы в положении 1; d_2 - расстояние от предмета до линзы в положении 2.

Пусть $b = d_2 - d_1$, соответственно f_1 и f_2 – расстояния от линз в положении 1, 2 до экрана. Тогда, согласно (1) для ситуаций а), б) можно записать:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} \quad \text{и} \quad \frac{1}{F} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2}$$

Очевидно, что $L = d_1 + b + f_2$ и $L = d_2 + f_1 - b$ (5)

Из закона обратимости световых лучей следует, что $d_1 = f_2$ и $d_2 = f_1$

Используя эти равенства и соотношения (5), получим выражение для фокусного расстояния в виде:

$$F = \frac{L^2 - b^2}{4L} \quad (6)$$

Приложение 2.

Длины воспринимаемых глазом световых волн очень малы (приблизительно от 400 нм до 800 нм). Поэтому распространение видимого света можно в первом приближении рассматривать, отвлекаясь от его волновой природы и полагая, что свет распространяется вдоль некоторых линий, называемых **лучами**. В предельном случае, соответствующем $\lambda \rightarrow 0$, законы оптики можно сформулировать на языке геометрии. Изучению основных понятий и соотношений геометрической оптики и посвящена данная лабораторная работа.

Основу геометрической оптики образуют четыре закона:

- 1) закон прямолинейного распространения света;
- 2) закон независимости световых лучей;
- 3) закон отражения света;
- 4) закон преломления света.

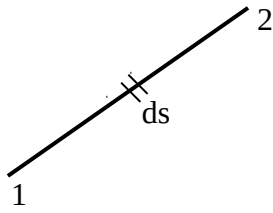
Закон прямолинейного распространения утверждает, что в однородной среде свет распространяется прямолинейно. Этот закон является приближённым: при прохождении через очень малые отверстия, размер которых сравним с длиной волны, наблюдаются отклонения от прямолинейности тем больше, чем меньше отверстие.

Закон независимости световых лучей утверждает, что лучи при пересечении не возмущают друг друга.

Этот закон справедлив лишь при не слишком больших интенсивностях света. При интенсивностях, достигаемых с помощью лазеров, независимость световых лучей перестаёт соблюдаться.

Закон отражения света: отражённый луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью, восстановленной в точке падения; угол отражения равен углу падения.

Закон преломления света: преломлённый луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью, восстановленной в точке падения; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина, постоянная для данных веществ.



Для прохождения участка пути ds свету требуется время $dt = \frac{ds}{v}$, где v - скорость света в данной точке среды. Заменив $v = \frac{c}{n}$, $dt = \frac{nds}{c}$, тогда для прохождения участка пути от 1 до 2 свету нужно время:

$$\tau = \frac{1}{c} \int n ds \quad (7),$$

$$L = \int_1^2 n ds \quad (8).$$

Величину L называют **оптической длиной пути**.

С точки зрения интерференции света, получение стигматического изображения сводится к тому, что когерентные волны, излучаемые источником и проходящие через различные участки преломляющей поверхности, приходя в точку, где получается изображение, интерферируют, давая **max**. Это означает, что оптические длины путей всех волн должны быть одинаковы. Точнее, оптическая длина пути должна быть одинаковой для всех возможных путей.

Рассмотрим линзу, изображённую на рис. 5.

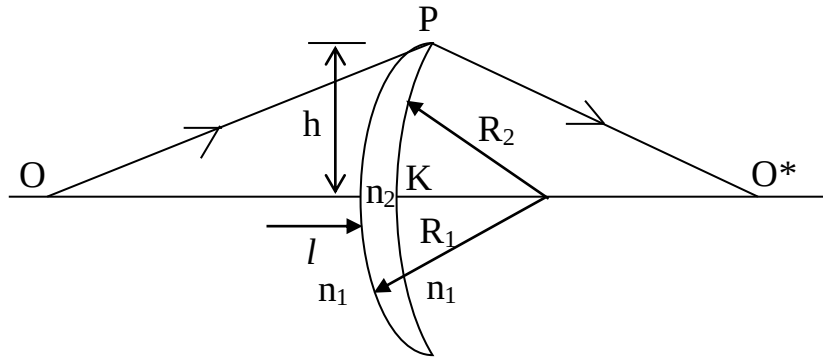


Рис. 5

Следовательно, для фокусировки пучка, исходящего из точки O , и приходящего в точку O^* , необходимо, чтобы оптические пути OPO^* и OKO^* были одинаковы. Если бы линза была бесконечно тонкой, то разность оптических путей

$$n_1(OPO^*) - n_1(OKO^*) = n_1 \left[\sqrt{OK^2 + h^2} - OK + \sqrt{KO^{*2} + h^2} - KO^* \right] \quad (9)$$

где, n_1 - абсолютный показатель преломления среды, n_2 - абсолютный показатель преломления материала линзы.

Если $h \ll KO$ и O^*K /т.е. пучок параксиальный/, то извлекая из-под корня и ограничившись первым членом разложения в ряд Тейлора, получим:

$$\sqrt{OK^2 + h^2} \approx OK \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{OK^2} \right]$$

аналогично:

$$\sqrt{O^*K^2 + h^2} \approx O^*K \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{O^*K^2} \right],$$

Тогда разность (9) примет вид:

$$n_1(OPO^*) - n_1(OKO^*) = n_1 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{OK} + \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{OK} \right]$$

Эта разность должна быть скомпенсирована за счёт толщины линзы, т.е.

$$n_1 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{OK^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{OK^2} \right] = (n_2 - n_1) \cdot l \quad (10)$$

где, l - толщина линзы.

Можно выразить l через радиусы кривизны обеих поверхностей линзы R_1, R_2 .

Условимся считать радиус положительным, если центр кривизны находится справа (по ходу лучей) от поверхностей (см. рис. 5) Тогда имеем:

$$l = \left(R_1 - \sqrt{R_1^2 - h^2} \right) - \left(R_2 - \sqrt{R_2^2 - h^2} \right)$$

Если $h \ll R_1, R_2$, то, по-прежнему извлекая R из-под корня и ограничившись первым членом разложения в ряд Тейлора, получим:

$$\sqrt{R_1^2 - h^2} \approx R_1 \left(1 - \frac{h^2}{2R_1^2} \right) \quad \text{и} \quad \sqrt{R_2^2 - h^2} \approx R_2 \left(1 - \frac{h^2}{2R_2^2} \right) \quad (11)$$

Поэтому:

$$l = \frac{h^2}{2R_1} - \frac{h^2}{2R_2}$$

Принимая $OK=d_1$, $KO^*=f$ и подставляя (11) в (10), имеем:

$$n_1 \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{f} \right) = (n_2 - n_1) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (12)$$

Разделим (12) на n_1 , тогда

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

Если мы имеем пучок параллельных лучей, то $d=\infty$ и все лучи после линзы пройдут через одну точку (фокус линзы). Таким образом, можно записать:

$$D = \frac{1}{F} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (3)$$

где D -оптическая сила линзы, F -фокусное расстояние линзы; $\frac{n_2}{n_1} = n_{21}$ - показате

ль преломления материала линзы относительно среды. В данной лабораторной работе принимаем показатель преломления среды $n_1=1$.

Приложение 3

Метод наименьших квадратов.

Рассмотрим формулу тонкой линзы (1), при фиксированном положении между предметом и экраном, когда на экране видно чёткое изображение предмета $f=L-d$, в этом случае:

$$F = \frac{d(L-d)}{L} \quad (13)$$

это уравнение можно привести к виду:

$$d^2 - dL + FL = 0 \quad (14)$$

Решением уравнения являются два значения d_1 и d_2

$$d_{1,2} = \frac{L \pm \sqrt{L^2 - 4FL}}{2} \quad (15)$$

Естественно, решение имеет действительные значения (что соответствует действительному изображению), если дискриминант больше нуля, т. е., если $L > 4F$.

По методу Бесселя, расстояние между положениями линз, когда на экране будут чёткие изображения предмета, будет равно:

$$b = d_2 - d_1 = \frac{L + \sqrt{L^2 - 4FL}}{2} - \frac{L - \sqrt{L^2 - 4FL}}{2} = \sqrt{L^2 - 4FL},$$

Отсюда

$$b^2 = L^2 - 4FL \quad (16)$$

Для определения фокусного расстояния тонких линз методом наименьших квадратов, расстояние между предметом и изображением изменяется n -раз с определённым шагом h , при этом, в i -том опыте при расстоянии между источником и изображением L_{1i} , расстояние между положениями линз, когда на экране видно чёткое изображение- b_i , тоже меняется.

Если обозначить величины

$$L_i^2 - b_i^2 = Y_i, \quad (17),$$

$$4L_i = X_i \quad (18)$$

То уравнение (16) приводится к линейному виду:

$$Y_i = FX_i, \quad (19),$$

где F – является коэффициентом наклона прямой, проходящей через O .

В формуле (19) X_i задаётся экспериментатором, а Y_i можно рассчитать по формуле (16) по измеренным d_{1i} и d_{2i} . Следовательно, величина F сразу может быть вычислена по формуле $F = \frac{Y_i}{X_i}$. Понятно, что один раз проведённое изме-

рение d_{1i} и d_{2i} и расчёт фокусного расстояния не даст точного результата. Поэтому необходимо провести серию измерений, задавая ряд значений X_i и вычисляя соответствующие значения Y_i . Наилучшее значение фокусного расстояния можно получить, используя метод наименьших квадратов. Суть его в следующем.

Нанесём на график значения X_i и вычисленные значения Y_i . В соответствии с формулой (19) зависимость между Y_i и X_i должна быть линейной. Наша задача состоит в том, чтобы найти такое значение F , при котором прямая $Y = FX$ наилучшим образом удовлетворяла бы полученным экспериментальным точкам, т.е. наиболее близко проходила между точками, нанесёнными на график.

По методу наименьших квадратов значение F подбирается таким образом, чтобы сумма квадратов разностей теоретических значений $Y_i = FX_i$ и значений Y_i , найденных по формуле (17) была бы минимальной:

$$S = \sum_{i=1}^n (Fx_i - y_i)^2 \rightarrow \min$$

Условия минимума имеют вид:

$$\frac{\partial S}{\partial F} = 0; \quad 2 \sum_{i=1}^n (Fx_i - y_i) x_i = 0$$

$$F \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n y_i x_i = 0$$

тогда формула для нахождения фокусного расстояния методом наименьших квадратов окончательно примет вид :

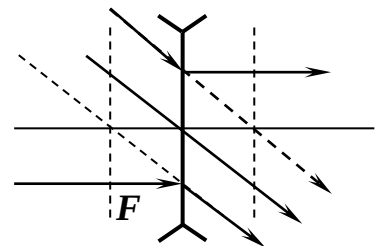
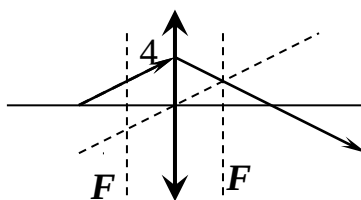
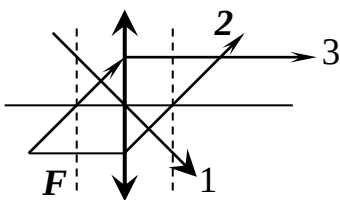
$$F = \frac{\sum_{i=1}^n y_i x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (20)$$

Приложение 4

Построение изображения в системах линз.

Построение изображения предмета в линзах осуществляется с помощью следующих лучей:

- 1) луча, проходящего через оптический центр линзы и не изменяющего своего направления;
- 2) луча, идущего параллельно главной оптической оси. После преломления в линзе этот луч (или его продолжение) проходит через второй фокус линзы;
- 3) луча (или его продолжения), проходящего через 1-й фокус линзы, после преломления в ней он выходит из линзы параллельно её главной оптической оси;
- 4) луча, падающего на линзу произвольно, после преломления в линзе, этот луч пройдет через точку пересечения побочной оптической оси (проведённой через оптический центр параллельно падающему лучу) и фокальной плоскости, расположенной за линзой.



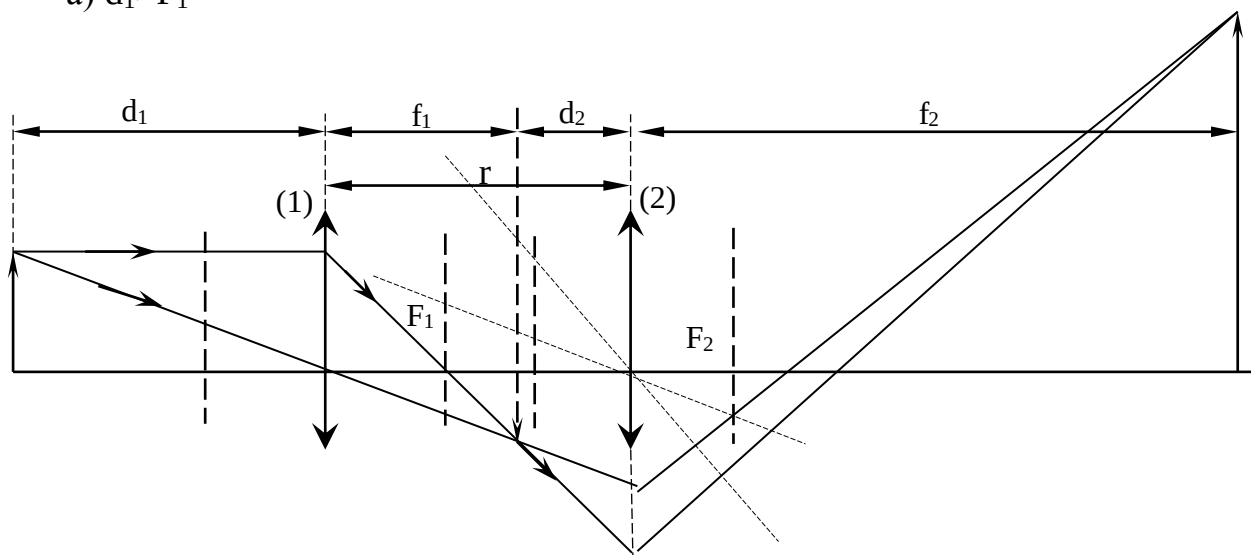
В случае комбинации тонких линз две линзы располагаются друг за другом. Формула тонкой линзы (1) применяется последовательно к каждой линзе, причем изображение, создаваемое первой линзой, является предметом для второй.

. Две собирающие линзы, расположенные на расстоянии r друг от друга.

Рассмотрим два случая:

1. Изображение, даваемое первой линзой, является **действительным** источником для второй линзы.

а) $d_1 > F_1$



Для первой собирающей линзы можем записать:

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} \Rightarrow \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F_1} - \frac{1}{d_1} = \frac{d_1 - F_1}{F_1 d_1},$$

тогда $f_1 = \frac{d_1 F_1}{d_1 - F_1}$ (21). Из рис. видно, что $d_2 = r - f_1$ (22)

Для 2-ой собирающей линзы запишем:

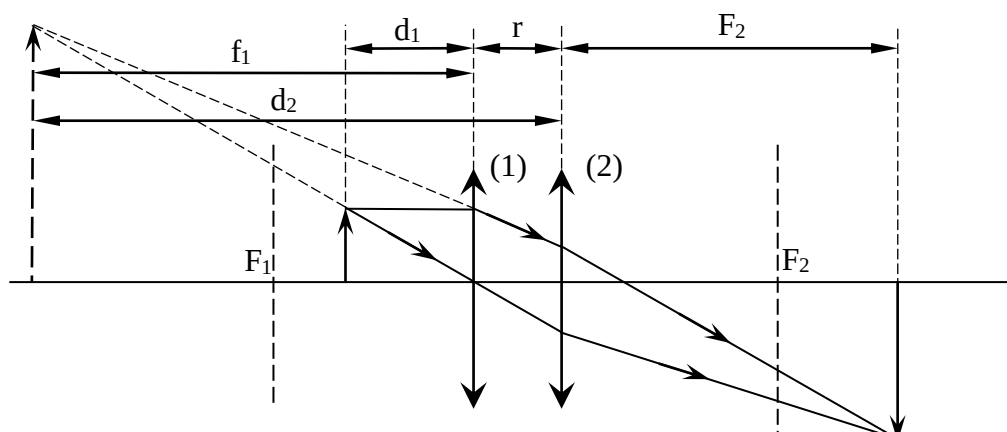
$$\frac{1}{F_2} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F_2} - \frac{1}{d_2} \Rightarrow f_2 = \frac{d_2 F_2}{d_2 - F_2} \quad (23)$$

С учетом (21), (22), перепишем формулу (23)

$$f_{2r} = \frac{F_2 [d_1 r - F_1 (r + d_1)]}{d_1 r - F_1 (r + d_1) - F_2 d_1 + F_1 F_2} \quad (24)$$

Таким образом, мы получим формулу для теоретического расчета расстояния f_2 от второй собирающей линзы до изображения.

б) $d_1 < F_1$



Для случая, если $d_1 < F_1$, изображение, даваемое 1-ой линзой, будет мнимым, $f_1 < 0$ и действительным источником для 2-ой линзы $d_2 > 0$. Тогда, $d_2 = f_1 - r$.

Для 1-ой линзы $\frac{1}{F_1} = \frac{1}{d_1} - \frac{1}{f_1}$, для 2-ой линзы $\frac{1}{F_2} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2}$.

2. Изображение, даваемое первой линзой, является **мнимым** источником для второй.

Данная ситуация возможна, если расстояние от первой линзы до действительного изображения f_1 больше расстояния между линзами r . Тогда для второй линзы $d_2 < 0$, т.к. на линзу падает в этом случае сходящийся пучок лучей, и мы можем записать: $d_2 = -(f_1 - r)$, что аналогично формуле (22). Таким образом, формула для расчёта теоретического значения f_{2T} получается точно такой же, как и для случая 1, когда изображение, даваемое первой линзой, является действительным источником для второй (см. формулу (24)).

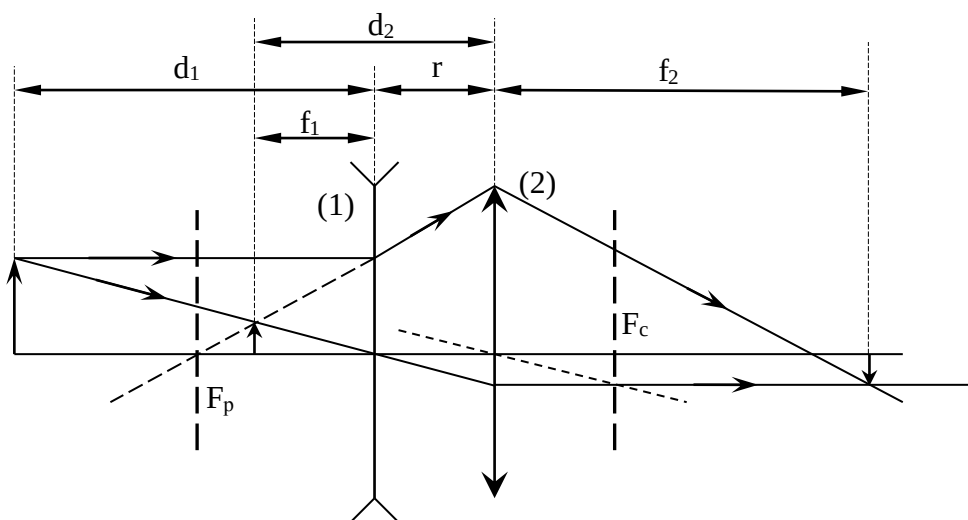
***Две линзы рассеивающая и собирающая,
находятся на расстоянии r друг от друга.***

Для 1-ой рассеивающей линзы: $-\frac{1}{F_1} = \frac{1}{d_1} - \frac{1}{f_1}$

Для 2-ой собирающей линзы: $\frac{1}{F_2} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2}$

$$d_2 = f_1 + r$$

Чтобы получить теоретическое значение f_{2T} для системы линз рассеивающей и собирающей, находящихся на расстоянии r друг от друга, нужно в формулу (24) подставить значение фокусного расстояния рассеивающей линзы, взятые со знаком “-”.



Контрольные вопросы

1. Какая линза называется тонкой?
2. Основные законы геометрической оптики?
3. Приближения геометрической оптики?
4. В каком случае двояковыпуклая (плосковыпуклая, вогнутовыпуклая) линза является рассеивающей?
5. Формула тонкой линзы?
6. Метод Бесселя?
7. Метод наименьших квадратов?
8. Каковы правила определения знаков F , d , f , R , D в формуле тонкой линзы?
9. В каком случае изображение для системы двух собирающих линз, даваемое первой линзой будет действительным (мнимым) источником для второй линзы?
10. Построить изображение для системы двух собирающих линз в случае, когда изображение, даваемое первой линзой, является мнимым источником для второй линзы.
11. Вывести формулу для фокусных расстояний линзы, с одной стороны которой находится воздух, с другой стороны – вода.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА ОЗ

ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЙ ВРАЩЕНИЯ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ.

1 Цель работы: изучение поляризованного света, явлений вращения плоскости поляризации в оптически активных растворах и магнитных полях, определение постоянной вращения, постоянной Верде и концентрации оптически активных растворов.

2 Приборы и принадлежности: круговые поляриметры (модель СМ), трубки с оптически активными растворами, соленоид, выпрямитель, миллиметровая бумага.

3 ВВЕДЕНИЕ:

а) естественный и поляризованный свет

Свет является одной из основных формул движущейся материи и одновременно обладает как корпускулярными, так и волновыми свойствами.

С точки зрения электромагнитной теории свет представляет собой поперечные электромагнитные волны, в которых векторы напряженностей электрического $\vec{E}$ и магнитного $\vec{H}$ полей колеблются во взаимно перпендикулярных плоскостях и каждый из этих векторов перпендикулярен к направлению распространения света (рис.1).

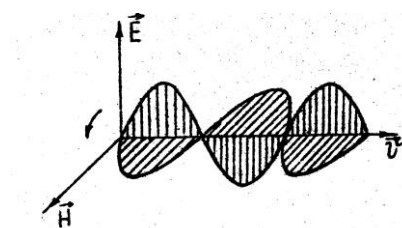


Рис.1

В действительности, действие света на вещество сводится к силам, с которыми на электроны действуют электрические и магнитные поля. Для большинства веществ магнитная сила (сила Лоренца) во много раз меньше электрической, так как из электромагнитной теории Максвелла вытекает, что скорость света в веществе $v = \frac{C}{\sqrt{\epsilon\mu}}$, где C – скорость света в пустоте, ϵ – диэлектрическая, а μ – магнитная проницаемости среды, но для большинства веществ $\mu \approx 1$. Таким образом, во всех действиях электрический вектор световой волны является более важным чем магнитный. Поэтому его нередко называют световым вектором.

Пучок видимого света от естественных источников представляет собой совокупность независимых световых волн или, как принято говорить, цугов волн, испускаемых отдельными группами атомов или молекул светящегося тела и имеющих различные фазы, которые хаотически изменяются в течение $10^{-7} + 10^{-8}$ с. Поэтому в пучке естественного света колебание вектора $\vec{E}$

неупорядочено, т.е. вектор $\vec{E}$ цуга волн имеет свою произвольную ориентацию в пространстве. Такой свет называют естественным или неполяризованным.

Если колебания вектора $\vec{E}$ отдельных цугов волн совершаются по одинаковому закону, т.е. упорядочены, то такой свет называют поляризованным.

Плоскость, в которой колеблется световой вектор, мы будем называть плоскостью поляризации, хотя по историческим причинам иногда плоскостью поляризации называют плоскость, в которой колеблется вектор $\vec{H}$.

Если колебания светового вектора упорядочены в одной плоскости, то такой свет называют линейно или плоскополяризованным. Существуют и более сложные виды упорядоченных колебаний, которым соответствуют иные типы поляризации, например, круговая (циркулярная) или эллиптическая поляризации, при которых конец электрического вектора описывает круг, или эллипс. Частично поляризованный свет характеризуется тем, что одно из направлений колебаний светового вектора оказывается преимущественным, но не исключительным.

Поляризованный свет можно получить при отражении и преломлении в диэлектриках (например, в стекле), при прохождении света через анизотропные среды (исландский шпат, кристаллы кварца и др.), при пропускании света через поляроидные пленки.

Следует заметить, что без специальных приспособлений поляризованный свет нельзя отличить от естественного, поэтому для исследований поляризованного света применяют поляризационные устройства, которые ничем не отличаются от тех, с помощью которых поляризованный свет получают. Устройства, с помощью которых получают поляризованный свет, называют поляризаторами, а те, с помощью которых исследуют или наблюдают поляризованный свет, называют анализаторами.

б) вращение плоскости поляризации оптически активным веществом

Интерпретация явления вращения плоскости поляризации была впервые дана Френелем, показавшим, что вращение в известном смысле аналогично двойному лучепреломлению. Для изложения основной идеи Френеля заметим, прежде всего, что плоскополяризованный свет можно представить как суперпозицию двух циркулярно поляризованных волн с правым и левым вращением вектора напряженности электрического поля и одинаковыми модулями вектора $\vec{E}$ в обеих волнах. Направление вращения определяется по отношению к наблюдателю, к которому идет световая волна. Действительно, модуль суммы двух векторов $\vec{E}_л$ и $\vec{E}_п$ («левого» и «правого») равен удвоенной проекции любого из них на диагональ ромба, построенного на этих векторах (см. рис. 2).

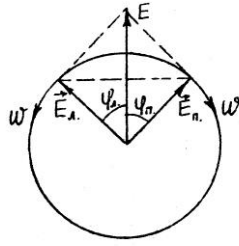


Рис.2

Углы φ_n и φ_l меняются по закону $\varphi_n = \varphi_l = Wt + L$, где L – значение φ_n и φ_l при $t=0$.

Результирующий вектор $\vec{E} = \vec{E}_l + \vec{E}_n$ направлен по диагонали этого ромба. При вращении векторов $\vec{E}_l$ и $\vec{E}_n$ с одинаковой угловой скоростью W модуль вектора E изменяется по гармоническому закону с частотой ν , а направление его остается постоянным, что соответствует плоскополяризованной волне. Заметим, что разложение вектора E плоскополяризованной волны на две составляющие может быть произведено в математическом отношении бесконечным числом способов подобно разложению силы в механике. Однако, это еще не означает реальности этих составляющих. Основная гипотеза Френеля, впоследствии им подтвержденная экспериментально, состояла в том, что при падении света на среду в действительности происходит его разделение на лево- и правополяризованные световые волны. Для оптически неактивных веществ скорости распространения этих волн одинаковы, так что вектор $\vec{E}$ результирующей волны остается все время в одной плоскости, как это показано выше. Для оптически активной среды, согласно Френелю, скорость распространения волны с правым вращением отлична от скорости распространения волны с левым вращением. В силу этого, все оптически активные вещества можно подразделить на «правые» ($v_n > v_l$) и «левые» ($v_n < v_l$). Рассмотрим, что произойдет с плоскополяризованной волной, распространяющейся в оптически активной среде.

Пусть свет распространяется вдоль оси OZ в образце оптически активного вещества длиной l (рис. 3).

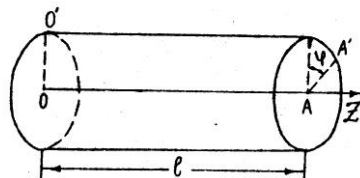


Рис. 3.

И пусть на входе в образец в сечении OO' вектор $\vec{E}_{oo'}$ плоскополяризованной падающей волны направлен так, как показано на рис. 4, а векторы $\vec{E}_n$ и $\vec{E}_l$ соответствующих циркулярнополяризованных волн составляет с ним углы $\psi_n = \psi_l$, изменяющиеся по закону $\psi_n = \psi_l = Wt + L$. Тогда на выходе из образца в

сечении AA' углы поворота φ_n и φ_l векторов $\vec{E}_n$ и $\vec{E}_l$, отсчитываемые от плоскости, в которой лежит вектор $\vec{E}_{oo'}$, падающей волны, будут меняться с запаздыванием на промежуток времени, необходимый волне для прохождения пути l , т.е. $\tau = l/v$. Здесь для «правой» волны имеем $\varphi_n = W(t - \tau_n) + L = W\left(t - \frac{l}{v_n}\right) + L$, для «левой» – $\varphi_l = W(t - \tau_l) + L = W\left(t - \frac{l}{v_l}\right) + L$, где $v_n = c/n_n$, $v_l = c/n_l$ – скорости распространения волн, n_n , n_l – их показатели преломления.

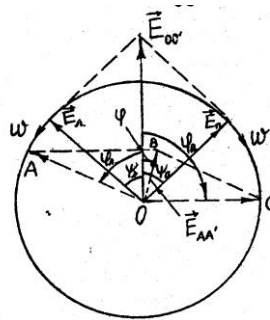


Рис.4

Результирующий вектор напряженности электрического поля в сечении AA' ($\vec{E}_{AA'}$) будет повернут относительно вектора в сечении OO' ($\vec{E}_{oo'}$) на угол φ . Учитывая, что фигура $OABC$ – ромб, имеем $\varphi_l + \varphi = \varphi_n - \varphi$, откуда $\varphi = \frac{1}{2}(\varphi_n - \varphi_l) = \frac{1}{2}\left[\left[W\left(t - \frac{l}{v_n}\right) + L\right] - \left[W\left(t - \frac{l}{v_l}\right) + L\right]\right] = \frac{Wl}{2C}(n_k - n_n) = \frac{\Pi l}{\lambda}(n_l - n_n)$, где λ – длина волны в вакууме. Для правовращающих веществ ($v_n > v_l$) и ($n_n < n_l$), $\varphi > 0$, т.е. плоскость поляризации поворачивается вправо, для левовращающих – влево ($v_n < v_l$, $n_n > n_l$, $\varphi < 0$). С позиций молекулярной теории вращения плоскости поляризации связано с асимметрией строения оптически активного вещества (для кристаллических веществ – с асимметрией кристаллической решетки, для аморфных растворов – с асимметрией молекул). Эта асимметрия и приводит к различной скорости распространения лево- и правоциркулярнополяризованных волн в среде.

Угол поворота плоскости поляризации при прохождении светом оптически активных растворов пропорционален толщине слоя раствора и концентрации оптически активного вещества

$$\varphi = LCl \quad (I)$$

Величина L (постоянная вращения или удельное вращение) численно равна углу поворота плоскости поляризации при прохождении поляризованным светом раствора единичной толщины, концентрация которого равна единице. В системе СИ единица измерения $[L] = \text{I град.}/\%$.

в) вращение плоскости поляризации в магнитном поле (эффект Фарадея)

Еще в середине XIX века Фарадей открыл явление, названное его именем – вращение плоскости поляризации в оптически неактивных веществах, помещенных в магнитное поле. Это явление наблюдается при совпадении направления распространения света с направлением магнитного поля. Угол поворота пропорционален напряженности магнитного поля и длине пути света в веществе. Направление вращения в отличие от естественной активности не зависит от направления распространения света. Величина вращения различна в разных средах: очень велика в ферромагнитных и очень мала в газах.

Количественные соотношения в этом явлении установлены Фарадеем, а более полно на ряде объектов исследованы Верде, который установил, что угол поворота плоскости поляризации в магнитном поле φ_m пропорционален длине пути света в веществе и величине напряженности магнитного поля H :

$$\varphi_m = VH, \quad (2)$$

где V – постоянная Верде. Она дает угол поворота плоскости поляризации на единицу длины вращающегося слоя, при напряженности поля равной единице $[V] = I(\text{град} \cdot \text{см}^{-1})$.

При внесении в магнитное поле оптически активных веществ, их естественная активность складывается с вращением плоскости поляризации, возникающей под действием магнитного поля.

4 Описание установки:

Данная работа выполняется на круговых поляриметрах типа СМ, которые предназначены для измерения углов поворота плоскости поляризации оптически активными растворами и однородными жидкостями.

Круговой поляриметр состоит из следующих основных узлов (рис.5): головки анализатора 1, поляризационного устройства 2, осветителя 3, штатива 4, трубки для растворов 5.

Головка анализатора является основной рабочей частью прибора и состоит из неподвижного лимба, вращающихся одновременно фрикциона и двух нониусов анализатора и зрительной трубки. Головка анализатора соединяется с поляризационным устройством при помощи трубы, в которую вкладывают при измерении трубку с раствором. Во избежание проникновения постороннего света вырез в трубке закрывается вращающейся шторкой.

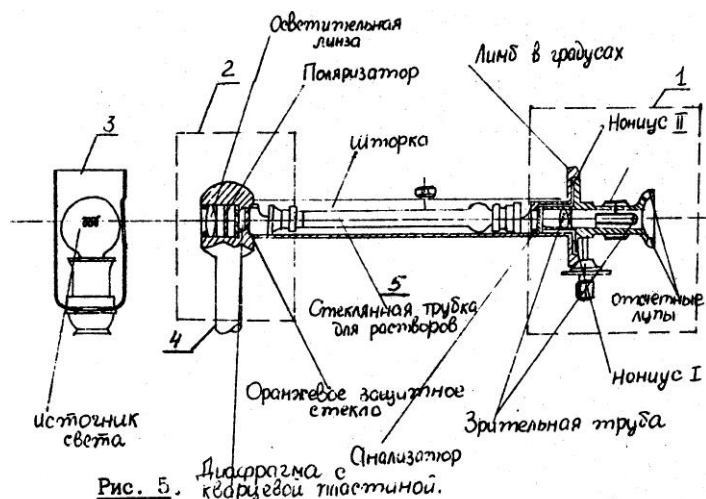


Рис.5

На лимбе по часовой стрелке нанесена градусная шкала от 0° до 360° . Внутри лимба на подвижной втулке, связанной с анализатором, нанесены два нониуса, расположенные диаметрально. Нониусы имеют по 20 делений. Цена одного деления составляет 0.05° . Для учета эксцентриситета круга при больших углах вращения необходимо пользоваться двумя нониусами, и результатом измерения считать среднее значение из полученных отсчетов по первому и второму нониусам.

Зрительная трубка служит для наблюдения тройного поля и состоит из объектива и окуляра. Перемещением муфты производится установка окуляра на резкость изображения тройного поля зрения. В раковине окуляра находится две лупы, которые позволяют, не меняя положения головы отсчитывать угол вращения нониуса относительно градусной шкалы лимба.

Фрикцион служит для плавного вращения анализатора и состоит из маховичка, на цилиндр которого напрессована резина. При вращении за накатку маховичка одновременно вращаются анализатор, нониус и зрительная труба.

Анализатор изготовлен из поляроидной пленки, заклеенной между двумя защитными стеклами и жестко крепится в определенном положении в переходной трубке.

Поляризационное устройство состоит из поляриметра, осветительной линзы и кварцевой пластинки. Кварцевая пластинка расположена симметрично относительно поляризатора. Поляризатор и кварцевая пластинка находятся в определенном положении и крепятся жестко в оправе.

5. Измерение угла поворота плоскости поляризации

В круговом поляриметре СМ применен принцип уравнивания яркостей разделенного на три части поля зрения. Разделение поля зрения на три части осуществляется введением в оптическую систему прибора кварцевой пластинки, которая занимает только среднюю часть поля зрения. Уравнение полей происходит вблизи полного затемнения поля, что соответствует почти полному скрещиванию поляризатора и анализатора (83° - 85°). Угол между

направлением плоскости поляризации и осью кварцевой пластинки составляет несколько градусов (5^0 - 7^0).

Свет от матовой электрической лампы, пройдя через конденсор и поляризатор, средней частью пучка проходит через кварцевую пластинку, оранжевое стекло и анализатор, а двумя крайними частями пучка – только через оранжевое стекло и анализатор.

Рассмотрим случай, когда трубки с оптически активным веществом нет в приборе (рис. 6а). Свет от источника, пройдя светофильтр и поляризатор, выходит монохроматическим и поляризованным. Пусть $O\vec{P}$ обозначает плоскость колебаний электрического вектора поляризованного света. Вследствие прохождения света сквозь стекло-кварц-стекло поле зрения поляриметра разделяется на три части – среднюю и две боковые. В средней части светового потока, которая проходит через оптически активный кварц, плоскость колебаний электрического вектора поворачивается на некоторый угол и занимает новое положение $O\vec{P}_{кв}$. В той части светового потока, которая проходит через стекло сохраняется прежнее направление плоскости колебаний электрического вектора $O\vec{P}$.

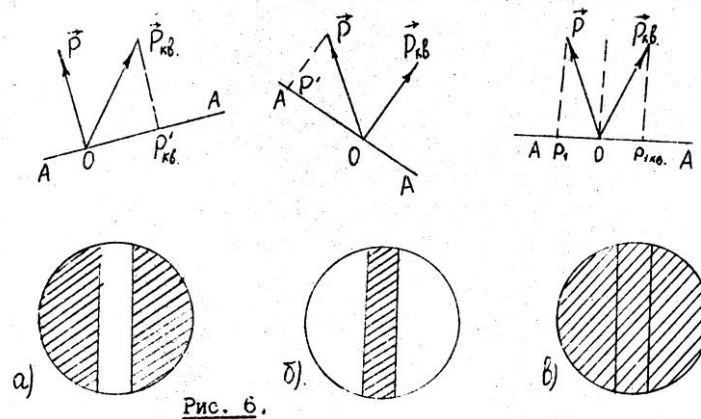


Рис. 6.

Если при этом главная плоскость анализатора $AOA \perp O\vec{P}$ (рис. 6а), то середина поля зрения будет освещена, а края затемнены. Проекция вектора $O\vec{P}$ на направление AOA равна нулю, а проекция $O\vec{P}_{кв}$ на AOA – вектор $O\vec{P}'_{кв}$ – выражает амплитуду колебаний этого вектора после прохождения им анализатора.

Если же главная плоскость анализатора $AOA \perp O\vec{P}_{кв}$ (рис. 6б), то середина поля зрения будет затемнена, а края освещены.

В случае, когда главная плоскость анализатора AOA перпендикулярна биссектрисе угла $POP_{кв}$ (рис. 6в), то все три части светового поля будут ослаблены анализатором в равной мере и все поле зрения будет одинаково неярко освещено. Такое положение анализатора называется установкой на «полутень».

Заметим, что одинаковую яркость поля зрения можно получить, если повернуть анализатор на 90^0 по отношению к установке на «полутень», но

при этом яркость поля зрения будет гораздо большей, чем в первом случае и угловые расстояния поворота анализатора, соответствующие разделяющим полям зрения (рис. 6а и б) намного увеличатся. Когда трубка заполнена оптически активным раствором, то плоскости колебаний электрического вектора $\vec{OP}$ и $\vec{OP}_{кв}$ окажутся повернутыми на угол φ (рис. 7).

При новом положении этих векторов $\vec{OP}_1$ и $\vec{OP}_{1кв}$ в поле зрения уже не будет «полутени», т.к. биссектриса угла $POP_{кв}$ не перпендикулярна главной плоскости анализатора AOA . Чтобы опять получить «полутень» следует повернуть анализатор, установив его так, чтобы главное сечение было перпендикулярно биссектрисе угла $P_1OP_{1кв}$. Новое положение главной плоскости анализатора обозначено A_1OA_1 (рис. 7). Угол, на который нужно повернуть анализатор, по сравнению с его положением без раствора φ , т.е. угол, на который оптически активный раствор сахара поворачивает вектора $\vec{OP}$ и $\vec{OP}_{кв}$. Таким образом, по углу поворота анализатора при установке его на «полутень» в случае, когда в трубке нет раствора и в случае, когда трубка заполнена раствором, можно определить угол поворота плоскости поляризации оптически активным раствором. Угол

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_0, \quad (3)$$

где φ_0 – отсчет по лимбу без трубки с раствором, φ_1 – отсчет по лимбу, когда трубка заполнена раствором.

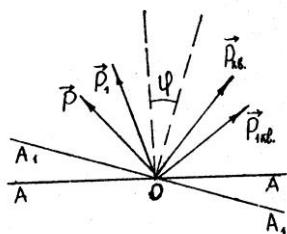


Рис.7

6. Задания для самостоятельной работы.

1. Определение постоянной вращения сахарных растворов L.

Для этого включаем осветитель поляризатора и без трубки с раствором устанавливаем анализатор на «полутень» (см. измерение угла поворота плоскости поляризации). Повторяем измерения не менее трех раз. Результаты отсчетов по лимбу угла φ_0 заносим в самостоятельно составленную таблицу. Среднее значение $\langle \varphi_0 \rangle$ используем для дальнейшего вычисления.

Помещаем в поляриметр поочередно трубки с сахарными растворами известной концентрации (не менее трех трубок) и, повторяя для каждой трубки с раствором измерение не менее трех раз, значения отсчетов угла поворота плоскости поляризации по лимбу φ_1 заносим в таблицу. По данным

измерений вычисляем угол поворота плоскости поляризации каждым раствором $\varphi = \varphi_1 - \varphi_0$.

Строим на миллиметровой бумаге в самостоятельно выбранном масштабе график зависимости $\varphi = \varphi(c)$. Определяем тангенс угла наклона прямой (для этого берем приращение координат выбранного треугольника на графике). Разделив тангенс наклона на длину трубки, получим значение постоянной вращения сахарных растворов $[L]$ в град./%·м.

2. Определение неизвестных концентраций сахарных растворов.

Помещаем в поляриметр поочередно трубки с сахарным раствором неизвестной концентрации и, как в задании 1, определяем угол поворота плоскости поляризации каждого раствора.

По графику $\varphi = \varphi(c)$ определяем неизвестные концентрации сахарных растворов в процентах. Для этих же растворов из формулы (1) $\varphi = LCl$ вычисляем концентрации. Все результаты занести в таблицу и сравнить.

3. Определение постоянной Верде.

Включаем осветитель поляриметра с соленоидом. При выключенном соленоиде отсчитываем значение угла φ_0 , как в задании 1.

Включаем выпрямитель, питающий соленоид, и устанавливаем значение тока по указанию преподавателя. Для данного тока измеряем значение отсчета угла поворота плоскости поляризации по лимбу φ_1 .

Измерения повторяем для 5-6 значений тока. Рекомендуется выставить вначале максимальное значение тока, а затем уменьшая ток, например, через 1 А, повторить измерения.

ВНИМАНИЕ! Соленоид при пропускании по нему тока греется, измерения необходимо проводить быстро и, по окончании их, выпрямитель сразу выключать.

Все результаты измерений занести в самостоятельно составленную таблицу и по формуле $\varphi_m = \varphi_1 - \varphi_0$ вычислить угол вращения плоскости поляризации магнитным полем.

По полученным данным построить график зависимости $\varphi_m = \varphi_m(i)$. Характер этой зависимости линейный. Так как $\varphi_m = VNH$, а напряженность магнитного поля внутри соленоида определяется как $H = kni = k \frac{N}{l} i$, где i – ток, питающий соленоид, N – число витков соленоида. Тогда $\varphi_m = kVNi = AVi$ (здесь A – постоянная установки), т.е. $\varphi_m \sim i$.

По графику $\varphi_m = \varphi_m(i)$ определить тангенс наклона прямой, как в задании 1, и разделив его на постоянную установки A , вычислить постоянную Верде V для данного вещества.

Контрольные вопросы

1. Что такое естественный свет?
2. Что такое поляризованный свет?
3. Как получить поляризованный свет?
4. Объяснить вращение плоскости поляризации оптически активным раствором.
5. Эффект Фарадея.
6. Устройство кругового поляриметра.
7. Измерение угла поворота плоскости поляризации «полутеневым» методом.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА О 4

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСПРЕССИИ СТЕКЛЯННОЙ ПРИЗМЫ

I. Цель работы: наблюдение линейчатых спектров испускания; определение показателей преломления оптического стекла для различных длин волн и построение кривой дисперсии этого стекла; определение дисперсионных характеристик призмы.

II. Приборы и принадлежности: гониометр – спектрометр ГС-5, ртутная лампа, призма из оптического стекла, вентилятор, миллиметровая бумага.

III. Введение.

Стеклянная призма является диспергирующей системой: она разлагает исследуемый свет в спектр по длинам волн, что широко используют в различных спектральных приборах. Это свойство призмы обусловлено тем, что ее показатель преломления n зависит от длины волны λ света, и поэтому свет разных длин волн, отклоняется на разные углы, т.е. пространственно разделяется.

Первые эксперименты по исследованию дисперсии света по способу преломления в призме были выполнены Ньютоном в 1672 году.

Классическая электронная теория объясняет дисперсию света следующим образом. Световая волна, как известно, представляет собой переменное электромагнитное поле высокой частоты, распространяющееся в вакууме с постоянной скоростью $c = 2,9979 \cdot 10^8$ м/с. При распространении света в веществе фазовая скорость (скорость распространения фазы колебаний) зависит от частоты световых колебаний, в то время как в вакууме фазовая скорость для всех частот одинакова. Дисперсия света является результатом взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами, входящими в состав вещества. Обычно считают, что смещаются наиболее слабо связанные с ядром атома электроны, которые называют оптическими электронами. В процессе вынужденных колебаний электронов с частотой ν падающего на вещество света периодически изменяются дипольные электрические моменты атомов и, следовательно, атомы и начинают излучать вторичные электромагнитные волны, частота которых также равна ν . Средние расстояния между частицами вещества во много раз меньше протяженности одного цуга волн. Поэтому вторичные волны, излучаемые весьма большим числом соседних атомов среды, когерентны как между собой, так и с первичной волной. При наложении, они интерферируют, причем результат интерференции зависит от соотношения их амплитуд и начальных фаз.

Расчеты показывают, что в однофазном изотропном веществе в результате интерференции образуется проходящая волна, фазовая скорость которой зависит от частоты, а направление распространения совпадает с направлением распространения первичной волны.

Следовательно, абсолютный показатель вещества $n = \frac{c}{v}$ зависит от частоты, а значит, и длины волны падающего света.

Для определения зависимости $n = n(\lambda)$ в случае призмы обычно используют метод, основанный на измерении угла наименьшего отклонения. Суть этого метода в следующем. Пусть луч света с длиной волны λ падает под некоторым углом i (рис.1) на грань призмы с преломляющим углом Θ . В результате двух преломлений вышедший из призмы луч отклоняется на угол α по отношению к падающему лучу. Угол α зависит от угла падения i , преломляющего угла Θ призмы, а также от сорта стекла и длины волны света λ .

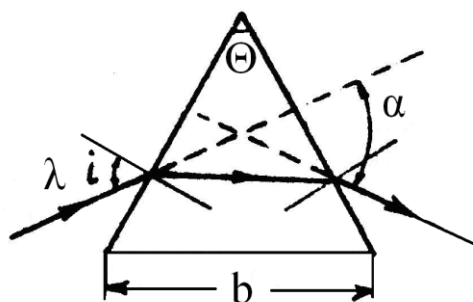


Рисунок 1

Можно показать, что при симметричном прохождении света через призму (как на рис.1) угол отклонения минимален, $\alpha_{\min}$. В этом случае показатель преломления n определяется формулой

$$n = \frac{\sin[(\Theta + \alpha_{\min})/2]}{\sin(\Theta/2)}, \quad (1)$$

где угол $\alpha_{\min}$ зависит от λ . В данной работе используется призма с $\Theta = 60^\circ$, и формула (1) упрощается

$$n = 2 \sin\left(30 + \frac{\alpha_{\min}}{2}\right), \quad (2)$$

Таким образом, определение показателя преломления для каждой длины волны сводится к измерению соответствующего угла наименьшего отклонения.

Призма, как и любой спектральный прибор, характеризуется двумя основными параметрами: угловой дисперсией и разрешающей способностью.

Угловая дисперсия – характеризует способность прибора пространственно разделять пучки лучей различных длин волн. Мерой угловой дисперсии является отношение $\frac{\Delta\alpha}{\Delta\lambda}$, где $\Delta\alpha$ – разность углов

отклонения диспергированных световых пучков с длинами волн, отличающимися на $\Delta\lambda$. Для призмы с преломляющим углом $\Theta = 60^\circ$ угловая дисперсия вблизи угла наименьшего отклонения определяется формулой:

$$\frac{\Delta\alpha}{\Delta\lambda} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{n}{2}\right)^2}} \left| \frac{\Delta n}{\Delta\lambda} \right|, \quad (3)$$

где величина $\frac{\Delta n}{\Delta\lambda}$ называется дисперсией вещества, из которого сделана призма.

Разрешающая способность характеризует способность прибора разделять (разрешать) спектральные линии, мало отличающиеся по длинам волн. За меру разрешающей способности принимают отношение $\frac{\lambda}{\delta\lambda}$, где λ – длина волны спектральной линии, около которой производят измерения, а $\delta\lambda$ – наименьшая разность длин волн двух еще разрешаемых линий. Теоретически установлено, что разрешающая способность призмы ограничена вследствие дифракции света величиной

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = b \left| \frac{\Delta n}{\Delta\lambda} \right|, \quad (4)$$

где b – основание призмы, вдоль которого распространяется свет (см. рис. 1).

IV. Описание установки.

Работа выполняется на гониометре-спектрометре ГС-5 – приборе, предназначенном для точных измерений углов.

Оптическая схема установки показана на рис. 2. Здесь 1 – коллиматор, в передней фокальной плоскости которого расположена узкая раздвижная щель;

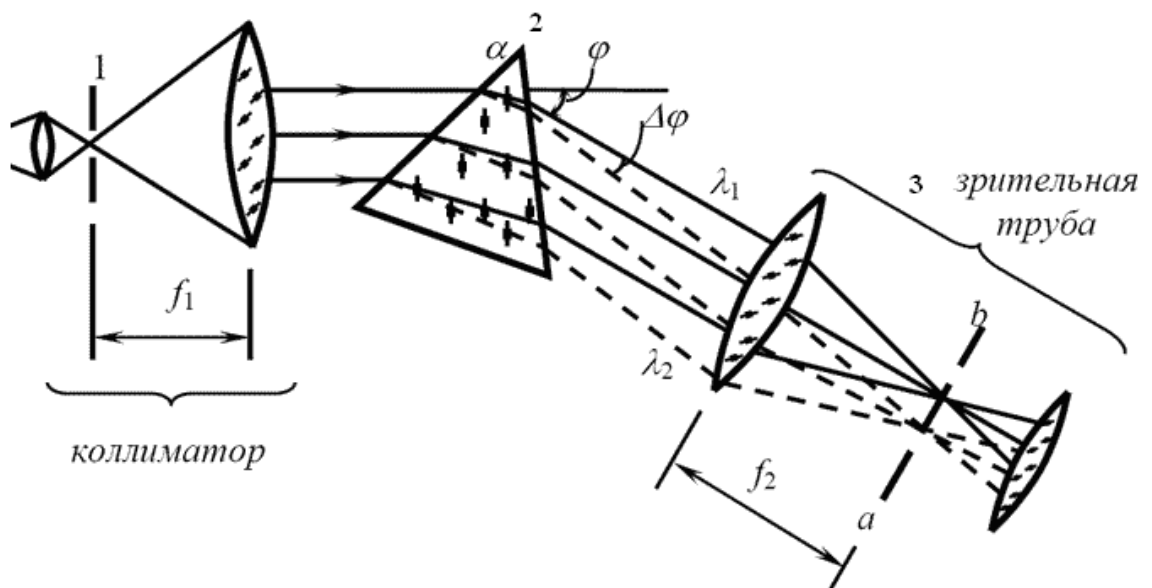


Рисунок 2

2 – исследуемая призма; 3 – зрительная труба – в фокальной плоскости ее объектива образуется изображение входной щели коллиматора. Если свет содержит несколько длин волн, то образуется ряд изображений щели, соответствующих этим длинам волн (линейчатый спектр). Наблюдают спектр через окуляр трубы.

В данной работе для определения дисперсии вещества призмы и её разрешающей способности используется гониометр типа ГС-5 с устанавливаемой на его столике трехгранной призмой. Для наглядности гониометр представлен с двух противоположных сторон (рис. 3а и рис. 3б).

Он состоит из следующих основных частей: основания 1, корпуса 2 с оптической трубой и отсчётным микроскопом 3, столика 4 и скрытого под столиком отсчётного лимба. На основании укреплены: колонка коллиматора 5 и вертикальная ось прибора, вокруг которой могут вращаться лимб, корпус и столик. Вращение двух последних может осуществляться как грубо от руки, так и плавно с помощью соответствующих микрометрических винтов 6 и 7 при зажатых зажимных винтах. Наклоны столика в двух взаимно перпендикулярных плоскостях осуществляется с помощью винта 8.

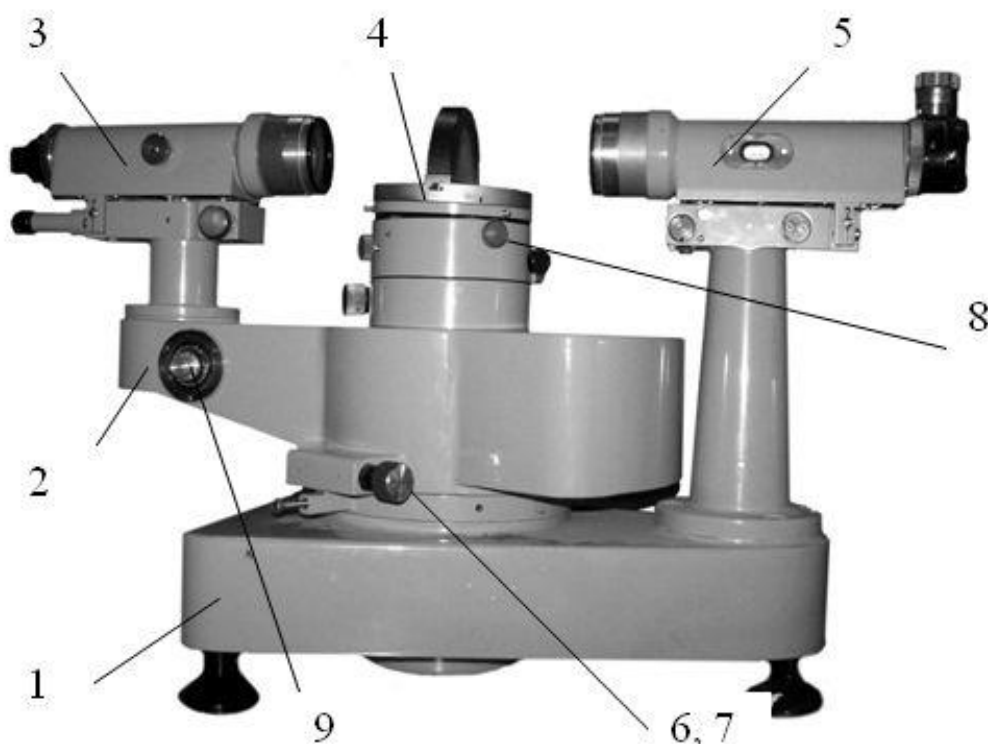


Рисунок 3а



Рисунок 3б

На конце коллиматора имеется щель, ширину которой можно регулировать с помощью микрометрического винта. Коллиматор служит для создания параллельного пучка лучей.

Для этого щель, освещаемая специальным источником, устанавливается в фокальной плоскости объектива коллиматора. Стекланный лимб с делениями установлен на вертикальной оси прибора в её нижней части. Отсчёт по лимбу ведётся с помощью отсчётного микроскопа 3 и оптического микрометра, управляемого маховиком 9.

Поле зрения микроскопа приведено на рис. 4. В левом окне наблюдается изображение диаметрально противоположных участков лимба и вертикальный индекс, в правом окне – деления шкалы оптического микрометра и горизонтальный индекс.

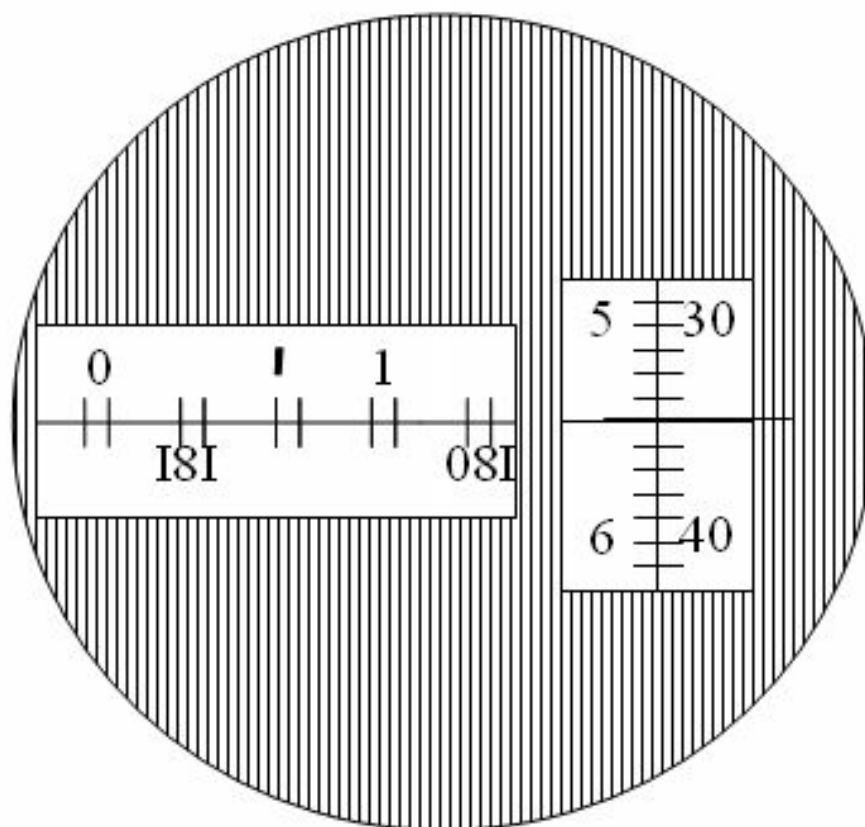


Рисунок 4

Чтобы снять отсчёт по лимбу, необходимо повернуть маховик 9 настолько, чтобы верхние и нижние изображения штрихов лимба в левом окне совместились. В ситуации, показанной на рисунке, полного совмещения штрихов не достигнуто. При совпадении штрихов, можно произвести отсчет. Число градусов будет равно ближайшему слева от вертикальной метки числу. Для случая, приведенного на рисунке, это 0° .

Число десятков минут равно числу интервалов, заключенных между верхним штрихом, который соответствует отсчитанному числу градусов, и нижним оцифрованным штрихом, отличившимся от верхнего на 180 градусов. В нашем случае число интервалов между 0° и 180° равно четырем. Число единиц минут отсчитывается по шкале микрометра в правом окне по левому ряду чисел, т.е. равно пяти минутам. Число единиц секунд – в том же окне по правому ряду чисел. На рисунке это значение равно $35''$. В целом, положение, показанное на рис. 4, при совпадении штрихов будет соответствовать отсчету: $0^\circ 45' 35''$.

Источник света – ртутная лампа. Ее наиболее характерные спектральные линии указаны на рис. 5.

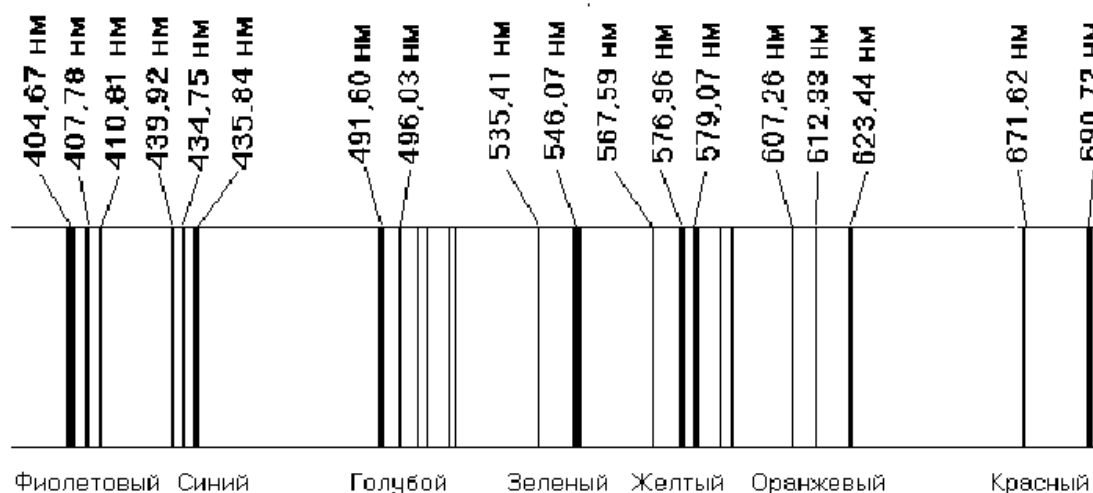


Рисунок 5 – Линейчатый спектр ртути (длины волн в нм)

Для выполнения данной работы следует брать наиболее интенсивные линии, отмеченные на рисунке.

V. Подготовка гониометра к работе и пример измерения.

Прежде, чем приступать к работе с гониометром, внимательно ознакомьтесь с назначением всех регулировок, используя рис. 3.

Внимание! Гониометр – прибор высокой точности. Малейшая неосторожность в обращении с прибором приводит к его разъюстировке или поломке. Все регулировки, обозначенные $\otimes$, трогать запрещается. Запрещено прикасаться руками ко всем оптическим поверхностям (окуляры, призма, объективы).

Снять крышки с объективов коллиматора и зрительной трубы и убедиться, что зрительная труба и столик вращаются вокруг оси прибора самостоятельно (для этого достаточно легким усилием, не применяя силы, поворачивать руками столик, а затем алидаду со зрительной трубой).

С помощью выключателя, расположенного с левой стороны гониометра, включить осветительную систему прибора.

Внимание! Если шкала лимба видна нечетко, нужно чистой тряпочкой протереть поверхность объектива и, вращая его оправу, сфокусировать изображение шкалы.

Если условия, изложенные выше, не выполняются, следует обратиться к преподавателю.

Вращением накатного кольца окуляра трубы добиться четкого изображения визирного креста в поле зрения окуляра.

Установить зрительную трубу отсчетного микроскопа навстречу коллиматору и убедиться, что в этом положении отсчет по шкале лимба не выходит за пределы интервала углов от 90^0 до 270^0 .

Включить вентилятор обдува ртутной лампы.

Включить ртутную лампу, если лампа сразу не загорелась, необходимо нажать несколько раз пусковую кнопку.

Внимание! Ртутную лампу включать без вентилятора запрещается.

Установленную на столике призму с помощью пластинки, к которой она приклеена, вывести из поля зрения зрительной трубы (прикасаться пальцами к поверхностям призмы нельзя).

Убедиться, что по шкале коллиматора – она находится с противоположной стороны винта – ноль установлен против ∞ . Этим самым мы устанавливаем щель коллиматора в фокальной плоскости его объектива.

Убедиться, что входящая щель достаточно освещена. Затем поворотом зрительной трубы ввести изображение щели коллиматора в середину поля зрения и тщательно сфокусировать изображение щели. Оно должно быть достаточно узким и ярким.

Провести более тщательно совмещение вертикального штриха визирного креста с серединой изображения. После этого сделать отсчет по шкале лимба № (см. рис.4). Операцию повторить не менее трех раз, каждый раз сбивая совмещение вертикального штриха с серединой изображения. Все данные занести в таблицу, составленную самостоятельно.

Ввести исследуемую призму в пучок света, идущий от щели коллиматора.

Поворачивая от руки столик с призмой, глазом отыскать цветной спектр и в этом направлении ввести зрительную трубу.

С помощью фокусировочного винта добиться, чтобы линии спектра в поле зрения были достаточно резкими.

Просмотреть в трубу весь спектр – от желтого дублета до яркой фиолетовой линии.

Проследить, чтобы середины линий расположились по горизонтали – горизонтальный штрих визирного креста при повороте трубы должен пересекать их по центрам. Если это не так (спектр перекошен), отрегулировать наклон столика винтами. После этого можно приступать к измерениям.

Наблюдая в неподвижную трубу, например, за желтым дублетом, поворачивать от руки в одном направлении столик с призмой. При этом линии будут перемещаться по полю зрения и в некоторый момент начнут двигаться в обратном направлении, несмотря на то, что вращение столика продолжается в прежнем направлении.

Если такой случай не наблюдается, хотя просмотрен в зрительную трубу весь спектр, нужно глазом, вращая рукой столик, отыскать интересующий случай и в данное направление ввести зрительную трубу.

Момент изменения направления движения линии как раз и соответствует углу наименьшего отклонения $\alpha_{\min}$ для этой линии.

Не меняя положения столика, совместить вертикальный штрих визирного креста с серединой линии. Тщательно сфокусировав линию винтом и проведя более точное совмещение вертикального штриха с серединой линии, сделать отсчеты по шкале лимба положения линии N .

Измерения повторить не менее трех раз, каждый раз сбивая настройку, все данные занести в таблицу.

VI. Задания для самостоятельной работы.

1. Определить зависимость $n = n(\lambda)$. Для этого, используя пример определения $\alpha_{\min}$, произвести отсчеты положения щели N_0 и наиболее ярких линий – N по шкале лимба гониометра (измерение провести не менее чем для семи линий спектра). Каждое измерение проводить не менее трех раз. Из разности отсчетов вычислить $\alpha_{\min} = N - N_0$ для каждой линии спектра.

По формуле (2) $n = 2 \sin(30^\circ + 1/2 \alpha_{\min})$ вычислить соответствующие каждой длине волны показатели преломления n .

Все данные занести в таблицу, составленную самостоятельно.

2. По полученным данным на миллиметровке построить график зависимости показателя преломления n от длины волны λ . Обратить внимание при строении графика на выбор масштабов по осям координат.

3. Вычислить угловую дисперсию призмы по формуле (3)

$$\frac{\Delta \alpha}{\Delta \lambda} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{n}{2}\right)^2}} \left| \frac{\Delta n}{\Delta \lambda} \right|$$

в угл. $\frac{\text{мнн}}{\text{нм}}$ вблизи зеленой линии $\lambda_z = 546 \text{ нм}$. $\frac{\Delta n}{\Delta \lambda}$ – есть дисперсия вещества, из которого сделана призма; величину $\frac{\Delta n}{\Delta \lambda}$ необходимую для расчетов, найти из графика $n = n(\lambda)$, выделив на графике прямолинейный отрезок кривой вблизи зеленой линии.

4. Вычислить разрешающую способность призмы вблизи зеленой линии $\lambda_z = 546 \text{ нм}$ по формуле (4) $\frac{\lambda}{\delta \lambda} = b \left| \frac{\Delta n}{\Delta \lambda} \right|$, где основание призмы $b = 25 \text{ мм}$. При вычислении $\Delta \lambda$ и b выразить их в метрах.

5. Продумайте возможные варианты расчета погрешностей.

Контрольные вопросы.

1. Физические причины дисперсии света.
2. Что характеризует угловая дисперсия спектрального прибора и его разрешающая способность?
3. От чего зависят угловая дисперсия и разрешающая способность призмы?
4. Как установить призму на минимум отклонения для данной длины волны?
5. Как производится отсчет по лимбу гониометра?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 06

“ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ СВЕТА В ТОНКИХ ПЛЕНКАХ НА ПРИМЕРЕ КОЛЕЦ НЬЮТОНА”

Цель работы: изучение явления интерференции света;
определение эффективного радиуса кривизны линзы с помощью колец Ньютона;
определение длин волн пропускания светофильтров.

Приборы и принадлежности: источник света; набор светофильтров;
установка для наблюдения колец Ньютона;
измерительный микроскоп МПБ-2.

1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.

Интерференцией волн называется наложение *когерентных волн*, приводящее к перераспределению светового потока в пространстве, т.е. образованию областей усиленных и ослабленных интенсивностей. Волны называются **когерентными** (согласованными), если разность фаз δ возбуждаемых ими колебаний в любой точке не изменяется за время наблюдения. Примером когерентных волн служат монохроматические волны одной частоты и одинаковой поляризации в предположении, что за время наблюдения условия распространения волн не изменяются.

Область, в которой перекрываются когерентные волны, называется **областью интерференции**. Если в область интерференции внести экран, то на нем будет видна **интерференционная картина** в виде чередующихся темных и светлых областей. Совокупность темной и светлой областей называют **интерференционной полосой**. В случае интерференции двух когерентных волн с интенсивностями I_1 и I_2 , соответственно, распределение интенсивности на экране определяется соотношением:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta. \quad (1.1)$$

В тех точках пространства, для которых разность фаз $\delta \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ (т.е. $\cos \delta > 0$), интенсивность I результирующего колебания будет превышать $I_1 + I_2$; в точках, для которых $\cos \delta < 0$, I будет меньше $I_1 + I_2$. Слагаемое $2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$ в формуле (1.1) называется интерференционным членом. В частности, при $I_1 = I_2$, и разности фаз

$$\delta = 2\pi m \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (1.2)$$

будет наблюдаться максимум интенсивности $I = 4I_1$, а когда

$$\delta = (2m+1)\pi \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (1.3)$$

интенсивность будет минимальна, т.е. $I = 0$.

Выражения (1.2) и (1.3) называются **условиями интерференционного максимума и минимума**, соответственно. В случае *некогерентных* волн разность фаз δ изменяется со временем хаотичным образом, в результате интерференционный член в формуле (1.1) после усреднения по времени обращается в 0, и результирующая интенсивность получается всюду одинаковой $I = I_1 + I_2$.

Получить интерференционную картину, пользуясь независимыми источниками света, практически невозможно, поскольку колебания в этом случае некогерентны (если не использовать источники лазерного излучения). Поэтому на практике для наблюдения и исследования явления интерференции применяют методы, позволяющие разделить волну от одного источника света на две части. Эти две волны являются когерентными и, следовательно, могут интерферировать. Интерференционная картина в результате наложения полученных волн будет наблюдаться, если до попадания на экран (в точку наблюдения) они пройдут различные *оптические пути*, благодаря чему между интерферирующими волнами возникнет некоторая *разность хода* Δ .

Оптическая длина пути L в однородной среде равна произведению геометрической длины пути l , пройденного волной, на абсолютный показатель преломления n среды:

$$L = n l.$$

Оптическая разность хода (разность хода) Δ равна разности оптических путей L_1 и L_2 волн, прошедших геометрические пути l_1 и l_2 в средах с показателями преломления n_1 и n_2 , соответственно:

$$\Delta = L_1 - L_2 = n_1 l_1 - n_2 l_2.$$

При этом оптическая разность хода Δ волн связана с разностью фаз δ , возбуждаемых колебаний, следующим соотношением:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta, \quad (1.4)$$

где λ_0 – длина волны света в вакууме. С учетом соотношения (1.4) можно записать **условия интерференционного максимума и минимума**, используя выражения (1.2) и (1.3):

$$\text{условие интерференционного максимума} - \Delta = m\lambda_0 \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (1.5)$$

$$\text{условие интерференционного минимума} - \Delta = (m + \frac{1}{2})\lambda_0 \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (1.6)$$

Не следует думать, что интерференцию света можно наблюдать только в лабораторных условиях, применяя для этого специальные оптические устройства (например, бипризму Френеля (см. Лабораторную работу О7)). Явление интерференции проявляется и при отражении света от тонких прозрачных пленок одинаковой толщины (плоскопараллельной пластинки), а также пленок со слабо изменяющейся толщиной (клина). Примером интерференции света, наблюдающейся в естественных условиях, может служить радужная окраска таких тонких пленок (мыльных пузырей,

пленок нефти или нефтепродуктов на поверхности воды, прозрачных пленок оксидов на поверхностях закаленных металлических деталей и т.п.). В этом случае разделение падающей волны на две происходит при ее отражении от передней и задней поверхностей пленки. Результат интерференции зависит от разности хода между этими волнами, приобретаемой накладывающимися волнами в пленке.

Рассматривая интерференцию света в тонких пленках, различают интерференционные полосы *равного наклона* и *равной толщины*.

Полосы равного наклона наблюдаются в тех случаях, когда на тонкую плоскопараллельную пленку падает под разными углами расходящийся (или сходящийся) пучок света. Таковы, например, условия освещения пленки протяженным источником или рассеянным солнечным светом. Оптическая разность хода лучей определяется углом падения света на пленку. Помещая на пути отраженного пучка света линзу, на экране наблюдают интерференционные полосы, каждой из которых соответствует определенное значение угла падения, поэтому они и называются полосами равного наклона.

Полосы равной толщины наблюдаются при отражении параллельного или почти параллельного пучка лучей света от тонкой прозрачной пленки с переменной толщиной d . Оптическая разность хода интерферирующих волн изменяется при переходе от одних точек на поверхности пленки к другим в соответствии с изменением толщины d , так что условия интерференции одинаковы в точках, соответствующих одинаковым толщинам d . Поэтому рассматриваемая интерференционная картина и называется полосами равной толщины. Если свет интерферирует в тонком прозрачном клине с малым углом при вершине, то полосы равной толщины параллельны ребру клина.

Классическим примером полос равной толщины являются **кольца Ньютона**. Они наблюдаются при отражении света от соприкасающихся друг с другом толстой плоскопараллельной стеклянной пластинки и плоско-выпуклой линзы малой кривизны, лежащей на пластинке выпуклой стороной (Рис.1). Роль тонкой пленки играет воздушный зазор между пластинкой и линзой переменной толщины (воздушный клин). Если луч монохроматического света **S** падает на плоскую поверхность плосковыпуклой линзы, тогда часть света, пройдя линзу, отразится от верхней границы воздушного клина и выйдет наружу (луч **1**). Другая часть света пройдет сквозь линзу и воздушный клин, отразится от нижней грани воздушного клина и также выйдет наружу (луч **2**). Поскольку световые колебания в лучах **1** и **2** являются когерентными, эти лучи будут давать интерференционную картину на сферической поверхности линзы (из-за большой толщины линзы и пластинки интерференционные полосы за счет отражений от других поверхностей не возникают). При нормальном падении света на плоскую поверхность линзы интерференционная картина представляет собой

систему концентрических светлых и темных колец, чередующихся между собой. Это обусловлено тем, что места равной толщины в воздушной прослойке имеют форму окружностей, концентрических относительно вершины линзы, а разность хода лучей **1** и **2** определяется толщиной воздушной прослойки **h** (Рис.1). Радиус r_0 центрального пятна определяется величиной упругой деформации линзы и стеклянной пластинки, **a** – высота деформированного участка.

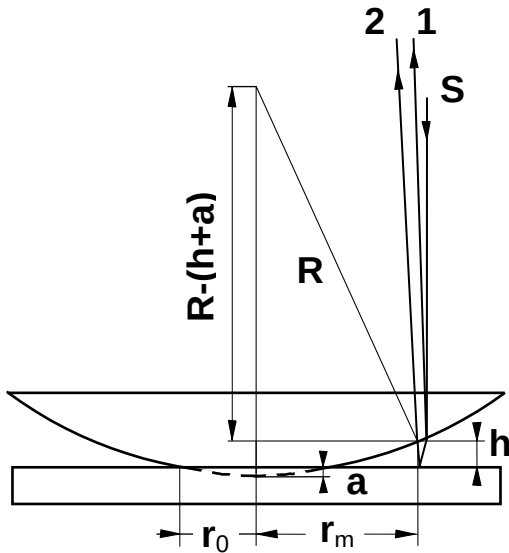


Рис. 1

Установим зависимость между радиусом m -го темного кольца r_m , длиной волны λ и радиусом линзы R . Для этого определим разность хода интерферирующих лучей **1** и **2** (Рис.1), полагая, что показатель преломления воздушной прослойки $n=1$. Так как толщина h воздушного клина вблизи вершины линзы мала по сравнению с радиусом кривизны линзы, можно считать, что точки отражения луча **1** и преломления луча **2** на поверхности линзы совпадают. В этом случае оптическая разность хода равна удвоенной толщине воздушного клина. Кроме того, луч **2**, отражаясь от оптически более плотной среды (показатель преломления стеклянной пластинки больше показателя преломления воздуха), изменяет фазу световых колебаний на π . Это равносильно дополнительному увеличению оптического пути луча **2** на половину длины световой волны $\frac{\lambda}{2}$. Таким образом, оптическая разность хода между лучами **1** и **2** равна

$$\Delta = 2h + \frac{\lambda}{2}. \quad (1.7)$$

Величину h легко найти из геометрических соображений (Рис.1). Для того, чтобы учесть величину деформации линзы и пластинки, предположим, что на вершине линзы имеется сошлифованный плоский участок радиуса r_0 . Тогда из Рис.1 следует, что

$$R^2 = (R - (h + a))^2 + r_m^2, \quad (1.8)$$

где R – радиус кривизны линзы, r_m – радиус окружности, всем точкам которой соответствует одинаковая толщина h воздушного клина, a – высота сошлифованной части линзы. Раскрывая скобки в (1.8) получаем

$$R^2 = R^2 - 2R(h + a) + (h + a)^2 + r_m^2 \approx R^2 - 2R(h + a) + r_m^2.$$

Ввиду того, что $\frac{(h + a)}{R} \ll 1$, величиной $(h + a)^2$ по сравнению с $2R(h + a)$ можно пренебречь.

После соответствующих преобразований находим

$$h = \frac{r_m^2}{2R} - a. \quad (1.9)$$

Значение a можно найти из выражения, аналогичному (1.8) (см. Рис.1):

$$R^2 = (R - a)^2 + r_0^2,$$

откуда $a \approx \frac{r_0^2}{2R}$. Подставим последнее выражение в (1.9), а затем в (1.7), окончательно имеем

$$\Delta = \frac{r_m^2 - r_0^2}{R} + \frac{\lambda}{2}. \quad (1.10)$$

Приравняем (1.10) к условиям максимума (1.5) и минимума (1.6):

$$\begin{aligned} \frac{r_m^2 - r_0^2}{R} + \frac{\lambda}{2} &= m\lambda, \\ \frac{r_m^2 - r_0^2}{R} + \frac{\lambda}{2} &= (m + \frac{1}{2})\lambda. \end{aligned}$$

Решая эти уравнения относительно r_m , получим выражения для радиусов m -го светлого кольца и m -го темного кольца в отраженном свете, соответственно:

$$r_m = \sqrt{(m - \frac{1}{2})\lambda R + r_0^2} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (1.11)$$

$$r_m = \sqrt{m\lambda R + r_0^2} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (1.12)$$

Если в формулах (1.11) и (1.12) положить $r_0 = 0$ (т.е. упругая деформация линзы и стеклянной пластинки отсутствует), то мы получим известные выражения для радиусов темных и светлых колец Ньютона в отраженном свете:

$$r_m = \sqrt{(m - \frac{1}{2})\lambda R} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (1.13)$$

$$r_m = \sqrt{m\lambda R} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (1.14)$$

Кольца Ньютона можно наблюдать и в случае, когда линза соприкасается не с плоской, а со сферической поверхностью, например, с другой линзой. На Рис.2, для примера взята менисковая линза. В данном случае, выполняя соответствующие геометрические построения (см. Рис.1 и Рис.2) и алгебраические преобразования, аналогичные описанным выше, можно показать, что толщина воздушного зазора h между двумя сферическими поверхностями равна

$$h = \frac{1}{2}(r_m^2 - r_0^2)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right), \quad (1.15)$$

где r_m – радиус окружности, всем точкам которой соответствует одинаковая толщина h воздушного клина, r_0 – радиус центрального темного пятна, R_1 – радиус кривизны выпуклой поверхности верхней линзы, R_2 – радиус кривизны вогнутой поверхности менисковой линзы.

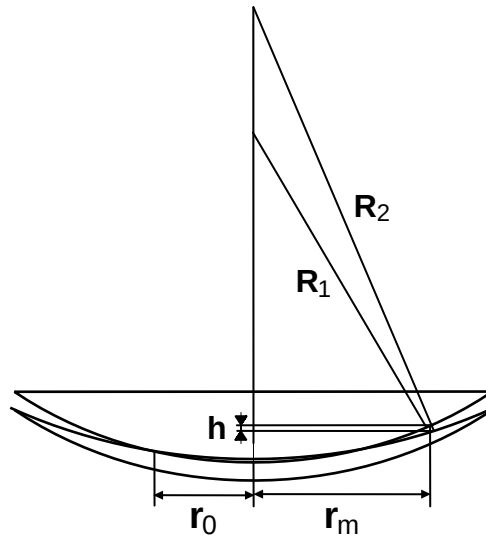


Рис. 2 – Линза со сферической поверхностью

Подставляя выражение (1.15) в (1.7), находим разность хода

$$\Delta = (r_m^2 - r_0^2)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) + \frac{\lambda}{2}. \quad (1.16)$$

Подставляя в (1.16) вместо Δ условие минимума (1.6), после преобразований получаем для радиуса m -го темного кольца в отраженном свете

$$r_m = \sqrt{m\lambda R_{эфф} + r_0^2}, \quad (1.17)$$

где $R_{эфф} = \frac{1}{1/R_1 - 1/R_2}$ – некий эффективный радиус кривизны плос-

ковыпуклой линзы, положенной на плоскопараллельную пластинку, которыми можно эквивалентно заменить систему из двух линз, изображенную на Рис.2. Заметим, что при $R_2 \rightarrow \infty$, $R_{эфф} = R_1$, и мы получаем уравнение (1.12). Аналогично, подставляя в (1.16) условие максимума (1.5), можно получить выражение и для радиусов светлых колец Ньютона в отраженном свете.

2. ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ.

Схема установки для наблюдения интерференционных колец в отражённом свете изображена на Рис.3.

Лабораторная установка представляет собой коробку с боковым отверстием **О** и укрепленным сверху микроскопом **М**. Внутри коробки на подставке **П** помещена плоскопараллельная стеклянная пластинка **Пл** и плосковыпуклая линза **Л**. Над линзой и пластинкой установлен измерительный микроскоп **М**. Лучи монохроматического света, проходя через отверстие **О**, падают на стеклянную пластинку **СП**, поставленную под углом 45° . Отражаясь от нее под тем же углом, пучок монохроматических лучей падает на плосковыпуклую линзу **Л** и пластинку **Пл** под ней. Отраженный от этой системы пучок попадает в микроскоп. В окуляре микроскопа можно наблюдать интерференционную картину (темные и светлые кольца), а, пользуясь измерительной шкалой микроскопа, можно измерить диаметры этих колец (Рис.4).

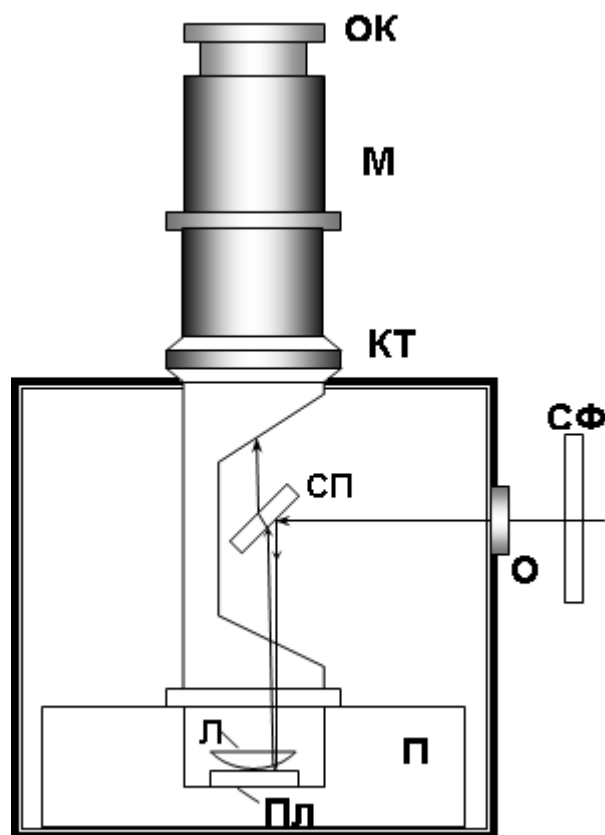


Рис.3

В данной работе используется отсчетный микроскоп типа МПБ-2, дающий 24-кратное увеличение. Цена самого малого деления измерительной шкалы 0,05 мм. Расстояние между оцифрованными штрихами измерительной шкалы равно 1 мм ($20 \text{ делений} \times 0,05 \text{ мм} = 1 \text{ мм}$) (см. Рис.4). Резкое изображение делений измерительной шкалы достигается вращением окулярного кольца **ОК**, резкость интерференционной картины – перемещением тубуса микроскопа вдоль вертикального направления с помощью кольца **КТ**.

В качестве источника света в работе используется осветитель для биологических микроскопов (на рисунке не изображен). Монохроматизация света осуществляется светофильтром **СФ**.

При работе с осветителем не забывайте, что кожух осветителя нагревается, поэтому для изменения положения осветителя следует пользоваться пластмассовой ручкой, укрепленной на кожухе.

3. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ.

На Рис.4 приведена примерная картина наблюдаемых в окуляр отсчетного микроскопа колец Ньютона и измерительная шкала.

Порядок темного кольца m отсчитывается от центрального (нулевого) темного пятна. На Рис.4 изображена первые четыре темных кольца отмечены цифрами 1, 2, 3 и 4, соответственно.

С помощью измерительной шкалы диаметры темных колец можно измерить следующим образом:

1-й способ: подсчитываем сколько делений шкалы содержится в диаметре кольца соответствующего порядка и умножаем на цену одного деления 0,05 мм. Например, в диаметре темного кольца 3-го порядка (Рис.4) содержится 31,5 делений, следовательно, диаметр $D_3 = 31,5 \times 0,05 = 1,575$ мм;

2-й способ: определяем по шкале положения (координаты) начала и конца горизонтального диаметра (относительно измерительной шкалы) X_1 и X_2 темного кольца соответствующего порядка, тогда его диаметр D найдется как разность между координатами $D = X_2 - X_1$. Например, для темного кольца третьего порядка координата начала диаметра $X_1 = 1,175$ мм, конца – $X_2 = 2,75$ мм, и диаметр $D_3 = 2,75 - 1,175 = 1,575$ мм (см. Рис.4).

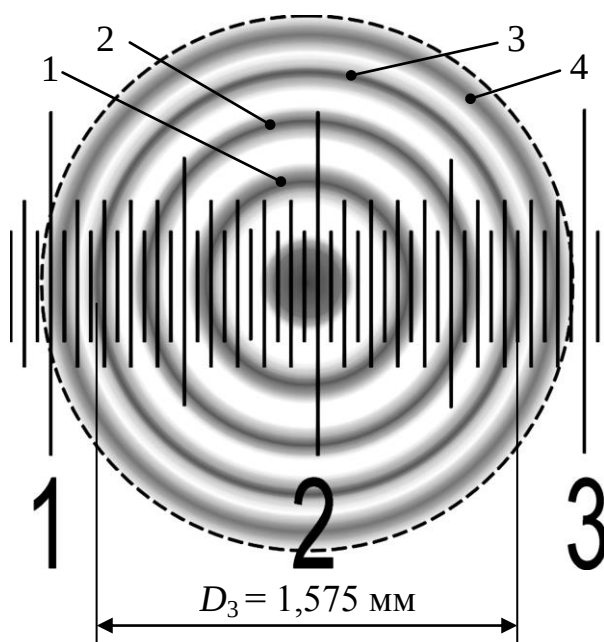


Рис.4

4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ.

Задание 1. Определение эффективного радиуса кривизны линзы.

1. Включите осветитель и установите на пути его лучей светофильтр, длина волны пропускания которого известна.

2. Установите осветитель так, чтобы прошедший через светофильтр свет попадал в отверстие **О** установки (см. Рис.3). При этом в поле зрения микроскопа должны быть видны кольца Ньютона. Перемещая трубу осветителя, добейтесь наиболее четкой и яркой интерференционной картины.

3. Вращая микроскоп, добейтесь того, чтобы интерференционные кольца были симметрично расположены относительно измерительной шкалы микроскопа.

4. Согласовав с преподавателем количество и порядки темных колец (не менее 5-ти), измерьте их диаметры одним из способов, изложенных в разделе ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ.

5. Измеренные величины и соответствующие порядки темных колец занесите в Таблицу 1.

Таблица 1.

№ пп	Порядок кольца m	Диаметр кольца D_m , (мм)	$y_m = \frac{D_m^2}{4}$	$x_m = m\lambda$	x_m^2	$x_m \cdot y_m$
1						
...						
N						
Результаты суммирования						

6. Используя формулы (5.6), (5.4) (см. ниже, в разделе обработка результатов) вычислите все величины, указанные в Таблице 1, для колец, диаметры которых были измерены. Длины волн для светофильтров принимаем следующие: Ф-400нм, С-460нм, Зел-530нм, Ж-600нм, О-650нм, Кр-700нм.

7. По формулам (5.3) и (5.6) найдите эффективный радиус кривизны линзы $R_{эфф}$ и r_0 , а также по формулам (5.5) погрешности их определения.

Задание 2. Определение длины волны пропускания светофильтра.

1. По указанию преподавателя установите на пути лучей осветителя светофильтр, длина волны пропускания которого не известна.

2. При необходимости повторите пп. 2 – 3 Задания 1.

3. Согласовав с преподавателем количество и порядки темных колец (не менее 5-ти), измерьте их диаметры одним из способов, изложенных в разделе ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ.

4. Измеренные величины и соответствующие порядки темных колец занесите в Таблицу 2.

Таблица 2.

№ пп	Порядок кольца m	Диаметр кольца D_m , (мм)	$y_m = \frac{D_m^2}{4}$	$x_m = mR_{эфф}$	x_m^2	$x_m \cdot y_m$
1						
...						
N						
Результаты суммирования						

5. Используя формулы (5.7), (5.4) (см. ниже) вычислите все величины, указанные в Таблице 1, для колец, диаметры которых были измерены.

6. По формулам (5.3) и (5.6) найдите длину волны λ пропускания светофильтра и r_0 , а также по формулам (5.5) погрешности их определения.

7*. Повторите пп. 1 – 6 для другого светофильтра. (По указанию преподавателя).

5. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЯ.

Перепишем формулу (1.17) в виде

$$r_m^2 = m\lambda R_{эфф} + r_0^2. \quad (5.1)$$

Как следует из последнего выражения квадрат радиуса кольца Ньютона линейно зависит от эффективного радиуса линзы $R_{эфф}$ и длины волны λ пропускания светофильтра. Следовательно, полагая $y = r_m^2$, можно рассматривать выражение (5.1), как линейную функцию относительно $R_{эфф}$ либо λ с неизвестными постоянными коэффициентами.

Рассмотрим следующую линейную функцию:

$$y = Ax + B. \quad (5.2)$$

Согласно методу наименьших квадратов (МНК) постоянные A и B можно аналитически найти по следующим формулам:

$$A = \frac{\langle x \cdot y \rangle - \langle x \rangle \cdot \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle \cdot \langle x \rangle}; \quad B = \langle y \rangle - A \langle x \rangle, \quad (5.3)$$

где

$$\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N x_m; \quad \langle y \rangle = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N y_m; \quad (5.4)$$

$$\langle x^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N x_m^2; \quad \langle x \cdot y \rangle = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N x_m \cdot y_m.$$

Погрешности величин A и B вычисляются по формулам

$$\Delta A = \sqrt{\frac{\sum_{m=1}^N (A \cdot x_m + B - y_m)^2}{N(N-2)(\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle \langle x \rangle)}}; \quad \Delta B = \Delta A \sqrt{\langle x^2 \rangle}. \quad (5.5)$$

Для определения эффективного радиуса кривизны линзы необходимо знать длину волны пропускания светофильтра.

Тогда, обозначая

$$y_m = \frac{D_m^2}{4}, \quad x_m = m\lambda, \quad A = R_{эфф}, \quad B = r_0^2, \quad (5.6)$$

используя выражения (5.3) – (5.4), можно найти эффективный радиус линзы $R_{эфф}$ и погрешность его определения по формуле (5.5)

Зная эффективный радиус кривизны линзы $R_{эфф}$ находим длину волны λ пропускания светофильтра по формулам (5.3) – (5.4), обозначая

$$y_m = \frac{D_m^2}{4}, \quad x_m = mR_{эфф}, \quad A = \lambda, \quad B = r_0^2, \quad (5.7)$$

и погрешность ее определения по формуле (5.5).

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

1. В чем состоит явление интерференции света?
2. Какие колебания называются когерентными?
3. Как зависит результат интерференции когерентных лучей от разности их хода?
4. Нарисуйте ход интерферирующих лучей при получении колец Ньютона в системе линз.
5. Выведите формулу (1.12) для радиусов темных колец Ньютона в отраженном свете.
6. Получите формулу (1.15) для толщины воздушного зазора h между двумя сферическими поверхностями.
7. Почему при наблюдении колец Ньютона в отраженном свете в центре наблюдается темное пятно? Что будет, если наблюдения проводятся в проходящем свете? Почему?
8. Как изменятся выражения (1.11), (1.12) для радиусов светлых и темных колец Ньютона, если их наблюдать в проходящем свете? Почему?
9. Как изменятся радиусы светлых и темных колец Ньютона, если пространство между линзой и пластинкой заполнить жидкостью с показателем преломления бóльшим, чем у пластинки, но меньшим, чем у линзы? Почему? Как в этом случае изменятся выражения (1.11), (1.12)?
10. Оцените по наблюдаемой картине колец Ньютона полосу пропускания светофильтра.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА О-8.

ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ДИФРАКЦИИ СВЕТА С ПОМОЩЬЮ ЛАЗЕРА.

Цель работы: изучение явления дифракции света в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера) ; практическое знакомство с работой газового лазера непрерывного действия.

Приборы и принадлежности: газовый лазер непрерывного действия ЛГ-75 или ЛПМ-11, рейтер с дифракционными объектами (раздвижная щель, тонкая нить, две взаимно перпендикулярные нити), экран с отсчетными линейками.

Введение.

Дифракция света — огибание световой волной границ непрозрачных тел с образованием интерференционного перераспределения световой энергии по различным направлениям. Явление дифракции, так же как и явление интерференции, подтверждает волновую природу света. Дифракция света всегда сопровождается интерференцией дифрагированных световых волн. Этим объясняется, что при дифракции свет, огибая препятствия, заходит в область геометрической тени и, так называемая, *дифракционная картина* наблюдается в виде чередующихся максимумов и минимумов интенсивностей света.

Дифракция возникает в том случае, когда фронт волны не является безграничным, а частично экранирован. Явление дифракции света может быть объяснено с помощью принципа *Гюйгенса-Френеля*.

Согласно принципу *Гюйгенса*, каждую точку фронта волны можно рассматривать как самостоятельный источник колебаний. *Френель* дополнил этот принцип, введя представление о том, что волновое возмущение в любой точке пространства можно рассматривать как результат интерференции вторичных волн от фиктивных источников, на которые условно разбивается волновой фронт. Френель впервые высказал предположение, что эти фиктивные источники когерентны и потому могут интерферировать в любой точке пространства, в результате чего элементарные волны могут либо гасить, либо усиливать друг друга.

Принцип *Гюйгенса-Френеля* позволяет рассмотреть многие случаи дифракции света и часто дает результаты, вполне удовлетворительно согласующиеся с опытом.

Различают дифракцию **Френеля**- дифракцию сферической световой волны и дифракцию **Фраунгофера** - дифракцию плоской световой волны.

Рассмотрим дифракцию **Фраунгофера** от одной узкой прямоугольной щели (рис.1а). Пусть щель шириной a освещается пучком параллельных лучей, т.е. на щель падает плоская монохроматическая световая волна с длиной λ перпендикулярно к плоскости щели. В соответствии с принципом **Гюйгенса-Френеля** освещенную щель можно рассматривать как множество точечных источников света. Поместим за щелью на расстоянии, во много раз большим по сравнению с шириной щели ($L \gg a$), экран. В точке o , лежащей на перпендикуляре к плоскости щели, восстановленном из середины щели, будут встречаться световые пучки, длина пути которых от всех условных точечных источников щели до данной точки почти одинакова, т.е. разность хода Δ практически равна нулю. Следовательно, по этой линии будет наблюдаться нулевой максимум, который имеет вид ярко освещенной полосы, идущей параллельно щели.

Далее рассмотрим некоторую точку Р, находящуюся сбоку от средней линии. Так как расстояние от щели до экрана во много раз больше ширины щели a , то пути лучей из крайних точек щели А и С в точку Р практически можно считать параллельными и они теперь уже не будут одинаковы. Из рис.1б видно, что разность хода между крайними лучами составит

$$\Delta = a \cdot \sin \varphi_1 \quad (8.1)$$

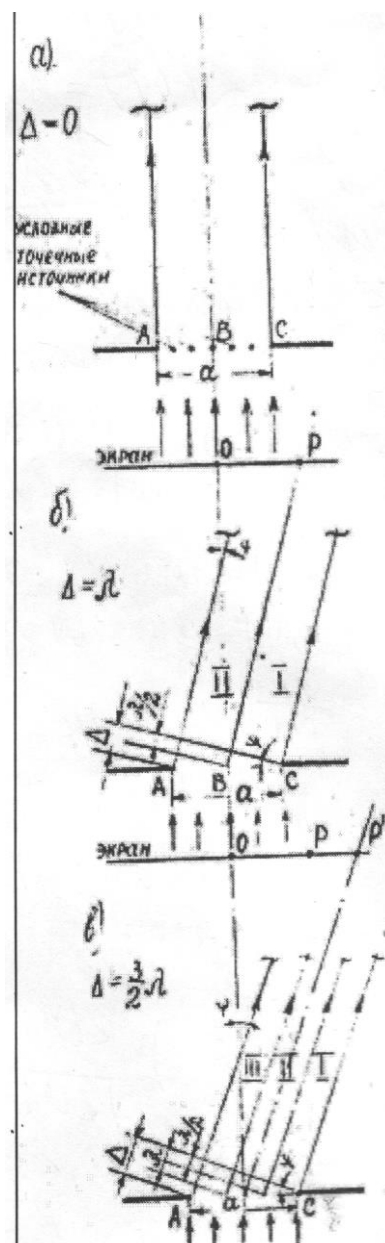
где φ_1 -угол между плоскостью щели и направлением на точку Р. Лучи, пришедшие от других условных точечных источников щели в точку Р на экране, также будут иметь некоторую разность хода. В результате интерференции света от множества точечных когерентных источников щели в точке Р может произойти либо усиление (максимум), либо ослабление (минимум) света. Это определяется величиной разности хода Δ .

Предположим, что разность хода для крайних лучей АР и СР равна длине волны света, падающего на щель, тогда

$$\Delta = a \cdot \sin \varphi_1 = \lambda \quad (8.2)$$

Лучи, приходящие в точку Р из точек В и С, принадлежащих щели, будут тогда иметь разность хода $\frac{\lambda}{2}$, как это видно из рис. 1б, и гасить друг друга, потому что данное условие со-

ответствует минимуму интерференции, т.е. колебания от точечных источников В и С в точку Р приходят в противофазе. Аналогичное условие будет выполняться для всех попарно взятых точечных источников, расположенных левее точек С и В. Следовательно, если условно разбить фронт световой волны, ограниченный щелью в направлении, соответствующем углу φ_1 , на две зоны то для любого фиктивного точечного источника света в зоне I найдется соответствующий фиктивный точечный источник в зоне II, такой, что колебания от них будут приходить в точку Р в противофазе. Это означает, что в направлении φ_1 (точка Р) будет наблюдаться первый дифракционный минимум, условия которого можно записать в виде:



$$a \cdot \sin \varphi_1 = 2 \frac{\lambda}{2} \quad (8.3)$$

Если теперь увеличить угол φ между плоскостью щели и направлением на экран (точка P' на рис.1в) так, чтобы разность хода крайних лучей равнялась $\frac{3}{2} \lambda$, т.е.

$$a \cdot \sin \varphi_2 = 3 \frac{\lambda}{2} \quad (8.4)$$

то ширину щели можно условно разделить на 3 зоны. Световые колебания от точечных источников 1 и 2 зон в точке P' по причине, изложенной выше, будут взаимно гасить друг друга, а оставшийся не скомпенсированный пучок света, распространяющийся в 3 зоне в направлении φ_2 (точка P') даст первый дифракционный максимум (условие 8.4).

Дальнейшее увеличение угла φ приведет к тому, что разность хода между крайними лучами возрастет до 2λ , что позволяет пучок света в данном направлении разбить на 4 зоны, в которых он будет попарно гасить друг друга и на экране будет наблюдаться **дифракционный минимум второго порядка**. Еще больший рост угла φ , при котором $\Delta = \frac{5}{2} \lambda$, приводит к появлению дифракционного максимума второго порядка за счет не скомпенсированной пятой части светового пучка в заданном направлении и т.д.

Таким образом, в общем случае **условие дифракционных минимумов** имеет вид

$$a \cdot \sin \varphi = 2k \frac{\lambda}{2} \quad (8.5)$$

а условие **дифракционных максимумов**

$$a \cdot \sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (8.6)$$

где k —порядковый номер дифракционного минимума или максимума.

Заметим, что дифракционная картина, наблюдаемая от щели, всегда симметрична относительно средней линии, т.е. по обе стороны от нулевого максимума на экране располагаются минимумы и максимумы 1, 2, 3 и т.д. порядков.

Из выражений (8.5) и (8.6) следует, что угол, на который отклонится от средней линии первый и последующий максимумы зависит как от ширины щели (чем меньше ширина щели a при неизменной λ , тем больше будет угол φ), так и от длины волны падающего на

щель света (красный свет при неизменной ширине щели a отклонится на больший угол, чем синий). Каждый последующий дифракционный максимум по интенсивности слабее предыдущего, так как в направлении нулевого максимума посылает свет вся щель, в направлении первого максимума—лишь $1/3$ ширины щели, в направлении второго— $1/5$, третьего— $1/7$ и т.д. В действительности интенсивность этих максимумов значительно меньше. Дело в том, что амплитуда волн, посылаемых в данном направлении зоной, зависит не только от площади зоны, но и от угла между нормалью к зоне и этим направлением, убывая при увеличении этого угла. Для нулевого дифракционного максимума этот угол равен нулю и возрастает с увеличением номера максимума.

Задача расчета дифракции от щели может быть решена **методом графического сложения амплитуд**. Согласно принципу Гюйгенса-Френеля щель может быть условно разбита на точечные источники световых волн одинаковой амплитуды и фазы. Выражая амплитуду световых колебаний каждого такого источника векторами равной длины, можно найти результирующую амплитуду, пользуясь графическим методом сложения амплитуд. На рис.2 представлены результаты такого сложения.

При угле дифракции $\varphi=0$ (рис.2а), результирующая амплитуда будет максимальной ($\vec{A} = \vec{A}_0$), т.к. амплитуды колебаний от всех когерентных источников света щели в данном случае совпадают, потому что разность хода между ними, а, значит, и разность фаз равна нулю (нулевой максимум). Если угол φ увеличить так, что разность хода для крайних лучей щели составит $\lambda/2$, то из условия

$$(8.6) \sin \varphi = \frac{\lambda}{2a}$$

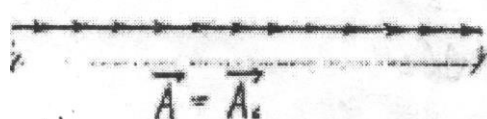
(рис.2б). Если пренебречь зависимостью амплитуды от угла φ , то тогда результирующий вектор

амплитуды $A = \frac{2\vec{A}_0}{\pi}$, т.к. крайние колебания

должны совершаться в противофазе ($\Delta = \frac{\lambda}{2}$),

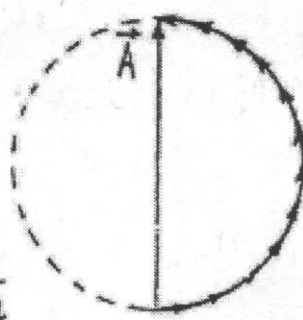
а длина полуокружности равна $\vec{A}_0$ (вся длина $2\vec{A}_0$) и результирующий вектор $\vec{A}$ равен

а) $\Delta = 0, \sin \varphi = 0.$



$$\vec{A} = \vec{A}_0$$

б) $\vec{A} = \frac{2\vec{A}_0}{\pi}$
 $\Delta = \frac{\lambda}{2}$
 $\sin \varphi = \frac{\lambda}{2a}$



в) $\vec{A} = 0$
 $\Delta = \lambda$
 $\sin \varphi = \frac{\lambda}{a}$



г) $\vec{A} = \frac{2\vec{A}_0}{3\pi}$
 $\Delta = \frac{3}{2}\lambda$
 $\sin \varphi = \frac{3\lambda}{2a}$



диаметру окружности ($\pi \vec{A} = 2 \vec{A}_0$). При разности хода между крайними лучами $\Delta = \lambda$ (рис.2в.) $\sin \varphi = \frac{\lambda}{a}$. В этом случае колебания крайних точечных источников щели совершаются в одинаковой фазе, но со смещением на целую длину волны. При сложении векторов это соответствует окружности длиной $|\vec{A}_0|$, поэтому результирующая амплитуда $\vec{A} = 0$ (первый дифракционный минимум). Дальнейшее увеличение разности хода до $3/2\lambda$ (рис.2г, $\sin \varphi = \frac{3\lambda}{2a}$) приводит к тому, что результирующая амплитуда $\vec{A}$ равна диаметру окружности, образованной $1/3 \vec{A}$, т.е. $\vec{A} = \frac{2A_0}{3\pi}$ (первый дифракционный максимум).

Описание установки.

В данной работе в качестве источников света используются газовые лазеры непрерывного действия. Любой оптический генератор (лазер или ОКГ) состоит из активного вещества (рубиновый стержень, трубка с гелий-неоновым газом и т.д.), системы накачки (ксеноновая лампа-вспышка, высоковольтный источник напряжения и т.д.) и двух резонаторов-зеркал.

ОКГ—это совершенно новый источник света. Его излучение обладает свойствами, резко отличающимися от свойств традиционных источников света: малой угловой расходимостью, высокой монохроматичностью, большой временной и пространственной когерентностью.

Более подробно о принципе работы оптических квантовых генераторов и свойствах лазерного излучения можно прочесть в отдельном приложении к данной работе «Газовые лазеры».

Установка на которой выполняется работа, состоит из ОКГ, специального рейтера с дифракционными объектами (раздвижная щель, тонкие нити разной толщины) и экрана с миллиметровыми линейками. Для выполнения работы может включаться гелий-неоновый лазер ЛГ-75 ($\lambda=632,8$ нм) или гелий-кадмиевый ЛПМ-11 ($\lambda=441,2$ нм), а также сразу оба.

Техника безопасности.

Попадание в глаза прямого лазерного пучка опасно для зрения. При работе с лазером его свет можно наблюдать только после отражения от рассеивающих поверхностей.

Включение лазеров и работа с ними разрешается только в присутствии преподавателя.

Электропитание лазеров осуществляется высоковольтными генераторами, поэтому во время работы лазерной установки запрещается прикасаться к токопроводящим элементам установки.

Изучение дифракции света от щели и нитей.

Если на пути лазерного пучка поставить щель, то на экране за щелью будет наблюдаться дифракционная картина в виде центрального (наиболее яркого) максимума и системы симметричных относительно максимумов различных порядков, разделенных минимумами.

Так как в нашем случае расстояние между щелью и экраном L во много раз превышает ширину дифракционной картины на экране, то угол дифракции φ_k малы. Поэтому условие минимума дифракции (8.5) $a \sin \varphi_k = \kappa \lambda$, где κ - порядковый номер дифракционного минимума, можно записать через тангенс угла φ_k т.е. $\sin \varphi_k \approx \operatorname{tg} \varphi_k \cong \frac{x_k}{L}$, где x_k - расстояние на экране между центрами нулевого порядка и наблюдаемым κ -ым минимумом дифракции. Поэтому формула (8.5) можно привести к виду:

$$x_k = \frac{\kappa \lambda L}{a} \quad (8.7)$$

При переходе κ -го минимума дифракции к $(\kappa+1)$ -му не трудно убедиться, что x_k меняется на Δx :

$$\Delta x = x_{\kappa+1} - x_k = \frac{\lambda L}{a} \quad (8.8)$$

где Δx называется **шириной дифракционной полосы**.

Теперь рассмотрим дифракцию от нити. Воспользуемся с этой целью так называемой **теоремой Бабиня**. Согласно этой теореме дифракционные картины от препятствия и от равного ему отверстия (дополнительного экрана) должны быть совершенно одинаковы вне области свободного (прямого) пучка. Убедимся, что это действительно так.

Возьмем два непрозрачных экрана, для которых непрозрачная часть одного совпадает с прозрачной частью другого (рис.4).

В соответствии с принципом **Гюйгенса-Френеля** амплитуда волны, дифрагированной в данном направлении, определяется действием

вторичных источников части волнового фронта, незакрытой экраном.

Пусть $\vec{A}$ - амплитуда дифрагированной волны от первого экрана в направлении, не совпадающем с направлением первоначального распространения волны, $\vec{B}$ - та же амплитуда для второго экрана.

Если оба экрана отсутствуют, то волновой фронт полностью открыт и результирующая амплитуда будет равна $\vec{A} + \vec{B}$. С другой стороны, она равна нулю (в отсутствии экранов дифракции нет и волна не распространяется в направлениях, отличных от направления первоначального распространения). Следовательно, $\vec{A} + \vec{B} = 0$. Отсюда $|\vec{A}| = |\vec{B}|$, а, значит, и равны их интенсивности.

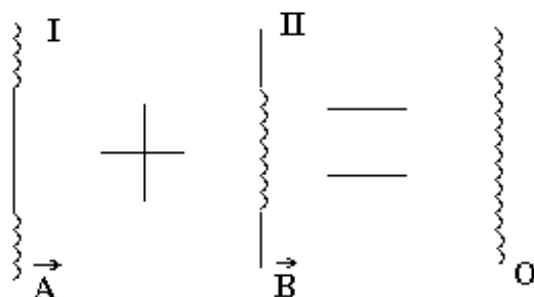


Рис.4. К теореме Бабинне.

Таким образом, дифракционная картина от нити (вне области прямого пучка) будет такой же, как и от щели, ширина которой равна толщине нити. Раз так, то для расчета дифракции от нити можно воспользоваться той же формулой (8.8), что и для щели.

Задания для самостоятельной работы.

1. Определение длины световой волны.

Ознакомившись с правилами техники безопасности, необходимо включить один из лазеров и ввести в его пучок раскрытую щель так, чтобы на экране была четко видна дифракционная картина. Отъюстировав установку, необходимо перейти к измерениям.

Рекомендуется измерения начинать с минимально открытой щели, при которой хорошо наблюдаются дифракционные минимумы и максимумы. С этой целью щель полностью закрывают и, медленно вращая микровинт по часовой стрелке, следят за картиной на экране (*микровинт вращать без применения усилий*).

При фиксированных значениях L (расстояние от щели до экрана) и a (ширина щели) измерить ширину максимально наблюдаемой на

экране дифракционной картины x_k , включающей в себя одинаковое число k максимумов и минимумов. Разделив x_k на число k максимумов и минимумов, получить *ширину дифракционной полосы* Δx .

В выражении (8.8) $\Delta x_i = \frac{\lambda L}{a_i}$ обозначим через $z_i = \Delta x_i$, $y_i = \frac{L}{a_i}$ и запишем его в виде

$$z_i = y_i \lambda \quad (8.9)$$

В формуле (8.9) величина y_i задается экспериментатором, а измеряется по методике, изложенной выше, поэтому величина λ может быть вычислена из формулы (8.9) $\lambda = \frac{z_i}{y_i}$. По вполне понятным

причинам ограничиваться однократным измерением величин y и z нельзя. Поэтому необходимо провести серию измерений, задавая ряд значений y_i и измеряя соответствующие z_i . Найти затем

$\lambda = \frac{z_i}{y_i}$. В качестве значения λ , можно было бы принять среднее

арифметическое найденных значений, однако анализ показывает, что лучшие результаты дает обработка по *методу наименьших квадратов*. Идея метода изложена в описании работы №7.

Вычисления по методу наименьших квадратов удобно организовать в виде таблицы

№/№	$y=L/a_i$	$z_i=\Delta x_i$	$y^2=L^2/a_i^2$	$z_i y_i$
			$\sum_i y_i^2$	$\sum_i z_i y_i$

$$\lambda = \frac{\sum_i z_i y_i}{\sum_i y_i^2}$$

Используя результаты суммирования определяем λ .

Число измерений i должно быть не менее 10. Каждое измерение повторять не менее трех раз. Полученные результаты сравнить с паспортной длиной волны источника света (лазера).

2. Измерение диаметров тонких нитей.

Ведя в лазерный пучок перемещением рейтера две тонкие нити одинаковой или различной толщины, пересекающиеся под прямым углом, получить на экране четкую дифракционную картину. На основании теоремы Бабине дифракционная картина от нити будет такой же, как и от щели, ширина которой равна диаметру нити. Для расчета дифракции от нити можно воспользоваться той же формулой (8.8).

Измерив ширину дифракционных полос Δx двух взаимно перпендикулярных направлений по методике, изложенной в задании 1, вычислить диаметр нити a из формулы $\Delta x = \lambda L/a$, используя значение L и λ из упражнения 1. Измерения повторить (по указанию преподавателя) на лазере с другой λ , сравнив полученные результаты. Вычислить абсолютную погрешность измерений диаметра нити, обсудив предварительно метод вычисления погрешности с преподавателем.

Примечание: по предложению преподавателя набор дифракционных объектов, например, тонких волокон или нитей, может быть расширен. Студентам может быть поставлена отдельная задача, например, экспресс-контроль диаметра стеклянных волокон, идущих на изготовление световодов и т.д..

Контрольные вопросы.

1. Явление дифракции света и принцип Гюйгенса-Френеля.
2. Дифракция в параллельных лучах от щели.
3. Графический метод сложения амплитуд.
4. Принцип действия оптического квантового генератора (ОКГ) на примере гелий-неонового лазера.
5. Теорема Бабине.
6. Методика измерения ширины дифракционной полосы.
7. Как изменяется дифракционная картина при увеличении ширины щели, толщины нити?
8. От чего зависят нижний и верхний пределы измерения диаметров нитей?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 09.

ИЗУЧЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ ОТРАЖЕННОГО ОТ ДИЭЛЕКТРИКОВ СВЕТА

Цель работы: Изучение свойств света, поляризованного при отражении от диэлектриков; изучение законов поляризации света при отражении от прозрачной среды; изучение методов определения показателя преломления диэлектрика по степени поляризации отраженного света.

Приборы и принадлежности: Источник света; коллиматор; исследуемые образцы; анализатор; фотоэлемент; собирающая линза; миллиамперметр; транспортер.

Введение.

Подробно явление поляризации света рассмотрено в лабораторной работе №3, где введены понятия линейно и циклически (эллиптически) поляризованного света. Качественно объясняется различие между естественным и поляризованным светом. Напомним лишь, что частично поляризованный свет можно рассматривать как совокупность одновременно распространяющихся в одном и том же направлении естественного и линейно поляризованного света.

Рассмотрим случай, когда на анализатор (в качестве анализатора может быть использована призма Николя или поляроид) перпендикулярно плоскости рисунка (рис.1) падает линейно поляризованный свет, световой вектор которого $\vec{E}_p$ направлен вдоль линии $p-p'$. Пусть электрический вектор $\vec{E}_a$ света, пропускаемого анализатором, направлен вдоль линии $a-a'$, составляющий с $p-p'$

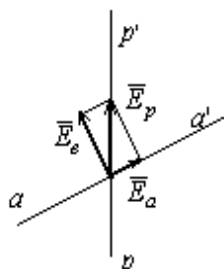


Рис. 1. К выводу закона Малюса.

угол φ . Падающий свет в плоскости $p-p'$ можно представить в виде двух волн, линейно поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях. Волна, электрический вектор которой $\vec{E}_b$ перпендикулярен $a-a'$, не может пройти через анализатор. Вторая волна, электрический вектор $\vec{E}_a$ которой лежит в плоскости $a-a'$, полностью проходит через анализатор. Из рис. 1 видно, что $|\vec{E}_a| = |\vec{E}_p| \cos \varphi$, где φ - угол между электрическим вектором падающей волны и осью анализатора. Как известно, интенсивность электромагнитной

пропорциональна квадрату амплитуды электрического вектора ($I \approx E^2$). Следовательно, интенсивность света I_a , прошедшего через анализатор, будет пропорциональна интенсивности падающего линейно поляризованного света I_p и $\cos^2 \varphi$

$$I_a = I_p \cos^2 \varphi \quad (9.1)$$

Это соотношение называется законом Малюса.

Рассмотрим теперь, что происходит при отражении естественного света от диэлектрика. Естественный свет можно представить в каждый момент времени как суперпозицию двух линейно поляризованных волн. В нашем случае удобно выбрать направление электрического вектора одной электромагнитной волны в плоскости падения, а второй - перпендикулярно плоскости падения.

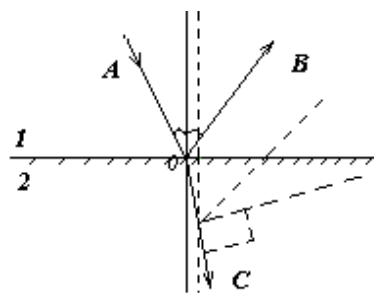


Рис.2 К закону Брюстера.

Падая на границу раздела двух диэлектрических сред, свет возбуждает во второй среде колебания диполей, которые являются источниками вторичных волн, формирующих отраженную волну (рис.2). Если молекулы изотропны, направление колебаний диполей совпадает с электрическим вектором световой волны, т.е. для второй среды оно перпендикулярно оси ОС. Колебания диполей во второй среде рассмотрим как суперпозицию колебаний двух диполей, один из которых перпендикулярен плоскости падения, а другой параллелен. Интенсивность излучения диполя $\approx \sin^2 Q$, где Q- угол между направлением колебания диполя и направлением наблюдения.

Из рис.2 видно, что угол между направлением колебания диполя, колеблющимся в плоскости падения, и направлением отражения света составляет $Q = \frac{\pi}{2} - \alpha - \beta$, следовательно, интенсивность отраженной волны, поляризованной в плоскости падения $\approx \cos^2(\alpha + \beta)$.

Рассмотрим случай, когда выполняется условие $\alpha + \beta = 90^\circ$, т.е. угол между преломленной и отраженной волной составляет 90° , которое известно как *условие Брюстера*. В этом случае волна, поляризованная в плоскости падения, отражаться не будет, т.к. диполь в направлении своих колебаний не излучает ($\cos 90^\circ = 0$)

Количественной мерой поляризации света при отражении служит степень поляризации

$$P = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \quad (9.2)$$

где I_1 и I_2 - интенсивности отраженных волн, поляризованных соответственно перпендикулярно и в плоскости падения.

При выполнении условия Брюстера отраженный свет будет полностью поляризован $P=1$, потому что $I_2=0$. Тогда закон преломления переписывается в

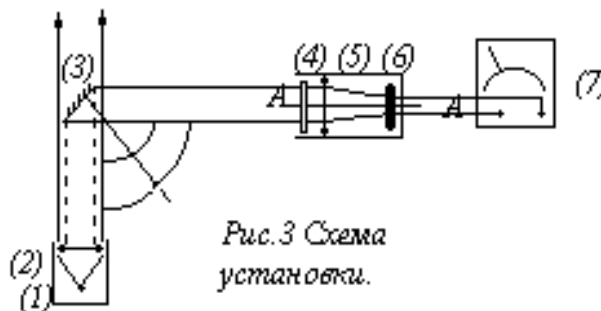
следующем виде:

$$n = \frac{\sin \alpha_B}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha_B}{\sin(\pi/2 - \alpha_B)} = \frac{\sin \alpha_B}{\cos \alpha_B}, \text{ т.е. Здесь } \alpha_B \text{ - называют углом}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_B = n \quad (9.3)$$

Брюстера, а n - относительный показатель преломления диэлектрической среды. Т.о. естественный свет, падающий на диэлектрик, при отражении от него частично линейно поляризуется в плоскости, перпендикулярной плоскости падения. Максимальная поляризация отраженного света достигается при падении его на диэлектрик под углом Брюстера (α_B). Полной поляризации наблюдаться не будет из-за немонохроматичности излучения, расходимости пучка, неидеальной поверхности образца, наличия поглощения в диэлектрике и т.д. В этом случае выполняется условие $\alpha_B + \beta = 90^\circ$ и $\operatorname{tg} \alpha_B = n$. Сказанное составляет содержание **закона Брюстера**.

Описание установки.



Установка, используемая для проведения настоящей работы (рис.3) состоит из источника света (1), коллиматора (2), исследуемого образца (3), анализатора (4), линзы (5), фотоприемника (6) и миллиамперметра (7).

Свет от источника (1), проходя через коллиматор (2), параллельным пучком падает на исследуемый образец (3), имеющий ось вращения перпендикулярную плоскости падения луча. Отраженный пучок, проходя через анализатор (4), собирается линзой (5) на фотоэлементе (6), электрический сигнал с которого регистрируется миллиамперметром (7). Анализатор может вращаться вокруг оси АА. Угол поворота анализатора определяется по шкале. Величина фототока, регистрируемая

миллиамперметром (7), пропорциональна интенсивности светового потока, падающего на фотозаэлементе.

Методика измерений.

С целью проведения лабораторной работы, нам необходимо снять зависимость интенсивностей I'_1 и I'_2 от угла падения (угол между падающим пучком и нормально к отражающей поверхности). Для этого устанавливаем между источником и фотозаэлементом какой-либо угол γ (рис.3). Вращая образец вокруг оси, перпендикулярной плоскости падения, добиваемся, чтобы отраженный луч попал в фотоприемник. В этом случае фототок, показываемый прибором, будет максимален. После этого вращением поляризатора относительно оси АА находим такие его положения, при которых сила фототока была бы максимальной и минимальной. *Минимальное значение фототока соответствует I'_2 , максимальное- I'_1 .* Измерение компонент интенсивностей I_2 и I_1 отраженного света проводим в интервале $\gamma=20\div160$ с шагом 10° ; вблизи угла Брюстера (I'_2 принимает минимальные значения) измерения проводим через градус.

Пучок естественного света, направленный на образец, для нашей установки является широким. Следовательно, интенсивность отраженного света будет обратно пропорциональна косинусу угла падения, т.к. количество светового потока падающего на пластину, пропорционально проекции площади пластины на плоскость, перпендикулярную направлению светового потока (рис.3). Значит, интенсивности компонент отраженного света соответственно равны:

$I_2 = I'_2 / \cos \alpha$, $I_1 = I'_1 / \cos \alpha$, где $\alpha = \gamma/2$ - угол падения, а I'_2 , I'_1 - интенсивности отраженного света.

Результаты измерений, пересчитанные на $\cos \alpha$ удобно занести в таблицу, составленную самостоятельно.

Задания для самостоятельной работы.

1. Определение показателя преломления по углу Брюстера.

Установлено, что при увеличении угла падения интенсивность перпендикулярной составляющей отраженного света непрерывно увеличивается. Следовательно, так как степень поляризации связана с компонентами отраженного света соотношением (9.2), то поляризация принимает максимальное значение при минимальном значении I_2 . Таким образом, угол Брюстера можно найти как по минимуму значения I_2 , так и по максимуму значения степени поляризации P .

а) Для определения значения угла по степени поляризации, проводим измерения интенсивности отраженного света, как было описано в методике

измерений. Используя полученные значения, вычисляем степень поляризации (9.2), зависимость которого от угла падения удобно организовать в виде таблицы. При угле падения, равном углу Брюстера, степень поляризации будет максимальной.

б) Для определения значения угла Брюстера по компоненте интенсивности отраженного света, параллельной плоскости падения, проводим измерения I_2 в области ее минимальных значений, изменяя значения угла γ с шагом 1° . Зависимость интенсивности компоненты отраженного света параллельной плоскости падения от угла падения удобно занести в таблицу. Минимальное значение I_2 соответствует углу падения, равному углу Брюстера.

Определив угол Брюстера одним из указанных методов, с помощью формулы (9.3) рассчитаем показатель преломления данного вещества. Повернув кассету с исследуемыми образцами на 180° , аналогичные измерения проводим со вторым образцом.

Найдя показатели преломления и сопоставляя их с табличными данными, (таблица 9.1- находится на рабочем месте), определим из какого вещества изготовлены диэлектрики.

Примечание : порядок выполнения задания каждому студенту определяет

преподаватель.

2. Исследование поляризации света отраженного от диэлектрика под углом Брюстера.

В данном задании предлагается опытная проверка закона Малюса: $I_a = I_p \cos^2 \varphi$, где I_a - интенсивность света, прошедшего через анализатор, I_p - интенсивность плоско поляризованного света, падающего на анализатор, φ - угол между плоскостью пропускания анализатора и плоскостью, в которой колеблется световой вектор плоско поляризованной волны, падающей на анализатор.

При отражении света от диэлектрика под углом Брюстера имеет место максимальная, но частичная поляризация света (см. введение), поэтому зависимость интенсивности прошедшего через анализатор света правильнее представить в виде:

$$I_a = I_p(1-k)\cos^2 \varphi + I_1 = I'_p \cos^2 \varphi + I_1 \quad (9.4)$$

где k - коэффициент поглощения анализатора, $I'_p = I_p(1-k)$, I_1 - интенсивность поляризованной составляющей, прошедшей через анализатор. Обозначив $\cos^2 \varphi = x$, запишем теоретическую зависимость в виде

$$I_a = I'_p x + I_1 \quad (9.5)$$

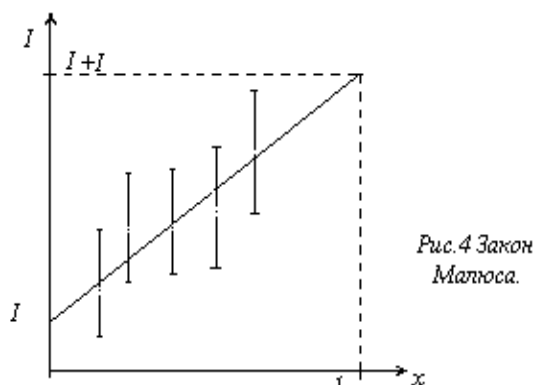


Рис.4 Закон
Малюса.

Теоретическая зависимость (9.5) показана на рис.4: она имеет вид прямой линии. Экспериментальные точки, ввиду различного рода погрешностей измерений, уклоняются в той или иной мере от этой прямой. В связи с этим возникают две задачи. *Первая* состоит в том, чтобы найти наилучшую в некотором смысле прямую вида (9.5). Ведь если отклонения экспериментальных точек от прямой вида (9.5) велики, то это может указывать на то, что истинная зависимость I_a от x не выражается формулой (9.5), а имеет другой, более сложный вид. Следует заметить, что эксперимент, сколь угодно точный, не может подтвердить теорию, как говорят на 100 %. Речь может идти о подтверждении, например, на уровне 95 % или 99 % и т. д..

Уяснение точного смысла этого высказывания, достаточно прозрачного на интуитивном уровне, требует, однако, серьезной математической подготовки. Для целей лабораторного физпрактикума можно ограничиться весьма приблизительным пониманием смысла сказанного состоящего в том, что, например, на уровне надежности 99 % только 1 % экспериментальных точек в среднем будет отклоняться от теоретической прямой вида (9.5) больше, чем на ошибку измерения.

Порядок решения первой задачи подробно обсуждается в работе №7. Приведем, поэтому, только окончательный результат. Значение параметров I'_p и I_1 , определяющих прямую вида (9.5) и наилучшим образом аппроксимирующих результаты экспериментальных измерений интенсивности I_{a_i} при значениях $x_i = \cos^2 \varphi_i$, вычисляются по формулам:

$$I'_p = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)(I_{a_i} - \langle I_a \rangle)}{\sum_{i=1}^n (x_i - \langle x \rangle)^2} ; \quad I_1 = \langle I_a \rangle - I'_p \langle x \rangle \quad (9.6)$$

Здесь $\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, $\langle I_a \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{a_i}$, n - число измерений.

Решение второй задачи, состоящей в том, совместима ли с экспериментальными данными гипотеза о том, что искомая зависимость имеет вид (9.5), или экспериментальные данные указывают на другую, более сложную зависимость, основывается на так называемых *критериях значимости*. Одним из наиболее удобных критериев является, так называемый, *критерий χ^2* или критерий *Пирсона*. В критерии χ^2 за меру

уклонения экспериментальных точек от предполагаемой теоретической зависимости принимается следующая величина:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{I_{a_i} - I_{a_i, \text{теор.}}}{\sigma_i} \right)^2 \quad (9.7)$$

где $I_{a_i, \text{теор.}}$ рассчитаны по формуле (9.5) с найденными методом наименьших квадратов значениями I'_p и I_l , σ_i - стандартная ошибка i -го измерения. Найденное экспериментальное значение χ^2 должно быть сопоставимо с теорией. Это делается с помощью таблицы 9.2

В таблице 9.2 N —число так называемых степеней свободы распределения χ^2 .

Оно в данном случае равно $(S-1)$ минус число определяемых из опыта коэффициентом (I'_p, I_l), т.е. равно $(S-3)$, где S - число значений $\cos^2 \varphi$ и по (9.7) найдено $\chi^2 = 5,0$. В таблице для $N=12$ видим, что близкое значение $\chi^2 = 5,2$ имеет место при $p = 95 \%$. Это означает, что если гипотеза о том, что зависимость I_a от $\cos^2 \varphi$ имеет вид (9.5) справедлива, то найденные значения $\chi^2 \leq 5,0$ будут наблюдаться более чем в 95 % случаев и отклонение результатов наших наблюдений от ожидаемой прямолинейной зависимости является в этом случае совершенно не существенны. С известной долей допущения можно сказать, что экспериментальные данные подтверждают теоретическую зависимость (9.5) с надежностью более 95 %.

Если, например, было бы найдено значение $\chi^2 = 25,0$, то по таблице 9.2 находим, что близкое значение $\chi^2 = 26,2$ и имеет место при $p = 1 \%$. Это означает, что гипотеза о прямолинейной зависимости I_a от $\cos^2 \varphi$ описывает экспериментальные значения с надежностью $\approx 1\%$, так что вероятнее всего, гипотеза неверна и истинная зависимость является более сложной.

При выполнении данного задания следует все измерения проводить при угле падения света на диэлектрик, равном углу Брюстера (задание 1). Вращая анализатор, добиться максимального значения фототока. Это значение угла анализатора φ_0 принять равным нулю. Изменяя угол φ с шагом $\Delta\varphi = 10^\circ$, измерить значения фототока, приняв их равными интенсивности света, прошедшего через анализатор I_a . Число значений $x_i = \cos^2 \varphi_i$ (S) должно быть в пределах $7 \div 18$ (согласовать с преподавателем). Значения I_{a_i} , соответствующие x_i , усреднить. На миллиметровку нанести результаты измерений, откладывая по оси абсцисс x_i , а по оси ординат - I_{a_i} .

Для I_{a_i} необходимо вычислить *стандартную погрешность* измерений и показать ее в виде интервалов на экспериментальных точках.

Стандартная погрешность вычисляется по формуле $\sigma_i = \sqrt{\sigma_{\text{исл}}^2 + \sigma_{\text{изл}}^2 + \sigma_i^2 \varphi}$

где $\sigma_{\text{изл}}$ - стандартная ошибка электроизмерительного прибора: $\sigma_{\text{изл}} = \frac{\kappa \cdot I_{a_i}}{100}$, где κ - класс точности прибора. Величина $\sigma_i \varphi$ - стандартная ошибка, обусловленная неточностью в отсчете угла φ . Она имеет значение равное $\sigma_{i\varphi} = 0.07 I'_p \sin \varphi_i \cos \varphi$

; поскольку погрешность отсчета составляет около 2° . Случайная погрешность

$\sigma_{icл}^2$ вычисляется по формуле $\sigma_{icл}^2 = \frac{1}{m} \sum_{l=1}^m (I_{a_l} - I_{ac3})^2$,

где m - число измерений фототока при одинаковом значении x , а $I_{acp} = \frac{1}{m} \sum_{l=1}^m I_{al}$

. Величина $\sigma_{icл}^2$ будет равной для всех измерений при одинаковом значении x . *Например:* при значении $x=0,5$ измерено 4 значения интенсивностей 120, 118, 121, 123 света, прошедшего через анализатор I_{al} . В

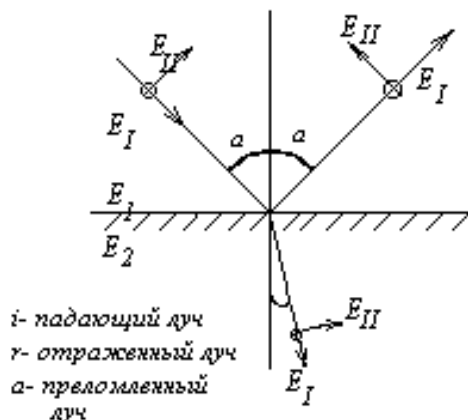
этом случае $I_{acp} = \frac{120+118+121+123}{4} = 120,5$, следовательно

$$\sigma_{cl}^2 = \frac{1}{4} ((-0,5)^2 + (-1,5)^2 + (0,5)^2 + (2,5)^2) = 4,6$$

Используя полученные экспериментальные результаты по формулам (9.6) найти параметры I'_p и I_1 наилучшей прямой и провести ее на координатной плоскости (I_a, x) . По формуле (9.7) рассчитать x^2 . Используя таблицу 9.2 сделать выводы относительно экспериментального подтверждения закона Малюса. Результаты и вычисления удобно организовать в виде таблиц (формы и количество таблиц обсудить с преподавателем).

3.Определение показателя преломления с помощью формул Френеля.

Проходя через границу раздела двух сред, часть электромагнитного излучения отражается и возвращается в первую среду, а часть входит во вторую. Рассмотрим случай, когда плоская электромагнитная волна падает под углом α на границу раздела двух сред, диэлектрические проницаемости которых $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ (рис.5).



Т.к. для диэлектриков $\mu \approx 1$ электрический и магнитный векторы связаны между собой соотношением

$\vec{H} = \sqrt{\varepsilon} [\vec{S} \times \vec{E}]$, где $\vec{S}$ —единичный вектор направления распространения луча.

На границе раздела двух сред граничные условия таковы, что тангенциальные компоненты векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ равны между собой $E_{\tau_1} = E_{\tau_2}$ и $H_{\tau_1} = H_{\tau_2}$, а для нормальных выполняется следующее условие $\varepsilon_1 E_{n_1} = \varepsilon_2 E_{n_2}$ и $H_{n_1} = H_{n_2}$ для любой точки поверхности и в любой момент времени. Решая уравнение электромагнитного поля для данных условий, можно получить соотношения между амплитудами падающей и отраженной волны (преломленный свет не рассматривается).

Тогда для первого случая, когда электрический вектор падающей волны лежит в плоскости падения

$$\frac{E_{II}^r}{E_{II}^i} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)} \quad (9.8)$$

а для второго случая, когда электрический вектор падающей волны перпендикулярен плоскости падения

$$\frac{E_I^r}{E_I^i} = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \quad (9.9)$$

Соотношения (9.8 и 9.9) известны под названием **формул Френеля**.

Рассмотрим изменение компонент интенсивности падающего света при отражении. Как отмечалось ранее $I \approx F^2$, следовательно,

$$\frac{I_{II}^r}{I_{II}^i} = \left(-\frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)} \right)^2 \quad (9.10)$$

$$\frac{I_I^r}{I_I^i} = \left(-\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \right)^2 \quad (9.11)$$

В случае, если $\alpha + \beta = \pi/2$, тангенс $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$ равен бесконечности.

Следовательно $\frac{I_{II}^r}{I_{II}^i} = 0$, т.е. отражение света, поляризованного в плоскости падения, отсутствует и, следовательно, степень поляризации равна 1. Это явление выполняется при падении света на отражающую плоскость под углом Брюстера (9.3).

Но определение показателя преломления диэлектриков по углу Брюстера сопряжено с определенными трудностями: вблизи угла Брюстера относительное изменение интенсивности I_{II} мало, поэтому нельзя измерить угол с большой степенью точности. Более точно показатель преломления, что имеет большое значение в оптоэлектронике, оптике и т.д. можно определить с помощью методики, изложенной ниже.

Для этого производим снятие показаний фототока по методике измерений (пункт У). Используя значения I_{II} и I_I , найдем величину интенсивности не поляризуемого света I_I . Согласно формуле Френеля (9.10) при угле Брюстера I_{II} должно равняться нулю. Таким образом, значение интенсивности I_{II} , измеряемое на опыте при угле Брюстера и будет ничем иным, как

интенсивностью света, не поляризуемого при отражении от диэлектрика I_I (физические причины этого явления обсуждались во введении).

Теперь произведем пересчет величин интенсивностей отраженного света поляризованного параллельно и перпендикулярно плоскости падения: $I'_I = I_I - I_1$, $I'_{II} = I_{II} - I_1$, где I_I , I_{II} - интенсивности компонент отраженного света, пересчитанные на $\cos\alpha$ (см. методику измерений).

Результаты вычислений представить графически: по оси абсцисс откладываем α , а по оси ординат I'_I и I'_{II} . Из полученного графика экстраполяцией определяем значение силы фототока при $\alpha=0$.

С другой стороны, из формул Френеля следует, что если падающий пучок нормален к поверхности диэлектрика, то

$$I_I = I_{II} = I_0 = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_2 + n_1} \right)^2 I, \quad (9.12)$$

где I - интенсивность естественного света, падающего на диэлектрик. Используя это выражение, а также формулы (9.10 и 9.11), мы получим:

$$I_{II} = I_0 \left(\frac{n_1 + n_2}{n_2 - n_1} \right)^2 \left(-\frac{tq(\alpha - \beta)}{tq(\alpha + \beta)} \right)^2 \quad (9.13)$$

$$I_I = I_0 \left(\frac{n_1 + n_2}{n_2 - n_1} \right)^2 \left(-\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \right)^2 \quad (9.14)$$

Правая часть уравнений (9.13, 9.14) является функцией угла падения и коэффициента преломления. Следовательно, изменяя показатель преломления в расчетных формулах мы можем добиться того, чтобы теоретическая кривая как можно ближе подходила к экспериментальным результатам.

Показатель преломления отражающей среды находим по отношению I_{II} , измеренную при $\alpha=75^\circ$ к I_0 . Для этого находим величину I_{II} / I_I и по ее значениям из графика (имеется на рабочем месте) находим показатель преломления вещества. Это отношение выбрано не случайно, т.к. при $\alpha=75^\circ$ малому изменению показателя преломления соответствует большое изменение I_{II} .

По найденному показателю преломления, используя формулы 9.13 и 9.14, построим теоретический график зависимости I_{II} , I_I от угла падения и сравним его с экспериментальным.

Примечание: задание 3 выполняется по указанию преподавателя.

Контрольные вопросы.

1. Естественный и линейно – поляризованный свет.
2. Закон Малюса.
3. Закон Брюстера.
4. Почему при отражении от диэлектрика нельзя практически найти такой угол, при котором отраженный свет поляризуется полностью?
5. Методика измерений интенсивностей отраженного света I_{II} и I_I .

6. Метод наименьших квадратов.
7. Применение критерия Пирсона (χ^2) и проверка гипотез.

Литература.

1. Ландеберг Г. С. Оптика. – М. : Наука, 1976, 470—482 с.
2. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Оптика. – Н.: Наука, 1980, 395—412с.
3. Савельев И. В. Курс общей физики. –М. : Наука, 1979, т.2, 419—426с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА О16

ИЗУЧЕНИЕ ПЛОСКОЙ ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКИ

Цель работы: ознакомление с прозрачной дифракционной решеткой, определение длин волн линий спектра источника света – газоразрядной лампы, а также определение характеристик решетки: дисперсии и разрешающей способности.

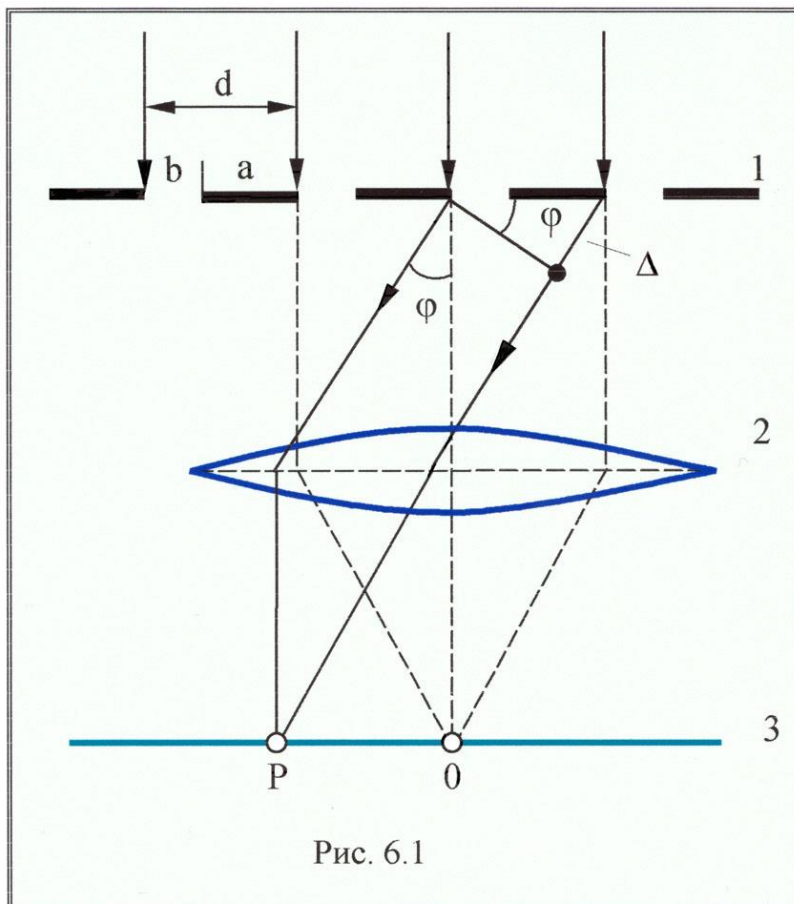
Теоретическая часть

Плоская прозрачная дифракционная решетка представляет собой стеклянную полированную пластину, на которую с помощью алмазного резца нанесены при помощи специальной машины параллельные одинаковые штрихи, расположенные на строго одинаковых расстояниях друг от друга.

Действие дифракционной решетки можно понять, рассматривая падение плоской монохроматической волны на регулярную периодическую структуру, состоящую из чередующихся параллельных друг другу щелей одинаковой ширины b , расположенных на одинаковом расстоянии a друг от друга. Сумма ширины щели b и ширины штриха a называется *постоянной или периодом дифракционной решетки* d .

$$d = a + b \quad (1)$$

Период решетки связан с числом штрихов на единицу длины следующим соотношением: $d = 1/n$.



На рис. 6.1 представлен ход лучей через решетку согласно схеме дифракции Фраунгофера, то есть когда на решетку падает плоская волна, а точка наблюдения практически находится на бесконечности. Если на дифракционную решетку 1 падает плоская монохроматическая волна, то в соответствии с принципом Гюйгенса – Френеля точки щели являются источниками когерентных волн. Вследствие дифракции эти когерентные волны распространяются далее под углами дифракции φ_1 ,

$\varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_m$ и, пройдя линзу 2, дают интерференционную картину, интенсивность которой определяется суперпозицией волн в плоскости 3.

Всякая линза обладает тем свойством, что она не создает дополнительной разности фаз между лучами, собираемыми линзой в одной и той же точке изображения. Иными словами, оптические длины пути для этих лучей одинаковы. Амплитуды всех интерферирующих волн составляют арифметическую прогрессию.

Распределение интенсивности в дифракционной картине волн на экране зависит от интенсивности волн от каждой щели и от их взаимной интерференции. Разность хода Δ лучей от соседних щелей равна

$$\Delta = (a + b) \cdot \sin \varphi = d \cdot \sin \varphi.$$

Интенсивность дифрагированного света максимальна для таких углов φ_m , для которых волны, приходящие в точку наблюдения от всех щелей решетки оказываются в фазе, что определяется условием:

$$d \cdot \sin \varphi_m = \pm m \cdot \lambda \quad (2)$$

где $(m = 0, 1, 2, \dots)$ – порядок дифракционного максимума, λ – длина световой волны. Выражение (2) является условием главных максимумов.

Условие минимума интенсивности света выражается в виде:

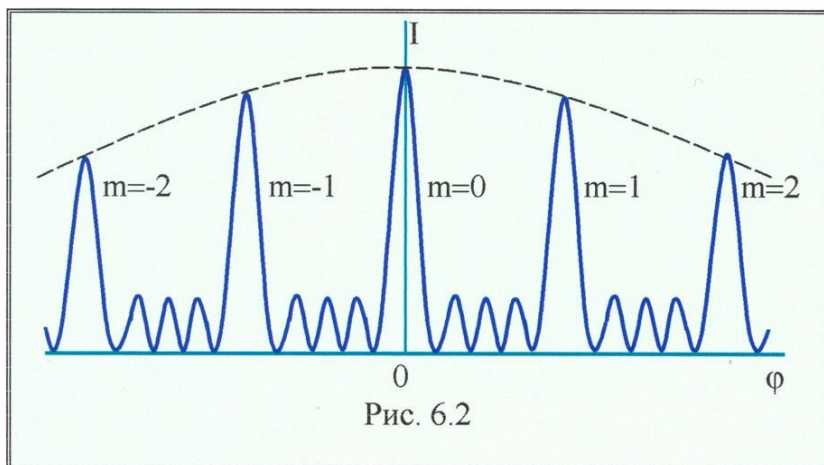
$$b \cdot \sin \varphi_m = \pm m \cdot \lambda \quad (3)$$

Точная теория дифракции учитывает, как интерференцию волн, приходящих от разных щелей, так и дифракцию от каждой щели. Как показывает расчет, интенсивность I света, распространяющегося под углом φ к нормали, равна:

$$I = I_1(\varphi) \frac{\sin^2[N \cdot (kd \cdot \sin \varphi) / 2]}{\sin^2[(kd \cdot \sin \varphi) / 2]}, \quad (4)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число, N – общее число штрихов решетки, а множитель $I_1(\varphi)$ – описывает дифракцию волн, испускаемых одним периодом решетки в направлении φ .

Анализ выражения (4) показывает, что при большом числе щелей N свет, прошедший через решетку, распространяется по ряду резко ограниченных направлений, определяемых соотношением (2). Зависимость интенсивности света от угла наблюдения представлена на рис. 6.2. Как следует из (2), углы, при которых наблюдаются световые максимумы, зависят от длины волны λ . Дифракционная решетка представляет собой, таким образом, спектральный прибор.



Если на дифракционную решетку падает свет сложного спектрального состава, то после решетки образуется спектр, причем фиолетовые лучи отклоняются решеткой меньше, чем красные. Входящая в (2) величина m носит название порядка спектра. При ($m = 0$) максимумы

интенсивности для всех длин волн располагаются при $\varphi = 0$ и накладываются друг на друга.

При освещении белым светом нулевой максимум, в отличие от всех прочих, оказывается неокрашенным. Спектры первого, второго и т. д. порядков располагаются симметрично по обе стороны от нулевого максимума.

Рассмотрим основные характеристики дифракционной решетки.

Угловая дисперсия. Дисперсия D характеризует угловое расстояние между близкими спектральными линиями:

$$D = d\varphi / d\lambda. \quad (5)$$

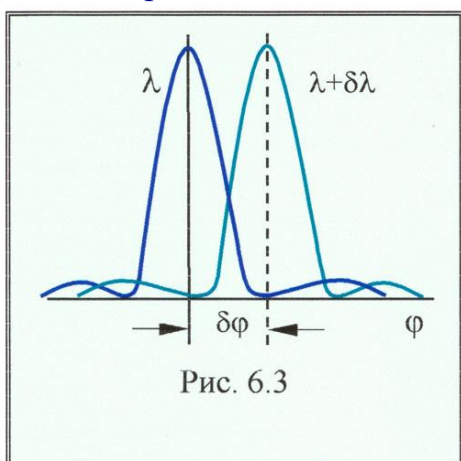
Дифференцируя обе части соотношения (6.2), получим:

$$d \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi = m \cdot d\lambda. \quad (6)$$

$$\text{Следовательно: } D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cdot \cos \varphi}. \quad (7)$$

Дисперсия возрастает с увеличением порядка спектра. На опыте дисперсию определяют путем измерения углового расстояния $\Delta\varphi$ между двумя близкими спектральными линиями с известной разностью длин волн $\Delta\lambda$ (например, между желтыми линиями ртути).

Разрешающая способность дифракционной решетки.



Пусть в спектре m -ого порядка наблюдается две близкие спектральные линии с длинами волн λ и $\lambda + \delta\lambda$. Угловое расстояние $\delta\varphi$ между этими линиями, согласно (6), равно:

$$\delta\varphi = \frac{m \cdot d\lambda}{d \cdot \cos \varphi} \quad (8)$$

В соответствии с *критерием Релея*, согласно которому две близкие спектральные линии

считаются еще разрешенными (раздельно определяемыми), если максимум (середина) одной из них совпадает с минимумом (краем) соседней (рис. 6.3). Как следует из (6.4), при переходе из максимума в минимум величина

$$N \frac{kd \cdot \sin \varphi}{2} \text{ изменяется на } \pi \text{ так, что}$$

$$\frac{Nkd}{2} [\sin(\varphi + \Delta\varphi) - \sin(\varphi)] = \pi, \quad (9)$$

где $\Delta\varphi$ – угловая полуширина главного максимума. Принимая во внимание малость $\Delta\varphi$, получим из (6.9):

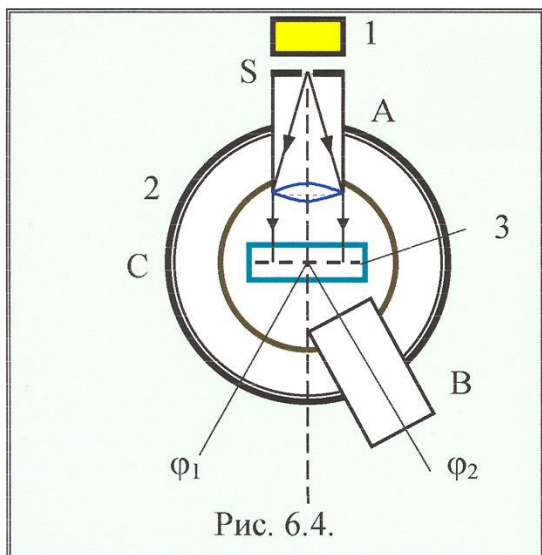
$$\Delta\varphi = \frac{\lambda}{dN \cdot \cos \varphi}. \quad (10)$$

Приравнявая $\delta\varphi$ и $\Delta\varphi$ для случая предельного разрешения, найдем величину R – разрешающую способность дифракционной решетки:

$$R = \lambda/\delta\lambda = mN \quad (11)$$

Спектральный интервал $\delta\lambda$, входящий в соотношение (11), характеризует минимальное расстояние между двумя спектральными линиями, которые еще могут быть разрешены при помощи данной дифракционной решетки.

Экспериментальная установка



Экспериментальная установка состоит из газоразрядной ртутной лампы 1, гониометра 2 и дифракционной решетки 3, которая расположена на предметном столике С (рис. 6.4). Гониометр состоит из двух труб: коллиматора А и зрительной трубы В, укрепленных на штативе. Коллиматор имеет щель S и линзу, вставленную со стороны столика. Зрительная труба В вращается вместе с круговым нониусом. Отсчет углов производят по шкале гониометра, которая позволяет измерять углы с точностью до 6'.

Экспериментальная часть

1. Ознакомиться с устройством гониометра и правилами отсчета углов по нониусу прибора.
2. Включить энергосберегающую ртутную лампу. Проверить резкость изображения щели и, поворачивая зрительную трубу влево и вправо, посмотреть дифракционный спектр. Определить число m видимых порядков спектра.

3. Произвести отсчет углового положения каждой спектральной линии (выбрать наиболее яркие) слева φ_1 и справа φ_2 от нулевого максимума для первых двух порядков m .
4. Данные всех измерений по заданному преподавателем количеству линий занести в таблицу 1.

Таблица 1.

№	m	Цвет линии	φ_1 град.	φ_2 град.	φ град.	λ нм	D
1.	1	Ф					
2.		З					
3.		Ж ₁					
4.		Ж ₂					
1.	2	Ф					
2.		З					
3.		Ж ₁					
4.		Ж ₂					

5. Рассчитать угол дифракции для каждой спектральной линии $\varphi = \frac{(\varphi_1 + \varphi_2)}{2}$.
6. Рассчитать длины волн полученных спектральных линий по формуле (2) для первых двух порядков спектра.
7. По результатам измерений определить экспериментальное значение угловой дисперсии $\delta\varphi/\delta\lambda$ для пары желтых линий в спектре ртути.

Контрольные вопросы

1. В чем состоит явление дифракции света ?
2. Нарисовать ход лучей в дифракционной решетке.
3. Сформулировать принцип Гюйгенса-Френеля.
4. Как определить наибольший порядок спектра дифракционной решетки.
5. Как зависит угол дифракции от длины волны света?
6. Почему число штрихов на дифракционной решетке должно быть велико, а штрихи должны быть тесно расположены друг к другу?
7. От чего зависит разрешающая сила дифракционной решетки?
8. Как формулируется критерий разрешения Релея?
9. Как меняются спектры, наблюдаемые с помощью дифракционной решетки, при изменении ее периода и при изменении числа штрихов?

Литература

1. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 2003. Глава 23, с. 265 ... 278.
2. Савельев В.И. Курс общей физики. Книга 4. Волны. Оптика. – М.: Наука, 2003. глава 13, с. 378 ... 413.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. – М.: Наука, 2002. т.4, Оптика, глава 4, с. 262...396.
4. Детлаф А.А., Курс физики. – М.: Высшая школа, 1999. Глава 32, Яворский Б.М. с. 436...452.
5. Бутиков Е.И., Физика. Книга 2. Электродинамика. Оптика. – М.: Кондратьев А.С. Физматлит, 2000. гл. VI., с. 276...297.
6. Ремизов А.Н., Курс физики. – М.: Дрофа, 2002. гл.22, с. 431...454. Потапенко А.Я.
7. Бутиков Е.И. Оптика. – Санкт-Петербург: 2003. Гл. 6, с. 252...310.

III. РАЗДЕЛ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ, ВЫНОСИМЫХ НА ЭКЗАМЕН (ЗАЧЕТ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ФИЗИКА»

Раздел «Механика. Молекулярная физика и термодинамика»

1. Предмет физики. Методы физических исследований: опыт, гипотеза, эксперимент, теория. Предмет механики. Кинематика и динамика. Основные единицы международной системы единиц механики (СИ). Физические модели: материальная точка, система материальных точек, абсолютно твердое тело.
2. Способы кинематического описания движения материальной точки: векторный и координатный способ задания движения точки. Скорость и ускорение материальной точки. Виды и характер движения точки.
3. Кинематика абсолютно твердого тела: Простейшие виды движения тела. Взаимосвязь между линейными и угловыми характеристиками при вращательном движении.
4. Основная задача динамики: прямая и обратная задача динамики. Важнейшие понятия динамики материальной точки: Инертность. Масса. Импульс. Сила.
5. Законы Ньютона. Инерциальные системы отсчета.
6. Динамические меры механического движения: момент силы, работа и мощность силы, момент импульса. Кинетическая энергия.
7. Законы изменения момента импульса и кинетической энергии материальной точки.
8. Основные понятия и уравнения динамики системы материальных точек: Импульс, момент импульса и кинетическая энергия системы. Закон изменения импульса системы.
9. Центр масс. Закон изменения момента импульса системы. Закон изменения кинетической энергии.
10. Явления трения скольжения, качения и вязкого сопротивления: Внешнее и внутреннее трение. Трение покоя и трение скольжения. Трение качения. Вязкое трение.
11. Сила упругости. Закон Гука: Виды деформации тела.
12. Закон всемирного тяготения.
13. Потенциальная энергия консервативных сил: Потенциальная энергия и ее связь с работой консервативных сил.
14. Применение законов сохранения к явлению удара твердых тел: абсолютно упругий центральный удар. Абсолютно неупругий центральный удар.
15. Уравнение динамики вращательного движения относительно неподвижной оси.
16. Кинетическая энергия тела при поступательном и вращательном движении.
17. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний и его решения. Определение амплитуды и начальной фазы по начальным условиям.

18. Гармонический осциллятор: пружинный маятник.
19. Гармонический осциллятор: математический маятник.
20. Гармонический осциллятор: физический маятник.
21. Представление колебаний в виде векторов. Сложение колебаний одного направления и перпендикулярных колебаний.
22. Свободные затухающие колебания и их характеристики.
23. Вынужденные колебания. Резонансные кривые.
24. Термодинамический и статистический методы. Изопроцессы идеального газа.
25. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа (МКТ). Молекулярно-кинетический смысл температуры.
26. Внутренняя энергия как функция состояния.
27. Работа газа.
28. Количество теплоты. Теплоемкость. Классическая теория теплоемкостей идеального газа и ее недостатки.
29. Первое начало термодинамики и его применение к изопроцессам.
30. Адиабатный и политропный процессы. Обратимые и необратимые процессы. Квазистатические процессы. II начало термодинамики.
31. Энтропия и закон ее возрастания. Тепловые машины. Цикл Карно. Максимальный КПД тепловой машины.
32. Фазы и фазовые превращения. Фазовые диаграммы. Условия равновесия фаз. Тройная точка. Уравнение Клайперона-Клаузиуса.
33. Характеристика жидкого состояния. Поверхностное натяжение. Явление на границе жидкости и твердого тела. Капиллярные явления.

Раздел «Электричество и магнетизм»

1. Электрический заряд. Дискретность заряда. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона. Принцип суперпозиции.
2. Напряженность электрического поля. Линии напряженности электрического поля. Принцип суперпозиции.
3. Напряженность электростатического поля тонкого заряженного стержня. Напряженность электростатического поля тонкого заряженного кольца.
4. Напряженность электростатического поля системы точечных зарядов. Электрический диполь и его поле.
5. Силовые линии поля. Поток вектора. Электростатическая теорема Гаусса и ее применение для расчета полей.
6. Работа электростатического поля. Циркуляция напряженности поля. Теорема о циркуляции.
7. Потенциал. Принцип суперпозиции. Разность потенциалов. Энергия электростатического поля. Связь потенциала с напряженностью электростатического поля.
8. Потенциал электростатического поля тонкого заряженного стержня. Потенциал электростатического поля тонкого заряженного кольца.
9. Потенциал электростатического поля плоского заряженного

диска.

10. Проводники. Равновесие зарядов на проводнике. Поверхностная плотность заряда. Граничные условия на границе проводника с вакуумом.

11. Емкость уединенного проводника. Конденсаторы. Емкость конденсатора. Емкость конденсаторов различной конфигурации.

12. Соединение конденсаторов. Энергия взаимодействия электрических зарядов. Энергия уединенного проводника. Энергия конденсатора. Плотность энергии электростатического поля.

13. Диполь во внешнем электрическом поле. Поляризация диэлектриков. Поляризационные заряды. Вектор поляризации.

14. Теорема Гаусса для диэлектриков. Электрическое смещение. Условия на границе раздела диэлектрика с диэлектриком.

15. Электрический ток. Плотность тока. Условия существования тока. Законы Ома и Джоуля-Ленца в дифференциальной форме.

16. Сторонние силы. Электродвижущая сила. Законы Ома и Джоуля-Ленца в интегральной форме.

17. Правила Кирхгофа и расчет электрических цепей.

18. Вектор магнитной индукции. Принцип суперпозиции. Линии индукции магнитного поля.

19. Сила Ампера. Виток с током в магнитном поле. Момент сил, действующих на виток. Работа, совершаемая при перемещении витка с током в магнитном поле.

20. Закон Био-Савара-Лапласа. Магнитное поле прямолинейного тока.

21. Закон Био-Савара-Лапласа. Магнитное поле в центре и на оси кругового тока.

22. Теорема Гаусса для магнитных полей. Теорема о циркуляции магнитного поля. Магнитное поле соленоида.

23. Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в магнитном поле. Удельный заряд частицы. Эффект Холла.

24. Явление электромагнитной индукции. ЭДС индукции, возникающая в движущихся проводниках. Закон электромагнитной индукции. Правило Ленца.

25. Самоиндукция. Индуктивность. Индуктивность длинного соленоида.

26. Электрический ток при замыкании и размыкании цепи. Магнитная энергия тока. Объемная плотность энергии магнитного поля.

27. Строение атомов и молекул. Намагничивание вещества. Молекулярные токи. Намагниченность. Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость.

28. Теорема о циркуляции магнитного поля в веществе. Напряженность магнитного поля.

29. Диамагнетики, парамагнетики, ферромагнетики: основы теории. Гистерезис.

30. Система уравнений Максвелла в интегральной и дифференциальной формах.

31. Колебательный контур. Затухающие электромагнитные колебания в колебательном контуре.

32. Генератор переменного тока. Вынужденные электромагнитные колебания в колебательном контуре. Резонанс в цепи с гармоническими токами.

33. Цепи переменного тока. Закон Ома для переменного тока. Работа и мощность переменного тока. Действующие значения тока и напряжения.

34. Волновое уравнение. Плоские электромагнитные волны. Энергия и импульс электромагнитной волны. Вектор Умова-Пойтинга.

Раздел «Оптика»

1. Основные энергетические величины фотометрии и их единицы.

2. Основные законы геометрической оптики. Явление полного внутреннего отражения.

3. Вывод формулы для определения расстояния от источника до его изображения в плоскопараллельной стеклянной пластинке. Понятия мнимый и действительный источник (предмет).

4. Линзы, их основные характеристики, построение изображения в линзах. Тонкие линзы, формула тонкой линзы.

5. Распространение волн в упругой среде. Плоские и сферические волны. Продольные и поперечные волны. Фронт волны и фазовая скорость.

6. Уравнения плоских и сферических волн. Основные характеристики волн. Волновое уравнение.

7. Электромагнитная волна. Уравнения Максвелла в интегральной и дифференциальной формах. Волновое уравнение электромагнитной волны.

8. Явление интерференции. Понятие когерентности волн. Условия наблюдения интерференции для монохроматических волн. Когерентность волн реальных источников.

9. Явление интерференции. Вывод формул для максимумов и минимумов интерференции света с использованием метода векторных диаграмм.

10. Явление интерференции. Вывод формулы ширины интерференционной полосы на примере метода Юнга.

11. Явление интерференции. Условия получения устойчивой интерференционной картины. Классические интерференционные опыты.

12. Интерференция света на тонких пленках. Полосы равного наклона. Вывод формулы для тонкой пленки.

13. Интерференция света на тонких пленках. Полосы равной толщины. Кольца Ньютона. Вывод формулы для колец Ньютона.

14. Дифракция. Виды дифракции. Принцип Гюйгенса-Френеля.

15. Дифракция. Дифракция Френеля. Метод зон Френеля с применением метода векторных диаграмм.

16. Дифракция. Дифракция Фраунгофера на одной щели с применением метода векторных диаграмм.

17. Дифракция. Дифракция Фраунгофера на плоской дифракционной

решетке. Дисперсия (угловая и линейная) и разрешающая способность спектрального прибора.

18. Дисперсия. Фазовая и групповая скорость. Элементарная электронная теория дисперсии.

19. Естественный и поляризованный свет. Степень поляризации; Поляризация света при отражении и преломлении. Закон Брюстера. Закон Малюса.

20. Оптическая анизотропия. Поляризация при двойном лучепреломлении.

21. Естественный и поляризованный свет. Вывод формул для различных видов поляризованного света. Искусственная оптическая анизотропия. Оптически активные вещества.

22. Тепловое излучение и его основные характеристики. Абсолютно черное тело. Серое тело.

23. Тепловое излучение. Законы Кирхгофа, Стефана-Больцмана и Вина. Формула Планка.

24. Фотоэлектрический эффект. Внешний фотоэффект. Законы фотоэффекта. Внутренний фотоэффект.

25. Фотоэлектрический эффект. Внешний фотоэффект. Работа выхода. Задерживающая разность потенциалов. Вольтамперная характеристика вакуумного фотоэлемента.

26. Рассеяние рентгеновского излучения веществом. Эффект Комптона. Элементарная теория эффекта Комптона.

ПРИМЕРНОЕ ЗАДАНИЕ К ПИСЬМЕННОМУ ЭКЗАМЕНУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ФИЗИКА»

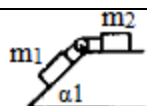
**УО «Брестский государственный технический университет»
кафедра физики**

Билет 1
к письменному экзамену по физике

1. Механическая система. Материальная точка. Твердое тело. Система отсчета. Число степеней свободы механической системы. Кинематика материальной точки. Перемещение и путь. Скорость и ускорение. Вычисление пройденного пути.

2. Физический и математический маятники (малые колебания).

3. Два или три тела соединены невесомыми нерастяжимыми нитями, перекинутыми через блоки, массами которых можно пренебречь. Массы тел равны m_1 , m_2 , m_3 . Углы, которые составляют наклонные плоскости с горизонталью, равны α_1 , α_2 . Коэффициенты трения тел о поверхность равны k_1 , k_2 . Найти ускорения, с которыми движутся тела, и силы натяжения нитей в системах.

	m_1 , кг	m_2 , кг	α_1 , град	k_1	k_2
	2,0	1,0	30	0,12	0,15

4. Радиус-вектор материальной точки относительно начала координат изменяется со временем по известному закону, в котором i и j - орты осей x и y . Найти уравнение траектории и изобразить ее графически.

Закон изменения радиуса-вектора $\vec{r} = \vec{r}(t)$	A	B	t_1 , с
$\vec{r} = At\vec{i} + Bt^2\vec{j}$	2 м/с	6 м/с ²	1,5

5. Газ, молекулы которого содержат n атомов, занимает объем V_1 и находится под давлением p_1 . При подводе количества теплоты, равного Q , газ расширился при постоянном давлении до объема V_2 , а затем его давление возросло до p_2 при неизменном объеме. Внутренняя энергия газа изменилась при этом на ΔU , газ совершил работу, равную A . Найти неизвестные величины.

n	V_1 , м ³	p_1 , Па	V_2 , м ³	p_2 , Па	Q , Дж	ΔU , Дж	A , Дж
?	$4 \cdot 10^{-2}$	10^4	$6 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^4$	?	6500	?

6. Написать уравнение гармонического колебательного движения с амплитудой A , если за время t совершается n колебаний и начальная фаза колебаний равна φ_0 . Найти: а) смещение точки в момент времени $t = 0$; б) максимальную скорость точки; в) ее максимальное ускорение.

A , см	t , с	n	φ_0
0,5	60	150	$\pi/4$

Ст. преподаватель
кафедры физики

Л.П. Щербаченко

Зав. кафедрой физики

Т.Л. Кушнер

Протокол заседания кафедры № 10 от 23.05.2025г

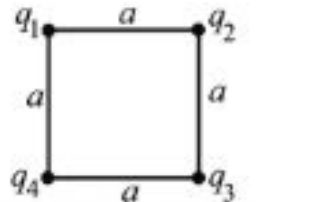
УО «Брестский государственный технический университет»

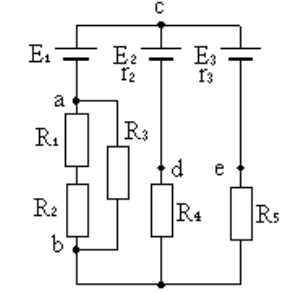
кафедра физики

Билет 1

к письменному экзамену по физике

1. Потенциал поля системы зарядов – стержня.
2. Сегнетоэлектрики и их применение для хранения информации.
3. Найти силу, с которой на заряд q_1 действует поле, создаваемое всеми остальными зарядами системы.

	a, см	q_1 10^{-9} Кл	q_2 10^{-8} Кл	q_3 10^{-8} Кл	q_4 10^{-8} Кл
	1	+ 10	+ 1	+ 1	+ 1

	4. Вычислить эквивалентные сопротивления между точками a и b схемы, R_{ab}. 5. Начертить эквивалентную схему замещения с элементом R_{ab} и, используя законы Кирхгофа, найти токи во всех резисторах и всех источниках ЭДС. $E_1=2\text{ В}, E_2=4\text{ В}, E_3=6\text{ В}, r_2=1\text{ Ом}, r_3=2\text{ Ом}, R_1=120\text{ Ом}, R_2=210\text{ Ом}, R_3=320\text{ Ом}, R_4=640\text{ Ом}, R_5=100\text{ Ом},$

- 6.** Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов U , влетает в однородное магнитное поле с индукцией B , перпендикулярное к направлению ее движения. Радиус кривизны траектории частицы в магнитном поле равен R . Найти неизвестную величину.

Частица	U , В	B , Тл	R , см
Протон	1800	$6 \cdot 10^{-2}$	?

Старший преподаватель
кафедры физики

Л.П. Щербаченко

Заведующий кафедрой физики

Т.Л. Кушнер

Протокол заседания кафедры №11 от 22.05.2024 г.

IV. ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЙ РАЗДЕЛ

УЧЕБНЫЕ ПРОГРАММЫ УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ «ФИЗИКА»

Р-1 20 23

Учреждение образования
«Брестский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор

М.В.Нерода

« 23 » 06. 2023 г.

Регистрационный № УД-23-1-16 уч.

Физика

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальностей:

6-05-0732-02	Экспертиза и управление недвижимостью
7-07-0732-01	Строительство зданий и сооружений (профилизация: Автомобильные дороги)
7-07-0732-01	Строительство зданий и сооружений (профилизация: Промышленное и гражданское строительство)
7-07-0732-01	Строительство зданий и сооружений (профилизация: Производство строительных изделий и конструкций)

2023 г.

Учебная программа составлена на основе образовательных стандартов ОСВО 1-70 01 01-2019, ОСВО 1-70 02 01-2022, ОСВО 1-70 02 02-2019, ОСВО 1-70 03 01-2022 и учебных планов специальностей, направлений специальностей, специализаций.

СОСТАВИТЕЛИ:

Щербаченко Л.П., старший преподаватель кафедры физики;

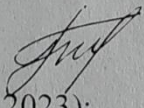
Гладышук А.А., доцент кафедры физики, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой физики

Заведующий кафедрой

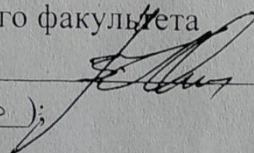
(протокол № 9 от 06 июня 2023);

 Т.Л.Кушнер

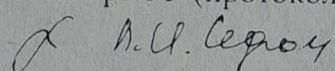
Методической комиссией строительного факультета

Председатель методической комиссии

(протокол № 07 от 23.06.2023);

 В.М. Васюк

Научно-методическим советом БрГТУ (протокол № 6 от 23.06.2023)

Методический совет УМО.  А.А. Серов

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Физика» – это базовая дисциплина, составляющая основу подготовки современного инженера. Многие области современной техники, такие как электроника, электро- и радиотехника, приборостроение, машиностроение, технология радиоэлектронных средств и др., тесно связаны с физикой. Очевидно, что получение высшего технического образования сегодня предполагает более интенсивное и глубокое изучение физики как основы развития современной техники и высоких технологий.

Дисциплина «Физика» обеспечивает базовую подготовку студентов, необходимую для успешного изучения последующих специальных дисциплин и решения производственных и исследовательских задач.

Цель преподавания учебной дисциплины:

- формирование современного физического мышления и научного мировоззрения;
- изучение основных понятий, законов, принципов и теорий классической и квантовой физики;
- изучение основных физических явлений и процессов и их трактовка с точки зрения современных научных представлений;
- ознакомление с методами физических исследований;
- приближение курса физики к особенностям и содержанию инженерной деятельности и демонстрация места физики в современной технике и технологии;
- создание принципиально важных предпосылок для дальнейшего развития личности студентов в процессе получения профессионального инженерно-технического образования.

Задачи дисциплины:

- создание у студентов широкой теоретической и экспериментальной подготовки в области физики, позволяющей будущим инженерам ориентироваться в потоке научной и технической информации, обеспечивающей им возможность использования знаний по физике в технике;
- обеспечение методологической подготовки, позволяющей понимать процесс познания и структуру научного знания, использовать различные физические понятия, определять границы применимости принципов, законов и теорий;
- ознакомление с современной научной аппаратурой, формирование навыков проведения физического эксперимента;
- овладение примерами и методами решения конкретных задач из отдельных разделов физики;
- формирование умения оценивать степень достоверности результатов, полученных в экспериментальных или теоретических исследованиях.

В результате изучения дисциплины студент должен обладать следующими базовыми профессиональными (БПК), профессиональными (ПК) или универсальными (УК) компетенциями, предусмотренными образовательными стандартами:

7-07-0732-01 Строительство зданий и сооружений (профилизация – Производство строительных изделий и конструкций, Эффективные строительные технологии)

– БПК-1. Применять знания естественнонаучных учебных дисциплин для решения прикладных инженерно-строительных задач.

7-07-0732-01 Строительство зданий и сооружений (профилизация – Промышленное и гражданское строительство, Строительство и гражданская инженерия, Цифровое моделирование и проектирование)

– БПК-1. Применять знания естественнонаучных учебных дисциплин для решения прикладных инженерно-строительных задач.

7-07-0732-01 Строительство зданий и сооружений (профилизация – Автомобильные дороги, Автомобильные дороги и объекты транспортной инфраструктуры)

– БПК-1. Применять знания естественнонаучных учебных дисциплин для решения прикладных инженерно-строительных задач.

6-05-0732-02 Экспертиза и управление недвижимостью

– БПК-1. Применять знания естественнонаучных учебных дисциплин для решения прикладных инженерно-строительных задач.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:
знать:

- основные законы и теории классической и современной физической науки, а также границы их применимости;
- методы измерения физических характеристик веществ и полей;
- физические основы методов исследования вещества;
- принципы экспериментального и теоретического изучения физических явлений и процессов;

уметь:

- применять законы физики для решения прикладных инженерных задач;
- использовать измерительные приборы при экспериментальном изучении физических и технологических процессов;

- обрабатывать и анализировать результаты экспериментальных измерений физических величин;

- на основе законов физики анализировать технологические процессы, принципы действия технических устройств и строить их физико-математические модели;

владеть:

- методами физического моделирования технических процессов;
- методами анализа и решения прикладных инженерных задач.
- методами обработки и анализа результатов экспериментальных измерений физических величин;
- навыками использования измерительных приборов при экспериментальном изучении физических и технологических процессов;
- методиками определения физических свойств строительных материалов.

Связь с другими учебными дисциплинами

Учебная дисциплина «Физика» относится к циклу естественнонаучных дисциплин (государственный компонент) программа которой разработана на основе компетентностного подхода и требований к формированию компетенций, сформулированных в образовательных стандартах.

Школьный предмет «Физика» является базой для изучения дисциплины «Физика» в учреждении высшего образования. Учебная дисциплина «Физика» связана с дисциплиной компонента учреждения высшего образования «Электротехника», а также со следующими разделами дисциплины «Математика»:

- элементы линейной алгебры и аналитической геометрии;
- дифференциальное исчисление функций одной и нескольких переменных;
- определенный и неопределённый интегралы, криволинейные интегралы, интегралы по поверхности и объёму;
- элементы теории дифференциальных уравнений;
- векторный анализ и основные понятия теории поля;
- теория вероятностей и математическая статистика.

План учебной дисциплины для дневной формы получения
высшего образования

Код специальности (направления специальности)	Наименование специальности (направления специальности)	Курс	Семестр	Всего учебных часов	Количество зачетных единиц	Аудиторных часов (в соответствии с учебным планом УВО)					Академических часов	на	Форма промежуточной аттестации
						Всего	Лекции	Лабораторные	Практические	Семинары			
6-05-0732-02	Экспертиза и управление недвижимостью	1	1	300	3	68	34	18	16				экзамен
		1	2		3	68	34	16	18				экзамен
7-07-0732-01	Строительство зданий и сооружений (профилизация – Автомобильные дороги и объекты транспортной инфраструктуры)	1	1	240	3	82	32	34	16				экзамен
		1	2		3	66	32	16	18				экзамен
7-07-0732-01	Строительство зданий и сооружений (профилизация – Цифровое моделирование и проектирование)	1	1	240	3	82	32	34	16				экзамен
		1	2		3	66	32	16	18				экзамен
7-07-0732-01	Строительство зданий и сооружений (профилизация –,	1	1	240	3	88	32	34	16				экзамен

	Эффективные строительные технологии)	1	2		3	62	32	16	18			экзамен

План учебной дисциплины для заочной формы получения
высшего образования

Код специальности (направления специальности)	Наименование специальности (направления специальности)	Курс	Семестр	Всего учебных часов	Количество зачетных единиц	Аудиторных часов (в соответствии с учебным планом УВО)					Академических часов на курсовой проект (работу)	Форма промежуточной аттестации
						Всего	Лекции	Лабораторные занятия	Практические	Семинары		
7-07-0732-01	Строительство зданий и сооружений (профилизация – Строительство и гражданская инженерия)	1	1	120	3	16	6	6	4			экзамен
		1	2	120	3	16	8	4	4			экзамен

План учебной дисциплины для заочной формы получения высшего образования, интегрированного со средним специальным образованием

Код специальности (направления специальности)	Наименование специальности (направления специальности)	Курс	Семестр	Всего учебных часов	Количество зачетных единиц	Аудиторных часов (в соответствии с учебным планом УВО)					Академических часов на курсовой проект (работу)	Форма промежуточной аттестации
						Всего	Лекции	Лабораторные занятия	Практические	Семинары		
7-07-0732-01	Строительство зданий и сооружений (профилизация – Автомобильные дороги и объекты транспортной инфраструктуры)	1	1	120	3	16	6	6	4			экзамен
		1	2	120	3	16	8	4	4			экзамен
7-07-0732-01	Строительство зданий и сооружений (профилизация – Строительство гражданской инженерия)	1	1	120	3	16	6	6	4			экзамен
		1	2	120	3	16	8	4	4			экзамен

1. Содержание учебного материала

1.1. Лекционные занятия, их содержание

ВВЕДЕНИЕ

Физика как фундаментальная наука. Роль физики в становлении инженера. Общая структура и задачи курса.

Раздел 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ. ТЕРМОДИНАМИКА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Тема 1.1. КИНЕМАТИКА

Механическая система. Материальная точка. Твердое тело. Система отсчета. Число степеней свободы механической системы. Кинематика материальной точки. Перемещение и путь. Скорость и ускорение. Вычисление пройденного пути. Тангенциальное и нормальное ускорения. Кинематика твердого тела. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Угловая скорость и угловое ускорение. Связь между угловыми и линейными кинематическими величинами. Преобразования кинематических величин при переходе из одной системы отсчета в другую.

Тема 1.2. ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Причины изменения скорости тела. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета. Принцип относительности Галилея. Преобразования Галилея. Масса и импульс. Второй закон Ньютона, Уравнение движения материальной точки в инерциальной системе отсчета. Третий закон Ньютона. Инвариантность уравнения движения относительно преобразований Галилея. Закон всемирного тяготения. Сила тяжести и вес. Упругие силы. Силы трения и сопротивления. Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции. Уравнение движения материальной точки в неинерциальной системе отсчета. Принцип эквивалентности. Границы применимости Ньютоновской механики.

Тема 1.3. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

Состояние механической системы. Сохраняющиеся величины. Связь законов сохранения со свойствами пространства и времени. Силы внутренние и внешние. Замкнутая система, Импульс системы. Закон сохранения импульса. Центр масс. Уравнение движения центра масс. Система центра масс. Реактивное движение. Уравнение Мещерского и формула Циолковского. Работа и мощность силы. Кинетическая энергия частицы. Консервативные силы. Понятие силового поля. Потенциальная энергия частицы в силовом поле. Полная механическая энергия частицы. Законы ее изменения и сохранения. Связь между потенциальной энергией и силой поля. Механическая энергия системы. Закон сохранения механической энергии системы. Момент импульса частицы. Момент силы. Пара сил. Уравнение моментов. Момент импульса системы. Закон сохранения момента импульса.

Тема 1.4. МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Число степеней свободы твердого тела. Уравнения движения твердого тела. Момент импульса тела относительно оси. Момент инерции тела относительно оси. Теорема Штейнера. Уравнение динамики твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси. Кинетическая энергия вращающегося твердого тела. Работа внешних сил при вращении твердого тела. Гироскоп. Гироскопический эффект. Прецессия гироскопа. Плоское движение твердого тела.

Тема 1.5. КОЛЕБАНИЯ

Общие сведения о колебаниях. Уравнение свободных колебаний под действием квазиупругой силы и его общее решение. Гармонический осциллятор. Энергия гармонического осциллятора. Сложение гармонических колебаний.

Физический и математический маятники (малые колебания). Уравнение затухающих колебаний и его решение. Коэффициент затухания. Логарифмический декремент затухания. Добротность. Уравнение вынужденных колебаний и его общее решение. Установившиеся вынужденные колебания. Резонанс. Резонансные кривые.

Тема 1.6. УПРУГИЕ ВОЛНЫ

Распространение волн в упругой среде. Продольные и поперечные волны. Фронт волны и волновая поверхность. Плоские, сферические и цилиндрические волны. Скорость волны. Длина волны. Уравнение плоской волны. Волновой вектор и волновое число. Волновое уравнение. Суперпозиция волн. Уравнение плоской стоячей волны. Сферическая волна. Энергия упругой волны. Поток и плотность потока энергии. Вектор Умова. Эффект Доплера для звуковых волн.

Тема 1.7. СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Постулаты специальной теории относительности. Синхронизация часов. Понятие события. Преобразования Лоренца и требование релятивистской инвариантности. Релятивистский закон преобразования скорости. Относительность понятия одновременности. Измерение расстояний и промежутков времени. Импульс и энергия релятивистской частицы. Преобразования импульса и энергии. Взаимосвязь энергии и импульса. Энергия покоя. Уравнение движения релятивистской частицы. Преобразование вектора силы при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую. Законы сохранения энергии и импульса.

Тема 1.8. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ И МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКИ

Макроскопическая система и ее термодинамическое состояние. Уравнение состояния. Идеальный газ. Уравнение состояния идеального газа. Первый закон термодинамики. Внутренняя энергия идеального газа. Уравнение Майера. Адиабатический процесс. Уравнение Пуассона. Термодинамический цикл. КПД цикла (тепловой машины). Второй закон термодинамики. Обратимые и необратимые процессы. Неравенство Клаузиуса. Энтропия системы. Закон возрастания энтропии. Цикл Карно. КПД цикла Карно (идеальной тепловой машины).

Термодинамический и статистический методы исследования. Понятие функции распределения (плотности вероятности) случайной величины. Распределение молекул идеального газа по скоростям (распределение Максвелла). Средняя, среднеквадратичная и наиболее вероятная скорости молекул. Распределение

молекул идеального газа по энергиям. Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы. Закон распределения кинетической энергии молекулы по степеням свободы. Внутренняя энергия и теплоемкость идеального газа. Статистический смысл температуры. Уравнение молекулярно-кинетической теории для давления газа. Распределение молекул идеального газа по координатам во внешнем поле (распределение Больцмана). Распределение Максвелла-Больцмана. Макро- и микросостояния термодинамической системы. Статистический вес макросостояния. Статистический смысл энтропии. Энтропия и необратимость. Реальные газы. Силы и потенциальная энергия межмолекулярного взаимодействия. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Фазовые переходы I и II рода. Критическая точка.

Раздел 2. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО, МАГНЕТИЗМ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

Тема 2.1. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

Электрический заряд и его свойства. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона. Принцип суперпозиции сил. Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля. Принцип суперпозиции полей. Напряженность поля точечного заряда и системы зарядов. Поток и дивергенция векторного поля. Теорема Гаусса для электростатического поля (в интегральной и локальной формах). Циркуляция и ротор векторного поля. Теорема о циркуляции вектора напряженности электростатического поля. Безвихревой характер электростатического поля. Потенциал электростатического поля. Связь потенциала и напряженности электростатического поля. Потенциал поля точечного заряда и системы зарядов. Электрический момент диполя. Момент сил, действующих на диполь в электростатическом поле. Потенциальная энергия диполя в электростатическом поле. Сила, действующая на диполь в неоднородном электростатическом поле.

Тема 2.2. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В СРЕДАХ

Диэлектрики. Связанные и сторонние заряды. Поляризованность. Диэлектрическая восприимчивость. Вектор электрического смещения. Диэлектрическая проницаемость. Теорема Гаусса для вектора электрического смещения. Условия на границе двух диэлектриков. Проводники. Проводники в электростатическом поле. Поле внутри проводника и у его поверхности. Распределение заряда в проводнике. Электроемкость уединенного проводника. Емкость системы проводников. Конденсаторы. Потенциальная энергия системы зарядов. Энергия электростатического поля. Плотность энергии.

Тема 2.3. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Сила и плотность тока. Уравнение непрерывности. Сопротивление проводника. Закон Ома для однородного проводника. Сторонние силы. ЭДС. Закон Ома для неоднородного участка цепи. Обобщенный закон Ома в локальной форме. Закон Джоуля-Ленца.

Тема 2.4. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

Поле равномерно движущегося заряда. Магнитная индукция. Сила Лоренца. Принцип суперпозиции полей. Закон Био-Савара-Лапласа. Магнитный поток. Теорема Гаусса для магнитного поля (в интегральной и локальной формах). Теорема о циркуляции вектора $\mathbf{B}$. Вихревой характер магнитного поля. Сила Ампера. Магнитный момент контура с током. Сила, действующая на контур с током в магнитном поле. Работа сил магнитного поля при перемещении контура с током. Потенциальная механическая энергия контура с током в магнитном поле.

Тема 2.5. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

Намагниченность. Токи намагничивания. Циркуляция намагниченности. Вектор напряженности магнитного поля. Теорема о циркуляции вектора $\mathbf{B}$. Условия на границе двух магнетиков. Кривая намагничивания. Гистерезис. Остаточная намагниченность. Диамагнетики, парамагнетики, ферромагнетики.

Тема 2.6. ЯВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

Опыты Фарадея. Правило Ленца. Полный магнитный поток (потокосцепление). Закон электромагнитной индукции (закон Фарадея). Явление самоиндукции. Индуктивность. ЭДС самоиндукции. Взаимная индуктивность. Энергия магнитного поля. Плотность энергии магнитного поля.

Тема 2.7. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Квазистационарные токи. Свободные колебания в контуре без активного сопротивления. Свободные затухающие колебания. Логарифмический декремент затухания. Добротность. Вынужденные электрические колебания. Резонансные кривые для напряжения и силы тока. Переменный ток, его параметры и методы их расчета. Закон Ома для цепи переменного тока. Резонанс напряжений. Резонанс токов. Мощность в цепи переменного тока. Действующие значения тока и напряжения.

Тема 2.8. УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Вихревое электрическое поле. Электромагнитное поле. Ток смещения. Уравнения, Максвелла. Закон сохранения энергии в электродинамике. Плотность энергии электромагнитного поля. Вектор Пойнтинга. Преобразования компонент электромагнитного поля при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую.

Тема 2.9. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

Волновые уравнения для электромагнитной волны. Основные свойства плоской электромагнитной волны. Опыты Герца. Опыт Лебедева. Интенсивность электромагнитной волны. Поведение плоской электромагнитной волны на границе раздела двух сред. Излучение диполя.

Раздел 3. ОПТИКА

Тема 3.1. ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

Световая волна. Показатель преломления среды. Законы геометрической оптики. Оптическая длина пути. Принцип Ферма. Таутохронность.

Тема 3.2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ

Принцип суперпозиции волн. Закон сложения интенсивностей. Интерференция двух волн. Оптическая разность хода. Условия интерференционных максимумов и минимумов интенсивности. Понятие о когерентности. Временная и пространственная когерентность. Время, длина и радиус когерентности. Способы наблюдения интерференции света. Интерференция при отражении от тонких пластинок. Кольца Ньютона. Просветление оптики. Интерферометры.

Тема 3.3. ДИФРАКЦИЯ

Принцип Гюйгенса-Френеля. Дифракция Френеля и дифракция Фраунгофера. Зоны Френеля. Дифракция Френеля от круглого отверстия. Дифракция Фраунгофера от одной щели и от двух щелей. Дифракционная решетка. Дифракция рентгеновских лучей. Формула Брэгга-Вульфа. Рентгеноструктурный анализ. Понятие о голографии.

Тема 3.4. ПОЛЯРИЗАЦИЯ

Естественный и поляризованный свет. Степень поляризации. Прохождение света через анизотропную среду (кристаллы). Обыкновенный и необыкновенный лучи (волны). Оптическая ось и главная плоскость кристалла. Дихроизм. Поляризаторы и анализаторы. Закон Малюса. Поляризация при отражении и преломлении. Формулы Френеля. Угол Брюстера.

Тема 3.5. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ВЕЩЕСТВОМ

Физическая сущность явления преломления света. Дисперсия света. Групповая скорость. Элементарная теория дисперсии. Поглощение света. Коэффициент поглощения. Закон Бугера. Рассеяние света.

Раздел 4. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

Тема 4.1. КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Гипотеза Планка, Теория равновесного теплового излучения. Фотоэффект. Формула Эйнштейна. Эффект Комптона. Модельные представления электромагнитного излучения при его взаимодействии с веществом.

Тема 4.2. ОПИСАНИЕ ДВИЖЕНИЯ В МИКРОМИРЕ

Гипотеза де Бройля. Дифракция электронов. Опыты Дэвиссона – Джермера. Соотношение неопределенностей Гейзенберга. Описание состояния частицы в квантовой механике: пси-функция и вероятностный смысл её квадрата модуля. Условие нормировки. Принцип суперпозиции состояний. Пространство состояний микрочастицы.

Тема 4.3. УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА

Нестационарное (временное) и стационарное уравнения Шредингера. Стационарные состояния. Частица в одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме и трехмерном потенциальном ящике с абсолютно непроницаемыми стенками. Квантование энергии. Гармонический осциллятор (результаты решения). Прохождение частицы через одномерный потенциальный барьер. Туннельный эффект.

Тема 4.4. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ СТАТИСТИКИ

Спин. Оператор Гамильтона системы макрочастиц. Тожественные частицы. Симметричные и антисимметричные состояния. Фермионы и бозоны. Принцип Паули. Фазовое пространство. Квантовые статистики Ферми – Дирака и Бозе-Эйнштейна. Сверхпроводимость. Эффект Джозефсона. Высокотемпературная сверхпроводимость. Сверхтекучесть.

Раздел 5. СТРОЕНИЕ И ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВА

Тема 5.1. ФИЗИКА АТОМА

Квантово-механическая модель атома водорода (результаты решения уравнения Шредингера). Квантовые числа электрона в атоме. Квантовые числа орбитального и спинового моментов. Сложение моментов. Результирующий момент многоэлектронной системы. Квантовые числа этого момента. Вырождение уровней. Кратность вырождения. Схема уровней. Правило отбора. Спектральные серии атома водорода. Магнитный момент атома. Атом в магнитном поле. Эффект Зеемана. Распределение электронов в атоме по энергетическим уровням. Периодическая система элементов.

Тема 5.2. ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Кристаллическое состояние. Физические типы кристаллических решеток. Теплоемкость кристаллов. Фононы. Взаимодействие излучения с веществом. Спонтанное и вынужденное излучения. Принцип детального равновесия и формула Планка. Лазер (на примере трехуровневой системы). Распределение электронов по энергиям (распределение Ферми-Дирака). Уровень Ферми. Идеальный электронный газ.

Электрон в периодическом поле кристалла. Энергетические зоны в кристаллах. Металлы, полупроводники, диэлектрики. Электропроводность металлов и полупроводников. Контактные явления. Электроны проводимости и дырки. Собственная и примесная проводимость полупроводников. Типы полупроводников. Физика p-n-перехода. Полупроводниковые диоды и транзисторы.

Тема 5.3. АТОМНОЕ ЯДРО И ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ

Строение атомного ядра. Дефект масс и энергия связи. Модели ядра. Ядерные силы. Радиоактивность. Виды ионизирующего излучения: α , β и γ -излучение. Закон радиоактивного распада. Взаимодействие радиационного излучения с веществом. Биологическое действие ионизирующих излучений. Ядерные реакции и их основные типы. Цепная реакция деления. Термоядерные реакции синтеза. Проблема управляемых термоядерных реакций.

Виды фундаментальных взаимодействий. Классификация элементарных частиц. Частицы и античастицы.

1.2. практические занятия, их содержание

№	Название практического занятия	Содержание

1	Кинематика материальной точки и абсолютно твёрдого тела	Основные физические величины понятия, используемые в кинематике. Векторные величины и операции с векторами. Основная задача кинематики. Тангенциальное и нормальное ускорение. Кинематика движения материальной точки и абсолютно твёрдого тела по окружности. Вращение вокруг неподвижной оси. Связь между угловыми и линейными скоростями и ускорениями.
2	Динамика материальной точки	Основная задача динамики. Основные величины и понятия, используемые в динамике. Законы Ньютона. Динамика прямолинейного и криволинейного движения. Закон всемирного тяготения. Сила тяжести и вес. Упругие силы. Закон Гука. Силы трения и сопротивления.
3	Законы сохранения импульса и момента импульса	Силы внутренние и внешние. Замкнутая система. Сохраняющиеся величины. Импульс силы. Закон сохранения импульса системы материальных точек. Центр масс. Момент импульса системы материальных точек. Закон сохранения момента импульса системы материальных точек.
4	Закон сохранения энергии	Энергия. Работа силы. Кинетическая энергия и её связь с работой внешних и внутренних сил. Потенциальная энергия системы материальных точек во внешнем силовом поле. Понятие о градиенте скалярной функции координат. Консервативные системы.
5	Динамика твёрдого тела	Основное уравнение динамики вращательного движения тела вокруг неподвижной оси. Момент инерции. Теорема Штейнера. Плоское движение абсолютно твёрдого тела.
6	Свободные механические колебания	Колебания. Постановка задачи при изучении колебаний. Собственные колебания. Гармонические колебания. Динамическое и кинематическое уравнения гармонических колебаний. Пружинный, математический и физический маятники. Энергия гармонического осциллятора.
7	Молекулярная физика	Молекулярно-кинетическая теория идеального газа. Уравнение состояния.
8	Законы термодинамики	Термодинамический цикл. КПД цикла (тепловой машины и холодильной установки). Цикл Карно. КПД цикла Карно (идеальной тепловой машины).

9	Электростатическое поле	Закон сохранения электрического заряда. Электрическое поле. Закон Кулона.
10	Напряжённость и потенциал поля	Напряжённость и потенциал электрического поля точечного заряда. Связь напряжённости и потенциала. Расчёт электрических полей в вакууме на основе принципа суперпозиции.
11	Поток вектора напряжённости и теорема Гаусса	Теорема Гаусса и её применение к расчёту поля. Теорема о циркуляции вектора E . Связь потенциала и напряжённости электрического поля. Электростатическое поле в веществе.
12	Емкость. Энергия эл/статического поля	Емкость уединённого проводника. Системы проводников. Конденсаторы. Потенциальная энергия системы зарядов. Энергия уединённого проводника и конденсатора. Энергия электростатического поля. Плотность энергии электростатического поля.
13	Расчёт электрических цепей постоянного тока	Сила и плотность тока. Уравнение непрерывности. Условия стационарности. Закон Ома для однородного участка цепи. Закон Ома в дифференциальной форме. Сторонние силы. ЭДС. Закон Ома для неоднородного участка цепи.
14	Магнитное поле. Закон Био-Савара-Лапласа	Магнитная индукция. Принцип суперпозиции полей. Закон Био-Савара-Лапласа и его применение к расчёту магнитного поля прямого и кругового токов. Теорема Гаусса для вектора B .
15	Явление электромагнитной индукции.	Закон электромагнитной индукции. Полный магнитный поток (потокосцепление). Электрические колебания.
16	Электромагнитные колебания	Переходные процессы в цепях с ёмкостью и индуктивностью. Электромагнитные колебания.
17	Геометрическая оптика	Законы геометрической оптики. Оптическая длина пути. Принцип Ферма. Таутохронность. Линзы. Построения в линзах.
18	Интерференция света	Интерференция. Расчёт интерференционной картины от двух когерентных источников.
19	Дифракция света	Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля. Дифракция Френеля на круглом отверстии и диске. Дифракция Фраунгофера на одной щели и дифракционной решётке. Дифракция на пространственной решётке. Закон Малюса.

20	Поляризация света. Дисперсия	Естественный и поляризованный свет. Степень поляризации. Обыкновенный и необыкновенный лучи (волны). Оптическая ось и главная плоскость кристалла. Поляризаторы и анализаторы. Закон Малюса. Угол Брюстера. Элементарная теория дисперсии.
21	Квантовые свойства света	Фотоэффект. Формула Эйнштейна. Эффект Комптона. Гипотеза де Бройля. Соотношение неопределённостей Гейзенберга.
22	Волновые свойства микрочастиц	Оценка энергии нулевых колебаний гармонического осциллятора. Уравнения Шрёдингера для простейших квантомеханических задач.

1.3. Перечень тем лабораторных занятий, их название

Механика:

1. М-1. Изучение теории погрешностей и кинематики материальной точки.
2. М-2. Изучение законов и определение характеристик поступательного и вращательного движения на машине Атвуда.
3. М-3. Изучение упругого удара шаров.
4. М-4. Определение скорости пули при помощи крутильного баллистического маятника.
5. М-5. Изучение законов динамики вращательного движения твёрдого тела вокруг неподвижной оси на маятнике Обербека.
6. М-6. Определение моментов инерции твёрдых тел с помощью крутильного маятника.
7. М-7. Изучение физического и математического маятников.
8. М-9. Диск Максвелла.
9. М-18. Измерение моментов инерции твердых тел, проверка теоремы Штейнера.
10. М-19. Определение моментов инерции твердых тел.

Молекулярная физика и термодинамика:

11. Мол-10. Изучение газовых законов, определение показателя адиабаты и политропы.
12. ТМО-3. Определение коэффициента теплопроводности воздуха.
13. Мол-16. Изучение распределения Больцмана.
14. Мол-17. Изучение зависимости коэффициента поверхностного натяжения воды от температуры.
15. Мол-20. Определение коэффициента вязкости жидкости методом Стокса.

Электричество и магнетизм:

16. Э-1. Определение удельного сопротивления проводника.
17. Э-2. Исследование электростатических полей.

- 18.Э-3. Исследование свободных затухающих колебаний в колебательном контуре.
- 19.Э-4. Изучение законов постоянного электрического тока.
- 20.Э-5. Изучение принципа суперпозиции магнитных полей и определение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли.
- 21.Э-7. Определение электроемкости конденсатора с помощью баллистического гальванометра.
- 22.Э-8. Измерение удельного заряда электрона.
- 23.Э-12. Исследование свойств ферромагнетиков.
- 24.Э-13. Изучение релаксационных колебаний в схеме с неоновой лампочкой.
- 25.Э-14. Определение длины электромагнитной волны по методу Лехера.

Оптика:

- 26.О-1. Изучение элементов фотометрии.
- 27.О-2. Определение основных характеристик системы тонких линз.
- 28.О-3. Изучение явлений вращения плоскости поляризации.
- 29.О-4. Исследование дисперсии стеклянной призмы.
- 30.О-5. Определение показателя преломления жидкостей.
- 31.О-6. Изучение явления интерференции света в тонких плёнках на примере колец Ньютона.
- 32.О-7. Изучение явления интерференции света с помощью бипризмы Френеля.
- 33.О-8. Измерение длины волны света методом дифракции на бесконечно узкой щели.
- 34.О-9. Изучение поляризации отраженного от диэлектриков света.
- 35.О-10. Измерение зависимости показателя преломления воздуха от давления шахтовым интерферометром.
- 36.О-11. Изучение сферической и хроматической аберраций линз.
- 37.О-13. Экспериментальное изучение оптических структур с положительным углом отражения.
- 38.О-14. Определение показателя преломления вещества методом Брюстера.
- 39.О-15. Изучение дифракции Френеля на круглом отверстии.
- 40.О-16. Изучение плоской дифракционной решетки.
- 41.О-17. Изучение искусственной оптической анизотропии при механических напряжениях.
- 42.О-18. Изучение явления дифракции света с помощью лазера.
- 43.О-19. Изучение закона Малюса.

Квантовая физика:

- 44.К-1. Изучение явления внешнего фотоэффекта.
- 45.К-2. Изучение линейчатых спектров атомов.
- 46.К-3. Исследование зависимости электропроводности полупроводника от температуры, определение ширины запрещенной зоны кремния.
- 47.К-4. Исследование законов теплового излучения.
- 48.К-5. Проверка соотношения неопределённостей для фотонов.

2. ТРЕБОВАНИЯ К КУРСОВОМУ ПРОЕКТУ (РАБОТЕ)

Выполнение курсового проекта по учебной дисциплине «Физика» не предусмотрено типовой программой.

4. Информационно-методическая часть

4.1. Перечень литературы

Основная

1. Ташлыкова-Бушкевич, И. И. Физика : учеб. пособие в 2 ч. / И. И. Ташлыкова-Бушкевич. – Минск : АСАР, 2014. – Ч. 1. Механика. Молекулярная физика и термодинамика. Электричество и магнетизм. – 288 с.
2. Ташлыкова-Бушкевич, И. И. Физика : учеб. пособие в 2 ч. / И. И. Ташлыкова-Бушкевич. – Минск : АСАР, 2015. – Ч. 2. Оптика. Квантовая физика. Строение и физические свойства вещества. – 240 с.
3. Общая физика : учеб. пособие / под ред. А. А. Воробьева. – М. : Кнорус, 2016. – 800 с.
4. Ветрова, В. Т. Физика: сборник задач : учеб. пособие / В. Т. Ветрова. – Минск : Вышэйшая школа, 2015. – 443 с.

Дополнительная

5. Трофимова, Т. И. [Краткий курс физики : учеб. пособие / Т. И. Трофимова. – М. : Высшая школа, 2006. – 352 с.](#)
6. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учебник в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : ФИЗМАТЛИТ ; Изд-во МФТИ, 2005. – Том I. Механика. – 560 с.
7. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учебник в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : ФИЗМАТЛИТ ; Изд-во МФТИ, 2005. – Том II. Термодинамика и молекулярная физика. – 544 с.
8. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учебник в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : ФИЗМАТЛИТ ; Изд-во МФТИ, 2004. – Том III. Электричество. – 656 с.
9. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учебник в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : ФИЗМАТЛИТ ; Изд-во МФТИ, 2005. – Том IV. Оптика. – 792 с.
10. Сивухин, Д. В. Общий курс физики : учебник в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : ФИЗМАТЛИТ ; Изд-во МФТИ, 2002. – Том V. Атомная и ядерная физика. – 784 с.

4.2. Перечень компьютерных программ, наглядных и других пособий, методических указаний и материалов, технических средств обучения, оборудования для выполнения лабораторных работ

Перечень компьютерных программ

Компьютерные программы, используемые в лабораторном практикуме «Физика», находятся в локальной компьютерной сети университета по адресу: U:\phys\Labor.

Методические указания и материалы

11. Барковская, М. М. Физика I. Методические рекомендации для практических занятий по физике с индивидуальными заданиями / М. М. Барковская, А. А. Гладыщук, О. Ф. Савчук. – Брест : БрГТУ, 2019. – 62 с.
12. Чопчиц, Н. И. Комплексные задачи по физике : учебное издание / Н. И. Чопчиц, И. С. Янусик. – Брест : БрГТУ, 2014. – 107 с.

13. Гладковский, В. И. Определение моментов инерции твердых тел : метод. указания / В. И. Гладковский, Л. А. Величко, Е. А. Максимук. – Брест : БрГТУ, 2017. – 11 с.
14. Хуснутдинова, В. Я. Определение коэффициента поверхностного натяжения жидкостей : метод. указания / В. Я. Хуснутдинова [и др.]. – Брест : БрГТУ, 2016. – 28 с.
15. Гладковский, В. И. Мол-13 "Определение коэффициента вязкости воздуха" : метод. указания / В. И. Гладковский. – Брест : БрГТУ, 2015. – 13 с.
16. Щербаченко, Л. П. Лабораторная работа Э13 «Изучение релакционных колебаний в схеме с неоновой лампой» : метод. указания / Л. П. Щербаченко, Н. П. Тарасюк, З. Р. Молчанова. – Брест : БрГТУ, 2019. – 30 с.
17. Величко, Л. А. Лабораторные работы по курсу физики «Электричество». Постоянный электрический ток. Электростатика : метод. указания / Л. А. Величко, Н. Н. Ворсин, К. М. Маркевич. – Брест : БрГТУ, 2018. – 30 с.
18. Величко, Л. А. Лабораторные работы по курсу физики «Электричество». Магнетизм : метод. указания / Л. А. Величко, Н. Н. Ворсин, К. М. Маркевич. – Брест : БрГТУ, 2018. – 20 с.
19. Величко, Л. А. Волновая оптика: дифракция Френеля и Фраунгофера : метод. указания / Л. А. Величко, С. В. Чугунов, Э. В. Чугунова. – Брест : БрГТУ, 2018. – 31 с.
20. Гладыщук, А. А. Исследование дисперсии стеклянной призмы : метод. указания / А. А. Гладыщук [и др.]. – Брест : БрГТУ, 2017. – 21 с.

Демонстрационные установки, используемые при чтении лекций

1. Зависимость формы траектории от выбора системы отсчёта.
2. Поступательное и вращательное движение твёрдого тела.
3. Демонстрация инерции тела.
4. Демонстрация взаимодействия тел на воздушной подушке.
5. Движение центра инерции.
6. Демонстрация закона сохранения механической энергии с помощью пружинного маятника.
7. Гармонические колебания груза на пружине.
8. Биения.
9. Фигуры Лиссажу.
10. Поведение тел на вращающейся платформе.
11. Поведение тел на ускоренно движущейся тележке.
12. Ламинарное и турбулентное течение.
13. Различные виды термометров.
14. Взаимодействие заряженных тел.
15. Приборы для измерения заряда.
16. Измерение разности потенциалов с помощью электрометра.
17. Распределение зарядов и потенциала на поверхности проводника.
18. Электростатическая индукция.
19. Тепловое действие тока.

20. Зависимость ёмкости конденсатора от геометрических размеров и диэлектрика.
21. Энергия заряженного конденсатора.
22. Действие магнитного поля на проводник с током.
23. Действие магнитного поля на электрический пучок.
24. Действие магнитного поля на виток с током.
25. Опыты Фарадея.
26. Явление самоиндукции.
27. Взаимная индукция.
28. Зависимость индуктивности соленоида от наличия сердечника.
29. Петля гистерезиса.
30. Индуктивность и ёмкость в цепях переменного тока.
31. Стоячие волны на струне.
32. Получение оптических изображений.
33. Интерференция звуковых волн.
34. Получение интерференционной картины с помощью бипризмы Френеля и зеркала Ллойда.
35. Зонная пластинка.
36. Пятно Пуассона.
37. Дифракционная решетка.
38. Действия поляризаторов.
39. Газоразрядный и полупроводниковый лазер.

Оборудование для выполнения лабораторных работ

1. Лабораторная установка «Машина Атвуда».
2. Лабораторная установка для изучения упругого удара шаров.
3. Лабораторная установка для определения скорости пули с помощью баллистического маятника.
4. Лабораторная установка «Прибор Обербека».
5. Лабораторная установка для определения моментов инерции твёрдых тел с помощью крутильного маятника.
6. Лабораторная установка «Математический и оборотный маятники».
7. Лабораторная установка для определения коэффициента вязкости жидкости.
8. Лабораторная установка для определения коэффициента теплопроводности воздуха.
9. Лабораторная установка для определения коэффициента вязкости газа.
10. Лабораторная установка для изучения распределения Больцмана.
11. Лабораторная установка для определения коэффициента поверхностного натяжения.
12. Лабораторная установка для определения удельного сопротивления проводника.
13. Лабораторная установка для изучения затухающих колебаний.
14. Лабораторная установка для изучения законов постоянного тока.

15. Лабораторная установка для определения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли.
16. Лабораторная установка для изучения вынужденных колебаний в колебательном контуре.
17. Лабораторная установка для изучения законов переменного тока.
18. Лабораторная установка для изучения сложения гармонических колебаний с помощью осциллографа.
19. Лабораторная установка для исследования намагничивания ферромагнетиков с помощью осциллографа.
20. Лабораторная установка для определения основных характеристик системы тонких линз.
21. Лабораторная установка для изучения свойств поляризованного света.
22. Лабораторная установка для изучения дисперсии.
23. Лабораторная установка для изучения законов фотометрии.
24. Лабораторная установка для изучения явления интерференции света.
25. Лабораторная установка для изучения дифракции Фраунгофера.
26. Лабораторная установка для изучения законов теплового излучения.
27. Лабораторная установка для изучения внешнего фотоэффекта.
28. Лабораторная установка для изучения спектра излучения атомов.
29. Лабораторная установка для изучения температурной зависимости электропроводности металлов и полупроводников.
30. Лабораторная установка по исследованию электростатических полей.
31. Лабораторная установка по исследованию затухающих колебаний в колебательном контуре.
32. Лабораторная установка для изучения законов постоянного тока.
33. Лабораторная установка для изучения принципа суперпозиции магнитных полей и определение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли.
34. Лабораторная установка для изучения релаксационных колебаний в схеме с неоновой лампой.
35. Лабораторная установка для определения емкости конденсатора с помощью гальванометра.
36. Лабораторная установка для изучения законов переменного тока.
37. Лабораторная установка для определения удельного заряда электрона методом магнетрона.
38. Лабораторная установка для определения длины электромагнитной волны по методу Лехера.

Перечень типовых расчетов

1. Кинематика, динамика и законы сохранения.
2. Механические колебания.
3. Молекулярная физика и термодинамика.
4. Электростатика. Постоянный электрический ток.
5. Магнитное поле постоянных токов. Электромагнитная индукция.
6. Самоиндукция. Индуктивность.

7. Геометрическая оптика. Тонкие линзы. Интерференция света.
8. Дифракция Френеля и Фраунгофера.
9. Поляризация света. Тепловое излучение. Квантовые свойства света.

Перечень контрольных работ, их содержание

Основная цель контрольной работы состоит в проверке усвоения студентами заочной и дистанционной форм обучения теоретического материала курса.

№	Наименование контрольной работы	Содержание
1	Механика	Кинематика. Динамика. Законы сохранения в механике. Механика твердого тела. Неинерциальные системы отсчета. Колебательные и волновые процессы. Специальная теория относительности.
2	Молекулярная физика и термодинамика	Основы молекулярной физики и термодинамики.
3	Электростатика. Постоянный электрический ток	Электростатическое поле в вакууме и диэлектриках. Постоянный электрический ток.
4	Электромагнетизм	Магнитное поле в вакууме и веществе. Явление электромагнитной индукции. Электромагнитные колебания. Уравнения Максвелла. Электромагнитные волны.
5	Волновая и квантовая оптика	Геометрическая и волновая оптика. Квантовая природа электромагнитного излучения. Волновые свойства микрочастиц.

4.3. Перечень средств диагностики результатов учебной деятельности

Для промежуточного контроля по учебной дисциплине «Физика» и диагностики академических и социально-личностных компетенций (знаний и умений) студентов используются следующие диагностические формы:

1. собеседование;
2. коллоквиумы;
3. контрольные работы;
4. письменные отчеты по лабораторным работам;
5. отчеты по лабораторным работам с их устной защитой;
6. тесты;
7. письменные отчёты по аудиторным (домашним) практическим упражнениям;
8. отчеты по аудиторным (домашним) практическим упражнениям с их устной защитой;
9. оценивание на основе модульно-рейтинговой системы;

10. проведение текущих опросов по отдельным разделам (темам) учебной дисциплины;
11. выступление студента по разработанной им теме.

В качестве формы промежуточной аттестации по учебной дисциплине «Физика» предусмотрен экзамен или зачет.

Оценка учебных достижений студента производится по десятибалльной шкале.

4.4. Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы обучающихся по учебной дисциплине

При изучении учебной дисциплины «Физика» используются следующие формы самостоятельной работы:

- управляемая самостоятельная работа, предусматривающая самостоятельное выполнение студентом учебного или исследовательского задания;
- собственно самостоятельная работа, организуемая студентом вне аудитории (подготовка к экзамену).

Время, отведенное на самостоятельную работу, может использоваться студентами на:

- проработку тем (вопросов), вынесенных на самостоятельное изучение;
- решение проблемно-ситуационных задач;
- выполнение исследовательских и творческих заданий;
- подготовку сообщений, тематических докладов, рефератов, презентаций;
- выполнение практических заданий;
- конспектирование учебной литературы;
- подготовку отчетов; составление обзора научной литературы по заданной теме;
- подготовку докладов и презентаций.

Контроль за самостоятельной работой студентов осуществляется преподавателем как во время аудиторных занятий, так и на основе использования дистанционных образовательных технологий в виде тестов, обсуждения и защиты типовых расчетов, экспресс-опросов и других мероприятий.

№ п/п	Название темы
1	Основные физические величины понятия, используемые в кинематике. Векторные величины и операции с векторами. Основная задача кинематики. Рекомендуемая литература: [1], [3], [6]
2	Понятие об измерении. Прямые косвенные измерения. Погрешности измерений и причины их возникновения. Рекомендуемая литература:
3	Преобразования кинематических величин при переходе из одной системы отсчета в другую. Рекомендуемая литература: [1], [3], [6]

4	Основная задача динамики. Основные величины и понятия, используемые в динамике. Законы Ньютона. Рекомендуемая литература: [1], [3], [6]
5	Принцип относительности Галилея. Преобразования Галилея. Инвариантность уравнения движения относительно преобразований Галилея. Принцип эквивалентности. Границы применимости Ньютоновской механики. Рекомендуемая литература: [1], [3], [6]
6	Реактивное движение. Уравнение Мещерского и формула Циолковского. Рекомендуемая литература: [1], [3], [6]
7	Гироскоп. Гироскопический эффект. Прецессия гироскопа. Рекомендуемая литература: [1], [3], [6]
8	Эффект Доплера для звуковых волн. Рекомендуемая литература: [1], [3], [6]
9	Идеальный газ. Уравнение состояния идеального газа. Первый закон термодинамики. Внутренняя энергия идеального газа. Рекомендуемая литература: [1], [3], [7]
10	Термодинамический цикл. КПД цикла (тепловой машины и холодильной установки). Цикл Карно. КПД цикла Карно (идеальной тепловой машины). Рекомендуемая литература: [1], [3], [7]
11	Адиабатический процесс. Уравнение Пуассона. Рекомендуемая литература: [1], [3], [7]
12	Второй закон термодинамики. Обратимые и необратимые процессы. Неравенство Клаузиуса. Энтропия системы. Закон возрастания энтропии. Рекомендуемая литература: [1], [3], [7]
13	Реальные газы. Силы и потенциальная энергия межмолекулярного взаимодействия. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Фазовые переходы I и II рода. Критическая точка. Рекомендуемая литература: [1], [3], [7]
14	Условия на границе двух диэлектриков. Рекомендуемая литература: [1], [3], [8]
15	Кривая намагничивания. Гистерезис. Остаточная намагниченность. Диамагнетики, парамагнетики, ферромагнетики. Рекомендуемая литература: [1], [3], [8]
16	Опыты Фарадея. Рекомендуемая литература: [1], [3], [8]
17	Волновые уравнения для электромагнитной волны. Основные свойства плоской электромагнитной волны. Опыты Герца. Опыт Лебедева. Рекомендуемая литература: [1], [3], [8]

18	Способы наблюдения интерференции света. Интерференция при отражении от тонких пластинок. Кольца Ньютона. Просветление оптики. Интерферометры. Рекомендуемая литература:
19	Дифракция рентгеновских лучей. Формула Брэгга-Вульфа. Рентгеноструктурный анализ. Понятие о голографии. Рекомендуемая литература: [2], [3], [9]
20	Степень поляризации. Прохождение света через анизотропную среду (кристаллы). Обыкновенный и необыкновенный лучи (волны). Оптическая ось и главная плоскость кристалла. Дихроизм. Поляризаторы и анализаторы. Рекомендуемая литература: [2], [3], [9]
21	Дисперсия света. Групповая скорость. Элементарная теория дисперсии. Поглощение света. Коэффициент поглощения. Закон Бугера. Рассеяние света. Рекомендуемая литература: [2], [3], [9]
22	Модельные представления электромагнитного излучения при его взаимодействии с веществом. Рекомендуемая литература: [2], [3], [9]
23	Гипотеза де Бройля. Дифракция электронов. Опыты Дэвиссона – Джермера. Соотношение неопределенностей Гейзенберга. Рекомендуемая литература:
24	Прохождение частицы через одномерный потенциальный барьер. Туннельный эффект. Рекомендуемая литература: [2], [3], [10-11]
25	Спин. Оператор Гамильтона системы макрочастиц. Тожественные частицы. Симметричные и антисимметричные состояния. Фермионы и бозоны. Принцип Паули. Фазовое пространство. Квантовые статистики Ферми – Дирака и Бозе-Эйнштейна. Сверхпроводимость. Эффект Джозефсона. Высокотемпературная сверхпроводимость. Сверхтекучесть. Рекомендуемая литература: [2], [3], [10-11]
26	Эффект Зеемана. Распределение электронов в атоме по энергетическим уровням. Периодическая система элементов. Рекомендуемая литература: [2], [3], [10-11]
27	Металлы, полупроводники, диэлектрики. Электропроводность металлов и полупроводников. Контактные явления. Электроны проводимости и дырки. Собственная и примесная проводимость полупроводников. Типы полупроводников. Физика p-n-перехода. Полупроводниковые диоды и транзисторы. Рекомендуемая литература: [2], [3], [10-11]

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ
К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ № УД-23-1-164/уч. (утв 23.06.2023)
по ФИЗИКЕ
для специальностей:

6-05-0732-02	Экспертиза и управление недвижимостью
7-07-0732-01	Строительство зданий и сооружений (профилизация – Автомобильные дороги, Автомобильные дороги и объекты транспортной инфраструктуры)
7-07-0732-01	Строительство зданий и сооружений (профилизация – Промышленное и гражданское строительство, Строительство и гражданская инженерия, Цифровое моделирование и проектирование)
7-07-0732-01	Строительство зданий и сооружений (профилизация – Производство строительных изделий и конструкций, Эффективные строительные технологии)

на 2024/2025 учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание
1.	На титульном листе изменить название специальностей: - “Строительство зданий и сооружений (профилизация: Автомобильные дороги)” на “Строительство зданий и сооружений (профилизация – Автомобильные дороги, Автомобильные дороги и объекты транспортной инфраструктуры)” - “Строительство зданий и сооружений (профилизация: Промышленное и гражданское строительство)” на “Строительство зданий и сооружений (профилизация – Промышленное и гражданское строительство, Строительство и гражданская инженерия, Цифровое моделирование и проектирование)” - “Строительство зданий и сооружений (профилизация: Производство строительных изделий и конструкций)” на “Строительство зданий и сооружений (профилизация – Производство строительных изделий и конструкций, Эффективные строительные технологии)” - “Учебная программа составлена на основе образовательных стандартов ОСВО 1–70 01 01–2019, ОСВО 1–70 02 01–2022, ОСВО 1–70 02 02–2019, ОСВО 1– 70 03 01–202” на “Учебная	Уточнение профилизации

	программа составлена на основе образовательных стандартов ОСВО 7-07-0732-01-2023, ОСВО 6-05-0732-02-2023”	
2.	В разделе «Пояснительная записка» изменить: - Название специальностей: Строительство зданий и сооружений (профилизация: Автомобильные дороги)” на “Строительство зданий и сооружений (профилизация – Автомобильные дороги, Автомобильные дороги и объекты транспортной инфраструктуры)”; “Строительство зданий и сооружений (профилизация: Промышленное и гражданское строительство)” на “Строительство зданий и сооружений (профилизация – Промышленное и гражданское строительство, Строительство и гражданская инженерия, Цифровое моделирование и проектирование)”; “Строительство зданий и сооружений (профилизация: Производство строительных изделий и конструкций)” на “Строительство зданий и сооружений (профилизация – Производство строительных изделий и конструкций, Эффективные строительные технологии)” - Базовые профессиональные компетенции (БПК): “Использовать основные понятия, законы и методы математики, химии и физики для обработки данных и выполнения инженерно-экономических расчетов” на “Применять знания естественнонаучных учебных дисциплин для решения прикладных инженерно-строительных задач”	Уточнение профилизации
3.	В разделе «План учебной дисциплины для дневной формы получения высшего образования» изменить: Для специальности “Экспертиза и управление недвижимостью” количество общих часов - Название специальностей: Строительство зданий и сооружений (профилизация: Автомобильные дороги)” на “Строительство зданий и сооружений (профилизация – Автомобильные дороги, Автомобильные дороги и объекты транспортной инфраструктуры)”; “Строительство зданий и сооружений (профилизация: Промышленное и гражданское строительство)” на “Строительство	Изменение учебных планов Уточнение профилизации

	зданий и сооружений (профилизация – Промышленное и гражданское строительство, Строительство и гражданская инженерия, Цифровое моделирование и проектирование)”; “Строительство зданий и сооружений (профилизация: Производство строительных изделий и конструкций)” на “Строительство зданий и сооружений (профилизация – Производство строительных изделий и конструкций, Эффективные строительные технологии)”	

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры физики (протокол № 12 от 14.06.2024)

Заведующий кафедрой,
к. ф.-м. н, доцент

Т.Л.Кушнер

УТВЕРЖДАЮ
Декан строительного факультета
к. т. н., доцент

И.П.Павлова

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ
К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ № УД-23-1-164/уч. (утв 23.06.2023)
по ФИЗИКЕ
для специальностей:

6-05-0732-02	Экспертиза и управление недвижимостью
7-07-0732-01	Строительство зданий и сооружений (профилизация – Автомобильные дороги, Автомобильные дороги и объекты транспортной инфраструктуры)
7-07-0732-01	Строительство зданий и сооружений (профилизация – Промышленное и гражданское строительство, Строительство и гражданская инженерия, Цифровое моделирование и проектирование)
7-07-0732-01	Строительство зданий и сооружений (профилизация – Производство строительных изделий и конструкций, Эффективные строительные технологии)

на 2024/2025 учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание
1.	Дополнить раздел 4.1. Перечень литературы Основная Демидчик, А. В. Электричество и магнетизм. Задачи : учебное пособие / А. В. Демидчик. – Минск : ИВЦ Минфина, 2020. – 241 с. Дополнительная Кужир, П. Г. Электричество и магнетизм. Сборник задач: учебное пособие / П. Г. Кужир, Н. П. Юркевич, Г. К. Савчук. – Минск : ИВЦ Минфина, 2019. – 262 с. Оптика. Решение задач : учебное пособие / Л. И. Буров [и др.] ; под общ. ред. Л. И. Букова. – Минск :Вышэйшая школа, 2018. – 334 с.	Поступление литературы в библиотеку БрГТУ
2.	Изменить в разделе 4.3. - «Для промежуточного контроля по учебной дисциплине «Физика» и диагностики академических и социально-личностных компетенций (знаний и умений) студентов используются следующие диагностические формы:» на «Для текущего контроля по учебной дисциплине «Физика» и диагностики академических и социально-личностных компетенций (знаний и умений) студентов используются следующие диагностические формы:» - «В качестве формы текущей аттестации по учебной дисциплине «Физика» предусмотрен экзамен или	Положение № 5/1 от 08.02.2024 «О текущей аттестации студентов БрГТУ»

	зачет.» на «В качестве формы промежуточной аттестации по учебной дисциплине «Физика» предусмотрен экзамен или зачет.»	
3.	Дополнить раздел 4.3. Перечень средств диагностики результатов учебной деятельности. Текущую аттестацию студентов проводить в форме рейтингового контроля знаний. Мероприятиями по контролю знаний студентов во 2 семестре считать: выполненные и защищенные лабораторные работы; экспресс-опрос на аудиторных (лекционных) занятиях; типовые расчеты на темы: «Постоянный электрический ток», «Магнитное поле постоянных токов. Электромагнитная индукция.»; контрольная работа на тему «Электромагнетизм».	Положение № 5/1 от 08.02.2024 «О текущей аттестации студентов БрГТУ»
4.	В таблице “План учебной дисциплины для дневной формы получения высшего образования” изменить “Форма текущей аттестации” на “Форма промежуточной аттестации”	Положение № 5/1 от 08.02.2024 «О текущей аттестации студентов БрГТУ»
5.	В таблице “План учебной дисциплины для заочной формы получения высшего образования” изменить “Форма текущей аттестации” на “Форма промежуточной аттестации”	Положение № 5/1 от 08.02.2024 «О текущей аттестации студентов БрГТУ»
6.	В таблице “План учебной дисциплины для заочной формы получения высшего образования, интегрированного со средним специальным образованием” изменить “Форма текущей аттестации” на “Форма промежуточной аттестации”	Положение № 5/1 от 08.02.2024 «О текущей аттестации студентов БрГТУ»

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры физики (протокол № 12 от 14.06.2024).

Заведующий кафедрой физики
к. ф.-м. н, доцент

Т.Л.Кушнер

УТВЕРЖДАЮ
Декан строительного факультета
к. т. н., доцент

И.П.Павлова