

МЕТОД МИНИМИЗАЦИИ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Костюк А. Ю., Ракетский В. М.

(БрГТУ. Брест)

Введение. Методы минимизации функций одной переменной занимают важное место в теории и практике численных методов оптимизации. Наиболее популярными из них являются прямые методы (или нулевого порядка), не требующие вычисления производных.

Идея метода. Если функция $f(x)$ унимодальна на отрезке $[a, b]$, то, зная внутри этого отрезка две точки x_1, x_2 и значения функции в них, можно уменьшить отрезок локализации экстремума, отбросив его часть, заведомо не содержащую точку минимума: $[a, x_1]$, если $f(x_1) < f(x_2)$, или $[x_2, b]$, если $f(x_1) > f(x_2)$. Этот принцип так или иначе используется во всех методах минимизации унимодальных функций. Однако кроме значений функции в точках x_1, x_2 обычно известны и значения функции на концах отрезка a, b . С помощью информации о четырех точках можно получить новую информацию. Для этого соединим (см. рисунок 1) точки $(a, f(a)), (x_1, f(x_1))$ и $(x_1, f(x_1)), (b, f(b))$ прямыми.

Левая прямая есть линейная аппроксимация левой ветви функции, правая – правой, а абсцисса точки пересечения прямых – приближение к точке минимума. Если ситуация сложится именно так, как показано на рисунке, то после нахождения пятой точки можно от отрезка $[a, b]$ сразу перейти к отрезку $[x_1, x_2]$. Кроме этого можно контролировать процесс минимизации по двум последовательно найденным приближениям: если x^{*1} и x^{*2} – два последовательно найденных приближения к точке минимума, то x^{*2} принимаем в качестве точки экстремума, если $|x^{*1} - x^{*2}| \leq \varepsilon$, где ε – заданная точность отыскания экстремума.

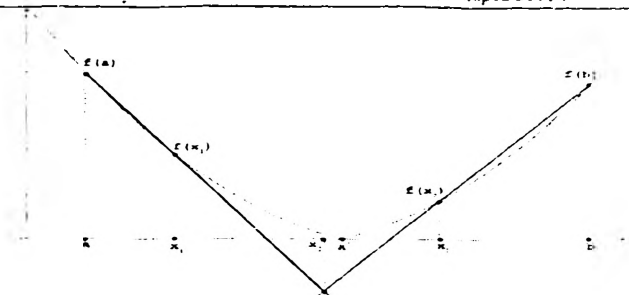


Рисунок 1. Графическая интерпретация метода ссужения

Никаких предположений о поведении функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$, кроме унимодальности, не высказывалось. Поэтому этот метод приемлем для поиска минимума любых унимодальных функций.

Реализация метода. Разработан алгоритм метода, который программно реализован в системе программирования Delphi 7. проведено численное сравнение с другими известными методами.