

Источник: Малиновский, В.Н. Особенности расчета и конструирования приопорных зон преднапряженных железобетонных балок с пологим отгибом продольной рабочей арматуры / В.Н. Малиновский, П.В. Кривицкий // Проблемы современного бетона и железобетона : сб. науч. тр. / Ин-т БелНИИС; редкол.: О. Н. Лешкевич [и др.]. – Минск, 2015. – Вып. 7. – С. 78-89.



Малиновский Василий Николаевич, канд. техн. наук, доцент,
профессор кафедры, Брестский государственный
технический университет, г. Брест (Беларусь)

Кривицкий Павел Васильевич, аспирант, Брестский
государственный технический университет, г. Брест
(Беларусь)

Vasiliy Malinovskiy, PhD in Engineering Science, associate professor,
professor of the department, Brest state technical university,
Brest (Belarus)

Pavel Krivitskiy, postgraduate student, Brest state technical university,
Brest (Belarus)

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА И КОНСТРУИРОВАНИЯ ПРИОПОРНЫХ ЗОН ПРЕДНАПРЯЖЕННЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК С ПОЛОГИМ ОТГИБОМ ПРОДОЛЬНОЙ РАБОЧЕЙ АРМАТУРЫ

FEATURE OF CALCULATION AND DESIGN NEAR SUPPORT REGIONS OF PRESTRESSED CONCRETE BEAMS WITH FLAT BENT-UP OF LONGITUDINAL REINFORCEMENT

АННОТАЦИЯ

В статье представлена разработанная модель расчета прочности наклонных сечений предварительно напряженных балочных элементов с пологим отгибом части продольной арматуры, основанная на положениях и допущениях модифицированной теории полей сжатия и общего деформационного метода. Главной особенностью усовершенствованной модели сопротивления наклонных сечений является учет направления и величины главных напряжений от действия усилия обжатия бетона отогнутой напрягаемой арматурой, действительного угла поворота главных площадок от действия внешних сил и угла наклона сжатого подкоса при совместном действии всех внутренних усилий для предварительно напряженных балочных элементов в условиях плоского напряженного деформированного состояния. Данный факт заключается в том, что в исходном состоянии, до приложения внешней нагрузки, векторы главных деформаций сжатия в балках с преднапряженной арматурой наклонены к точке приложения усилий обжатия бетона отогнутой арматурой, и при воздействии внешних усилий происходит поворот главных деформаций в

противоположном направлении. В результате на стадии перед разрушением угол наклона главных деформаций к продольной оси принимает меньшее значение, чем при прямолинейном расположении напрягаемой арматуры.

Приведены конструктивные мероприятия, при выполнении которых повышается сопротивляемость наклонных сечений действию изгибающих моментов и поперечных сил предварительно напряженных железобетонных балочных элементов с отгибом части продольной арматуры. Показаны результаты статистического анализа предлагаемой модели в сравнении с расчетной моделью наклонных сечений (метод предельных усилий) и эмпирической на основе модифицированной модели ферменной аналогии.

ABSTRACT

The developed model of calculation of shear resistance of prestressed concrete beam-type elements with flat bent-up longitudinal reinforcement, based on the rules and assumptions of the modified compression field theory and general shear design method, is presented in the article. The main feature of the advanced model of shear resistance is the account of a direction and magnitude of principal stresses from the effect of prestress force by the bent-up reinforcement, the valid angle of rotation of the principal cross-sections from the effect of external forces and an inclined compression strut at a joint action of all internal forces for prestressed concrete beam-type elements in biaxial stress. It consists in the fact that at the initial state, before the application of external loading the principal compressive strains in prestressed concrete beams are inclined to the point of the application of prestress force by the bent-up reinforcement, and under the effect of external force there is rotation of the principal strains in the opposite direction. As a result at the stage before failure the angle of inclination of the principal compressive strains to a longitudinal axis is flatter than at a straight arrangement of prestressed reinforcement.

Constructive provisions that provide shear resistance of prestressed concrete beam-type elements with flat bend of a part of longitudinal strands to effect of bending moments and shear forces are introduced. The results of the statistical analysis of the offered model in comparison with the design model of inclined cross-sections (a method of limiting force) and the empirical one based on the truss model.

Ключевые слова: модель, железобетонные конструкции, напряжения, срез, арматура, деформации, расчетные сечения

Keywords: model, reinforced concrete constructions, stresses, shear, reinforcement, strains, critical sections

ВВЕДЕНИЕ

Эффективность железобетонных конструкций достигается не только улучшением физико-механических свойств материалов, но и внедрением новых конструктивных и технологических решений, направленных на повышение пригодности конструкций к нормальной эксплуатации и сопротивления их внешнему воздействию.

Традиционно для повышения трещиностойкости железобетонных балочных конструкций используется предварительно напряженное прямолинейное продольное армирование, существенно сказывающееся на трещиностойкости нормальных сечений. Перевод (отгиб) части продольной предварительно напряженной арматуры из нижней зоны сечения в пролете в верхнюю на опорах способствует значительному повышению трещиностойкости наклонных сечений и снижению материалоемкости конструкции за счет поперечного ортогонального армирования. В этой связи важным является вопрос влияния полого отогнутого преднапряженного армирования на сопротивление балочных конструкций срезу.

В отечественных нормах по проектированию железобетонных конструкций [9] и в подавляющем большинстве международных норм [1-3] отгибы отнесены к одному из видов поперечного армирования и в расчетных методах учитываются лишь как составляющие проекционных сил, сопротивляющихся срезу. При этом несущая способность наклонных сечений определяется на основании общеизвестных методов, которые можно разделить на три направления: модель стержневой (ферменной) аналогии, расчетная модель наклонных сечений (метод предельных усилий), деформационная модель.

Применимость модели ферменной аналогии ограничивается углом наклона отогнутой арматуры $\alpha=23^\circ\div45^\circ$, что не соответствует реальным балочным конструкциям, в которых при применяемых соотношениях высоты к длине $1/8\div1/20$ угол отгиба может составлять $12^\circ\div20^\circ$, а при отсутствии поперечного армирования стержневая модель оценки несущей способности наклонных сечений неприменима в целом. В методе предельных усилий в расчетных наклонных сечениях прочность по поперечной силе обеспечивается сопротивлением бетона как сплошного тела до появления трещин при отсутствии поперечной арматуры, и разрушение по наклонным сечениям происходит одновременно с образованием наклонной трещины. Однако наличие полого отгиба по всему пролету среза, как показывают результаты экспериментальных исследований [10, 12], отодвигает момент разрушения балки после образования магистральных наклонных трещин. Кроме этого, в методе предельных усилий, основанном на использовании эмпирической

оценки усилий, воспринимаемых бетоном, и в модели ферменной аналогии уравнения равновесий внутренних и внешних усилий рассматриваются отдельно, и не учитывается их совместное воздействие.

В этой связи в основу расчета сопротивления наклонных сечений предварительно напряженных железобетонных балочных элементов с пологом отгибом части продольной арматуры авторами предлагаются *модифицированная теория полей сжатия (MCFT) [7] и общий деформационный метод [9]*, более полно учитывающие напряженно-деформированное состояние в диагональной трещине и являющиеся заключительным направлением исследований в так называемой деформационной модели расчета прочности сечений при совместном действии всех внутренних и внешних усилий.

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ПРОЧНОСТИ НАКЛОННЫХ СЕЧЕНИЙ

В общем случае сопротивление наклонных сечений предварительно напряженных балочных элементов с отгибом арматуры может быть записано как

$$V_{Rd} = V_{cd} + V_{sw} + V_p = \sigma_1 \cdot b_w \cdot z \cdot \cot \theta + \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot z}{s} + V_p \geq V_{Sd}, \quad (1)$$

где σ_1 – среднее значение главных растягивающих напряжений в бетоне, определяемое по трансформированной диаграмме деформирования в зависимости от величины главных растягивающих относительных деформаций;

z – плечо внутренней пары сил, определяемое как расстояние между равнодействующими в сжатой зоне бетона и растянутой прямолинейной продольной арматуре; в случае наличия продольной арматуры в сжатом бетоне $z = d_z$;

θ – угол наклона диагональной полосы в расчетном сечении (угол наклона диагональной трещины);

V_p – вертикальная составляющая поперечной силы, воспринимаемая отогнутой под углом α арматурой;

V_{Sd} – поперечная сила, вызванная действием внешней нагрузки.

Вертикальная составляющая отгиба продольной преднапряженной арматуры определяется по зависимости

$$V_p = \sigma_{pd,inc} \cdot A_{p,inc} \cdot \sin \alpha, \quad (2)$$

где $\sigma_{pd,inc} = l_x / l_{bpd} \cdot f_{pd,inc}$ – для расчетных сечений в пределах длины зоны анкеровки l_{bpd} (l_x – расстояние от опоры до рассматриваемого сечения);

$\sigma_{pd,inc} = f_{pd,inc}$ для сечений за пределами зоны анкеровки l_{bpd} .

После образования наклонных трещин на участке между трещинами растягивающие напряжения от арматуры передаются бетону посредством сцепления, и наблюдается эффект ужесточения работы бетона за счет наличия арматуры. В этой связи растягивающие напряжения в бетоне определяются по зависимости

$$\frac{ctm}{+\sqrt{\cdot}} \quad (3)$$

Предлагается принимать для элементов высотой $h=30\div 100$ см или для элементов с шагом поперечного армирования $s=100\div 150$ мм $K_t = 200$ и для элементов высотой $h\geq 100$ см или для элементов с минимальным коэффициентом поперечного армирования — $K_t = 500$.

В рамках данной модели рассматривается равновесие двух сечений, проходящих по полосе между трещинами и вдоль наклонной трещины. При этом в сечении, проходящем через диагональную трещину, равновесие усилий будет определяться касательными напряжениями ν_{ci} , вызываемыми зацеплением по берегам трещины, величину которых предлагается определять по результатам экспериментальных исследований *J. C. Walraven* [8]. Учитывая то, что в реальных конструкциях при действии значительных нагрузок средние напряжения в поперечной арматуре достигают предела текучести, уравнения равновесия в сечениях эквивалентны при выполнении условия

$$\sigma_1 \leq \nu_{ci} \cdot \tan \theta = 0,18 \sqrt{f_{cm}} / (0,3 + \frac{24w}{a+16}) \cdot \tan \theta, \quad (4)$$

где $w = \varepsilon_f \cdot S_{m\theta}$ — ширина раскрытия трещин.

Средний шаг диагональных трещин $S_{m\theta}$ для элементов без поперечного армирования предлагается определять по зависимости *K.H. Reineck* [6]

$$S_{m\theta} = 0,7 (d - x), \quad (5)$$

где x — высота сжатой зоны.

Для элементов с поперечным армированием средний шаг трещин $S_{m\theta}$ вычисляется по выражению

$$S_{m\theta} = 1,5 S_{min}, \quad (6)$$

где S_{min} — минимальный расчетный шаг наклонных трещин, определяемый особенностями сцепления и видом армирования [4].

Главные сжимающие напряжения в бетоне определяются как функция от главных сжимающих деформаций с учетом наличия растягивающих деформаций, оцениваемых коэффициентом разупрочнения β . Для описания работы бетона с трещинами в направлении сжимаю-

ших напряжений используется базовая диаграмма деформирования *E. Hognestad* для одноосного сжатия.

Уравнения равновесия усилий, как и уравнения совместности деформаций, могут быть получены с помощью геометрических преобразований, исходя из теории прочности Мора. Уменьшение сопротивления бетонной полосы при сжатии после образования трещин объясняется влиянием главных растягивающих деформаций, величина которых, используя первый инвариант, обеспечивающий взаимосвязь между деформациями, определяется выражением

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x + \varepsilon_y - \varepsilon_2 = \varepsilon_x + (\varepsilon_x - \varepsilon_2) \cot^2 \theta \quad (7)$$

Влияние преднапряженной отгибаемой арматуры на сопротивление бетона действию поперечных сил оценивается видоизмененными зависимостями главных сжимающих ε_2 и средних на уровне центра тяжести сечения продольных ε_x деформаций, учитывающих отклонение векторов главных деформаций от усилия предварительного обжатия (угол β) и поворот главных площадок от действия внешних усилий (угол $\theta + \beta$)

$$\varepsilon_2 = -0,002 \cdot \left(1 - \sqrt{\left(1 - \frac{\tau}{f_{cm}} (\cot(\theta + \beta) + \tan(\theta + \beta)) \cdot (0,8 + 170\varepsilon_1)\right)}\right) \quad (8)$$

$$\varepsilon_x = \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_c}{2}, \quad (9)$$

где ε_c — относительные деформации бетона на уровне центра тяжести сжатой арматуры (равнодействующей усилий сжатой зоны);

ε_t — относительные деформации бетона на уровне центра тяжести растянутой арматуры.

Относительные деформации бетона сжатой зоны и продольной растянутой арматуры определяются по выражению

$$\varepsilon_{t,c} = \frac{M / d_z \pm 0,5(V_{Sd} - P_{mt,inc} \cdot \sin \alpha) \cdot \cot \theta \pm P_{mt,inc} \cdot \cos \alpha \pm P_{mt,l}}{E_p \cdot (A_{pl} + A_{p,inc}) + [E_{cm} \cdot A_c]}, \quad (10)$$

где $P_{mt,l}$ — среднее значение усилий предварительного обжатия бетона прямолинейной арматурой с учетом всех потерь;

$P_{mt,inc}$ — то же — отогнутой арматурой.

Для определения угла наклона диагональной трещины θ используются таблицы 1 или 2. Величина угла θ получается как разность угла поворота главных площадок, определяемых при помощи таблиц 1,2 и угла наклона сжимающих деформаций от усилия предварительного обжатия отогнутой арматуры.

При определении сопротивления балочных элементов с отогнутой арматурой действию изгибающего момента и поперечной силы рассматривается как минимум три расчетных сечения (рис. 1): первое – на расстоянии рабочей высоты сечения d от опоры, последующие – через $2,5d$. Последнее расчетное сечение должно находиться на расстоянии не ближе рабочей высоты d до места перегиба арматуры. В сечении 3-3 проверяется прочность по нормальным и наклонным сечениям, в сечении 2-2 – по наклонным. В сечении 1-1 для элементов с поперечным армированием проверяется условие прочности по сжатой бетонной полосе, а для элементов без поперечного армирования предлагается рассматривать сопротивление бетона растяжению при срезе как сплошного тела с формированием наклонной трещины под углом 45° .

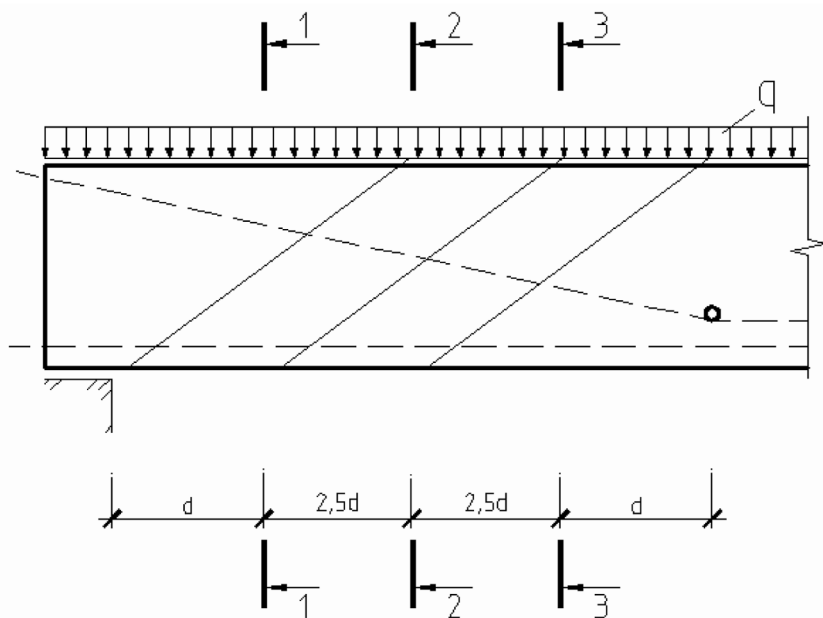


Рисунок 1. Схема расположения расчетных сечений

Таблица 1

Значения угла ($\theta+\beta$) для элементов с поперечным армированием

τf_{cm}		Продольные относительные деформации $\epsilon_x \times 10^{-3}$											
		$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	
		-0.20	-0.10	-0.05	0.00	0.125	0.25	0.50	0.75	1.00	1.50	2.00	
≤ 0.075	$\theta + \beta$	22.3	20.4	21.0	21.8	24.3	26.6	30.5	33.7	36.4	40.8	43.9	
≤ 0.100	$\theta + \beta$	18.1	20.4	21.4	22.5	24.9	27.1	30.8	34.0	36.7	40.8	43.1	
≤ 0.125	$\theta + \beta$	19.9	21.9	22.8	23.7	25.9	27.9	31.4	34.4	37.0	41.0	43.2	
≤ 0.150	$\theta + \beta$	21.6	23.3	24.2	25.0	26.9	28.8	32.1	34.9	37.3	40.5	42.8	
≤ 0.175	$\theta + \beta$	23.2	24.7	25.5	26.2	28.0	29.7	32.7	35.2	36.8	39.7	42.2	
≤ 0.200	$\theta + \beta$	24.7	26.1	26.7	27.4	29.0	30.6	32.8	34.5	36.1	39.2	41.7	
≤ 0.200	$\theta + \beta$	26.1	27.3	27.9	28.5	30.0	30.8	32.3	34.0	35.7	38.8	41.4	
≤ 0.250	$\theta + \beta$	27.5	28.6	29.1	29.7	30.6	31.3	32.8	34.3	35.8	38.6	41.2	

Таблица 2

Значения угла ($\theta+\beta$) для элементов с поперечным армированием меньше минимального

S_{xe}^* , мм	Продольные относительные деформации $\epsilon_x \times 10^{-3}$											
	$\leq$ -0.20	$\leq$ -0.10	$\leq$ -0.05	$\leq$ 0.0	$\leq$ 0.125	$\leq$ 0.25	$\leq$ 0.50	$\leq$ 0.75	$\leq$ 1.00	$\leq$ 1.50	$\leq$ 2.00	
≤ 125	$\theta + \beta$	25.4	25.5	25.9	26.4	27.7	28.9	30.9	32.4	33.7	35.6	37.2
≤ 250	$\theta + \beta$	27.6	27.6	28.3	29.3	31.6	33.5	36.3	38.4	40.1	42.7	44.7
≤ 375	$\theta + \beta$	29.5	29.5	29.7	31.1	34.1	36.5	39.9	42.4	44.4	47.4	49.7
≤ 500	$\theta + \beta$	31.2	31.2	31.2	32.3	36.0	38.8	42.7	45.5	47.6	50.9	53.4
≤ 750	$\theta + \beta$	34.1	34.1	34.1	34.2	38.9	42.3	46.9	50.1	52.6	56.2	59.0
≤ 1000	$\theta + \beta$	36.6	36.6	36.6	36.6	41.1	45.0	50.2	53.7	56.3	60.2	63.0
≤ 1500	$\theta + \beta$	40.8	40.8	40.8	40.8	44.5	49.2	55.1	58.9	61.8	65.8	68.6
≤ 2000	$\theta + \beta$	44.3	44.3	44.3	44.3	47.1	52.3	58.7	62.8	65.7	69.7	72.4

* Примечание — $S_{xe} = 35S_x / (16 + a)$, S_x — шаг нормальных трещин, мм;
 a — максимальный размер фракции крупного заполнителя, мм.

* Примечание — $S_{xe} = 35S_x / (16+a)$, S_x — шаг нормальных трещин, мм; a — максимальный размер фракции крупного заполнителя, мм.

ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ ПО КОНСТРУИРОВАНИЮ

Пологий отгиб (угол наклона отогнутой арматуры $\alpha=8\div 20^\circ$ к продольной оси элемента) может применяться в сборных и монолитных конструкциях балочного и плитного типа. Чаще всего данное конструктивное решение осуществляется переводом части продольной арматуры из нижней зоны, где она не требуется по условию прочности нормальных сечений, в верхнюю зону для обеспечения трещиностойкости и прочности сечений, наклонных к продольной оси элемента.

Отличительные особенности в конструировании преднапряженных балочных элементов с полого отогнутой арматурой сформулированы на основании анализа результатов выполненных экспериментальных исследований предварительно напряженных железобетонных балок с пологим отгибом продольной канатной арматуры при разной прочности бетона и различных величинах усилия обжатия и угла наклона отогнутой арматуры. По результатам испытаний и выявленных особенностей в анкеровке арматуры были сформулированы следующие требования:

1. Количество отгибаемой арматуры из условия прочности и деформативности рекомендуется принимать в пределах $30\div 50\%$ от общего количества арматуры, определяемой из условия прочности нормальных сечений, а места отгибов — на расстоянии от опоры $1/3\div 1/4$ пролета.
2. Сопротивление наклонных сечений преднапряженных элементов с отгибом части продольной арматуры существенно повышается постановкой дополнительного косвенного армирования.
3. При использовании канатной арматуры диаметром 12 мм и более в обязательном порядке требуется установка анкерных устройств. В случае применения канатов меньшего диаметра постановка анкеров носит рекомендательный характер.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Верификация предлагаемой модели сопротивления срезу осуществлялась по результатам статистического анализа путем сравнения расчетных и экспериментальных значений перерезывающих сил, полученных ранее [5, 10,12] и авторами [11]. Дополнительно для подтверждения обеспеченности надежности и точности разработанной модели проводилось сравнение с двумя другими моделями: методом предельных усилий в расчетном наклонном сечении [9], эмпирической моделью на основе модифицированной модели ферменной аналогии [2]. По результатам численного исследования коэффициент вариации сопротивления V_r для

предлагаемой модели составил 19,3%, а для метода предельных усилий и эмпирической модели – 30,6 % и 28,6% соответственно.

Анализ результатов исследований свидетельствует о разработке аналитического инструмента, который совместно с предлагаемыми рекомендациями позволяет учитывать действительное напряженно-деформированное состояние предварительно напряженных железобетонных балочных элементов с пологим отгибом продольной арматуры при совместном действии всех внутренних и внешних сил. Предлагаемые конструктивные рекомендации позволяют значительно увеличить прочность наклонных сечений элементов с полого отогнутой арматурой действию изгибающего момента и поперечной силы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. American Association of State Highway and Transportation Officials : AASHTO LRFD Bridge Design Specifications. – 3rd ed. – Washington : D.C., 2004.
2. ACI Committee 318 : Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-11) and Commentary (ACI 318 R-11). – Farmington Hills, 2011. – 443 pp.
3. CSA Committee A23.3 : Design of Concrete Structures, CSAA23.3-04. – Canada, Ontario : Rexdale, 2004. – 240 pp.
4. Kupfer, H. Comparison of Fixed and Rotating Crack Models in Shear Design of Slender Concrete Beams / H. Kupfer, H. Bulicek // Progress in Structural Engineering / D. E. Grierson, et al., eds., Kluwer, Dordrecht. – The Netherlands, 1991. – pp. 129-138.
5. Laskar, A. Shear Behavior and Design of Prestressed Concrete Members : PhD dissertation / A. Laskar ; Department of Civil and Environmental Engineering, University of Houston. – Houston : TX, 2009. – 322 pp.
6. Reineck, K.-H. Ultimate Shear Force of Structural Concrete Members without Transverse Reinforcement Derived from a Mechanical Model / K.-H. Reineck // ACI Structural Journal. – 1991. – V. 88, No. 5, Sept.-Oct. – pp. 592–602.
7. Vecchio, F. J. The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear / F. J. Vecchio, M. P. Collins // ACI JOURNAL, Proceedings. – 1986. – V. 83, No. 2, Mar.-Apr. – pp. 219–231.
8. Walraven, J. C. Aggregate Interlock: A Theoretical and Experimental Analysis / J. C. Walraven // PhD thesis, Delft University. – The Netherlands, 1980.

9. Бетонные и железобетонные конструкции : СНБ 5.03.01-02. — Введ. 20.06.2002. — Минск : М-во архит. и строит. РБ, 2003. — 143 с.
10. Малиновский, В. Н. Сопротивление предварительно напряженных балок из высокопрочного бетона с отогнутой стержневой арматурой при изгибе с поперечной силой : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 / В. Н. Малиновский ; Ленинградский инж.-стр. инс-т. — Ленинград, 1988. — 24 с.
11. Малиновский, В. Н. Экспериментальные исследования напряженно-деформированного состояния приопорной зоны железобетонных балок с пологим отгибом преднапряженной канатной арматуры / В. Н. Малиновский, П. В. Кривицкий // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь: сб. тр. XVIII междунар. науч.- метод. семинара, Новополоцк, 28 — 29 ноября 2012г. : в 2 т. / под общ. ред. Д. Н. Лазовского, А.И. Колтунова [и др.]. — Новополоцк : ПГУ, 2012. — Т.1. — С. 105—110.
12. Сасонко, Л. В. Исследование изгибаемых предварительно напряженных железобетонных конструкций с отогнутой арматурой : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 / Л.В. Сасонко ; НИИЖБ. — М., 1974 — 22 с.

REFERENCES

1. American Association of State Highway and Transportation Officials : AASHTO LRFD Bridge Design Specifications. 3rd ed. Washington : D.C. 2004.
2. ACI Committee 318 : Building code requirements for structural concrete (ACI 318-11) and Commentary (ACI 318 R-11). — Farmington Hills. 2011. 443 p.
3. CSA Committee A23.3 : Design of concrete structures, CSAA23.3-04. Canada, Ontario: Rexdale, 2004. 240 p.
4. Kupfer H., Bulicek H. *Comparison of fixed and rotating crack models in shear design of slender concrete beams. Progress in Structural Engineering.* D. E. Grierson, et al., eds., Kluwer, Dordrecht. — The Netherlands, 1991. pp. 129—138.
5. Laskar A. *Shear behavior and design of prestressed concrete members* : PhD dissertation. Department of Civil and Environmental Engineering, University of Houston. — Houston : TX, 2009. 322 p.
6. Reineck K.H. *ACI Structural Journal.* 1991. V. 88, No. 5, Sept.-Oct. pp. 592—602.

7. Vecchio F. J., Collins M.P. *ACI JOURNAL, Proceedings*. 1986. V. 83, No. 2, Mar.-Apr. pp. 219-231.
8. Walraven J. C. *Aggregate Interlock: A Theoretical and Experimental Analysis*. PhD thesis, Delft University. – The Netherlands, 1980.
9. Betonnye i zhelezobetonnye konstruksii [Concrete and reinforced concrete structures]: SNB 5.03.01-02. – Vved. 20.06.2002. Minsk : M-vo arkh. i stroit. RB, 2003. 143 p. (rus)
10. Malinovskiy V. N. *Soprotivleniye predvaritelno napryazhennykh balok iz vysokoprochnogo betona s otognutoy sterzhnevoy armaturoy pri izgibe s poperechnoy siloy* [Shear resistance of prestressed concrete beams of high-strength concrete with bent-up bar reinforcement] : avtorev. dis. ... kand. tekhn. nauk : 05.23.01; Leningradskiy inzh.-str. ins-t. – Leningrad, 1988. 24 p. (rus)
11. Malinovskiy V. N., Krivitskiy P.V. *Eksperimentalnyye issledovaniya napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya priopornoy zony zhelezobetonnykh balok s pologim otgibom prednapryazhennoy kanatnoy armatury* [Experimental research of the mode of deformation near support regions reinforced concrete beams with flat bent-up prestressed strands] . Perspektivy razvitiya novykh tekhnologiy v stroitelstve i podgotovke inzhenernykh kadrov Respubliki Belarus: sb. tr. XVIII mezhdunar. nauch.- metod. seminar, Novopolots, 28–29 noyabrya 2012r. : v 2 t. / pod obshch. red. D. N. Lazovskogo, A. I. Koltunova [i dr.]. – Novopolotsk: PGU, 2012. Vol. 1. pp. 105–110. (rus)
12. Sasonko L. V. *Issledovaniye izgibaemykh predvaritelno napryazhennykh zhelezobetonnykh konstruksiy s otognutoy armaturoy* [Study of flexure prestressed concrete constructions with bent-up reinforcement] : avtorev. dis. ... kand. tekhn. nauk : 05.23.01 / L.V. Sasonko ; NII ZHB. – Moscow, 1974. 22p. (rus)

Статья поступила в редколлегию 07.11.2015