

МЕЖДУНАРОДНЫЙ НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ СЕМИНАР

**ВОПРОСЫ ВНЕДРЕНИЯ НОРМ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И  
СТАНДАРТОВ ЕВРОПЕЙСКОГО СОЮЗА  
В ОБЛАСТИ СТРОИТЕЛЬСТВА**

(г. Минск, БНТУ — 22–23.05.2013)

УДК [624.012.45:539.413.3](043.3)

**К РАСЧЕТУ ПОВЫШАЮЩИХ ДИНАМИЧЕСКИХ  
КОЭФФИЦИЕНТОВ, ПРИМЕНЯЕМЫХ ПРИ НЕЛИНЕЙНЫХ  
РАСЧЕТАХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В  
УСЛОВИЯХ ВНЕЗАПНОГО ПРИЛОЖЕНИЯ НАГРУЗКИ**

*ТУР А.В.*

Брестский государственный технический университет  
Брест, Беларусь

**В настоящей статье на базе энергетического подхода к оценке реакции конструктивной системы на особое воздействие, теоретически получены и экспериментально обоснованы зависимости для вычисления динамических повышающих коэффициентов, применяемых в нелинейных квазистатических расчетах.**

**Article is presented method of evaluation dynamic increase factor (DIF) for assessment of robustness of structural systems in accidental design situation. Proposed method is based on energy saving approach for structural element with suddenly applied load.**

**Ключевые слова**

Живучесть, нагрузка, сопротивление, кривизна.  
Robustness, load, resistance, curvature.

**Введение**

При оценке живучести конструктивных систем при внезапном удалении вертикальных элементов необходимо выполнять нели-

нейные динамические расчеты. При этом внезапное удаление вертикального элемента, как правило, моделируется внезапным приложением гравитационной нагрузки. Как показывает анализ, выполнение нелинейных динамических расчетов с одной стороны является достаточно трудоемким и требует применения специальных вычислительных комплексов, в которых реализованы нелинейные расчетные процедуры, а с другой стороны – сопряжено с целым рядом неопределенностей, особенно в случае железобетонных конструкций (параметры демпфирования, история нагружения). В связи с этим, в практике проектирования применяют квазистатические нелинейные расчеты, в рамках которых динамические эффекты учитывают введением повышающих динамических коэффициентов к статическим гравитационным нагрузкам, приложенным на потенциально возможной площади обрушения.

Следует отметить, что до настоящего времени не было предложено обоснованных зависимостей для вычисления значений динамических повышающих коэффициентов, применяемых в нелинейных статических расчетах железобетонных элементов.

В настоящей статье на базе энергетического подхода к оценке реакции конструктивной системы на особое воздействие, теоретически получены и экспериментально проверены зависимости для вычисления динамических повышающих коэффициентов, применяемых в нелинейных квазистатических расчетах.

### **1. Построение квазистатической диаграммы для нелинейно деформируемой системы**

Для решения задачи на основе энергетического баланса системы для первого полупериода колебаний рассмотрим функцию, описывающую нелинейное сопротивление системы. Функция нелинейного сопротивления системы может быть получена либо с использованием, так называемых, детальных методов нелинейных моделей метода конечных элементов или упрощенных методов для определенного уровня дискретизации конструктивной системы [2]. Представленные методы применительно к железобетонным конструкциям более подробно рассмотрены в [3].

Для основной формы колебаний равенство работы внешних сил на перемещении  $\Delta_d$  и внутренней энергии системы достигается тогда, когда равны площади  $S_{OABC} = S_{ODC}$  (рис. 1).

Работа внешних сил  $W_i$ , для соответствующего уровня приложения гравитационной нагрузки  $P_i = \lambda_i P_0$  при динамическом перемещении  $\Delta_{d,i}$ , равна:

$$W_i = \lambda_i P_0 \cdot \Delta_{d,i} \quad (1)$$

Потенциальная энергия деформации системы  $U_i$  в общем случае может быть определена:

$$U_i = \int_0^{\Delta_{d,i}} F_d d\Delta_{st}, \quad (2)$$

где интеграл  $\int_0^{\Delta_{d,i}} F_d d\Delta_{st}$  представляет собой площадь, заключенную под функцией, описывающей нелинейную статическую реакцию “ $F - \Delta_{st}$ ” при динамическом перемещении  $\Delta_{d,i}$ .

Приравнявая (1) и (2) и решая относительно  $P_i = \lambda_i P_0$ , получаем:

$$P_i = \lambda_i P_0 = \frac{1}{\Delta_{d,i}} \int_0^{\Delta_{d,i}} F_d d\Delta_{st} \quad (3)$$

Из выражения (3) видно, что внезапно приложенная гравитационная нагрузка  $P_i$  вызывает максимальное динамическое перемещение  $\Delta_{d,i}$ , такое же по величине, как и усредненное статическое сопротивление, определенное для области  $[0; \Delta_{d,i}]$ .

С помощью предложенного подхода для практического применения из статической нелинейной реакции может быть перестроена зависимость, связывающая максимальное динамическое перемещение с соответствующими уровнями внезапно приложенной гравитационной нагрузки (“ $P_i - \Delta_{d,i}$ ”). Эту модифицированную кривую следует определять как квазистатическую нелинейную диаграмму,

представляющую собой максимальную динамическую реакцию конструктивной системы при внезапном приложении гравитационной нагрузки.

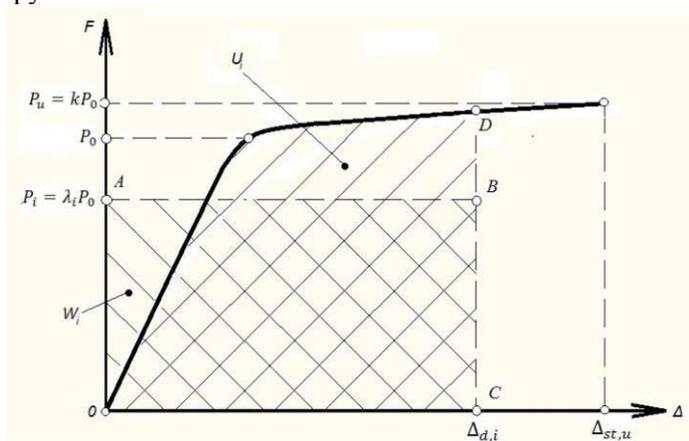


Рисунок 1. К построению квазистатической диаграммы “ $P - \Delta_d$ ” по максимальным динамическим перемещениям для соответствующего уровня нагружения

Для построения квазистатической диаграммы может быть предложен достаточно простой алгоритм, представленный в работе [3]. Следует отметить, что при использовании аппроксимированных диаграмм “ $F - \Delta$ ” алгоритм существенно упрощается, т.к. для построения квазистатической диаграммы достаточно рассмотреть и определить два уровня нагружения – соответствующих достижению динамического перемещения  $\Delta_{d,y}$  (достижение текучести в растянутой арматуре, образование пластического шарнира) и предельного  $\Delta_{d,u}$ .

Такой подход, основанный на энергетическом балансе системы, является довольно точным для систем с одиночной динамической степенью свободы с сосредоточенной массой, приложенной в узле, в котором внезапно удаляется вертикальный элемент.

После внезапного удаления колонны преобладающим является вертикальное движение массы, и горизонтальные инерционные силы можно не учитывать ввиду их малости. При данном подходе не учитывается эффект вязкого демпфирования системы в отличие от

расчетов конструктивных систем на сейсмические воздействия, когда учитывается несколько циклов колебаний. Кроме того, при реализации сценария внезапного приложения нагрузки расчет ограничивается одним полупериодом колебаний, когда достигаются максимальные динамические перемещения.

Для реальных конструктивных систем представленный подход является упрощенным, поскольку фактически массы являются распределенными, а не сосредоточенными. Тем не менее, как показано в работах [2, 4], если система имеет одну преобладающую форму колебаний, как в случае внезапного удаления колонны, динамическая реакция может быть достаточно точно определена как для системы с сосредоточенной массой.

Упрощенный динамический расчет, базирующийся на энергетическом балансе системы, обеспечивает очевидные расчетные преимущества по сравнению с детальным нелинейным динамическим расчетом конструктивной системы при внезапном удалении вертикальной опоры.

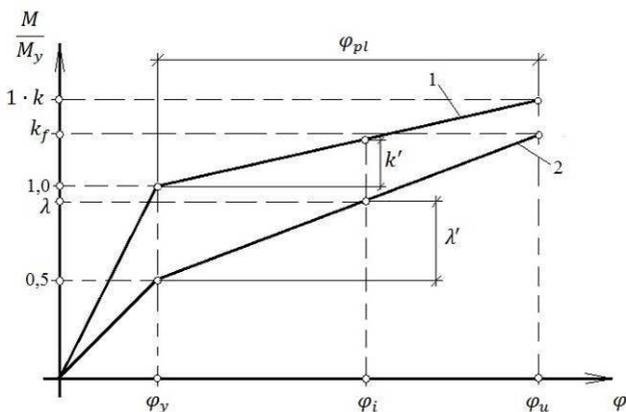
## **2. Зависимость для вычисления динамических повышающих коэффициентов для гравитационных нагрузок при нелинейных квазистатических расчетах**

Опираясь на положения энергетического подхода, можно вывести зависимость для вычисления динамического повышающего коэффициента (*DIF*) при различных уровнях нагружения  $\lambda$  и характеристик пластической деформативности элемента (например, в случае свободно–опертых балок – пластическая кривизна  $\varphi_{pl}$ ).

Как видно из диаграмм, показанных на рисунке 2, для любого произвольного уровня нагружения  $\lambda'$  в интервале от 0 до  $(k_f - 0,5)$  кривизна  $\varphi_i$  может быть записана:

$$\text{– для динамической диаграммы: } \frac{\varphi_{pl}}{(k_f - 0,5)} \cdot \lambda' + \varphi_y = \varphi_i \quad (4)$$

$$\text{– для статической диаграммы: } \frac{\varphi_{pl}}{(k-1)} \cdot k' + \varphi_y = \varphi_i \quad (5)$$



1 – статическая диаграмма; 2 – динамическая диаграмма

Рисунок 2. К выводу расчетной зависимости для вычисления динамического повышающего коэффициента (*DIF*)

Приравнявая уравнения (4) и (5), получаем:

$$k' = \lambda' \frac{(k-1)}{(k_f - 0,5)} \quad (6)$$

Динамический коэффициент *DIF* определяем как отношение статического усилия  $(1+k')$  к динамическому усилию  $(0,5+\lambda')$  при одинаковом уровне деформаций  $\varphi_i$ :

$$DIF = \frac{1+k'}{0,5+\lambda'} \quad (7)$$

или с учетом (6):

$$DIF = \frac{1 + \lambda' \frac{k-1}{k_f - 0,5}}{0,5 + \lambda'} \quad (8)$$

Коэффициент  $k_f = \frac{F_{u,d}}{F_y}$  ( $k_f = \frac{M_{u,d}}{M_y}$ ) определяется по предельной

кривизне  $\varphi_u$  (вертикальном перемещении  $\Delta_u$ ):

$$k_f \cdot \varphi_u = \frac{1}{2} \varphi_y [1 + (1+k)(\eta_\varphi - 1)] \quad (9)$$

или

$$k_f = \frac{1}{2\eta_\varphi} [1 + (1+k)(\eta_\varphi - 1)] \quad (10)$$

Подставляя (10) в формулу (8), окончательно получаем:

$$DIF = \frac{1}{0,5 + \lambda'} + \frac{2\lambda'\eta_\varphi(k-1)}{k(\eta_\varphi - 1)(0,5 + \lambda')} \quad (11)$$

В формуле (11) приняты следующие обозначения:  $\lambda' = \lambda - 0,5$  – коэффициент, описывающий уровень нагружения в интервале от  $0,5 F_y$  до  $0,95 F_y$  ( $F_y$  – обобщенное усилие, соответствующее достижению текучести в растянутой арматуре, например,  $M_y$  для изгибаемых элементов);  $k$  – коэффициент, показывающий превышение предельного усилия над усилием текучести ( $k = \frac{F_u}{F_y}$  или

$k_f = \frac{M_u}{M_y}$ );  $\eta_\varphi$  – коэффициент пластической деформативности,

определяемый  $\eta_\varphi = \frac{\varphi_u}{\varphi_y}$ ;  $\varphi_u, \varphi_y$  – кривизна, соответствующая предельной кривизне и текучести арматуры.

Формула (11) представляет зависимость динамического повышающего коэффициента DIF от уровня нагружения  $\lambda'$  (в интервале от 0 до  $k_f - 0,5$ ) и коэффициента  $\eta_\varphi$ .

Принимая во внимание, что при проверках конструктивных систем в особых расчетных ситуациях уровень нагружения составляет не менее  $0,8 F_y$  (при этом  $\eta_\varphi > 2$ ) формула (11) может быть преобразована к виду, пригодному для определения повышающих динамических коэффициентов при выполнении нелинейных динамических расчетов (при  $k = 1,1$ ;  $\lambda' = 0,4$ ):

$$DIF = 1,11 + 0,08 \frac{\eta_\varphi}{\eta_\varphi - 1} \quad (12)$$

Учитывая, что  $\eta_{\varphi} = \frac{\varphi_u}{\varphi_y}$ , а  $\varphi_{pl} = \varphi_u - \varphi_y$ , формула (12) может

быть преобразована к виду:

$$DIF = 1,11 + 0,08 \left( \frac{\varphi_y}{\varphi_{pl}} + 1 \right) \quad (13)$$

или:

$$DIF = 1,11 + 0,08 \left( \frac{\theta_y}{\theta_{pl}} + 1 \right), \quad (14)$$

где  $\theta_y$  – угол поворота, соответствующий достижению текучести в растянутой арматуре;  $\theta_{pl}$  – пластический угол поворота.

### **3. Верификация зависимостей для вычисления повышающих динамических коэффициентов на фоне опытных данных**

Для подтверждения представленных теоретических положений, относящихся к применению энергетического подхода и решению квазистатических задач при оценке сопротивления изгибаемых железобетонных элементов, была разработана методика и проведены испытания балок при внезапном приложении нагрузок.

Испытаниям подвергали железобетонные балки прямоугольного сечения, которые отличались длиной пролета, геометрическими размерами поперечного сечения, коэффициентами армирования ( $\rho_l$  и  $\rho_l'$ ), прочностными характеристиками бетона (4 серии, 54 испытания).

Конструкция опытных балок и методика проведения эксперимента приведены в работе [3].

В таблице 1 представлено сравнение теоретических и опытных значений динамических повышающих коэффициентов для опытных балок.

Как видно из данных, приведенных в таблице 1, зависимости, предложенные для вычисления динамических повышающих коэффициентов, могут быть использованы в практических расчетах. Выявленные отклонения опытных и расчетных значений повышающих динамических коэффициентов являются результатом погрешностей

измерений относительных деформаций растянутой арматуры и сжатого бетона.

**Таблица 1. Сравнение теоретических и опытных значений динамических повышающих коэффициентов для опытных балок**

Обозн. балки	$\lambda$	Значение динамического коэффициента, DIF				(5) (3)	(6) (3)	(5) (4)	(6) (4)
		теоретич.		опытные					
		по $P-\Delta$	по (11)	по $\Delta_i$	по $\epsilon_s$				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Б1-хд*	0,41	2,0	2,0	1,98	1,89	0,99	0,945	0,99	0,945
	0,56	1,81	1,81	1,78	1,73	0,983	0,956	0,983	0,956
	0,73	1,43	1,42	1,38	1,29	0,965	0,902	0,97	0,908
	0,91	1,16	1,16	1,21	1,24	1,04	1,07	1,04	1,07
Б2-хд	0,32	2,0	2,0	2,0	1,91	1	0,955	1	0,955
	0,66	1,71	1,6	1,73	1,8	1,01	1,05	1,08	1,125
	0,82	1,4	1,26	1,38	1,43	0,986	1,02	1,1	1,135
Б3-хд	0,21	2,0	2,0	1,97	2,0	0,985	1	0,985	1
	0,62	1,78	1,76	1,81	1,62	1,02	0,91	1,03	0,92
	0,72	1,57	1,56	1,57	1,57	1	1	1,006	1,006
Б4-хд	0,3	2,0	2,0	1,97	1,98	0,985	0,99	0,985	0,99
	0,48	2,0	2,0	1,98	2,01	0,99	1,005	0,99	1,005
	0,61	1,92	1,92	1,59	1,47	0,828	0,766	0,828	0,766
	0,7	1,69	1,69	1,68	1,59	0,994	0,941	0,994	0,941

### Заключение

С использованием положений энергетического подхода разработаны правила построения квазистатических диаграмм “усилие–перемещение” и на их основе получены аналитические зависимости для вычисления динамических повышающих коэффициентов, применяемые при выполнении нелинейных квазистатических расчетов железобетонных элементов.

Установлено, что величина повышающего динамического коэффициента, зависит от уровня нагружения, характеристик пластиче-

ской деформативности конструктивных элементов, включая значения параметрических точек диаграммы, описывающей нелинейную статическую реакцию конструктивного элемента.

Разработана методика и выполнены экспериментальные исследования железобетонных балок при внезапном приложении нагрузки. Сравнение максимальных динамических перемещений и динамических повышающих коэффициентов, полученных по предложенным зависимостям, с результатами испытаний опытных балок показало их удовлетворительную сходимость, что дает основание рекомендовать их для выполнения практических расчетов при проверках конструктивных систем в особых расчетных ситуациях.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. General Actions – Accidental Actions (ТКП ЕН 1991–1–7 – Общие воздействия. Часть 7. – Особые воздействия): EN 1991–1–7.
2. Vlassis, G. Progressive collapse assessment of tall buildings/ G. Vlassis. – London, 2009. – 416 p.
3. Тур, А.В. Сопротивление изгибаемых железобетонных элементов при внезапном приложении нагрузки: автореф. дисс. канд. техн. наук: 05.23.01/ А. В. Тур; Брест, 2012. – 26 с.
4. Menchel, K. Progressive collapse: Comparison of Main Standards, Formulation and Validation of New Computation Procedures: diss. D. Eng. / K. Menchel. – Brussels, 2009. – 122 p.