

ПРЕИМУЩЕСТВЕННОСТЬ В ИЗУЧЕНИИ АНАЛИТИЧЕСКОЙ И НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Шабека Л. С., Кемеш О.Н.

Белорусский государственный аграрный технический университет, г. Минск

Изучение аналитической и начертательной геометрии студентами инженерных специальностей создает основу для усвоения общетехнических и специальных дисциплин, по существу, открывая путь в инженерное творчество.

Однако для большинства студентов усвоение геометрических знаний представляет определенные трудности. Гипотетически можно предположить, что эти трудности связаны с тем, что при изучении начертательной геометрии не используются в достаточной мере знания аналитической, а при изучении аналитической – начертательной геометрии, т. е. студенты «испытывают трудности в объяснении геометрических фактов при переходе от аналитической геометрии к начертательной и наоборот» [1]. Для подтверждения этой гипотезы нами проведен эксперимент по взаимосвязанному обучению этих важных для инженера ветвей геометрии.

Модуль «Аналитическая геометрия» курса математики изучается параллельно с разделом «Начертательная геометрия» курса инженерной графики и заканчивается на седьмой неделе первого семестра контролем знаний и умений по решению следующих задач.

1. Указать, какие отрезки отсекает плоскость на координатных осях, если известно, что перпендикуляр к плоскости проходит через точки $A(1;3;1)$ и $B(4;6;5)$. Причем точка B лежит в искомой плоскости.

2. Установить взаимное расположение прямой $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{2}$ и плоскости $2x - y + 3z = 0$.

3. Записать уравнение прямой, проходящей через точку $M(1;-2;1)$ и параллельно прямой $2y + 6x - 1 = 0$.

4. Определить тип кривой $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 4 = 0$ и изобразить ее в системе прямоугольных координат.

5. Изобразить поверхность $x^2 - y^2 + z^2 = 1$ в системе прямоугольных координат $Oxyz$.

В результате, только 60% студентов получили положительные оценки с первого раза. Хотя к этому моменту студентами уже были изучены алгоритмы решения задач на определение положения точки, прямой и плоскости в пространстве, их взаимного расположения, построение конических сечений на проекционном комплексном чертеже и в аксонометрии, и они должны хорошо представлять форму этих геометрических фигур, графически их визуализировать.

Отмечался и такой случай, когда студент, хорошо успевающий по начертательной геометрии, не смог решить задачи аналитически. При этом заметим, что традиционно изучение аналитической геометрии не предусматривает предварительного решения задачи на проекционном комплексном чертеже, а всего лишь дается примерное изображение условия задачи на рисунке.

Со студентами, которые не справились с решением заданий контрольной работы, была проведена консультация, на которой разбирались все ошибки и дана графическая интерпретация решения задач. Объяснено, как можно использовать уже полученные знания по начертательной геометрии при решении задач по аналитике и наоборот. После чего все студенты справились с предложенными задачами, а уже отмеченный выше студент показал даже отличный результат.

Проиллюстрируем решение первой задачи из контрольной работы двумя способами – аналитически и графически. Итак, в задаче требуется указать конкретно, какие отрезки отсекает плоскость общего положения на координатных осях, т. е. отрезки $Oa_x = a$, $Oa_y = b$, $Oa_z = c$, где a_x , a_y , a_z – точки схода следов заданной плоскости α (рис. 1_а).

Чтобы осмыслить уравнение плоскости в отрезках, мы должны, прежде всего, представить плоскость, как она задается. В начертательной геометрии плоскость задается тремя точками, точкой и прямой, линиями пересечения плоскости с координатными плоскостями – следами плоскости и др. Плоскость считается заданной, если относительно любой точки пространства можно однозначно решить вопрос о ее принадлежности заданной плоскости, т.е. через точку можно провести прямую, которая принадлежит плоскости.

В аналитической геометрии различные геометрические образы изучаются алгебраическими методами – при помощи уравнений и неравенств. Устанавливая те или иные соотношения между уравнениями или неравенствами, выявляют свойства самих геометрических образов. Плоскость в пространстве задается уравнением первой степени относительно переменных x , y , z в прямоугольной системе координат. Отметим, что любая плоскость в пространстве может быть задана вектором, перпендикулярным к этой плоскости, и некоторой точкой, принадлежащей данной плоскости.

Для решения этой задачи, воспользуемся формулой плоскости, проходящей через заданную точку и перпендикулярно вектору нормали

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0 \quad (1),$$

где A, B, C – координаты вектора нормали, а x_0, y_0, z_0 – координаты точки, принадлежащей плоскости.

Точка, лежащая в плоскости, нам известна из условия задачи – $B(4; 6; 5)$. За вектор нормали примем вектор $\overrightarrow{AB}$, т. к. он перпендикулярен искомой плоскости, тогда его координаты будут следующие:

$$\overrightarrow{AB} = (4 - 1; 6 - 3; 5 - 1) = (3; 3; 4).$$

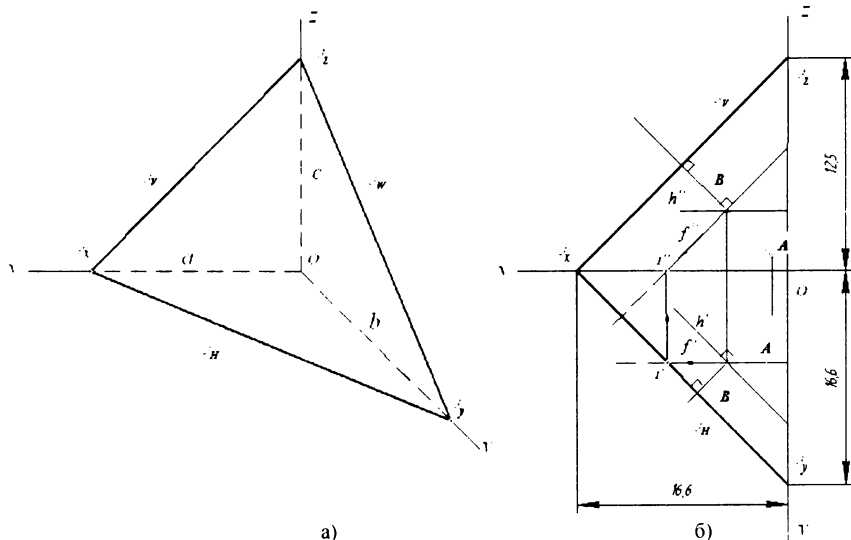
Подставив координаты в уравнение (1), мы найдем общее уравнение плоскости:

$$3x + 3y + 4z - 50 = 0.$$

Перенеся свободный член в правую часть, который равен 50, и почленно разделив на него, получим уравнение:

$$\frac{x}{\frac{50}{3}} + \frac{y}{\frac{50}{3}} + \frac{z}{\frac{50}{4}} = 1 \quad (2)$$

Итак, отсекаемые отрезки равны: $a = \frac{50}{3}$, $b = \frac{50}{3}$, $c = \frac{50}{4}$.



а) в аксонометрии. б) на проекционном комплексном чертеже
Рисунок 1 – Изображение плоскости

В зависимости от знака координат точки схода следов могут быть расположены в любом из восьми октантов. В данном случае точки схода следов расположены в I октанте.

На этом примере мы показали, насколько важно показать аналитический и графический методы решения в их сравнительной оценки. Для решения такой задачи аналитически, студент должен знать формулы, уметь их правильно применять и визуально представлять, что скрывается за формулой, т.е. как выглядит объект; графически – строить плоскость, перпендикулярную к прямой общего положения, переходить от задания плоскости пересекающимися прямыми к заданию ее следами, хорошо представлять расположение октантов в пространстве и в них геометрических фигур, что далеко не простая задача для студента-первокурсника. Чтобы проиллюстрировать это решение на комплексном чертеже, естественно, преподаватель математики должен владеть знаниями начертательной геометрии.

Для эффективной подготовки к контрольной работе по аналитической геометрии со студентами целесообразно предварительно рассмотреть примеры графического моделирования условия задачи и ее поэтапное решение на ком-

плексном чертеже: 1) изображение проекций отрезка по координатам точек *A* и *B*; 2) задание плоскости горизонталью и фронталью, перпендикулярных нормали в точке *B*; 3) перезадание плоскости следами, которые отсекают искомые отрезки на координатных осях. На рисунке 1₆ приведен только третий этап решения задачи.

Изложенное выше утвердило нас в мысли о необходимости разработки учебно-методического пособия для интегрированного решения задач аналитической и начертательной геометрии, которое должно быть простым, полезным, интересным. Простота предполагает включение необходимого минимума теоретического материала. Полезность – преодоление трудностей при переходе от аналитической геометрии к начертательной и наоборот. Интерес должен поддерживаться решением прикладных технических задач.

Таким образом, реализация преемственности в преподавании аналитической и начертательной геометрии будет способствовать получению целостного геометрического знания как фундамента графического моделирования различных объектов техники при решении конструктивных задач.

Литература

1. Маневич, В.А. Аналитическая геометрия с теорией изображения / В.А. Маневич, И.И. Котов, А.Р. Зенгин. – М.: Высшая школа, 1969. – С. 240.

ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ПОДХОД ПРИ ОБУЧЕНИИ ИНЖЕНЕРНОЙ ГРАФИКЕ

Шабека Л.С., Кравченко П.С.

Белорусский национальный технический университет, г. Минск

Различный уровень стартовой геометро-графической подготовки студентов первого курса требует индивидуального подхода в оказании им своевременной помощи в ликвидации затруднений, возникающих в учебном процессе [1].

Традиционное развитие практических навыков при изучении инженерной графики достигается выполнением индивидуальных графических работ (ИГР), направленных на исключение их перечерчивания. При этом, преподаватель тратит больше времени на их проверку. Особенно эта проблема актуальна в условиях низкой ритмичности выполнения ИГР. Отстающий студент требует изучения его сильных и слабых сторон, вскрытия причин отставания. А для этого необходима индивидуальная работа преподавателя с каждым студентом, требующая дополнительного времени, которое можно получить за счет уменьшения количества вариантов ИГР, вплоть до выполнения одного варианта всей группой. С этой целью нами в 2010-2011 учебном году при изучении инженерной графики в потоке из двух групп был проведен эксперимент. В одной из этих групп предлагался один вариант ГР всем студентам, но после изучения каждого модуля (раздела) проводился контроль уровня практических навыков по решению задач. В этом случае преподаватель получает возможность уделить больше времени каждому студенту при защите ГР, а студент, который испыты-