А.И. ЖУК
БрГТУ(г. Брест, Беларусь)

ОЦЕНКИ СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ОБОБЩЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

В работе изучается задача Коши

$$\begin{cases} x'(t) = f\left(x(t)\right)L'(t), \\ x(0) = x^0, \quad t \in T = [0,a], \end{cases} \tag{1}$$

где $x^0 \in \mathbf{R}^p$, $x : T \to \mathbf{R}^p$ – p-мерная функция, $f : \mathbf{R}^p \to \mathbf{R}^{p\otimes q}$ – матричнозначная функция и $L : T \to \mathbf{R}^q$ – q-мерная функция каждая компонента является функцией ограниченной вариации на отрезке T, $L'(t)$ – производная в смысле пространства обобщенных функций. В задаче (1) будем считать, что L непрерывна справа и $L(t) = 0$ при $t \le 0$ и $L(t) = L(a)$ при $t > a$. Функция f удовлетворяет условию Липшица, то есть для всех $x_1, x_2 \in \mathbf{R}^p$

$$\left| f(x_1) - f(x_2)\right| \le M\left|x_1 - x_2\right|. \tag{2}$$

Кроме того, пусть для всех $x \in \mathbf{R}^p$

$$\left| f(x)\right| \le M(1 + |x|), \tag{3}$$

здесь $|x| = |x^1| + \dots + |x^p|$ для $x = \left(x^1, \dots, x^p\right)$ и $|f| = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{q} |f^{ij}|$ для $f = \left(f^{ij}\right)_{i=1,\dots,p;\, j=1,\dots,q}$. Задаче (1) соответствует уравнение в дифференциалах (см., напр., [1]), которое на уровне представителей имеет вид следующей конечно-разностной задачи

$$\begin{cases} x_n(t+h_n) - x_n(t) = f_n\left(x_n(t)\right)\left(L_n(t+h_n) - L_n(t)\right), \\ x_n\big|_{[0,h_n)} = x_n^0, t \in T, \end{cases} \tag{4}$$

где $h_n > 0$, $x_n^0 \in C^\infty[0, h_n)$

$$L_n(t) = (L * \rho_n)(t) = \int_0^{1/n} L(t+s)\rho_n(s)ds, \tag{5}$$

а ρ_n – последовательность стандартных «шапочек», то есть $\rho_n(t) = n\rho(nt)$, $\rho \in C^\infty(\mathbf{R})$, $\rho \ge 0$, $\operatorname{supp} \rho = [0;1]$, $\int_0^1 \rho(s)ds = 1$. А также

$$f_n(x) = (f * \tilde{\rho}_n)(x) = \int_{[0;1/n]^p} f(x+v)\tilde{\rho}_n(v)dv, \tag{6}$$

где $\tilde{\rho}_n(t) = n\tilde{\rho}(nt)$, $\tilde{\rho} \in C^\infty(\mathbf{R}^p)$, $\tilde{\rho} \ge 0$, $\operatorname{supp} \tilde{\rho} = [0,1]^p$, $\int_{[0,1]^p} \tilde{\rho}(u)du = 1$. Для любой точки $t \in T$ справедливо представление $t = \tau_t + m_t h_n$, где $\tau_t \in [0, h_n)$, $m_t \in \mathbf{N}$. Положим $t_k = t_k(t) = \tau_t + m_t h_n$, $k = 0,1,2,\ldots$

Тогда решение задачи (4) будет иметь вид

$$x_n(t) = x_n^0(\tau_t) + \sum_{k=0}^{m_t - 1} f_n\left(x_n\left(t_k\right)\right)\left(L_n\left(t_{k+1}\right) - L_n\left(t_k\right)\right).$$

Чтобы описать предел последовательности x_n, рассмотрим интегральное уравнение

$$x(t) = x^0 + \int_0^{t+} f(x(s-))dL(s), \tag{7}$$

здесь интеграл Лебега-Стилтьеса вычисляется на множестве $(0;t]$.

Теорема 1. *Пусть функция* f *удовлетворяет условиям* (2) *и* (3), L – *непрерывная справа функция ограниченной вариации,* x_n *и* x – *решения задач* (4) *и* (7) *соответственно. Тогда*

$$\int_T |x_n(t) - x(t)|dt \le K\int_T |x_n^0(\tau_t) - x_0|dt + \frac{K|T|}{n}\operatorname*{var}_{u\in T} L(u) + 2MK^2|T|\left(1 + \left|x^0\right|\right)\operatorname*{var}_{s\in(0,1/n+2h_n]} L(s) +$$
$$+MK^2\left(1 + \left|x^0\right|\right)\left(\int_T \sum_{k=0}^{m_t} \operatorname*{var}_{s\in(t-kh_n, t-kh_n+1/n]} L(s)dt + M|T|\int_T \operatorname*{var}_{u\in(s-1/n-h_n, s)} L(u)d\operatorname*{var}_{u\in(0,s]} L(u)\right),$$

где $|T| = a$ – *длина отрезка* $T = [0;a]$, $K = \exp\left(M\operatorname*{var}_{u\in T} L(u)\right)$.

Следствие 1. *Пусть* $n \to \infty$, $h_n \to 0$ *так, что* $nh_n \to \infty$. *Если выполнены условия теоремы* 1 *и* $\int_T |x_n^0(\tau_t) - x_0|dt \to 0$, *то* $\int_T |x_n(t) - x(t)|dt \to 0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лазакович, Н.В. Стохастические дифференциалы в алгебре обобщенных случайных процессов / Н.В. Лазакович // Докл. НАН Беларуси. –1994. – Т. 38, №5. – С. 23 – 27.

Т.И. КАРИМОВА, Л.П. МАХНИСТ, Г.В. ШАМОВСКАЯ
БрГТУ (г. Брест, Беларусь)

О ПРИКЛАДНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

При проведении практических и лекционных занятий по математике с первого курса необходимо учитывать особенности будущей специальности, чтобы студенты воспринимали математику не как отвлеченную науку, а как науку, с помощью которой они смогут более глубоко понять специальные дисциплины. Такая подача материала оправдана и не мешает ре-