— изучается задача управления решением и его производными задачи (1)–(3) с помощью заданных на границе ∂Q функций;

— управление решением задачи (1) – (3) через заданные функции на нескольких сечениях области Q;

— изучается задача Дирихле в прямоугольнике для волнового уравнения и т.д.

Метод характеристического параллелограмма применяется для других задач и уравнений.

Литература

1. Кастильо Ф.А., Корзюк В.И. *Общие краевые задачи для линейных гиперболических уравнений второго порядка. II* // Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. навук. 1986. № 1. С. 47–53.

2. Корзюк В.И., Наумовец С.Н., Севастюк В.А. *О классическом решении второй смешанной задачи для одномерного волнового уравнения* // Труды Ин-та математики. (в печати).

3. Корзюк В.И. *Метод характеристического параллелограмма на примере первой смешанной задачи для одномерного волнового уравнения* // Докл. НАН Беларуси. 2017. Т. 61. № 3. С. 7–13.

4. Корзюк В.И., Наумовец С.Н., Сериков В.П. *Метод характеристического параллелограмма решения второй смешанной задачи для одномерного волнового уравнения* // Тр. Ин-та математики. (в печати).

5. Корзюк В.И., Козловская И.С. *Двухточечная граничная задача для уравнения колебания струны с заданной скоростью в заданный момент времени. I* // Тр. Ин-та математики. 2010. Т. 18. № 2. С. 22–35.

6. Корзюк В.И., Козловская И.С. *Двухточечная граничная задача для уравнения колебания струны с заданной скоростью в заданный момент времени. II* // Тр. Ин-та математики. 2011. Т. 19. № 1. С. 62–70.

7. Korzyuk V.I., Kovnatskaya O.A. *Strong Solution of Boundary Value Problem in Cylindrical Domain for a Fourth-Order Equation of Composite Type with Dirichlet Conditions on the Lateral Surface* // Computer Algebra Systems in Teaching and Research. Mathematical physics and modeling in economics, finance and education. Wydawnictwo WSFiZ. Siedlce, 2011. P. 58–67.

КЛАССИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ПЕРВОЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ОДНОМЕРНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ С ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ ПОЛИНОМОМ В ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ

В.И. Корзюк, С.Н. Наумовец

В замыкании $\bar{Q} = [0,\infty) \times [0,l]$ области $Q = (0,\infty) \times (0,l)$ двух независимых переменных $\mathbf{x} = (x_0, x_1) \in \bar{Q} \subset \mathbb{R}^2$ рассмотрим одномерное волновое уравнение

$$(\partial_{x_0}^2 u - a^2 \partial_{x_1}^2 u)(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \bar{Q}, \tag{1}$$

где a^2, l — положительные действительные числа. К уравнению (1) на нижней части границы области присоединяются условия Коши

$$u(0, x_1) = \varphi(x_1), \quad \partial_{x_0} u(0, x_1) = \psi(x_1), \quad x_1 \in [0, l], \tag{2}$$

и граничные условия

$$u(x_0, 0) = \mu^{(1)}(x_0), \quad P_2(\partial_{x_1}) u(x_0, l) = \mu^{(2)}(x_0), \quad x_0 \in [0, \infty), \tag{3}$$

где $P_2(\partial_{x_1})$ — дифференциальный полином второго порядка от производной оператора производной ∂_{x_1}.

Здесь $f : \bar{Q} \ni x \to f(x)$ — заданная функция на $\bar{Q}$, $\varphi : [0,l] \ni x_1 \to \varphi(x_1) \in \mathbb{R}$, $\psi : [0,l] \ni x_1 \to \psi(x_1) \in \mathbb{R}$ — функции на $[0,l]$, $\mu^{(j)} : [0,\infty) \ni x_0 \to \mu^{(j)}(x_0) \in \mathbb{R}$, $j = 1,2,$ — заданные функции на $[0,\infty)$.

В аналитическом виде строится классическое решение задачи (1)–(3) и выписываются необходимые и достаточные условия на заданные функции в условиях этой задачи в точках $(0,0)$ и $(0,l)$, при выполнении которых существует единственное решение изучаемой задачи.

Литература

1. Корзюк В.И., Козловская И.С., Наумовец С.Н. *Классическое решение первой смешанной задачи одно-мерного волнового уравнения с условиями типа Коши* // Весцi НАН Беларусi. Сер. фiз.-мат. навук. 2015. №1. С. 7–20.

2. Корзюк В.И., Наумовец С.Н. *Классическое решение смешанной задачи для одномерного волнового уравнения с производными высокого порядка в граничных условиях* // Докл. НАН Беларуси. 2016. Т. 60. № 3. С. 11–17.

3. Корзюк В.И. *Уравнения математической физики.* Мн.: БГУ, 2011.

ПЕРВАЯ СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КЛЕЙНА — ГОРДОНА — ФОКА С НЕОДНОРОДНЫМИ УСЛОВИЯМИ СОГЛАСОВАНИЯ

В.И. Корзюк, И.И. Столярчук

В области $Q = (0,+\infty)\times(0,l)$ задается одномерное уравнение Клейна — Гордона — Фока

$$\partial_t^2 u - a^2\partial_x^2 u - \lambda(t,x)u = f(t,x), \tag{1}$$

где λ и f — функции, заданные на множестве $\overline{Q} = [0,l] \times \mathbb{R}^+ \subset \mathbb{R}^2 = \mathbb{R}\times\mathbb{R}$ и $\mathbb{R}$ — множество действительных чисел.

К уравнению (1) присоединяются начальные

$$u(0,x) = \varphi(x), \quad \partial_t u(0,x) = \psi(x), \quad x \in [0,l], \tag{2}$$

и граничные условия

$$u(t,0) = \mu^{(0)}(t), \quad u(t,l) = \mu^{(l)}(t), \quad t \in [0,\infty). \tag{3}$$

Рассмотрим область $\tilde{Q} = \{(t,x) \in Q : x + at \neq (k+1)l \wedge x - at \neq -kl, \ k = 0,1,2,\dots\}$.

Теорема 1. *Пусть выполнены включения* $\lambda, f \in C^1(\overline{Q})$, $\mu^{(0)} \in C^2([0+\infty))$, $\mu^{(l)} \in C^2([0,+\infty))$, $\varphi \in C^2([0,l])$, $\psi \in C^1([0,l])$. *Решение задачи* (1)–(3), *удовлетворяющее условиям сопряжения*

$$[(u)^+ - (u)^-](t, x = at - kl) = \sigma_0^{(k)},$$

$$[(\partial_x u)^+ - (\partial_x u)^-](t, x = at - kl) = \sigma_1^{(k)} - \frac{\sigma_0^{(k)}}{4a^2}\int\limits_{kl}^{-kl+2at} \lambda\left(\frac{\eta + kl}{2a}, \frac{\eta - kl}{2}\right)d\eta,$$

$$[(\partial_x^2 u)^+ - (\partial_x^2 u)^-](t, x = at - kl) = \sigma_2^{(k)} + \frac{\sigma_1^{(k)}}{4a^2}\int\limits_{-kl+2at}^{kl} \lambda\left(\frac{\eta + kl}{2a}, \frac{\eta - kl}{2}\right)d\eta +$$