

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
КАФЕДРА ТЕХНОЛОГИИ МАШИНОСТРОЕНИЯ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторным работам по курсу «Технология машиностроения»

на тему «**Статистические методы исследования точности**

операций технологического процесса»

для студентов специальностей

1-36 01 01 «Технология машиностроения» и

1-36 01 03 «Технологическое оборудование
машиностроительного производства»

Брест 2010

УДК 621.91.002

В методических указаниях приведены основные теоретические сведения по теме «Статистические методы исследования точности операций технологического процесса», приведены подробные рекомендации по выполнению лабораторных работ на данную тему, а также требования к содержанию и оформлению отчета. Методические указания предназначены для студентов специальности 1-36 01 01 «Технология машиностроения» и 1-36 01 03 «Технологическое оборудование машиностроительного производства».

Составители: Н.С. Ялковский, ст. преподаватель;
В.А. Сокол, ассистент.

Рецензент: А.В. Андросюк, зам. главного конструктора СП
ОАО «Брестгазоаппарат»

ТОЧНОСТЬ В МАШИНОСТРОЕНИИ

Одним из важнейших показателей качества в машиностроении является точность. Она имеет не только самостоятельное значение, например, у станков, но и оказывает непосредственное влияние на такие показатели качества как надёжность, экономичность. Требования к точности в современном машиностроении очень высоки. Часто детали изготавливаются с допусками в микрометры и доли микрометра.

Большое влияние оказывает точность и на организацию машиностроительного производства.

Точные исходные заготовки сокращают трудоёмкость последующей механической обработки и экономят металл. Повышение точности обработки сокращает пригоночные работы при сборке, что даёт возможность использовать метод полной взаимозаменяемости, тем самым сокращается трудоёмкость сборки и облегчается ремонт.

Под точностью детали понимается её соответствие требованиям чертежа:

1) по размерам; 2) по точности формы поверхностей; 3) по точности взаимного расположения поверхностей; 4) по шероховатости.

В машиностроении применяется 2 принципиально разных метода достижения точности:

1) метод пробных ходов и промеров (метод индивидуального получения размеров);

2) метод автоматического получения размеров на предварительно настроенных станках.

Сущность *метода пробных ходов и промеров* заключается в следующем: к обрабатываемой поверхности детали, установленной на станке, подводится инструмент и с короткого участка поверхности снимается стружка. После чего станок останавливают и измеряют получившийся размер. Если размер не соответствует чертёжному, в положение инструмента вносят поправку, которую отсчитывают по делениям лимба станка. Так продолжается до тех пор, пока не получается требуемый размер. После чего обрабатывается поверхность на всём её протяжении. При обработке следующей заготовки все действия повторяются.

В методе пробных ходов и промеров часто используется обработка по разметке. В этом случае на поверхность заготовки наносится контур будущей детали, положение отверстий, окон и других конструктивных элементов. При дальнейшей обработке рабочий совмещает траекторию перемещения инструмента с линиями разметки.

В целом метод характеризуется высокой себестоимостью изготовления деталей из-за низкой производительности и высокой заработной платы.

Метод применяется в единичном и мелкосерийном производстве, в ремонтных и инструментальных цехах, в тяжёлом машиностроении. В серийном производстве применяется для «спасения» брака по литью и штамповке. В серийном, крупносерийном и массовом производстве метод используется при работе абразивным инструментом. Вследствие низкой стойкости такого инструмента, работа им на настроенном станке невозможна.

Метод автоматического получения размеров на настроенном станке заключается в следующем: станок предварительно настраивается на получение заданных размеров. После чего обрабатывается партия заготовок без поднастройки и промежуточных промеров (исключая выборочные контрольные измерения). Настройка станка заключается в установке режущих инструментов на требуемом расстоянии относительно элементов приспособления, определяющих положение заготовки (установочных элементов). Настройка станка может выполняться различными методами, в том числе и методом пробных ходов и промеров.

В ходе обработки в силу неизменности взаимного расположения режущего инструмента и установочных элементов приспособления требуемый размер будет автоматически получаться у всех заготовок.

В целом метод характеризуется низкой себестоимостью изготавливаемых деталей из-за высокой производительности труда и малой зарплаты.

Метод используется в серийном, крупносерийном и массовом производстве. В мелкосерийном применяется крайне редко, так как не окупаются затраты на детальную разработку технологического процесса, наладку станков, изготовление специальной оснастки.

На процесс обработки заготовок на станках оказывает влияние большое количество факторов. Поддерживать значение этих факторов на одном уровне в процессе обработки невозможно. Это значит, что размеры, форма и взаимное расположение поверхностей не могут быть получены с абсолютной точностью:

$$\Delta L = L_0 - L, \quad (1)$$

где ΔL – погрешность;

L_0 – фактическое значение;

L – требуемое значение.

Все погрешности, возникающие в процессе обработки, можно разделить на:

- 1) систематические;
- 2) случайные.

Систематическая погрешность – погрешность, которая для всех заготовок рассматриваемой партии имеет постоянное значение или изменяется по определённом закону. В 1 случае – имеем постоянную систематическую погрешность, во 2-м – переменную.

Причины систематических погрешностей:

- 1) неточность и износ станков;
- 2) неточность и износ режущего инструмента;
- 3) погрешность в результате упругих деформаций заготовки под действием сил зажима (гильза, тонкостенные трубки и пластины);
- 4) тепловые деформации элементов технологической системы;
- 5) погрешности технологической схемы обработки.

Случайная погрешность – погрешность, которая для различных заготовок рассматриваемой партии имеет разное значение, не подчиняющееся никакой закономерности.

Причины случайных погрешностей:

- 1) колебания упругих отжатий технологической системы вследствие непостоянства твёрдости и припуска, удаляемого в процессе обработки;
- 2) неточность положения заготовки из-за погрешностей установки ϵ ;
- 3) неточность настройки станка.

Для анализа погрешностей, возникающих в процессе обработки (анализа за точности) используют 2 метода:

1) **статистический метод** – применяющий аппарат математической статистики. Находит применение в массовом и крупносерийном производстве, когда обрабатываются значительные партии заготовок. Позволяет, не вдаваясь в физическую суть явлений, решать задачи по анализу точности. В конечном итоге целью проведения статистического анализа точности является выявление теоретического закона, которому подчиняется распределение рассматриваемой характеристики точности и определение параметров данного распределения;

2) **расчётно-аналитический метод** – расчёт погрешности ведётся по эмпирическим и аналитическим формулам, находит применение на этапе проектирования технологического процесса.

При обработке партии заготовок на настроенном станке суммарная погрешность обработки определяется по формуле:

$$\Delta_{\Sigma} = \sqrt{\varepsilon^2 + \Delta_{\gamma}^2 + \Delta_{\text{н}}^2 + 3\Delta_{\text{и}}^2 + 3\Delta_{\text{т}}^2 + \Sigma\Delta_{\text{ф}}}, \quad (2)$$

где ε – погрешность установки;

Δ_{γ} – погрешность в результате непостоянства упругих отжатий;

$\Delta_{\text{н}}$ – погрешность настройки на размер;

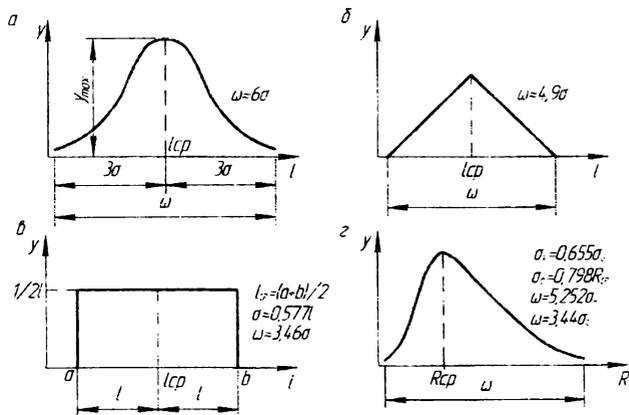
$\Delta_{\text{и}}$ – погрешность в результате неточности и износа режущего инструмента;

$\Delta_{\text{т}}$ – погрешность в результате тепловых деформаций;

$\Delta_{\text{ф}}$ – суммарная погрешность формы в результате неточности и износа станка, деформации заготовки при закреплении, погрешности схемы обработки.

При различных условиях обработки распределение размеров заготовок подчиняется различным законам. В технологии машиностроения практическое применение имеют:

- 1) закон нормального распределения (закон Гаусса);
- 2) закон равнобедренного треугольника (закон Симпсона);
- 3) закон равной вероятности (закон прямоугольника);
- 4) закон эксцентриситета (закон Релея).



а – закон нормального распределения;
 б – закон равнобедренного треугольника;
 в – закон равной вероятности; г – закон эксцентриситета
Рисунок 1 – Законы распределения

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ ОПЕРАЦИИ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ПРИ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЗНАЧЕНИЙ ИССЛЕДУЕМОГО ПАРАМЕТРА ПО ЗАКОНУ ГАУССА

Цель работы:

1. Освоить на практике методику статистического исследования точности операции механической обработки при распределении погрешностей параметров качества детали по закону Гаусса.

2. Проверить гипотезу о законе распределения одного из параметров точности колец, обработанных на токарно-револьверном станке или токарном автомате при постоянной наладке режущих инструментов, и определить показатель точности технологической операции по исследуемому параметру.

Оборудование: комплект деталей (50 шт.), приспособление специальное, микрометр МК-50 (ГОСТ 6507-78).

Основные положения

Оценка точности технологической операции производится на основании исследования распределения действительных размеров деталей. Распределение показателей качества деталей при механической обработке наиболее часто происходит по законам нормального распределения (Гаусса) и эксцентриситета (Релея).

Закону нормального распределения подчиняются многие непрерывные величины, на которые влияет большое число независимых случайных факторов.

При устойчивом процессе обработки деталей на настроенных станках и при отсутствии существенного влияния изменяющихся во времени систематических погрешностей размеры получаемых деталей, высота микронеровностей поверхностей, обработанных различными методами, погрешности измерения распределяются по закону Гаусса.

Дифференциальная функция распределения случайной величины x , подчиняющейся закону Гаусса, имеет вид:

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}, \quad (3)$$

где x и \bar{x} – текущее и среднее значение случайной величины x ;

σ – среднее квадратическое отклонение случайной величины.

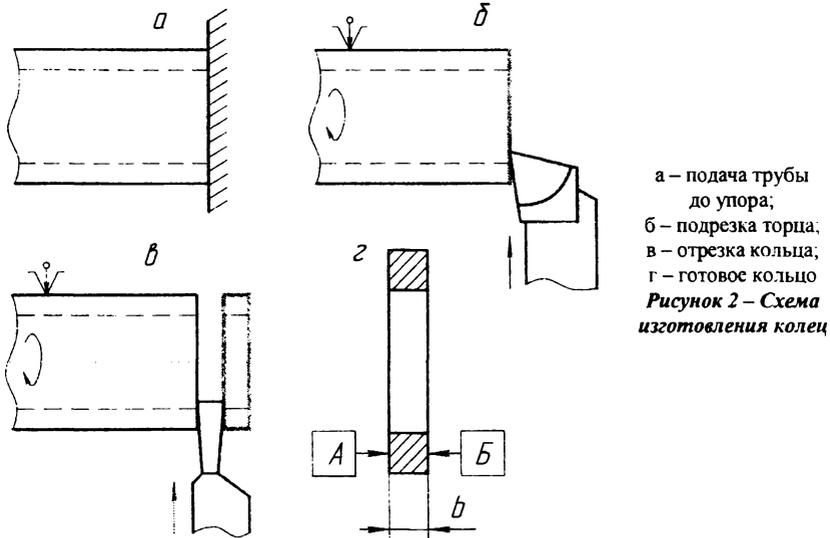
Среднее квадратичное отклонение σ характеризует форму кривой распределения. Чем больше среднее квадратичное отклонение, тем кривая более пологая.

Величина \bar{x} показывает, на каком расстоянии от начала координат находится кривая распределения.

Закон нормального распределения справедлив при получении размеров 8, 9, 10 и грубее квалитетов.

Методические указания

Исследование точности операции в данном случае производится путем измерения общей выборки деталей, обработанных на одном станке за межнастроечный период. Схема обработки приведена на рисунке 2. Станок настраивается на обработку кольца, исследуемым параметром точности которого является толщина b . Условия обработки должны обеспечить минимальный износ режущего инструмента, чтобы исключить влияние переменной систематической погрешности на распределение суммарной погрешности обработки. Помимо этого, выборку деталей рекомендуется брать после того, как станок проработает определенное время (1-2 часа) и температурные деформации элементов технологической системы стабилизируются, так как нестационарность теплового состояния системы также может привести к дополнительным погрешностям обработки. При соблюдении этих условий работа сводится к выявлению совокупного действия случайных погрешностей в процессе обработки детали.



Для уменьшения трудоемкости выполнения лабораторной работы допускается использовать готовые комплекты колец, обработанных по приведенной схеме. Рекомендуется использовать комплекты по 50-100 колец с номинальными размерами в следующих пределах: наружный диаметр 20-30 мм, толщина b 3-6 мм с полем допуска δ , равным 0,15-0,40 мм.

Измерение толщины колец производится микрометром.

Предполагается, что распределение параметра b изготовленного кольца подчиняется закону Гаусса. В результате математической обработки измеренных значений эту гипотезу надо или подтвердить или опровергнуть.

Вычисление статистических характеристик удобно вести в форме таблиц.

Сначала оформляется протокол измерений исследуемого параметра, в который записываются результаты измерений в последовательности их проведения. В таблице 1 приведены результаты измерений толщины 100 колец, обработанных на токарном автомате. Для снижения трудоемкости вычислений в каждой графе таблицы полное численное значение параметра указывается один раз – в верхней строке, ниже указываются только десятые и сотые доли миллиметра каждого размера. По таблице можно установить, что наибольшее значение измеренного размера составляет 5,68 мм, а наименьшее – 5,60 мм. Всего имеется 9 групп деталей с различными размерами, включая указанные крайние значения.

Подсчет частот и статистических характеристик удобно вести в форме таблицы 1. Во второй графе записываются границы интервалов, в которые попадают измеренные размеры. Для того чтобы значения размеров ряда не попадали на граничные значения интервалов, целесообразно числовые значения границ устанавливать с точностью на один знак после запятой больше, чем цена деления принятого измерительного средства. В нашем случае, например, для значения 5,62 мм границы интервала устанавливаются от 5,615 до 5,625 мм.

Таблица 1 – Протокол измерения толщины колец, обработанных на токарном автомате

№	Размер, мм	№	Размер, мм	№	Размер, мм	№	Размер, мм
1	5,60	26	5,64	51	5,63	76	5,62
2	5,63	27	5,62	52	5,64	77	5,67
3	5,65	28	5,65	53	5,62	78	5,68
4	5,61	29	5,64	54	5,65	79	5,65
5	5,64	30	5,63	55	5,64	80	5,68
6	5,66	31	5,64	56	5,62	81	5,62
7	5,62	32	5,63	57	5,65	82	5,64
8	6,65	33	5,65	58	5,64	83	5,63
9	5,66	34	5,64	59	5,66	84	5,65
10	6,62	35	5,61	60	5,63	85	5,67
11	5,64	36	5,64	61	5,62	86	5,64
12	5,66	37	5,62	62	5,64	87	5,67
13	5,65	38	5,65	63	5,63	88	5,64
14	5,63	39	5,61	64	5,66	89	5,65
15	5,66	40	5,64	65	5,63	90	5,64
16	5,60	41	5,63	66	5,67	91	5,65
17	5,66	42	5,65	67	5,65	92	5,63
18	5,64	43	5,66	68	5,63	93	5,65
19	5,66	44	5,64	69	5,66	94	5,64
20	5,61	45	5,63	70	5,64	95	5,63
21	5,63	46	5,66	71	5,63	96	5,67
22	5,65	47	5,64	72	5,64	97	5,63
23	5,64	48	5,61	73	5,65	98	5,67
24	5,61	49	5,65	74	5,64	99	5,65
25	5,64	50	5,63	75	5,65	100	5,67

В данном примере число интервалов невелико и соответствует количеству размеров ряда, т. е. девяти. Если число размеров ряда больше, то диапазон измеренных размеров целесообразно разбить на интервалы, в которых будут сгруппированы по два и более размера. Для того, чтобы значение середины интервала имело столько же знаков после запятой, как и входящие в него размеры, необходимо, чтобы число объединенных в интервалы размеров было нечетным. В этом случае середина интервала соответствует среднему в данном интервале размеру, что в значительной мере упрощает вычисления.

На основании протокола измерений заполняется третья графа таблицы 2, в которую заносится частота m_i , т. е. количество колец, имеющих размер, попадающий в данный интервал. В четвертой графе записываются значения y_i , численно равные середине интервала, в пятой графе – вспомогательная величина:

$$y_i' = (y_i - y_0) / h, \quad (4)$$

где y_0 – новое начало отсчета, за которое обычно принимается середина интервала, имеющего наибольшую частоту.

Это позволяет в дальнейшем оперировать целыми числами и упростить вычисления.

В нашем случае $y_0 = 5,64$ мм, размер интервала $h = 0,01$ мм.

В шестой графе подсчитываются и записываются в каждой строке моменты первого порядка $m_i y_i'$, а в седьмой – моменты второго порядка $m_i (y_i')^2$. Значения моментов первого и второго порядков суммируются и записываются внизу соответствующих граф.

Среднее значение исследуемого параметра подсчитывается в том случае, если результаты измерений записаны в протоколе в абсолютных значениях:

$$\bar{x} = y_0 + h \frac{\sum m_i y_i'}{\sum m_i}, \quad (5)$$

если результаты измерений записаны в протоколе в отклонениях от начала отсчета x_0 , то:

$$\bar{x} = x_0 + y_0 + h \frac{\sum m_i y_i'}{\sum m_i}. \quad (6)$$

Среднее квадратическое отклонение параметра:

$$s = h \sqrt{\frac{\sum m_i (y_i')^2}{\sum m_i} - \left(\frac{\sum m_i y_i'}{\sum m_i} \right)^2}. \quad (7)$$

В нашем случае $\bar{x} = 5,64 + 0,01 \frac{9}{100} = 5,641$ мм;

$$s = 0,01 \sqrt{\frac{299}{100} - \left(\frac{9}{100} \right)^2} = 0,0173 \text{ мм.}$$

Таблица 2 – Подсчёт эмпирических и теоретических частот нормального распределения

№	Интервал	m_i	y_i	y_i'	$m_i y_i'$	$m_i (y_i')^2$	t	$\Phi(t)$	$F(x)$	m_i'	$m_i'^*$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	5,595-5,605	2	5,6	-4	-8	32	-2,08	-0,481	0,019	1,9	2
2	5,605-5,615	6	5,61	-3	-18	54	-1,5	-0,433	0,067	4,8	5
3	5,615-5,625	9	5,62	-2	-18	36	-0,92	-0,321	0,179	11,2	11
4	5,625-5,635	18	5,63	-1	-18	18	-0,35	-0,137	0,363	18,4	18
5	5,635-5,645	25	5,64	0	0	0	0,23	0,091	0,591	22,8	23
6	5,645-5,655	20	5,65	1	20	20	0,81	0,291	0,791	20,0	20
7	5,655-5,665	11	5,66	2	22	44	1,39	0,418	0,918	12,7	13
8	5,665-5,675	7	5,67	3	21	63	1,96	0,475	0,975	5,7	6
9	5,675-5,685	2	5,68	4	8	32	2,54	0,494	0,994	1,9	2
Σ		100			9	299					100

* Округлённые значения $m_i'^*$

Далее необходимо сопоставить эмпирическое распределение, предположительно принятое как нормальное, с теоретическим. Для этого в одних и тех же координатах строятся эмпирический полигон и кривая нормального распределения (рисунок 3). Данные для построения полигона распределения берутся из таблицы 2. По оси абсцисс откладываются в некотором масштабе размеры колец или середины интервалов, а по оси ординат – соответствующие им частоты. Точки на графике соединяются прямыми. Полученная ломаная линия представляет собой эмпирический полигон распределения.

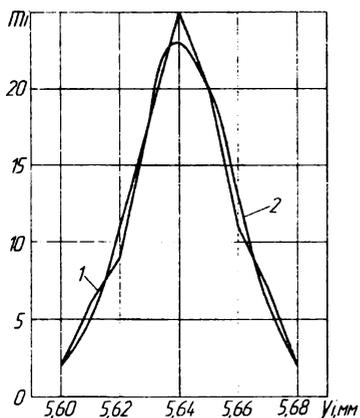


Рисунок 3 – Эмпирический полигон 1 и теоретическая кривая нормального распределения 2

Для построения кривой нормального распределения подсчитываются теоретические частоты нормального распределения при помощи функции Лапласа $\Phi(t)$ путём дальнейшего заполнения граф таблицы 2.

Значения t вычисляются по формуле:

$$t = \frac{x_{ис} - \bar{x}}{s}, \quad (8)$$

где $x_{ис}$ – наибольшее или верхнее значение данного интервала;

\bar{x} и s – ранее вычисленные среднее значение и среднее квадратическое отклонение.

Затем определяются значения функции Лапласа (приложение 1), по которым для каждого интервала подсчитывается интегральная функция:

$$F(x) = 0,5 + \Phi(t). \quad (9)$$

По $F(x)$ можно определить теоретическую частоту.

Для первого интервала в нашем примере:

$$m_1 = F(x)_1 \cdot n = 0,019 \cdot 100 = 1,9$$

Для второго интервала:

$$m_2' = [F(x)_2 - F(x)_1] \cdot n = (0,067 - 0,019) \cdot 100 = 4,8 \text{ и т.д.}$$

Полученные теоретические частоты округляются до целых чисел. Все вычисленные значения записываются в соответствующие графы таблицы 2. Затем по округленным значениям теоретических частот строится кривая нормального распределения. Построение теоретической кривой выполняется на том же графике, где ранее построен эмпирический полигон (рисунок 3). Это дает возможность приблизительно судить о степени совпадения эмпирического распределения с теоретическим.

Для количественного сопоставления эмпирического и теоретического распределений пользуются критериями согласия, например критерием χ^2 Пирсона, который вычисляется по формуле:

$$\chi^2 = \sum \frac{(m_i - m_i')^2}{m_i'} \quad (10)$$

где m_i и m_i' – эмпирическая и теоретическая частоты в i -том интервале.

Расчет значений χ^2 удобно выполнять в форме вспомогательной таблицы 3.

Таблица 3 – Вычисление критерия χ^2

m_i	m_i'	$m_i - m_i'$	$(m_i - m_i')^2$	$\frac{(m_i - m_i')^2}{m_i'}$
2	2	1	1	0,14
6	5			
9	11	2	4	0,36
18	18	-	-	-
25	23	2	4	0,17
20	20	-	-	-
11	13	2	4	0,31
7	6			
2	2	1	1	0,13

$$\chi^2 = 1,11$$

Две первые графы этой таблицы заполняются на основании данных таблицы 2. Если частоты в отдельных интервалах менее 5, то они объединяются с соседними интервалами. После заполнения всей таблицы вычисляется число степеней свободы:

$$k = z - p - 1, \quad (11)$$

где z – число сравниваемых частот (в нашем примере $z = 7$);

p – число параметров теоретического распределения (для закона нормального распределения $p = 2$).

В нашем примере $k = 7 - 2 - 1 = 4$.

Область допустимых значений критерия χ^2 или область принятия гипотезы характеризуется неравенством:

$$\chi_{\text{наб}}^2 < \chi_{\text{кр}}^2(\alpha; k), \quad (12)$$

где $\chi_{\text{наб}}^2$ – значение критерия, вычисленное по данным наблюдений;

$\chi_{\text{кр}}^2(\alpha; k)$ – критическое значение критерия при заданных α и k ;

α – уровень значимости, в технике обычно принимается равным 0,05.

По приложению 2 находим $\chi_{\text{кр}}^2(0,05; 4) = 9,5$. Так как $1,11 < 9,5$ то нет оснований отвергать гипотезу о нормальном распределении анализируемого размера b .

Кроме того, можно пользоваться критерием Романовского:

$$A = \frac{|\chi^2 - k|}{\sqrt{2k}}. \quad (13)$$

Если $A < 3$ гипотеза принимается. Если $A \geq 3$ гипотеза отвергается.

В нашем случае $A = \frac{|0,98 - 4|}{\sqrt{8}} = 1,07$, следовательно эмпирическое распределение соответствует нормальному закону.

Поле рассеивания размеров принимается для нормального закона распределения $\omega = 6s$, что обеспечивает вероятность получения годных деталей в пределах 99,73 %. В нашем случае $\omega = 6 \cdot 0,0173 = 0,104$ мм.

Показатель точности технологической операции определяется по формуле:

$$K_p = \omega / \delta = 6s / \delta, \quad (14)$$

где δ – поле допуска исследуемого параметра качества.

Если $K_p = 0,75 - 0,85$, точность процесса считается удовлетворительной.

Порядок выполнения работы

1. Произвести измерение толщины колец общей выборки деталей согласно варианту задания. Результаты занести в протокол.
2. Определить эмпирические частоты и статистические характеристики распределения данного параметра.
3. Определить теоретические частоты распределения.
4. Построить эмпирический полигон, теоретическую кривую распределения и дать заключение об их соответствии.
5. Вычислить критерий χ^2 и проверить гипотезу о законе распределения.
6. Определить показатель точности операции по исследуемому параметру.
7. Проанализировать полученные результаты.
8. Составить отчет.

Содержание отчета

1. Название работы.
2. Задание и необходимая оснастка.
3. Эскиз детали с указанием измеряемого размера.
4. Протокол измерений (таблица 1).
5. Расчет эмпирических и теоретических частот (таблица 2).
6. Расчет среднего значения и среднего квадратического отклонения измеренного параметра
7. Эмпирический полигон и теоретическая кривая распределения.
8. Расчет критерия χ^2 (таблица 3) и критерия Романовского.
9. Заключение о проверке гипотезы нормального распределения.
10. Определение поля рассеивания и показателя точности технологической операции.
11. Выводы.

Контрольные вопросы

1. Методы достижения требуемой точности в процессе механической обработки?
2. При каких условиях формируется распределение по закону Гаусса?
3. Какие методы используются для анализа погрешностей при обработке?
4. Цель проведения статистического анализа точности. Параметры законов распределения и их расчёт?
5. Как определяется соответствие опытного и теоретического распределения случайных погрешностей?
6. Условие обработки заготовок без брака.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ ОПЕРАЦИИ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ПРИ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЗНАЧЕНИЙ ИССЛЕДУЕМОГО ПАРАМЕТРА ПО ЗАКОНУ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТА

Цель работы:

1. Освоить на практике особенности методики статистического исследования точности операции механической обработки при распределении параметров качества детали по закону эксцентриситета.

2. Проверить гипотезу о законе распределения торцового биения колец и определить показатель точности технологической операции по исследуемому параметру.

Оборудование: комплект деталей (50 шт.), приспособление специальное, стойка магнитная, индикатор часового типа.

Основные положения

Закону распределения Релея подчиняются непрерывные величины, имеющие только положительные значения, в частности, когда случайная величина является радиус-вектором при двумерном и трехмерном гауссовом распределении. При этом случайная величина представляет собой геометрическую сумму двух (распределение Релея) или трех (распределение Максвелла) случайных величин, подчиняющихся закону Гаусса соответственно:

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{и} \quad R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad (15)$$

Закону Релея подчиняются распределения погрешностей формы в продольном и поперечном сечениях детали, погрешность взаимного расположения поверхностей (радиальное и торцовое биения, непараллельность, перпендикулярность) и др.

Функция распределения случайной величины, подчиняющейся закону Релея, имеет вид:

$$y = F(R) = 1 - e^{-\frac{R^2}{2(\sigma')^2}}, \quad (16)$$

где σ' – среднее квадратическое отклонение значений координат x и y , имеющих одинаковое распределение $\sigma' = \sigma_x = \sigma_y$.

Закон Релея однопараметрический, поэтому для вычисления функции случайной величины R необходимо знать только один параметр σ' , который связан \bar{R} и σ_R соотношениями

$$\sigma' = \bar{R} / \sqrt{\pi/2}, \quad (17)$$

$$\sigma_R = \sigma' \sqrt{2 - \pi/2}, \quad (18)$$

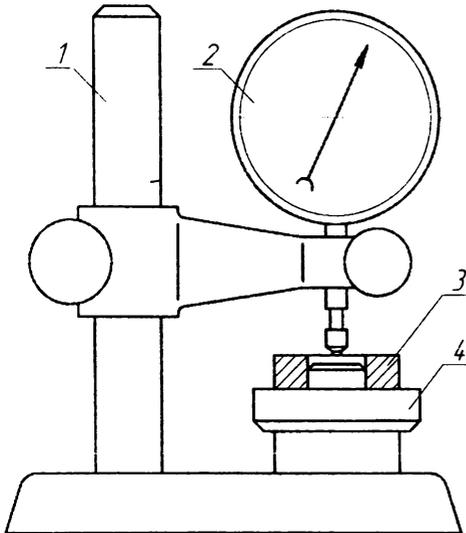
где \bar{R} – среднее значение величины R ;

σ_R – среднее квадратическое отклонение R от \bar{R} .

Методические указания

Обработка колец производится в соответствии со схемой, приведенной на рисунке 1. Рекомендуется использовать комплекты по 50-100 колец с размерами в следующих пределах: наружный диаметр 20-30 мм, толщина 4-5 мм с попом допуска (δ) на взаимное биение торцов А и Б, равным 0,2-0,4 мм.

В соответствии с литературными данными предполагается, что распределение торцового биения колец подчиняется закону эксцентриситета. Измерение этого параметра точности производится при помощи приспособления, приведенного на рисунке 4.



1 – стойка; 2 – индикатор; 3 –
измеряемое кольцо; 4 – подставка
**Рисунок 4 – Приспособление для
измерения торцового биения колец**

Вычисление статистических характеристик, подчиняющихся закону эксцентриситета, сводится к расчету среднего значения \bar{R} по изложенной в работе 1 методике для закона нормального распределения и затем к вычислению среднего квадратического отклонения:

$$s = 0,798 \cdot \bar{R}. \quad (19)$$

Ниже приведен пример статистической обработки экспериментальных данных торцового биения общей выборки из 100 колец. На основании данных протокола измерения (таблица 4), так же как и для закона нормального распределения, составляется вспомогательная таблица 5, с помощью которой вычисляются статистические характеристики $\bar{x} \approx \bar{R}$ и s . Графу моментов второго порядка $m_2(y,)^2$ в данном случае в таблицу можно не включать.

Таблица 4 – Протокол измерения торцевого биения колец, обработанных на токарном автомате

№	Размер, мм	№	Размер, мм	№	Размер, мм	№	Размер, мм
1	0,10	26	0,35	51	0,35	76	0,35
2	0,15	27	0,20	52	0,22	77	0,30
3	0,12	28	0,10	53	0,42	78	0,15
4	0,30	29	0,10	54	0,30	79	0,20
5	0,10	30	0,12	55	0,25	80	0,10
6	0,05	31	0,10	56	0,15	81	0,05
7	0,10	32	0,25	57	0,25	82	0,11
8	0,20	33	0,15	58	0,15	83	0,15
9	0,20	34	0,25	59	0,20	84	0,25
10	0,30	35	0,18	60	0,45	85	0,18
11	0,15	36	0,18	61	0,30	86	0,25
12	0,05	37	0,15	62	0,25	87	0,40
13	0,20	38	0,15	63	0,40	88	0,15
14	0,40	39	0,15	64	0,20	89	0,20
15	0,25	40	0,20	65	0,25	90	0,15
16	0,15	41	0,15	66	0,15	91	0,24
17	0,20	42	0,25	67	0,30	92	0,40
18	0,20	43	0,17	68	0,20	93	0,15
19	0,22	44	0,12	69	0,25	94	0,15
20	0,18	45	0,18	70	0,25	95	0,30
21	0,20	46	0,15	71	0,15	96	0,32
22	0,25	47	0,15	72	0,10	97	0,40
23	0,20	48	0,22	73	0,20	98	0,10
24	0,20	49	0,15	74	0,10	99	0,15
25	0,40	50	0,22	75	0,20	100	0,10

В нашем примере:

$$\bar{x} \approx \bar{R} = 0,20 + 0,05 \frac{11}{100} = 0,2055 \text{ мм};$$

$$s = 0,798 \cdot \bar{R} = 0,164 \text{ мм};$$

$$s_R = s \sqrt{2 - \pi/2} = 0,164 \cdot 0,65 = 0,1 \text{ мм}.$$

Вычисление теоретических ординат закона распределения эксцентриситета также целесообразно производить с помощью таблицы 5.

Таблица 5 – Подсчёт эмпирических и теоретических частот распределения по закону эксцентриситета

№	Интервал	m_i	y_i	y_i'	$m_i y_i'$	$R_{нб}/s$	$F(R)$	m_i'	m_i^*
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,025-0,075	3	0,05	-3	-9	0,46	0,100	10,0	10
2	0,075-0,125	15	0,10	-2	-30	0,76	0,251	15,1	15
3	0,125-0,175	23	0,15	-1	-23	1,07	0,436	18,5	18
4	0,175-0,225	25	0,20	0	0	1,37	0,609	17,3	18
5	0,225-0,275	15	0,25	1	15	1,68	0,756	14,7	15
6	0,275-0,325	8	0,30	2	16	1,98	0,859	10,3	10
7	0,325-0,375	3	0,35	3	9	2,29	0,927	60,8	7
8	0,375-0,425	7	0,40	4	28	2,59	0,965	3,8	4
9	0,425-0,475	1	0,45	5	5	2,90	0,985	2,0	2
Σ		100			11				100

* Округлённые значения m_i^*

Для заполнения графы $R_{нб} / s$ в качестве $R_{нб}$ принимается верхнее значение границы данного интервала. Значения $F(R)$ берутся из приложения 3.

Теоретические частоты вычисляются по формуле:

$$m_i' = [F(R)_{i+1} - F(R)_{i-1}] \cdot n. \quad (20)$$

Так, для первого интервала: $m_1' = F(R)_{i+1} \cdot n = 0,098 \cdot 100 = 9,8$.

Для второго интервала:

$$m_2' = [F(R)_{i+2} - F(R)_{i-1}] \cdot n = (0,2508 - 0,0980) \cdot 100 = 15,3 \text{ и т.д.}$$

В последней графе приводятся значения теоретических частот, округленные до целых чисел. Затем, так же как и при нормальном распределении параметров, строится эмпирический полигон и теоретическая кривая распределения по закону эксцентриситета (рисунок 5).

Для вычисления критерия χ^2 составляется вспомогательная таблица 3. Методика вычисления ничем не отличается от методики для случая нормального распределения. Поэтому по данным нашего примера приводится только результат вычисления $\chi^2 = 7,24$.

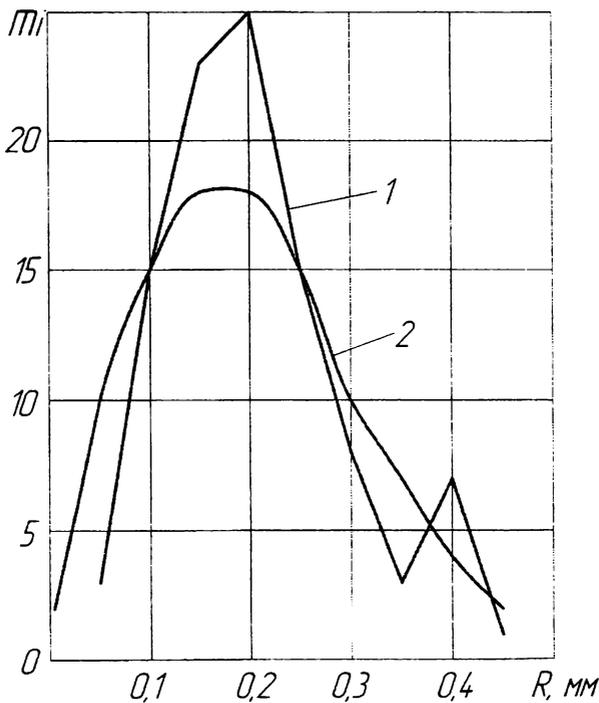


Рисунок 5 – Эмпирический полигон 1 и теоретическая кривая распределения по закону эксцентриситета

Так как закон распределения эксцентриситета однопараметрический, то $p = 1$. В данном случае $k = 6 - 1 - 1 = 4$. По приложению 3 находим критическое значение критерия Пирсона $\chi^2(0,05; 4) = 9,5$. Условие принятия гипотезы о законе распределения удовлетворяется, так как $7,24 < 9,5$.

$$\text{Критерий Романовского: } A = \frac{7,24 - 4}{\sqrt{8}} = 1,14 < 3$$

Следовательно, гипотеза о соответствии эмпирического распределения закону эксцентриситета принимается.

Поле рассеивания для распределения по закону эксцентриситета $\omega = 5,25s_R$. В нашем случае $\omega = 5,25 \cdot 0,1 = 0,525$ мм. Тогда показатель точности технологической операции:

$$K_p = 5,25s_R / \delta. \quad (21)$$

Интервал допустимых значений показателя точности тот же, что и для закона нормального распределения.

Порядок выполнения работы

1. Произвести измерение торцевого биения колец общей выборки деталей согласно варианту задания. Результаты занести в протокол.
2. Определить эмпирические частоты и статистические характеристики распределения данного параметра.
3. Определить теоретические частоты распределения.
4. Построить эмпирический полигон, теоретическую кривую распределения и дать заключение об их соответствии.
5. Вычислить критерий χ^2 и проверить гипотезу о законе распределения.
6. Определить показатель точности операции по исследуемому параметру.
7. Проанализировать полученные результаты.
8. Составить отчет.

Содержание отчета

1. Название работы.
2. Задание и необходимая оснастка.
3. Эскиз детали с указанием измеряемого параметра.
4. Протокол измерений (таблица 4).
5. Расчет эмпирических и теоретических частот (таблица 5).
6. Расчет среднего значения и среднего квадратического отклонения измеренного параметра.
7. Эмпирический полигон и теоретическая кривая распределения.
8. Расчет критерия χ^2 (таблица 3) и критерия Романовского.
9. Заключение о проверке гипотезы распределения по закону эксцентриситета.

10. Определение поля рассеивания и показателя точности технологической операции.

11. Выводы.

Контрольные вопросы

1. Какие законы распределения имеют наибольшее распространение в технологии машиностроения?

2. Случайные погрешности при обработке и причины их возникновения.

3. Систематические погрешности при обработке и причины их возникновения.

4. Распределение каких параметров качества детали обычно подчиняется закону эксцентриситета?

5. Почему закон эксцентриситета называется однопараметрическим?

6. Как и для чего определяются критерии Пирсона и Романовского?

Приложение 1. Значения функции Лапласа $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0909	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1555	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2045	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3683	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4865	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4978	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986

Продолжение приложения 1.

t	Φ(t)	t	Φ(t)	t	Φ(t)
3,00-3,02	0,4987	3,14-3,17	0,4992	3,39-3,48	0,4997
3,03-3,04	0,4988	3,18-3,21	0,4993	3,49-3,61	0,4998
3,05-3,07	0,4989	3,22-3,26	0,4994	3,62-3,89	0,4999
3,08-3,10	0,4990	3,27-3,32	0,4995	4,50	0,499997
3,11-3,13	0,4991	3,32-3,38	0,4996	5,00	0,4999997

Приложение 2. Критические точки распределения χ^2 при уровне значимости $\alpha = 0,05$

k	χ^2	k	χ^2	k	χ^2
1	3,8	11	19,7	21	32,7
2	6,0	12	21,0	22	33,9
3	7,8	13	22,4	23	35,2
4	9,5	14	23,7	24	36,4
5	11,1	15	25,0	25	37,7
6	12,6	16	26,3	26	38,9
7	14,1	17	27,6	27	40,1
8	15,5	18	28,9	28	41,3
9	16,9	19	30,1	29	42,6
10	18,3	20	31,4	30	43,8

Приложение 3. Значения функции распределения по закону Релея

$$\Phi(R) = 1 - e^{-\frac{R^2}{2\sigma^2}}$$

$\frac{R}{\sigma}$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0001	0,0002	0,0005	0,0008	0,0013	0,0018	0,0024	0,0032	0,0040
0,1	0,0050	0,0060	0,0072	0,0084	0,0098	0,0112	0,0127	0,0143	0,0161	0,0179
0,2	0,0198	0,0218	0,0239	0,0261	0,0284	0,0308	0,0332	0,0358	0,0384	0,0412
0,3	0,0440	0,0469	0,0499	0,0530	0,0562	0,0594	0,0628	0,0662	0,0696	0,0732
0,4	0,0769	0,0806	0,0844	0,0883	0,0923	0,0963	0,1004	0,1046	0,1088	0,1131
0,5	0,1175	0,1220	0,1265	0,1310	0,1357	0,1404	0,1451	0,1499	0,1548	0,1598
0,6	0,1647	0,1698	0,1749	0,1800	0,1852	0,1904	0,1957	0,2010	0,2064	0,2118
0,7	0,2173	0,2228	0,2283	0,2339	0,2395	0,2452	0,2508	0,2566	0,2623	0,2681
0,8	0,2739	0,2797	0,2855	0,2914	0,2973	0,3032	0,3091	0,3151	0,3211	0,3270
0,9	0,3330	0,3390	0,3450	0,3511	0,3571	0,3632	0,3692	0,3753	0,3813	0,3874
1,0	0,3935	0,3295	0,4056	0,4117	0,4177	0,4238	0,4298	0,4359	0,4419	0,4479
1,1	0,4539	0,4599	0,4659	0,4719	0,4779	0,4838	0,4897	0,4956	0,5015	0,5074
1,2	0,5132	0,5191	0,5249	0,5307	0,5364	0,5422	0,5479	0,5536	0,5092	0,5649
1,3	0,5704	0,5760	0,5815	0,5871	0,5925	0,5980	0,6034	0,6088	0,6141	0,6194
1,4	0,6247	0,6299	0,6351	0,6403	0,6454	0,6505	0,6555	0,6608	0,6655	0,6705

Продолжение приложения 3

$\frac{R}{\sigma}$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
1,5	0,6753	0,6802	0,6850	0,6898	0,6945	0,6992	0,7038	0,7084	0,7130	0,7175
1,6	0,7220	0,6898	0,7308	0,7351	0,7394	0,7437	0,7479	0,7520	0,7562	0,7602
1,7	0,7643	0,7692	0,7722	0,7761	0,7799	0,7837	0,7875	0,7912	0,7949	0,7985
1,8	0,8021	0,8056	0,8092	0,8126	0,8160	0,8194	0,8227	0,8260	0,8292	0,8224
1,9	0,8355	0,8386	0,8417	0,8447	0,8477	0,8506	0,8535	0,8564	0,8592	0,8619
2,0	0,8647	0,8674	0,8700	0,8726	0,8752	0,8777	0,8802	0,8826	0,8851	0,8874
2,1	0,8898	0,8920	0,8943	0,8965	0,8987	0,9009	0,9030	0,9051	0,9071	0,9091
2,2	0,9111	0,9130	0,9149	0,9168	0,9186	0,9204	0,9222	0,9240	0,9257	0,9274
2,3	0,9290	0,9306	0,9322	0,9338	0,9353	0,9368	0,9383	0,9397	0,9411	0,9425
2,4	0,9439	0,9452	0,9465	0,9478	0,9490	0,9503	0,9516	0,9527	0,9538	0,9550
2,5	0,9561	0,9572	0,9582	0,9583	0,9603	0,9613	0,9623	0,9632	0,9641	0,9651
2,6	0,9660	0,9668	0,9677	0,9685	0,9693	0,9702	0,9709	0,9717	0,9724	0,9732
2,7	0,9739	0,9756	0,9753	0,9760	0,9766	0,9772	0,9778	0,9784	0,9790	0,9796
2,8	0,9802	0,9807	0,9813	0,9818	0,9823	0,9829	0,9833	0,9837	0,9842	0,9856
2,9	0,9851	0,9855	0,9859	0,9863	0,9867	0,9871	0,9875	0,9878	0,9882	0,9885
3,0	0,9889	0,9892	0,9896	0,9899	0,9902	0,9905	0,9907	0,9910	0,9913	0,9916
3,1	0,9918	0,9921	0,9923	0,9925	0,9928	0,9930	0,9932	0,9934	0,9936	0,9938
3,2	0,9940	0,9942	0,9944	0,9946	0,9947	0,9949	0,9951	0,9952	0,9954	0,9955
3,3	0,9957	0,9958	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968
3,4	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	0,9975	0,9976	0,9976	0,9977
3,5	0,9978	0,9979	0,9980	0,9980	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984

R/σ	F(R)	R/σ	F(R)	R/σ	F(R)
3,60-3,61	0,9985	3,70-3,72	0,9990	3,87-3,92	0,9995
3,62-3,63	0,9986	3,73-3,75	0,9991	3,93-3,98	0,9996
3,64-3,65	0,9987	3,76-3,78	0,9992	3,99-4,07	0,9997
3,66-3,67	0,9988	3,79-3,82	0,9993	4,08-4,19	0,9998
3,68-3,69	0,9989	3,83-3,86	0,9994	4,20-4,44	0,9999

Учебное издание

Составители:

Николай Степанович Ялковский

Виктор Александрович Сокол

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторным работам по курсу «Технология машиностроения»

на тему «Статистические методы исследования точности

операций технологического процесса»

для студентов специальностей

1-36 01 01 «Технология машиностроения» и

1-36 01 03 «Технологическое оборудование машиностроительного производства»

Ответственный за выпуск: В.А. Сокол

Редактор: Т.В. Строкач

Компьютерная верстка: Е.А. Боровикова

Корректор: Е.В. Никитчик

Подписано к печати 5.05.2010 г. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага «Снегурочка».

Усл. п. л. 1,4. Уч.-изд. л. 1,5. Тираж 50 экз. Заказ № 513. Отпечатано

на ризографе учреждения образования

«Брестский государственный технический университет».

224017 г. Брест, ул. Московская, 267.