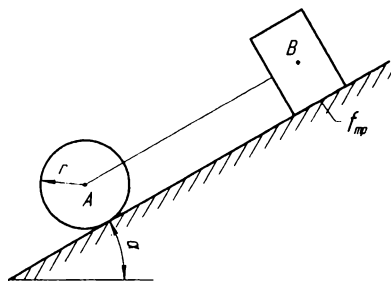


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ

**Задания и методические указания
к выполнению расчетно-графических работ
по дисциплине «Теоретическая механика»
для студентов специальности
1-70 02 02 «Экспертиза и управление недвижимостью»**



УДК 539.3(04)

Теоретическая механика является одной из основных общетехнических дисциплин, представляющей собой фундамент для изучения специальных дисциплин и подготовки квалифицированных инженеров технических специальностей. Для приобретения навыков инженерных расчетов студенты в процессе ее изучения выполняют расчетно-графические работы по основным разделам курса. Настоящие задания и методические указания содержат краткий теоретический материал по темам расчетно-графических работ, условия заданий и примеры их выполнения.

Составители: Веремейчик А. И., доцент, к. ф.-м. н.
Хвисевич В. М., доцент, к. т. н.
Винник А. Н., ст. препод. каф. архитектуры

Рецензенты: заведующий кафедрой механики и строительных конструкций учреждения образования «Гродненский государственный университет им. Я.Купалы», доктор технических наук, доцент Барсуков В. Г.; доктор технических наук, профессор Сазонов М. И.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
Указания по оформлению расчетно-графических работ	4
1 Произвольная плоская система сил. Равновесие систем тел	5
1.1 Краткие теоретические сведения	5
1.2 Задание к расчетно-графической работе «Определение реакций опор составной конструкции»	8
1.3 Пример расчета составной конструкции.....	11
2. Центр тяжести	15
2.1 Краткие теоретические сведения.....	15
2.2 Задание к расчетно-графической работе «Центр тяжести»	16
2.3 Пример расчета.....	20
3 Теорема об изменении кинетической энергии механической системы	22
3.1 Краткие теоретические сведения.....	22
3.2 Задание к расчетно-графической работе «Применение теоремы об изменении кинетической энергии к изучению движения механической системы»	24
3.3 Пример расчета.....	30
Список литературы	34

ВВЕДЕНИЕ

Среди физико-математических и общетехнических дисциплин, изучаемых в высшей школе, ведущее место принадлежит теоретической механике. Наряду с математикой и физикой она имеет большое общенаучное значение: развивает логическое мышление студентов и способствует пониманию весьма широкого круга явлений, относящихся к простейшей форме движения материи – к механическому движению материальных тел. Теоретическая механика является научной базой общетехнических и специальных дисциплин [1–13]. В настоящее время все отрасли промышленности непрерывно пополняются новыми, более совершенными сооружениями, машинами и технологиями и для их освоения будущий инженер-специалист по недвижимости должен иметь глубокие знания не только по своей основной специальности, но и по фундаментальным общетехническим дисциплинам.

Как показывает опыт, у лиц, изучающих и использующих в своей деятельности теоретическую механику, наибольшие затруднения вызывает применение общих положений теории к решению конкретных задач. Основные трудности состоят в неумении представить конкретные технические задачи в абстрактной математической форме. Настоящие методические указания призваны оказать помощь в приобретении такого навыка, научить студентов самостоятельно строить расчетные схемы и решать некоторые общинженерные задачи.

Задания и методические указания соответствуют учебному плану специальности 1-70 02 02 «Экспертиза и управление недвижимостью» и включают в себя краткие теоретические сведения, условия заданий для выполнения расчетно-графических работ и примеры расчетов.

УКАЗАНИЯ ПО ОФОРМЛЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

1. Расчетно-графические работы выполняются на стандартных листах формата А4 (210×297 мм) со штампом 15 мм и указанием нумерации страниц.

2. Порядок оформления: титульный лист с указанием варианта; задание с указанием исходных данных и схем конструкций; текст решения с необходимыми пояснениями и схемами; выводы; список литературы.

3. Текстовая часть оформляется в соответствии с требованиями к оформлению текстовых документов. Расчеты выполняются в общем виде, в полученные выражения подставляются значения входящих в них величин, записывается числовой результат с указанием размерности ответа. Все вычисления проводятся в десятичных дробях с точностью до трех-четырех значащих цифр.

4. Чертежи и схемы выполняются с соблюдением правил графики и масштабов стандарта учреждения образования «Брестский государственный технический университет». Для наглядности и удобства схемы и графики можно выполнять на миллиметровой бумаге соответствующего формата. Все рисунки (схемы, графики и т. д.) должны быть пронумерованы, обозначены, упомянуты в тексте.

1 ПРОИЗВОЛЬНАЯ ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СИЛ. РАВНОВЕСИЕ СИСТЕМ ТЕЛ

1.1 Краткие теоретические сведения

Под произвольной плоской системой сил понимают совокупность сил, расположенных в одной плоскости, линии действия которых не пересекаются в одной точке.

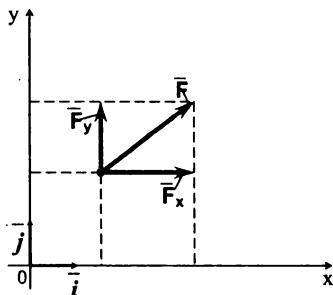


Рисунок 1.1 – Определение проекций силы на оси координат

Разложим силу $\vec{F}$ на составляющие вдоль координатных осей (рисунок 1), т. е.

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y, \quad (1.1)$$

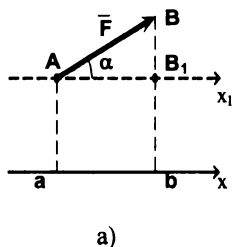
$$\vec{F}_x = F_x \cdot \vec{i}; \quad \vec{F}_y = F_y \cdot \vec{j};$$

$\vec{F} = F_x \cdot \vec{i} + F_y \cdot \vec{j}$, где $\vec{i}, \vec{j}$ – единичные вектора (орты) осей координат.

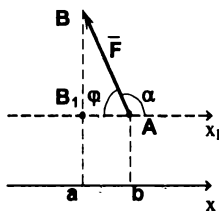
Проекцией вектора силы (в дальнейшем – силы) на ось называется скалярная величина, равная взятой со знаком «+» или «-» длине отрезка, заключенного между проекциями начала и конца вектора силы.

При решении задач проекции сил на оси получают, умножая ее модуль на косинус острого угла между линией действия силы и осью, а знак определяется непосредственно из схемы (рисунок 1.2). Проекция силы на ось – величина скалярная.

Различают два случая: $\alpha < 90^\circ$, $\alpha > 90^\circ$ (при $\alpha = 90^\circ$ проекция силы на ось равна нулю).



а)



б)

Рисунок 1.2 – Определение знака проекций силы на оси координат

а) угол $\alpha < 90^\circ$ (рисунок 1.2, а) — $F_x = ab = AB_1 = F \cos \alpha$;

б) угол $\alpha > 90^\circ$ (рисунок 1.2, б) — $F_x = AB_1 = ab = F \cos \alpha = -F \cos \varphi$.

Моментом $M_o(\vec{F})$ силы $\vec{F}$ относительно точки O на плоскости называется скалярная величина, равная взятому с соответствующим знаком произведению модуля силы $\vec{F}$ на длину плеча h (рисунок 3):

$$M_o(\vec{F}) = \pm F \cdot h. \quad (1.2)$$

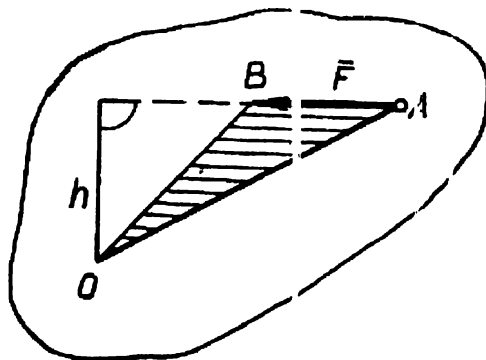


Рисунок 1.3 – Определение момента силы относительно точки

Момент силы имеет знак плюс, если сила стремится повернуть тело вокруг точки O против хода часовой стрелки, и знак минус - если по ходу часовой стрелки. Если линия действия силы проходит через точку, момент силы относительно этой точки равен нулю.

Теорема Вариньона о моменте равнодействующей. Момент равнодействующей $\vec{R}$ плоской произвольной системы сил относительно точки O , лежащей в плоскости действия сил, равен алгебраической сумме моментов слагаемых сил относительно той же точки:

$$M_o(\vec{R}) = \sum_{k=1}^n M_o(\vec{F}_k). \quad (1.3)$$

Методами статики любую произвольную плоскую систему сил можно значительно упростить, приведя силы к одному центру приведения O , в результате чего в этом центре будет приложена сила $\vec{R}$, называемая главным вектором, и к телу в целом будет приложена пара сил с моментом M_o , называемым главным моментом относительно этого центра.

Главный вектор $\vec{R}$ равен геометрической сумме сил входящих в данную систему, а главный момент M_o - алгебраической сумме моментов сил относительно центра приведения, включая и алгебраическую сумму моментов действующих пар сил:

$$\vec{R} = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k; \quad M_o = \sum_{k=1}^n M_o(\vec{F}_k). \quad (1.4)$$

Численное значение главного вектора определяется по его проекциям на координатные оси:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}, \quad (1.5)$$

$$\text{где } R_x = \sum_{k=1}^n F_{kx} \text{ и } R_y = \sum_{k=1}^n F_{ky}.$$

Направление главного вектора находят по косинусам направляющих углов:

$$\cos(\bar{R}, \wedge \bar{i}) = \frac{R_x}{R}, \quad \cos(\bar{R}, \wedge \bar{j}) = \frac{R_y}{R}, \quad (1.6)$$

где $\bar{i}$, $\bar{j}$ – орты осей Ox и Oy .

Условиями равновесия тела под действием произвольной плоской системы сил являются равенство нулю главного вектора и главного момента относительно любого центра O :

$$\bar{R} = 0 \text{ и } M_O = 0. \quad (1.7)$$

Эти условия выполняются, если

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^n F_{kx} = 0, \\ \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0, \\ \sum_{k=1}^n M_O(\bar{F}_k) = 0. \end{cases} \quad (1.8)$$

Уравнения (1) называются основными уравнениями равновесия. Существуют еще две формы уравнений равновесия:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^n M_A(\bar{F}_k) = 0, \\ \sum_{k=1}^n M_B(\bar{F}_k) = 0, \\ \sum_{k=1}^n F_{kx} = 0, \end{cases} \quad (1.9)$$

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^n M_A(\bar{F}_k) = 0, \\ \sum_{k=1}^n M_B(\bar{F}_k) = 0, \\ \sum_{k=1}^n M_C(\bar{F}_k) = 0. \end{cases} \quad (1.10)$$

В системе уравнений (1.9) ось x не должна быть перпендикулярной к прямой, проходящей через центры A и B , а центры A , B и C в системе (1.10) не должны лежать на одной прямой.

Системой тел называется конструкция, состоящая из нескольких твердых тел, взаимодействующих между собой благодаря наличию внутренних связей (шарнирные связи, стержневые связи и т. д.). Силы, действующие на тела системы, делят на внешние и внутренние. Внешними называются силы, действу-

ющие на тела механической системы со стороны тел, не принадлежащих этой системе. Внутренними называются силы взаимодействия между телами рассматриваемой системы.

При равновесии системы тел каждое тело также находится в равновесии. В связи с этим имеется два способа решения задач, связанных с исследованием равновесия системы тел.

1. Поскольку каждое тело системы находится в равновесии, то составляются уравнения равновесия каждого из тел (тогда уравнения равновесия системы в целом могут быть использованы для проверки правильности решения).

2. Сначала записываются уравнения равновесия системы в целом, а затем уравнения равновесия отдельных тел системы (в этом случае нет необходимости в составлении уравнений равновесия по крайней мере одного из тел системы, но они могут быть применены для проверки).

При составлении уравнений равновесия для всей системы в целом она рассматривается как абсолютно твердое тело, поэтому в эти уравнения не войдут силы взаимодействия между отдельными телами системы. Силы, которыми тела системы действуют друг на друга, в соответствии с аксиомой о действии и противодействии (третий закон Ньютона), равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны. Если внешняя сила приложена к точке контакта исследуемых тел, ее следует прилагать только к одному из тел системы, либо распределить между контактирующими телами так, чтобы сохранялась величина и направление данной силы. Вид и направление реактивных силовых факторов соответствует характеру движений, запрещаемых связью.

1.2 Задание к расчетно-графической работе «Определение реакций опор составной конструкции»

Составная рама состоит из 2-х жестких частей, шарнирно соединенных между собой. С помощью внешних связей (шарнирно-неподвижной, шарнирно-подвижной опор или жесткой заделки) рама крепится к неподвижному основанию. Рама нагружена сосредоточенными силами $\bar{F}_1$ и $\bar{F}_2$, равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью q и парой сил с моментом M .

Требуется:

- 1) определить реакции внешних связей рамы;
- 2) определить давление в промежуточном шарнире;
- 3) проверить правильность решения.

Исходные данные для расчета принять согласно схемам (рисунок 1.4).

Числовые данные к расчету составных рам:

$$P_1 = 30 \text{ кН}, P_2 = 20 \text{ кН}, q = 10 \text{ кН/м}, M = 15 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

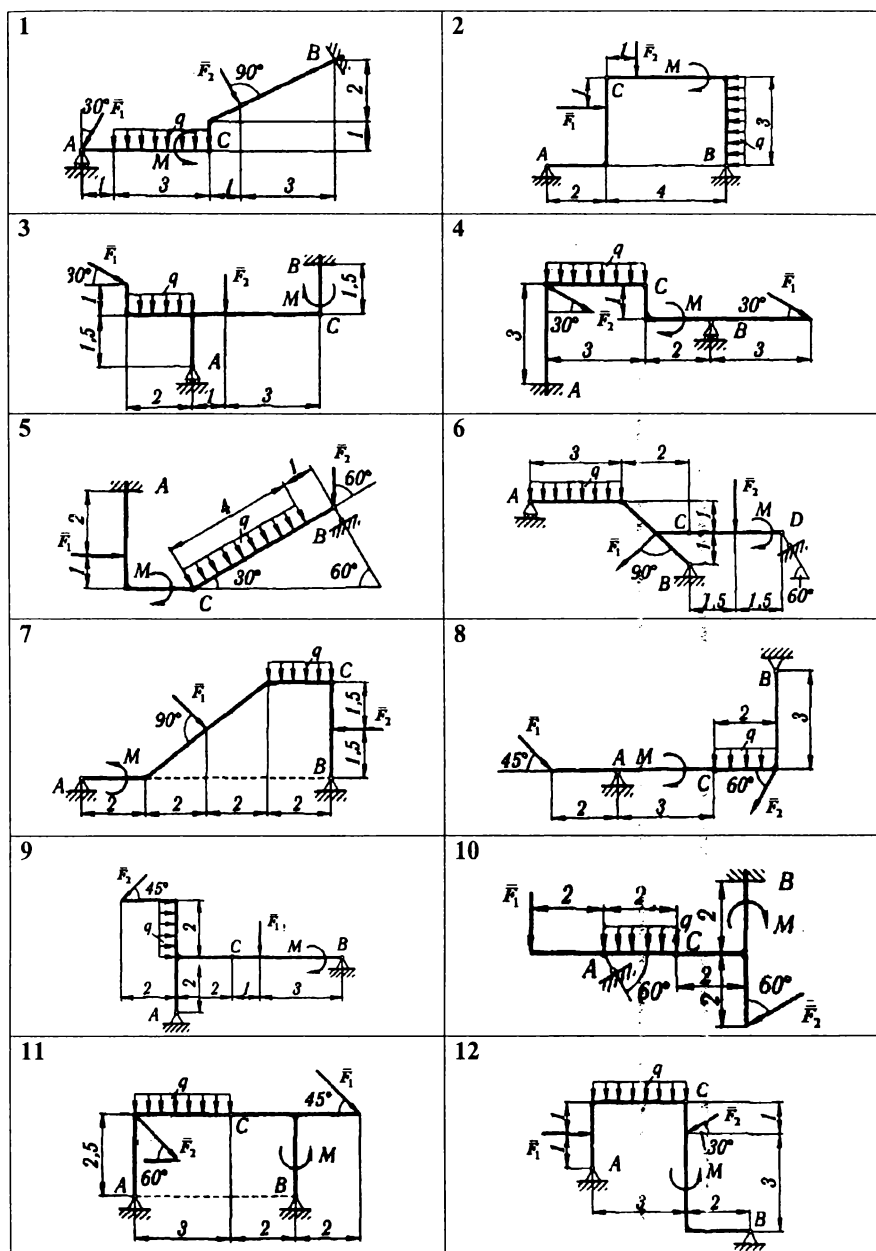
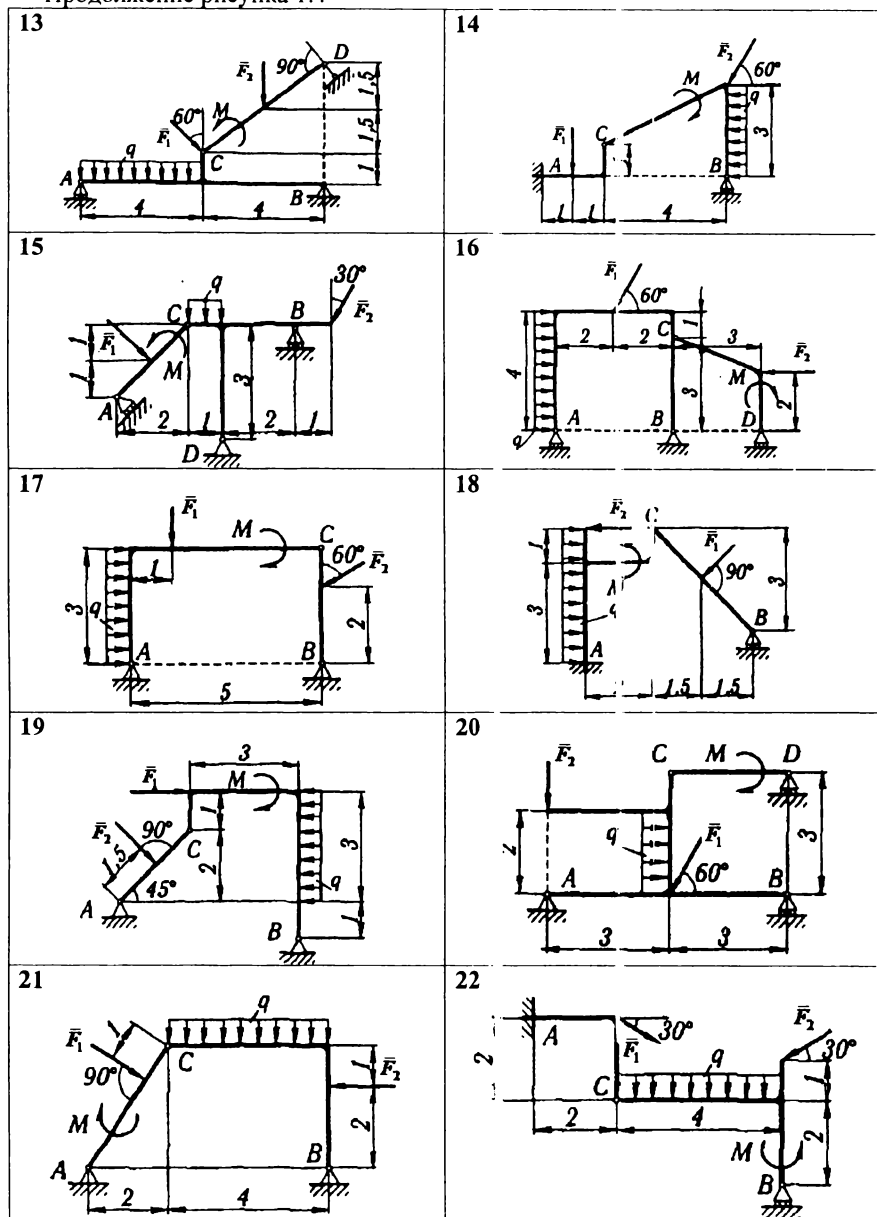
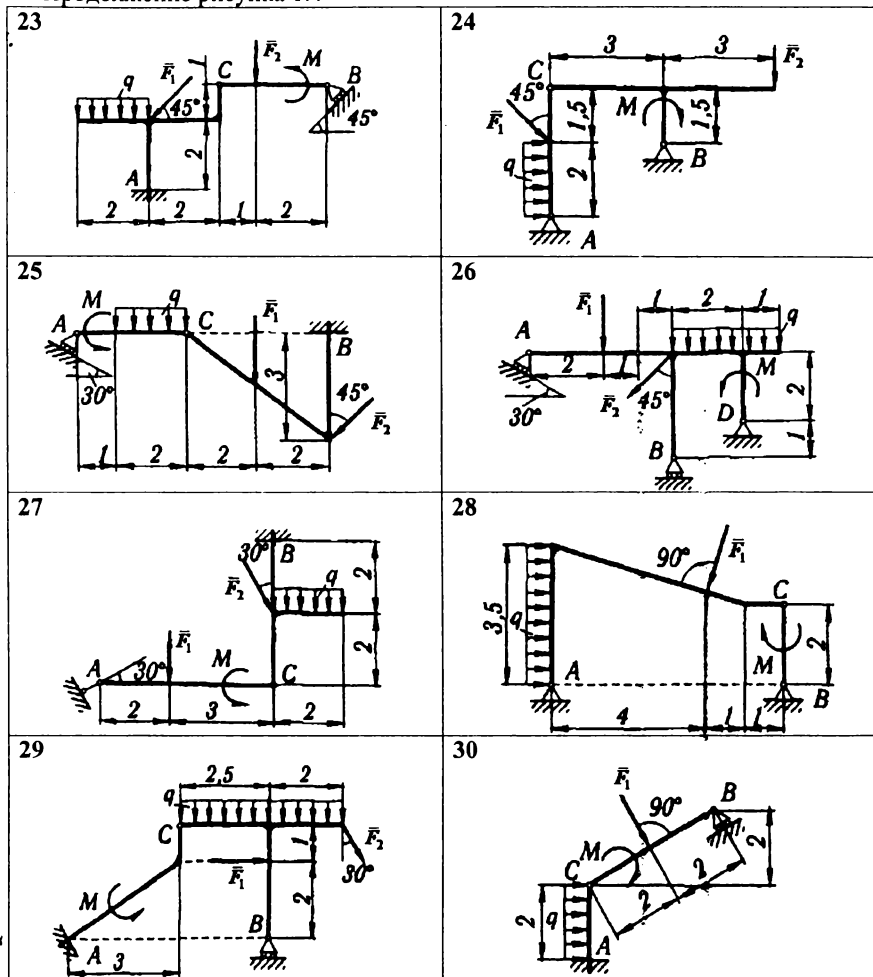


Рисунок 1.4 – Схемы составных конструкций

Продолжение рисунка 1.4





1.3 Пример расчета составной конструкции

Конструкция состоит из жесткого угольника и стержня, которые в точке C соединены шарнирно (рисунок 1.5). Внешними связями, наложенными на конструкцию, являются шарнирно-неподвижные опоры в точках A и B . На конструкцию действуют: пара сил с моментом $M = 40$ кН·м, равномерно распределенная нагрузка интенсивности $q = 20$ кН/м и две силы: сила $\bar{F}_1$, приложенная в точке H под углом $\alpha_1 = 60^\circ$ к горизонтальной оси и сила $\bar{F}_2$, приложенная в точке K под углом $\alpha_2 = 30^\circ$ к горизонтальной оси. Определить реакции связей в точках A , B , C , вызванные заданными нагрузками. При расчетах принять $a = 0,5$ м.

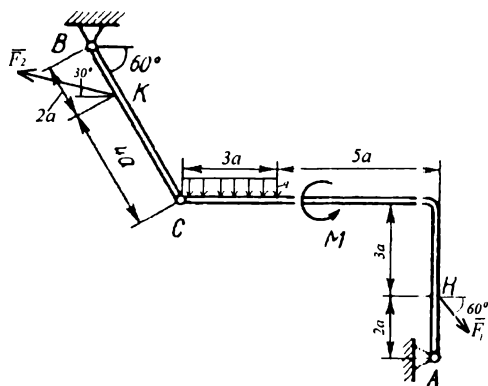


Рисунок 1.5 – Исходная схема

Дано: $M = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}$, $q = 20 \text{ кН/м}$, $a = 0,5 \text{ м}$. $F_1 = 40 \text{ кН}$, $\alpha_1 = 60^\circ$, $F_2 = 20 \text{ кН}$, $\alpha_2 = 30^\circ$.

Определить: реакции в точках A, B, C , вызванные заданными нагрузками.

Решение:

1. Для определения реакций расчленим систему в точке C и рассмотрим сначала равновесие угольника AEC (рисунок 1.6).

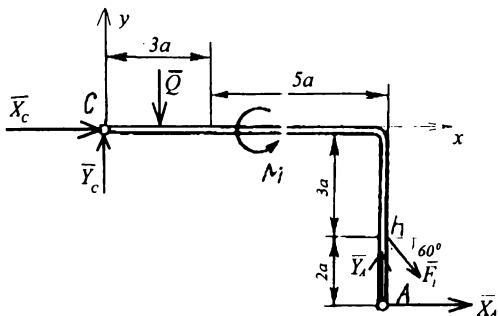


Рисунок 1.6 – Расчетная схема угольника AEC

Проведем координатные оси xu и изобразим действующие на угольник силы: силу $\bar{F}_1$, пару сил с моментом M , равномерно распределенную нагрузку интенсивности q , которую заменяем силой Q , приложенной в середине участка (численно $Q = q \cdot 3a = 20 \cdot 1,5 = 30 \text{ кН}$), составляющие реакции $\bar{X}_c, \bar{Y}_c$ шарнира C и составляющие $\bar{X}_A, \bar{Y}_A$ реакции шарнира A .

Для полученной произвольной плоской системы сил составим три уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0; X_A + F_1 \cos 60^\circ + X_C = 0, \quad (1.11)$$

$$\sum F_{ky} = 0; -F_1 \sin 60^\circ + Y_A - Q + Y_C = 0, \quad (1.12)$$

$$\sum M_A(\bar{F}_k) = 0; -F_1 \cdot \cos 60^\circ \cdot 2a + M + Q \cdot 6,5a - Y_C \cdot 8a - X_C \cdot 5a = 0. \quad (1.13)$$

2. Теперь рассмотрим равновесие стержня BC (рисунок 1.7). На него действуют сила давления угольника AEC в виде составляющих $\bar{X}_C', \bar{Y}_C'$ ($\bar{X}_C' = -\bar{X}_C, \bar{Y}_C' = -\bar{Y}_C$) направленных противоположно X_C, Y_C , и составляющие $\bar{X}_B, \bar{Y}_B$ реакции шарнира B , сила $\bar{F}_2$.

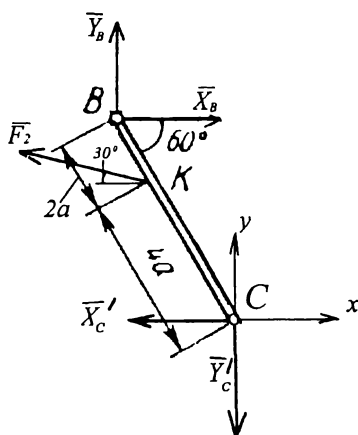


Рисунок 1.7 – Расчетная схема стержня BC

Для этой плоской системы сил составим три независимых уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0, -X_C' - F_2 \cos 30^\circ + X_B = 0, \quad (1.14)$$

$$\sum F_{ky} = 0, -Y_C' + F_2 \sin 30^\circ + Y_B = 0, \quad (1.15)$$

$$\sum M_B(\bar{F}_k) = 0, -X_C' \cdot 6a \cdot \sin 60^\circ - Y_C' \cdot 6a \cdot \cos 60^\circ - F_2 \cdot \cos 60^\circ \cdot 2a = 0. \quad (1.16)$$

Решаем систему уравнений (1.13), (1.16):

$$\begin{cases} \sum M_A(F_k) = 0, -F_1 \cdot \cos 60^\circ \cdot 2a + M + Q \cdot 6,5a - Y_C \cdot 8a - X_C \cdot 5a = 0, \\ \sum M_B(F_k) = 0, -X_C' \cdot 6a \cdot \sin 60^\circ - Y_C' \cdot 6a \cdot \cos 60^\circ - F_2 \cdot \cos 60^\circ \cdot 2a = 0, \\ -40 \cdot 0,5 \cdot 1 + 40 + 30 \cdot 6,5 \cdot 0,5 - Y_C \cdot 4 - X_C \cdot 2,5 = 0, \\ -X_C \cdot 3 \cdot \sin 60^\circ - Y_C \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ - 20 \cdot 0,5 \cdot 1 = 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} Y_C \cdot 4 + X_C \cdot 2,5 = -40 \cdot 0,5 \cdot 1 + 40 + 30 \cdot 6,5 \cdot 0,5 = 117,5, \\ 2,6X_C + 1,5Y_C = -10, \end{cases}$$

$$Y_C = \frac{117,5 - 2,5X_C}{4} = 29,375 - 0,625X_C,$$

$$2,6X_C + 1,5 \cdot (29,375 - 0,625X_C) = -10,$$

$$1,6625X_C = -10 - 44,0625 = -54,0625,$$

$$X_C = \frac{-54,0625}{1,6625} = -32,52 \text{ кН},$$

$$Y_C = 29,375 + 0,625 \cdot 32,52 = 49,7 \text{ кН}.$$

Из уравнения (1.15) определяем Y_B :

$$Y_B = Y_C - F_2 \cdot 0,5 = 49,7 - 10 = 39,7 \text{ кН}.$$

Из уравнения (1.14) определяем X_B :

$$X_B = X_C + F_2 \cdot \cos 30^\circ = -32,52 + 20 \cdot 0,866 = -15,2 \text{ кН}.$$

Из уравнения (1.11) определяем X_A :

$$X_A = -X_C - F_1 \cdot \cos 60^\circ = 32,52 - 40 \cdot 0,5 = 11,52 \text{ кН}.$$

Из уравнения (1.12) определяем Y_A :

$$Y_A = -Y_C + F_1 \cdot 0,866 + Q = -49,7 + 40 \cdot 0,866 + 30 = 14,94 \text{ кН}.$$

Для проверки найденных реакций составим уравнение моментов относительно точки С для всей системы (рис унок 1.8).

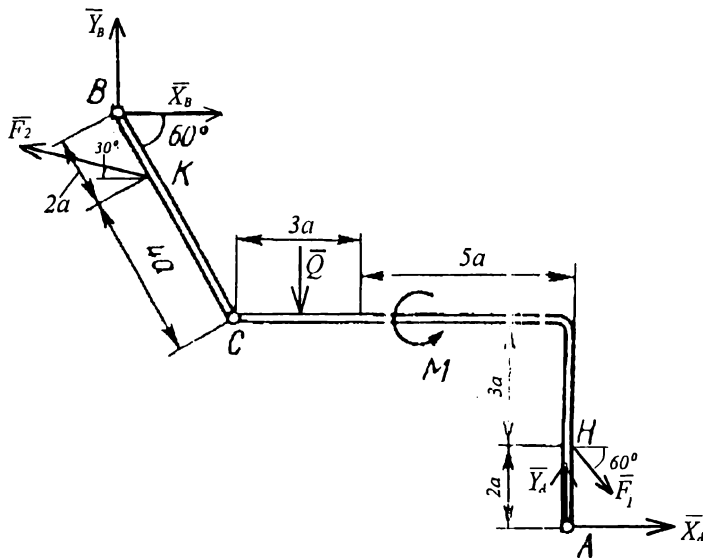


Рисунок 1.8 – Расчетная схема для всей конструкции

$$\begin{aligned} \sum M_C = 0; & X_A \cdot 5a + Y_A \cdot 8a + F_1 \cdot \cos 60^\circ \cdot 3a - F_1 \cdot \sin 60^\circ \cdot 8a + M - Q \cdot 1,5a + \\ & + F_2 \cdot \cos 60^\circ \cdot 4a - X_B \cdot 6a \cdot \sin 60^\circ - Y_B \cdot 6a \cdot \cos 60^\circ = 12,52 \cdot 2,5 + 14,94 \cdot 4 + \\ & + 40 \cdot 0,5 \cdot 1,5 - 40 \cdot \sin 60^\circ \cdot 4 + 40 - 30 \cdot 0,75 + 20 \cdot \cos 60^\circ \cdot 2 + 15,2 \cdot 3 \cdot \sin 60^\circ - \\ & - 39,7 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 220,55 - 220,61 = -0,06 \approx 0. \end{aligned}$$

Погрешность расчета:

$$\varepsilon = \frac{0,06}{220,55} \cdot 100 \% = 0,03 \% < 5 \%, \text{ что допустимо.}$$

Окончательно: $X_A = 12,52 \text{ кН}$, $Y_A = 14,94 \text{ кН}$, $X_C = -32,52 \text{ кН}$, $Y_C = 49,7 \text{ кН}$,

$X_B = -15,2 \text{ кН}$, $Y_B = 39,7 \text{ кН}$. Знак «минус» указывает, что силы $\bar{X}_B$, $\bar{X}_C$ направлены противоположно показанным на рисунках 1.6–1.8.

2 ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

2.1 Краткие теоретические сведения

На каждую k -ю частицу тела, находящегося вблизи земной поверхности, действует направленная вертикально вниз сила $\bar{P}_k$, которая называется силой тяжести. В однородном поле силы тяжести эти силы можно считать параллельными друг другу. Тогда модуль равнодействующей $\bar{P}$ параллельных сил тяжести $\bar{P}_k$, т. е. вес тела, равен:

$$P = \sum_{k=1}^n P_k. \quad (2.1)$$

Линия действия равнодействующей $\bar{P}$ при любых положениях тела будет проходить через одну и ту же точку C , которая называется центром тяжести тела. Таким образом, центром тяжести твердого тела называется неизменно связанная с этим телом точка, через которую проходит линия действия равнодействующей сил тяжести отдельных его частиц при любом положении тела в пространстве.

Координаты центра тяжести тела как центра параллельных сил определяют по формулам:

$$x_C = \frac{\sum_{k=1}^n P_k x_k}{P}, \quad y_C = \frac{\sum_{k=1}^n P_k y_k}{P}, \quad z_C = \frac{\sum_{k=1}^n P_k z_k}{P}. \quad (2.2)$$

Координаты центра тяжести объемного тела постоянной плотности находят по формулам:

$$x_C = \frac{\sum_{k=1}^n V_k x_k}{\sum_{k=1}^n V_k}, \quad y_C = \frac{\sum_{k=1}^n V_k y_k}{\sum_{k=1}^n V_k}, \quad z_C = \frac{\sum_{k=1}^n V_k z_k}{\sum_{k=1}^n V_k}, \quad (2.3)$$

где x_k, y_k, z_k – координаты центров тяжести элементарных частей, V_k – объем k -й части.

Если тело представляет собой однородную пластину постоянной толщины, то координаты ее центра тяжести:

$$x_C = \frac{\sum_{k=1}^n A_k x_k}{\sum_{k=1}^n A_k}, \quad y_C = \frac{\sum_{k=1}^n A_k y_k}{\sum_{k=1}^n A_k}, \quad z_C = \frac{\sum_{k=1}^n A_k z_k}{\sum_{k=1}^n A_k}, \quad (2.4)$$

где A_k – площадь k -го элемента.

Сумма произведений элементарных площадей, входящих в состав площади фигуры, на алгебраические значения их расстояний до некоторой оси, называются статическим моментом площади плоской фигуры относительно этой оси:

$$S_x = \sum_{k=1}^n A_k y_k, \quad S_y = \sum_{k=1}^n A_k x_k. \quad (2.5)$$

Для стержневых конструкций, образованных стержнями одинаковой плотности и постоянного поперечного сечения, координаты центра тяжести определяются по формулам:

$$x_C = \frac{\sum_{k=1}^n l_k x_k}{\sum_{k=1}^n l_k}, \quad y_C = \frac{\sum_{k=1}^n l_k y_k}{\sum_{k=1}^n l_k}, \quad z_C = \frac{\sum_{k=1}^n l_k z_k}{\sum_{k=1}^n l_k}, \quad (2.6)$$

где l_k – длина элемента линии.

Способы определения центров тяжести тел:

1. Метод симметрии. У однородного тела, имеющего плоскость, ось или центр симметрии, центр тяжести находится соответственно в плоскости, на оси или в центре симметрии.

2. Метод разбиения на части. Если тело имеет сложную форму, его разбивают на части, положения центров тяжести которых известны (формулы для расчета площадей и координат центров тяжести некоторых плоских фигур приведены в таблице 2.1). В таком случае положения центров тяжести тела определяют с использованием приведенных выше формул.

3. Метод отрицательных площадей (масс). При нахождении положения центра тяжести тела, имеющего вырезы, полости, отверстия и т. п., используется метод разбиения на части, причем считается, что полости имеют отрицательный вес, т. е. их площади, объемы, массы принимают отрицательными.

2.2 Задание к выполнению расчетно-графической работы «Центр тяжести»

Найти координаты центра тяжести объемной фигуры (варианты 1, 9, 15, 17, 27), плоской фигуры (варианты 2–7, 10, 12, 13, 18, 19, 21–24, 26, 28, 29), плоской фермы, составленной из тонких однородных стержней одинакового погонного веса (варианты 7, 11, 16, 20, 25, 30). Схемы принимаются по рисунку 2.1. Все размеры для объемной и плоской фигур на рисунке 2.1 даны в сантиметрах, для плоской фермы – в метрах.

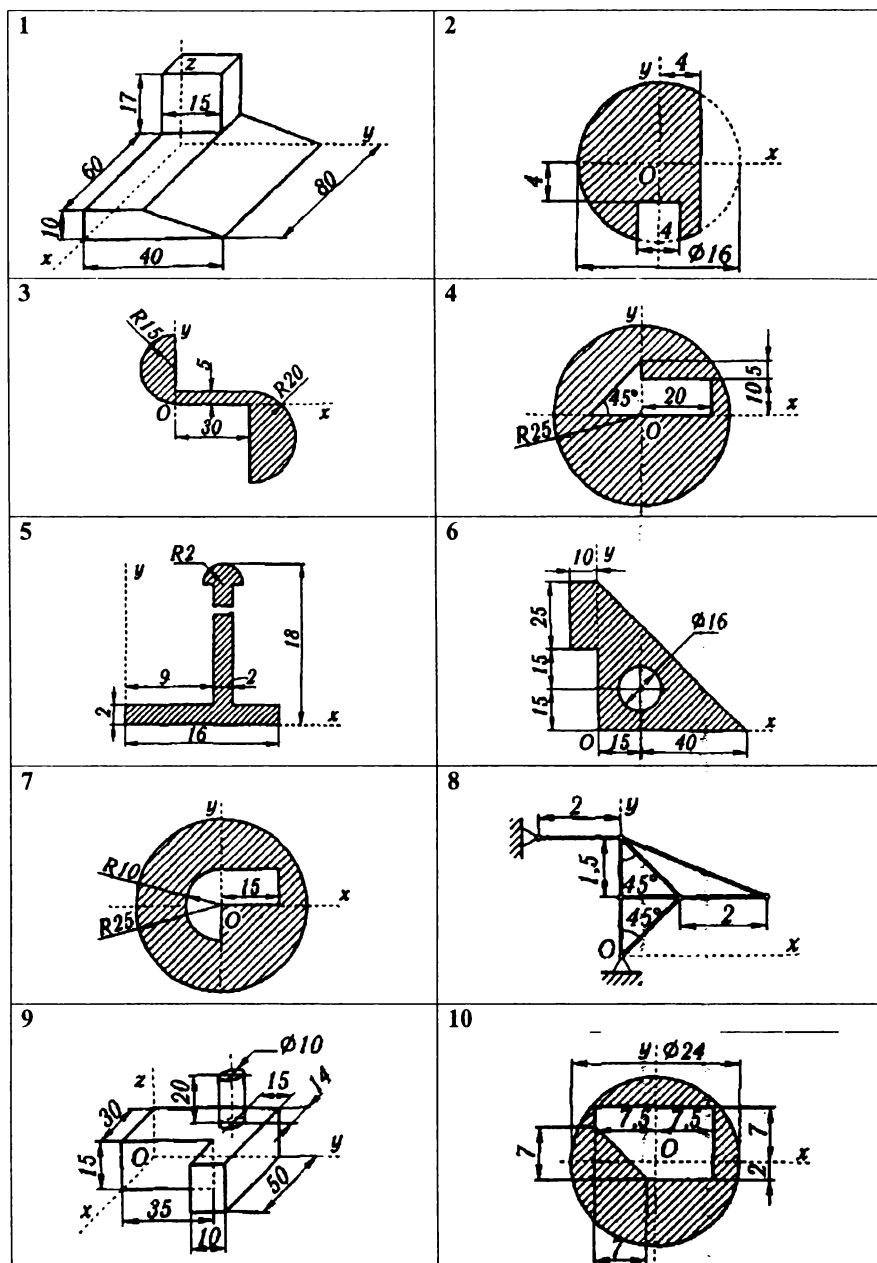
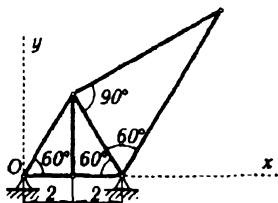


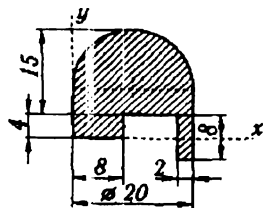
Рисунок 2.1 – Схемы для определения положения центра тяжести

Продолжение рисунка 2.1

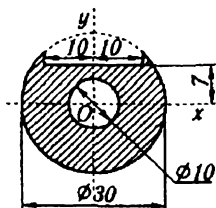
11



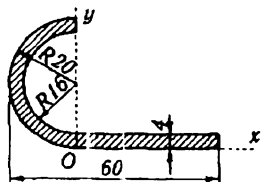
12



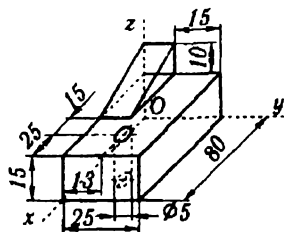
13



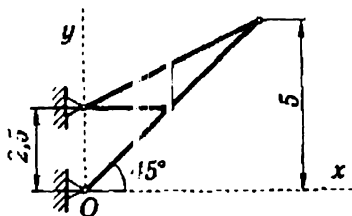
14



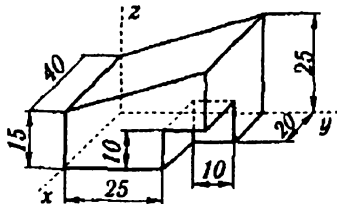
15



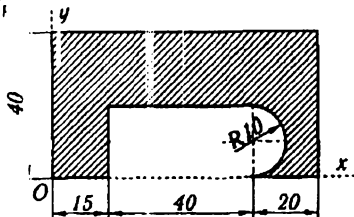
16



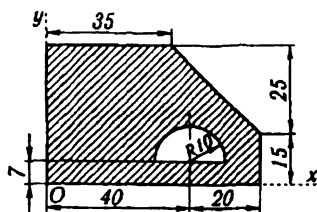
17



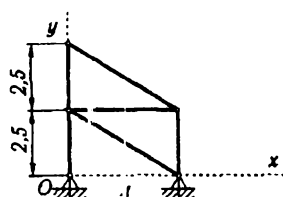
18



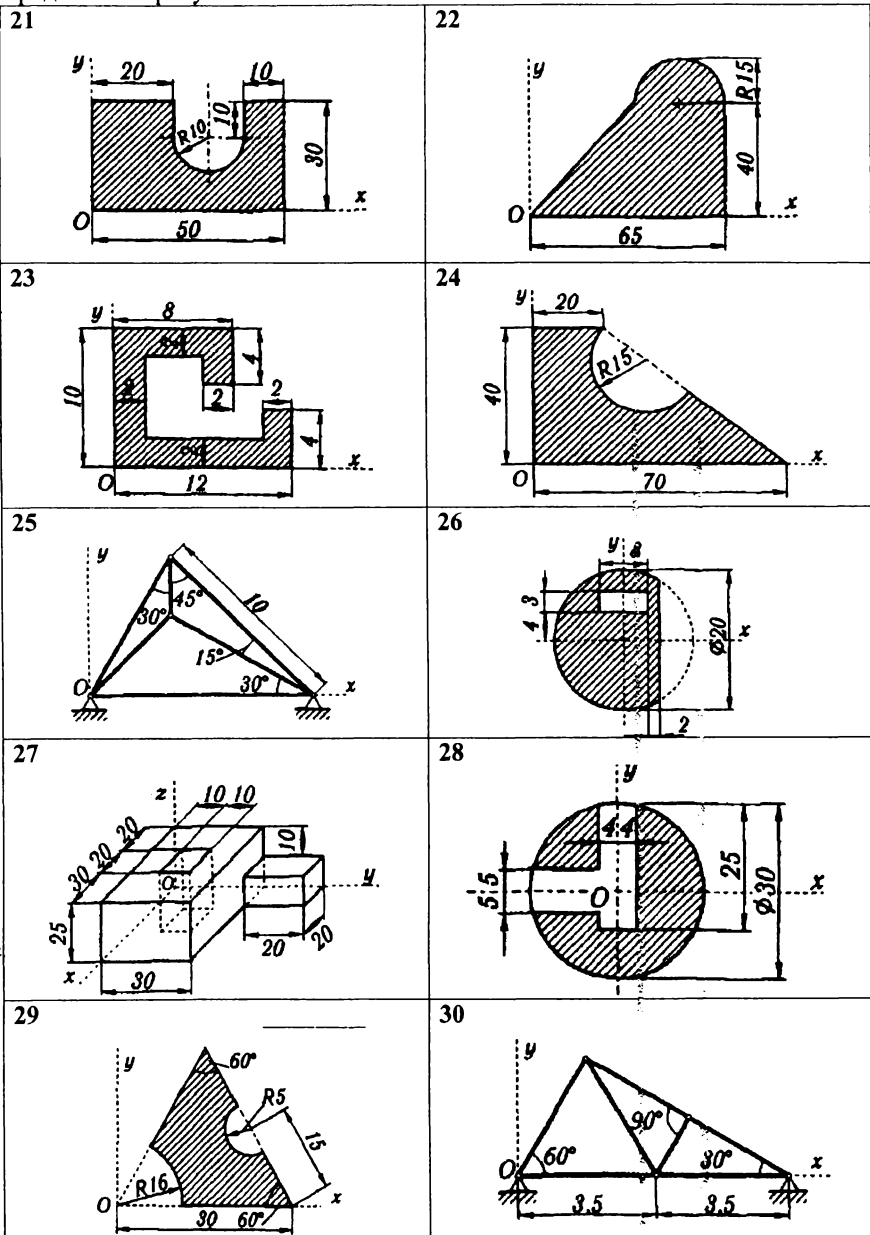
19



20



Продолжение рисунка 2.1



2.3 Пример расчета

Определить координаты центра тяжести составного сечения, приведенного на рисунке 2.2. Размеры указаны в сантиметрах.

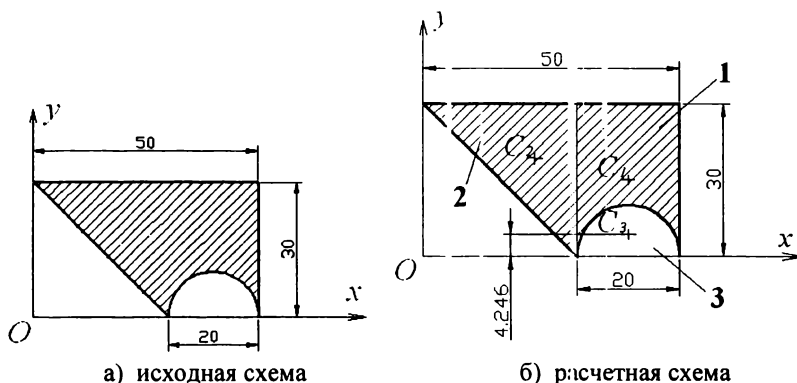


Рисунок 2.2 – Схем. сечения

Решение:

1. Для решения задачи используем методы разбиения на части и отрицательных масс. Разбиваем фигуру на три простых элемента: прямоугольник 1 размерами 20×30 см; прямоугольный равнобедренный треугольник 2 с катетами 30 см; полуокруг 3 (вырез) радиуса $R = 10$ см. Вводим систему координат x, y с началом в точке O .

2. Определяем площади A_k и координаты $x_k; y_k$ центров тяжести $C_1; C_2; C_3$ составных элементов.

Прямоугольник 1:	Треугольник 2:	Полукруг 3:
$A_1 = 20 \cdot 30 = 600 \text{ см}^2;$	$A_2 = \frac{30 \cdot 30}{2} = 450 \text{ см}^2;$	$A_3 = -\frac{1}{2} \pi R^2 = -0,5 \cdot 3,14 \cdot 10^2 =$
$x_1 = 40 \text{ см};$	$x_2 = \frac{2}{3} \cdot 30 = 20 \text{ см};$	$= -157 \text{ см}^2;$
$y_1 = 15 \text{ см};$	$y_2 = \frac{2}{3} \cdot 30 = 20 \text{ см};$	$x_3 = 40 \text{ см};$
		$y_3 = \frac{4}{3} \cdot \frac{R}{\pi} = \frac{4}{3} \cdot \frac{10}{3,14} = 4,246 \text{ см}.$

3. Находим статические моменты площади сечения относительно осей x, y :

$$S_x = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 = 600 \cdot 15 + 450 \cdot 20 - 157 \cdot 4,246 = 17333 \text{ см}^3;$$

$$S_y = A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3 = 600 \cdot 40 + 450 \cdot 20 - 157 \cdot 40 = 24720 \text{ см}^3;$$

Площадь сечения:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 = 600 + 450 + (-157) = 893 \text{ см}^2.$$

4. С использованием формулы (2.4) находим координаты центра тяжести:

$$x_c = \frac{S_y}{A} = \frac{24720}{893} = 27,68 \text{ см};$$

$$y_c = \frac{S_x}{A} = \frac{17333}{193} = 19,41 \text{ см}.$$

Наносим центр тяжести на чертеж (рисунок 2.3).

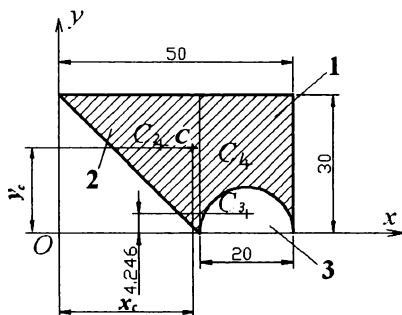


Рисунок 2.3 – Расчетная схема с указанием центра тяжести

Таблица 2.1 Площади и координаты центров тяжести плоских фигур

Название элемента	Схема	Площадь	Координаты центра тяжести
Круг		$A = \pi R^2$	$x_c = 0,$ $y_c = 0$
Прямоугольник		$A = ab$	$x_c = 0,$ $y_c = 0$
Треугольник		$A = \frac{1}{2} ah$	$y_c = \frac{1}{3} h$
Круговой сектор		$A = \alpha R^2,$ $\alpha - \text{в рад}$ Полукруг ($\alpha = \pi/2$): $A = \frac{\pi R^2}{2}$	$x_c = \frac{2 R \sin \alpha}{3 \alpha} = \frac{R^2 b}{3 A}$ Полукруг: $x_c = \frac{4 R}{3 \pi}$

3 ТЕОРЕМА ОБ ИЗМЕНЕНИИ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

3.1 Краткие теоретические сведения

Кинетическая энергия – скалярная мера механического движения материальных тел. Кинетическая энергия материальной точки – скалярная положительная величина, равная половине произведения массы точки на квадрат ее скорости, т. е. $T = \frac{mv^2}{2}$.

Кинетическая энергия механической системы – сумма кинетических энергий всех материальных точек этой системы:

$$T = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \dots + \frac{m_n v_n^2}{2} = \sum_{k=1}^n \frac{m_k v_k^2}{2}. \quad (3.1)$$

Кинетическая энергия системы, состоящей из n связанных между собой тел, равна сумме кинетических энергий всех тел этой системы:

$$T = T_1 + T_2 + \dots + T_n = \sum_{k=1}^n T_k. \quad (3.2)$$

На основании теоремы Кёнига кинетическая энергия произвольной механической системы определяется по формуле

$$T = \frac{M v_C^2}{2} + \sum_{k=1}^n \frac{m_k v_{kr}^2}{2}, \quad (3.3)$$

где M – масса всей системы, v_C – скорость центра масс, m_k – масса k -й точки системы; v_{kr} – относительная скорость k -й точки при движении её вокруг центра масс (т. е. $\vec{v}_k = \vec{v}_C + \vec{v}_{kr}$).

Кинетическая энергия твердого тела при различных видах движения твердого тела:

1. Поступательное движение:

$$T = \frac{M v^2}{2}. \quad (3.4)$$

2. Вращение тела вокруг неподвижной оси:

$$T = \frac{I_z \omega^2}{2}. \quad (3.5)$$

где I_z – момент инерции тела относительно оси вращения, ω – угловая скорость вращения.

3. Плоскопараллельное движение:

$$T = \frac{M v_C^2}{2} + \frac{I_{Cz} \omega^2}{2}, \quad (3.6)$$

где I_{Cz} – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости движения тела.

Мерой действия силы при превращении механического движения в другую

форму движения является работа силы.

Работа постоянной по модулю и направлению силы F на прямолинейном перемещении s ее точки приложения равна

$$A(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot s \cdot \cos(\vec{F}, \vec{s}) = F \cdot s \cdot \cos \alpha. \quad (3.7)$$

Если угол α острый, то работа силы положительна, если тупой – отрицательна. Если направления силы и перемещения совпадают ($\alpha = 0$), то $A = Fs$, если направление силы перпендикулярно направлению перемещения ($\alpha = 90^\circ$), то $A = 0$. Если направление силы противоположно направлению перемещения ($\alpha = 180^\circ$), то $A = -Fs$.

Элементарная работа силы F на перемещении точки из одного положения в другое по криволинейной траектории:

$$\delta A = F \cdot \delta s \cdot \cos(\vec{F}, \vec{v}), \quad (3.8)$$

где δs – пройденный точкой элементарный путь; $\cos(\vec{F}, \vec{v})$ – косинус угла между векторами силы $\vec{F}$ и скорости $\vec{v}$.

В случае переменной силы определяется элементарная работа на малом перемещении. Суммирование элементарных работ позволяет определить работу силы на конечном перемещении:

$$\delta A = \vec{F} \cdot \delta \vec{s}, \quad A = \int_{s_1}^{s_2} \vec{F} \cdot \delta \vec{s}. \quad (3.9)$$

Работа момента:

$$A(M) = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M d\varphi. \quad (3.10)$$

Если действующие силы и момент постоянны, то вышеприведенные формулы принимают вид:

$$A(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{s}, \quad A(M) = M \cdot \varphi. \quad (3.11)$$

При качении тел по поверхностям возникает момент сопротивления качению, который определяется по формуле

$$M_{\text{сопр}} = N \cdot \delta, \quad (3.12)$$

где N – нормальная реакция поверхности, δ – коэффициент трения качения.

Работа момента сопротивления качению всегда отрицательна:

$$A(M_{\text{сопр}}) = -M_{\text{сопр}} \cdot \varphi. \quad (3.13)$$

1. Теорема об изменении кинетической энергии механической системы в дифференциальной форме: Дифференциал от кинетической энергии механической системы равен сумме элементарных работ внешних и внутренних сил, действующих на систему.

$$dT = dA^e + dA^i. \quad (3.14)$$

Разделим (3.14) на dt :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{dA^e}{dt} + \frac{dA}{dt}, \quad (3.15)$$

где $\frac{dA^e}{dt} = N^e$ – мощность внешних сил; $\frac{dA}{dt} = N^i$ – мощность внутренних сил. Тогда

$$\frac{dT}{dt} = N^e + N^i. \quad (3.16)$$

2. Теорема в интегральной (конечной) форме: Изменение кинетической энергии механической системы на некотором перемещении равно сумме работ внешних и внутренних сил, приложенных к системе, на соответствующих перемещениях точек их приложения:

$$T - T_0 = \sum_{k=1}^n A(\bar{F}_k^e) + \sum_{k=1}^n A(\bar{F}_k^i) = \sum_{k=1}^n A_k^e + \sum_{k=1}^n A_k^i. \quad (3.17)$$

Для систем, состоящих из абсолютно твердых тел, соединенных нерастяжимыми нитями и стержнями, $\sum_{k=1}^n A_k^i = 0$ и (3.17) примет вид:

$$T - T_0 = \sum_{k=1}^n A_k^e. \quad (3.18)$$

3.2 Задание к расчетно-графической работе «Применение теоремы об изменении кинетической энергии к изучению движения механической системы»

Механическая система под действием сил тяжести приходит в движение из состояния покоя; начальное положение системы показано на рисунке 3.1. Учитывая трение скольжения тела 1 и сопротивление качению тела 3, пренебрегая другими силами сопротивления и массами нитей, предполагаемых нерастяжимыми, определить скорость тела 1 в тот момент, когда пройденный им путь станет равным s . В задании приняты следующие обозначения: m_1, m_2, m_3, m_4 – массы тел 1, 2, 3, 4; R_1, r_2 – радиусы больших и малых окружностей; ρ_2, ρ_3 – радиусы инерции тел 2 и 3 относительно горизонтальных осей, проходящих через их центры масс; α, β – углы наклона плоскостей к горизонту; f – коэффициент трения скольжения; δ – коэффициент трения качения. Наклонные участки нитей параллельны соответствующим наклонным плоскостям.

Схемы приведены на рисунке 3.1, числовые данные для расчетов – в таблице 3.1.

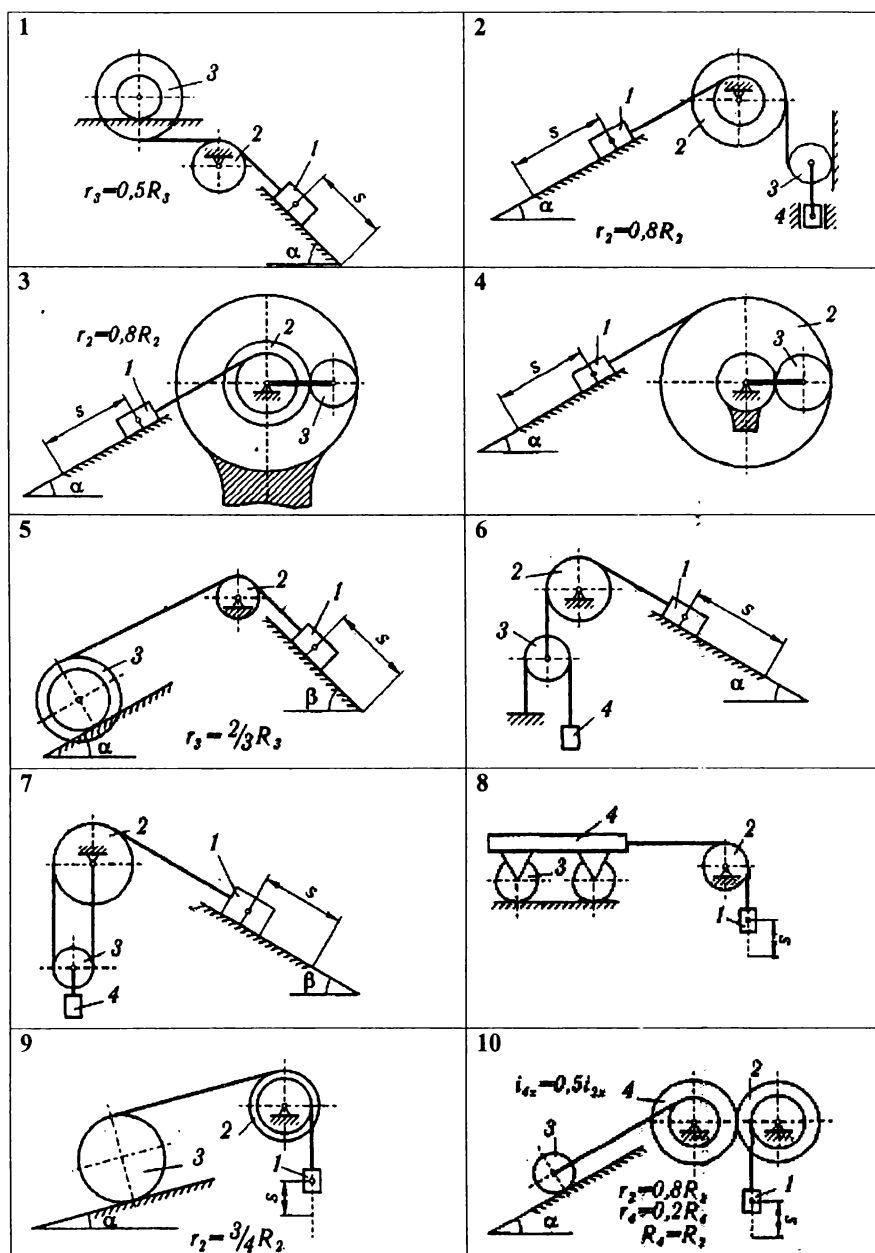
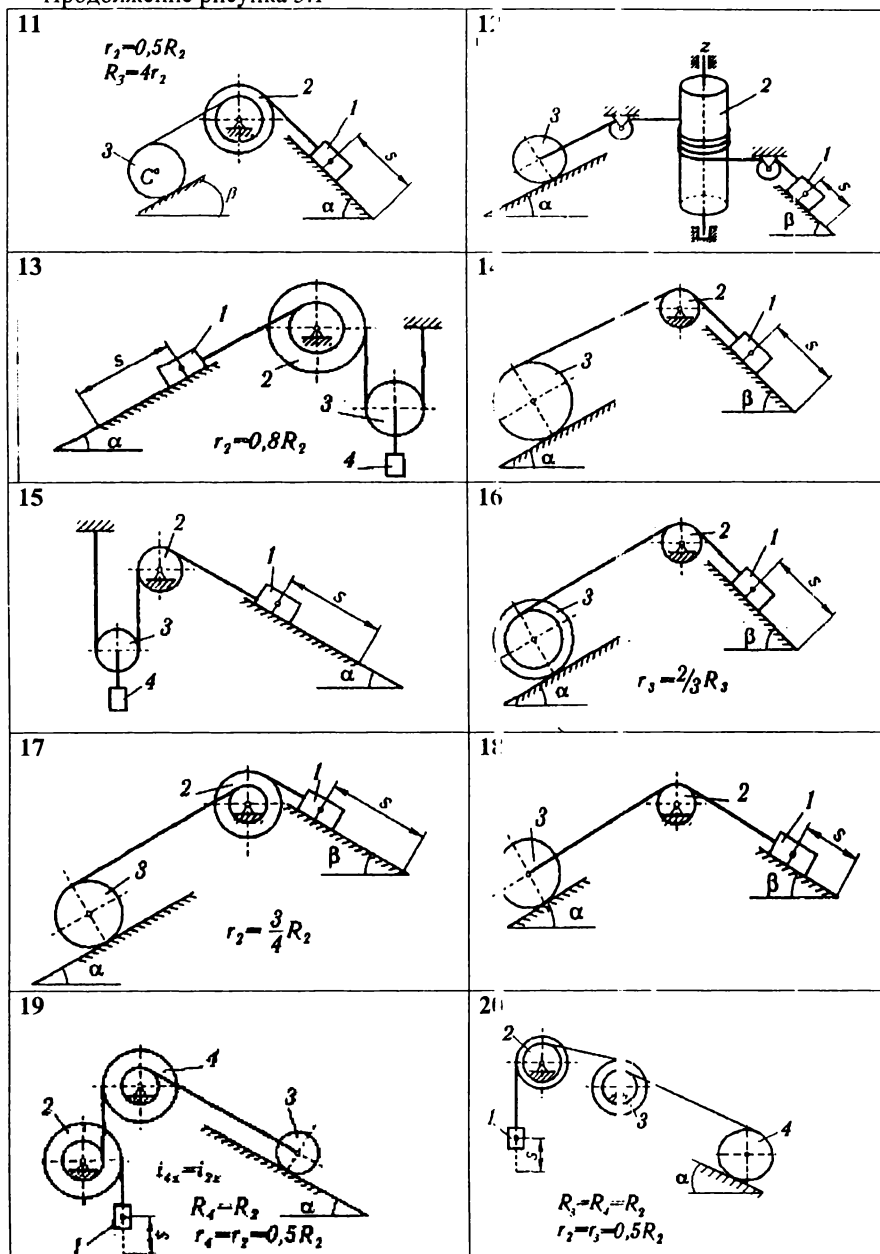


Рисунок 3.1 – Схемы заданий по вариантам

Продолжение рисунка 3.1



Продолжение рисунка 3.1

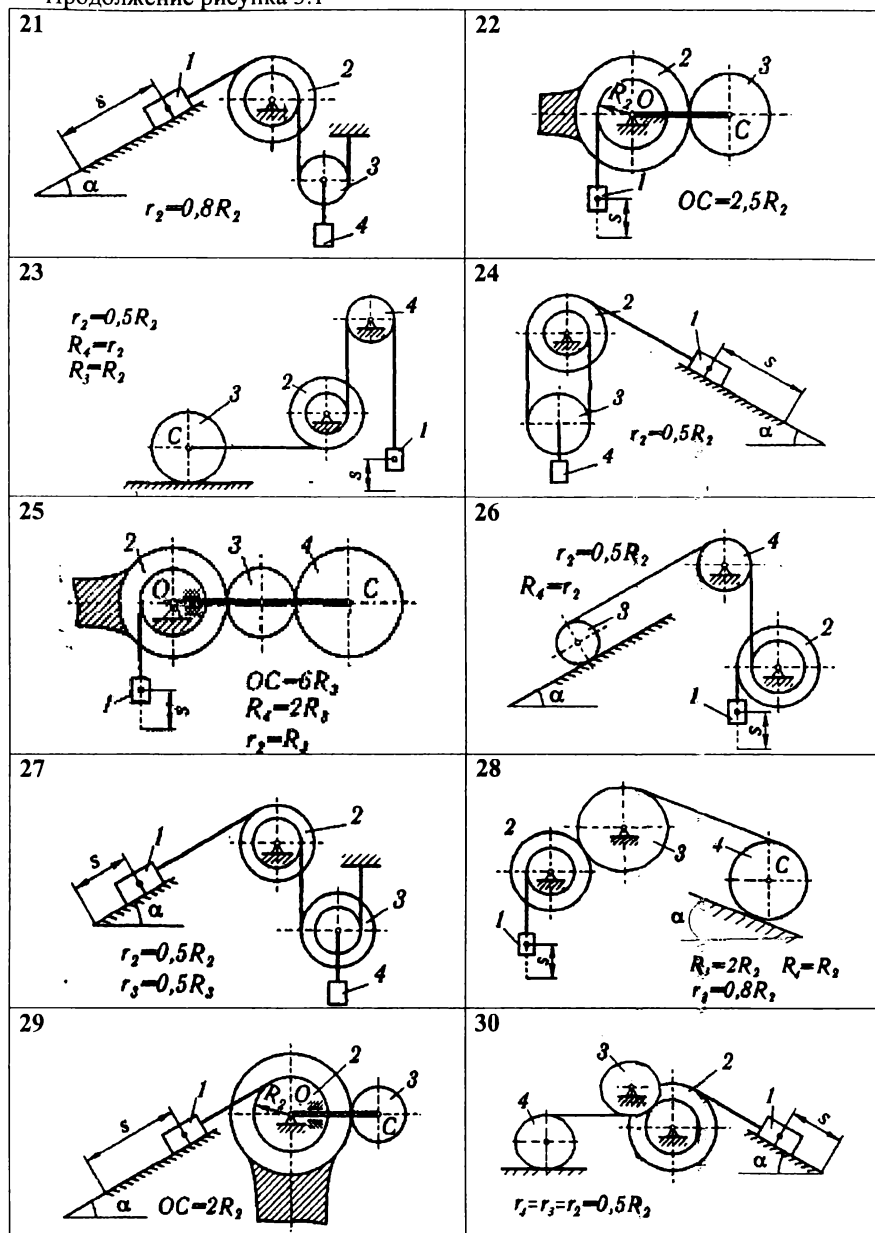


Таблица 3.1 – Числовые данные

№ вари- анта	m_1	m_2	m_3	m_4	R_2	R_3	ρ_2	ρ_3	α	β	f	δ	s	Примечание
	кг				см				град			см	см	
1	m	$2m$	$3m$	–	–	30	–	20	30	–	0,12	0,25	1,5	
2	m	$m/2$	$2m$	$6m$	30	20	10	15	30	–	0,18	0,24	1	
3	m	$2m$	m	–	20	25	18	–	60	–	0,32	–	0,28π	Массой водила пренебречь
4	m	$3m$	m	–	35	15	32	–	60	–	0,15	–	0,2π	Массой водила пренебречь
5	m	$m/2$	$m/5$	–	–	30	–	20	30	45	0,23	0,20	1,8	
6	m	$m/4$	$m/4$	$m/5$	–	–	–	–	60	–	0,15	–	3	
7	m	$2m$	$m/5$	$4m/3$	–	–	–	–	–	60	0,10	–	2	
8	m	$m/2$	$5m$	$4m$	–	25	–	–	–	–	–	0,20	2	Массы всех колес 3 одинаковы
9	m	$2m$	$2m$	–	16	25	14	–	30	–	–	0,25	1	
10	m	$2m$	$5m$	$2m$	30	20	26	–	30	–	–	0,24	2	
11	m	$m/2$	$m/10$	–	26	–	20	14	30	60	0,24	0,22	2,2	
12	m	$3m$	m	–	–	28	–	–	30	45	0,20	0,28	1,5	
13	m	$m/3$	$m/10$	m	14	–	20	–	60	–	0,15	–	1,5	
14	m	$m/2$	$m/3$	–	–	30	–	–	30	45	0,15	0,20	1,75	
15	...	...	$m/10$	...	–	–	–	–	15	–	0,10	–	2	
16	m	$m/2$	$m/4$	–	–	30	–	25	30	45	0,17	0,20	0,25	

Продолжение таблицы 3.1

№ вари- анта	m_1	m_2	m_3	m_4	R_2	R_3	ρ_2	ρ_3	α	β	f	δ	s	Примечание
	кг				см				град			см	см	
17	m	m	$2m$	–	20	10	16	–	30	45	0,20	0,32	1,2	
18	m	$m/4$	$m/8$	–	–	35	–	–	15	30	0,20	0,25	2,2	
19	m	$m/2$	$4m$	$m/2$	20	15	18	–	60	–	–	0,25	2,5	
20	m	$m/2$	$m/6$	$m/10$	14	–	18	12	45	–	–	0,18	1,1	
21	m	m	$m/10$	m	20	–	16	–	30	–	0,15	–	1	
22	m	$m/3$	$m/4$	–	16	20	–	–	–	–	–	–	0,04π	Массой водила пренебречь
23	m	$m/20$	$m/5$	$m/4$	24	–	10	24	–	–	–	0,26	2	
24	m	$m/2$	$m/5$	m	30	–	20	–	30	–	0,20	–	2,5	
25	m	$m/10$	$m/20$	$m/10$	10	12	–	–	–	–	–	–	0,05π	Массой водила пренебречь
26	m	m	$8m$	$m/2$	20	20	16	–	30	–	–	0,2	2	
27	m	$m/2$	$2m/5$	$2m$	26	20	20	16	30	–	0,12	–	2	
28	m	$m/4$	$m/10$	$m/20$	18	–	22	16	30	–	–	0,22	1,4	
29	m	$m/2$	$m/4$	–	20	10	–	–	60	–	0,17	–	0,1π	Массой водила пренебречь
30	m	$m/8$	$m/20$	$m/10$	28	–	14	24	45	–	0,18	0,30	2,1	

3.3 Пример расчета

Механическая система (рисунок 3.2) состоит из грузов 1 и 2, ступенчатого шкива 3 с радиусами ступеней $R_3 = 0,3 \text{ м}$, $r_3 = 0,1 \text{ м}$ и радиусом инерции относительно оси вращения $\rho_3 = 0,2 \text{ м}$, блока 4 радиуса $R_4 = 0,2 \text{ м}$ и катка (неподвижного блока) 5; тело 5 считать сплошным однородным цилиндром, а массу блока 4 – равномерно распределенной по ободу. Коэффициент трения грузов о плоскость $f = 0,1$. Тела системы соединены друг с другом нитями, перекинутыми через блоки и намотанными на шкив 3 (или на шкив и каток); участки нитей параллельны соответствующим плоскостям. К одному из тел прикреплена пружина с коэффициентом жесткости c . Под действием силы $F = f(s)$, зависящей от перемещения s точки ее приложения, система приходит в движение из состояния покоя; деформация пружины в момент начала движения равна нулю. При движении на шкив 3 действует момент сил сопротивления (от трения в подшипниках). Учитывая сопротивление качению тела 5, определить значение скорости груза v_1 в тот момент времени, когда перемещение s станет равным $s_1 = 0,2 \text{ м}$. Все катки, включая и обмотанные нитями, катятся по плоскостям без скольжения.

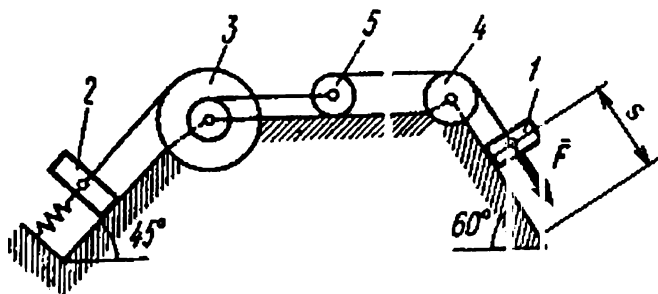


Рисунок 3.2 – Исходная схема

Дано: $m_1 = 5 \text{ кг}$, $m_2 = 1 \text{ кг}$, $m_3 = 4 \text{ кг}$, $m_4 = 1 \text{ кг}$, $m_5 = 6 \text{ кг}$, $c = 240 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$, $M = 1,2 \text{ Н} \cdot \text{м}$,

$F = 40(9 + 4s) \text{ Н}$, $R_3 = 0,3 \text{ м}$, $r_3 = 0,1 \text{ м}$, $\rho_3 = 0,2 \text{ м}$, $R_4 = 0,2 \text{ м}$, $R_5 = 0,1 \text{ м}$, $f = 0,1$,
 $\delta = 0,2 \text{ см}$, $s_1 = 0,2 \text{ м}$.

Найти: v_1 в тот момент времени, когда $s = s_1$.

Решение:

1. Рассмотрим движение неизменяемой механической системы, состоящей из невесомых тел 1, 2, 3, 4, 5, соединенных нитями (рисунок 3.3). Изобразим действующие на систему внешние силы: активные $\vec{F}$, $\vec{F}_{\text{уп}}$, $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$, $\vec{P}_3$, $\vec{P}_4$, $\vec{P}_5$, реакции $\vec{N}_1$, $\vec{N}_2$, $\vec{N}_3$, $\vec{N}_4$, $\vec{N}_5$, силы трения $\vec{F}_1^{\text{тр}}$, $\vec{F}_2^{\text{тр}}$, $\vec{F}_3^{\text{тр}}$, момент сил сопротивления M и момент трения $M_{\text{тр}}$.

Так как система состоит из абсолютно твердых тел, соединенных нерастяжимыми нитями, для определения v_1 воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии системы (3.18).

$$T - T_0 = \sum A_k^e. \quad (3.19)$$

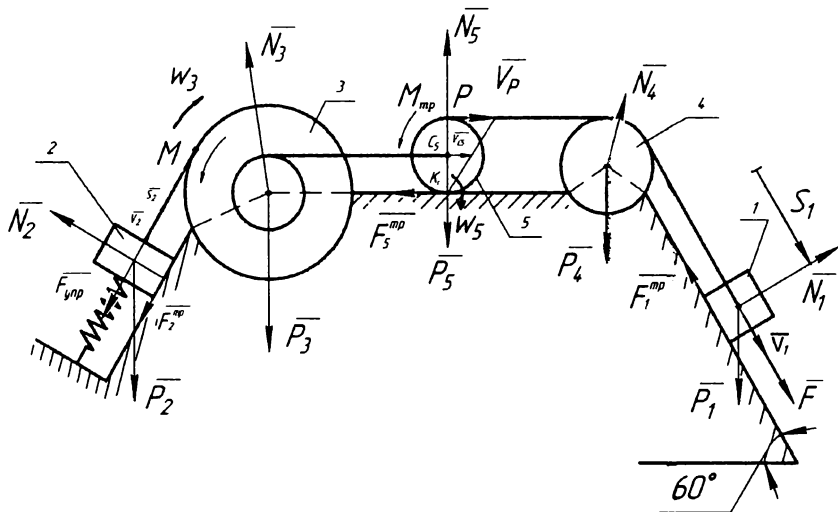


Рисунок 3.3 – Расчетная схема

2. Определяем T и T_0 . Так как в начальный момент времени система находилась в покое, то $T_0 = 0$. Величина T равна сумме энергий всех тел системы:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5. \quad (3.20)$$

Учитывая, что тела 1 и 2 движутся поступательно, тело 5 – плоскопараллельно, а тела 3 и 4 вращаются вокруг неподвижной оси, получим:

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2, T_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2, T_3 = \frac{1}{2} I_3 \omega_3^2, T_4 = \frac{1}{2} I_4 \omega_4^2, T_5 = \frac{1}{2} m_5 v_{Cs}^2 + \frac{1}{2} I_{Cs} \omega_5^2. \quad (3.21)$$

Все входящие в (3) скорости выразим через v_1 . Для этого предварительно заметим, что:

$$v_1 = v_D, \omega_4 = \frac{v_1}{R_4}, v_{Cs} = \frac{v_D}{2} = 0,5 v_1, \omega_5 = \frac{v_{Cs}}{R_5} = 0,5 \frac{v_1}{R_5}, \quad (3.22)$$

$$\omega_3 = \frac{v_{Cs}}{r_3} = \frac{1}{2} \frac{v_1}{r_3}, v_2 = \omega_3 R_3 = \frac{1}{2} \frac{v_1}{r_3} R_3.$$

Кроме того, входящие в (3) моменты инерции имеют значения

$$I_3 = m_3 \rho_3^2, I_4 = m_4 R_4^2, I_5 = \frac{1}{2} m_5 R_5^2. \quad (3.23)$$

Подставив все величины (4) и (5) в равенства (3), а затем, используя равен-

ство (2), получим окончательно:

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} I_3 \omega_3^2 + \frac{1}{2} I_4 \omega_4^2 + \frac{1}{2} m_5 v_{Cs}^2 + \frac{1}{2} I_{Cs} \omega_s^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \\
 &+ \frac{1}{2} m_2 \cdot \left(\frac{1}{2} \frac{v_1}{r_3} R_3 \right)^2 + \frac{1}{2} \cdot m_3 \rho_3^2 \cdot \left(\frac{1}{2} \frac{v_1}{r_3} \right)^2 + \frac{1}{2} \cdot m_4 R_4^2 \cdot \left(\frac{v_1}{R_4} \right)^2 + \frac{1}{2} m_5 \cdot (0,5 v_1)^2 + \\
 &+ \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m_5 R_s^2 \cdot \left(0,5 \frac{v_1}{R_s} \right)^2 = \\
 &= \frac{v_1^2}{2} \cdot \left(5 + 1 \cdot \left(0,5 \cdot \frac{0,3}{0,1} \right)^2 + 4 \cdot 0,2^2 \cdot \frac{0,5^2}{0,1^2} + 1 + 6 \cdot 0,25 + 6 \cdot 0,5 \cdot 0,5^2 \right) = 14,5 v_1^2. \quad (3.24)
 \end{aligned}$$

3. Теперь найдем сумму работ всех действующих внешних сил при перемещении, которое будет иметь система, когда груз 1 пройдет путь $s_1 = 0,2$ м. Одновременно все перемещения выразим через заданную величину s_1 , для чего учтем, что здесь зависимости между перемещениями будут такими же, как и между соответствующими скоростями. В результате получим:

$$\varphi_s = \frac{s_1}{2R_s}, \quad s_{Cs} = \varphi_s R_s = \frac{s_1}{2R_s} R_s = \frac{s_1}{2}, \quad \varphi_3 = \frac{s_{Cs}}{r_3} = \frac{s_1}{2r_3}, \quad s_4 = s_1 = \varphi_3 R_3 = \frac{s_1}{2r_3} R_3. \quad (3.24)$$

Работы внешних сил:

$$A(\bar{F}) = \int_0^{s_1} 40 \cdot (9 + 4s) ds = 40 \cdot (9s_1 + 2s_1^2) = 40 \cdot (9 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,2^2) = 75,2 \text{ Дж};$$

$$A(\bar{P}_1) = P_1 s_1 \cdot \sin 60^\circ = 50 \cdot \sin 60^\circ \cdot 0,2 = 8,66 \text{ Дж};$$

$$A(\bar{F}_1^{mp}) = -F_1^{mp} \cdot s_1 = -f \cdot P_1 \cos 60^\circ \cdot s_1 = -0,1 \cdot 50 \cdot \cos 60^\circ \cdot 0,2 = -0,5 \text{ Дж};$$

$$A(\bar{P}_2) = -P_2 s_2 \cdot \sin 45^\circ = -P_2 \cdot \sin 45^\circ \cdot \frac{s_1}{2r_3} \cdot R_3 = -10 \cdot \sin 45^\circ \cdot \frac{0,2}{2 \cdot 0,1} \cdot 0,3 = -2,12 \text{ Дж};$$

$$\begin{aligned}
 A(\bar{F}_2^{mp}) &= -F_2^{mp} \cdot s_2 = -f \cdot P_2 \cos 45^\circ \cdot s_2 = -f \cdot P_2 \cos 45^\circ \cdot \frac{s_1}{2r_3} R_3 = \\
 &= -0,1 \cdot 10 \cdot \cos 45^\circ \cdot \frac{0,2}{2 \cdot 0,1} \cdot 0,3 = -0,21 \text{ Дж};
 \end{aligned}$$

$$A(M) = -M \cdot \varphi_3 = -M \cdot \frac{s_1}{2r_3} = -1,2 \cdot \frac{0,2}{2 \cdot 0,1} = -1,2 \text{ Дж};$$

$$A(M_{mp}) = -M_{mp} \cdot \varphi_s = -N_s \cdot \delta \cdot \frac{s_1}{2R_s} = -P_s \cdot \delta \cdot \frac{s_1}{2r_3} = -60 \cdot 0,002 \cdot \frac{0,2}{2 \cdot 0,1} = -0,12 \text{ Дж};$$

$$\begin{aligned}
 A(\bar{F}_{уп}) &= \frac{c}{2} (\lambda_0^2 - \lambda_1^2) = -\frac{c}{2} \lambda_1^2 = -\frac{c}{2} \cdot \left(\frac{s_1}{2r_3} R \right)^2 = -\frac{240}{2} \cdot \left(\frac{0,2}{2 \cdot 0,1} \cdot 0,3 \right)^2 = \\
 &= -10,8 \text{ Дж}; \text{ т. к. } \lambda_0 = 0 - \text{по условию, } \lambda_1 = s_2.
 \end{aligned}$$

Работы остальных сил равны нулю, т. к. точки, где приложены силы $\bar{N}_4, \bar{N}_3$, неподвижны; реакция $\bar{N}_2, \bar{N}_1, \bar{N}_5$ перпендикулярна перемещению грузов 2, 1 и 5 соответственно.

При найденных значениях перемещений для суммы вычисленных работ по-

лучим:

$$\sum A_k^e = 75,2 + 8,66 - 0,5 - 2,12 - 0,21 - 1,2 - 0,12 - 10,8 = 73,15 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Подставляя выражения (6) и (7) в уравнение (1) и учитывая, что $T_0 = 0$, придем к равенству:

$$14,5v_1^2 = 73,15; \text{ отсюда } v_1 = \sqrt{\frac{73,15}{14,5}} = 2,25 \text{ м/с}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Яблонский А. А. Курс теоретической механики : Статика. Кинематика. Динамика : учебное пособие для технических вузов. / А. А. Яблонский, В. М. Никифорова – 8-е изд., стереотип. – СПб. : Лань, 2004. – 764 с.
2. Никитин, Н. Н. Курс теоретической механики / Н. Н. Никитин. – 5-е изд. – М. : Высшая школа, 1990. – 607 с.
3. Тарг, С. М. Краткий курс теоретической механики : учебник для вузов / С. М. Тарг. – М. : Высшая школа, 2010. – 467 с.
4. Чигарев, А. В. Курс теоретической механики : учебное пособие / А. В. Чигарев, Ю. В. Чигарев. – Минск : Новое знание ; М. : ЦУПЛ, 2010. – 399 с.
5. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах : учебное пособие для вузов / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. – СПб. : Издательство «Лань», 2022. (Том 1 : Статика и кинематика.) – 672 с.
6. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах : учебное пособие для вузов / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. – СПб. : Издательство «Лань», 2021. (Том 2 : Динамика.) – 640 с.
7. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике : учебное пособие для вузов / под ред. проф. А. А. Яблонского. – М. : Интеграл-Пресс, 2006. – 384 с.
8. Задания и методические указания к выполнению расчетно-графических работ по теоретической механике раздел «Статика» для студентов инженерно-технических специальностей / Брест. гос. техн. ун-т ; сост. : А. И. Веремейчик и др. – Брест, 2020. – 58 с.
9. Применение теоремы об изменении кинетической энергии к изучению движения механической системы. Задания и методические указания к выполнению расчетно-графической работы для студентов технических специальностей / Брест. гос. техн. ун-т ; сост. : В. В. Батрак и др. – Брест, 2016. – 20 с.
10. Теоретическая механика. Статика. Практикум : учеб. пособие / под общ. ред. А. В. Чигарева. – Минск : Новое знание. 2010. – 452 с.
11. Теоретическая механика. Динамика : практикум : учеб. пособие : в 2 ч. / под общ. ред. А. В. Чигарева, Н. И. Горбача. – Минск ; М. : Новое знание : ЦУПЛ, 2010. – Ч. 2 : Динамика материальной системы. Аналитическая механика. – 863 с.
12. Теоретическая механика в примерах и задачах : учеб. пособие / О. Н. Вярвильская [и др.] ; под ред. Д. Г. Медведева. – Минск : БГУ, 2014. – 395 с.
13. Горбач, Н. И. Теоретическая механика. Динамика: учеб. пособие / Н. И. Горбач. – 2-е изд., испр. – Минск : Высшая школа. 2012. – 320 с.

Учебное издание

Составители:

*Веремейчик Андрей Иванович
Хвисевич Виталий Михайлович
Винник Анастасия Николаевна*

**Задания и методические указания
к выполнению расчетно-графических работ
по дисциплине «Теоретическая механика»
для студентов специальности
1-70 02 02 «Экспертиза и управление недвижимостью»**

Ответственный за выпуск: Веремейчик А. И.
Редактор: Митлошук М. А.
Компьютерная верстка: Вашкевич Ю. А.
Корректор: Дударук С. А.

Подписано в печать 25.05.2023 г. Формат 60х84 ¹/₁₆. Бумага «Performer».
Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 2,09. Уч. изд. л. 2,25. Заказ № 554. Тираж 20 экз.
Отпечатано на ризографе учреждения образования «Брестский государственный
технический университет». 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 1/235 от 24.03.2014 г.