

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**  
**УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ**

# **Рабочая тетрадь**

**для лабораторных работ по курсу**  
**«Сопротивление материалов» и «Механика материалов»**  
**для студентов строительных и механических специальностей**  
**заочной формы обучения**  
**(Часть 2)**

Брест 2017

УДК 537.8

Рабочая тетрадь является шаблоном для подготовки отчетов по лабораторным работам по дисциплине «Сопротивление материалов» и «Механика материалов» для студентов строительных и механических специальностей заочной формы обучения. Печатается в 2-х частях. Часть II.

Составители: И.Г. Томашев, ст. преподаватель,  
С.Р. Онысько, доцент,  
А.И. Веремейчик, доцент,  
В.В. Гарбачевский, ст. преподаватель

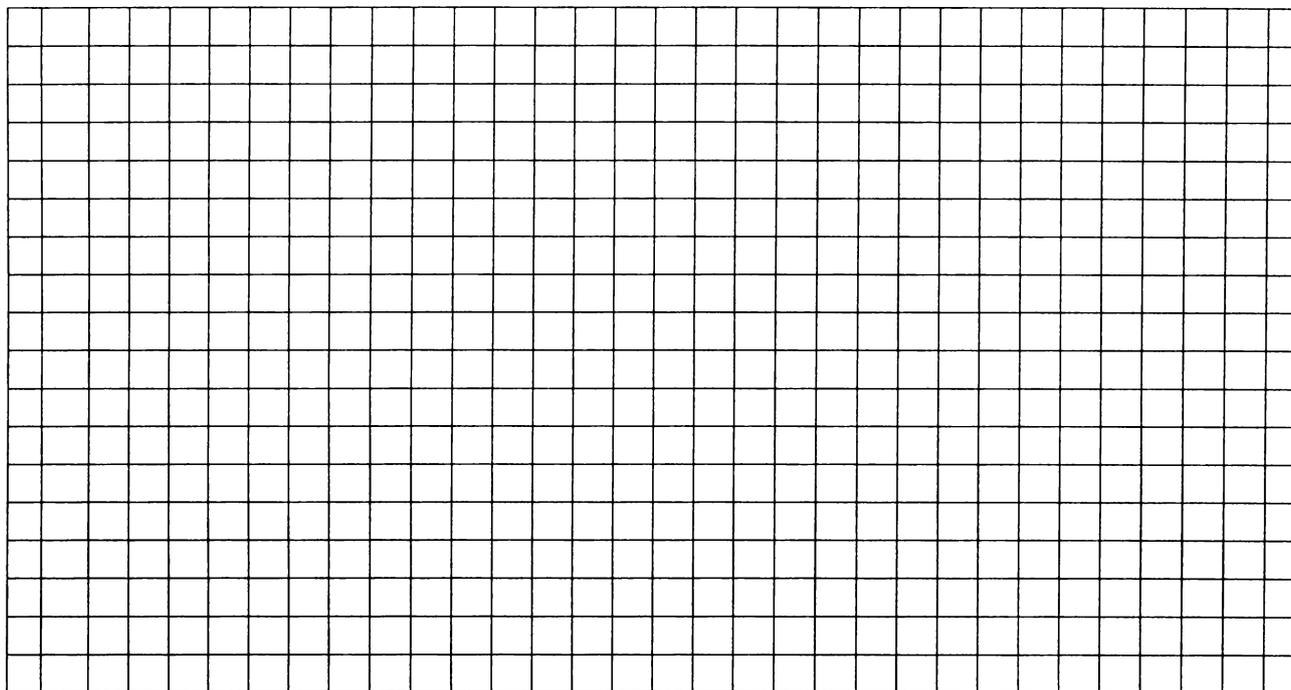
Рецензент: директор филиала РУП «Институт БелНИИС» –  
«Научно-технический центр», к.т.н. В.А. Лебедь

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9

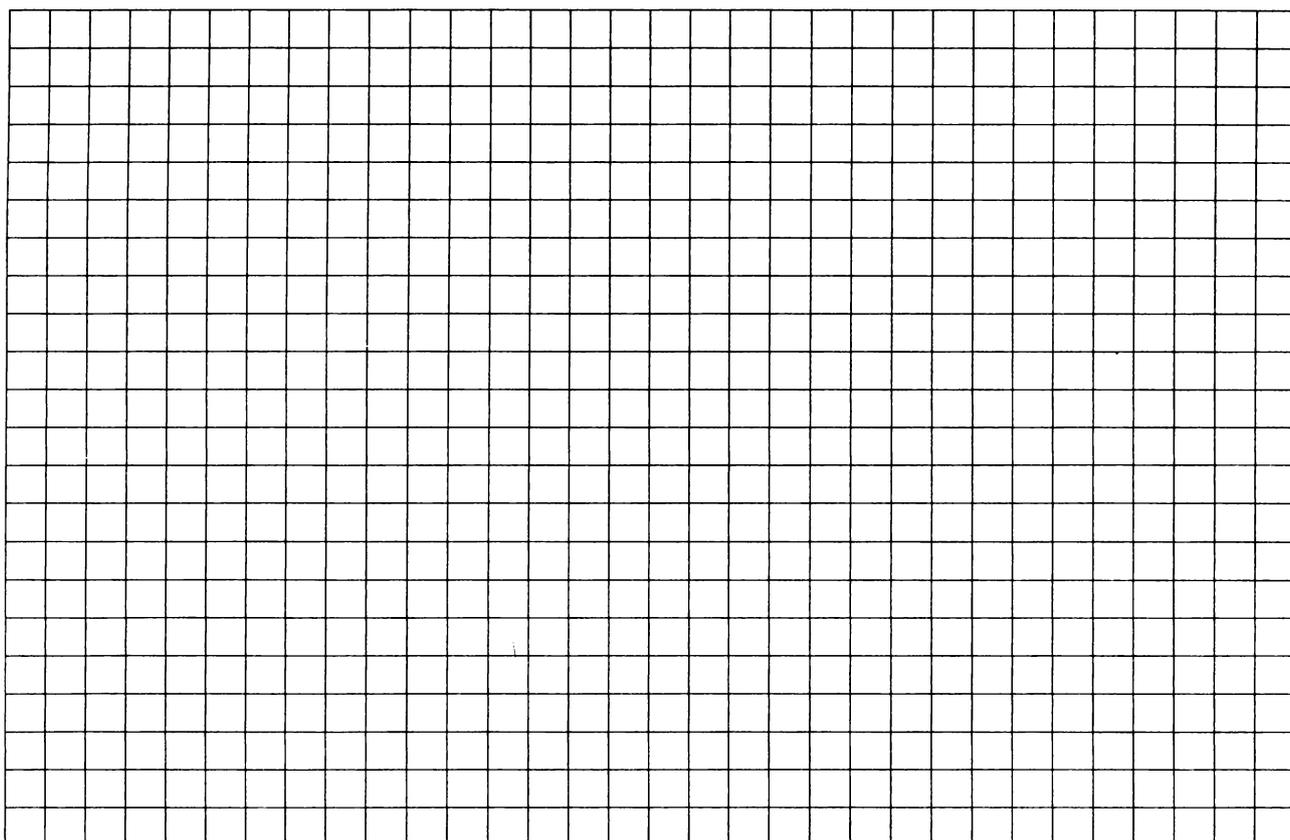
### **Определение напряжений и деформаций в металлической балке при плоском поперечном изгибе**

**Цель работы:** теоретически и экспериментально определить напряжения в заданных точках сечений балки. Исследовать закон распределения нормальных напряжений по сечению балки и определить величину и направление главных напряжений в нейтральном слое балки.

**Ход работы:**



*Рисунок 9.1 – Металлическая балка двутаврового сечения*



*Рисунок 9.2 – Напряженное состояние в точке при  $Q > 0$*



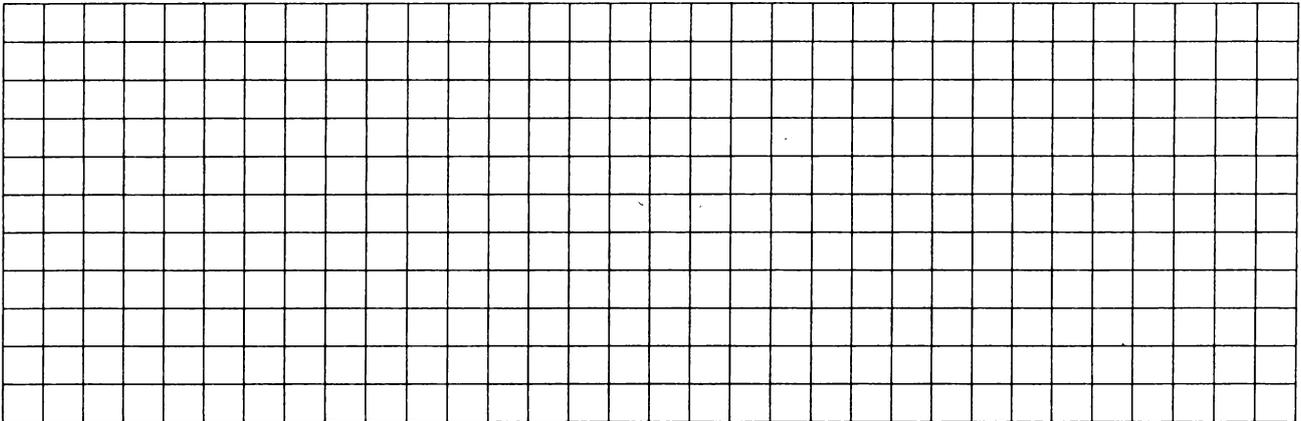


## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 10

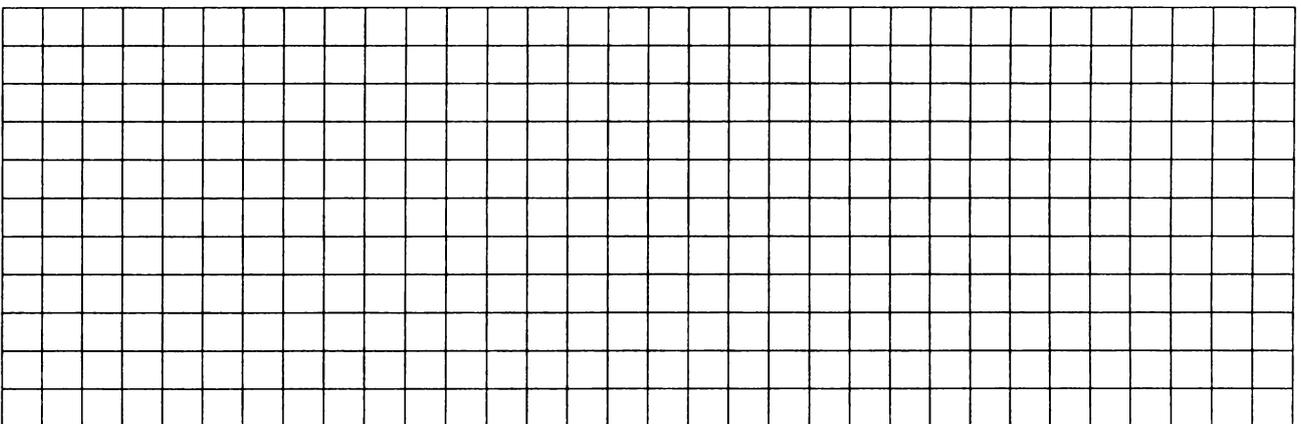
### Определение деформаций в металлической балке при плоском поперечном изгибе

**Цель работы:** теоретически и экспериментально определить прогиб и угол поворота указанных сечений балки.

**Ход работы:**



*Рисунок 10.1 – Металлическая балка двутаврового сечения*



*Рисунок 10.2 – Устройство для определения угла поворота*

*Теоретическое определение прогибов и углов поворота*

Прогибы и углы поворота заданных сечений определяются методом начальных параметров.

Для произвольного сечения «Z» на участке АВ универсальное уравнение прогибов будет иметь вид:

$$EI_x Y_z = EI_x Y_0 + EI_x \theta_0 \cdot Z - \frac{F \cdot Z^3}{6} + \frac{R_A \cdot (Z - a)^3}{6}, \quad (10.1)$$

где  $EJ_x$  – жесткость балки при изгибе;  $\theta_0$ ;  $Y_0$  – начальные параметры, т. е. угол поворота и прогиб соответственно в начале координат (сечение «0»).

Для определения  $\theta_0$  и  $Y_0$  используем условие закрепления балки:

$$\begin{cases} \text{При } z = a & EI_x Y_A = EI_x Y_0 + EI_x \theta_0 \cdot a - \frac{F \cdot a^3}{6} = 0 \\ \text{При } z = a + l & EI_x Y_B = EI_x Y_0 + EI_x \theta_0 \cdot (a + l) - \frac{F \cdot (a + l)^3}{6} + \frac{R_A \cdot l^3}{6} = 0 \end{cases} \quad (10.2)$$

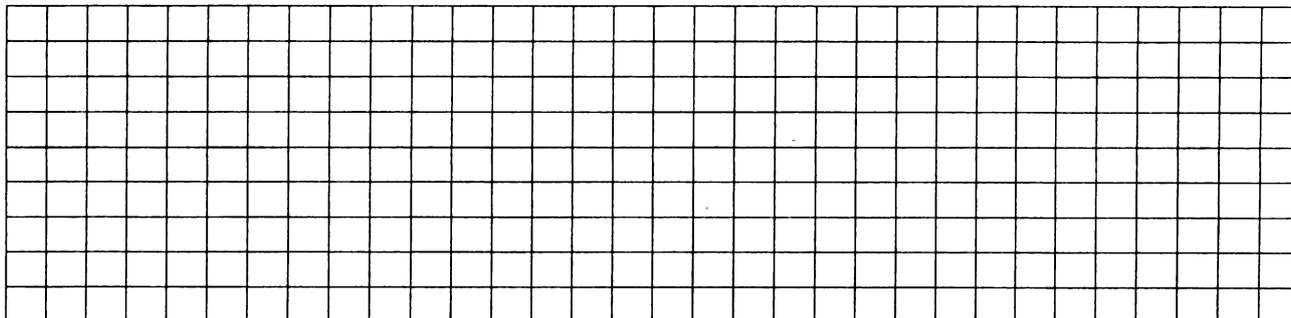


## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 11

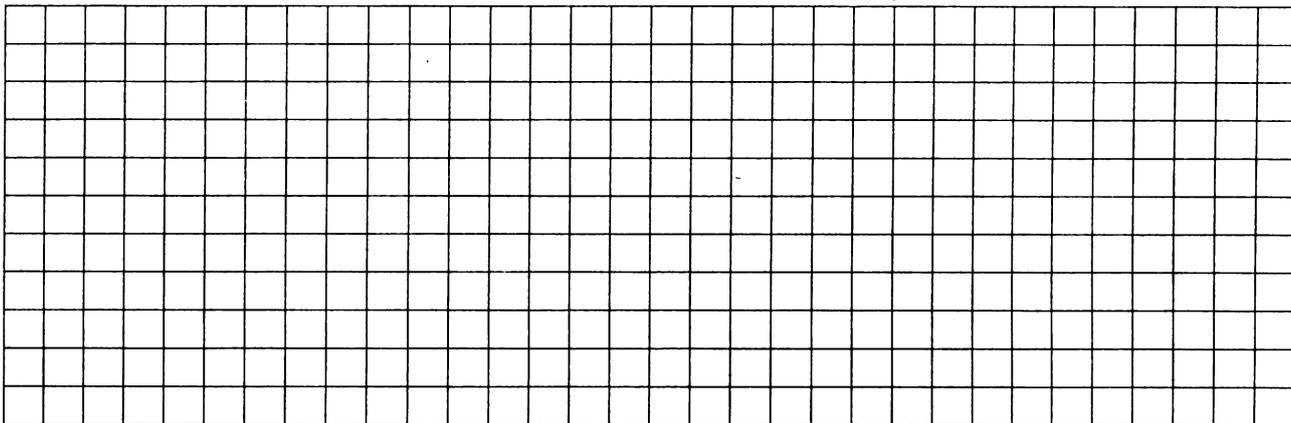
### Исследование статически неопределимой балки

**Цель работы:** подтвердить возможность теоретических расчетов статически неопределимых балок с применением уравнений перемещений, т. е. сравнить результаты опытного определения момента защемления балки с теоретическим. На основании опытных данных установить пропорциональную зависимость деформаций балки от нагрузки.

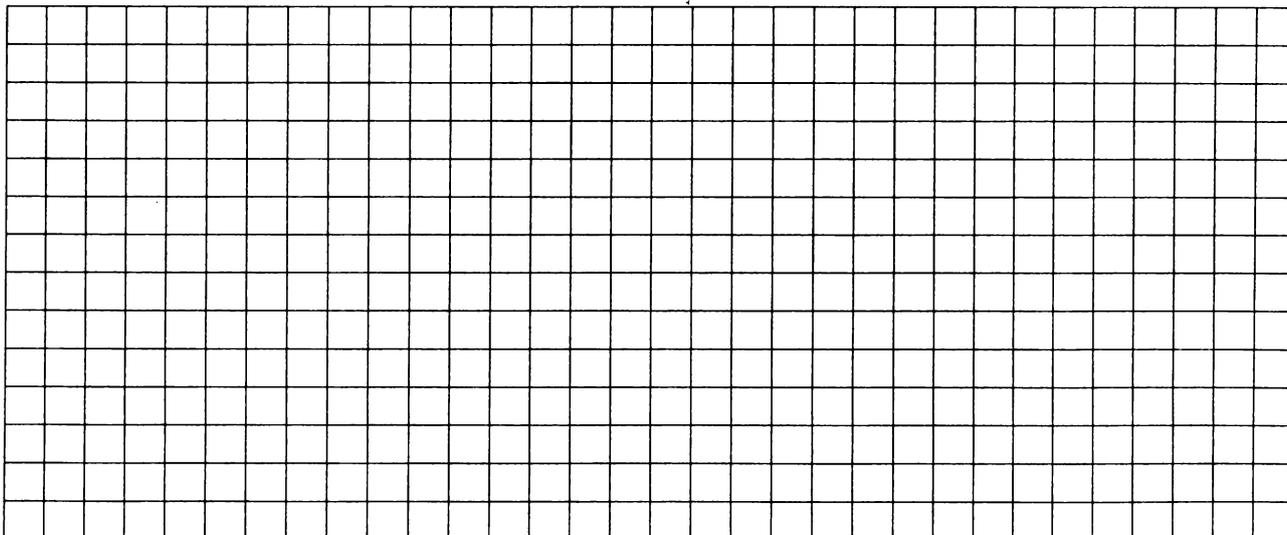
**Ход работы:**



*Рисунок 11.1 – Схема установки*



*Рисунок 11.2 – Расчетная схема балки*



*Рисунок 11.3 – Экспериментальное определение опорного момента*

Для определения реакции  $M_A$  и  $R_A$  составим систему двух уравнений:

$$\begin{cases} \sum M_B = 0, M_A - R_A \cdot l + F_1 \cdot (b+c) + F_2 \cdot c = 0 \\ Y_B = 0, -\frac{M_A \cdot l^2}{2} + \frac{R_A \cdot l^3}{6} - \frac{F_1 \cdot (b+c)^3}{6} - \frac{F_2 \cdot c^3}{6} = 0 \end{cases} \quad (11.1)$$

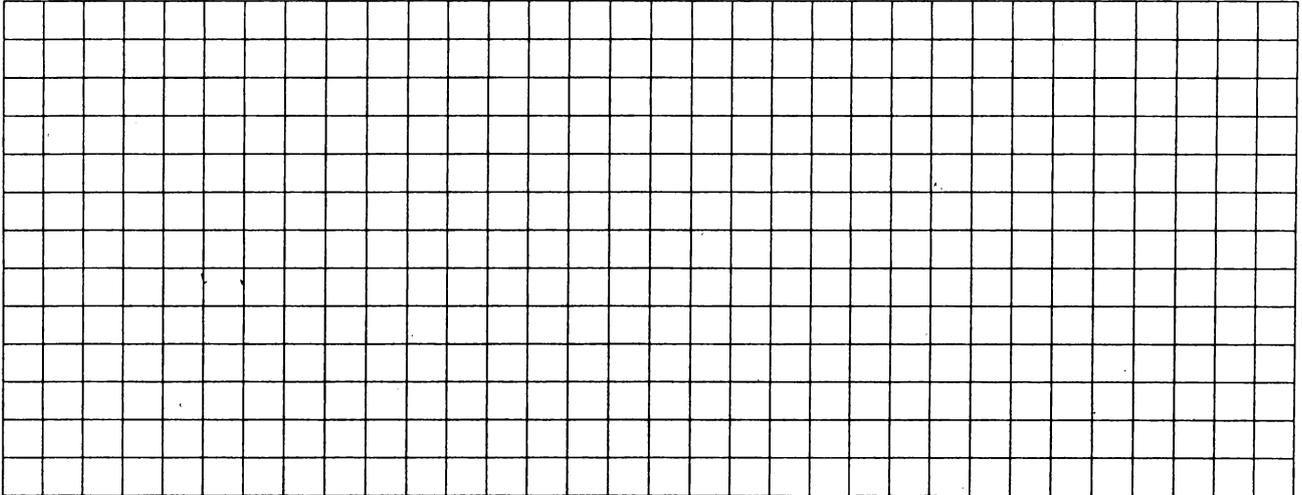


## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 12

### Исследование косого изгиба

**Цель работы:** ознакомление с косым изгибом консольной балки и сравнение опытных значений напряжений прогибов с теоретическими. Сравнить результаты косого и плоского прямого изгибов.

**Ход работы:**



*Рисунок 12.1 – Схема установки*

*Косой изгиб*

Нормальные напряжения в любой точке сечения 2 можно определить по формуле:

$$\sigma = \pm \frac{M_x}{I_x} Y \pm \frac{M_y}{I_y} X. \quad (12.1)$$

$$F_x = F \cdot \sin(\alpha), \quad F_y = F \cdot \cos(\alpha), \quad (12.2)$$

$$M_y = F_x \cdot Z = F \cdot \sin(\alpha) \cdot Z = M \cdot \sin(\alpha), \quad (12.3)$$

$$M_x = F_y \cdot Z = F \cdot \cos(\alpha) \cdot Z = M \cdot \cos(\alpha),$$

где  $x, y$  – координаты точки, где определяются напряжения.

Полный прогиб находим по формуле:

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}. \quad (12.4)$$

Напряжения в точках 1,2,3 соответственно будут:

$$\sigma_1 = \frac{M_x}{I_x} \cdot y_1 - \frac{M_y}{I_y} \cdot x_1,$$

$$\sigma_2 = \frac{M_x}{I_x} \cdot y_2 + \frac{M_y}{I_y} \cdot x_2, \quad (12.5)$$

$$\sigma_3 = -\frac{M_x}{I_x} \cdot y_3 - \frac{M_y}{I_y} \cdot x_3.$$

$$M_x = M_y = F_x \cdot a = F_y \cdot b = F \cdot \cos(\alpha) \cdot a,$$

$$x_1 = x_3 = b \cdot \cos 45^\circ - \frac{v_0}{\cos 45^\circ}, \quad (12.6)$$

$$y_1 = |y_3| = b \cdot \sin 45^\circ,$$

$$x_2 = \frac{v_0}{\cos 45^\circ} - b_2 \cos 45^\circ,$$

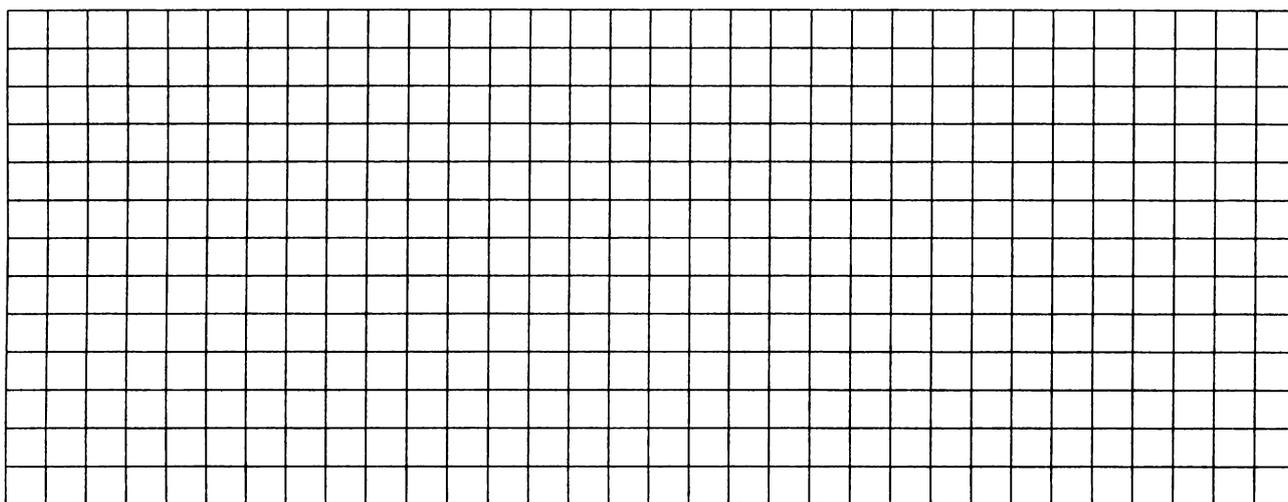
$$y_2 = b_2 \cdot \cos 45^\circ, \quad b_2 = \frac{d}{2}.$$

Геометрические характеристики сечения:

$$\angle 75 \times 75 \times 8, \quad I_x = 94,8 \text{ см}^4, \quad I_y = 24,8 \text{ см}^4, \quad v_0 = 2,15 \text{ см}.$$

Прогибы свободного конца консоли определяем по известной формуле:

$$f_x = \frac{F_x \cdot l^3}{3EI_y}, \quad f_y = \frac{F_y \cdot l^3}{3EI_x}. \quad (12.7)$$



**Рисунок 12.2 – Расчетная схема балки**

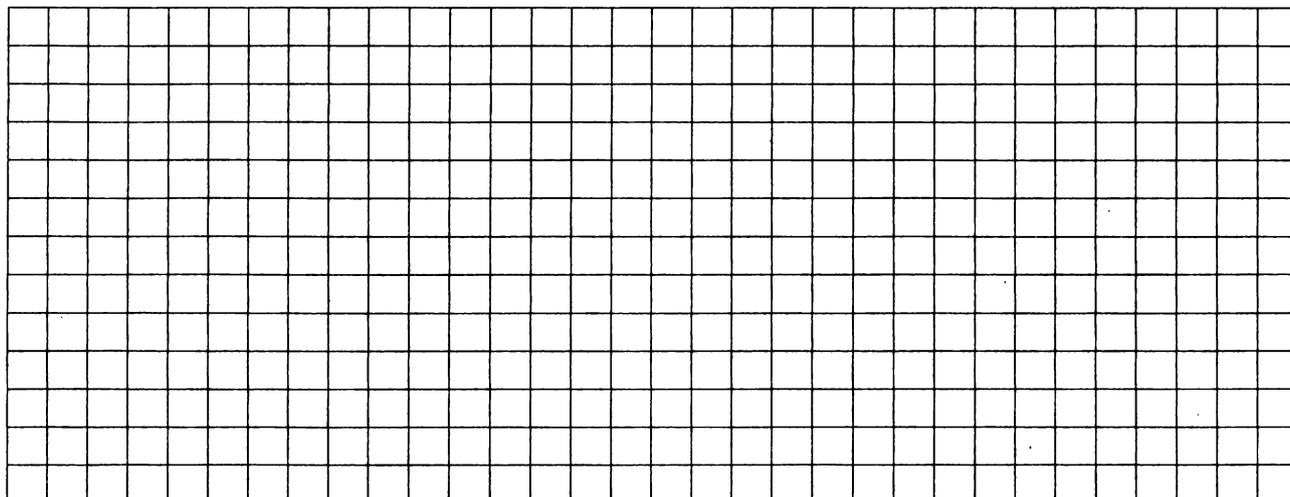
*Прямой поперечный изгиб*

Напряжения в точках 4 и 5 определяем по формуле:

$$\sigma_{4,5} = \pm \frac{M}{I_x} y_{4,5}. \quad (12.8)$$

Прогиб свободного конца определяем по формуле:

$$f = f_y = \frac{F \cdot l^3}{3EI_x}. \quad (12.9)$$



**Рисунок 12.3 – Расчетная схема балки**

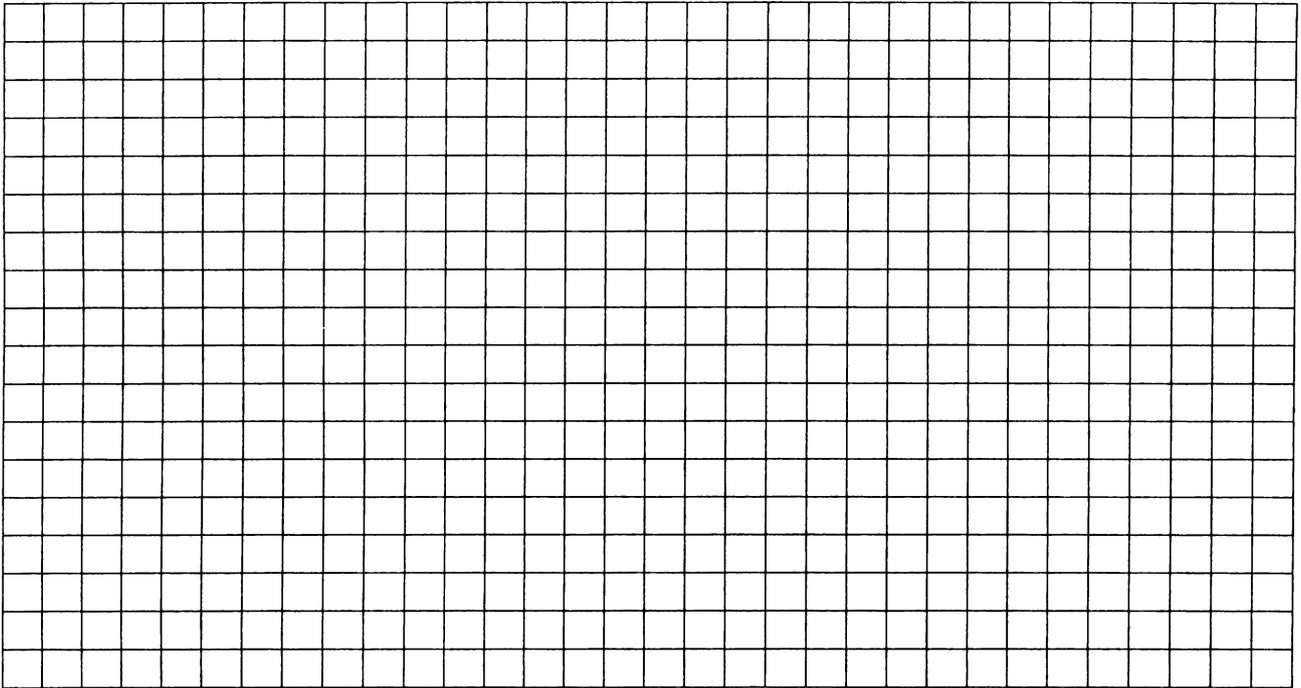


## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 13

### Исследование внецентренного растяжения прямого бруса

**Цель работы:** теоретически и экспериментально определить нормальные напряжения в намеченных точках поперечного сечения. Определить положение нулевой линии. Подтвердить закон Гука при внецентренном растяжении-сжатии и закон распределения нормальных напряжений по сечению бруса (построить их эпюры).

**Ход работы:**



**Рисунок 13.1 – Расчетная схема бруса, эпюры напряжений**

*Теоретическое определение напряжений и положения нулевой линии (н. л.)*

Внецентренное растяжение является сложным сопротивлением. При этом в поперечном ее сечении действуют:  $N, M_x, M_y$ ), т. е.:

$$N = F, \quad M_x = F \cdot Y_F, \quad M_y = F \cdot X_F, \quad (13.1)$$

где  $Y_F, X_F$  – координаты точки приложения силы  $F$ .

Нормальные напряжения в произвольной точке поперечного сечения бруса определяются по формуле:

$$\sigma = \frac{F}{A} + \frac{M_x}{J_x} Y + \frac{M_y}{J_y} X, \quad (13.2)$$

где  $F$  – внешняя сила,  $A$  – площадь поперечного сечения,  $J_x, J_y$  – главные центральные моменты инерции сечения,  $X, Y$  – текущие координаты (координаты точек, где определяются напряжения).

С учетом (13.1) формула для напряжений примет вид:

$$\sigma = \frac{F}{A} \left( 1 + \frac{Y_F Y_i}{i_x^2} + \frac{X_F X_i}{i_y^2} \right), \quad (13.3)$$

где  $i_x^2 = \frac{J_x}{A}$ ;  $i_y^2 = \frac{J_y}{A}$  – квадраты радиусов инерции.



## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 14

### Исследование продольного изгиба стержня в упругой стадии

**Цель работы:** провести наблюдение над явлением потери устойчивости стального стержня. Определить опытным путем величину критической силы и сравнить ее величину с расчетной. Вычислить критическое напряжение и сравнить его с пределом текучести ( $\sigma$ ).

#### Ход работы:

Сжатый стержень большой гибкости при определенном значении сжимающей его силы, называемой критической, выходит из состояния устойчивого равновесия. При этом стержень с прямой осью несколько искривляется. Вид кривой зависит от способа закрепления его концов.

#### *Теоретическое определение критической силы и критических напряжений*

При вычислении критической силы ( $F_{кр}$ ) необходимо знать гибкость стержня, которая определяется по формуле:

$$\lambda = \frac{l \cdot \mu}{i_{min}}, \quad (14.1)$$

где  $l$  – длина стержня;

$\mu$  – коэффициент приведения длины стержня к расчетной;

$i_{min}$  – минимальный радиус инерции сечения стержня.

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}}, \quad (14.2)$$

где  $I_{min}$  – минимальный центральный момент инерции сечения:

$A$  – площадь поперечного сечения стержня.

Если  $\lambda \geq \lambda_{пред}$ , то значение критической силы определяется по формуле Эйлера:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{(\mu l)^2} \quad (14.3)$$

Если  $\lambda < \lambda_{пред}$ , то следует пользоваться формулой Ясинского-Тетмайера:

$$F_{кр} = (a - b \lambda) \cdot A, \quad (14.4)$$

где  $a$  и  $b$  – коэффициенты, определяемые из справочника в зависимости от материала стержня.

Предельное значение гибкости определяется по формуле:

$$\lambda_{пред} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{пр}}}. \quad (14.5)$$

Критические напряжения определяются по формуле:

$$\sigma_{кр} = \frac{F_{кр}}{A}. \quad (15.6)$$

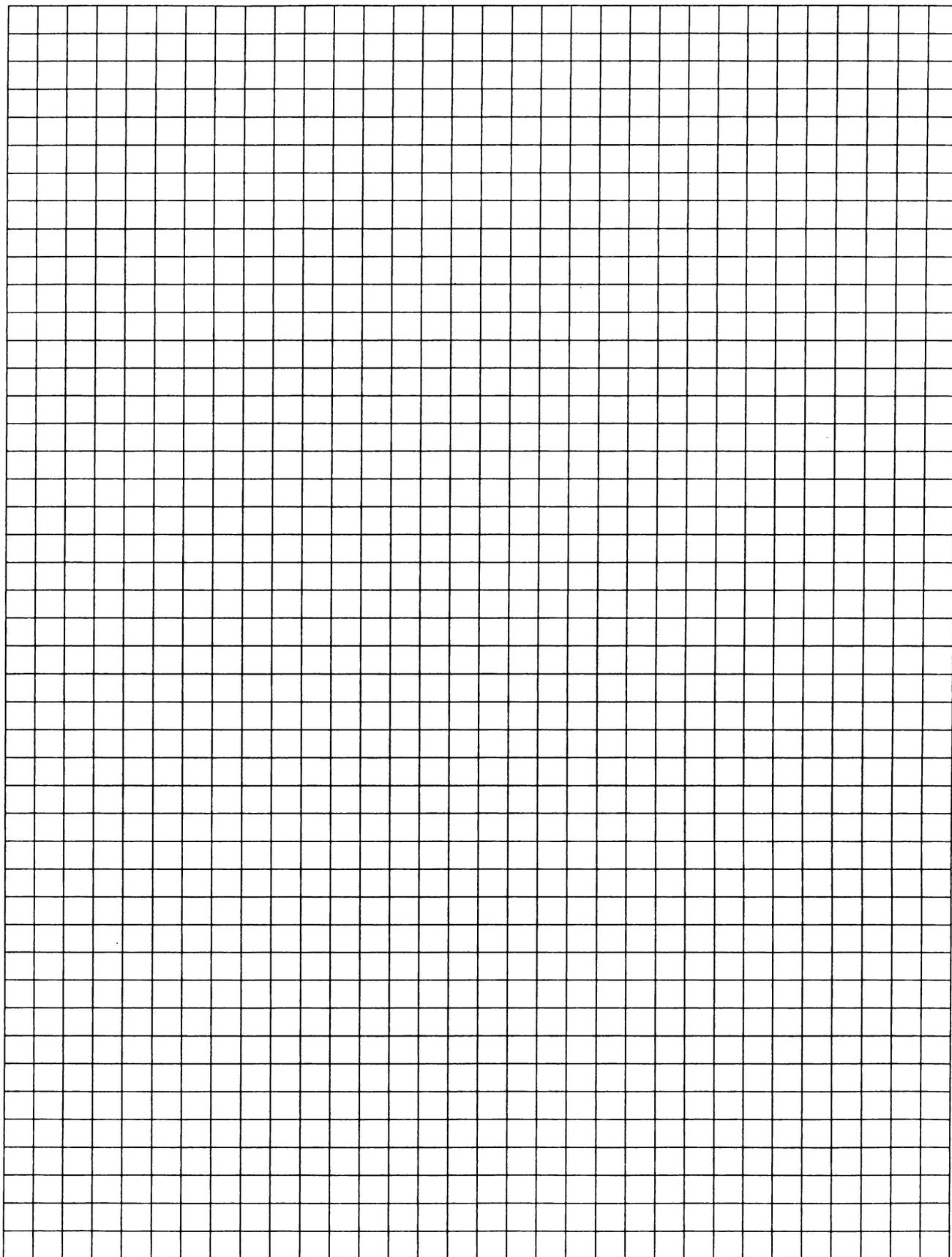
Экспериментальное значение критической силы определяем по формуле:

$$F_{кр}^2 = n \cdot c, \quad (14.7)$$

где  $n$  – число делений;

$c$  – цена деления индикатора силоизмерителя.

## Расчеты



*Рисунок 14.1 – Экспериментальная установка*



## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 15

### Определение динамического коэффициента при изгибающем ударе

**Цель работы:** определение динамического коэффициента при поперечном ударе.

**Ход работы:**

Экспериментально динамический коэффициент  $K_o^o$  определяется по формуле:

$$K_o^o = \frac{f_o^o}{f_{cm}^o} \quad (15.1)$$

Теоретически динамический коэффициент  $K_o^m$ , при ударе  $G$ , падающего на балку с высоты  $H$  определяется по формуле:

$$K_o^T = 1 + \sqrt{1 + \frac{2H}{f_{cm}^T + \left(1 + \eta \frac{Q}{G}\right)}} \quad (15.2)$$

где  $H$  – высота падения ударяющего тела;

$G$  – вес ударяющего тела (шарик);

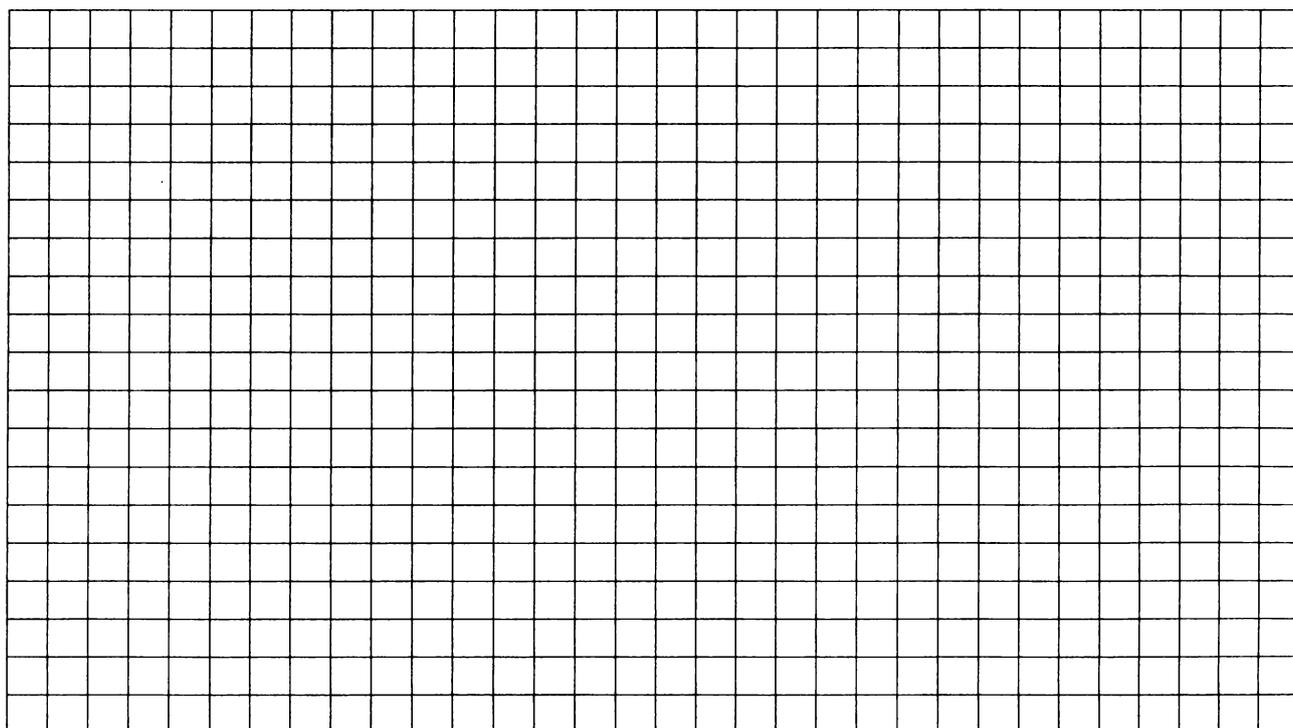
$Q$  – вес удаляемой системы (балка);

$\eta$  – коэффициент, зависящий от способа закрепления балки и места падения груза (шарика) – в нашем случае  $\eta = 17/35$ ;

$f_{cm}^T$  – статический прогиб в направлении удара

Для балки на двух опорах наибольший статический прогиб от силы, приложенной в середине пролета, равен:

$$f_{cm}^T = \frac{G \cdot l^3}{48EI_x} \quad (15.3)$$



*Рисунок 15.1 – Схема установки*



**УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ**

*Составители:*

*Томашев Игорь Геннадьевич*

*Онысько Сергей Романович*

*Веремейчик Андрей Иванович*

*Гарбачевский Виталий Владимирович*

# **Рабочая тетрадь**

**для лабораторных работ по курсу  
«Сопротивление материалов» и «Механика материалов»  
для студентов строительных и механических специальностей  
заочной формы обучения  
(Часть 2)**

Ответственный за выпуск: Томашев И.Г.

Редактор: Боровикова Е.А.

Компьютерная вёрстка: Соколюк А.П.

Корректор: Никитчик Е.В.

---

Подписано в печать 01.06.2017 г. Формат 60x84 <sup>1</sup>/<sub>8</sub>. Бумага «Performer».  
Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 2,32. Уч. изд. л. 2,5. Заказ № 496. Тираж 50 экз.  
Отпечатано на ризографе учреждения образования «Брестский государственный  
технический университет». 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.