

Л.И.Коршун, Я.И.Кухарчук

УДК 624.045

**КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ОПТИМИЗАЦИИ
СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ ФЕРМ ДОПУСТИМОЙ ЖЕСТКОСТИ**

Одним из центральных вопросов теории итерационных алгоритмов вообще и итерационных методов оптимизации ферм в частности является установление возможности их сходимости к искомому чис-

ленному решению. Невозможность аналитического доказательства сходимости итерационных алгоритмов оптимизации, основанных на использовании методов нелинейного математического программирования, требует выполнения соответствующих исследований. Кроме принципиального решения вопроса о сходимости такие исследования позволяют выявить зависимость сходимости от особенностей решаемых задач, структуры алгоритма и установить пути улучшения сходимости. В теории оптимизации шарнирно-стержневых систем недостаточно изучено влияние величин допустимых перемещений узлов на напряженно-деформированное состояние ферм минимального теоретического объема.

Указанные вопросы рассмотрены авторами в численном эксперименте на основе разработанной ими экспериментальной программы РОСС-1 (расчет оптимальных стержневых систем). Программа реализует вычислительный алгоритм, основанный на методе поэтапной оптимизации статически неопределимых ферм [1]. Всего было рассмотрено двадцать схем таких ферм, характеризующихся различными степенями статической неопределимости, количеством стержней и конфигурацией при заданном расположении узлов. Кроме того, оптимизация осуществлялась при варьировании числа типовых размеров элементов и величин допустимых перемещений.

При рассмотрении вопросов сходимости будем различать сходимости алгоритма выпуклого программирования (ВП), реализующего в разработанной программе метод Франка и Вульфа [2], и итерационного алгоритма уточнения коэффициентов продольного изгиба φ .

Известно, что в общем случае процесс оптимизации с применением метода Франка и Вульфа сходится за бесконечное число шагов [2]. В связи с этим выход из процесса оптимизации возможен лишь на основании оценки изменения значения целевой функции (ЦФ) на двух смежных итерациях. В этих условиях представляется особенно важным выявление закономерностей сходимости итерационного процесса.

Опуская в виду большого объема все числовые решения проведенного эксперимента остановимся на полученных в результате их анализа качественных результатах.

1. Скорость сходимости алгоритма ВП зависит от размерности задачи. С увеличением размерности (количества переменных величины - линейно-независимых усилий X_i и опасных напряжений σ_j) скорость сходимости существенно уменьшается, а следовательно, заметно возрастает количество итераций, необходимое для получения решения с заданной, по отношению к решению на текущей итерации, погрешностью вычислений.

Непосредственно размерность задачи зависит главным образом от числа стержней фермы τ , определяющего скорость сходимости алгоритма ВП.

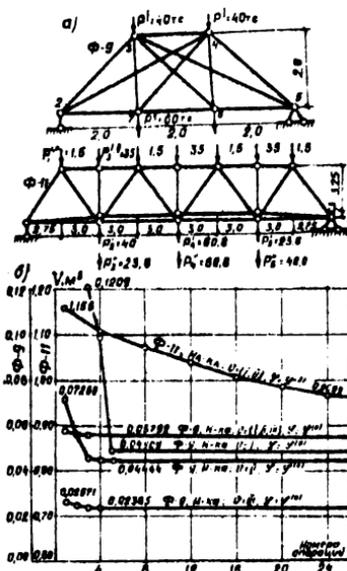


Рис.1. Результаты оптимизации ферм $\Phi-9$ и $\Phi-II$:
 а - расчетные схемы ферм;
 б - иллюстрация сходимости алгоритма выпуклого программирования

В качестве примера, иллюстрирующего эту зависимость, рассмотрим результаты оптимизации ферм $\Phi-9$ и $\Phi-II$ (рис.1,а) с $\tau = 13$ и $\tau = 28$ соответственно. Графически процесс сходимости алгоритма ВП для этих ферм изображен на рис. 1,б. При заданной погрешности вычисления объема $\epsilon_V = 0,001 V^{(n)}$ для сходимости процесса в первом случае при расчете на три нагружения потребовалось четыре итерации, а во втором при расчете на два нагружения - 26.

Размерность задачи зависит не только от количества стержней, но и от числа активных конструктивных ограничений, а также заданного количества типоразмеров элементов ζ .

С уменьшением активных конструктивных ограничений, а следовательно, с фактическим увеличением размерности задачи ско-

рость сходимости процесса падает. Характерным примером, иллюстрирующим эту зависимость, являются результаты оптимизации фермы Ф-12 (рис. 2, а) при соотношениях $h/L = \{0,25; 0,5\}$. В первом случае имелись два конструктивных стержня (крайние нижнего пояса). Во втором случае к ним добавилось четыре стержня верхнего пояса с конструктивными площадями поперечных сечений. Процесс сходимости алгоритма для этих двух случаев графически представлен на рис. 2, б.

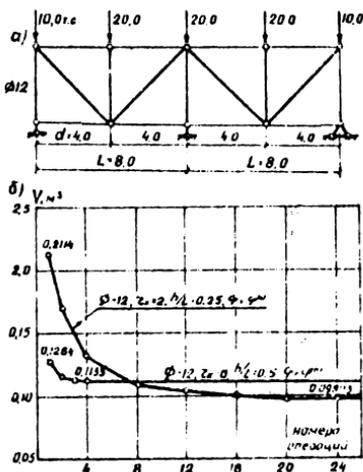


Рис. 2. Результаты оптимизации фермы Ф-12: а - расчетная схема фермы; б - иллюстрация сходимости алгоритма выпуклого программирования

выполняется оптимизация. Как правило, для той НВКЭ, которая соответствует глобальному минимуму (ОКЭ), скорость сходимости значительно больше, чем для других НВКЭ.

Часто для задач небольшой размерности при учете ОКЭ получается точное решение за небольшое конечное число итераций, что объясняется соответствием в этих случаях глобального

При ограниченном количестве типоразмеров элементов на соответствующем этапе оптимизации размерности задачи фактически будет определяться их числом. С его изменением наблюдается аналогичная предыдущему случаю закономерность изменения скорости сходимости.

Для большинства из рассмотренных примеров при $U \leq 10$ количество итераций с учетом упомянутой заданной погрешности вычислений не превышает 20.

2. Скорость сходимости алгоритма ВП зависит также от того, в пределах какой из наиболее вероятных картия знаков (НВКЭ)

экстремума вершине многогранника допустимых решений.

3. Существенное влияние на скорость сходимости алгоритма ВП может оказать конфигурация фермы. Объясняется это различной степенью пологости (овражности) ЦФ для различных схем фермы в окрестности глобального экстремума.

Влияние овражности ЦФ на возможность получения неточного решения может ощутимо сказаться на первой итерации по уточнению φ . При дальнейшем уточнении φ , как правило, данное влияние сказывается в меньшей степени, что объясняется изменением напряженного состояния фермы и, следовательно, степени овражности ЦФ. Именно благодаря зависимости последней от напряженного состояния удалось качественно выявить влияние конфигурации фермы на скорость сходимости алгоритма ВП. Найти количественную оценку этой зависимости не представилось возможным, в виду различного количества стержней в рассмотренных схемах фермы.

4. Скорость сходимости алгоритма ВП в известной мере зависит от величин допустимых жесткостей \bar{y} . В основном это влияние сказывается при достаточно малых величинах \bar{y} , причем с уменьшением \bar{y} , т.е. с увеличением жесткости фермы сходимость алгоритма ухудшается. При весьма малых значениях \bar{y} процесс оптимизации может быть неустойчивым из-за того, что величины допустимых прогибов могут оказаться одного порядка с погрешностью вычислений.

Вторым итерационным процессом, потребовавшим проведения численного эксперимента, является уточнение φ . На завершающем этапе программы на основе данных сортамента прокатных профилей и заданной табличной зависимости коэффициентов продольного изгиба от гибкости для различных марок сталей производится уточнение значений φ . В связи с этим зависимость $V = f(\varphi)$, как правило, носит скачкообразный нерегулярный характер. Необходимое количество итераций для требуемого уточнения φ (до 3-5%) в большинстве случаев составляет 6-8.

В некоторых частных случаях, связанных с дискретностью сортамента, итерационный процесс плохо сходится или вообще не сходится при заданной точности вычисления φ . Обычно это происходит, когда для уточнения φ профиль выбирается из

граничных значений двух массивов сортамента. В этом случае приходится осуществлять выход из итерационного процесса при большей погрешности вычисления φ . На степень выразительности упомянутого характера зависимости $V = f(\varphi)$ влияет количество активных ограничений $F_j > \bar{F}_j$. С его увеличением степень выразительности снижается.

Если ограничения жесткости ($U \leq \bar{U}$) являются неактивными или несущественно активными, то зависимость $V = f(\varphi)$ характеризуется более ощутимым изменением объема на первых итерациях. Объясняется это тем, что в данном случае активными оказываются условия прочности, зависящие от φ . На последующих итерациях происходит быстрое затухание колебаний объема и φ . Если же ограничения $U \leq \bar{U}$ существенно активны, то в виду того, что ограничения прочности для многих стержней могут стать активными лишь при малых значениях φ , значение объема вообще не будет изменяться при уточнении φ или начнет изменяться лишь через несколько итераций. Затем после нескольких изменений его колебания затухают.

Существенный интерес представляют вопросы о зависимости минимального объема напряженно-деформированного состояния ферм от степени активности ограничений $U \leq \bar{U}$, т.е. от величины предельных перемещений узлов. Результаты изучения этих вопросов по полученным численным решениям сводятся в основном к следующему.

Для каждой фермы при действии определенной нагрузки или ряда одновременных нагрузок существует свое значение $U_{\max} = \bar{U}^*$, соответствующее оптимальному решению в условиях отсутствия ограничений $U \leq \bar{U}$.

При $\bar{U}^* \leq \bar{U}$ ограничения по жесткости не влияют на оптимальное решение и на напряженно-деформированное состояние фермы, а при $\bar{U}^* > \bar{U}$ такое влияние имеет место.

Если $\bar{U}^* - \bar{U}$ составляет примерно 20% от \bar{U}^* , то увеличение минимального объема незначительно (до 5-6%). При $(\bar{U}^* - \bar{U}) \times (\bar{U}^*)^{-1} 100\% > 20\%$ происходит значительное нарастание величины мин V .

С точки зрения получения фермы минимального объема при

уменьшении значения \bar{U} эффективным является снижение напряжений, а следовательно, увеличение площадей поперечных сечений прежде всего в сильно напряженных стержнях. При определенном значении \bar{U} существуют определенные показатели характера и степени изменения напряжений и площадей сечений.

Пропорциональное увеличение площадей сечений с целью удовлетворения условия $U = \bar{U}$ может привести к превышению веса фермы на 50 и более процентов.

Проведенный качественный анализ результатов оптимизации ферм в условиях реального проектирования доказывает практическую сходимость разработанного поэтапного процесса оптимизации к глобальному либо близкому к нему минимуму целевой функции, позволяет управлять процессом оптимизации с целью эффективного использования ЭЦВМ и исключения принципиально неверных результатов, а также будет способствовать дальнейшему совершенствованию алгоритмов и программ оптимизации стержневых систем.

Л и т е р а т у р а

1. Коршун Л.И. Метод поэтапной оптимизации статически неопределимых ферм в условиях реального проектирования. Материалы Всесоюзной конференции "Проблемы оптимизации в механике твердого деформируемого тела". Выпуск I. Вильнюс, 1974.

2. Frank M., Wolfe Ph., An Algorithm for Quadratic Programming, Nav. Res. Log. Quart., 3 (1956), 95-110.

Л.И. Коршун

УДК 624.045

ОПТИМИЗАЦИЯ ШАРНИРНО-СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ ПРИ УЧЕТЕ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ РАСТЯНУТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Рассматривается задача весовой оптимизации шарнирно-стержневых систем заданной геометрии при учете ограничений по жесткости, конструктивных ограничений на площади поперечных сечений и возможности работы растянутых элементов в упруго-пластической стадии. Устойчивость сжатых стержней осуществляется пу-