

12. Шуть, В. Н. Управление движением автотранспортных средств с использованием мобильного помощника водителя / В. Н. Шуть // Проблемы информационных технологий. – 2013. – № 01 (013). – С. 159–164.

13. Шуть, В. Н. Мультиагентное управление перекрестком / В. Н. Шуть // Вестник Херсонского нац. технич. ун-та. – 2014. – № 3 (50). – С. 179–184.

14. Шуть В.Н Мультиагентное управление движением транспортных средств в улично-дорожной сети города / В. Н. Шуть // Искусственный интеллект. – 2014. – № 4 – С. 123–128.

15. Климович, А. Н. Современные подходы и алгоритмы управления транспортными потоками / А. Н. Климович, А. С. Рыщук, В. Н. Шуть // Вестник Херсонского нац. технич. ун-та, – 2015. – № 3 (54). – С. 252–256.

УДК 631.175: 631.8

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ПРОГНОЗА УРОЖАЙНОСТИ

*А. П. Лихацевич, д. т. н., профессор, чл.-корр. НАН Беларуси, гл. науч. сотр. РУП «Институт мелиорации», Минск, Беларусь, e-mail: alikhatsevich@mail.ru*  
*А. В. Малышко, зав. отделом минерального питания РУП «Научная станция по сахарной свекле», Несвиж, Беларусь, e-mail: malyschko@mail.ru*

### Реферат

Отмечено, что эмпирические зависимости урожайности сельскохозяйственных культур от урожаяформирующих факторов в виде полиномов любой степени, полученные методом множественной нелинейной регрессии, справедливы только для условий конкретного полевого опыта. С их использованием невозможно проводить теоретические обобщения, позволяющие широко использовать частные решения в производственной практике. Предложенная схема математического моделирования урожайности базируется на физическом принципе баланса причинно-следственных взаимодействий в замкнутой физической системе (causal interaction). Показано, что математическая модель урожайности, представленная в мультипликативной форме, может включать неограниченное число урожаяформирующих факторов. Справедливость разработанного решения подтверждена 13-летними данными урожайности сахарной свеклы (гибрид NZ-тип), возделываемой в Беларуси на Молодечненской государственной сортоиспытательной станции.

Определены условия верификации модели, позволяющие прогнозировать урожайность сахарной свеклы по агрохимическим показателям почвы и вносимым удобрениям. Модель прогноза урожайности представлена в безразмерной форме, все блоки сомножителей данной модели являются критериями подобия. Это позволяет сравнивать между собой результаты математического моделирования урожайности любой сельскохозяйственной культуры на почвах с любыми агрохимическими свойствами.

**Ключевые слова:** урожайность, агрохимические показатели почвы, опорные показатели математической модели урожайности.

## SIMULATION OF SUGAR BEET YIELD

A. P. Likhatchevich, A. V. Malyshko

### Abstract

It is noted that the empirical dependences of crop yields on crop-forming factors in the form of polynomials of any degree obtained by the multiple nonlinear regression method are valid only for the conditions of a specific field experiment. Using them, it is impossible to make a generalization that would allow the widespread use of particular solutions in production practice. The proposed scheme for mathematical modeling of yield is based on the physical principle of the balance of cause-and-effect interactions in a closed physical system (causal interaction). It is shown that the mathematical model of yield, presented in multiplicative form, can include an unlimited number of yield-forming factors. The validity of the developed solution is confirmed by 13-year data on the yield of sugar beet (NZ-type hybrid) cultivated in Belarus at the Molodechno State Variety Testing Station.

Conditions for model verification have been determined that make it possible to predict the yield of sugar beets based on agrochemical soil parameters and applied fertilizers. The yield forecast model is presented in dimensionless form, all blocks of factors of this model are similarity criteria. This allows you to compare the results of mathematical modeling of the yield of any agricultural crop on soils with any agrochemical properties.

**Keywords:** productivity, plant nutrition, reference indicators of the mathematical model of productivity.

### Введение

Анализ терминологии, используемой в математическом моделировании исследуемых процессов, позволяет выделить этапы моделирования. Например, в Математическом энциклопедическом словаре отмечено, что первый этап математического моделирования состоит в «...*формулировании законов*, связывающих основные объекты модели... Этап завершается записью в математических терминах сформулированных качественных представлений о связях между объектами модели» [1, с. 343]. В Мелиоративной энциклопедии дается разъяснение: «математическая модель явления или процесса обычно создается на основании применения к ним *наиболее общих законов*». И далее раскрываются преимущества подобного подхода к моделированию «...записывая эти законы в виде систем *дифференциальных уравнений* и аналитически исследуя их, можно получить информацию о процессах или явлениях, которые не наблюдались в природе или наблюдались в ограниченном диапазоне изменения исследуемых величин» [2, с. 183]. Таким образом, согласно [1, 2], математическое моделирование следует начинать с поиска (установления) общих законов, представленных дифференциальными уравнениями.

В Физическом энциклопедическом словаре находим пояснение академика А. М. Колмогорова: «...если исследуемые явления изучаются при помощи дифференциальных уравнений, то определяющие параметры появляются: 1) в виде величин, входящих в начальные и граничные условия; 2) в виде коэффициентов, входящих в дифференциальные уравнения. После приведения

уравнений к безразмерному виду в них остаются лишь безразмерные коэффициенты (соотношения), которые являются *критериями подобия*» [3, с. 559].

Из всего сказанного можем сделать вывод, что математическое моделирование в строгом научном понимании основывается на двух столпах – *теории подобия и анализе размерностей* [3, с. 426], что поднимает его до уровня физического моделирования. Выполнение указанных требований, относящихся как к теоретическому, так и к эмпирическому моделированию, позволяет разрабатывать наиболее общие математические модели, охватывающие весь спектр факторов, влияющих на изучаемые процессы.

На основании сказанного при обобщении требований к эмпирическому моделированию можно сформулировать общее определение: *обобщенная математическая модель объекта исследований – это математическое выражение, построенное с соблюдением баланса размерностей, содержательно отражающее свойства изучаемого объекта и количественные связи, его характеризующие. Каждый элемент математической модели, включая численные коэффициенты, должен иметь объяснимое физическое содержание.*

Исходя из данного определения, можем утверждать, что математическое моделирование в аграрной науке, включая моделирование урожайности сельскохозяйственных культур, необходимо поднять на качественно новый уровень. Первым шагом на этом пути является разработка алгоритма моделирования, доступного исследователям-аграриям и способного привести к эффективному научному и практическому результату.

Математические модели урожайности в виде дифференциальных уравнений (в полном соответствии с выше цитируемой Мелиоративной энциклопедией) с поэтапно рассчитываемым приростом урожайности культуры в процессе вегетации предлагались нашими известными учеными еще полвека назад. Например, академиком С. Ф. Аверьяновым и его учеником В. В. Шабановым еще в 1973 году в основе зависимости урожайности от любого фактора жизни растений предлагалось использовать дифференциальное уравнение вида [4]

$$\frac{dU}{d\varphi} = f[U(\varphi_{opt} - \varphi)], \quad (1)$$

где  $U$  – показатель жизнедеятельности растений;  $\varphi$  – значение рассматриваемого фактора влияния;  $\varphi_{opt}$  – его оптимальное значение, при котором показатель жизнедеятельности растения максимален.

Уравнение (1) записано для ограниченного временного отрезка. Конечный урожай, по мнению авторов, можно получить, суммируя показатели жизнедеятельности растений за весь период вегетации.

В 1977 году опубликована модель формирования урожая, построенная на базе теории энерго- и массообмена растительного сообщества с окружающей средой. В основе модели белорусский ученый Г. И. Афанасик использовал известное соотношение между поглощением растением углекислого газа из воздуха в процессе фотосинтеза и приростом общей биомассы [5]

$$dy = k q dt, \quad (2)$$

где  $dy$  – приращение биомассы;  $k$  – отношение вновь образованного в растении сухого вещества к поглощенному углекислому газу;  $q$  – интенсивность поглощения углекислого газа;  $dt$  – приращение времени.

Решение дифференциального уравнения (2) выполнено автором с применением многочисленных упрощений, эмпирических интерпретаций и допущений. Г. И. Афанасик указывает, что для использования предложенной модели в целях оперативного управления комплексом факторов жизни растений необходимо измерять температуру и влажность воздуха на высоте 0,5 и 2,0 м над растительным покровом, радиационный баланс, суммарную солнечную радиацию, поток тепла в почву, испарение с поверхности почвы, температуру и влажность почвы, содержание элементов питания в листьях [5]. Ясно, что проведение таких измерений в течение вегетации в производственных условиях не осуществимо.

Предлагались и другие решения в качестве моделей продукционного процесса. Например, в 2007 году в качестве модели урожайности профессором Л. В. Кирейчевой и ее учеником А. В. Ромко (Россия) использована зависимость, в которой развитие растений задавалось через индекс листовой поверхности, высоту растений и глубину корнеобитаемого слоя (как линейные по времени функции фазы развития растений) [6]. Расчет урожайности рекомендовано производить по обобщающей формуле

$$\frac{Y}{Y_{max}} = \prod_{j=1}^N \left[ 1 - k_{y_j} \left( 1 - \frac{E_j}{E_{max_j}} \right) \right], \quad (3)$$

где  $j$  – фаза развития растения;  $N$  – число фаз развития;  $k_{y_j}$  – коэффициент, названный фактором урожайности в  $j$ -ю фазу развития;  $E_j$  – фактическое суммарное водопотребление в  $j$ -ю фазу развития;  $E_{max_j}$  – максимальное суммарное водопотребление в  $j$ -ю фазу развития.

В качестве основной причины упрощения исходной структуры модели до формулы (3) указано: хотя и «...существуют более сложные и точные модели роста и развития растений...», но более сложные модели требуют большего количества трудно получаемой исходной информации и иногда могут давать физически невозможные результаты» [6, с. 10]. Этот вывод получен после детального анализа разработанных моделей продукционного процесса как российского, так и зарубежного авторства.

Известны также варианты математических моделей урожайности, которые не требуют учета динамичности условий внешней среды. Например, к их числу можно отнести формулу профессора В. А. Попова, опубликованную в 1997 году [7]

$$Y = Y_{max} \exp \left[ -4,5 \left( 1 - \frac{f}{f_{opt}} \right)^2 \right]. \quad (4)$$

где  $f/f_{opt}$  – относительная величина лимитирующего фактора (отношение фактической его величины к оптимальной), оцениваемого в целом за вегетацию.

По утверждению автора результаты расчета по (4) дают ошибку, не превышающую в среднем 3,6 %. Однако и этот уникальный результат не получил дальнейшего практического приложения.

В 1990 году в справочном пособии [8] опубликована обобщающая формула, построенная на основе баланса размерностей и предназначенная для учета влияния факторов жизни растений на урожай

$$Y = Y_{max} \prod_{i=1}^n \left[ 1 - \left( 1 - \frac{f_i}{f_{opt}} \right)^2 \right], \quad (5)$$

где  $n$  – число факторов, влияющих на урожай;  $f/f_{opt}$  – относительная величина  $i$ -го фактора (отношение фактической его величины к оптимальной).

Применение уравнений (4) и (5) в практических расчетах не требует учета динамичности условий внешней среды, в формулах отсутствует фактор времени. В вычислениях используются только значения урожаяобразующих факторов за вегетационный период, что существенно упрощает расчет ожидаемой урожайности по планируемым ресурсам, например, по вносимым удобрениям, по почвенным влагозапасам и др. Вместе с тем, формулы (4) и (5) до настоящего времени не получили применения при статистической обработке опытных данных урожайности. Об этом свидетельствуют более поздние работы, в которых предлагается использовать модели урожайности в виде обычных эмпирических уравнений [9–15].

Известно, что математические модели, построенные с привлечением только эмпирико-статистических методик обработки данных опыта, всегда приводят только к частным решениям. Данный вывод в полной мере относится к эмпирическим формулам, предлагаемым в настоящее время для расчета урожайностей сельскохозяйственных культур [9–15]. Наиболее обоснованные расчетные зависимости имеют вид алгебраических полиномов, полученных с использованием стандартного математического инструмента – метода множественной нелинейной регрессии с включением в анализ различных нелинейных преобразований аргументов. Например, подобное частное решение предложено в Российской Федерации для расчета урожайности моркови при капельном орошении [15]

$$Y = a + b h + c N + d h^2 + e N^2 + f h N, \quad (6)$$

где  $Y$  – урожайность, т/га;  $a, b, c, d, e, f$  – численные эмпирические коэффициенты (без указания размерности), полученные по опытным данным;  $h$  – глубина промачивания почвы, м;  $N$  – доза внесения минерального азота, как лимитирующего элемента плодородия почвы, кг д. в./га.

По результатам полевых исследований автором подобраны численные значения эмпирических коэффициентов ( $a, b, c, d, e, f$ ), разные для двух вариантов распределения посевного материала в посевной ленте (С1 – равномерного, С2 – с увеличением на 10 % в крайних строках и снижением на 10 % по центру ленты) (таблица 1) [15].

Таблица 1 – Параметры поверхности отклика уравнения (1)

Способ посева	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	Коэффициент детерминации
C1	-226,19	412,22	2,08	-521,11	-0,004	0,11	0,94
C2	-201,10	331,78	2,04	-469,44	-0,004	0,29	0,95

Предлагаемые для расчета урожайности эмпирические уравнения алгебраического вида (6) могут учесть от одного до трех урожаеформирующих факторов [9–15]. Причем, как видим, для учета третьего фактора привлекается таблица с конкретными численными показателями, поскольку математическое уравнение с тремя факторами существенно усложняется и малопригодно для практического использования. Численные значения эмпирических коэффициентов в формуле (6) зависят от неучтенных факторов, например, в (6) от физических и агрохимических характеристик почвы. На почвах с другими показателями плодородия значения эмпирических коэффициентов ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $f$ ) будут другими. Подобные эмпирические формулы справедливы только для тех условий, в которых получены. На их основе невозможно проводить какие-либо теоретические обобщения, позволяющие развить частные решения вида (6) до обобщенной математической модели урожайности сельскохозяйственных культур.

Необходимо отметить, что в научной литературе в последние годы появилось множество эмпирических формул, в методиках построения которых вообще отсутствует уравнивание размерностей физических величин. Например, в используемом для количественного описания зависимости урожайности сельскохозяйственных культур от урожаеформирующих факторов методе множественной нелинейной регрессии (как и в математической теории планирования эксперимента) требование уравнивания размерностей не только не является обязательным, но и вообще отсутствует.

Оценивая подобный эмпирический подход, некоторые исследователи считают, что при любом коэффициенте детерминации такие эмпирические уравнения не являются действительными моделями исследуемого процесса, поскольку не имеют физического смысла, а представляют собой лишь формальное математическое сглаживание данных конкретных экспериментов. Использовать эти эмпирические формулы можно только в пределах конкретного опыта (участка, поля), где получены исходные данные для анализа [16, 17]. Однако учитывая то, что в настоящее время в агротехнологической науке не завершено формирование терминологии в области моделирования, полагаем, что связь урожайности сельскохозяйственных культур с урожаеформирующими факторами, представляемую в виде алгебраических полиномов, не имеющих так называемого «физического смысла», все же можно называть частными математическими моделями. Хотя очевидно, что частные (ограниченного применения) модели [9-15], построенные без опоры на общий физический закон, не находят широкого практического применения, поскольку вообще непригодны для разработки обобщенных информационных систем управления какими-либо процессами. При этом отметим, что использование известной математической теории планирования эксперимента для численного описания взаимодействий в системе «факторы среды обитания растений – урожайность» также наталкивается на непреодолимые трудности при попытках учета воздействия на растения не

только техногенных управляемых, но и природных неуправляемых факторов с непредсказуемой динамикой [18, 19].

Вместе с тем, очевидно, что актуальность разработки информационных систем поддержки управления аграрными технологиями, учитывающих влияние урожаеформирующих факторов на урожайность, в условиях приближения сельскохозяйственного производства к цифровым системам земледелия постоянно возрастает. Для решения данной насущной проблемы, прежде всего, необходимо определить и научно обосновать путь разработки обобщенной математической модели, справедливой для любых условий и представляющей зависимость урожайности сельскохозяйственных культур от факторов жизни растений.

**Построение математической модели урожайности сельскохозяйственных культур** Исходя из требования обязательной опоры математического моделирования объекта исследований на относящийся к нему общий физический закон, используем в качестве методологической основы моделирования урожайности физический принцип баланса причинно-следственных взаимодействий в замкнутой физической системе (causal interaction) [20].

Формальным выражением физического принципа баланса причинно-следственных взаимодействий в замкнутой физической системе применительно к модели урожайности (в полном соответствии с разъяснениями Мелиоративной энциклопедии [2, с. 183]) является дифференциальное уравнение в частных производных

$$\frac{\partial Y}{\partial R_i} = \alpha_i f_i \left( \frac{Y}{R_i} \right) \frac{g_i(R_i)}{h_i(R_{i(extr)})}, \quad (7)$$

где  $\partial Y/\partial R_i$  – частная производная урожайности ( $Y$ ) по  $i$ -му урожаеформирующему фактору ( $R_i$ ), соответствующая интенсивности изменения  $Y$  при изменении  $R_i$ , при условии, что другие факторы (аргументы функции) не изменяются;  $Y$  – урожайность;  $R_i$  – обобщенное представление  $i$ -го урожаеформирующего фактора;  $\alpha_i$  – безразмерный коэффициент, характеризующий восприимчивость урожая к действию  $i$ -го фактора;  $f_i(Y/R_i)$  – функция, характеризующая реакцию урожайности на влияние  $i$ -го фактора в пределах рассматриваемого диапазона его воздействия;  $g_i(R_i)$  – функция, характеризующая величину стресса растений при отклонении  $i$ -го фактора ( $R_i$ ) от оптимального уровня ( $R_{opt}$ );  $h_i(R_{i(extr)})$  – функция, характеризующая экстремальный стресс от воздействия  $i$ -го фактора, приводящий к потере урожая.

Наиболее сложным и ответственным действием в предлагаемой схеме математического моделирования является установление вида функций  $f_i(Y/R_i)$ ,  $g_i(R_i)$  и  $h_i(R_{i(extr)})$ . При этом требуется соблюдение следующих условий: *необходимым условием* является полное соответствие предлагаемых зависимостей физическим закономерностям, установленным в опытах; *достаточное условие* состоит в обязательном соблюдении баланса размерностей всех показателей, входящих в функции  $f_i(Y/R_i)$ ,  $g_i(R_i)$  и  $h_i(R_{i(extr)})$ . Кроме того, вводим дополнительное условие, которое состоит в исключении «человеческого фактора»: определение количественных значений урожайностей и всех урожаеформирующих факторов

должно выполняться в строгом соответствии с установленными методиками без вмешательства «личного интереса», подгонок и фальсификаций.

В соответствии с представленным выше *необходимым условием* при построении модели урожайности в системе «урожаеформирующие факторы среды (аргументы) – урожайность (функция)» учтем известные законы земледелия и установленные опытным путем закономерности, которые являются граничными условиями моделирования. Основные из них изложены в многочисленной литературе [21–23 и др.]. Из них выделим следующие закономерности:

1) при отклонении урожаеформирующего фактора от оптимального значения в любую сторону (к минимуму или к максимуму) растения испытывают стресс, который снижает урожайность;

2) величина отклонений фактических значений факторов среды от их оптимума определяет величину стресса, испытываемого растениями при формировании урожайности;

3) с приближением условий среды (значений урожаеформирующих факторов) от минимума или от максимума к оптимуму прирост урожайности замедляется;

4) если условия среды (урожаеформирующие факторы) находятся в оптимуме, то растения образуют максимум урожайности;

5) урожаеформирующие факторы равноценны по влиянию на растения и не могут заменять друг друга;

6) наибольшее влияние на снижение урожая оказывает фактор, находящийся в минимуме (закон минимума).

Исходя из отмеченных граничных условий, упростим задачу и будем рассматривать только интересующие нас области функций  $f_i(Y/R_i)$ ,  $g_i(R_i)$  и  $h_i(R_{i(extr)})$ . Например, при направленном регулировании пищевого режима наиболее предпочтительно построение модели в области с повышением доз вносимых удобрений от минимума до уровня, дающего максимальный урожай, а при регулировании водного режима растений следует отдельно анализировать области либо снижения влагообеспеченности от максимума до оптимума (при ликвидации переувлажнения) или ее целенаправленного повышения от минимума до оптимума (в засушливых условиях).

Соблюдая *достаточное условие*, в первом приближении можем представить составные элементы математического выражения (2), формализующего принцип баланса причинно-следственных взаимодействий в системе «урожаеформирующие факторы среды (причина) – урожайность (следствие)», в виде простейших зависимостей

$$f_i \left( \frac{Y}{R_i} \right) = \frac{Y_{max}}{R_{i(opt)} - R_{i(0)}}, \quad (8)$$

$$g_i (R_i) = R_{i(opt)} - R_i, \quad (9)$$

$$h_i (R_{i(extr)}) = R_{i(opt)} - R_{i(0)}, \quad (10)$$

где  $Y$  – урожайность культуры;  $R_{i(opt)}$  – оптимальный уровень  $i$ -го фактора, при котором урожайность достигает своего максимума ( $Y_{max}$ );  $R_{i(0)}$  – уровень  $i$ -го фактора, при котором урожай перестает формироваться.



Дифференциальное уравнение (7) с учетом зависимостей (8–10) принимает форму

$$\frac{\partial Y}{\partial R_i} = a_i Y_{max} \frac{R_{i(opt)} - R_i}{\left(R_{i(opt)} - R_{i(0)}\right)^2}. \quad (11)$$

С учетом второй части формулировки физического принципа «causal interaction» – «каждый из факторов, действующих на  $Y$ , сообщает ему такое же изменение, как если бы других факторов не было» – решение (11) получим в виде мультипликативной функции, которая и будет являться простейшей моделью урожайности

$$\frac{Y}{Y_{max[n]}} = \prod_{i=1}^n \left[ 1 - a_i \left( \frac{R_{i(opt)} - R_i}{R_{i(opt)} - R_{i(0)}} \right)^2 \right], \quad (12)$$

где  $n$  – количество учитываемых в математической модели урожайности факторов;  $Y_{max[n]}$  – максимальная урожайность культуры, приближающаяся к биологически потенциальной при  $n \rightarrow \infty$ .

Запишем формулу (12) для  $n$ -факторного опыта в общем виде

$$\frac{Y}{Y_{max[n]}} = \left[ 1 - a_1 \left( \frac{R_{1(opt)} - R_1}{R_{1(opt)} - R_{1(0)}} \right)^2 \right] \left[ 1 - a_2 \left( \frac{R_{2(opt)} - R_2}{R_{2(opt)} - R_{2(0)}} \right)^2 \right] \dots \left[ 1 - a_n \left( \frac{R_{n(opt)} - R_n}{R_{n(opt)} - R_{n(0)}} \right)^2 \right], \quad (13)$$

где  $Y$  – фактическая урожайность;  $a_1, a_2, a_n$  – коэффициенты, характеризующие степень влияния на урожайность 1-го, 2-го, ...  $n$ -го урожаяформирующих факторов, соответственно (безразмерные величины);  $R_{1(opt)}, R_{2(opt)}, R_{n(opt)}$  – оптимальные количества 1-го, 2-го, ...  $n$ -го урожаяформирующих факторов, соответственно, при которых достигается максимум урожайности;  $R_{1(0)}, R_{2(0)}, R_{n(0)}$  – количества 1-го, 2-го, ...  $n$ -го урожаяформирующих факторов, соответственно, при которых урожай не формируется.

Анализ структуры формулы (13) показывает, что она не только отвечает требованиям математического моделирования, но и учитывает приведенные выше закономерности, которые являются граничными условиями моделирования.

Опорные показатели предложенной математической модели урожайности ( $Y_{max}, a_1, a_2, a_n, R_{1(opt)}, R_{2(opt)}, R_{n(opt)}, R_{1(0)}, R_{2(0)}, R_{n(0)}$ ) устанавливаются в процессе последовательных приближений, ориентируясь на минимизацию среднеквадратических (стандартных) отклонений урожайностей, вычисленных по (13), от урожайностей, измеренных в поле. В принципе здесь можно использовать разные показатели, например, суммы или среднеарифметические значения абсолютных величин этих отклонений, а также другие статистические характеристики, но на наш взгляд наиболее показательными являются среднеквадратические (стандартные) отклонения урожайностей, вычисленных по (13), от урожайностей, измеренных в поле. Сравнение результатов расчета при разных

значениях опорных показателей модели (13) проводится до получения минимального значения среднеквадратического (стандартного) отклонения

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{j=N} (Y_{\text{бтч},i} - Y_i)^2}{N-1}} \rightarrow \min, \quad (14)$$

где  $\delta$  – среднеквадратическое отклонение урожайностей, вычисленных по формуле (13), от урожайностей, замеренных в поле, за каждый ( $j$ -й) год из  $N$  участвующих в расчете лет;  $Y_{\text{бтч},j}$  – урожайность, вычисленная по формуле (13) для условий  $j$ -го года;  $Y_j$  – фактическая урожайность, полученная в поле в условиях  $j$ -го года;  $j$  – порядковый номер года в многолетии;  $N$  – количество лет исследований в многолетнем ряду.

**Результаты и обсуждение.** Справедливость формулы (13) проверим с использованием данных сортоиспытаний сахарной свеклы (гибрид NZ-тип), полученных на Молодечненской государственной сельскохозяйственной сортоиспытательной станции (Молодечненской ГСХУ). В табл. 1 приведены результаты сортоиспытаний 13-летней продолжительности (2011-2023 гг.).

В исходной информации (табл. 1) помимо урожайности сахарной свеклы присутствуют 7 урожаеформирующих факторов: рН, гумус (G),  $K_2O$ ,  $P_2O_5$ , NPK, среднесуточные температуры воздуха и атмосферные осадки, которые являются показателем тепло- и влагообеспеченности растений. Заметим, что атмосферные осадки, как характеристика влагообеспеченности растений, являются весьма приближенным показателем, поскольку значительная часть обильных осадков может теряться на непродуктивный сброс (например, в таблице 1 – это май 2014 года, июль 2016 и 2018 гг. и др.). Данный выбор показателя является вынужденным в условиях отсутствия контроля за динамикой влажности почвы.

Анализ показывает, что наиболее ответственным (критическим) периодом при оценке влагообеспеченности сахарной свеклы на Молодечненской ГСХУ являются месяцы с мая по июль, включительно. Отметим, что расстояние от метеопункта, на котором контролируются атмосферные осадки, до полей со свеклой составляло в среднем около 4 км. Поэтому количество атмосферных осадков, выпадающих на сахарную свеклу, не всегда соответствовало их количеству, замеренному на метеопосту. Вместе с тем, суммирование суточных величин атмосферных осадков за несколько месяцев несколько снижает расхождение между их суммами по данным метеопоста и выпавших на поле с сахарной свеклой. Следует ожидать, что различие среднесуточных температур воздуха между данными поля и метеопоста также не столь велико.

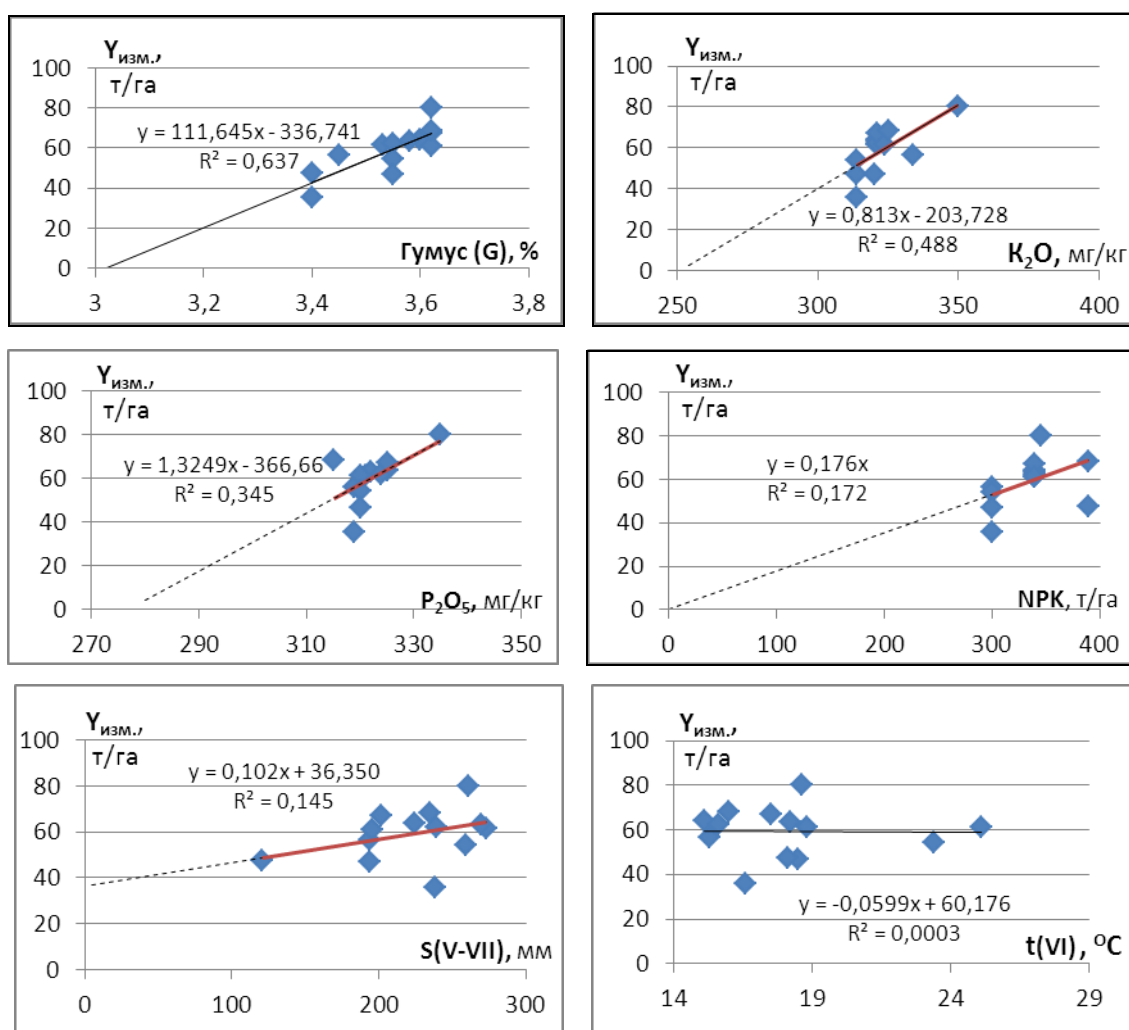
Таблица 1 – Исходные данные моделирования урожайности сахарной свеклы (Молодечненская ГСХУ)

№ п/п	Год	Урожай т/га	Агрохимические показатели почвы				Внесено				Атмосферные осадки, суммы за месяц, мм				Среднесуточные температуры воздуха, осредненные за месяц, °С			
			рН	Гумус	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	K <sub>2</sub> O	N	P	K	NPK	суммы за месяц, мм				осредненные за месяц, °С			
			-	%	мг/кг		кг д. в. / га				V	VI	VII	VIII	V	VI	VII	VIII
1	2011	<b>80,2</b>	5,82	<b>3,62</b>	335	<b>350</b>	<b>136</b>	90	120	346	57	85	119	101	13,5	18,6	19,6	17,6
2	2012	56,4	5,76	3,45	319	334	120	90	90	300	58	92	44	52	14,4	15,3	20,4	16,8
3	2013	61,4	5,78	3,53	321	321	130	90	120	340	105	83	85	56	16,4	18,8	18,2	18,0
4	2014	63,9	5,80	3,6	325	321	130	90	120	340	<b>149</b>	47	28	92	13,9	15,1	20,8	18,4
5	2015	<b>35,6</b>	5,75	<b>3,40</b>	319	<b>314</b>	<b>120</b>	90	90	300	97	47	94	15	12,0	16,6	17,4	20,3
6	2016	63,4	5,76	3,58	322	321	130	90	120	340	14	62	<b>194</b>	107	15,1	18,2	18,5	17,6
7	2017	62,1	5,75	3,55	324	321	130	90	120	340	15	105	119	74	12,9	15,6	17,0	18,3
8	2018	67,1	5,80	3,62	325	321	130	90	120	340	16	30	<b>156</b>	45	17,0	17,5	19,3	19,4
9	2019	61,2	5,78	3,62	320	324	130	90	120	340	63	20	113	71	17,2	25,1	20,2	22,3
10	2020	54,3	5,75	3,55	320	314	120	90	90	300	80	127	52	28	13,8	23,4	21,6	22,8
11	2021	46,8	5,83	3,55	320	314	120	90	90	300	106	56	32	119	11,0	18,5	21,0	16,0
12	2022	68,4	6,12	3,62	315	325	120	90	180	390	21	103	111	107	9,0	16,0	20,0	16,0
13	2023	47,3	6,30	3,40	310	320	120	90	180	390	6	25	89	84	13,6	18,1	18,4	20,5

Почвы на Молодечненской ГСХУ под сахарной свеклой относятся к высокоплодородным дерново-подзолистым, легкосуглинистым, развивающимся на лессовидных суглинках, подстилаемых мореной. Соответствует данным показателям (высокому содержанию гумуса, калия и фосфора) достаточно высокая урожайность, полученная в 2011–2023 гг. Вместе с тем по годам наблюдаются значительные колебания урожайности сахарной свеклы – от 35,6 в 2015 году до 80,2 т/га в 2011, то есть более чем в два раза. Очевидно, что при должном соблюдении требований агротехники на Молодечненской ГСХУ данные колебания вызваны только изменением характеристик почвы и метеоусловий.

На первом качественном этапе анализа сравним полученную урожайность сахарной свеклы с агрохимическими показателями почвы. Как видим, наиболее высокая урожайность получена в 2011 году на фоне повышенного содержания в почве гумуса и калия при внесении более высокой дозы азота. Причина наименьшей урожайности сахарной свеклы в 2015 году обусловлена наиболее низкими значениями этих показателей (таблица 1).

Следующий этап анализа состоит в установлении количественных зависимостей полученной по годам урожайности сахарной свеклы от агрохимических показателей почвы, температур воздуха и выпавших атмосферных осадков (рисунок 1). Как видим, наблюдается четкая градация этих показателей по влиянию на урожайность.



**Рисунок 1 – Связь урожайности сахарной свеклы с агрохимическими показателями почвы, атмосферными осадками и температурой воздуха**

Наиболее зависима урожайность сахарной свеклы от содержания в почве гумуса (G). Затем по важности для культуры располагается содержание в почве  $K_2O$ . В то же время влияние на урожайность таких показателей как  $P_2O_5$ , NPK, pH, среднесуточных температур воздуха и выпавших атмосферных осадков, согласно рисунку 1, можно назвать несущественной. Тот же вывод относится и к кислотности почвы.

В таблице 2 для сахарной свеклы, возделываемой на полях ГСХУ «Молодечненская СС», приведены полученные методом подбора с использованием графиков (рисунок 1) по схеме (14) опорные показатели математической модели урожайности (13). Как видим, численные значения опорных показателей математической модели постоянны по величине и не зависят от состава учитываемых факторов. Тем самым подтверждается положение физического принципа баланса причинно-следственных взаимодействий: «каждый из урожаеформирующих факторов, действующих на урожайность, сообщает ему такое же изменение, как если бы других факторов не было».

Таблица 2 – Опорные показатели математической модели урожайности (13)

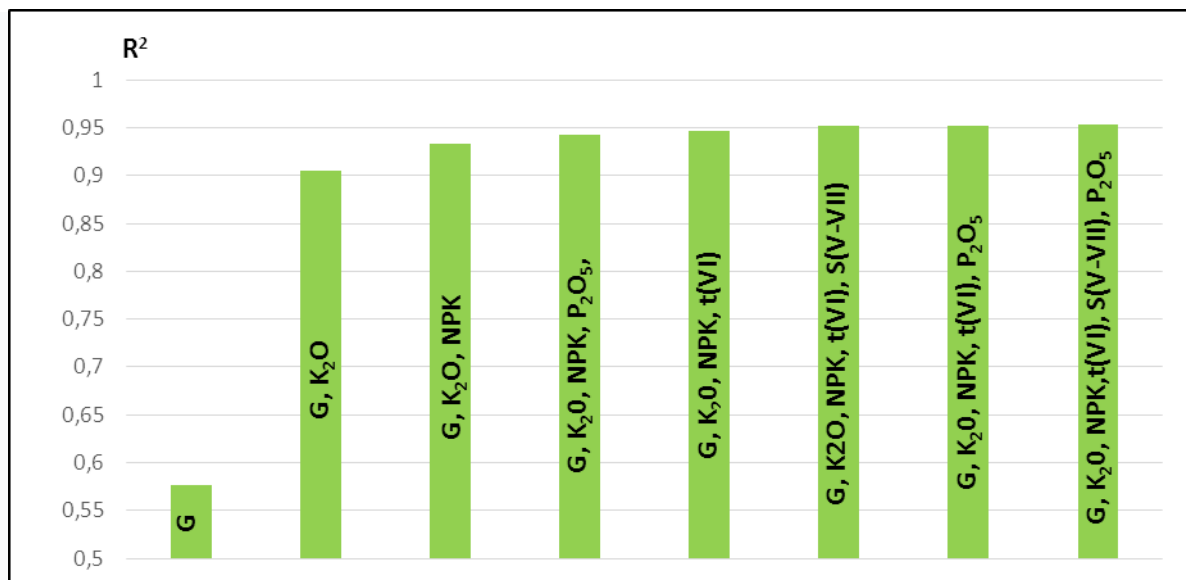
Наименование показателей	Учитываемые урожаеформирующие факторы							
	Гумус (G)	G, $K_2O$	G, $K_2O$ , NPK	G, $K_2O$ , NPK, $P_2O_5$	G, $K_2O$ , NPK, t(VI)	G, $K_2O$ , NPK, t(VI), S(V-VII)	G, $K_2O$ , NPK, t(VI), $P_2O_5$	G, $K_2O$ , NPK, t(VI), S(V-VII), $P_2O_5$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Y_{max}$ , т/га	69,0	83,0	88,0	92,5	89,3	92,9	93,8	95,8
$a_G$	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
$G(opt)$ , %	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8
$G(0)$ , %	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1
$a_{K_2O}$	–	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
$K_2O(opt)$ , мг/кг	–	350	350	350	350	350	350	350
$K_2O(0)$ , мг/кг	–	280	280	280	280	280	280	280
$a_{NPK}$	–	–	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
$NPK(opt)$ , кг д. в/га	–	–	440	440	440	440	440	440
$NPK(0)$ , кг д. в/га	–	–	0	0	0	0	0	0
$a_t$					0,25	0,25	0,25	0,25
$t_{VI}(opt)$ , мм					18,8	18,8	18,8	18,8
$t_{VI}(0)$ , мм					7,1	5,9	6,0	5,2
$a_S$	–	–	–	–	–	0,18	–	0,10
$S_{V-VII}(opt)$ , мм	–	–	–	–	–	430	–	430
$S_{V-VII}(0)$ , мм	–	–	–	–	–	0	–	0
$a_{P_2O_5}$	–	–	–	1,00	–	–	1,00	1,00
$P_2O_5(opt)$ , мг/кг	–	–	–	360	–	–	360	360
$P_2O_5(0)$ , мг/кг	–	–	–	190	–	–	190	190
$\delta$ , т/га	7,354	3,487	2,935	2,712	2,625	2,462	2,470	2,447
$R^2$	0,576	0,905	0,933	0,942	0,946	0,952	0,952	0,953

Заметим, что безразмерный коэффициент, характеризующий восприимчивость урожая к действию атмосферных осадков, выпавших за май-июль, изменяется от 0,1 до 0,2. Это означает, что данный показатель влияет на результат в пределах 10–20 % (по указанным выше причинам). То же замечание можно отнести и действие среднесуточной температуры воздуха за июнь, которая по своему воздействию на урожайность сахарной свеклы, несмотря на отсутствие связи с урожайностью на рисунке 1, даже несколько превышает влияние влагообеспеченности культуры и влияние содержания в почве фосфора (таблица 2).

Перечень опорных показателей урожаяформирующих факторов в таблице 2 (сверху вниз) приведен в строгом соответствии с их значимостью по влиянию на урожайность сахарной свеклы. Иерархию их влияния, начиная от главного фактора и завершая наименее значительным, можно представить последовательностью

$$G \rightarrow K_2O \rightarrow NPK \rightarrow t(VI) \rightarrow S(V-VII) \rightarrow P_2O_5 \rightarrow pH. \quad (15)$$

Последовательность (16) подтверждается снижением среднеквадратического отклонения ( $\delta$ ) и ростом коэффициента детерминации ( $R^2$ ) в соответствующих строках таблицы 2 (рисунок 2).



**Рисунок 2 – Диаграмма повышения тесноты связи между измеренной в поле урожайностью и урожайностью сахарной свеклы, рассчитанной по формуле (13), с ростом количества учитываемых урожаяформирующих факторов.**

Данные таблицы 2 и рисунка 2 дают много важной информации при оценке влияния урожаяформирующих факторов на урожайность сахарной свеклы. Во-первых, становится очевидным факт резкого повышения тесноты связи при повышении числа факторов, учитываемых при расчете урожайности, от одного до двух (повышается от  $R^2 = 0,576$  до  $R^2 = 0,905$ ). При дополнительном учете третьего фактора наблюдается еще один скачок до  $R^2 = 0,933$ . Согласно данным таблицы 2, четвертым фактором из агрохимических характеристик почвы по важности для сахарной свеклы является содержание фосфора. Поэтому первая четверка важнейших урожаяобразующих факторов для сахарной свеклы выстраивается вполне однозначно

$$G \rightarrow K_2O \rightarrow NPK \rightarrow P_2O_5. \quad (16)$$

Согласно представленным результатам математическая модель урожайности сельскохозяйственных культур (13), применительно к сахарной свекле по точности не уступает, а превосходит частные математические модели [9–15]. При этом подчеркнем, что с увеличением числа учитываемых в расчете урожаяформирующих факторов точность вычислений, представленная коэффициентами детерминации ( $R^2$ ), возрастает (таблица 2). Точность расчета урожайности ( $\delta = 2,7$  т/га) с использованием математической модели (13), включающей основные агрохимические характеристики почвы и суммарную дозу внесения минеральных удобрений ( $G, K_2O, NPK, P_2O_5$ ), сравнима с точностью определения урожайности при проведении учета урожая. Ошибка возрастает примерно в 1,5 раза.

При этом ожидаемое значение коэффициента детерминации при расчете по (13) составляет около 0,94, что удовлетворяет требованиям к точности математического моделирования, результаты которого можно успешно использовать в разработке информационных систем поддержки принятия решений при управлении аграрными технологиями.

Таким образом, прогнозную математическую модель урожайности (13), учитывающую только важнейшие агрохимические характеристики почвы и вносимые минеральные удобрения можно представить в упрощенном виде (при  $a_G = a_{K_2O} = a_{NPK} = a_{P_2O_5} = 1,00$ )

$$\frac{Y}{Y_{\max[4]}} = \left[ 1 - \left( \frac{G_{(opt)} - G}{G_{(opt)} - G_{(0)}} \right)^2 \right] \times \left[ 1 - \left( \frac{K_2O_{(opt)} - K_2O}{K_2O_{(opt)} - K_2O_{(0)}} \right)^2 \right] \times \left[ 1 - \left( \frac{NPK_{(opt)} - NPK}{NPK_{(opt)} - NPK_{(0)}} \right)^2 \right] \times \left[ 1 - \left( \frac{P_2O_5_{(opt)} - P_2O_5}{P_2O_5_{(opt)} - P_2O_5_{(0)}} \right)^2 \right]. \quad (17)$$

Заметим, что математическая модель (17), хотя и базируется на теоретической основе (2), но получена с привлечением эмпирических зависимостей (8–10), поэтому ее следует считать полуэмпирической. В таком случае результаты расчета будут справедливы в ограниченной области значений урожаяформирующих факторов и урожайности. Для определения граничных показателей используем методику, рекомендуемую при планировании эксперимента [18]. Результаты расчета представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Граничные значения урожайности и урожаяформирующих факторов (допустимый интервал варьирования), которые следует учитывать в расчетах урожайности по формуле (13) для условий исследований

Показатели		Y <sub>изм.</sub> , т/га	Агрохимические показатели почвы			NPK, кг д. в./га	Ср. сут. температур., °С	Атмосферные осадки, мм
			G, %	K <sub>2</sub> O, мг/кг	P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> , мг/кг			
Границы варьирования	min	35,6	3,40	314	310	300	15,1	121
	max	80,2	3,62	350	335	390	25,1	273
Основной уровень		57,9	3,51	332	332,5	345	20,1	197
Интервал варьирования		22,3	0,11	10	12,5	45	5	76
Область определения	min	24,5	3,35	310	304	278	13	83
	max	91,4	3,68	340	341	413	28	311

## **Заключение**

Результаты полевых сортоиспытаний сахарной свеклы (гибрид NZ-тип) продолжительностью 13 лет (2011–2023 гг.), полученные на Молодечненской ГСХУ, наглядно подтверждают справедливость представленной обобщенной математической модели урожайности сельскохозяйственных культур. Поскольку данная модель является полуэмпирической, в расчетах по формулам (13), (17) следует учитывать не только опорные показатели математической модели (табл. 2), но и граничные значения урожайностей и урожаяеформирующих факторов (допустимый интервал их варьирования), приведенные в таблице 3. Статистические характеристики модели (13), и ее упрощенного варианта (17) зависят от объема выборки, а допустимый интервал варьирования урожайностей и численных значений каждого фактора определяется пределами их колебаний за многолетие (таблицах 1, 3).

Урожайность сахарной свеклы, возделываемой в условиях Молодечненской ГСХУ, можно прогнозировать с точностью  $R^2 = 0,94$  в начале вегетационного периода по известным агрохимическим показателям почвы и вносимым удобрениям (гумус,  $K_2O$ ,  $P_2O_5$ , NPK). При этом результат расчета будет ориентировочно получен со среднеквадратическим отклонением значений прогнозируемой урожайности от фактической около  $\pm 2,7$  т/га.

Поскольку предложенная математическая модель урожайности состоит из блоков, представленных в безразмерной форме, то согласно разъяснению академика А.М. Колмогорова блоки модели, относящиеся к каждому урожаяеформирующему фактору, являются критериями подобия. Это позволяет сравнивать между собой результаты математического моделирования урожайности любой сельскохозяйственной культуры на почвах с любыми агрохимическими свойствами, делая при этом вполне обоснованные выводы. Заметим, что такой анализ невозможно проводить с результатами расчета урожайности по формулам частных математических моделей урожайности сельскохозяйственных культур [9–15].

## **Благодарности**

Работа выполнена в рамках Государственной программы научных исследований «Сельскохозяйственные технологии и продовольственная безопасность на 2021–2025 годы», подпрограмма «Плодородие почв и защита растений», задание 1.31 «Разработка шкалы оценки земельного риска возделывания сахарной свеклы в условиях Беларуси с учетом агрохимических свойств почв и влагообеспеченности вегетационных периодов».

## **Список цитированных источников**

1. Математический энциклопедический словарь / гл. ред. Ю. В. Прохоров. – М. : Сов. Энциклопедия. – 1988. – 846 с.
2. Мелиоративная энциклопедия : в 3 т. / гл. ред. А. В. Колганов; сост. академик Россельхозакадемии Б. С. Маслов. – М. : Росинформагротех – 2004. – Т. 2 (К–П). – 444 с.
3. Физический энциклопедический словарь / гл. ред. А. М. Прохоров. – М. : Сов. Энциклопедия – 1984. – 944 с.
4. Аверьянов, С. Ф. Некоторые математические модели системы «растение-среда» / С. Ф. Аверьянов, В. В. Шабанов // Физическое и математическое моделирование в мелиорации. – М. : Колос. – 1973. – С. 293–295.



5. Афанасик, Г. И. Моделирование процесса формирования урожая сельскохозяйственных культур / Г. И. Афанасик // Мелиорация торфяников и их сельскохозяйственное использование. – Вып. 3. – Минск : БелНИИМиВХ. – 1977. – С. 122–127.
6. Ромко, А. В. Обоснование водного и питательного режима мелиорируемых земель гумидной зоны с использованием интегрированной модели агрогеосистемы : автореф. дисс. ... канд. техн. наук : 06.01.02 / Ромко Алексей Викторович. – Москва, 2007. – 145 с.
7. Попов, В. А. Математическое выражение закона лимитирующего фактора и его приложение к задачам мелиоративного земледелия // Мелиорация и водное хозяйство. – 1997. – № 2. – С. 30–34.
8. Механизация полива : справочник / Б. Г. Штепа, В. Ф. Носенко, Н. В. Винникова [и др.] – М. : Агропромиздат. – 1990. – 336 с.
9. Овчинников, А. С. Урожайность сладкого перца при капельном орошении / А. С. Овчинников, О. В. Бочарникова, Т. В. Пантюшина // Мелиорация и водное хозяйство. – 2007. – № 2. – С. 45–47.
10. Акулинина, М. А. Капельное орошение огурца в сухостепной зоне светло-каштановых почв Нижнего Поволжья : автореф. дисс. ... канд. с.-х. наук : 06.01.02 / Акулинина Марина Александровна. – Волгоград, 2010. – 23 с.
11. Шенцева, Е. В. Совершенствование агротехники выращивания баклажан при капельном орошении с использованием тоннельных укрытий для получения ранней продукции : автореф. дисс. ... канд. с.-х. наук : 06.01.01 : 06.01.02 / Шенцева Екатерина Викторовна. – Саратов, 2012. – 23 с.
12. Степуро, М. Ф. Применение методов математического моделирования при оценке систем удобрений и оптимизации минерального питания моркови столовой / М. Ф. Степуро // Земляробства і ахова раслін. – 2012. – № 4. – С. 59–62.
13. Степуро, М. Ф. Научное обоснование агроприемов в интенсивных технологиях возделывания овощных культур в условиях Беларуси : автореф. дисс. ... доктора с.-х. наук : 06.01.08 / Степуро Мечислав Францевич. – Жодино, 2013. – 51 с.
14. Дубенок, Н. Н. Малоинтенсивное дождевание столовой моркови : монография / Н. Н. Дубенок, А. С. Овчинников, А. А. Мартынова, С. А. Дусарь ; под общ. ред. Н. Н. Дубенка. – М. : Проспект, 2022. – 208 с.
15. Пенькова, Р. И. Ресурсосберегающие технологии возделывания моркови при капельном орошении в условиях Нижнего Поволжья : автореф. дисс. ... канд. с.-х. наук : 00.00.00 / Пенькова Раиса Ивановна. – Волгоград. – 2023. – 20 с.
16. Вахонин, Н. К. Концептуальные основы моделирования урожайности в системе принятия решений по регулированию водного режима / Н. К. Вахонин // Мелиорация. – 2014. – № 2 (72). – С. 7–15.
17. Вахонин, Н. К. Моделирование урожая в системе точного земледелия / Н. К. Вахонин // Мелиорация. – 2015. – № 1 (73). – С. 131–136.
18. Красовский, Г. И. Планирование эксперимента / Г. И. Красовский, Г. Ф. Филаретов. – Минск : Изд-во БГУ. – 1982. – 303 с.
19. Кане, М. М. Анализ исходных данных при статистической обработке результатов научных исследований : учеб. пособие / М. М. Кане. – Минск : Высшая школа, 2024. – 118 с.
20. Лихацевич, А. П. Использование физического принципа для построения экспериментальных математических моделей исследуемых процессов в мелиоративной науке / А. П. Лихацевич. // Мелиорация и водное хозяйство. – 2021. – № 6. – С. 30–36.
21. Кирюшин, В. И. Экологические основы земледелия / В. И. Кирюшин. – М., Колос, 1996. – 367 с.
22. Васько, В. Т. Теоретические основы растениеводства / В. Т. Васько – СПб. : Прифи-Информ, 2004. – 200 с.
23. Пигорев, И. Я. О роли научных понятий в земледелии / И. Я. Пигорев, В. Н. Наумкин, А. В. Наумкин [и др.] // Вестник Курской государственной сельскохозяйственной академии. – 2018. – № 1. – С. 4–10.

## References

1. Mathematical encyclopedic dictionary / Ch. ed. Yu.V. Prokhorov. – M.: Sov. Encyclopedia. – 1988. – 846 p.
2. Land reclamation encyclopedia / Ch. ed. A.V. Kolganov. Compiled by Academician of the Russian Agricultural Academy B.S. Maslov. – M.: FGNU “Rosinformagrotekh” – 2004. – T. 2 (K-P). – 444 p.
3. Physical encyclopedic dictionary / Ch. ed. A.M. Prokhorov. – M.: Sov. Encyclopedia – 1984. – 944 p.
4. Averyanov, S.F. Some mathematical models of the plant-environment system / S.F. Averyanov, V.V. Shabanov // Physical and mathematical modeling in land reclamation. – M.: Kolos. – 1973. – P. 293-295.
5. Afanasik, G.I. Modeling the process of crop yield formation / G.I. Afanasik // Reclamation of peatlands and their agricultural use. – Vol. 3. – Mn.: BelNIIMiVH. – 1977. – P. 122-127.
6. Romko A.V. Justification of the water and nutritional regime of reclaimed lands in the humid zone using an integrated agroecosystem model. – Abstract of dissertation. Ph.D. tech. Sciences / A.V. Romko. - Moscow. – 2007. – 26 p.
7. Popov, V.A. Mathematical expression of the law of the limiting factor and its application to the problems of reclamation agriculture // Melioration and water management. – 1997. – No. 2. – P. 30-34.
8. Irrigation mechanization: reference book / B.G. Shtepa, V.F. Nosenko, N.V. Vinnikova and others - M.: Agropromizdat. – 1990. – 336 p.
9. Ovchinnikov A.S. Productivity of sweet pepper under drip irrigation / A.S. Ovchinnikov, O.V. Bocharnikova, T.V. Pantyushina // Land reclamation and water management. – 2007. – No. 2. – pp. 45-47.
10. Akulinina, M.A. Drip irrigation of cucumber in the dry steppe zone of light chestnut soils of the Lower Volga region. – Abstract of dissertation. Ph.D. agricultural Sciences / M.A. Akulinina. - Volgograd. – 2010. – 23 p.
11. Shentseva, E.V. Improving agricultural technology for growing eggplants under drip irrigation using tunnel shelters to obtain early production. – Abstract of dissertation. Ph.D. agricultural Sciences / E.V. Shentseva. - Saratov. – 2012. – 23 p.
12. Stepuro M.F. Application of mathematical modeling methods in assessing fertilizer systems and optimizing mineral nutrition of table carrots / M.F. Stepuro // Earth-growing i Akhova raslin. – 2012. – No. 4. – P. 59-62.
13. Stepuro M.F. Scientific justification of agricultural practices in intensive technologies for cultivating vegetable crops in the conditions of Belarus - Abstract of thesis. Doctor of Agriculture Sciences / M.F. Stepuro. - Zhodino. – 2013. – 51 p.
14. Dubenok N.N., Ovchinnikov A.S., Martynova A.A., Dugar S.A. Low-intensity sprinkling of table carrots: a monograph under the general title. ed. N.N. Dubenka. – Moscow: Prospekt, 2022. – 208 p.
15. Penkova R.I. Resource-saving technologies for cultivating carrots under drip irrigation in the conditions of the Lower Volga region. – Abstract of dissertation. Ph.D. agricultural Sciences / R.I. Penkova. - Volgograd. – 2023. – 20 p.
16. Vakhonin, N.K. Conceptual basis for modeling yield in the decision-making system for regulating water regime / N.K. Vakhonin // Melioration. – 2014. – No. 2 (72). – P. 7-15.
17. Vakhonin, N.K. Modeling of yields in a precision farming system / N.K. Vakhonin // Melioration. – 2015. – No. 1 (73). – pp. 131-136.
18. Krasovsky, G.I., Filaretov, G.F. Experimental planning / G.I. Krasovsky, G.F. Filaretov. – Minsk: BSU Publishing House. – 1982. – 303 p.
19. Kane M.M. Analysis of source data for statistical processing of scientific research results: textbook / M.M. Kane. – Minsk: Higher School, 2024. – 118 p.
20. Likhatchevich, A.P. Using the physical principle to construct experimental mathematical models of the processes under study in land reclamation science / A.P. Likhatchevich. // Melioration and water management. – 2021. – No. 6. – P. 30-36.
21. Kiryushin V.I. Ecological foundations of agriculture / V.I. Kiryushin. – M., Kolos, 1996. – 367 p.

22. Vasko V.T. Theoretical foundations of crop production / V.T. Vasko – St. Petersburg: Prifi-  
Inform, 2004. – 200 p.

23. Pigorev I. Ya. On the role of scientific concepts in agriculture / I. Ya. Pigorev, A. V. Naum-  
kin, V. N. Naumkin [and others] // Bulletin of the Kursk State Agricultural Academy. – 2018. –  
No. 1. – P. 4-10.

UDC

## **ПРЕДСКАЗАНИЕ И ВЫЯВЛЕНИЕ КИБЕРПРЕ СТУПЛЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ**

*Лхагва Одончимег, доцент кафедры информационных сетей и безопасности,  
доктор философии, MUST, Школа информационных и коммуникационных  
технологий, Улан-Батор, Монголия, e-mail: odno@must.edu.mn*

### **Реферат**

Фишинговые веб-сайты являются распространенным методом социальной инженерии, который имитирует внешний вид надежных (URL)-страниц. Например, злоумышленники часто используют фишинговые методы, направляющие пользователей на мошеннические сайты или прокси-серверы, через подделку или отравление Системы доменных имен (DNS). В данном исследовании был составлен обзор текущего состояния киберпреступности в мире и в Монголии, а также проведено исследование для определения уровня образования, возраста и пола киберпреступников. Для выявления фишинговых атак были проведены оценки характеристик данных и сравнительный анализ особенностей фишинговых веб-сайтов. Также была установлена взаимосвязь между характеристиками с использованием методов машинного обучения, основанных на сходстве. Затем был обучен модельный алгоритм на основе метода логистической регрессии. Для обучения модели использовались 80 % данных, а 20 % были использованы для тестирования, что позволило подтвердить возможность выявления фишинговых веб-сайтов по показателям Precision, Recall и F1. Эксперимент показал, что наилучшей характеристикой стала 29-я по счету, которая позволила модели выявлять фишинговые сайты с точностью 93 %. Эта модель теперь способна предсказывать фишинговые и нефишинговые сайты с высокой точностью. Затем с помощью матрицы ошибок было проверено, действительно ли логистическая регрессия предсказала 93 % правильных результатов. Результаты показали, что из 2000 проверенных данных \$ 950 + 930 = 1880 \$ были предсказаны верно, что подтверждает точность модели в 93 %.

**Ключевые слова:** фишинговая атака, логистическая регрессия, матрица ошибок.

### **CyBER CRIME**

Cyber crime and phishing attack

In most countries of the world, illegal access to the system, illegal interception of data, illegal intervention, distribution of malicious means by illegal use of computers, online fraud, and data breach are considered cybercrime. It is very commonplace throughout the world [6].