

Тур В.В., Кондратчик А.А.

**РАСЧЕТ
ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ
КОНСТРУКЦИЙ**
при действии перерезывающих сил

Брест 2000

Тур В.В., Кондратчик А.А. Расчет железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил. Монография.– Брест: изд. БГТУ, 2000.– 400 с.: ил.
ISBN 985–6584–18–3.

В книге представлены положения деформационного метода расчета железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил, основанного на совместном использовании уравнений равновесия, совместности деформаций и диаграмм деформирования для материалов. Особое внимание уделено экспериментальным исследованиям, касающимся получения полных диаграмм деформирования для бетона в условиях плоского напряженного состояния, а также зависимостям, описывающим передачу среза сечением с трещиной. Представлены практические деформационные методы расчета приопорных сечений железобетонных конструкций, базирующиеся на модифицированной теории молей сжатия и модели фиксированного угла. Приведено сравнение методов расчетов прочности наклонных сечений железобетонных конструкций, внесенных в нормы целого ряда стран. Выполнен анализ результатов многочисленных экспериментальных исследований отечественных и зарубежных авторов, изучавших проблему среза в конце двадцатого века.

Книга предназначена для научных работников, аспирантов, инженеров-проектировщиков, студентов строительных специальностей при изучении новых расчетных положений, вносимых в разрабатываемые нормы по проектированию железобетонных конструкций.

Табл. 40. Ил. 141. Библиогр. 356 назв.

Рекомендовано к изданию Советом Брестского государственного технического университета. Протокол № 3 от 28 ноября 2000 г.

Рецензенты: зав. лабораторией теории расчета железобетонных конструкций НИИСК Госстроя Украины д.т.н., профессор Климов Ю.А.

зам. директора НТЦ Минархстроя РБ к.т.н. Деркач В.Н.

ISBN 985–6584–18–3.

© В.В. Тур, 2000

© А.А. Кондратчик, 2000

© Брестский государственный технический университет, 2000

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
-----------------------	---

ГЛАВА 1. Железобетонный элемент с трещинами в условиях плоского напряженно-деформированного состояния	13
--	----

ГЛАВА 2. Сопротивление срезу плоских железобетонных элементов. Экспериментальные исследования	23
--	----

Исследования F. Vecchio и M.P. Collins	26
--	----

Исследования A. Belarbi и T.T.C. Hsu	49
--	----

Оценка коэффициента разупрочнения бетона по результатам других исследований	61
---	----

Аналитические описания диаграмм деформирования для арматуры	81
---	----

Диаграмма деформирования при срезе железобетонного элемента с диагональными трещинами (исследования X.Pang и T.T.C.Hsu)	84
---	----

ГЛАВА 3. Передача среза сечением с трещиной. Силы зацепления и нагельный эффект	92
--	----

ГЛАВА 4. Модифицированная теория полей сжатия (MCFT)	155
--	-----

Предпосылки и допущения.....	155
------------------------------	-----

Метод дискретизации сечений. Основные уравнения и расчетные процедуры.....	157
--	-----

Распределение касательных напряжений по высоте сечения.....	168
---	-----

Упрощенный вариант модифицированной теории полей сжатия (общий метод расчета железобетонных конструкций на срез).....	184
---	-----

Расчет поперечного армирования в рамках общего метода	202
---	-----

Особенности расчета на срез элементов без поперечного армирования	217
Графический метод расчета железобетонных конструкций на срез K.N. Rahala	231
Деформационные методы расчетов железобетонных конструкций на срез, учитывающие несовпадение направлений главных напряжений и деформаций	267
<hr/>	
ГЛАВА 5. Сравнение норм проектирования	293
Американские нормы ACI Code 318–95	293
Японские нормы AIJ Code, 1988	307
Французские нормы BPEL 91	317
Французские нормы BAEL 91	318
Европейские нормы Eurocode–2	320
Немецкие нормы DIN–1045–1.12.1998	328
Канадские нормы CSA 23.3–94	335
Норвежские нормы NS 3473 E	340
Оценка надежности методов расчета прочности наклонных сечений в соответствии с положениями норм различных стран...	355
<hr/>	
Заключение	361
<hr/>	
Литература	362

ВВЕДЕНИЕ

Построение общей расчетной модели, адекватно описывающей сопротивление конструкции действию среза в комбинации с изгибом и продольными усилиями, является одной из сложных задач теории железобетона. В связи с этим при практических расчетах прочности железобетонных элементов на срез специалисты пользуются условными моделями, основанными, главным образом, на софистских аналогиях.

Так, методы расчетов прочности железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил, содержащиеся в национальных нормах проектирования различных стран помимо общеизвестного метода предельных усилий в изложении СНиП 2.03.01–84 [67], опираясь на классическую модель ферменной аналогии (*W.Ritter–E.Mörsh*) [249, 287] и ее различные модификации [74, 134, 141], арочную аналогию, либо сочетания ферменной и арочной моделей [85], предполагают, как правило, отдельный расчет наклонных сечений на действие попе-

речных сил и изгибающих моментов. Каждая из перечисленных моделей, обладая определенными преимуществами (в первую очередь простотой в применении) и недостатками, позволяет производить расчеты прочности наклонных сечений железобетонных и предварительного напряженных конструкций с большей или меньшей степенью надежности, удовлетворяющей проектировщика.

Несмотря на то, что в последние пятнадцать лет в международной практике наблюдается особый интерес к изучению вопросов, связанных с сопротивлением срезу железобетонных конструкций (см. рис. В.1), расчетные методы, вносимые в нормы проектирования большинства стран мира, остаются по-прежнему консервативными.

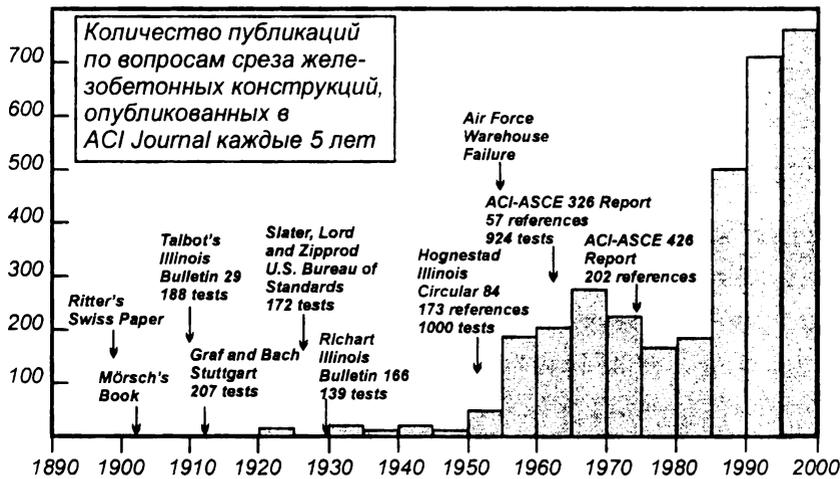


Рис. В.1.

Диаграмма роста количества исследовательских работ по проблеме среза железобетонных конструкций по данным ACI-ASCE согласно [123]

Так, вопреки ожиданиям специалистов, разработчики последней версии проекта Eurocode-2 (пр. EN 1992-1:2001, 1st draft), выполнив существенную корректировку целого ряда разделов норм, в значительно меньшей степени подвергли пересмотру положения, касающиеся расчетов на срез приопорной зоны конструкции, оставаясь на

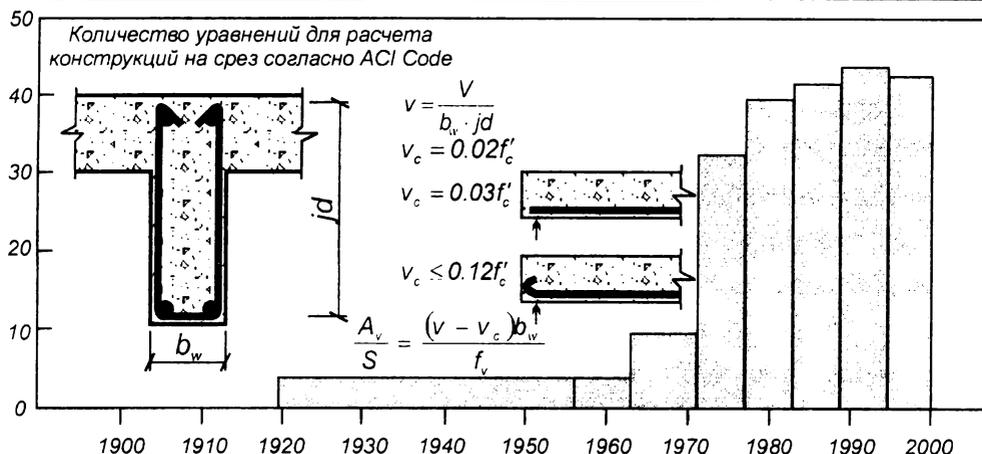


Рис. В.2.

Изменение количества формул, касающихся расчетов железобетонных конструкций на срез, внесенных в американские нормы ACI Code 318, согласно [123]

позициях модели ферменной аналогии с переменным углом наклона сжатого бетонного подкоса [141]. В проект новых немецких норм DIN-1045-1.12.1998 [134] внесена расчетная модель, базирующаяся на положениях модифицированной ферменной аналогии [277], учитывающей составляющую поперечной силы, воспринимаемую наклонным сечением за счет зацепления по берегам диагональной трещины. Вместе с тем, при расчете поперечного армирования угол наклона сжатого бетонного подкоса рекомендовано принимать постоянным и равным $\theta = 40^\circ$. Это значение близко к нижнему значению угла наклона сжатого подкоса, при котором, согласно исследованиям [169], следует ожидать, что напряжения в поперечной арматуре действительно будут близки к пределу текучести. Такой подход с одной стороны несколько улучшил внешний вид расчетной модели, а с другой – оставил на прежнем уровне надежность расчетных формул.

Следует отметить, что дальнейшее совершенствование расчетных методов, основанных на модели ферменной аналогии приводит к все возрастающему количеству расчетных формул, в основном эмпи-

рического происхождения. В качестве примера уместно привести последнюю версию американских норм ACI Code 318–95 [74].

Вопреки тому, что еще в 1973 году ACI–ASCE Shear Committee 426 [188, 189] провозгласил тезис о том, что положения, касающиеся расчетов железобетонных конструкций на срез, должны стать «общими, простыми и наполненными физическим смыслом», нормы ACI Code [74] содержат 43 (!) формулы, учитывающие различные условия нагружения и применяемые для проектирования отдельных типов элементов (см. рис. В.2). Неудивительно, что методы расчетов на срез железобетонных конструкций в изложении ACI Code 318 [74] J.G. MacGregor обоснованно назвал «*empirical mumbo jumbo*» [217, 218].

Несложно предположить, что совершенствование расчетов на срез в рамках методов ферменной аналогии имеет достаточно скромные перспективы. Однако следует помнить о том, что эта модель по-прежнему остается достаточно привлекательной для проектировщиков в силу своей простоты.

Полуэмпирический метод, содержащийся в СНиП II–21–75, а затем перешедший и в СНиП 2.03.01–84*, основан на отдельном расчете наклонных сечений при действии поперечных сил и изгибающих моментов. Поясняя причину этого, авторы норм [67] говорят о том, что к моменту выхода главы СНиП общий метод расчета при действии поперечных, продольных сил и изгибающих моментов «*в законченном виде еще не был разработан*» [62]. Вместе с тем, анализ обширных исследований, выполнявшихся в бывшем СССР по рассматриваемой проблеме, показывает (см. рис. В.3), что в подавляющем большинстве работы были направлены не на создание «*нового общего метода расчета*», а на совершенствование метода, заложенного в СНиП 2.03.01–84*.

Вместе с тем, начиная с середины семидесятых годов, интенсивно развиваются так называемые «*точные*» методы в рамках общей теории расчета железобетонных конструкций при действии среза, в

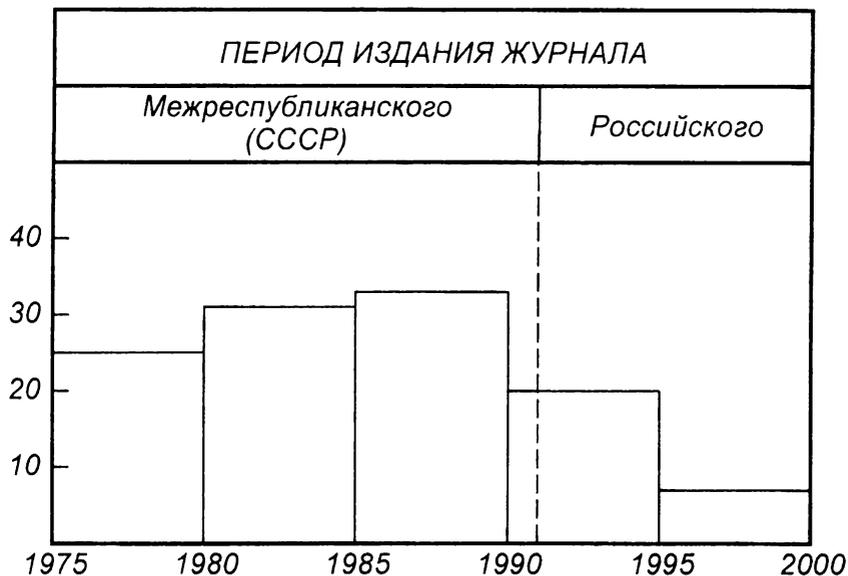


Рис. В.3.

Количество научно-исследовательских работ, посвященных проблеме среза, по публикациям в журнале «Бетон и железобетон»

комбинации с изгибом и продольными силами. Практически все методы этого направления используют рациональную деформационную модель, рассматривающую совместно уравнения равновесия, уравнения совместности деформаций и зависимости, связывающие напряжения и деформации для железобетонного элемента с диагональными трещинами. Обширные исследования железобетонных панелей, подвергнутых действию среза, а также среза в комбинации с нормальными напряжениями [168, 170–175, 265, 322–332] приблизили специалистов к пониманию основных закономерностей деформирования плоских элементов с диагональными трещинами, и позволили авторам [120, 329] сформулировать положения модифицированной теории полей сжатия, положенные в основу общего расчетного метода [123]. Критикуя одно из основных допущений модифицированной теории полей сжатия [123, 329] о совпадении направлений главных напряжений

и деформаций, авторы [131–133, 203, 263, 350] разрабатывают усовершенствованные «точные» методы расчетов. Одним из направлений совершенствования общего метода расчета является модель «фиксированного угла» в изложении Т.Т.С. Hsu [265], использующая помимо диаграмм деформирования, связывающих главные напряжения и деформации, дополнительную диаграмму «касательные напряжения – деформации сдвига» для железобетонного элемента, пронизанного диагональными трещинами.

Активные исследования с целью создания общей методики расчет при действии поперечных и продольных сил, изгибающих моментов в рамках метода предельных усилий в разные годы предпринимались научными школами проф. Залесова А.С. [2, 3, 14, 15, 21–35, 37, 38, 56, 64], проф. Васильева П.И. [4, 9–13], проф. Рочняка О.А. [36, 65, 72], проф. Климова Ю.А. [49–53].

Отдельно следует отметить оригинальные методы расчетов, предлагавшиеся в разные годы проф. Карпенко Н.И., базирующиеся на теории железобетона с трещинами [39–48]. В силу того, что эти методы достаточно полно опубликованы в капитальных работах [44, 46] и доступны широкому кругу специалистов, их рассмотрению в данной книге не уделено должного внимания.

Следует отметить, что практически все представленные «точные» модели основаны на использовании итерационных процедур и требуют компьютерной реализации. Несмотря на многообразие предложений, касающихся расчетов на срез железобетонных конструкций, только общий метод расчета, основанный на модифицированной теории полей сжатия [120, 123, 329] доведен до состояния практического применения и включен в нормы по проектированию железобетонных конструкций Канады [128], Норвегии [260] и рекомендации [73]. В силу этих обстоятельств, модифицированной теории полей сжатия и базирующимся на ее основе упрощенным методам расчетов в книге уделено достаточно много внимания. При этом приведено сопоставление

ее с некоторыми другими «точными» расчетными методами, менее известными широкому кругу специалистов. Следует отметить, что положения модифицированной теории полей сжатия нашли достаточно широкое применение начиная от расчетов методом конечных элементов [209, 320] до упрощенных графических методов [278, 279], доступных рядовому проектировщику.

В настоящей книге авторы сознательно подробно не рассматривали как классические пластические методы расчета [1, 7, 8, 16, 18–20, 56, 184, 208, 209, 248, 249, 256, 257, 287, 315], так и интенсивно развивающиеся методы, основанные на положениях механики разрушения для композитного материала, коим является железобетон [63, 64, 157].

В последней главе книги представлено сравнение основных норм проектирования железобетонных конструкций, действующих и вводимых в действие в различных странах. Это сделано для того, чтобы сделать доступными широкому кругу специалистов положения, касающиеся расчетов на срез и предоставить возможность использовать их при анализе результатов собственных исследований. В силу этого в главу не внесены положения СНиП 2.03.01–84*, хорошо известные специалистам и достаточно подробно прокомментированные в целом ряде научных изданий и статей [14–16, 24–30, 61 и др]. Вместе с тем, в книгу включены материалы, относящиеся к оценке надежности расчетных методов, содержащихся в СНиП 2.03.01–84*, взятые из работ Н.Я. Сапожникова [66]. По этой причине в сравнениях описываемых расчетных методов не участвуют результаты, получаемые по СНиП 2.03.01–84*.

Написание книги совпало по времени с периодом переработки целого ряда норм по проектированию железобетонных и предварительно напряженных конструкций. С одной стороны это попытка создания единых европейских норм по проектированию железобетонных конструкций Eurocode–2, а с другой – переработка и совершенствование национальных норм, в частности и строительных норм Беларуси

СНБ «Конструкции бетонные и железобетонные. Нормы проектирования» на базе их гармонизации с требованиями европейских нормативных документов.

Авторы надеются, что настоящая книга, дополняющая общую картину, представляющую практическое состояние вопроса о срезе железобетонных конструкций к концу двадцатого века, будет полезна как при обосновании вносимых в нормативные документы методов расчетов прочности наклонных сечений, так и при дальнейшем совершенствовании положений, касающихся среза в общей теории железобетона.

По ходу изложения авторы сознательно сохраняли оригинальные транскрипции фамилий исследователей и некоторых терминов. Это объясняется тем, что принятый подход с одной стороны позволяет избежать субъективных искажений^{*}, а с другой – облегчает поиск первоисточников по ключевым словам при использовании компьютерной сети *Internet*.

В завершение авторы хотели бы выразить благодарность кандидату технических наук, доценту каф. ЖБиКК Белорусской государственной политехнической академии Раку Н.А. за неоценимую помощь в сборе материалов для настоящей книги.

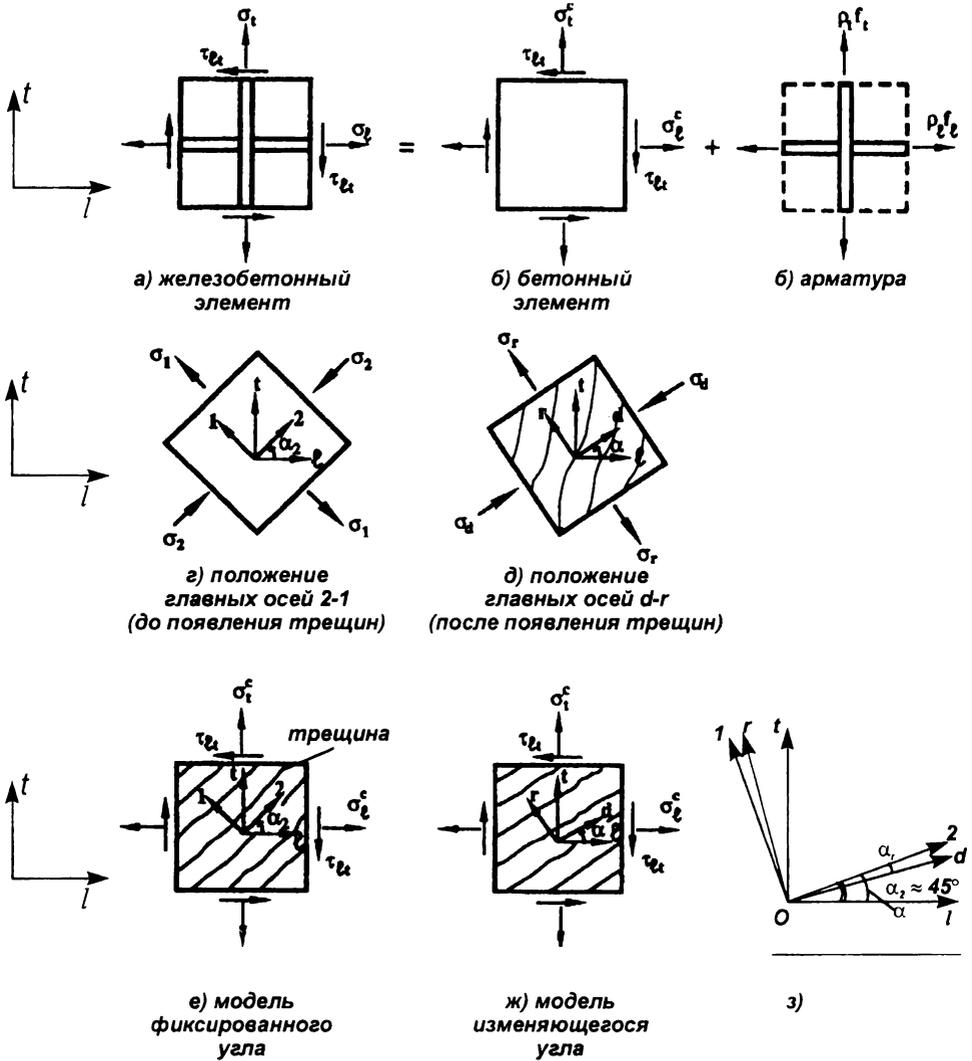
^{*} Так, например, в статье одного из очень известных ученых в области теории железобетона пришлось столкнуться с русской транскрипцией фамилий T.T.C. Hsu как Т.Шу и Moody – как Мооди (прим. авторов).

1

ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЙ ЭЛЕМЕНТ С ТРЕЩИНАМИ В УСЛОВИЯХ ПЛОСКОГО НАПРЯЖЕННО- ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

Плоский железобетонный элемент*, подвергнутый совместному действию нормальных и касательных напряжений показан на рис. 1.1. Направление продольного и поперечного армирования обозначено осями l и t , образующими прямоугольную систему координат « $l - t$ ». На плоскую панель внешним образом воздействуют нормальные напряжения σ_l , σ_t и касательные напряжения τ_{lt} . Приложенные к элементу напряжения (σ_l , σ_t , τ_{lt}) воспринимают совместно бетон и арматура. При этом принято, что бетон воспринимает главные сжимающие σ_2 и главные растягивающие σ_1 напряжения, направление которых определено координатной системой « $2 - 1$ » (рис. 1.1), а арматурные стержни воспринимают только осевые распределенные (или по выражению проф.

* Далее по тексту использован термин «панель»



Н.И. Карпенко [42] «размазанные») напряжения $\rho_1 f_1$ и $\rho_2 f_2$ (ρ_1 и ρ_2 – коэффициенты армирования соответственно в продольном и поперечном направлениях). Угол α_2 между осью «2» и осью «1» принято называть «фиксированным углом», так как он не изменяется при пропорциональном возрастании внешних напряжений σ_1 , σ_2 и τ_{12} , приложенных по граням элемента.

В некоторых случаях, например в работе [240], угол α_2 называют «углом наклона арматурных стержней» относительно направления действия главных напряжений. Необходимо сразу же оговориться, что фиксированный угол α_2 соответствует положению координатной системы главных напряжений «1 – 2» для железобетонного панельного элемента без диагональных трещин. Обширные опыты [95–97, 99, 100, 116, 195, 321, 331, 332], выполненные с плоскими элементами при различных сочетаниях напряжений, действующих по их граням (см. главу 2), показывают, что в процессе увеличения нагрузки и по мере появления новых трещин направления главных напряжений постоянно изменяются (рис. 1.2, 2.5). После образования начальных трещин изменяется направление последующих трещин, что связано с изменением направления, по которому действуют главные растягивающие напряжения в бетоне [195, 264, 331, 332].

Направление главных напряжений в бетоне после образования трещин на произвольной стадии трещинообразования представлено координатной системой « $d - n$ » (рис. 1.1д). Главные сжимающие и главные растягивающие напряжения в трансформированной системе координат « $d - n$ » принято обозначать σ_d и σ_r соответственно. Исследования [195, 264, 331, 332] показывают, что угол отклонения текущей координатной системы « $d - n$ » после образования диагональных трещин от положения начальной координатной системы «2 – 1» (определяющей направление главных напряжений для элемента без трещин) зависит, главным образом, от соотношения напряжений, действующих в продольной и поперечной арматуре. Так, если «размазанные» на-

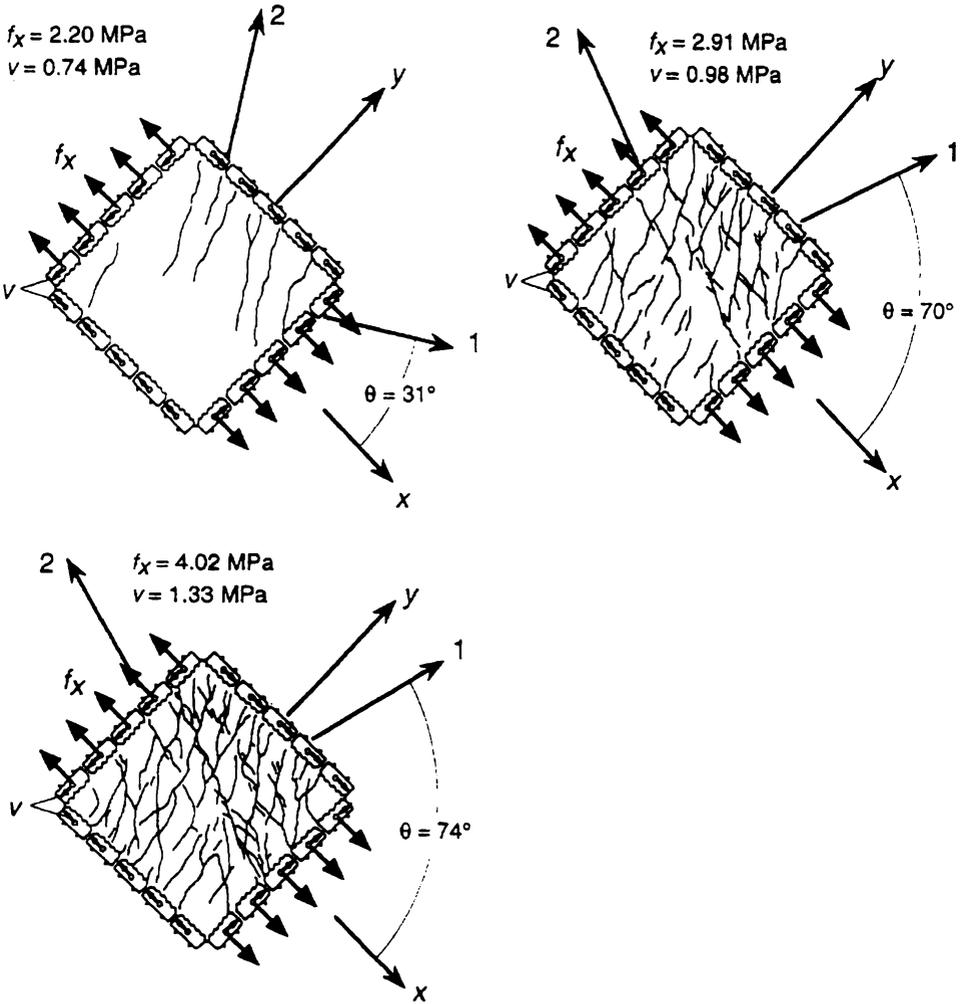


Рис. 1.2.

Направление главных деформаций при различных соотношениях v/f_x , установленные в опытах Bhide и Collins (представлено Kolleger и Mehlhorn, 1990 [195])

пряжения $\rho_1 f_t$ и $\rho_2 f_t$ в продольной и поперечной арматуре одинаковы, то координатная система « $d - n$ » совпадает с координатной системой « $2 - 1$ » [195, 264]. Если же напряжения в арматуре по направлению осей « l » и « t » отличаются, что названные выше координатные системы не совпадают. Это несовпадение тем значительнее, чем больше отличаются напряжения в продольной и поперечной арматуре. Угол α между осью « d » и осью « l » принято называть «углом вращения», т.к. этот угол описывает постоянное отклонение координатной системы « $l - d$ » от начальной системы координат « $1 - 2$ » при пропорциональном приращении напряжений, действующих по граням элемента. Угол между α_2 и α (рис. 1.1г, д, з) принято называть углом расхождения (отклонения) α_r .

Современные методы расчетов железобетонных элементов при совместном действии касательных и нормальных напряжений используют, как правило, две основные модели:

- 1) модель переменного угла (англ. *variable or rotating angle model*) и
- 2) модель фиксированного угла (англ. *fixed angle softening truss model*).

Модель переменного угла, используемая в общих методах расчета [120, 123, 329] базируется на положении, что в стадии после образования трещин угол наклона трещин на произвольном этапе нагружения совпадает с углом вращения α (рис. 1.1).

Принято, что бетонные полосы, заключенные между диагональными трещинами, ориентированы по направлению главных сжимающих напряжений σ_d .

В модели фиксированного угла [264] принята предпосылка о том, что трещины в бетоне ориентированы под постоянным фиксированным углом α_2 независимо от уровня нагружения (рис. 1.1е). По мнению авторов [264] такой подход позволяет учесть касательные напряжения, действующие в бетоне элемента, пронизанного диагональными трещинами, и, как следствие, более точно определить «вклад бетона» в общее сопротивление срезу железобетонного элемента. В связи с

этим в методе, использующем модель фиксированного угла, условия равновесия и условия совместности записывают выполняя трансформацию напряжений и деформаций, действующих в координатной системе «1 – 2» ($\sigma_2^c, \sigma_1^c, \tau_{21}^c$ и $\varepsilon_2, \varepsilon_1, \gamma_{21}$) в основную систему координат «l – t» ($\sigma_l, \sigma_t, \tau_{lt}$ и $\varepsilon_l, \varepsilon_t, \gamma_{lt}$) (рис. 1.3) согласно [264] в следующем виде:

– уравнения равновесия

$$\sigma_l = \sigma_2^c \cos^2 \alpha_2 + \sigma_1^c \sin^2 \alpha_2 + \tau_{21}^c 2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 + \rho_l f_l; \quad (1.1)$$

$$\sigma_t = \sigma_2^c \sin^2 \alpha_2 + \sigma_1^c \cos^2 \alpha_2 - \tau_{21}^c 2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 + \rho_t f_t; \quad (1.2)$$

$$\tau_{lt} = (-\sigma_2^c + \sigma_1^c) \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 + \tau_{21}^c (\cos^2 \alpha_2 - \sin^2 \alpha_2); \quad (1.3)$$

– уравнения совместности деформаций:

$$\varepsilon_l = \varepsilon_2 \cos^2 \alpha_2 + \varepsilon_1 \sin^2 \alpha_2 + \gamma_{21} / 2 \cdot 2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 \quad (1.4)$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_2 \sin^2 \alpha_2 + \varepsilon_1 \cos^2 \alpha_2 + \gamma_{21} / 2 \cdot 2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 \quad (1.5)$$

$$\gamma_{lt} / 2 = (-\varepsilon_2 + \varepsilon_1) \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 + \gamma_{21} / 2 (\cos^2 \alpha_2 - \sin^2 \alpha_2) \quad (1.6)$$

В уравнениях (1.1)..(1.6):

f_l, f_t – средние напряжения в арматуре по направлениям l и t соответственно;

α_2 – угол наклона оси «2» к направлению оси «l»;

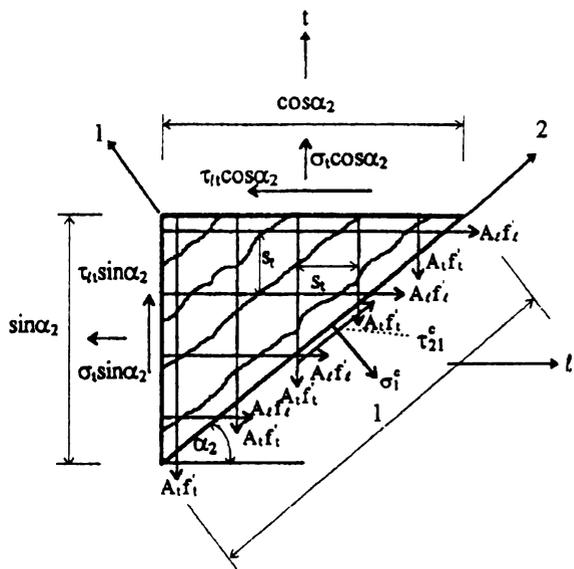
$\varepsilon_l, \varepsilon_t$ – средние нормальные деформации по направлению осей «l» и «t» соответственно (положительные при растяжении);

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – средние нормальные деформации по направлению осей «2» и «1» соответственно;

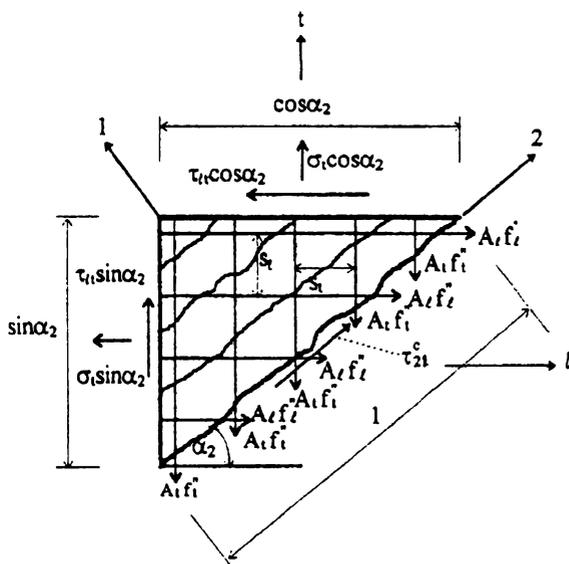
γ_{lt} – средние деформации сдвига в системе координат «l – t» (положительные для направления, показанного на рис. 1.1 для

γ_{21} – коэффициенты армирования по направлению осей «l» и «t» соответственно;

σ_l, σ_t – нормальные напряжения, действующие по грани рассматриваемого элемента по направлению осей «l» и «t» соответственно (положительные при растяжении);



а) сечение, проходящее по бетону между диагональными трещинами (σ_1^c - средние значения главных растягивающих напряжений)



б) сечение, проходящее по диагональной трещине ($\sigma_1^c = 0$)

Рис. 1.3.

Схема сил, действующих в плоском железобетонном элементе в соответствии с моделью фиксированного угла [264]

- τ_{lt} – касательные напряжения, действующие по граням рассматриваемого элемента в системе координат « $l - t$ » (положительное направление показано на рис. 1.1е);
- τ_{21}^c – средние касательные напряжения в бетоне элемента с трещинами, действующие в системе координат « $2 - 1$ ».

После образования в бетоне диагональных трещин направления главных напряжений изменяются и отличаются от направлений, определенных системой координат « $2 - 1$ » (рис. 1.1д). В модели фиксированного угла [264] трансформация напряжений и деформаций на стадии после образования трещин из системы координат « $2 - 1$ » в систему « $l - t$ » должна включать касательные напряжения τ_{21}^c и деформации сдвига γ_{21} , как это представлено в уравнениях (1.1)..(1.2).

В модели изменяющегося угла, на положениях которой построены расчетные методы [120, 123, 329], напряжения и деформации трансформируют непосредственно из системы координат « $d - r$ » в систему координат « $l - t$ » (рис. 1.1д). В этом случае переменные $\sigma_2^c, \sigma_1^c, \tau_{21}^c, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_{21}$ и α_2 в уравнениях (1.1)..(1.6) следует заменить на переменные $\sigma_d, \sigma_r, \tau_{dr}, \varepsilon_d, \varepsilon_r, \gamma_{dr}$ и угол α . Соответственно, необходимо принять касательные напряжения и деформации сдвига равными нулю ($\tau_{dr} = 0, \gamma_{dr} = 0$) [264]. В результате переменные τ_{dr} и γ_{dr} исключаются и уравнения, описывающие напряженно-деформированное состояние плоского элемента, преобразуется к упрощенной традиционной форме:

– уравнения равновесия

$$\sigma_l = \sigma_d \cos^2 \alpha_2 + \sigma_r \sin^2 \alpha_2 + \rho_l f_l; \quad (1.7)$$

$$\sigma_t = \sigma_d \sin^2 \alpha_2 + \sigma_r \cos^2 \alpha_2 + \rho_t f_t; \quad (1.8)$$

$$\tau_{lt} = (-\sigma_d + \sigma_r) \sin \alpha_2 \cos \alpha_2; \quad (1.9)$$

– уравнения совместности деформаций:

$$\varepsilon_l = \varepsilon_d \cos^2 \alpha_2 + \varepsilon_r \sin^2 \alpha_2 \quad (1.10)$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_d \sin^2 \alpha_2 + \varepsilon_r \cos^2 \alpha_2 \quad (1.11)$$

$$\gamma_{II} / 2 = (-\varepsilon_d + \varepsilon_r) \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 \quad (1.12)$$

Упрощенные уравнения (1.7)..(1.12), определяющие трансформацию напряжений и деформаций в соответствии с кругом Мора, используют в общих моделях расчета [120, 123, 329], базирующихся на модели переменного угла.

При применении уравнений (1.1)..(1.6) и упрощенных уравнений (1.7)..(1.12) железобетонный элемент с диагональными трещинами рассматривают как некий непрерывный материал (континуум), наделенный вполне определенными свойствами, изменяющимися в зависимости от уровня нагружения. Поэтому при расчетах таких элементов после образования трещин принято рассматривать средние напряжения и деформации. *Средние напряжения и деформации в бетоне и арматуре* имеют смысл усреднения деформаций на некоторой базовой длине, ориентированной поперек нескольких диагональных трещин [120, 123, 329 и др.], включая собственно деформации, связанные с раскрытием трещин.

В связи с этим решение уравнений (1.7)..(1.12) становится возможным только при введении дополнительно к ним следующих основных зависимостей:

1. диаграмм деформирования бетона при сжатии в условиях плоского напряженно-деформированного состояния, связывающих главные сжимающие напряжения и деформации, действующие по направлению главных осей;
2. диаграмм деформирования бетона при растяжении в условиях плоского напряженно-деформированного состояния, связывающих главные растягивающие напряжения и деформации по направлению главных осей;
3. диаграмм деформирования для арматуры, связывающих напряжения и деформации, в том числе и с учетом совместной работы арматуры с бетоном на участках между трещинами;

4. диаграмм деформирования бетона при срезе, связывающих средние касательные напряжения τ_{21}^c и средние деформации сдвига γ_{21} в системе координат «2 – 1».

Первые три базовых зависимости используют при расчетах с использованием модели изменяющегося угла [120, 123, 329], а четвертую добавляют при использовании методов расчетов, базирующихся на модели фиксированного угла [264]. Вместе с тем, необходимо отметить, что при использовании модели изменяющегося угла в расчетных методах, например модифицированной теории полей сжатия (МСФТ) [123, 329], дополнительно учитывают касательные напряжения, действующие вдоль сечения с трещиной, вызванные зацеплением по ее берегам. В этом случае необходимо дополнительно установить базовые зависимости, определяющие величину касательных напряжений, действующих в сечении с трещиной как функцию от параметров деформирования – нормальных (вдоль трещины) и тангенциальных (поперек трещины) перемещений в трещине. Следует отметить, что касательные напряжения τ_{21}^c , рассматриваемые как функция деформаций сдвига γ_{21} , предполагают синтезировано учитывать и явления зацепления по берегам трещины и работу бетона на участке между трещинами и нагельный эффект арматуры [264].

Необходимо подчеркнуть, что практически все перечисленные выше базовые зависимости, связывающие напряжения и деформации плоского железобетонного элемента с трещиной, получены опытным путем и имеют некоторые отличия в своем аналитическом описании. Вместе с тем, независимо от принятой расчетной модели базовые зависимости, связывающие напряжения и деформации железобетонного элемента с диагональными трещинами и позволяющие рассматривать его как некий континуум, являются важнейшим звеном общего метода расчета при срезе.

2

СОПРОТИВЛЕНИЕ СРЕЗУ ПЛОСКИХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Как было показано в главе 1 в общих методах расчета железобетонных конструкций на срез [123–125] одновременно с уравнениями равновесия и совместности деформаций применяют зависимости, связывающие напряжения и деформации материалов (диаграмм деформирования) для элемента с диагональными трещинами. При этом необходимо иметь ввиду, что в зоне среза стенка железобетонного элемента под действием главных напряжений и деформаций находится в условиях плоского напряженно-деформированного состояния (растяжение - сжатие).

После образования в железобетонном элементе диагональных трещин, главные растягивающие деформации (действующие "поперек" трещин) способствуют снижению прочности при сжатии бетона, заключенного между трещинами. Этот феномен, наблюдавшийся в бетоне диагональной сжатой полосы, при испытании железобетонных балок был подтвержден целым рядом исследователей [194, 243, 304,

328] и был назван в мировой практике эффектом разупрочнения бетона (*англ.* softening effect).

К сожалению испытания, выполненные на балочных образцах, не позволили получить надежные зависимости, связывающие главные сжимающие напряжения, действующие в диагональной полосе как функцию от главных сжимающих и растягивающих деформаций и определить значения коэффициентов разупрочнения (*англ.* softening coefficient), используемых при трансформации базовых диаграмм деформирования бетона, при осевом кратковременном сжатии. Это в первую очередь связано с тем, что стенка балки под действием изгибающих моментов, продольных и поперечных сил находится в условиях сложного напряженно-деформированного состояния, как по высоте сечения, так и по длине элемента.

Для изучения сопротивления бетона в условиях плоского напряженного состояния "растяжение-сжатие" F. Robinson и M. Demorieux [321] выполняли испытания плоских железобетонных панелей. Однако, технические сложности, возникшие при испытаниях, не позволили установить зависимости, которые могли бы быть использованы для описания коэффициента разупрочнения бетона при растяжении–сжатии и, соответственно, трансформированных диаграмм деформирования железобетонного элемента с диагональными трещинами.

Эти технические сложности были преодолены F. Vecchio и M.P. Collins после изготовления испытательной установки в Университете г. Торонто [113, 322, 331, 332]. Силовая установка, конструкция которой показана на рис. 2.1, позволяет производить испытания железобетонных панелей в условиях плоского напряженного состояния при воздействии на испытуемый панельный элемент различных комбинаций усилий (напряжений), соответствующих изучаемому виду напряженно-го состояния: осевое сжатие; осевое растяжение; двухосное сжатие и

двухосное растяжение; чистый сдвиг; сдвиг в комбинации с нормальными напряжениями, приложенными по граням элемента.

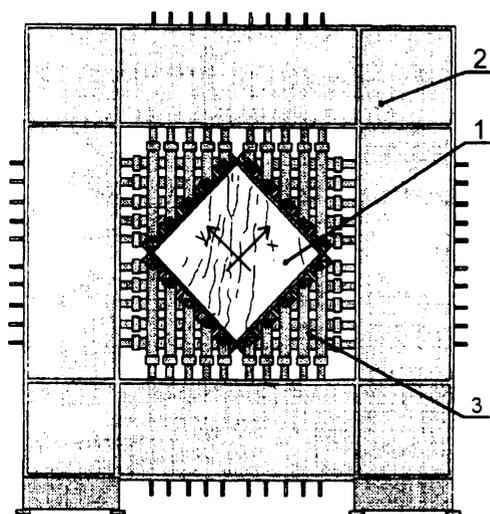


Рис. 2.1.

Общий вид испытательной установки для исследования железобетонных элементов в условиях плоского напряженного состояния (F. Vecchio, M. P. Collins и др. [331]).

1 - жесткая рама;

2 - опытный образец;

3 - домкраты двойного действия.

Необходимо отметить, что подобные испытательные установки и методики испытаний в скором времени были использованы американскими [168], японскими [243, 304] и др. специалистами, занимающимися исследованиями бетонных и железобетонных элементов в условиях плоского напряженно-деформированного состояния. Очевидно, для объяснения эффектов, наблюдаемых в железобетонных конструкциях при совместном действии нормальных и касательных напряжений, будет полезным представить некоторые из наиболее показательных исследований плоских железобетонных элементов, выполненных в последние пятнадцать лет. Выполненные исследования имели целью выявить характерные особенности трещинообразования и разрушения плоских армированных бетонных элементов в зависимости от целого ряда факторов (прочности бетона, коэффициентов продольного и поперечного армирования и его размещения (дисперсности) по сечению бетона, вида напряженного состояния, порядка приложения внешних

нагрузок, их соотношения в соответствующей комбинации и т.д.) и получить аналитические зависимости для описания коэффициентов разупрочнения (*англ.* softening coefficient) бетона, используемых при трансформации базовых диаграмм деформирования бетона, получаемых в условиях осевого кратковременного сжатия в соответствии с принятыми методами испытаний.

*Исследования F. Vecchio и M.P. Collins
[104, 328, 331, 332]*

Для получения информации о поведении плоских железобетонных элементов с трещинами при совместном действии среза и растяжения были испытаны 24 панели, содержавшие только продольную арматуру. Испытания выполняли в условия чистого сдвига, осевого растяжения и комбинированного действия сдвига и осевого растяжения и на специальной испытательной установке, общий вид которой показан на рис. 2.1. Опытные панели имели размеры в плане 890 × 890 мм и толщину 70 мм. Нагружение производили при помощи 37 гидравлических домкратов двойного действия, воздействовавших на стальные "ключи", забетонированные в торцевые грани панели (см. рис. 2.1 и рис. 2.2).

Основные конструктивно-технологические параметры испытанных образцов согласно программы эксперимента представлены в табл. 2.1. Как видно из табл. 2.1, девять образцов первой группы имели коэффициент продольного армирования $\rho_l = 1\%$, а остальные пятнадцать - 2%. Размещение продольного армирования в опытных образцах ($\varnothing 6$ мм; S400; S500) показано на рис. 2.2. Диаграммы деформирования арматуры, полученные стандартными испытаниями, показаны на рис. 2.3, а.

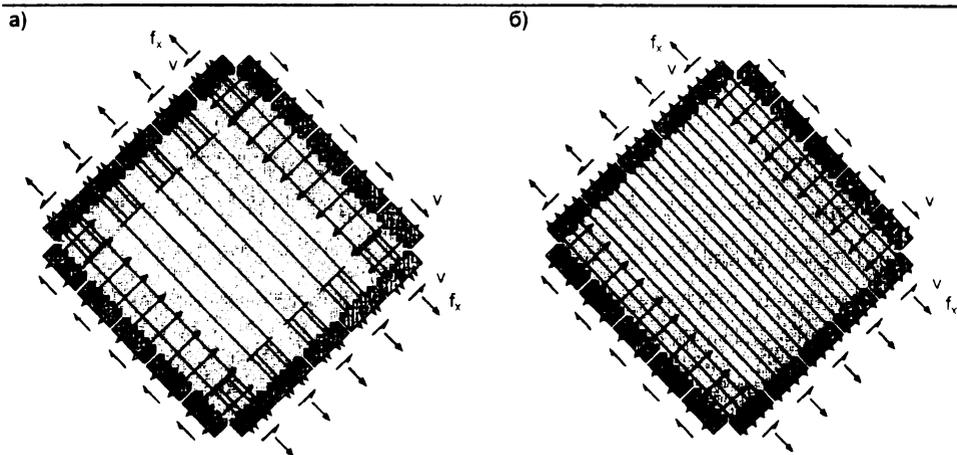


Рис. 2.2.

Армирование опытных образцов в исследованиях [104] (см. табл. 2.1).

а - образцы $\rho = 1\%$ (R01); б - образцы $\rho = 2\%$ (R02).

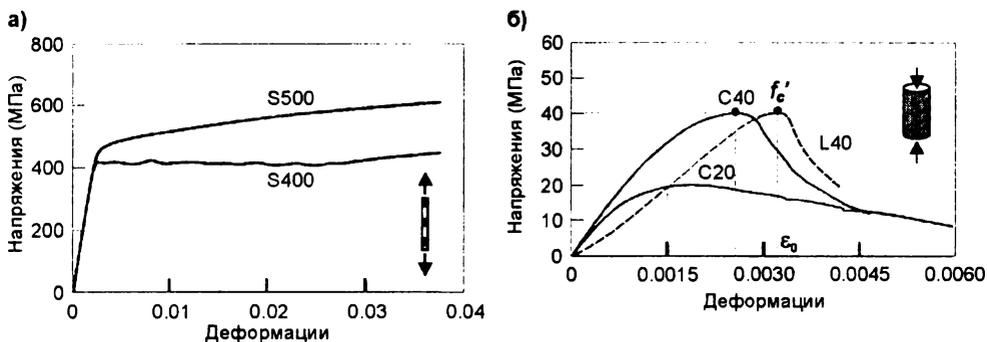


Рис. 2.3.

Характерные диаграммы деформирования [104], установленные стандартными испытаниями арматуры (а) и бетона (б).

Для изготовления панелей использовали тяжелый бетон с $\gamma = 2350 \text{ кг/м}^3$ (C20, C40; см. табл. 2.1.) и легкий бетон с $\gamma = 1860 \text{ кг/м}^3$ (LC40). Максимальный размер зерна крупного заполнителя во всех бетонных смесях не превышал 10 мм. Характерные диаграммы деформирования примененных бетонов, полученные стандартными метода-

ми в условиях осевого кратковременного сжатия показаны на рис. 2.3 б, а основные данные, относящиеся к их прочности и деформативности в табл. 2.1.

Панели имели двойное армирование, располагавшееся в сечении, таким образом, что толщина защитного слоя, составляла во всех опытах $c = 6$ мм.

Для каждой группы опытных образцов варьировали отношение величины касательных (v) и нормальных (f_x) (растягивающих) напряжений. Отношения касательных и нормальных напряжений ($v/f_x = 1; 2; 3; 6$) были назначены исходя из предварительного испытания образцов, отдельно только при чистом сдвиге и осевом растяжении по направлению продольной арматуры (по оси "х").

Нагрузки трещинообразования и разрушения, а также зарегистрированные в опытах деформации образцов представлены в табл. 2.1.

Образцы, испытанные в условиях чистого сдвига (напр. *PB18* табл. 2.1), разрушились при сдвигающих напряжениях, незначительно превышавших напряжения соответствующих появлению диагональных трещин (рис. 2.4). Первые диагональные трещины образовывались под углом близким к $\theta = 45^\circ$ к оси, совпадавшей с направлением к продольной арматуре. При дальнейшем возрастании нагрузки, образовавшиеся трещины развивались через всю панель, меняя свою ориентацию, угол наклона трещин к продольной арматуре составлял около $20...30^\circ$. При этом диагональные трещины немедленно раскрывались до $w = 1$ мм. Даже незначительное приращение нагрузки после образования трещин приводило к значительному их раскрытию (рис. 2.5 а).

Образцы, испытанные при комбинированном действии растяжения и сдвига (напр. *PB21*), показывали ощутимую разницу между нагрузкой, соответствовавшей разрушению и нагрузкой образования трещин (см. рис. 2.4), хотя абсолютное значение нагрузки трещинооб-

разования была примерно в два раза меньше, чем у образцов испытанных в условиях чистого сдвига.

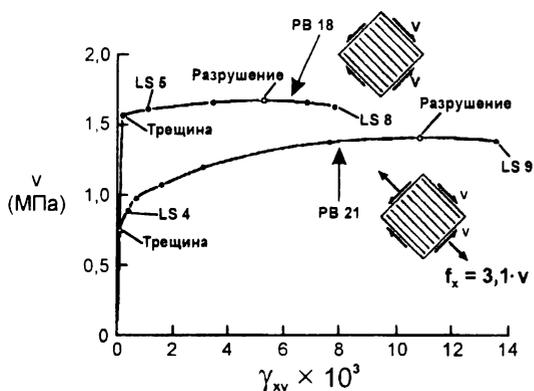


Рис. 2.4.

Влияние растяжения на поведение железобетонной панели при срезе [104].

В образцах этой серии начальные диагональные трещины образовывались по направлениям, достаточно близко совпадавших с направлением действия главных напряжений, рассчитанных как для элемента без трещин, работающего в упругой стадии. Так для образца *PB21* (см. рис. 2.5 б) угол наклона образующихся трещин составлял около 71° к направлению продольного армирования. При этом начальные трещины имели незначительное раскрытие ($W_k = 0,05$ мм), которое сохранялось практически до разрушения. По мере возрастания нагрузки образовывались новые трещины, угол наклона которых по отношению к продольной арматуре уменьшался и составлял около 33° , при этом ширина их раскрытия постоянно возрастала. Разрушение характеризовалось мгновенным раскрытием этих трещин (см. рис. 2.5 б).

Необходимо отметить, что всех испытанных образцах диагональные трещины образовывались при средней величине главных растягивающих напряжений составлявших примерно $0,42 \cdot \sqrt{f'_c}$, полученных с коэффициентом вариаций 28% (для сравнения согласно ACI 318 [74] эту величину принимают равной $0,33 \cdot \sqrt{f'_c}$, МПа).

Обобщенные результаты экспериментальных исследований железобетонных панелей [104]

Группа	Панель	Отношение $v : f_x$	Арматура		Бетон			Опытные данные					Расчетные напряжения v_u , МПа
			ρ_x	f_y , МПа	f'_c , МПа	ϵ_0	f_{cr} , МПа	v_{cr} , МПа	v_u , МПа	Предельные деформации $\times 1000$			
										SC	ϵ_x	ϵ_y	
I RO 1 S400 C20	PB 11	1:0	0,0109	433	25,9	-0,0020	2,97	1,19	1,27	-0,04	8,75	11,73	1,50
	PB 12	1:0	0,0109	433	23,1	-0,0015	2,93	1,32	1,53	0,06	3,54	4,12	1,44
	PB 4	1:1,0	0,0109	423	16,4	-0,0019	1,92	0,81	1,16	0,38	0,46	0,72	1,04
	PB 6	1:1,0	0,0109	425	17,7	-0,0019	1,81	0,85	1,15	1,15	10,94	12,03	1,08
	PB 7	1:1,9	0,0109	425	20,2	-0,0022	2,19	0,74	0,86	0,98	10,75	12,28	1,02
	PB 8	1:3,0	0,0109	425	20,4	-0,0020	1,98	0,52	0,79	1,34	5,79	6,73	0,90
	PB 10	1:5,9	0,0109	433	24,0	-0,0019	2,37	0,31	0,56	2,93	13,32	16,86	0,65
	PB 13	0:1	0,0109	414	23,4	-0,0018	2,65	1,48*	4,71*	4,76	0,61	4,76	4,51*
PB 24	0:1	0,0110	407	20,4	-0,0020	2,36	1,71*	4,82*	8,89	-0,85	9,00	4,48*	
II RO 2 S500 L40	PB 15	1:0	0,0202	485	38,4	-0,0032	2,93	1,80	1,96	0,21	14,08	14,74	1,97
	PB 16	1:2,0	0,0202	502	41,7	-0,0032	2,76	0,98	1,45	1,27	23,65	24,58	1,60
	PB 14	1:3,0	0,0202	489	41,1	-0,0028	3,43	0,78	1,54	1,37	14,88	16,83	1,49
	PB 17	1:5,9	0,0202	502	41,6	-0,0031	3,02	0,54	1,22	2,96	18,05	20,68	1,24
PB 27	0:1	0,0202	502	37,9	-0,0032	3,02	4,00*	11,25*	13,24	-1,21	13,44	10,14*	
III RO 2 S400 C20	PB 18	1:0	0,0220	402	25,3	-0,0022	2,35	1,62	1,70	0,43	19,23	20,98	1,68
	PB 19	1:1,0	0,0220	411	20,0	-0,0019	2,34	1,23	1,28	0,68	11,72	12,61	1,37
	PB 20	1:2,0	0,0220	424	21,7	-0,0019	2,56	0,94	1,42	1,13	21,99	23,50	1,27
	PB 28	1:2,0	0,0220	426	22,7	-0,0020	2,45	0,84	1,53	0,94	11,18	12,50	1,29
	PB 21	1:3,1	0,0220	402	21,8	-0,0018	2,47	0,73	1,42	1,19	18,41	20,79	1,18
	PB 22	1:6,1	0,0220	433	17,6	-0,0020	1,86	0,44	1,03	1,91	12,07	13,82	0,94
PB 25	0:1	0,0220	414	20,6	-0,0020	2,38	2,79*	9,99*	10,86	-0,80	10,87	9,11*	
IV RO 2 S500 C40	PB 29	1:2,0	0,0202	496	41,6	-0,0026	3,16	0,75	1,49	1,06	12,66	14,10	1,60
	PB 30	1:3,0	0,0202	496	40,4	-0,0026	3,19	0,74	1,48	1,50	16,06	17,56	1,47
	PB 31	1:5,9	0,0202	496	43,4	-0,0030	3,71	0,44	1,15	1,97	12,74	14,29	1,42

* Величины f_x ; v_{cr} – напряжения трещинообразования; v_u – предельные напряжения;
 SC – прочность при растяжении определена раскалыванием цилиндров.

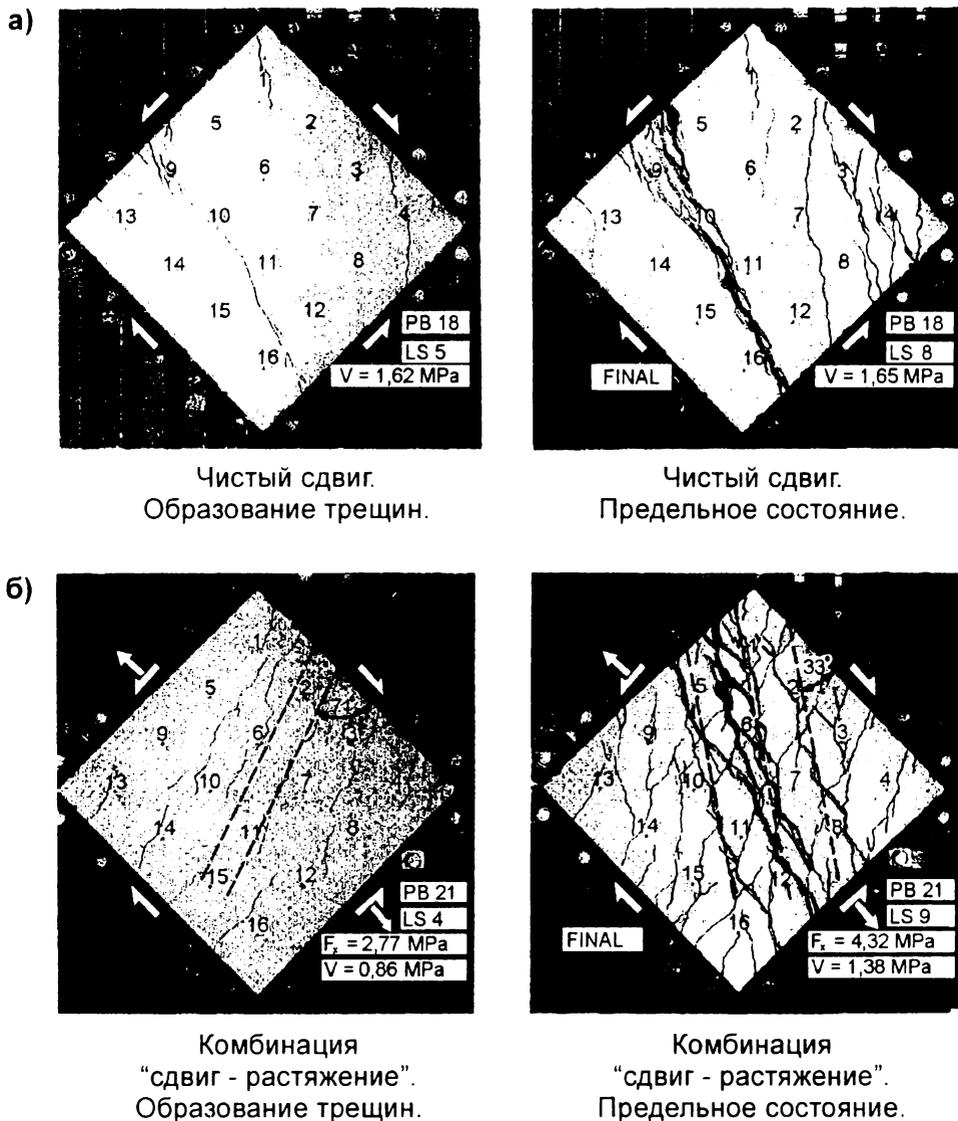


Рис. 2.5.

Влияние растяжения на морфологию трещинообразования плоских железобетонных образцов согласно [104].

Полученные экспериментальные данные сравнивали с результатами расчетов, выполненных на базе положений модифицированной

теории полей сжатия [327–329], изложенных в главе 4. При расчетах принимали значения напряжений, соответствующих образованию трещин $f_{cr} = 0,33 \cdot \sqrt{f'_c}$, что в среднем для условий опытов составило $1,54 \text{ Н/мм}^2$ [104]. Сравнение результатов расчета с опытными данными, представленные в табл. 2.1, 2.2 и на рис. 2.6, показывает их вполне удовлетворительное совпадение.

Необходимо отметить, что в процессе итерационного расчета по общему методу [321] (см. главу 4) начальный угол наклона трещин по отношению к направлению продольной арматуры изменяется на величину близкую к 50° , что наблюдалось в выполненных опытах.

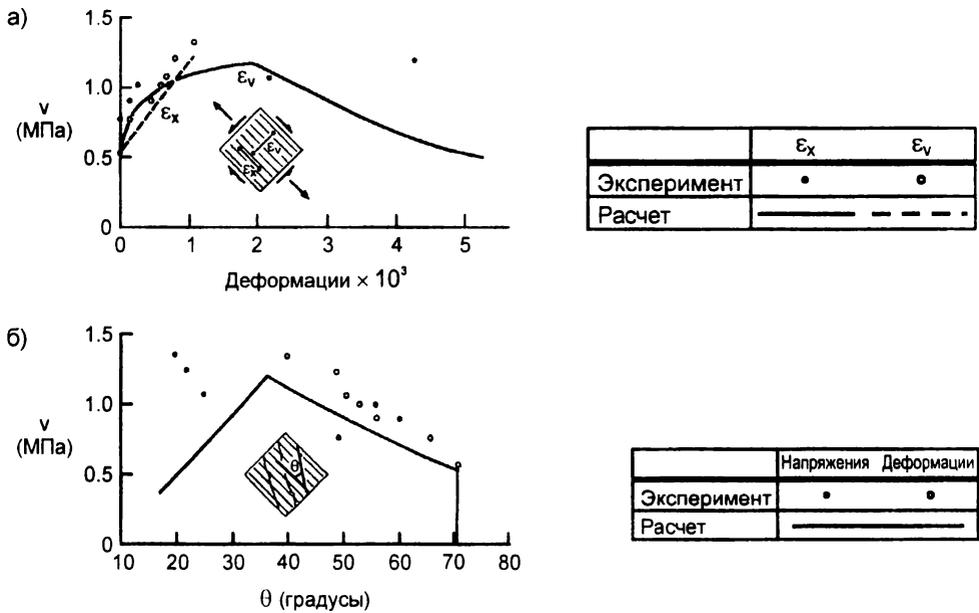


Рис. 2.6.

Сравнение опытных и расчетных параметров деформирования согласно [104].

Расчетные значения установлены по методике [321].

а – предельные и поперечные деформации;

б – направление осей главных напряжений и деформаций.

При нагрузке близкой к предельной, расчетное направление главных напряжений отличается около 20° от направления главных деформаций (рис. 2.6 б). Расчетные углы наклона трещин к продольному армированию, полученные при использованные принятого в [120, 327–329] допущении о том, что направления главных напряжений и деформаций совпадают, занимают некоторое среднее положение между зарегистрированными в опытах углами главных напряжений и деформаций (см. рис. 2.6 б).

Исследования [104] показывают, что при значительной ширине раскрытия диагональных трещин важную роль начинает играть нагельный эффект, создаваемый продольной арматурой, пересекающей трещину.

Хотя, как показано в [104], нагельный эффект не оказывает существенного влияния на величину предельной нагрузки, воспринимаемой элементом, но делает его значительно более деформативным.

Необходимо подчеркнуть, что степень снижения несущей способности элемента при срезе в условиях растяжения существенным образом зависит от количества продольной арматуры. Так, для образцов с $\rho = 2\%$ среднее растягивающее напряжение $f_x = 7,0 \text{ Н/мм}^2$ привели к снижению общей несущей способности элемента при срезе только на 50%.

Как следует из данных, показанных на рис. 2.7 и приведенных в табл. 2.2, модифицированная теория полей сжатия [120, 123] дает хорошее совпадение с результатами опыта (среднее отношение расчетной и опытной предельной нагрузки составляет 1,00 при коэффициенте вариации $v_x = 11\%$).

Последующие испытания панелей, имевших аналогичные размеры в условиях среза и растяжения, выполненные F.J. Vecchio и M. Nieto [322] подтвердили результаты F.J. Vecchio и M.P. Collins [331, 332]. Всего по представленной методике было испытано более 250 опытных образцов с различными конструктивно-технологическими па-

раметрами, подверженных различным комбинациям осевых и сдвигающих нагрузок. Обобщенные результаты испытаний показаны на рис. 4.26 в главе 4.

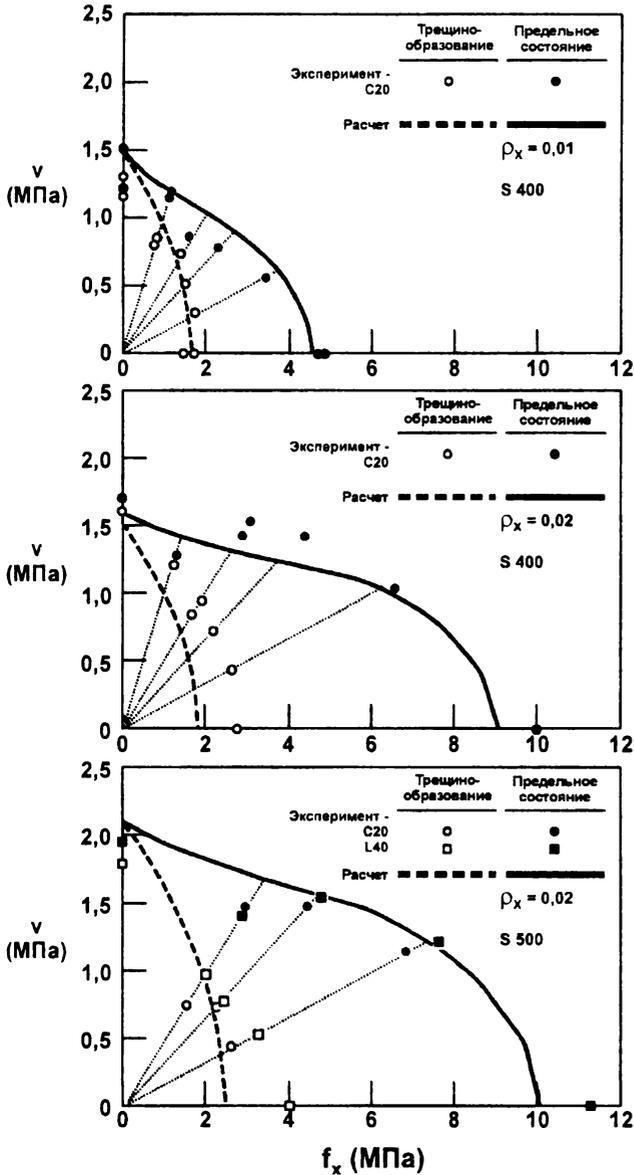


Рис. 2.7.

Сравнение опытных и расчетных диаграмм взаимодействия "срез - растяжение" согласно [104].

Следует отметить, что исследования среза при действии продольных сил выполняли К. Sørensen, Ø.L. Søset, Т. Olsen [305], Н.Н. Haddadin, Т. S. Hong, А.Н. Mattock [158]. Сравнение результатов расчетов по модифицированной теории полей сжатия с опытными данными, полученными перечисленными авторами [158, 305] показано на рис. 2.8, 2.9.

Таблица 2.2

Параметры напряженно-деформированного состояния
для образца РВ 21, рассчитанные по методике [327]

ε_1 $\times 10^3$	V_1 МПа	ε_v $\times 10^3$	ε_x $\times 10^3$	γ $\times 10^3$	f_1 МПа	f_2 МПа	$f_{2\max}$ МПа	θ град	S_{mo} мм	W мм
0,063	0,52	0,00	0,06	0,043	1,53	0,17	21,8	71,3	89	0,00
0,065	0,47	0,00	0,06	0,044	1,38	0,16	21,8	71,0	89	0,01
0,10	0,50	0,01	0,09	0,070	1,35	0,18	21,8	69,7	90	0,01
0,50	0,73	0,13	0,35	0,47	1,17	0,46	21,8	58,0	99	0,05
1,00	0,90	0,40	0,57	1,02	1,06	0,77	21,8	49,7	110	0,11
1,50	1,01	0,74	0,72	1,55	1,00	1,02	20,1	44,6	120	0,18
2,00	1,08	1,11	0,83	2,04	0,94	1,24	18,5	41,1	128	0,26
2,50	1,14	1,50	0,92	2,51	0,90	1,43	17,1	38,5	135	0,34
3,01	1,18	1,92	1,00	2,96	0,87	1,60	15,9	36,3	142	0,43
3,50	1,02	2,47	0,93	3,26	0,65	1,60	14,9	32,4	157	0,55
4,00	0,87	3,03	0,86	3,48	0,49	1,57	14,0	29,0	173	0,69
5,00	0,65	4,16	0,73	3,79	0,29	1,47	12,5	23,9	207	1,04
6,00	0,50	5,27	0,62	3,96	0,18	1,36	11,3	20,2	243	1,46
7,83	0,32	7,25	0,47	4,13	0,09	1,15	9,6	15,7	311	2,43

В своих ранних работах F. Vecchio и M.P. Collins [331] базируясь на испытаниях панелей в соответствие предоставленной выше методикой, в условиях сжатия при растяжении, эффект снижения прочности бетона сжатой полосы предложили учитывать при помощи экспериментального коэффициента разупрочнения β (англ. softening coefficient), величину которого было рекомендовано определять в зависимости от отношения средних главных растягивающих и сжимающих деформаций $\varepsilon_1/\varepsilon_2$ по формуле:

$$\beta = \frac{1}{0,85 - 0,27 \cdot \varepsilon_1/\varepsilon_2}, \quad (2.1)$$

где ε_1 - средние главные растягивающие деформации для элемента с диагональными трещинами (в направлении "поперек" трещины);

ε_2 - главные сжимающие деформации в полосе, заключенной между диагональными трещинами.

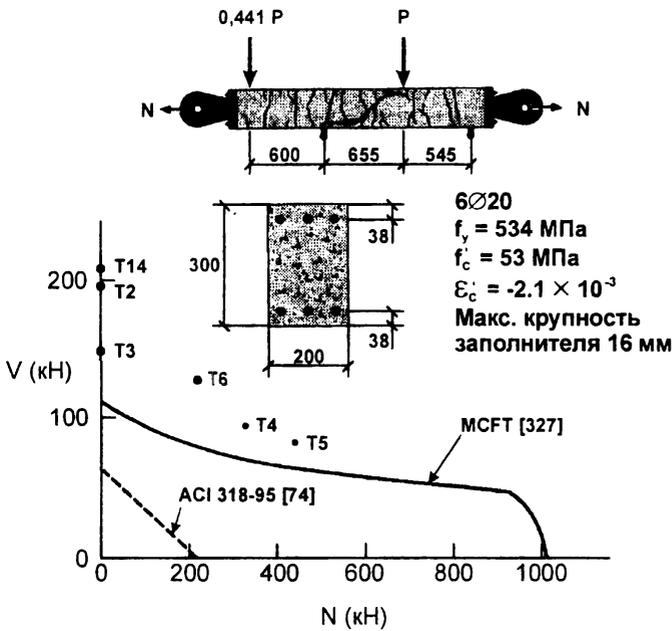


Рис. 2.8.

Сравнение данных расчета согласно [327] с результатами норвежских испытаний [305] по изучению влияния растяжения на прочность при срезе.

В качестве базовой диаграммы деформирования (состояния) бетона в условиях осевого кратковременного сжатия была принята парабола E. Hognestad'a (1952, [164]) для которой параметрические точки f'_c и ε_0 принимали с умножением их значений на коэффициент β . (см. табл. 2.8 п. 1, 2). Сравнение полученной диаграммы с результатами испытаний в 178 экспериментальных точках показало ее достаточно хорошее совпадение (среднее значение $r = 1,01$ при коэффициенте вариации $v_x = 15\%$). В последующем F. Vecchio и M.P.Collins [328] упростили зависимость (2.1) до вида:

$$\beta = \frac{1}{0,80 - 0,34 \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}} = \frac{1}{0,80 + 170 \cdot \varepsilon_1}, \quad (2.2)$$

где ε_0 – относительная деформация, соответствующая пиковой точке диаграммы деформирования бетона в условиях осевого кратковременного сжатия и принятая равной $\varepsilon_0 = -0,002$.

Следует отметить, что зависимость (2.2) используют в качестве базовой диаграммы, описывающей взаимосвязь между главными сжимающими напряжениями и деформациями " $\sigma_2 - \varepsilon_2$ " в модифицированной теории полей сжатия [120, 327–329] для расчета элементов из бетона, характеризующегося прочностью при сжатии $f'_c \leq 50 \text{ Н/мм}^2$.

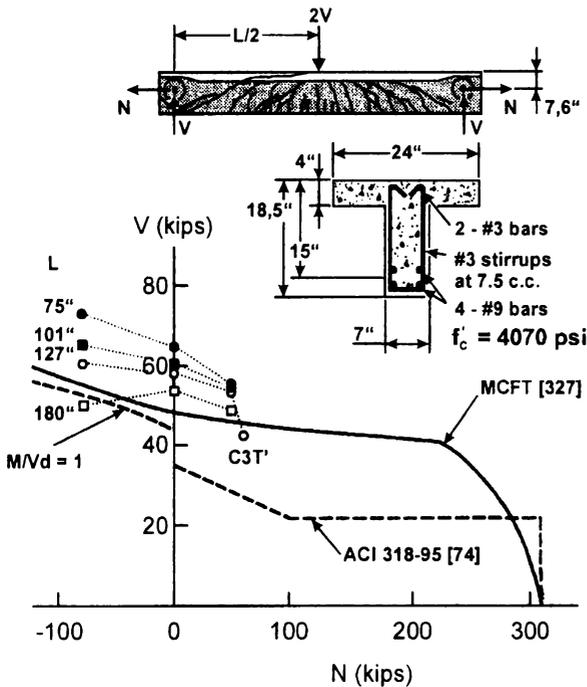


Рис. 2.9.

Результаты исследований
Вашингтонского Универси-
тета влияния продольных
сил на прочность при срезе
элементов таврового сечения
согласно [226, 227].

F. Vecchio, M.P. Collins, J. Aspiotis [332] в соответствии с представленной выше методикой выполнили комплексные испытания армированных панелей из высокопрочного бетона ($f'_c > 50 \text{ Н/мм}^2$). Как и в ранних исследованиях [104, 331] испытанию подвергали панели с размерами в плане 890×890 мм, толщиной 70 мм. Образцы, в отличие от описанных ранее имели ортогональное армирование располагавшееся по направлению осей координатной системы "x – y" (рис. 2.10). Количество продольного армирования по направлению от оси "x", как правило, превосходило количество армирования в поперечном направлении (по оси "y"). Основные конструктивно-технологические параметры опытных образцов представлены в табл. 2.3. При испытаниях панелей варьировали коэффициент поперечного армирования и условия нагружения.

Номинальная прочность при сжатии бетона, использованного для изготовления панелей была принята равной 55 МПа, но фактически изменялась от 43 до 72 МПа. Физико-механические характеристики бетона, определенные при испытаниях стандартных цилиндров в условиях осевого кратковременного нагружения приведены в табл. 2.3. Для армирования опытных образцов использовали горячекатаные стержни периодического профиля. Характерные диаграммы, связывающие напряжения и деформации для примененных в опытах бетона и арматуры, полученные при испытаниях стандартными методами показаны на рис. 2.11, а значения параметрических точек диаграмм приведены в табл. 2.3.

Испытания выполняли на специальной установке, показанной на рис. 2.1 и подробно описанной в [104]. Нагрузку в монотонно прикладывали до разрушения образцов в соответствии с назначенными пропорциями, приведенными в табл. 2.3. Обычно в процессе испытания устанавливали 12–15 этапов нагружения на которых снимали отсчеты по приборам.

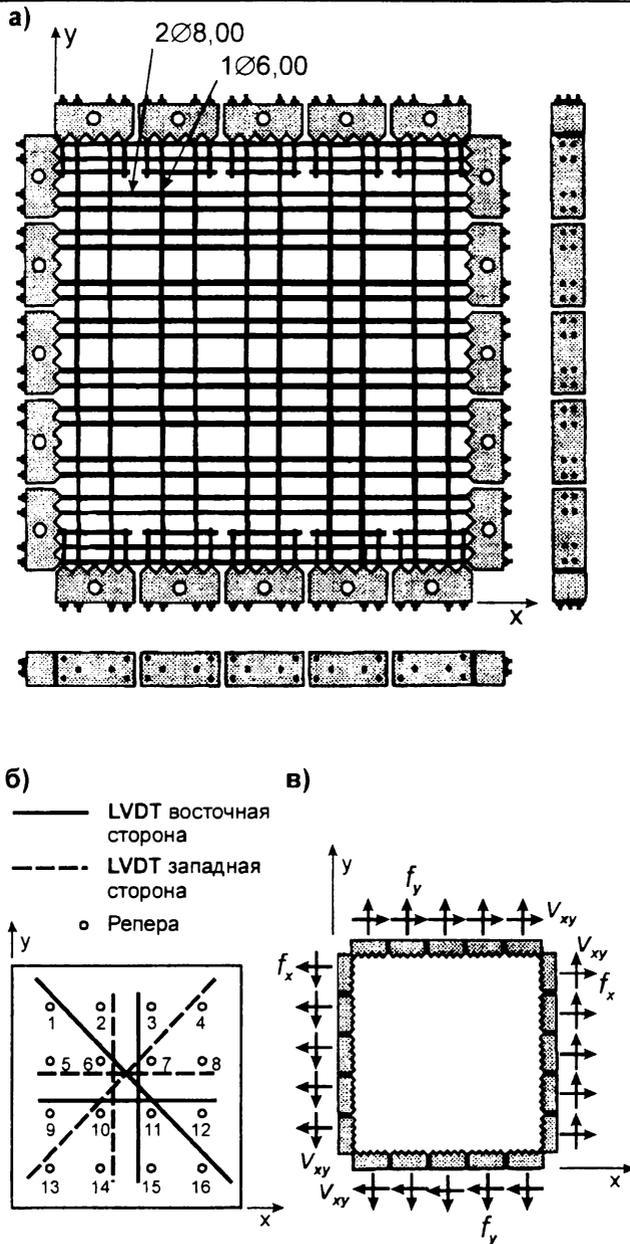


Рис. 2.10.

Конструкция и армирование опытных образцов (а), схема размещения измерительных приборов (б) и схема приложения нагрузок (в) в испытаниях [332].

Таблица 2.3

Основные параметры опытных образцов и программа нагружения в исследованиях [332]

	Бетон			Арматура			Нагруже- ние	
	f_c' , МПа	$\varepsilon_0 \times 10^{-3}$	f_t' , МПа	ρ_x , %	f_{yx} , МПа	ρ_y , %		f_{yy} , МПа
PHS1	72,2	-2,68	3,11	3,23	606	0,00	521	0,00
PHS2	66,1	-2,48	2,39	3,23	606	0,41	521	0,00
PHS3	58,4	-2,44	2,63	3,23	606	0,82	521	0,00
PHS4	68,5	-2,60	2,82	3,23	606	0,82	521	+0,25
PHS5	52,1	-2,58	1,99	3,23	606	0,41	521	+0,25
PHS6	49,7	-2,25	2,06	3,23	606	0,41	521	-0,25
PHS7	53,6	-2,10	2,61	3,23	606	0,82	521	-0,25
PHS8	55,9	-2,17	2,59	3,23	606	1,24	521	0,00
PHS9	56,0	-2,68	2,42	3,23	606	0,41	521	-0,25
PHS10	51,4	-2,45	3,01	3,23	606	1,24	521	+0,25
PA1	49,9	-2,09	3,09	1,65	522	0,82	522	0,00
PA2	43,0	-1,99	2,91	1,65	522	0,82	522	0,00

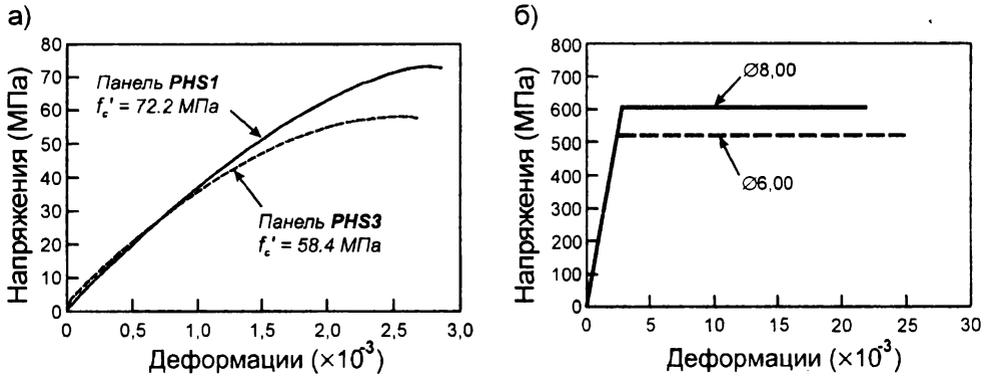


Рис. 2.11.

Характерные диаграммы деформирования материалов: бетона (а) и арматуры (б) установленные стандартными испытаниями в опытах [332].

Как показали выполненные исследования, изменение коэффициента армирования и соотношений (пропорции) нормальных и кас-

тельных напряжений, действовавших на элемент, оказали существенное влияние на прочность, характер трещинообразования и разрушения, а также сдвиговую жесткость опытных образцов.

Обобщенные результаты исследований приведены в табл. 2.4 и показаны в графической интерпретации на рис. 2.12.

При исследованиях панелей в условиях чистого сдвига (*PHS1*, *PHS2*, *PHS3*, *PHS8*, *PA1*, *PA2*) начальные трещины образовывались под углом близким к 45° к направлению поперечной арматуры при величине главных растягивающих напряжений составляющих около $0,3 \cdot \sqrt{f_c'}$. В образцах со значительным количеством арматуры трещины имели меньшую ширину раскрытия и располагались на меньших расстояниях. После достижения текучести поперечной арматурой наблюдали заметное изменение направления (переориентацию) трещин. Угол наклона трещин к продольной арматуре (т.е. к оси "x") становился более острым. При этом вращение (изменение угла наклона) трещины было более заметным для элементов с низким коэффициентом поперечного армирования. Установлено, что элементы с большим коэффициентом поперечного армирования обладали большей сдвиговой жесткостью и предельной прочностью при срезе. В образцах (*PHS4*, *PHS5*, *PHS10*), испытанных при двухосном растяжении и срезе (при монотонном нагружении с отношением $f_n/v = 0,25$), начальные трещины, образовывавшиеся под углом близким к 45° к поперечной арматуре, меняли свою ориентацию после достижения поперечной арматурой предела текучести. Однако по сравнению с испытаниями в условиях чистого сдвига ширина раскрытия трещин была большей, а среднее расстояние между трещинами было меньшим. Разрушение происходило при внезапном раздавливании – срезе бетона после достижения поперечной арматурой предела текучести. Плоскость скольжения в сжатых подкосах при разрушении располагалась параллельно продольной арматуре.

Основные результаты испытаний панелей из высокопрочного бетона согласно [332]

	$f_n / v,$ МПа	$V_{cr},$ МПа	$V_{yy},$ МПа	$V_u,$ МПа	ε_{xy} $\times 10^{-3}$	ε_{yu} $\times 10^{-3}$	γ_{xyu} $\times 10^{-3}$	ε_{1u} $\times 10^{-3}$	ε_{2u} $\times 10^{-3}$	$f_{c2u},$ МПа	Вид разрушения
PHS1	0,00	2,54	—	2,95	0,09	0,11	0,34	0,27	-0,07	-3,31	CSS
PHS2	0,00	1,94	4,84	6,66	2,16	16,28	8,51	10,06	-0,70	-17,85	CST
PHS3	0,00	2,28	6,98	8,19	1,57	5,53	9,13	8,53	-0,73	-16,65	CST
PHS4	+0,25	2,39	5,76	6,91	1,82	11,07	9,42	13,04	-0,43	-14,85	CST
PHS5	+0,25	1,62	3,53	4,81	1,41	13,93	10,74	15,91	-0,71	-10,93	CST
PHS6	-0,25	2,25	7,30	9,89	1,76	9,64	10,78	12,37	-1,41	-21,08	CST
PHS7	-0,25	2,25	9,56	10,26	1,37	3,10	6,93	5,79	-0,77	-19,92	CST
PHS8	0,00	2,15	8,87	10,84	2,39	9,88	13,15	13,70	-1,43	-23,55	CST
PHS9	-0,25	2,22	6,57	9,37	1,73	9,47	11,16	12,39	-1,19	-20,19	CST
PHS10	+0,25	2,13	6,93	8,58	2,08	7,93	11,34	11,02	-1,34	-17,83	CST
PA1	0,00	2,19	6,29	6,34	2,23	4,13	7,12	6,87	-0,51	-11,83	CST
PA2	0,00	1,88	5,97	6,22	2,16	4,68	7,62	7,43	-0,59	-11,79	CST

CSS – бетон разрушился при раздавливании после текучести арматуры;

CST – бетон разрушился при срезе в результате скольжения.

Расчет железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил

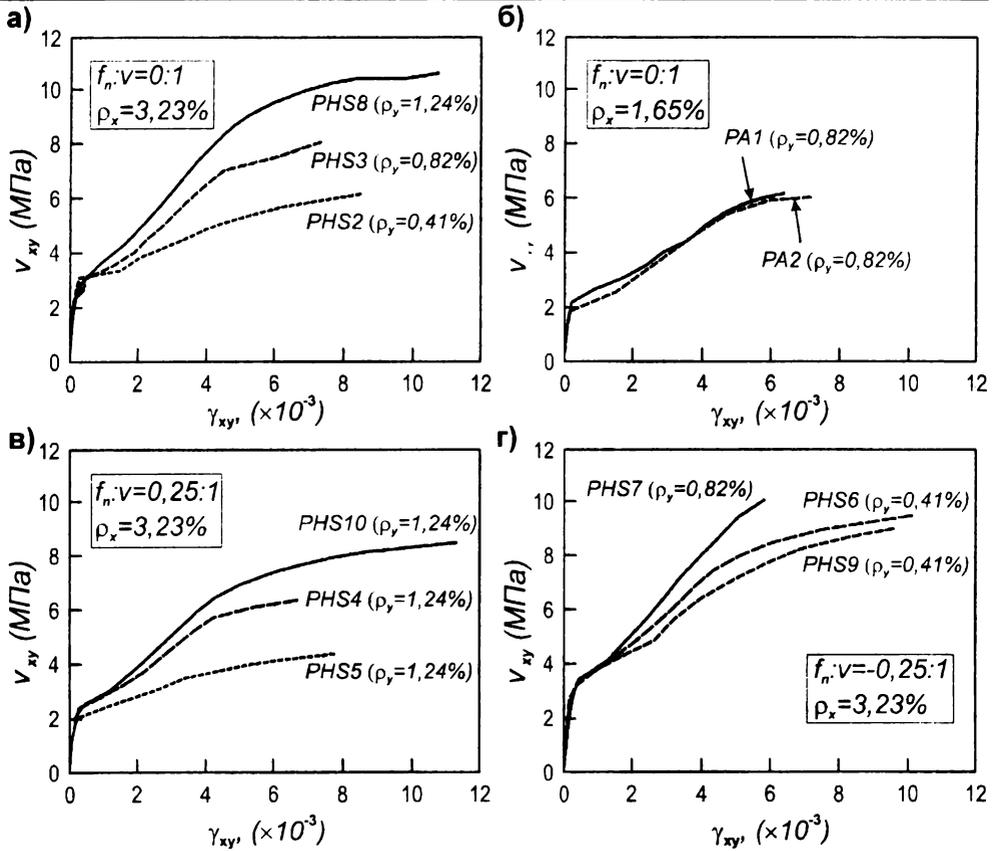


Рис. 2.12.

Опытные диаграммы " $V_{xy}-\gamma_{xy}$ ", полученные в опытах [332].

а, б - чистый сдвиг; в - двухосное растяжение и сдвиг; г - двухосное сжатие и сдвиг.

Наличие двухосного растяжения снизило сдвиговую жесткость панели и привела к уменьшению прочности при сдвиге до 22% (рис. 2.12 в).

При испытаниях образцов в условиях двухосного сжатия и среза (см. рис. 2.12 г) при $f_n/v = -0,25$ наблюдали ощутимое возрастание усилий, приводящих к образованию начальных трещин. Диагональные трещины появлялись незадолго перед разрушением, имели незначи-

тельную ширину раскрытия. Предельное сопротивление сдвигу панели возросло в среднем на 38%. Разрушение всех испытанных панелей характеризовалось взрывообразным разрушением сжатого бетона диагональных подкосов после достижения текучести поперечной арматурой. При этом на стадии, предшествовавшей разрушению, не наблюдали переориентации образующихся ранее диагональных трещин.

На основании выполненных испытаний, эффект снижения прочности при сжатии в элементе с трещинами предложено учитывать путем введения комплексного коэффициента разупрочнения β , определяемого по формуле:

$$\beta = \frac{1}{1 + K_c \cdot K_f}, \quad (2.3)$$

где K_c – коэффициент, учитывающий влияние средних главных растягивающих деформаций ε_1 для элементов с трещинами;

K_f – коэффициент, зависящий от прочности бетона при сжатии f'_c .

В отличие от предложений [331], для описания трансформированной диаграммы " $\sigma_2 - \varepsilon_2$ " использовали базовую зависимость " $\sigma - \varepsilon$ " для бетона в условиях осевого кратковременного сжатия, полученную E. Thørgenfeldt, A. Tomaszewics, J. Jensen [314] и усовершенствованную F. Collins, A. Porasz [121]. При этом предложено рассматривать две основные модели (А и В), показанные на рис. 2.13.

Модель А учитывает снижение как предельных напряжений в пиковой точке диаграммы, так и соответствующих им деформаций. Для этой модели по результатам обработки опытных данных получено:

$$K_c = 0,35 \cdot \left(\frac{-\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - 0,28 \right)^{0,8} \geq 1,0 \text{ для } \varepsilon_1 < \varepsilon_{1L}, \quad (2.4)$$

и

$$K_t = 0,1825 \cdot \sqrt{f'_C} \geq 1,0, \quad (2.5)$$

где ε_{1L} – предельные средние главные деформации растяжения в бетоне при которых начинается текучесть арматуры в элементе с диагональными трещинами;

ε_1 – средние главные растягивающие деформации;

ε_2 – средние главные сжимающие деформации;

Трансформированная диаграмма деформирования " $\sigma_2 - \varepsilon_2$ " при сжатии, связывая главные напряжения и главные деформации (рис. 2.13 а) включает три характерных участка:

1) $-\varepsilon_2 < \beta \cdot \varepsilon_0$ – восходящая ветвь.

$$f_{C2} = f_{C2,base} = -f_p \cdot \frac{n \cdot \left(\frac{-\varepsilon_2}{\varepsilon_p} \right)}{n-1 + \left(\frac{-\varepsilon_2}{\varepsilon_p} \right)^{n \cdot k}}, \quad (2.6)$$

где $n = 0,8 + \frac{f_p}{17}$;

$k = 1,0$ при $-\varepsilon_p < \varepsilon_2 < 0$;

$k = 0,67 + \frac{f_p}{62}$ при $\varepsilon_2 < -\varepsilon_p$;

$f_p = \beta \cdot f'_C$;

$\varepsilon_p = \beta \cdot \varepsilon_0$.

2) $\beta \cdot \varepsilon_0 < -\varepsilon_2 \leq \varepsilon_0$ – пиковая точка $f_{C2} = f_p = \beta \cdot f'_C$. (2.7)

3) $-\varepsilon_2 > \varepsilon_0$ – нисходящая ветвь.

$$f_{C2} = \beta \cdot f_{C2,base}, \quad (2.8)$$

где $f_{C2,base}$ рассчитывают по формуле (2.6) при $f_p = f'_C$ и $\varepsilon_p = \varepsilon_0$.

Следует отметить, что $K_f \geq 1,0$ для $f'_c \geq 30$ МПа,
и $K_c \geq 1,0$ для $-\varepsilon_1/\varepsilon_2 \geq 4,0$.

Модель В (рис. 2.13 б) предполагает снижение только пиковых напряжений в пиковой точке базовой диаграммы. Коэффициенты, учитывающие влияние средних главных растягивающих деформаций K_c и прочности бетона K_f для этого случая предложено определять по формулам:

$$K_c = 0,27 \cdot \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 0,37 \right), \quad (2.9)$$

$$K_f = 2,55 - 0,2629 \cdot \sqrt{f'_c} \leq 1,11, \quad (2.10)$$

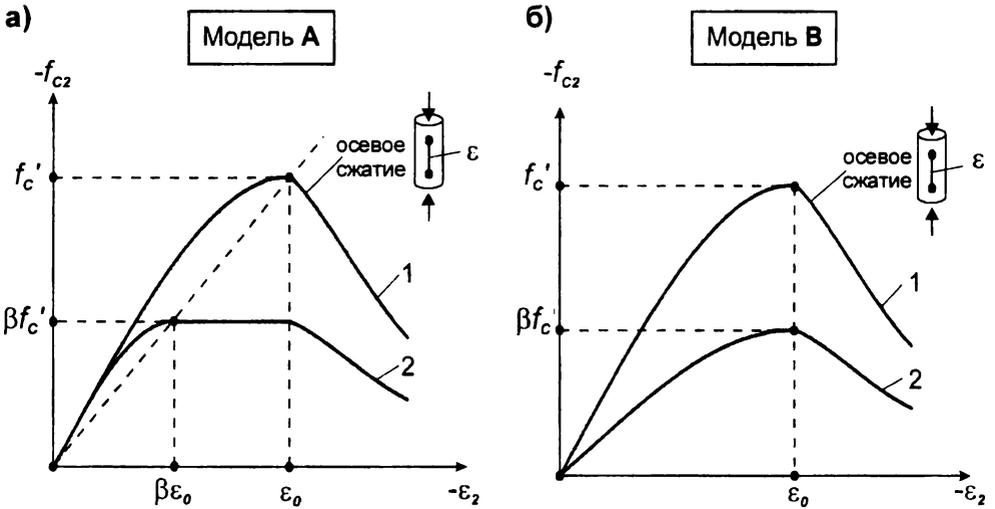


Рис. 2.13.

Трансформированная диаграмма деформирования бетона " $\sigma_2 - \varepsilon_2$ " по данным [].

1 - базовая диаграмма деформирования в условиях осевого сжатия;

2 - трансформированная диаграмма деформирования для бетона с поперечными трещинами ("растяжение - сжатие").

Составление опытных ($f_{C2,base}$) и теоретических ($f_{C2,theor}$) значений напряжений в типовой точке трансформированных диаграмм деформирования " $\sigma_2 - \epsilon_2$ " для моделей А и В показано на рис. 2.14 и представлено в табл. 2.5.

Как видно из выполненного сравнения, коэффициент K_f в среднем не столь существенно влияет на значение предельной прочности при сжатии полосы между трещинами, но увеличивает точность расчетных моделей.

Таблица 2.5

Сравнение опытных и расчетных значений главных сжимающих напряжений [332]

Модель	$f_{C2-experimental} / f_{C2-theoretical}$					
	Для всех панелей			Для PHS и PA серий		
	Среднее значение	Стандартное отклонение	Коэффициент вариации, %	Среднее значение	Стандартное отклонение	Коэффициент вариации, %
Модель А, без K_f	0,97	0,19	19,57	0,90	0,11	12,58
Модель А, с K_f	1,00	0,19	18,85	0,98	0,15	15,69
Модель В, без K_f	1,02	0,22	21,11	1,14	0,15	12,78
Модель В, с K_f	1,00	0,22	22,25	1,01	0,12	11,76

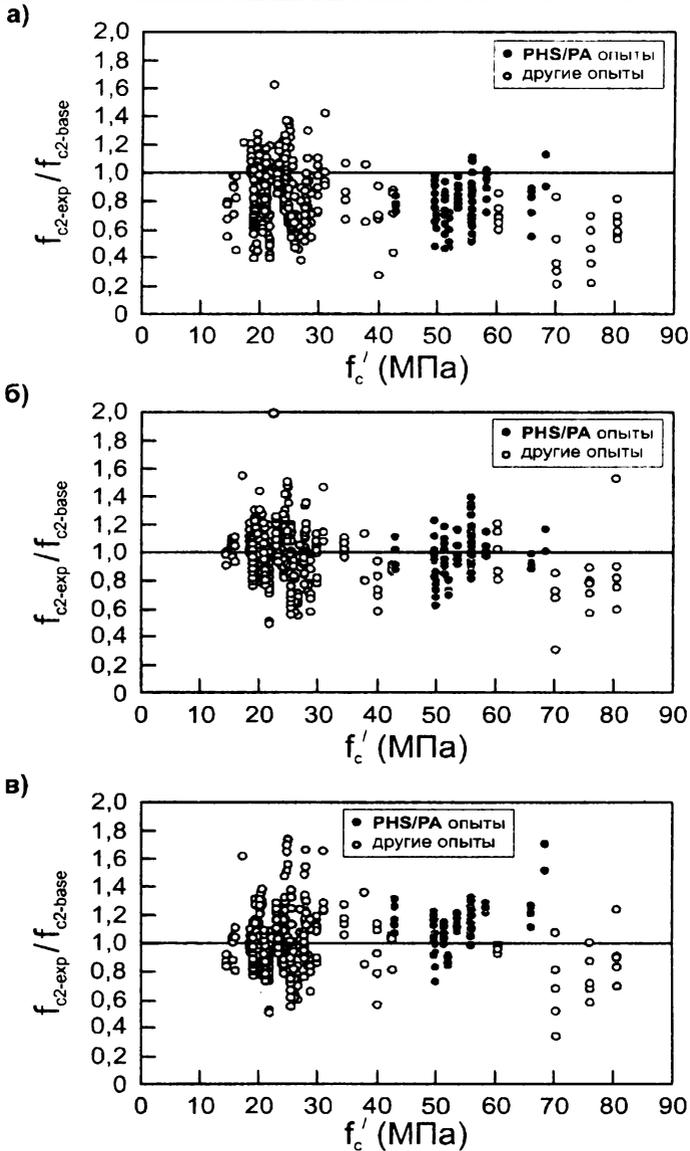


Рис. 2.14.

Сравнение опытных и расчетных значений предельной прочности при сжатии бетона диагональной полосы согласно [332]:

а - при расчете с использованием базовой диаграммы Thørendfeldt и др. [314]; б - то же модели A, F. Vecchio, M.P. Collins; в - то же модели B, F. Vecchio, M.P. Collins.

Железобетонные панели, имевшие размеры в плане 1400×1400 мм и толщину 178 мм выполняли с двойным армированием в ортогональных направлениях. Основное армирование располагали в продольном направлении вдоль оси "l" (рис. 2.15). В поперечном направлении располагали стержни (по оси "t", рис. 2.15) с минимальным коэффициентом армирования $\rho_t = 0,54$ %. Нагружение производили в направлении осей главных напряжений и деформаций (координатные оси "d - r"). Ось "d", соответствующая направлению действия главных сжимающих напряжений до и после образования трещин совпадала с поперечной осью "t", и ось "r" – соответственно была противоположна продольной оси "l" (система координат "d-r" повернута на 90° по отношению к системе "l-t"). Такая простая схема нагружение "растяжение – сжатие" создает условия, при которых появление трещин ожидается перпендикулярно направлению основной продольной арматуры.

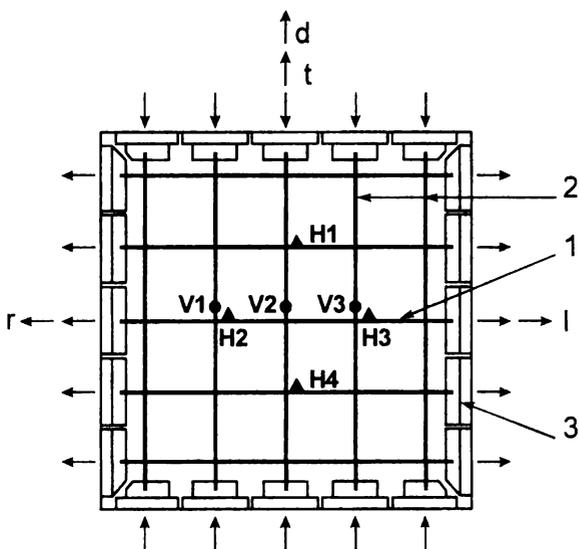


Рис. 2.15.

Схема армирования и размещение приборов в опытных образцах - плитах $1400 \times 1400 \times 178$ мм, использованных в опытах [100].

1 - продольная арматура;
2 - поперечная арматура;
3 - анкерные устройства.

▲ горизонтальные
электротензодатчики
● вертикальные
электротензодатчики

Испытания панелей выполняли на специальной установке, показанной на рис. 2.16. Для армирования опытных образцов применяли стержни периодического профиля на которых до бетонирования устанавливали тензодатчики омического сопротивления. Арматурные стержни в каждом направлении были закреплены на концевых участках к 20 анкерным устройствам, размещенным на торцевых гранях панели, как это показано на рис. 2.15, 2.16.

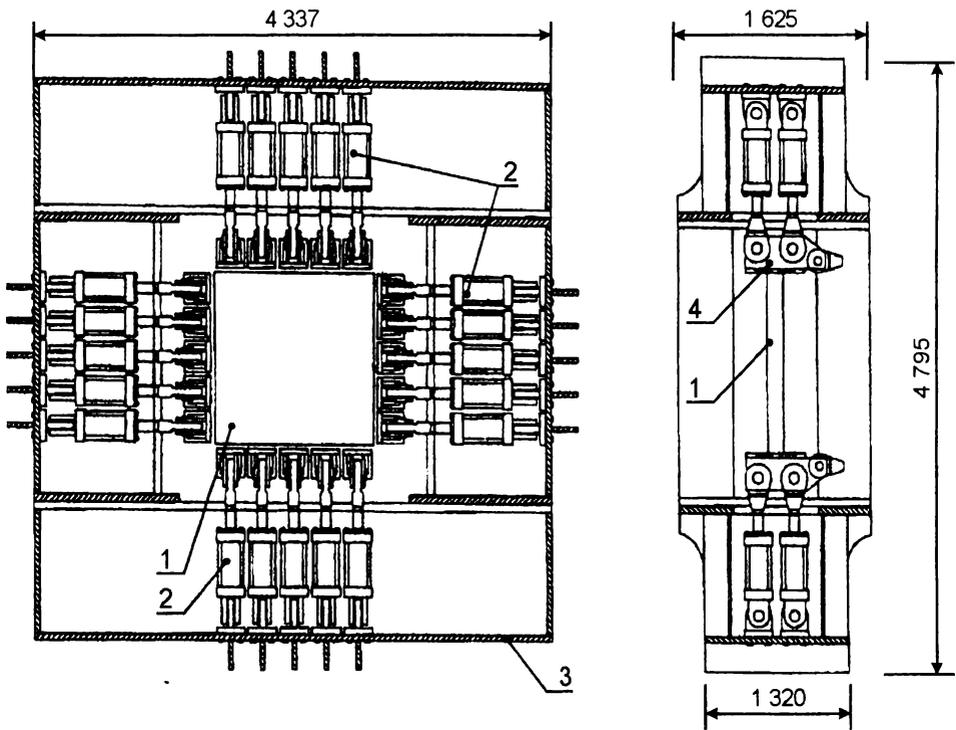


Рис. 2.16.

Общий вид установки, использованной для исследования плоских элементов при растяжении-сжатии в опытах А. Velarbi и Т.Т.С. Hsu [168].

1 - испытываемая армированная панель; 2 - гидравлические домкраты двойного действия (всего 40 шт.); 3 - жесткая рама; 4 - захваты.

Арматура, производства Канады, соответствовала требованиям *ASTM A615* и обеспечивала предельное удлинение при разрыве до 20%, имела модуль упругости $E_s = (19,3...19,7) \cdot 10^4 \text{ Н/мм}^2$ и предел текучести в пределах $f_{yk} = 442...545 \text{ Н/мм}^2$. Плиты были выполнены из бетона со средней цилиндрической прочностью при сжатии $f_{cm}' = 41,4 \text{ Н/мм}^2$ (табл. 2.6). Для приготовления бетонной смеси во всех опытах в качестве крупного заполнителя был использован гранитный щебень с максимальным размером зерна $a = 19 \text{ мм}$. Главные параметры опытных образцов представлены в табл. 2.6. В опытах анализировали влияние на предельное сопротивление сжатой полосы пяти основных параметров:

- 1) главных растягивающих деформаций;
- 2) главных растягивающих напряжений при разрушении σ_r ;
- 3) последовательности нагружения образцов;
- 4) расстояния (шаг) между растянутыми арматурными стержнями s ;
- 5) коэффициента армирования по оси "I" ρ .

Все опытные образцы были разделены на шесть групп.

Образцы I группы испытывали в условиях осевого равномерного сжатия. Образец с обозначением "REF" испытывали с целью выявления влияния формы и размеров опытного образца на предельное сопротивление бетона сжатию достигаемое при испытании железобетонной панели и стандартного цилиндра. Панель "E0" испытывали в условиях осевого сжатия в вертикальном направлении, с незначительным сжатием в продольном направлении для компенсации эффекта Пуассона, то есть для исключения влияния развивающихся продольных деформаций в плитной конструкции.

Образцы II группы первоначально подвергали растяжению по направлению оси "I". После достижения требуемой величины средних растягивающих деформаций ε_i (см. табл. 2.6) постепенно приклады-

вали сжимающие напряжения по "t" в вертикальном направлении, доводя образец до разрушения. Такой порядок приложения нагрузок был определен как раздельное нагружение.

Образцы III группы были запроектированы с целью изучения влияния на предельную прочность количества арматуры (см. табл. 2.6). Порядок нагружения был принят аналогичным, как и для образцов II группы.

На образцах IV группы исследовали влияние расстояния между стержнями арматуры на эффект разупрочнения бетона.

Образцы V группы конструкции соответствовали образцам группы II, однако при их испытаниях была изменена последовательность нагружения. После достижения требуемой величины растягивающих деформаций, растягивающие напряжения полностью снимали при разгрузке, а затем прикладывали сжимающие напряжения до разрушения образца.

Панели, входившие в VI группу, подвергались пропорциональному нагружению. При испытаниях отношения сжимающих и растягивающих напряжений составляло 2, 3, 4; при этом растягивающие деформации к моменту разрушения образца находились в пределах от 0,004 до 0,03 мм/мм. Испытания выполнялись в универсальной испытательной установке, показанной на рис. 2.16. Конструкция установки, порядок ее работы подробно описаны в работах [168]. Для измерения деформаций использовали три вида приборов (см. рис. 2.15):

- 1) тензодатчики омического сопротивления, установленные на арматурных стержнях (рис. 2.15);
- 2) механические датчики на поверхности бетона;
- 3) дифференциальные преобразователи линейных деформаций (LVDT) [168].

Таблица 2.6

Главные параметры опытных образцов-панелей в испытаниях [100]

Испытываемая панель	$\varepsilon_{pi} \times 10^{-3}$	$\varepsilon_{pf} \times 10^{-3}$	$\rho, \%$	s, мм	Нагружение
Группа I					
REF	0,00	0,50	1,20	266,70	U.C.
E0	0,00	0,00	0,30	266,70	B.C.
Группа II					
E1.5-1	1,50	2,00	1,20	266,70	S.L.
E2-1	2,00	4,00	1,20	266,70	S.L.
E2'-1	2,00	4,00	1,20	266,70	S.L.
E2"-1	2,00	4,00	1,20	266,70	S.L.
E4-1	4,00	10,00	1,20	266,70	S.L.
E10-1	10,00	30,00	1,27	266,70	S.L.
Группа III					
E4-5	4,00	10,00	0,54	266,70	S.L.
E4-1	4,00	10,00	1,20	266,70	S.L.
E4-2	4,00	10,00	2,10	266,70	S.L.
Группа IV					
E2-1	2,00	4,00	1,20	266,70	S.L.
E2-1A	2,00	3,00	1,09	133,35	S.L.
E1.5-1B	1,50	4,00	1,20	66,68	S.L.
E4-1	4,00	10,00	1,20	266,70	S.L.
E4-1A	4,00	10,00	1,09	133,35	S.L.
E2-1B	2,00	10,00	1,20	66,68	S.L.
E10-1	10,00	30,00	1,27	266,70	S.L.
E10-1A	10,00	30,00	1,69	133,35	S.L.
E10-1B	10,00	30,00	1,69	66,68	S.L.
Группа V					
R4-1	4,00	4,00	1,27	266,70	S.L./R
R10-1	10,00	10,00	1,27	266,70	S.L./R
R30-1	30,00	30,00	1,27	266,70	S.L./R
Группа VI					
F2	0,00	30,00	1,27	266,70	P.L.
F3	0,00	10,00	1,27	266,70	P.L.
F4	0,00	4,00	1,27	266,70	P.L.

Примечание: ε_{pi} – растягивающие деформации к моменту приложения сжимающего усилия;

ε_{pf} – предельные растягивающие деформации к моменту разгружения;

U.C. – осевое сжатие;

B.C. – двухосное сжатие;

S.L. – раздельное нагружение;

P.L. – пропорциональное нагружение;

S.L./R – раздельное нагружение, при котором сжатие приложено после реализации полной величины растягивающего усилия.

Как показали результаты опытов, первые два вида приборов не позволили получить результатов, удовлетворяющих испытателей. Поэтому основные результаты по измеренным деформациям (табл. 2.7), принятые к дальнейшему анализу были получены при использовании дифференциальных преобразователей линейных деформаций (*LVDT*). Как следует из установленных опытами зависимостей " $\sigma_d/f_c' - \varepsilon_d/\varepsilon_0$ ", показанных на рис. 2.17, эффект разрушения бетона с трещинами выразился не только в снижении величины пиковых напряжений диаграммы (σ_p) по сравнению прочностью стандартных цилиндрических образцов f_c' , но и снижении соответствующих деформаций ε_p , для диаграммы, трансформированной с учетом плоского напряженного состояния. Как следует из данных, приведенных на рис. 2.17 а, прочность бетона при сжатии панелей, испытанных в условиях осевого нагружения "*REF*" оказалась примерно на 20% ниже прочности при сжатии стандартных цилиндрических образцов, в то время как в образцах "*E0*", при испытаниях которых была сделана попытка исключить эффект Пуассона снижение прочности был не столь заметным и составлял около 10%.

Образцы, подвергавшиеся отдельному нагружению (рис. 2.17 б) показали заметное снижение величины напряжений в пиковой точке диаграммы (до 23%), хотя соответствующие деформации практически не уменьшались по сравнению с величиной деформации ε_0 , полученной при испытаниях стандартных цилиндров (см. табл. 2.7 и рис. 2.17 а). В противоположность этому, образцы, загруженные пропорционально возраставшей нагрузкой, имели как значительно меньшие пиковые напряжения σ_p (до 51%), так и соответствующие им деформации ε_p (до 61%).

Опытами установлено, что величина коэффициента разупрочнения бетона зависит от многих факторов среди которых наиболее значимым следует считать величину главных растягивающих деформаций. В начальной стадии нагружения, когда растягивающие деформации невелики, образуется несколько трещин с большим расстоянием между ними (рис. 2.18).

Таблица 2.7

Напряжения сжатия в пиковой точке диаграммы " $\sigma - \varepsilon$ " и соответствующие им деформации, установленные в опытах [100]

Испытываемая панель	f'_c, psi	σ_p, psi	$\varepsilon_0 \times 10^{-3}$	$\varepsilon_p \times 10^{-3}$	$\varepsilon_r \times 10^{-3}$	β_∞	β_{20}
REF	93,77	73,30	2,100	2,174	0,5260	0,782	1,035
E0	78,41	70,55	2,400	2,042	0,0065	0,900	0,851
E1.5-1	93,70	59,58	2,100	—	2,0245	0,636	—
E1.5-1B	81,97	64,29	2,300	—	2,8855	0,784	—
E2-1	100,28	49,20	2,250	—	4,3135	0,491	—
E2'-1	83,22	62,83	2,100	—	4,6355	0,755	—
E2"-1	86,70	57,04	2,350	2,191	4,3698	0,658	0,932
E2-1A	94,29	63,87	2,100	—	3,1605	0,677	—
E2-1B	80,55	46,22	2,200	—	7,3495	0,574	—
E4-1	85,26	43,68	2,050	—	9,0160	0,512	—
E4-5	82,42	82,01	2,400	—	8,6500	0,468	—
E4-2	77,86	39,81	2,350	—	9,6970	0,511	—
E4-1A	78,41	43,09	2,300	—	8,9500	0,550	—
E10-1	85,54	21,65	2,100	1,768	27,6444	0,253	0,842
E10-1A	77,54	27,13	2,150	—	25,9300	0,350	—
E10-1B	83,22	26,30	2,400	—	37,0750	0,316	—
R4-1	88,26	69,93	2,150	2,303	4,7855	0,792	1,071
R10-1	82,07	43,84	2,300	—	9,6050	0,534	—
R30-1	85,58	27,06	2,200	4,390	29,3300	0,316	1,995
F2	84,32	24,91	2,200	0,597	27,9800	0,295	0,271
F3	89,58	39,41	2,000	0,738	14,3349	0,440	0,369
F4	88,06	43,83	2,200	0,860	7,2570	0,498	0,391

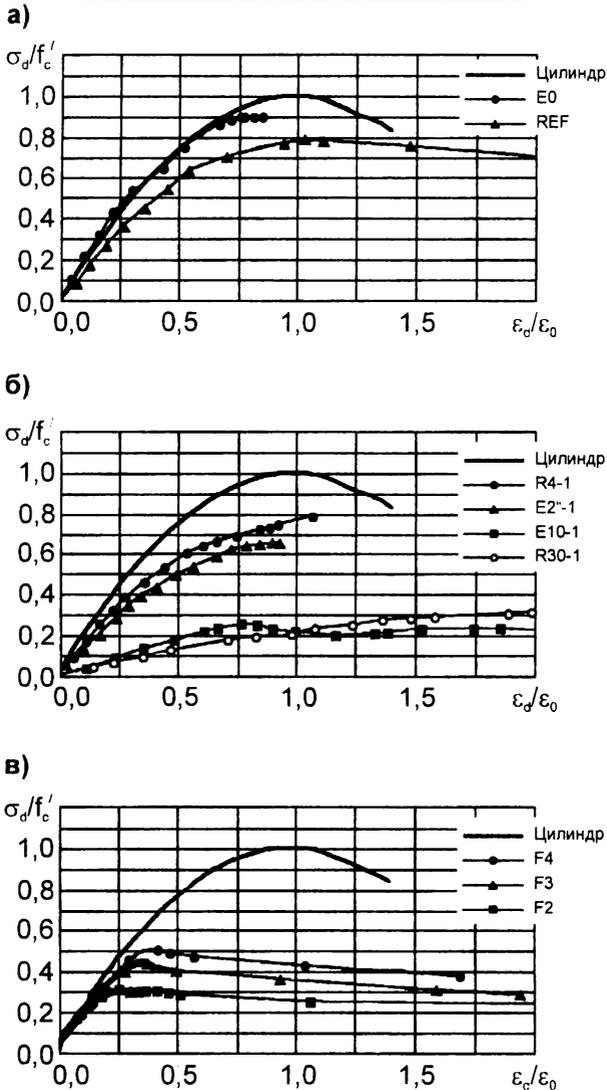


Рис. 2.17.

Характерные диаграммы деформирования бетона при сжатии в условиях растяжения для железобетонных элементов с трещинами согласно [100].

а - панели-аналоги в условиях осевого сжатия;

б - панели в условиях "растяжение-сжатие" при раздельном приложении нагрузки;

в - панели в условиях "растяжение-сжатие" при пропорциональном приложении нагрузки.

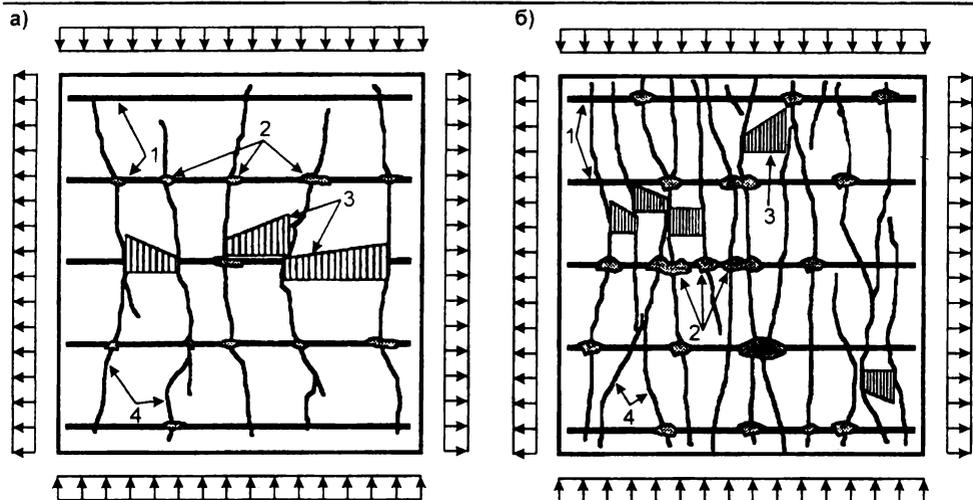


Рис. 2.18.

Иллюстрация к неравномерному распределению сжимающих напряжений в полосах между трещинами при различных уровнях растягивающих деформаций в опытах [100].

а – низкий уровень растягивающих деформаций; **б** – высокий уровень растягивающих деформаций;

1 - арматурный стержень; 2 - локальное нарушение сцепления; 3 - распределение сжимающих напряжений; 4 - трещина.

Большие растягивающие деформации при высоких уровнях нагружения приводят к увеличению количества трещин и снижению расстояний между ними (рис. 2.18 б). Традиционно принято, что бетон разделяется прямыми трещинами на полосы, находящиеся в условиях осевого сжатия при равномерном распределении напряжений. Выполненными опытами установлено, что представленное утверждение не соответствует реальности. Картины трещинообразования, полученные в опытах с панелями (рис. 2.18) показывают, что даже в условиях идеально равномерного распределения напряжений трещины, образующиеся в реальной конструкции, никогда не являются прямыми. Их изменяющаяся ветвящаяся траектория, обусловленная неоднородной

структурой бетона, приводит к появлению эксцентриситетов результирующей усилия обжатия в каждой бетонной полосе. Внецентренное приложение равнодействующих усилий вызывает неравномерное распределение напряжений по ширине бетонных полос между трещинами (рис. 2.18 а, б). Логично предположить, что бетон в районе трещин оказывается более нагруженным, чем в середине бетонной полосы. Это различие приводит к раннему разрушению бетона в ослабленной зоне с перераспределением напряжений в более прочные области. Кроме того, следует заметить, что в районе трещины снижается сцепление арматуры с бетоном, в результате чего наблюдается ее проскальзывание. Все эти эффекты приводят к снижению общей прочности панели. На рис. 2.18а показаны результаты наблюдений, выполненных на начальных уровнях нагружения, когда растягивающие деформации невелики, а на рис. 2.18б тот же образец при значительных растягивающих деформациях.

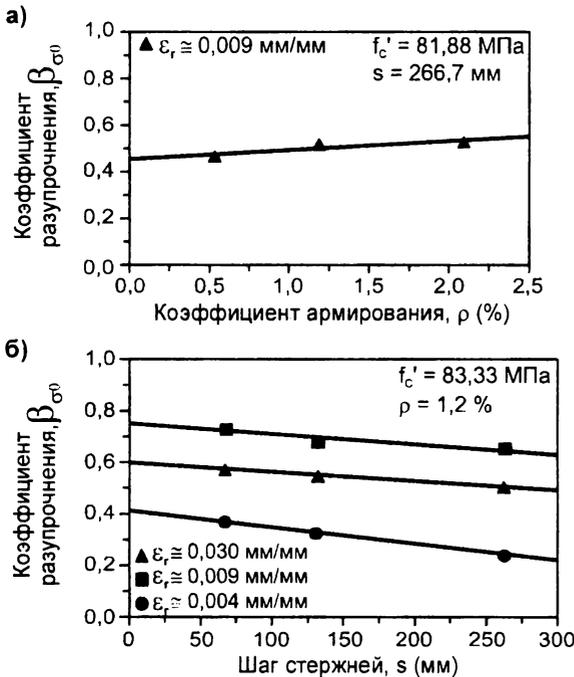


Рис. 2.19.

Влияние на коэффициент разупрочнения сжатого бетона β_{σ} коэффициента продольного армирования (а) и расстояния между продольными стержнями (б) согласно [100].

Как следует из данных, приведенных на рис. 2.19 а, коэффициент разупрочнения бетона линейно зависит от коэффициента продольного армирования. Однако, этот эффект незначителен по сравнению с эффектом от действия главных растягивающих деформаций ε_r . Аналогичный вывод можно сделать по результатам опытов, связанных с оценкой влияния расстояний между стержнями арматуры (рис. 2.19б). В связи с этим, было принято решение о том, что влияние коэффициента армирования и расстояния между арматурными стержнями не следует учитывать при построении зависимости коэффициента разупрочнения β_{∞} , используемого для расчета предельных напряжений. Для его оценки предложена зависимость вида:

$$\beta_{\infty} = \frac{0,9}{\sqrt{1 + k_{\sigma} \cdot \varepsilon_r}}, \quad (2.11)$$

где ε_r – главные растягивающиеся деформации;

k_{σ} – коэффициент, принимаемый равным 250 при раздельном нагружении и 400 при пропорциональном нагружении.

Коэффициент разупрочнения для деформации β_{∞} предложено, определять из зависимости (рис. 2.20), аналитическое описание которой имеет вид:

$$\beta_{\infty} = \frac{1}{\sqrt{1 + k_{\varepsilon} \cdot \varepsilon_r}}, \quad (2.12)$$

k_{ε} – коэффициент, принимаемый равным 0 при раздельном нагружении и $k_{\varepsilon}=500$ при пропорциональном нагружении.

Принимая во внимание, что коэффициенты разупрочнения деформаций β_{∞} и напряжений β_{∞} при пропорциональном нагружении для традиционных бетонов, имеющих прочность при сжатии $f_c' \leq 60$ Н/мм², имеют достаточно близкие значения, предложено определять значение одного базового коэффициента $\beta = \beta_{\infty} = \beta_{\infty}$ по формуле:

$$\beta = \frac{0,9}{\sqrt{1 + 400 \cdot \varepsilon_r}}, \quad (2.13)$$

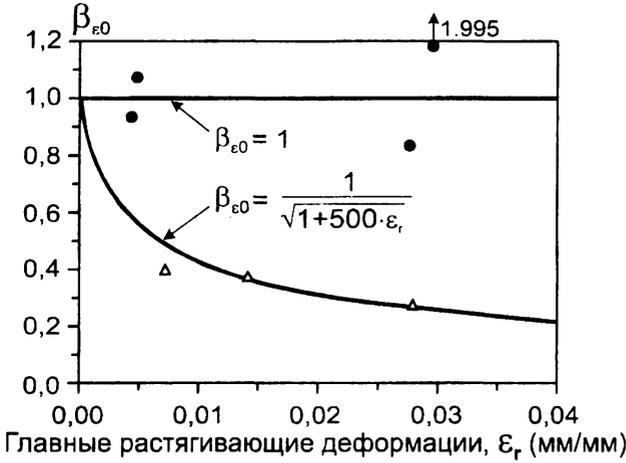


Рис. 2.20.

Зависимость коэффициента β_{ε_0} от величины главных растягивающих деформаций ε_r согласно [100].

Для описания диаграммы деформирования бетона при сжатии в условиях растяжения предложено следующее аналитическое описание имеющее в основе параболу Hognestada [164]:

при $\frac{\varepsilon_{d(2)}}{\beta\varepsilon_0} \leq 1$ – восходящая ветвь диаграммы;

$$\sigma_{d(2)} = \beta \cdot f'_c \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{\varepsilon_{d(2)}}{\beta\varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_{d(2)}}{\beta\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (2.14)$$

при $\frac{\varepsilon_{d(2)}}{\beta\varepsilon_0} > 1$ – нисходящая ветвь диаграммы;

$$\sigma_{d(2)} = \beta \cdot f'_c \cdot \left[1 - \left(\frac{\frac{\varepsilon_{d(2)}}{\beta\varepsilon_0} - 1}{2/\beta - 1} \right)^2 \right] \quad (2.15)$$

Графическая интерпретация трансформированной диаграммы деформирования " $\sigma_{d(2)} - \varepsilon_{d(2)}$ " бетона при сжатии в условиях растяжения показана на рис. 2.21.

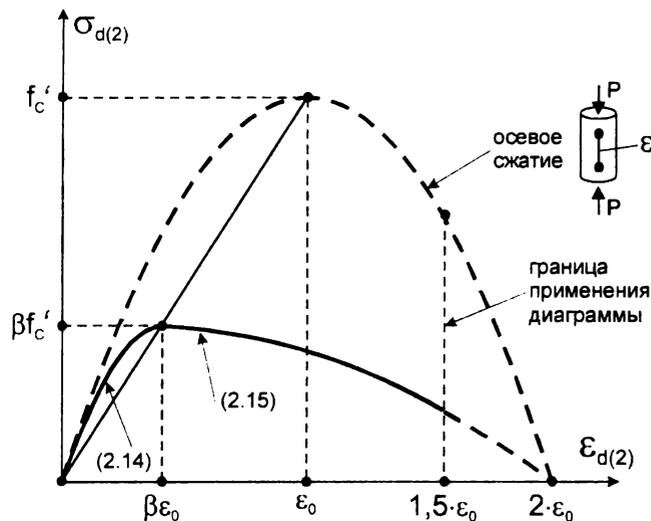


Рис. 2.21.
Трансформированная диаграмма " $\sigma_d - \varepsilon_d$ " при сжатии бетона железобетонного элемента с трещинами.

Оценка коэффициента разупрочнения бетона по результатам других исследований

Ж. Kollegger и G. Mehlhorn [194–196] основываясь на результатах испытаний 55 ортогонально армированных панелей в условиях нагружения "растяжение–сжатие" (нагрузку прикладывали либо параллельно арматурным стержням, либо под углом 45° к их направлениям), сделали вывод о том, что эффективная прочность при сжатии не может быть ниже, чем $0,8 \cdot f'_c$ (т.е. $\beta \geq 0,8$) и коэффициент разупрочнения зависит не от главных растягивающих деформаций ε_1 , а главных рас-

тягивающих напряжений f_{C1} . Значение коэффициента β предложено принимать дифференцировано, в зависимости от отношения f_{C1} / f_{ct} (где f_{ct} – прочность бетона при растяжении):

$$\begin{aligned} \text{при } 0,00 \leq f_{C1} / f_{ct} \leq 0,25 & \quad \beta = 1,0 & \quad (2.16) \\ 0,25 < f_{C1} / f_{ct} < 0,75 & \quad \beta = 1,1 - 0,4 \cdot (f_{C1} / f_i) \\ 0,75 \leq f_{C1} / f_{ct} \leq 1,00 & \quad \beta = 0,8 \end{aligned}$$

Аналогичное мнение высказывает и **К.Н. Reineck** [283, 284], предлагая, однако, принимать постоянное значение $\beta = 0,8$.

T. Miyahara и др. [243] по результатам собственных испытаний предложили следующую модель для оценки коэффициента разупрочнения бетона, базирующуюся на его зависимости от главных растягивающих деформаций:

$$\begin{aligned} \text{при } \varepsilon_1 \leq 0,0012 & \quad \beta = 1,0 & \quad (2.17) \\ 0,0012 < \varepsilon_1 < 0,0044 & \quad \beta = 1,15 - 125 \cdot \varepsilon_1 \\ 0,0044 \leq \varepsilon_1 & \quad \beta = 0,6 \end{aligned}$$

Как видно, предложенные зависимости для определения коэффициента β приводят к более существенному снижению значений параметрических точек трансформированной диаграммы деформирования, по сравнению с предложениями **M.P. Collins** и **F. Vecchio** [123].

S. Shirai и **H. Noguchi** [304], а также **K. Mikame** и др. [238] предлагают следующую зависимость для определения коэффициента разупрочнения бетона:

$$\beta = \frac{1}{0,27 + 0,96 \cdot (\varepsilon_1 / \varepsilon_0)^{0,167}} \quad (2.18)$$

При этом они подчеркивают, что степень разупрочнения для высокопрочных бетонов выше, чем для бетонов нормальной прочности.

T. Tanabe и **Z. Wu** в работе [309] приводят результаты экспериментальных исследований железобетонных панелей в условиях "растяжение – сжатие", выполненные в Японии, а **H. Okamura** и **K. Maekawa** [261] на базе этих экспериментальных данных предлагают следующие зависимости для определения коэффициента разупрочнения бетона сжатой полосы:

$$\text{при } \varepsilon_1 < \varepsilon_a \quad \beta = 1,0 \quad (2.19)$$

$$\text{при } \varepsilon_a \leq \varepsilon_1 \leq \varepsilon_b \quad \beta = 1,0 - 0,4 \cdot \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_a}{\varepsilon_b - \varepsilon_a}$$

$$\text{при } \varepsilon_b < \varepsilon_1 \quad \beta = 0,6$$

$$\varepsilon_a = 0,0012; \varepsilon_b = 0,0044.$$

Несложно заметить, что уравнения (2.19) по своей сути идентичны уравнениям (2.16).

S. Shirai [304] по результатам испытаний железобетонных панелей малых размеров предложил следующую зависимость:

$$\beta = \beta_1 \cdot \beta_2 \quad (2.20)$$

$$\text{где } \beta_1 = -(0,31/\pi) \cdot \tan^{-1}(4820 \cdot \varepsilon_1 - 11,82) + 0,84$$

$$\beta_2 = -5,9 - \sigma_1/f_c' + 1,0$$

Следует отметить, что многие исследователи предлагают принимать значение β постоянным.

H. Kupfer, R. Mang и M. Karavesyroulou [203] используют коэффициент разупрочнения $\beta = 0,85$ совместно с коэффициентом, учитывающим длительное действие нагрузки (0,8):

$$f_{C2,max} = 0,8 \cdot 0,85 \cdot f_c' \approx \frac{2}{3} \cdot f_c' \quad (2.21)$$

H. Bulicek и H. Kupfer [204] используют следующую систему коэффициентов для определения напряжений в пиковой точке трансформированной диаграммы бетона f_{C2} :

$$f_{C2,max} = f_c' \cdot 0,85 \cdot 0,75 \cdot \left(1 - \frac{f_c'}{250}\right) \quad (2.22)$$

где 0,85 – коэффициент, учитывающий длительное действие нагрузки;

0,75 – коэффициент, учитывающий перпендикулярные траектории трещин;

$1 - \frac{f_c'}{250}$ – коэффициент, учитывающий разницу между цилиндрической и призмочной прочностью.

В своих публикациях **D.M. Prisco и P.G. Gambarova** [274, 275] при расчете на срез железобетонных балок рекомендуют снижать прочность бетона при сжатии двумя способами:

$$f_{C2,max} = 0,75 \cdot f_c'$$

или

$$f_{C2,max} = \frac{0,90 \cdot f_c'}{\sqrt{1 + 600 \cdot \varepsilon_1}} \geq \frac{f_c'}{2} \quad (2.23)$$

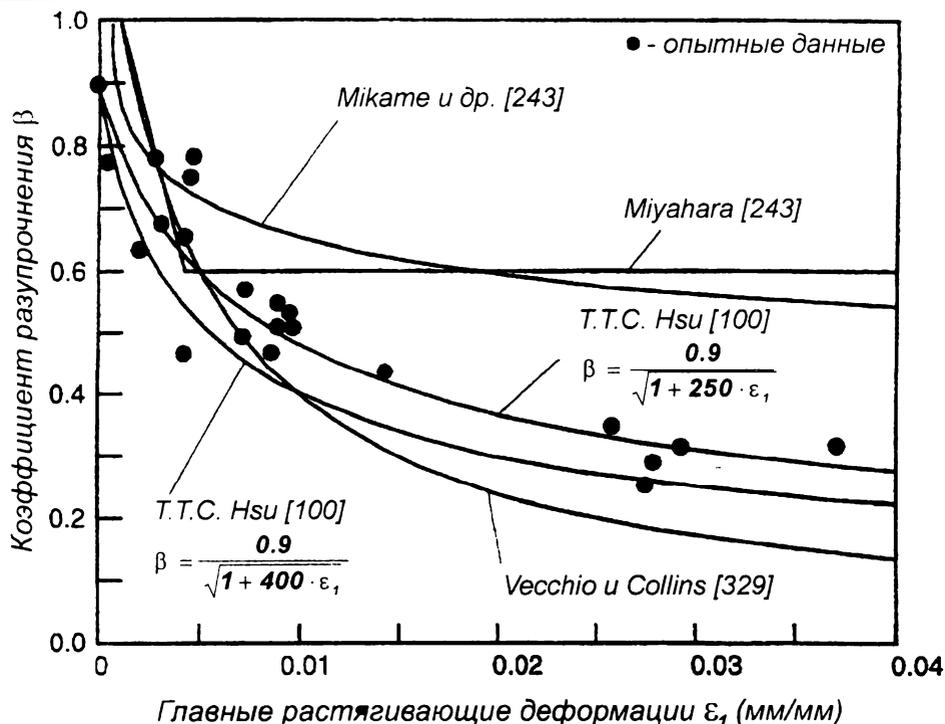


Рис. 2.22.

Зависимости коэффициента разупрочнения бетона от главных растягивающих деформаций по предложениям различных исследователей (по табл. 2.8.) согласно [100].

Обобщение зависимостей, используемых при аналитическом описании трансформированных диаграмм деформирования бетона " $\sigma_2 - \epsilon_2$ " при сжатии для элементов с трещинами представлены в табл. 2.8, их сравнение показано на рис. 2.22.

Значения коэффициентов β приведенные на рис. 2.22 определены по различным формулам из табл. 2.8 при $\epsilon_1 / \epsilon_2 = -5$ (типичное соотношение для балочных элементов в условиях среза) и $f_c' = 35$ МПа.

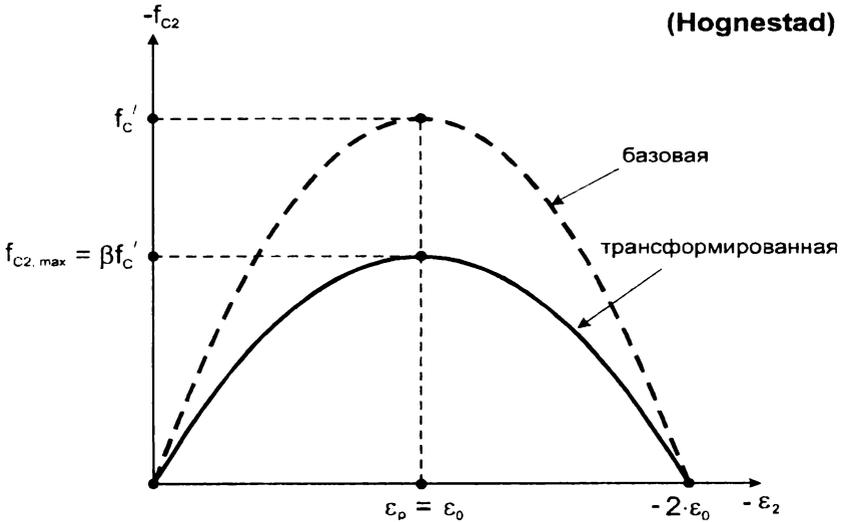
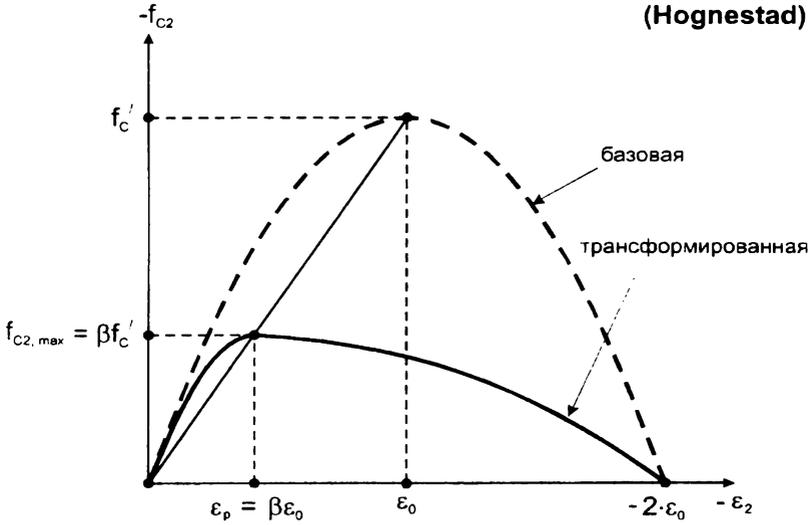
Аналитические зависимости, используемые для описания
 "f₂ - ε₂" и ИХ

№ пп	Автор, год, источник	Параметрические точки диаграммы и ее аналитическое описание
1	2	3
1	F. Vecchio, M.P. Collins 1982, [319]	$f_{C2, \max} = \beta \cdot f_{C'}$ $\varepsilon_p = \beta \cdot \varepsilon_0$ $\beta = \frac{1}{0,85 - 0,27 \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}$ $\frac{f_{C2}}{f_{C2, \max}} = 2 \cdot \left(\frac{\varepsilon_2}{\beta \cdot \varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_2}{\beta \cdot \varepsilon_0} \right)^2$
2	F. Vecchio, M.P. Collins 1986, [320]	$f_{C2, \max} = \beta \cdot f_{C'}$ $\varepsilon_p = \varepsilon_0$ $\beta = \frac{1}{0,80 - 0,34 \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}}$ <p>при $\varepsilon_0 = 0,002$</p> $\beta = \frac{1}{0,80 + 170 \cdot \varepsilon_1}$ $\frac{f_{C2}}{f_{C2, \max}} = 2 \cdot \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} \right)^2$

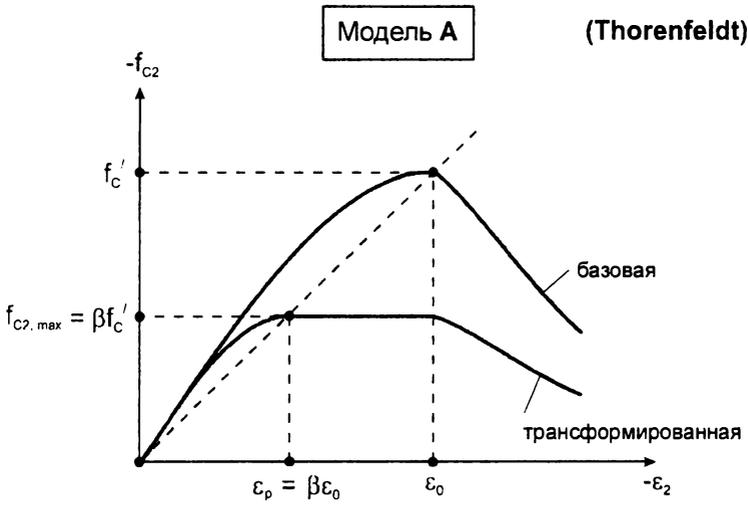
трансформированных диаграмм деформирования бетона
параметрических точек

Вид диаграммы

4



1	2	3
3	F. Vecchio, M.P. Collins 1993, [328]	<p>1) $-\varepsilon_2 < \beta \cdot \varepsilon_0$ – <u>ВОСХОДЯЩАЯ ВЕТВЬ</u></p> $f_{C2} = f_{C2,base} = -f_p \cdot \frac{n \cdot \left(-\varepsilon_2 / \varepsilon_p \right)}{n - 1 + \left(-\varepsilon_2 / \varepsilon_p \right)^{n-k}}$ <p>где $n = 0,8 + f_p / 17$;</p> <p>$k = 1,0$ при $-\varepsilon_p < \varepsilon_2 < 0$;</p> <p>$k = 0,67 + f_p / 62$ при $\varepsilon_2 < -\varepsilon_p$;</p> <p>$f_p = \beta \cdot f_C'$; $\varepsilon_p = \beta \cdot \varepsilon_0$.</p> $\beta = \frac{1}{1 + k_c \cdot k_f}$ $k_c = 0,35 \cdot \left(-\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - 0,28 \right)^{0,8} \geq 1,0$ $k_f = 0,1825 \cdot \sqrt{f_C'} \geq 1,0$ <p>2) $\beta \cdot \varepsilon_0 \leq -\varepsilon_2 \leq \varepsilon_0$ – <u>ТИПОВАЯ ТОЧКА</u></p> $f_{C2} = f_p = \beta \cdot f_C'$ <p>3) $-\varepsilon_2 > \varepsilon_0$ – <u>НИСХОДЯЩАЯ ВЕТВЬ</u></p> $f_{C2} = \beta \cdot f_{C2,base}$ <p>при $f_p = f_C'$; $\varepsilon_p = \varepsilon_0$.</p>

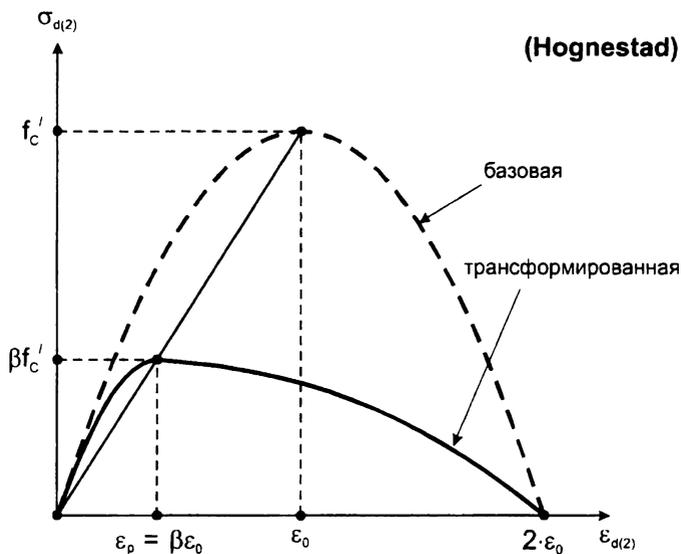
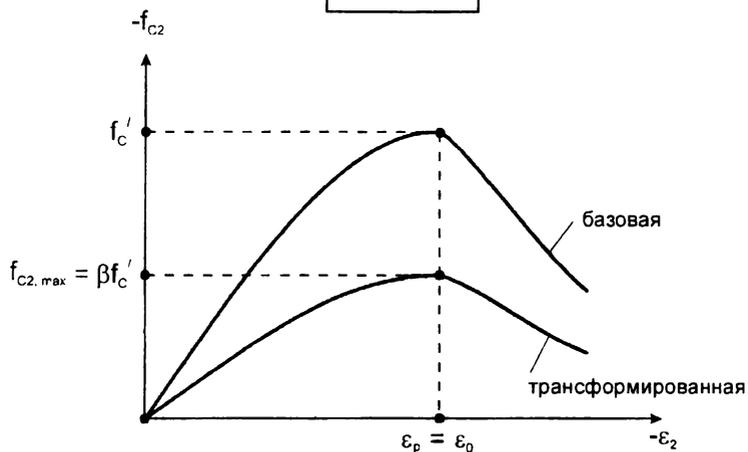


1	2	3
		$f_{C2, \max} = \beta \cdot f_C'$ $\varepsilon_p = \varepsilon_0$ $\beta = \frac{1}{1 + k_c \cdot k_f}$ $k_c = 0,27 \cdot \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} - 0,37 \right)$ $k_f = 2,25 - 0,2629 \cdot \sqrt{f_C'} \leq 1,11$
4	<p>A. Belarbi, T.T.C. Hsu 1995, [100]</p>	<p>1) <u>ВОСХОДЯЩАЯ ВЕТЬЬ</u></p> $\frac{\varepsilon_{d(2)}}{\beta \varepsilon_0} \leq 1$ $\sigma_{d(2)} = \beta \cdot f_C' \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{\varepsilon_{d(2)}}{\beta \varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_{d(2)}}{\beta \varepsilon_0} \right)^2 \right]$ <p>2) <u>НИСХОДЯЩАЯ ВЕТЬЬ</u></p> $\frac{\varepsilon_{d(2)}}{\beta \varepsilon_0} > 1$ $\sigma_{d(2)} = \beta \cdot f_C' \cdot \left[1 - \left(\frac{\frac{\varepsilon_{d(2)}}{\beta \varepsilon_0} - 1}{\frac{2}{\beta} - 1} \right)^2 \right]$ <p>при $\beta = \frac{0,9}{\sqrt{1 + 400 \cdot \varepsilon_{r(1)}}$</p>

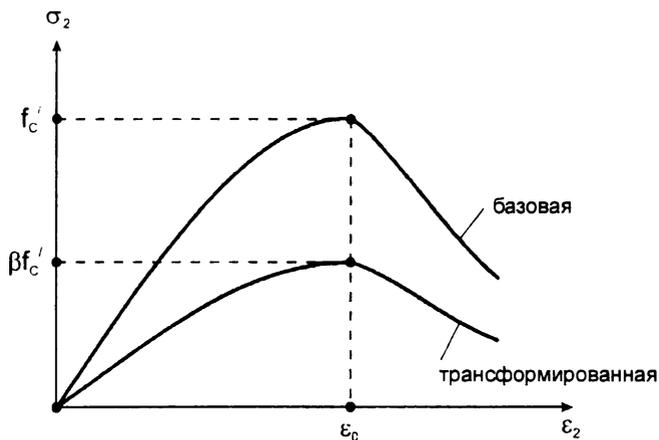
4

Модель В

(Thorenfeldt)



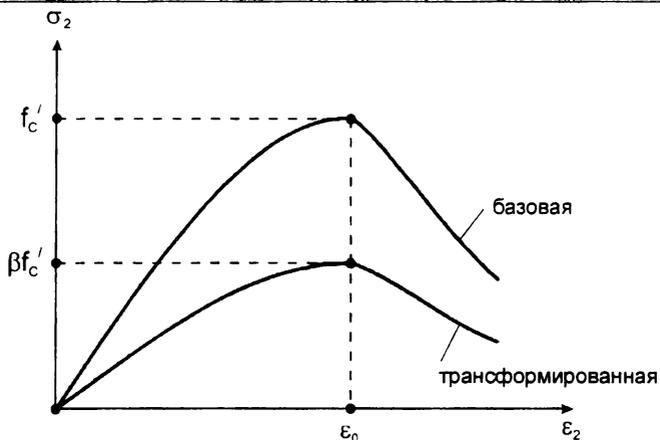
1	2	3
5	J.Kollegger, G.Mehlhorn 1987, 1990, [194–196]	$0,00 \leq f_{C1} / f_t \leq 0,25 \quad \beta = 1,0$ $0,25 < f_{C1} / f_t < 0,75 \quad \beta = 1,1 - 0,4 \cdot (f_{C1} / f_t)$ $0,75 \leq f_{C1} / f_t \leq 1,00 \quad \beta = 0,8$
6	T.Miyahara и др. 1988, [243]	при $\varepsilon_1 \leq 0,0012 \quad \beta = 1,0$ $0,0012 < \varepsilon_1 < 0,0044 \quad \beta = 1,15 - 125 \cdot \varepsilon_1$ $0,0044 \leq \varepsilon_1 \quad \beta = 0,6$
7	S. Shirai, H. Noguchi, 1989, [304] K. Mikame и др., 1991, [238]	$\beta = \frac{1}{0,27 + 0,96 \cdot (\varepsilon_1 / \varepsilon_0)^{0,167}}$
8	Ueda и др., 1991, [317] для HSC	$\beta = \frac{1}{0,8 + 0,6 \cdot (1000 \cdot \varepsilon_1 + 0,2)^{0,39}}$
9	T. Tanabe, Z. Wu 1991, [309] Okamura, Maekawa 1987, [261]	при $\varepsilon_1 < \varepsilon_a \quad \beta = 1,0$ при $\varepsilon_a \leq \varepsilon_1 \leq \varepsilon_b \quad \beta = 1,0 - 0,4 \cdot \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_a}{\varepsilon_b - \varepsilon_a}$ при $\varepsilon_b < \varepsilon_1 \quad \beta = 0,6$ $\varepsilon_a = 0,0012; \varepsilon_b = 0,0044.$
10	S. Shirai 1989, [304]	$\beta = \beta_1 \cdot \beta_2$ $\beta_1 = -(0,31/\pi) \cdot \tan^{-1}(4820 \cdot \varepsilon_1 - 11,82) + 0,84$ $\beta_2 = -5,9 - \sigma_1 / f_C' + 1,0$
11	H.Kupfer, R.Mang и др., 1983, [203]	$f_{C2,max} = 0,8 \cdot 0,85 \cdot f_C' \approx \frac{2}{3} \cdot f_C'$



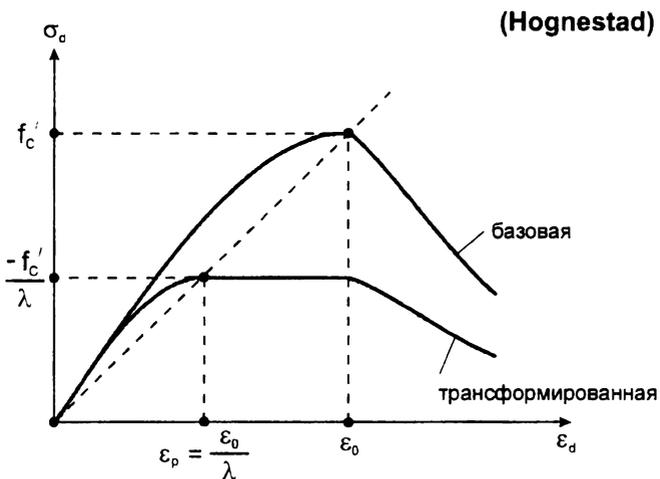
(конкретное аналитическое описание базовой диаграммы не представлено)

1	2	3
12	H. Kupfer, H. Bulicek 1991, [204]	$f_{C2,max} = f_C' \cdot 0,85 \cdot 0,75 \cdot \left(1 - \frac{f_C'}{250}\right)$
13	K.H. Reineck 1982, 1991, [283, 284]	$f_{CU} = 0,80 \cdot f_C'$
14	D.M. Prisco, P.G. Gambarova 1995, [274, 275]	$f_{C2,max} = 0,75 \cdot f_C'$, или $f_{C2,max} = \frac{0,90 \cdot f_C'}{\sqrt{1 + 600 \cdot \varepsilon_1}} \geq \frac{f_C'}{2}$
15	T.T.C. Hsu, S.T. Mau, Bin Chen 1987, [169]	<p>1) <u>восходящая ветвь</u> - $\varepsilon_d \leq \varepsilon_p$</p> $\sigma_d = -f_C' \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_0}\right) - \lambda \cdot \left(\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_0}\right)^2 \right]$ <p>2) <u>нисходящая ветвь</u> - $\varepsilon_d > \varepsilon_p$</p> $\sigma_d = -\frac{f_C'}{\lambda} \cdot \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_d / \varepsilon_0 - 1/\lambda}{2 - 1/\lambda} \right)^2 \right]$ <p>при $\varepsilon_0 = -0,002$</p> $\lambda = \sqrt{0,7 - \varepsilon_r / \varepsilon_d}$ $\beta = \frac{1}{\lambda}$

4



(конкретное аналитическое описание базовой диаграммы не представлено)



Каким же образом различия в аналитическом описании диаграмм деформирования бетона при сжатии в условиях плоского напряженно-го состояния влияют на точность результатов расчета предельной поперечной силы? Для выяснения этого обстоятельства в работе [136] были выполнены параметрические исследования железобетонных и предварительно напряженных балок (см. рис. 2.23), выбранных из испытаний В. Arbesma и D.F. Conte [86]. Расчет балок выполняли в критическом сечении, расположенном на расстоянии d от грани опоры, т.е. в середине пролета (см. на рис. 2.23, затемненная область), где изгибающий момент равнялся нулю. Для расчета использовали компьютерную программу "SHEAR" [123], базирующуюся на положениях модифицированной теории полей сжатия [327–329] в которой для каждого расчета изменяли аналитическое описание диаграммы деформирования в соответствии с предложениями, рассмотренными выше (см. таб. 2.8). Результаты сравнения для предварительно-напряженных и железобетонных балок представлены в табл. 2.9, 2.10.

Таблица 2.9

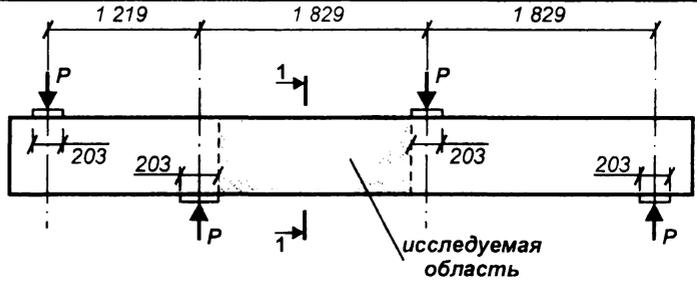
Результаты расчетов предельных поперечных сил в предварительно напряженных балках (рис. 2.23) при различных диаграммах деформирования для бетона по табл. 2.8 согласно [136]

Модель	V_{calc} , кН	V_{exp} / V_{calc}	Ширина раскрытия трещины w_i , мм
Kolleger [194–196]	476	1,11	0,8
Shirai [304]	455	1,06	0,6
Okamura [261]	465	1,08	0,6
Miyahara [243]	438	1,02	0,6
Noguchi [304]	460	1,07	0,6
Ueda [317]	477	1,11	0,8
Hsu [100]	471	1,10	0,6
Vecchio – В [328]	459	1,07	0,6
M.P. Collins [324]	473	1,10	0,7

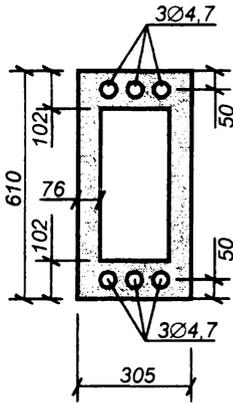
Примечание: расчет выполнен при постоянном коэффициенте поперечного армирования $\rho_{sw} = 0,61\%$.

Расчет железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил

а) схема нагружения балки



б) сечение 1-1 для преднапряженных балок (РС)



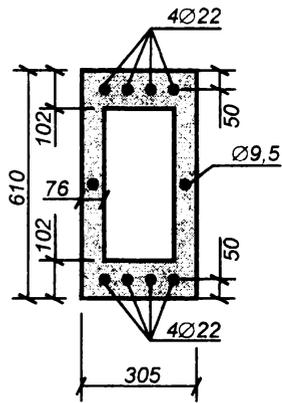
- боковой – 13 мм;
- верх/низ – 25 мм.

$f_c' = 38,6 \text{ МПа}$

- поперечное – $\varnothing 9$, шаг 152 мм;
- продольное – $6\varnothing 9,5$
- преднапряженная арматура – $6\varnothing 47$

$f_{py} = 367 \text{ МПа}$
 $f_{pu} = 367 \text{ МПа}$
 $\Delta \epsilon_p = 0,0054$

в) сечение 1-1 для железобетонных балок



- боковой – 13 мм;
- верх/низ – 25 мм.

$f_c' = 43 \text{ МПа}$

- поперечное – $\varnothing 9$, шаг 152 мм;
- продольное – $8\varnothing 22 + 2\varnothing 9,5$ (стенка)

$f_y = 367 \text{ МПа}$

Защитный слой:

Прочность бетона:

Армирование:

Рис. 2.23

Конструкция и основные характеристики опытных балок из опытов [86].

Таблица 2.10

Результаты расчетов предельных поперечных сил в железобетонных балках (рис. 2.23) при различных диаграммах деформирования для бетона по табл. 2.8 согласно [136]

Модель	V_{calc} , кН	V_{exp} , кН	W_{max} , мм	В последней итерации $1000 \cdot \varepsilon_y = 1,83$			Вид разрушения
				f_2 , МПа	f_{2max} , МПа	$1000 \cdot \varepsilon_x$	
Kolleger [196]	476	465	6,3	17,4	19,8	1,81	растянутая продольная арматура
Shirai [304]	455		5,2	17,2	25,3	1,78	
Okamura [261]	465		4,1	17,1	43,0	1,77	
Miyahara [243]	438		3,7	17,3	25,8	1,80	
Noguchi [304]	460		5,2	17,3	25,8	1,80	
Ueda [317]	477		5,0	17,4	29,3	1,80	
Hsu [100]	471		4,6	13,7	14,1	1,35	сжатая бетонная полоса
Vecchio – В [328]	459		3,1	14,8	15,3	1,47	
M.P. Collins [324]	473		4,1	14,8	17,2	1,48	

Примечание: расчет выполнен при коэффициенте поперечного армирования $\rho_{sw} = 1,11\%$.

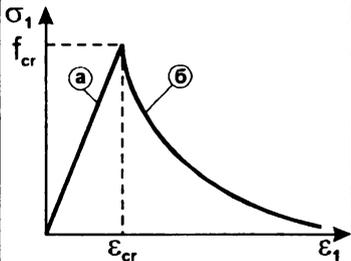
Как видно из данных, представленных в табл. 2.9, 2.10, расчет по различным моделям дает близкий результат (отклонения не превышают 12%). Вместе с тем, если для предварительно напряженных балок предельная поперечная сила определялась однозначно достижением напряжений, соответствующих пределу текучести в поперечных стержнях, то в случае железобетонных балок максимальная поперечная сила соответствовала двум видам разрушения: от достижения текучести продольной растянутой арматуры и раздавливания бетона диагональной сжатой полосой. Несмотря на то, что модели M.F.Collins [324], T.T.C. Hsu [100] и F. Vecchio – В [328] дают большее расхождение с опытным значением поперечной силы, (см. табл. 2.9 и 2.10), они позволяют более точно учесть вид разрушения железобетонного элемента при срезе.

Таблица 2.11

Диаграммы деформирования " $\sigma_1 - \varepsilon_1$ " для железобетонного элемента с диагональными трещинами при растяжении

Расчет железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил

№ пп	Автор, год, источник	Вид диаграммы	Аналитическое описание	Примечание
1	F.J.Vecchio, M.P. Collins, 1988, [323] B.V. Bhide, M.P. Collins, 1989, [104]		<p>а: $f_{C1} = \varepsilon_1 \cdot E_C, \varepsilon_1 < \varepsilon_{cr}$</p> <p>б: $f_{C1} = \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot f_{cr}}{1 + \sqrt{200 \cdot \varepsilon_1}}, \varepsilon_{cr} \leq \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{sl}$</p> <p>в: $f_{C1} \leq \frac{0,18 \cdot \sqrt{f_{cr}} \cdot \tan \theta}{0,3 + \frac{24 \cdot W}{a + 16}}, \varepsilon_1 > \varepsilon_{sl}$</p>	<p>α_1 – коэффициент, учитывающий характеристики поверхности стержня (гладкий, периодического профиля);</p> <p>α_2 – длительность нагружения.</p>
	F.J.Vecchio, 2000, [319]		<p>а: $f_{C1} = \varepsilon_1 \cdot E_C, \varepsilon_1 < \varepsilon_{cr}$</p> <p>б: $f_{C1} = \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot f_{cr}}{1 + \sqrt{500 \cdot \varepsilon_1}}, \varepsilon_{cr} \leq \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{sl}$</p> <p>в: $f_1 \leq v_{ci} \cdot \tan \theta, \varepsilon_1 > \varepsilon_{sl}$</p>	
2	Норвежские нормы NS 3473E, [260]		<p>а: $f_{C1} = \varepsilon_1 \cdot E_C, \varepsilon_1 < \varepsilon_{cr}$</p> <p>б: $f_{C1} = 0,005 \cdot f_{ctd}, \varepsilon_1 \geq \varepsilon_{cr}$</p>	<p>f_{ctd} – коэффициент, учитывающий неравномерное распределение арматуры в балочных элементах:</p>

№ пп	Автор, год, источник	Вид диаграммы	Аналитическое описание	Примечание
3	Т.С. Hsu, Bin Chen, 1987, [169]		а: $f_{C1} = \varepsilon_1 \cdot E_C, \varepsilon_1 < \varepsilon_{cr}$ б: $f_{C1} = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_{cr}}{0,005}}}, \varepsilon_1 \geq \varepsilon_{cr}$	$\varepsilon_{cr} = 8 \cdot 10^{-5}$ $E_C = 3900 \cdot \sqrt{f_{C1}'} \text{ (МПа)}$
	Т.С. Hsu, X. Pang, 1996, [168]		а: $f_{C1} = \varepsilon_1 \cdot E_C, \varepsilon_1 < \varepsilon_{cr}$ б: $f_{C1} = f_{cr} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_1}\right)^{0,4}, \varepsilon_1 \geq \varepsilon_{cr}$	
	Н. Nakamura, Т. Higai, 1995, [255]		а: $f_{C1} = \varepsilon_1 \cdot E_C, \varepsilon_1 < \varepsilon_{cr}$ б: $f_{C1} = \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot f_{cr}}{1 + \sqrt{200 \cdot \varepsilon_1}}, \varepsilon_{cr} \leq \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{sl}$	α – коэффициент, учитывающий неравномерное распределение арматуры в балочных элементах: $\alpha = 3 \cdot \sqrt[3]{d/16}$; d – рабочая высота сечения.

В табл. 2.11 представлены основные диаграммы, используемые для описания взаимосвязи между главными растягивающими напряжениями и главными растягивающими деформациями бетона в железобетонном элементе с диагональными трещинами. Как видно из табл. 2.11 для диаграмм " $\sigma_1 - \varepsilon_1$ " не наблюдается такого многообразия, как для деформирования бетона при сжатии (см. табл. 2.8).

Аналитические описания диаграмм деформирования для арматуры

Коротко остановимся на рассмотрении диаграмм деформирования для арматуры, используемых при расчетах железобетонных конструкций на срез. В основном исследователи, включая и авторов общего метода расчета MCFT [120, 123, 237–239] при определении напряжений в поперечной арматуре используют традиционно упрощенную двух линейную диаграмму с горизонтальным участком (рис. 2.24а), получившую широкое распространение для арматурных сталей с физическим пределом текучести.

Для ее описания пользуются следующими зависимостями

$$\begin{aligned}\sigma_s &= E_s \cdot \varepsilon_s \text{ при } \varepsilon_s \leq \varepsilon_y; \\ \sigma_s &= f_{ys} \text{ при } \varepsilon_s > \varepsilon_y.\end{aligned}\tag{ 2.24 }$$

При критике положений, принятых в модифицированной теории полей сжатия Т.Т.С. Hsu в своей работе [265] среди недостатков указывает использование диаграммы деформирования арматуры без учета упрочняющего эффекта (*англ.* tension stiffening) окружающего бетон, наблюдаемого в железобетонных элементах пронизанных трещинами. Учитывая этот эффект авторами [265] предложено использовать диаграмму, показанную на рис. 2.24 б, для аналитического описания которой используют следующие зависимости, примененные при

расчете напряженно-деформированного состояния арматуры, пересеченной наклонными трещинами:

$$\varepsilon_s \leq \varepsilon_n \quad \sigma_s = \varepsilon_s \cdot E_s, \quad (2.25)$$

$$\varepsilon_s > \varepsilon_n \quad \sigma_s = f_y' = f_y \cdot C \cdot D, \quad (2.26)$$

где $C = (0,91 - 2 \cdot B) + (0,02 + 0,25 \cdot B) \cdot (\varepsilon_s / \varepsilon_n); \quad (2.27)$

$$D = 1 - \frac{2 - \alpha_2 / 45^\circ}{1000 \cdot \rho}; \quad (2.28)$$

$$B = \frac{1}{\rho} \cdot \left(\frac{f_{cr}}{f_y} \right)^{1,5} \quad (2.29)$$

$$\varepsilon_n = \varepsilon_y \cdot (0,93 - 2 \cdot B) \cdot D \quad (2.30)$$

В формулах (2.27) ... (2.30):

C – коэффициент, усредняющий напряжения в арматуре;

σ_s – средние напряжения в арматуре;

ε_s – средние деформации в растянутой арматуре;

α_2 – угол между направлением главных сжимающих напряжений и продольной осью элемента;

f_y – предел текучести арматуры;

f_y' – средние напряжения текучести арматуры, располагаемой в бетоне;

ρ – коэффициент армирования.

Диаграмма, показанная на рис. 2.24 б, была использована в работах J. Kolleger и G. Mehlhom, [195] при расчетах железобетонных конструкций методом конечных элементов, и показала лучшее совпадение результатов с опытными данными, по сравнению с применением традиционной двух линейной диаграммы, не учитывающей влияние окружающего бетона. Следует отметить, что подобная диаграмма использована в работах Dei Poli, P.G. Gambarova, M.D. Prisco, [131–133].

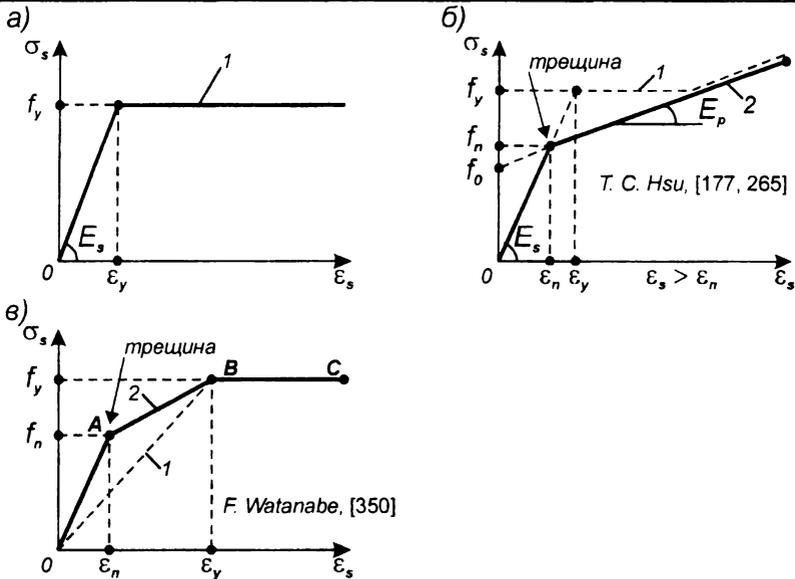


Рис. 2.24.

Диаграммы деформирования " $\sigma_s - \varepsilon_s$ " для поперечных стержней.
1. Базовая диаграмма; 2. Трансформированная диаграмма.

Ф. Watanabe в работе [350] при расчете железобетонных конструкций на срез рекомендует использовать трансформированную диаграмму деформирования поперечной арматуры в виде, показанном на рис. 2.24 в, базовые точки которой рассчитывают по формулам:

$$f_n = \frac{Q_s}{\rho_w \cdot b \cdot d_z \cdot \cot \varphi}; \quad (2.31)$$

$$\varepsilon_n = \frac{f_n}{E_c \cdot b \cdot s + E_s \cdot A_{sw}}; \quad (2.32)$$

В формулах (2.31) и (2.32):

ρ_w – коэффициент поперечного армирования;

φ – угол между направлением главных сжимающих напряжений и продольной осью элементов;

s – шаг поперечных стержней;

b – ширина элемента;

A_{sw} – площадь поперечной арматуры.

Диаграмма деформирования при срезе железобетонного элемента с диагональными трещинами

(исследования Х.Панг и Т.Т.С.Хсу [265])

Для получения диаграммы деформирования " $\tau_{21}^c - \gamma_{21}$ ", применяемой при расчете плоских железобетонных элементов в соответствии с моделью фиксированного угла [265], были выполнены исследования 10 панелей, конструкция которых показана на рис. 2.25. Четыре панели с равными коэффициентами продольного (по оси l) и поперечного (по оси t) армирования составляли серию А, а оставшаяся часть панелей, имевших различные коэффициенты продольного и поперечного армирования были отнесены к серии В. Основные характеристики опытных образцов представлены в табл. 2.12, а подробности испытаний описаны в работах [100, 168].

При испытаниях панелей А1 – А4 (серии А) напряжения в продольной и поперечной арматуре были равны $\rho_l \cdot f_l = \rho_t \cdot f_t$, т.е. после образования трещин системы координат "2 – 1" и "d – r" (см. рис. 2.25) совпадали. В этом случае напряжения τ_{21}^c и деформации сдвига γ_{21} при анализе исключали. Диаграмму " $\tau - \gamma$ " устанавливали по результатам испытаний панелей В1 – В6 (серия В), у которых $\rho_l \cdot f_l \neq \rho_t \cdot f_t$. Из условий равновесия по направлению оси "2" (см. рис. 2.25) средние касательные напряжения, действующие в бетоне могут быть определены:

$$\tau_{21}^c = \frac{1}{2} \cdot [(\sigma_l - \rho_l \cdot f_l) - (\sigma_t - \rho_t \cdot f_t) \cdot \sin 2\alpha_2 + \tau_{ll} \cdot \cos 2\alpha_2] \quad (2.33)$$

При $\alpha_2 = 45^\circ$ и $\sigma_l = \sigma_t = 0$ уравнение (2.33) может быть приведено к упрощенному виду:

$$\tau_{21}^c = \frac{-\rho_l \cdot f_l + \rho_t \cdot f_t}{2} \quad (2.34)$$

Напряжения τ_{21}^c в бетоне могут быть рассчитаны из уравнения (2.33) при использовании средних напряжений в арматуре $\rho_1 \cdot f_1$ и $\rho_2 \cdot f_2$, которые в работе [265] определяли двумя способами.

По первому способу средние значения f_1 и f_2 рассчитывали по измеренным в опытах деформациям арматуры ε_1 и ε_2 , используя диаграммы деформирования в виде (см. рис. 2.24):

$$f_s = E_s \cdot \varepsilon_s \text{ при } \varepsilon_s \leq \varepsilon_n; \quad (2.35)$$

$$f_s = f_y' = f_y \cdot \left[(0,91 - 2 \cdot B) + \left(0,02 + 0,25 \cdot B \cdot \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_y} \right) \right] \cdot \left[1 - \frac{2 - (\alpha_2 / 45^\circ)}{1000 \cdot \rho} \right] \text{ при } \varepsilon_s > \varepsilon_n \quad (2.36)$$

В уравнении (2.36):

B – параметр, определяемый по формуле (2.29).

По второму способу напряжения $\rho_1 \cdot f_1$ и $\rho_2 \cdot f_2$ получали из условий равновесия по направлению оси "1" для опытных панелей подвергнутых чистому сдвигу (принимая $\alpha_2 = 45^\circ$) (рис. 2.25).

$$\rho_1 \cdot f_1 + \rho_2 \cdot f_2 = 2 \cdot (\tau_n - \sigma_1^c) \quad (2.37)$$

где τ_n – опытные значения касательных напряжений, прикладываемых к панели.

При анализе панелей А1 – А4 с симметричным армированием, когда напряжения в арматуре теоретически равны, т.е. $\rho_1 \cdot f_1 = \rho_2 \cdot f_2$, они достаточно легко могут быть определены непосредственно из уравнения (2.37), принимая для малых растягивающих деформаций $\varepsilon_1 < \varepsilon_{cr}$ значения главных напряжений $\sigma_1 = \varepsilon_1 \cdot E_c$. В случае панелей с несимметричным армированием ($\rho_1 > \rho_2$) напряжения в арматуре рассчитывали по следующей двух шаговой процедуре.

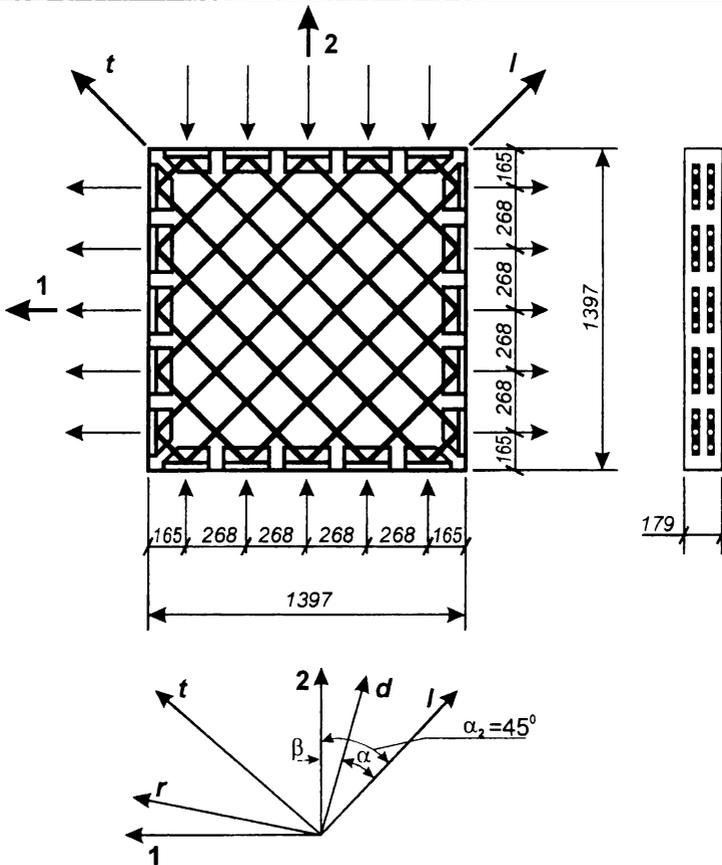


Рис. 2.25.

Конструкция опытных образцов в экспериментальных исследованиях [265].

На первом шаге рассчитывали f_l и f_t по зависимостям (2.25) ... (2.30), описывающим диаграмму деформирования арматуры, а затем результат подставляли в формулу (2.37). Левая сторона уравнения должна теоретически равняться правой.

Если левая сторона не равнялась правой, то на втором шаге малые различия устраняли эквивалентной корректировкой напряжений f_l и f_t . Опытные значения средних деформаций сдвига γ_{21} рассчитывали из условий совместности, используя средние деформации $\varepsilon_l, \varepsilon_t, \varepsilon_1, \varepsilon_2$

**Расчет железобетонных конструкций
при действии перерезывающих сил**

измеряемые приборами по направлениям соответствующих осей. С учетом принятых упрощений расчет производили по формуле:

$$\gamma_{21} = -(\varepsilon_t - \varepsilon_l) \cdot \csc 2\alpha_2 + (\varepsilon_l - \varepsilon_2) \cdot \cot 2\alpha_2 \quad (2.38)$$

При $\alpha_2 = 45^\circ$ уравнение (2.38) сводится к упрощенному виду:

$$\gamma_{21} = -(\varepsilon_t - \varepsilon_l)$$

Опытные кривые зависимостей " $\tau_{21} - \gamma_{21}$ " для испытанных панелей серии В показаны на рис. 2.26.

Таблица 2.12

Основные характеристики панелей в опытах [265]

Панель	f_c' , МПа	ε_0 , мм/мм	по направлению "л"		по направлению "т"		$\frac{\rho_l \cdot f_{ly}}{\rho_t \cdot f_{ly}}$
			ρ_l	f_{ly} , МПа	ρ_t	f_{ly} , МПа	
A1	41,582	0,00213	0,00596	438,023	0,00596	438,023	1,000
A2	40,625	0,00210	0,01193	455,609	0,01193	455,609	1,000
A3	41,012	0,00194	0,01789	439,653	0,01789	439,653	1,000
A4	41,820	0,00220	0,02982	462,603	0,02982	462,603	1,000
B1	44,556	0,00215	0,01193	455,609	0,00596	438,023	0,480
B2	43,402	0,00235	0,01789	439,653	0,01193	455,609	0,690
B3	44,189	0,00215	0,01789	439,653	0,00596	438,023	0,332
B4	44,074	0,00205	0,02982	462,603	0,00596	438,023	0,189
B5	42,186	0,00220	0,02982	462,603	0,01193	455,609	0,394
B6	42,302	0,00220	0,02982	462,603	0,01789	439,653	0,570

Параметрические точки диаграммы деформирования " $\tau_{21} - \gamma_{21}$ "

Максимальные напряжения в бетоне $\tau_{21,m}^c$ определяли из уравнения (2.33) при замене напряжений f_l , f_t и τ_{lt} на f_{ly}' , f_{ty}' и τ_{ltm} , т.е. напряжениями, соответствовавшими максимальной нагрузке:

$$\tau_{21,m}^c = \frac{1}{2} \cdot [(\sigma_l - \rho_l \cdot f_{ly}') - (\sigma_t - \rho_t \cdot f_{ty}') \cdot \sin 2\alpha_2 + \tau_{lt,m} \cdot \cos 2\alpha_2] \quad (2.39)$$

При $\alpha_2 = 45^\circ$ и $\sigma_1 = \sigma_t = 0$ уравнение (2.39) может быть приведено к упрощенному виду (для условий выполненных опытов):

$$\tau_{21,m}^c = \frac{-\rho_1 \cdot f_{ly}' + \rho_t \cdot f_{ty}'}{2} \quad (2.40)$$

Установленные расчетом по формуле (2.40) значения максимальных касательных напряжений в бетоне $\tau_{21,m}^c$ для панелей А1 – А4 (серия А) и В1 – В6 (серия В) сравнивали с опытными значениями, полученными при испытаниях (см. табл. 2.13). Расчетные значения в табл. 2.12 рассчитаны из уравнения (2.39) используя значения напряжений f_{ly}' и f_{ty}' определенные по зависимостям, описывающим диаграммы деформирования арматуры (2.25) и (2.30), исходя из средних деформаций ε_1 и ε_t , измеренных приборами при максимальной нагрузке. Опытные значения $\tau_{21,m}^c$ рассчитывали из уравнения (2.39) используя опытные значения напряжений f_{ly}' и f_{ty}' по уравнению (2.37) в соответствии с описанной ранее двух шаговой процедурой. Опытные значения напряжений (f_{ly}' , f_{ty}') и деформаций (ε_1 , ε_t) представлены в табл. 2.13.

Как видно из табл. 2.13, опытные и расчетные значения $\tau_{21,m}^c$ совпадают с достаточной для практики точностью.

Опытные значения деформаций сдвига рассчитанные по формуле (2.38) при максимальной нагрузке $\gamma_{21,0}$ даны в табл. 2.13. Согласно [265] установлено, что деформации сдвига $\gamma_{21,0}$ соответствующие пиковой точке " $\tau_{21}^c - \gamma_{21}$ " зависят от главных растягивающих деформаций $\varepsilon_{1,0}$ и угла отклонения (расхождения) α_r , измеряемых при максимальной нагрузке, и связаны с ними зависимостью:

$$\gamma_{21,0} = -0,04 \cdot \varepsilon_{1,0} \cdot \alpha_r \quad (2.41)$$

В формуле (2.41) угол α_r принимают в градусах. Величины деформаций сдвига $\gamma_{21,0}$, рассчитанные по формуле (2.41), и измеряемые при максимальной нагрузке представлены в табл. 2.12.

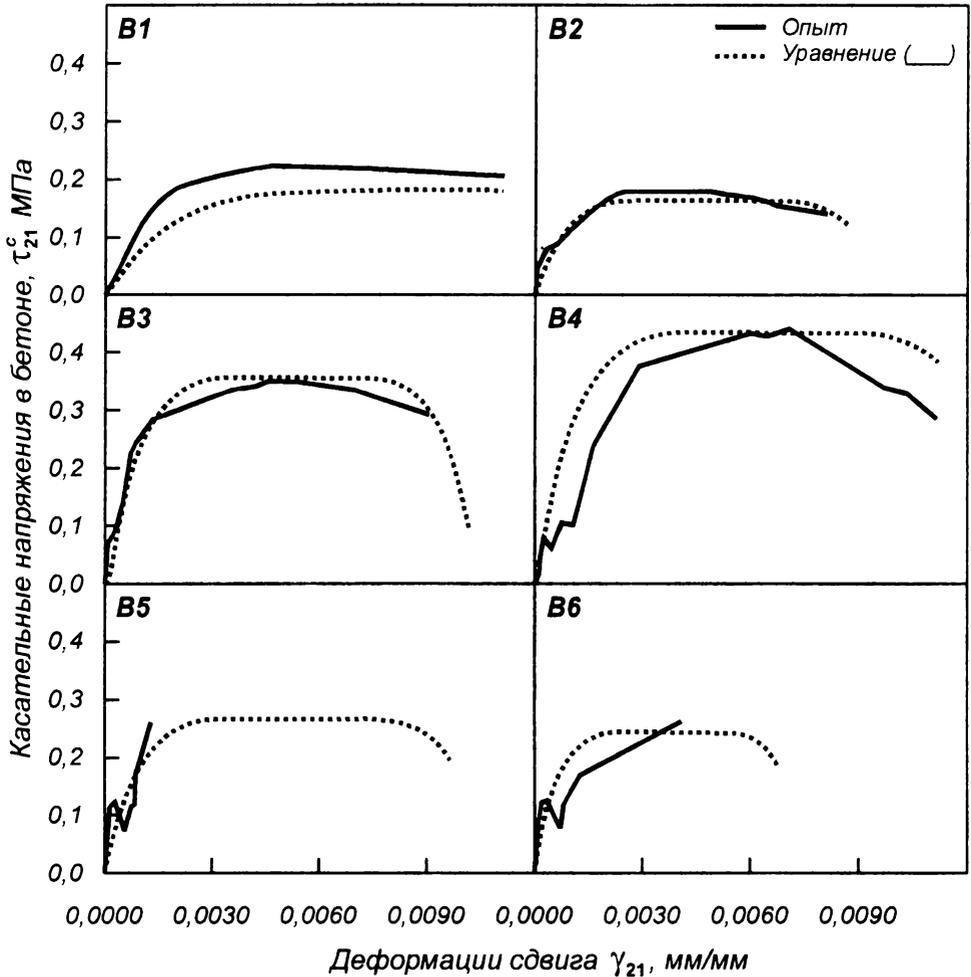


Рис. 2.26.

Опытные и расчетные диаграммы " $\tau_{21}^c - \gamma_{21}$ ", полученные в работе [265].

Параметры диаграммы деформирования " $\tau - \gamma$ " для железобетонного элемента с диагональными трещинами при растяжении [265]

Панель	Измеренное ε_i , мм/мм	Измеренное ε_i , мм/мм	Опыт. $f_t = f'_{ty}$, МПа	Опыт. $f_t = f'_{ty}$, МПа	Опыт. $\tau_{21,m}^c$ с f'_{ty}, f'_{ty} , МПа	Расчет. $\tau_{21,m}^c$ с f'_{ty}, f'_{ty} , МПа	$\frac{\varepsilon_{21,m}^c(\text{опыт.})}{\tau_{21,m}^c(\text{расчет.})}$	β , град.	Опыт. $\varepsilon_{t,o}$, мм/мм	Расчет. $\gamma_{21,o}$, мм/мм	Опыт.* $\gamma_{21,o}$, мм/мм	$\frac{\gamma_{21,o}(\text{опыт.})}{\gamma_{21,o}(\text{расчет.})}$
A1	0,02585	0,02585	351,722	351,722	0,000	0,000	-	0,0	0,05180	-0,00000	-0,00000	-
A2	0,01226	0,01427	423,017	432,523	0,054	0,054	-	2,1	0,02676	-0,00221	-0,00201	-
A3	0,00610	0,00590	408,079	407,400	-0,007	-0,007	-	-0,4	0,01284	0,00021	0,00020	-
A4	0,00272	0,00251	362,586	361,907	-0,014	-0,014	-	-0,8	0,00634	0,00020	0,00021	-
B1	0,00623	0,01750	412,832	412,153	-1,236	-1,154	1,07	13,4	0,02232	-0,01196	-0,01127	0,94
B2	0,04640	0,00962	380,240	399,252	-1,019	-1,032	0,99	9,3	0,01413	-0,00526	-0,00498	0,95
B3	0,00309	0,00849	346,969	308,266	-2,186	-2,363	0,93	12,1	0,01177	-0,00569	-0,00540	0,95
B4	0,00133	0,00858	247,156	332,031	-2,696	-2,764	0,98	19,2	0,00936	-0,00719	-0,00725	1,01
B5	0,00137	0,00746	285,180	418,264	-1,759	-1,535	1,14	16,6	0,00879	-0,00583	-0,00609	1,4
B6	0,00172	0,00593	340,858	403,326	-1,480	-1,392	1,06	12,3	0,00837	-0,00410	-0,00421	1,03

Примечание:

* опытное значение $\gamma_{21,o}$ принято при максимальных τ_{tb} а не максимальных τ_{21} .

Аналитическое описание диаграммы " $\tau - \gamma$ " для железобетонного элемента с диагональными трещинами

По результатам проверенных исследований [265] было предложено аналитическое описание диаграммы " $\tau - \gamma$ " для бетона с диагональными трещинами в виде:

$$\tau_{21}^c = \tau_{21,m}^c \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\gamma_{21}}{\gamma_{21,0}} \right)^6 \right] \quad (2.42)$$

В уравнение (2.42) напряжения, соответствующие пиковой точке диаграммы $\tau_{21,m}^c$ рассчитывали по формуле (2.39) используя опытные значения f_{ly}' и f_{ty}' . Соответствующие деформации сдвига $\gamma_{21,0}$ рассчитаны по формуле (2.41). Кривые " $\tau - \gamma$ " для бетона с трещинами, рассчитанные по формуле (2.42) показаны на рис. 2.26. Сравнение опытных и расчетных диаграмм представленное на рис. 2.26, показывает в общем случае их удовлетворительное совпадение.

Касательные напряжения τ_{21}^c , по своей физической сути, описывают зацепление (*англ.* interlocking) двух поверхностей контактирующих по берегам трещины. Это зацепление традиционно связывают с зацеплением частиц крупного заполнителя в образовавшейся трещине [см. главу 3]. Однако, такой упрощенный подход справедлив только в том случае, когда трещина условно прямая, т.е. не претерпевает изменения направления. В реальных конструкциях трещины имеют извилистую форму и в эффекте зацепления принимают участие образовавшиеся неровности (*англ.* shear key interlock). Так как, практически невозможно разделить эти два эффекта их принято рассматривать совместно. Удачно, на наш взгляд, совместное влияние этих эффектов описывает теория контактных давлений [169]. Дополнительно к названным эффектам в величину касательных напряжений τ_{21}^c вносит свой вклад нагельный эффект арматурных стержней, пересекающих трещину.

3

ПЕРЕДАЧА СРЕЗА СЕЧЕНИЕМ С ТРЕЩИНОЙ. СИЛЫ ЗАЦЕПЛЕНИЯ И НАГЕЛЬНЫЙ ЭФФЕКТ

Как показывают исследования [215–217], составляющая поперечной силы V_{cy} воспринимаемая за счет зацепления по берегам наклонной трещины может составлять от 22 до 59 % от полной поперечной силы V_c , воспринимаемой бетоном в зоне среза. В случае, когда трещина пересечена арматурой, механизм передачи среза становится достаточно сложным и нельзя четко выделить долю касательных напряжений, передаваемых только за счет зацепления (трения) шероховатых краев трещины исключив влияние нагельного эффекта арматуры.

Рассмотрим напряженное состояние контакта, образующегося после появления трещины и имеющего шероховатую поверхность, пересеченную поперечным армированием. В общем случае образовавшийся контакт, по которому осуществляется взаимодействие, находится в условиях плоского напряженно-деформированного состояния (рис. 3.1).

После появления трещины тангенциальные перемещения, развивающиеся в плоскости контакта, вызывают перераспределение усилий между его элементами.

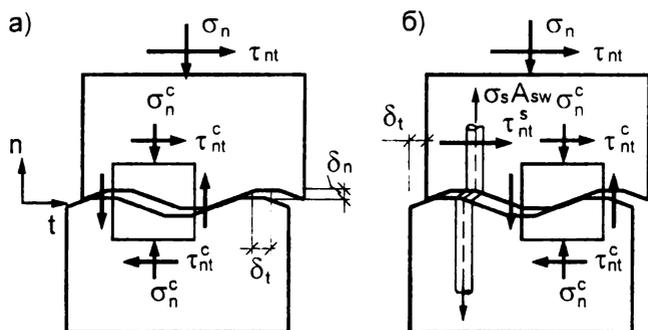


Рис. 3.1.

Напряженное состояние неармированного (а) и армированного (б) контактов после образования трещины

В результате развития явления дилатансии [353], горизонтальные (тангенциальные) перемещения действующие вдоль шероховатой поверхности вызывают появление вертикальных перемещений, т.е. провоцируют раскрытие начальной трещины нормального отрыва. В свою очередь, развитие вертикальных перемещений приводит к растяжению арматуры, пересекающей трещину, а как следствие – к повышению сжимающих напряжений в плоскости контакта и изменению начальных значений как нормальной, так и сдвиговой жесткости сечения вдоль трещины. Следует отметить, что эти явления взаимосвязаны и оказывают существенное влияние как на деформативность, так и на величину предельных касательных напряжений, воспринимаемых сечением с трещиной. В общем случае, эффект включения поперечной арматуры в виде ограничивающей связи, препятствующей нормальным перемещениям (ширине раскрытия трещины), определяющим образом зависит от степени шероховатости контактирующих поверхностей в трещине, начальной ширины ее раскрытия, количества и

диаметра арматурных стержней, а также их дисперсности (рассосредоточения по плоскости контакта), прочностных характеристик бетона.

В последние несколько десятилетий предпринимались интенсивные попытки как экспериментально, так и теоретически решить проблему передачи среза сечением с трещиной и установить аналитические зависимости, описывающие деформированное состояние стыка.

Fenwick R.C. и Paulay T. [145], Fréney J., Reinhardt H.W. [146-148] в разное время проводили исследования образцов, имевших постоянное раскрытие начальной трещины при возрастающих нагрузках и установили сложность рассматриваемой проблемы. Объектом исследований было экспериментальное изучение влияния начальной ширины раскрытия трещины, размеров заполнителей в исходных бетонных смесях, прочностных свойств бетонов, формы и размеров образцов, истории нагружения на величину предельных касательных напряжений, воспринимаемых сечением с трещиной. В разные годы были выполнены обширные исследования по передаче среза сечением с начальной трещиной при варьировании в широком интервале параметрами шероховатого контакта.

Только с начала 80-х годов развиваются аналитические исследования поведения контактных взаимодействий при наличии начальных трещин в условиях сдвига (нелинейной работы стыкового соединения).

Ba ant Z.P. и Tsubaki T. [91] предлагают основные уравнения для описания поведения элементов в условиях среза, вводя в них коэффициент дилатансии и коэффициент трения, а затем Ba ant Z.P. и Gambarova P.G. [94] публикуют нелинейные уравнения (диаграммы деформирования), описывающие сложное состояние сечения с трещиной при срезе. Reinhardt H.W. и Walraven J.C. [286, 343] предлагают расчетную процедуру для определения напряжений и перемещений, используя простые линейные зависимости. Наиболее полными теоретическими решениями являются на наш взгляд, работы Н. Yoshikawa, Wu Z., Tanabe T. [353], объединившие в аналитические зависимости

По результатам испытаний образцов, показанных на рис. 3.2 а,б Mattock и др. заключили, что растягивающие усилия, действующие параллельно плоскости среза в элементах без начальных трещин снижают величину предельных касательных напряжений, воспринимаемых плоскостью среза, но не оказывают влияния на предельное сопротивление срезу для образцов, имевших начальные трещины. При испытании образцов с наклонной плоскостью среза (аналог "slant – shear test") (рис. 3.2 в) Mattock А.Н. и др. [225] установили, что сжимающие напряжения, действующие перпендикулярно плоскости сдвига (создаваемые при растяжении поперечных стержней до того, как напряжения в них достигают предела текучести) следует учитывать в расчетах предельного сопротивления сдвигу сечения с начальной трещиной.

В бетоне с начальными трещинами прочность бетона имеет некоторый верхний предел, зависящий от количества арматуры ($\rho_{sw} \cdot f_y$), ниже которого на зависимость между предельным сопротивлением сдвигу τ_{Rd} и эффективным коэффициентом армирования $\rho_{sw} \cdot f_y$ не оказывает влияния прочность бетона. Для бетонов низкой прочности при увеличении количества поперечного армирования $\rho_{sw} f_y$ предельное сопротивление срезу не возрастает, а остается примерно равным сопротивлению бетона без начальных трещин (рис. 3.3).

При этом механизм передачи среза сечением, при наличии начальных трещин и в их отсутствии, принципиально отличается. В бетоне без трещин предельное состояние наступает при разрушении наклонных бетонных полос в результате действия комбинации осевой и перерезывающей силы [161, 225].

В сечении с начальной трещиной, пересеченной определенным количеством арматуры, передача среза при зацеплении происходит главным образом за счет сил трения возникающих при скольжении по шероховатой поверхности трещины и нагельного эффекта от арматуры, пересекающей трещину. Когда количество арматуры пересекаю-

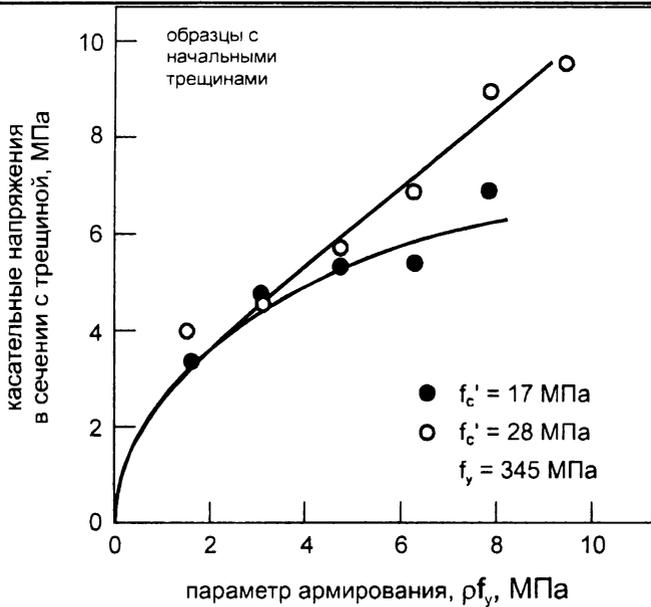


Рис. 3.3.

Влияние прочности бетона на величину $\rho_{s\omega} \cdot f_y$ касательных напряжений, передаваемых сечением с начальной трещиной (образцы рис. 3.1 а) по данным Mattock и Hawkins (1972, [225]).

щей трещину значительно, либо на ее поверхность действуют нормальные сжимающие напряжения, создаются условия, при которых происходит передача касательных напряжений сечением, проходящим вдоль трещины. Начальные трещины в плоскости среза, с одной стороны снижают предельное сопротивление срезу, а с другой — повышают величину тангенциальных перемещений в трещине (скольжения вдоль трещины) (рис. 3.4, 3.5).

Если арматура располагается перпендикулярно к плоскости сдвига, Mattock А.Н. и др. предложили для расчета предельной сдвигающей силы, воспринимаемой сечением с трещиной, следующую зависимость:

$$V = 0,8 \cdot A_{vf} \cdot f_y + A_c \cdot k_1 \quad (3.1)$$

при $\rho_v \cdot f_y = \frac{A_v \cdot f_y}{A_c} \geq 1,38 \text{ МПа};$

где A_v – площадь арматуры, пересекающей трещину;
 A_c – площадь контакта, сопротивляющегося срезу;
 f_y – предел текучести поперечной арматуры;
 $k_1 = 2,76 \text{ МПа}$ – для тяжелого бетона;
 $1,38 \text{ МПа}$ – для легкого бетона.

Несложно заметить, что первый член правой части формулы (3.1) представляет собой составляющую среза, возникающую за счет эффекта трения контактных поверхностей при коэффициенте трения $\mu=0,8$, а второй – учитывает эффект передачи касательных напряжений выступающими элементами контакта и нагельный эффект арматуры, пересекающей трещину.

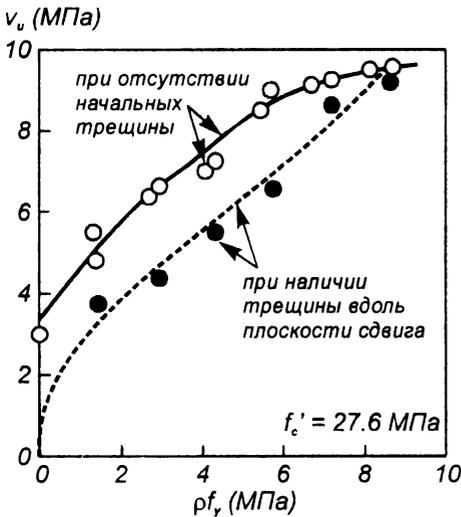


Рис. 3.4.

Зависимость предельных касательных напряжений от коэффициента поперечного армирования, пересекающего трещину согласно [225].

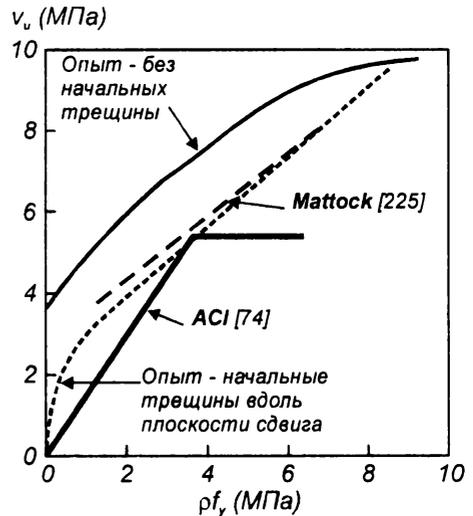


Рис. 3.5.

Сравнение опытных данных с результатами расчета по различным методикам (взято из работ Mac Gregor, 1992 [217]).

Как показано в работе [137], линейная зависимость, связывающая напряжения среза с составляющей, создаваемой за счет трения по шероховатой поверхности, впервые была предложена Mast, и была развита Birkland и Anderson в виде:

$$v_n = \mu \cdot \rho_v \cdot f_y, \quad (3.2)$$

где μ – коэффициент трения для контактирующих поверхностей вдоль трещины.

Сравнение результатов расчета по предложенной модели с опытными данными показано на рис. 3.5, 3.6.

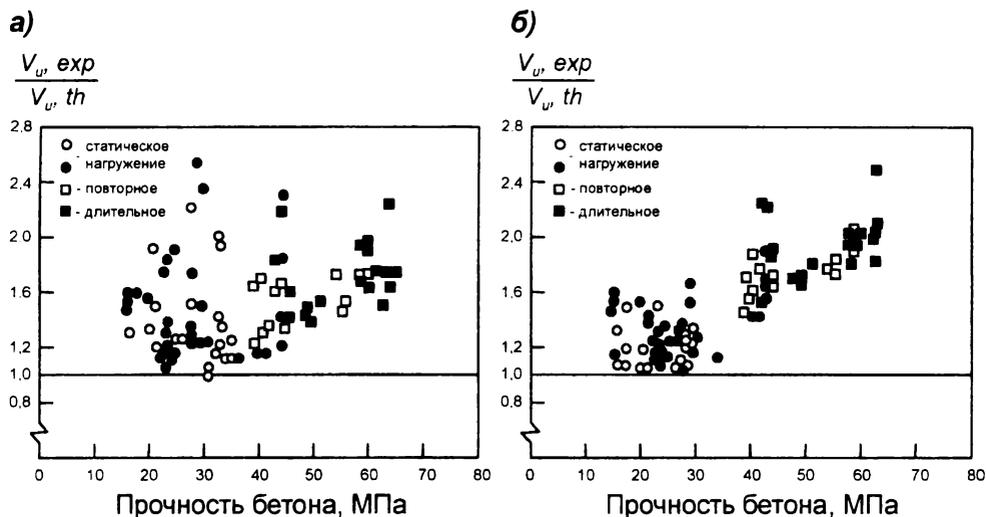


Рис. 3.6.

Сравнение опытных $V_{u,exp}$ и расчетных $V_{u,th}$ касательных напряжений, воспринимаемых сечением с трещиной согласно [137].

а) расчет по PCI Design Handbook [137];

б) расчет по модели Mattock A.H. и др. [225].

К фундаментальным исследованиям по изучению вопросов передачи среза сечением с трещиной следует отнести работы, выполненные Walraven J.C. [334–341], Walraven J.C. и Reinhardt H.W. [343]. В работах [334–341] изучали влияние на сопротивление срезу

сечения с трещиной явления зацепления по ее берегам, нагельного эффекта и осевых растягивающих напряжений в арматуре.

Исследования выполняли в условиях чистого сдвига на образцах $400 \times 600 \times 120$ мм с плоскостью среза 300×120 мм, подобных тем, что были использованы в опытах Mattocka A.H. [161, 225] (рис. 3.7, 3.8). Внешние усилия действовали параллельно к начальным трещинам. Образцы были армированы стержнями, располагавшиеся в теле бетона либо вне его. Прочность бетона при сжатии варьировали от 20 до 56 МПа (кубиковая прочность $f_{c,cube}$) как для тяжелых, так и легких бе-

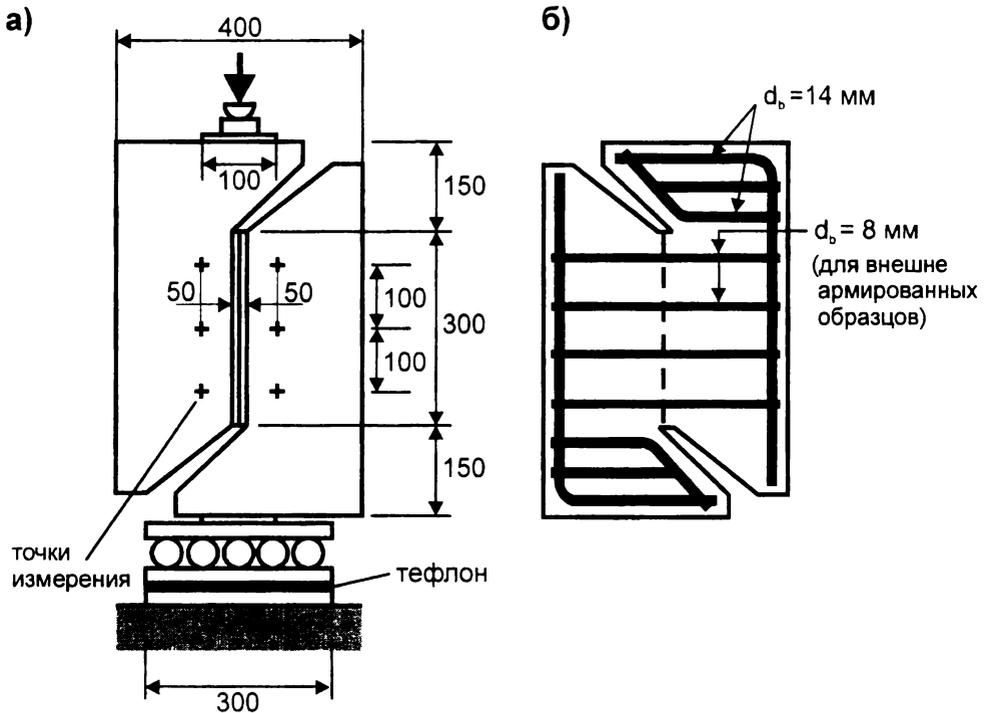


Рис. 3.7.

Конструкция и армирование опытных образцов по исследованию зацепления по берегам трещины в опытах Walraven J.C. и Reinhardt H.W. (1981, [343])

а – геометрия образца; **б** – армирование образца.

тонов. Максимальный размер зерна заполнителя составлял 19 мм. Коэффициент поперечного армирования изменялся от 0,56 до 3,35 %. Арматура располагалась к плоскости среза под углом от 45° до 135° . В одной серии образцов арматурные стержни были изолированы гибкими втулками на длину около 20% в каждую сторону от трещины, что исключало влияние нагельного эффекта.

При выполнении аналитических исследований бетон представляли в виде растворной матрицы, в которую утоплены жесткие сферические включения, моделирующие зерна заполнителя различных размеров (рис. 3.9, 3.10).

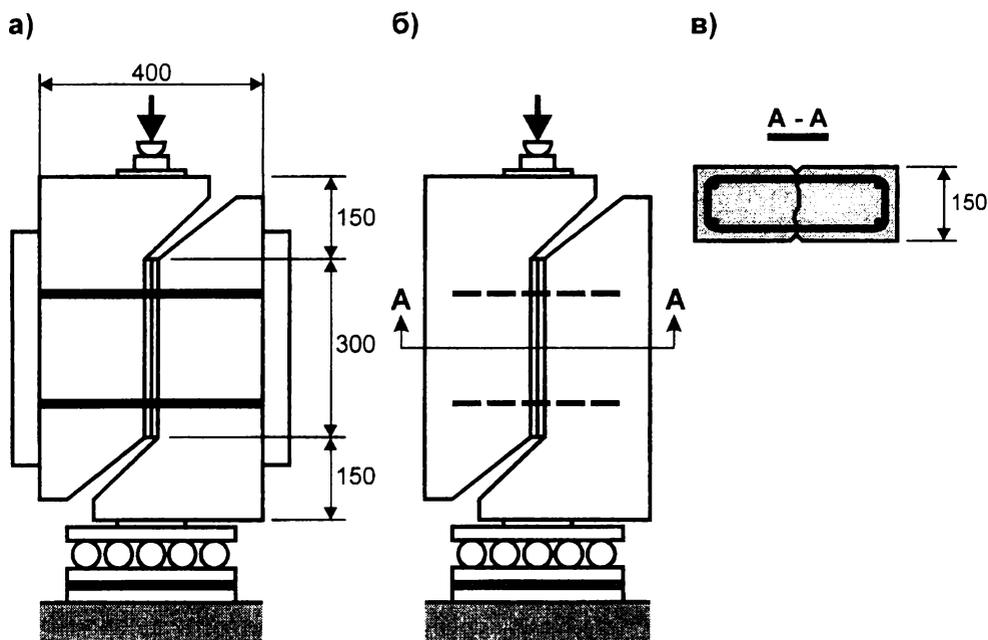


Рис. 3.8.

Конструкция опытных образцов в опытах Walraven J.C. (1995, [341])

а) внешнее армирование; б) внутреннее армирование; в) поперечное сечение.

По мере раскрытия трещины и возрастания тангенциальных перемещений по плоскости стыка, суммарная площадь контактов ($A_x = \sum a_x$ и $A_y = \sum a_y$) жестких включений с матрицей постепенно увеличивается в результате развития пластических деформаций материала матрицы (см. рис. 3.9, 3.10). Условия равновесия связывают усилия, развивающиеся при скольжении составляющих структуры в условиях трения, и усилия, приводящие к местному смятию материала матрицы вдоль контакта. Эти усилия зависят от горизонтальных (δ_x) и вертикальных (δ_y) перемещений развивающихся в трещине, а так же характеристик бетонной смеси (максимальной крупности зерен и объемной концентрации заполнителя).

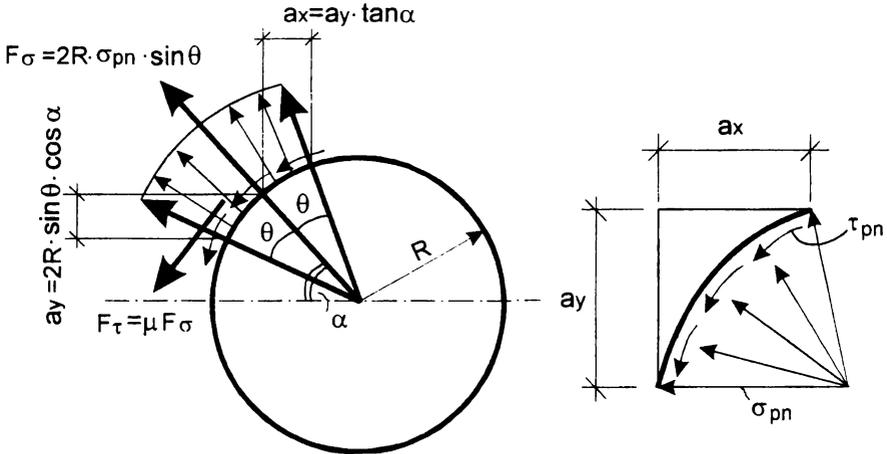


Рис. 3.9.

Модель механического зацепления берегов трещины согласно [149]

Зная объемное содержание крупного заполнителя в бетонной смеси и его гранулометрический состав можно определить среднее количество зерен, которые пересекает трещина заданной длины. Условия равновесия для плоскости контакта составлены в следующем виде:

$$\sigma_u = \sigma_{pu} \cdot (A_x - \mu \cdot A_y) \quad (3.3)$$

$$\tau_a = \sigma_{pu} \cdot (A_y + \mu \cdot A_x) \quad (3.4)$$

где $A_x = \sum \bar{a}_x$ и $A_y = \sum \bar{a}_y$ (a_x , a_y – площади контактов между включениями и матрицей, зависящие от ширины раскрытия трещины, тангенциальных перемещений, максимального диаметра включений и объемной концентрации заполнителя).

Прочность растворной матрицы σ_{pu} и коэффициент трения между матрицей и включением, полученные при обработке опытных данных предложено определять по формулам:

$$\mu = \tau_{pu} / \sigma_{pu} = 0,40 \quad (3.5)$$

$$\sigma_{pu} = 6,39 \cdot f_{c,cube}^{0,56} \quad (3.6)$$

где $f_{c,cube}$ – прочность бетона при сжатии, установленная на кубах с ребром 150 мм.

По результатам испытаний были сделаны следующие главные выводы:

- 1) Для железобетонных элементов с трещиной, пронизанной арматурой, коэффициент дилатансии, характеризующий отношение нормальных и тангенциальных перемещений (соответственно ширины раскрытия трещины и сдвига вдоль трещины), является примерно постоянным и не зависит от коэффициента армирования. В то же время, при внешнем расположении арматуры (без сцепления с бетоном) коэффициент дилатансии зависит от жесткости внешнего ограничения.
- 2) В железобетонных элементах, пронизанных начальной трещиной, изменение диаметра стержней при постоянной величине коэффициента армирования не существенно влияет на величину предельного сопротивления сдвигу.

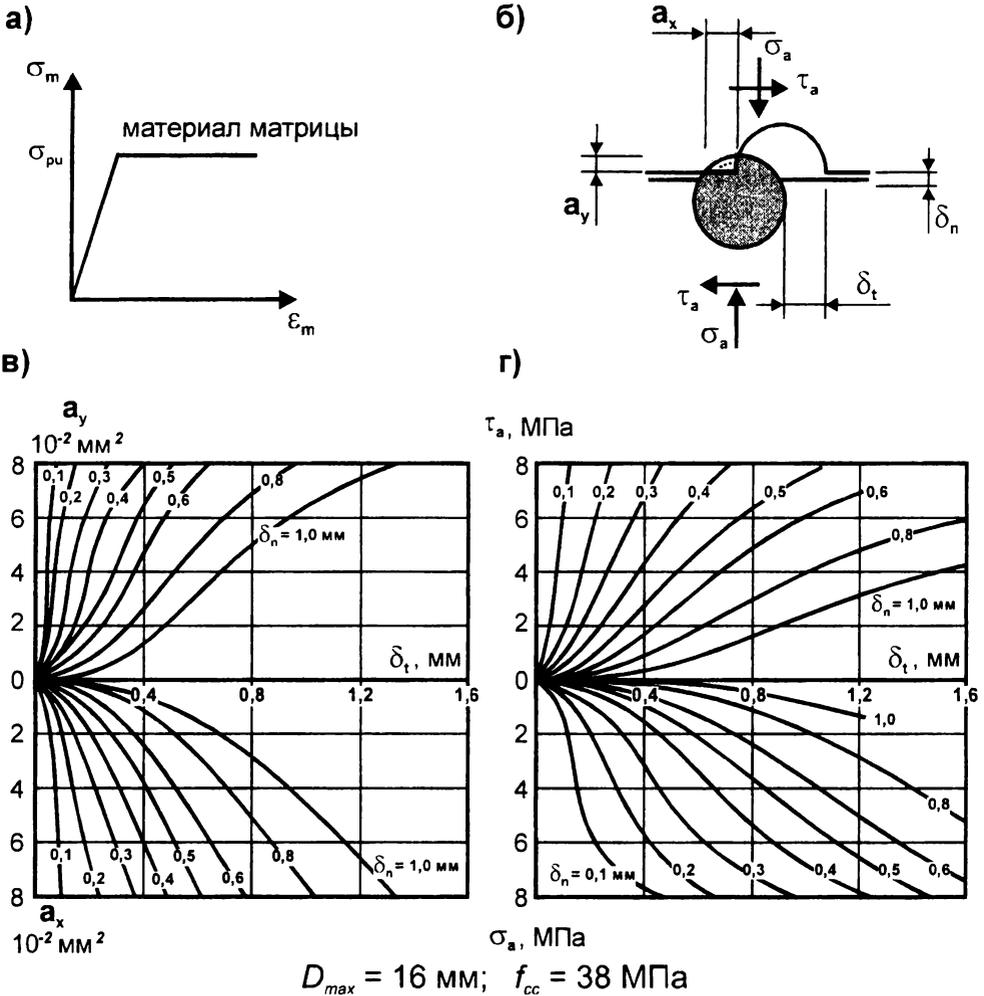


Рис. 3.10.

Модель передачи среза сечением с трещиной (Walraven J.C., [337, 338])

а) диаграмма деформирования для материала матрицы; **б)** схема перемещений в трещине; **в)** зависимость площади контактов матрицы и включения от тангенциальных перемещений (δ_t) и начальной ширины раскрытия трещины (δ_n) (заимствовано из работы Fréney J., 1990, [147]); **г)** зависимость нормальных и касательных напряжений от тангенциальных перемещений (δ_t) и начальной ширины раскрытия трещины (δ_n) (заимствовано из работы Fréney J., 1990, [147]).

- 3) Изменение фракционного состава заполнителя (в опытах рассматривали максимальный размер зерна заполнителя от 16 до 32 мм) не существенно влияет на величину предельного сопротивления сдвигу сечения с трещиной.
- 4) Нормальные и тангенциальные перемещения сечения с трещиной, пронизанного арматурой, уменьшаются при увеличении коэффициента армирования и прочности бетона при сжатии.
- 5) Эффективность арматуры изменяется с изменением угла наклона стержней к плоскости среза (стержни расположенные под углом 45° оказываются растянутыми).
- 6) Нагельный эффект арматуры, пересекающей трещину имеет меньшее влияние на величину предельного сопротивления сдвигу по сравнению с эффектом зацепления по берегам трещины (*англ.* aggregate interlock).
- 7) Для легкого бетона трещина пересекает заполнитель. При этом для равных условий опыта (заданных тангенциальных перемещениях и касательных напряжениях) нормальные напряжения и ширина раскрытия трещин для образцов из легкого бетона были меньше при близкой предельной прочности при срезе.

По результатам испытаний 88 образцов выполненных из бетона прочностью при сжатии от 17 до 60 МПа, Walraven J.C., Fréney J. и Pruijssers A. (1987, [344]) предложили следующую эмпирическую зависимость для определения предельных напряжений сдвига, воспринимаемых сечением с трещиной:

$$v_{u,th} = c_1 \cdot (\rho_v \cdot f_v)^{c_2} \quad (3.7)$$

где $c_1 = 0,822 \cdot f_{c,cube}^{0,406}$;

$$c_2 = 0,159 \cdot f_{c,cube}^{0,303}$$

($f_{c,cube}$ – прочность бетона при сжатии, определенная на кубах 150 мм).

В отличие от зависимости (4.23) предложенной Mattock А.Н. и др. [225], зависимость (3.7) учитывает влияние прочности бетона. Это связано, очевидно, с тем, что исследования Mattock А.Н. и др., [225] были выполнены на образцах у которых, прочность бетона изменялась в очень небольшом интервале (от 21 до 37 МПа). Учитывая это обстоятельство и данные новых опытов в 1988 году Mattock А.Н. [230] провел дополнительные исследования образцов выполненных из бетона с прочностью при сжатии 41 МПа. На базе этих исследований он предложил усовершенствованную зависимость вида:

$$v_u = 0,467 \cdot (f_c')^{0,545} + 0,8 \cdot (0,8 \cdot f_y \cdot \rho_v + \sigma_n) < 0,3 \cdot f_c' \quad (3.8)$$

где f_c' – расчетное сопротивление бетона;

ρ_v, f_y – соответственно, количество армирования, пересекающего трещину и его расчетное сопротивление;

σ_n – нормальные (сжимающие) напряжения, действующие на поверхность сечения с трещиной.

Сравнение расчетных значений предельных сопротивлений сдвигу v_u , определенных по формуле (3.7), с опытными данными показано в табл. 3.1.

Таблица 3.1

Сравнение расчетных значений предельных сопротивлений срезу v_u (3.7) с опытными данными согласно [137].

Автор, источник	Число опытных образцов	Среднее значение	Стандартны е отклонения
Hofbeck, Ibrahim, Mattock (1969, [161]) Walraven, Reinhardt (1981, [343])	55	0,991	0,105
Frénay (1985, [146])	20	1,032	0,135
Pruijssers, L. Lung (1985, [276])	13	0,999	0,084
Всего	88	1,001	0,109

Расчетные графики для определения предельного сопротивления срезу ($v_{u,5\%,th} = 0,82 \cdot v_{u,th}$) построенные на базе зависимости (3.7) показаны на рис. 3.11.

Сопоставление результатов расчетов по графическим зависимостям (рис. 3.11) с опытными данными показано на рис. 3.12.

В связи с интенсивным развитием в последние двадцать лет технологий получения высокопрочных бетонов, был выполнен ряд исследований, направленных на выявление особенностей передачи среза сечением с трещиной в конструкциях, выполненных с их применением. Было установлено, что в силу специфики трещинообразования, в структуре высокопрочного бетона (трещина нормального отрыва пересекает одновременно растворную матрицу и заполнитель) поверхность зацепления по берегам трещин является менее шероховатой. Следует ожидать, что это явление приведет к снижению величины предельных касательных напряжений, воспринимаемых сечением с трещиной.

По приведенной выше методике Warlaven J.C. и др. (1995, [341-343]) выполнили исследования образцов изготовленных из бетона, имевшего цилиндрическую прочность $f'_c = 100$ МПа (или кубиковую $f_{c,cube} = 115$ МПа). Испытания показали, что неармированные образцы, выполненные из высокопрочного бетона ($f'_c = 100$ МПа) по сравнению с образцами нормальной прочности ($f'_c = 40...60$ МПа) имели для равных тангенциальных перемещений (скольжение по контакту) примерно на 35% меньшую ширину раскрытия трещин. Для армированных образцов уменьшение ширины раскрытия трещин составляло 25...45% (см. рис. 3.13, 3.14).

При анализе опытных данных [343] оказалось, что предельное сопротивление сдвигу в сечении с трещиной для высокопрочных бетонов может быть успешно рассчитано по формуле, предложенной в работах Mau S.T. и Hsu T.T.C. (1988 [233]):

$$\frac{v_u}{f'_c} = 0,66 \cdot \sqrt{\omega} < 0,3 \quad \text{при} \quad \omega = \frac{\rho_w \cdot f_y}{f'_c} \quad (3.9)$$

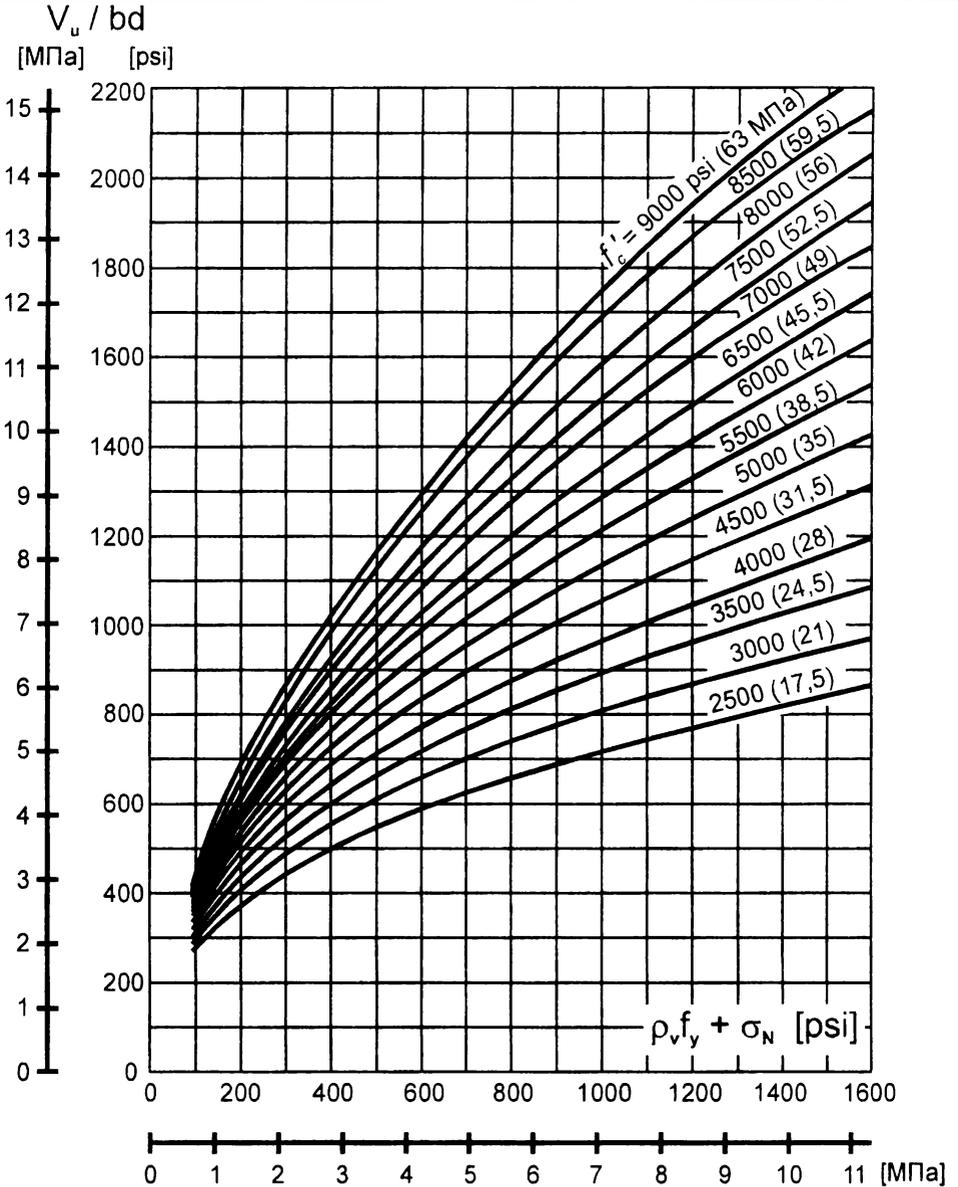


Рис. 3.11.

Расчетные графики для определения предельного сопротивления сдвигу сечения с трещиной (Walraven и др., 1987, [344]).

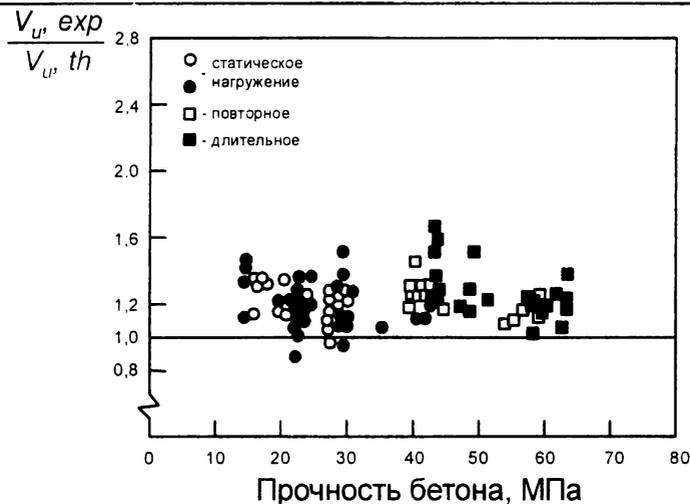


Рис. 3.12.

Сравнение опытных $V_{u,exp}$ и расчетных $V_{u,th}$ касательных напряжений, определенных по графикам (см. рис. 3.11) согласно [137].

При сравнении с опытными данными из табл. 3.1 среднее значение $V_{u,exp}/V_{u,th}$ составило 1,09 при стандартном отклонении 0,127. С учетом снижения предельного сопротивления срезу для высокопрочных бетонов примерно на 35% формула (3.9) получает вид:

$$\frac{V_u}{f'_c} = 0,43 \cdot \sqrt{\omega} \quad (3.10)$$

Сопоставление результатов расчетов по этой предельно простой зависимости с данными опытов, выполненное в работе [137], показывает, что она дает достаточно хорошее совпадение (среднее значение 1,012 при стандартном отклонении 0,128).

Основываясь на исследованиях Paulay T. и Loeber P.J. (1974, [268]), Ba ant Z.P. и Gambarowa P.G. (1980, [94]) предложили следующие формулы для определения касательных (σ_{nt}^c) и нормальных сжимающих напряжений (σ_{nn}^c) в сечении с трещиной, рассматривая их

как функцию от нормальных (δ_n) (ширины раскрытия трещины) и тангенциальных (δ_t) перемещений в плоскости среза:

$$\sigma_{nn}^c = -\frac{a_1}{\delta_n} \cdot (a_2 \cdot |\sigma_{nt}^c|)^p \quad (3.11)$$

$$\sigma_{nt}^c = \tau_u \cdot r \cdot \frac{a_3 + a_4 \cdot |r|^3}{1 + a_4 \cdot r^3} \quad (3.12)$$

при $r = \frac{\delta_n}{\delta_t}$; $\tau_u = \tau_0 \cdot \frac{a_0}{a_0 + \delta_n^2}$; $p = 1,30 \cdot \left(1 - \frac{0,231}{1 + 0,185 \cdot \delta_n + 5,63 \cdot \delta_n^2} \right)$.

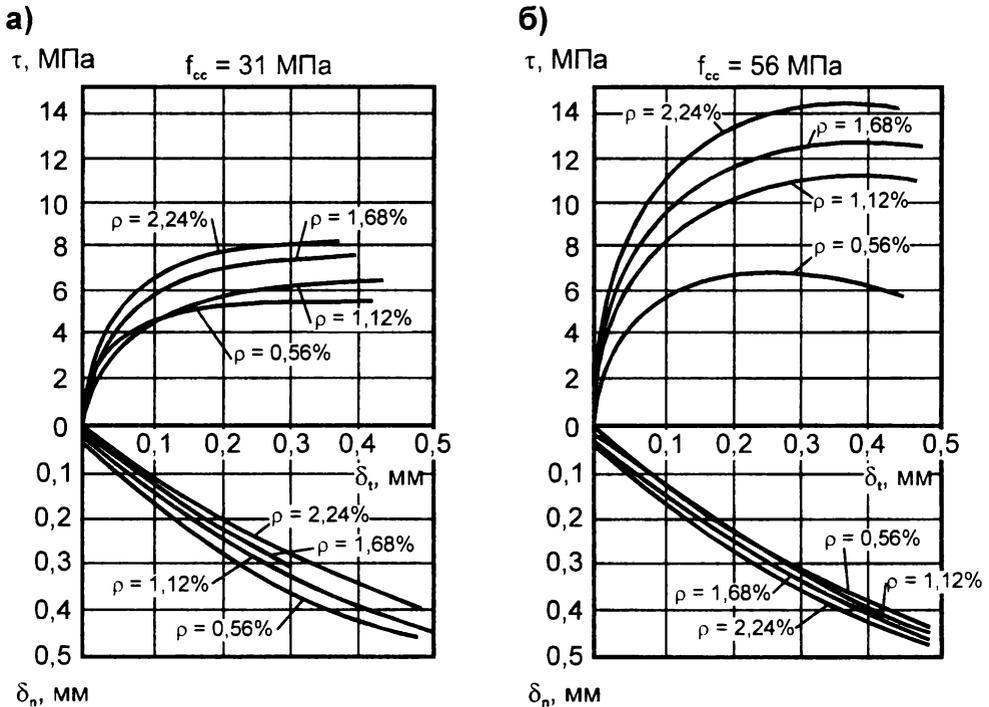


Рис. 3.13

Обобщение результатов опытов [343] для бетонов с прочностью при сжатии $f_{cc} = 31 \text{ МПа}$ (а) и $f_{cc} = 56 \text{ МПа}$ (б) для армированных образцов (Fréney J., 1985, [146]).

а) $f_{cc} = 59,1$ МПа; $D_{max} = 16$ мм

б) $f_{cc} = 115$ МПа

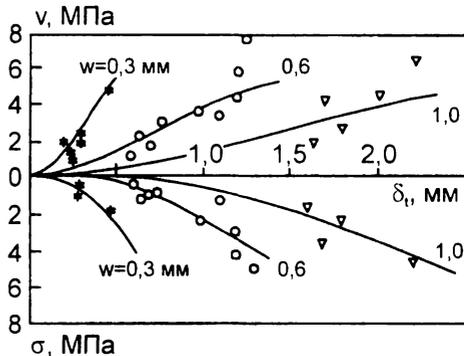
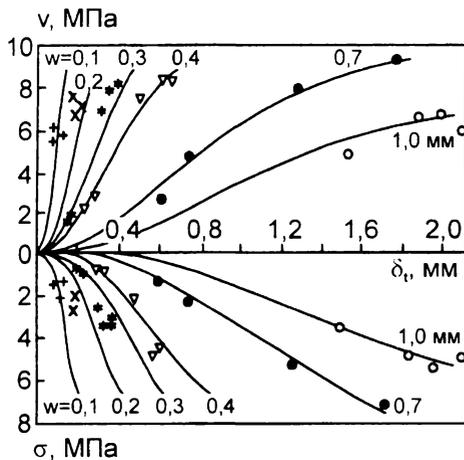


Рис. 3.14

Зависимость касательных (v) и нормальных (σ) напряжений от тангенциальных перемещений (δ_t) при различных постоянных значениях ширины раскрытия начальных трещин для неармированных образцов в опытах Walrawen J.C., 1995, [343].

В формулах (3.11, 3.12):

$$a_0 = 0,01 \cdot D_{max}^2; \quad a_1 = 534 \cdot 10^{-6} \text{ Н/мм}; \quad a_2 = 145 \text{ мм}^2/\text{Н};$$

$$a_3 = 2,45/\tau_0 \text{ Н/мм}^2; \quad a_4 = 2,44 (1-4/\tau_0) \text{ Н/мм}^2; \quad \tau_0 = 0,245 f_c'.$$

τ_u – максимальные касательные напряжения;

δ_n , δ_t – соответственно нормальное ($\delta_n \geq 0$) и тангенциальное перемещение;

f_c' – цилиндрическая прочность бетона;

D_{max} – максимальный размер зерна заполнителя.

Основываясь на исследованиях [94] Fréney J. в 1990 г [147] предложил другую, достаточно простую математическую модель:

$$\tau_a = 0,51 + 7,07 \cdot \sqrt{\delta_t} \quad (3.13)$$

где τ_a – касательные напряжения, воспринимаемы за счет зацепления по берегам трещины;

δ_t – тангенциальное перемещение.

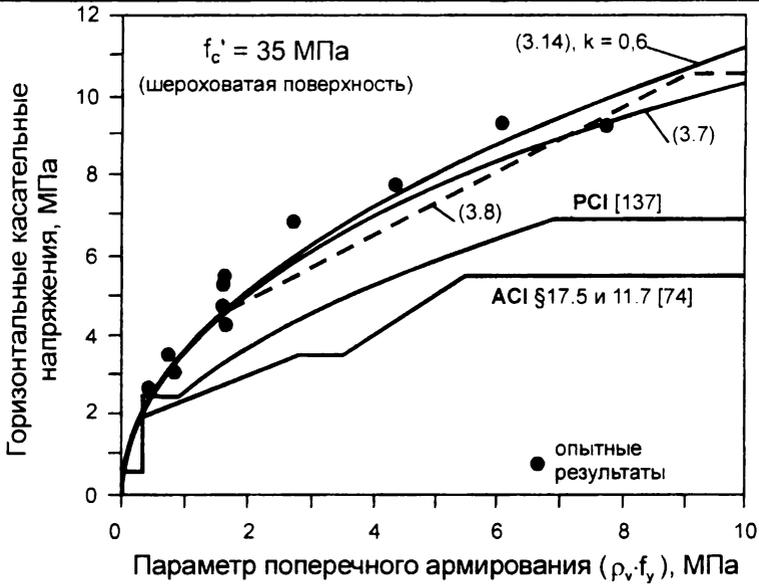


Рис. 3.15.

Сравнение опытных касательных напряжений с результатами расчетов по различным формулам, согласно [137].

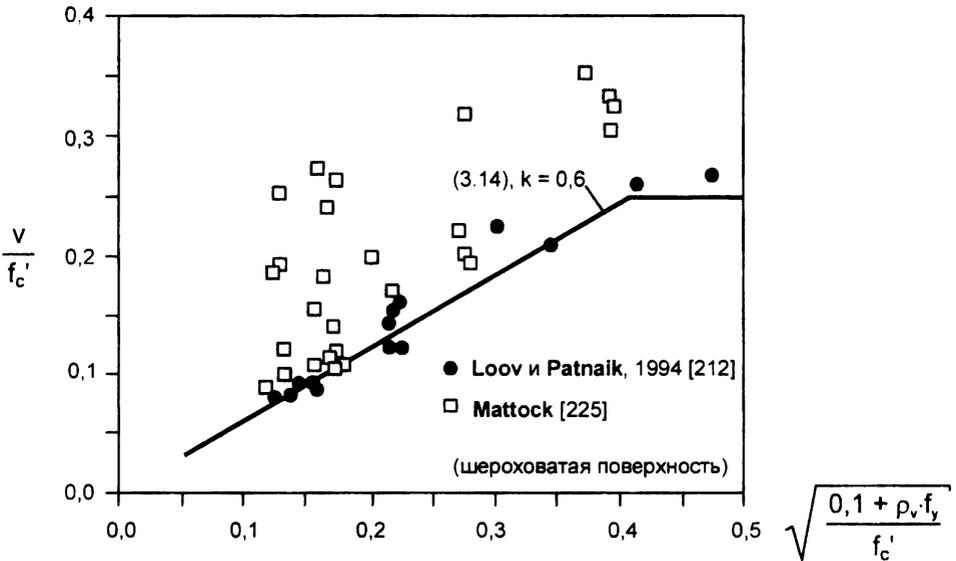


Рис. 3.16.

Сопоставление результатов расчетов по (3.14) с опытными предельными напряжениями сдвига согласно [137].

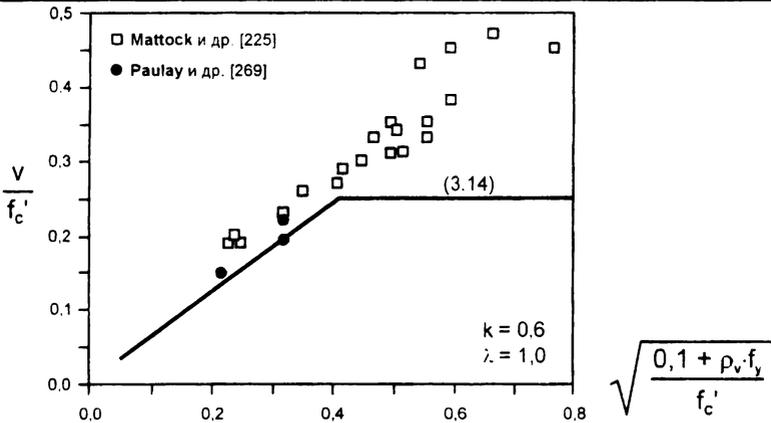


Рис. 3.17.

Сравнение результатов расчетов по (3.14) с опытными предельными напряжениями сдвига, полученными при испытаниях образцов без начальных трещин согласно [137].

Loov R.E. и Patnaik A.K. (1994, [212]) провели испытания 16 сборно-монолитных балок, имевших шероховатую контактную поверхность, изучая прочность при срезе горизонтального контактного соединения. Двенадцать из испытанных шестнадцати балок были выполнены из бетона, имевшего прочность при сжатии $f_c' = 35$ МПа, две имели $f_c' = 20$ МПа и остальные две $f_c' = 45$ МПа. На основании выполненных исследований было предложена следующая расчетная зависимость для определения предельного сопротивления армированного контакта:

$$v_u = k \cdot \lambda \cdot \sqrt{(0,1 + \rho_v \cdot f_y) \cdot f_c'} \leq 0,25 \cdot f_c', \quad (3.14)$$

где v_u – сопротивление сдвигу контакта;

$k = 0,6$ – для монолитного бетона;

$k = 0,5$ – для сборно-монолитной конструкции с шероховатой контактной поверхностью;

ρ_v – коэффициент поперечного армирования, пересекающего контакт;

λ – коэффициент, учитывающий вид бетона.

На рис. 3.15 – 3.17 показано сопоставление результатов расчетов предельных сопротивлений сдвигу по (3.14) с результатами испытаний опытных образцов с начальными трещинами. По результатам испытаний авторы [212] сделали следующие выводы:

- тангенциальные перемещения и напряжения в поперечной арматуре испытанных балок были значительными до тех пор, пока напряжения в контакте не достигли от 1,5 до 2,0 МПа;
- для балок, запроектированных в соответствии с предложенным уравнением (3.14), тангенциальные перемещения в стыке, равные $\delta = 0,5$ мм, приводят к текучести поперечных стержней, если предел текучести арматуры составляет не более чем 440 МПа.

Millard G.S. и **Johnson R.P.** (1984, 1985, [236, 237]) экспериментально изучали механизм передачи среза сечением с трещиной в армированных элементах. Программа испытания включала 19 образцов, на которых исследовали зацепление по берегам трещины (*англ.* aggregate interlock) и 22 элемента, на которых устанавливали влияние нагельного эффекта. Прочность бетона, использованного для изготовления опытных образцов, изменялась от 28 до 54 МПа. При изучении влияния эффекта зацепления по берегам трещины в опытных образцах исключали нагельный эффект, располагая стержни в эластичных трубах. Это обеспечивало работу арматуры только как ограничения, препятствовавшего нормальным перемещениям в сечении с трещиной. Исследования нагельного эффекта выполняли на образцах, в которых создавали абсолютно гладкую поверхность контакта в плоскости среза, что исключало влияние сил зацепления по контакту.

Как следует из выводов, представленных в [236, 237], результаты исследований не подтвердили положений так называемой модели контактных давлений (локальной / глобальной шероховатости), сформулированной Laibe J.P., White R.N. и Gergely P. (1977, [205]), так и моделей Jimenez R., Gergely P., White R.N. (1978, [185]). Наибольшее

соответствие было установлено для двухфазовой модели (растворная матрица – включение), сформулированный Warlaven J.C. и Reinhardt H.W. (1981, [343]).

Исследования, описанные в работах [236, 237], в которых изучали совместное влияние нагельного эффекта арматуры и зацепления по берегам трещины, вызванного шероховатостью контактирующих поверхностей, позволяют следующим образом представить влияние перечисленных ранее факторов на работу стыкового соединения после образования начальной трещины.

Образцы с большими начальными трещинами имеют меньшую нормальную жесткость ($\partial\sigma_{сн} / \partial\delta_w$), чем аналогичные образцы, получившие начальные трещины меньшей ширины раскрытия (рис. 3.18, в). При этом уменьшение ширины раскрытия начальной трещины от 0.5 мм до 0.125 мм, приводит к повышению нормальной жесткости стыкового соединения и, соответственно, сдвиговой жесткости и предельных касательных напряжений в среднем до пяти раз (рис. 3.18, а и б) для шероховатой поверхности контакта. Следует отметить, что при возрастании отношения начальной ширины раскрытия трещины (рассматриваемой как нормальные перемещения), к горизонтальным перемещениям, возрастает взаимное смещение элементов вдоль трещины.

При изучении влияния поперечной арматуры, пересекающей трещину, выявлено, что увеличение ее диаметра с одной стороны повышает сдвиговую жесткость соединения и предельное сопротивление срезу, но незначительно увеличивает нормальную жесткость. При этом нормальная жесткость не возрастает пропорционально коэффициенту армирования $\rho_{sw,j}$ пересекающего трещину. В силу этого влияние на сдвиговую жесткость здесь оказывается менее ощутимым, чем это может показаться на первый взгляд. Описанный эффект следует, очевидно, связывать со снижением анкеровки стержней пересекающих трещину при возрастании их диаметра.

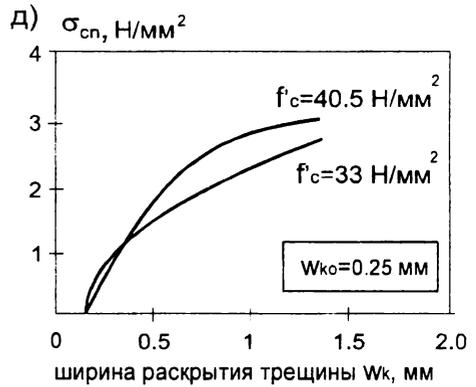
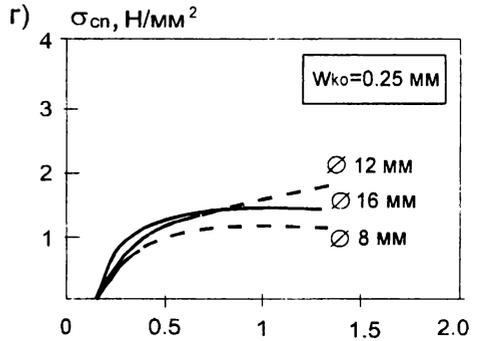
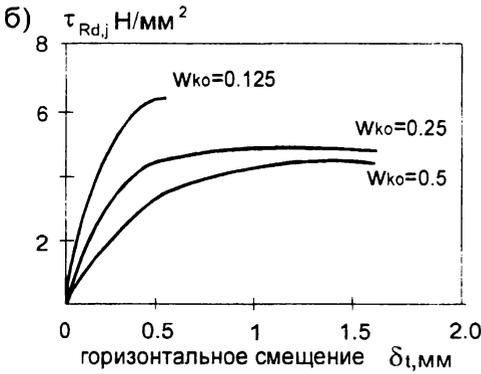
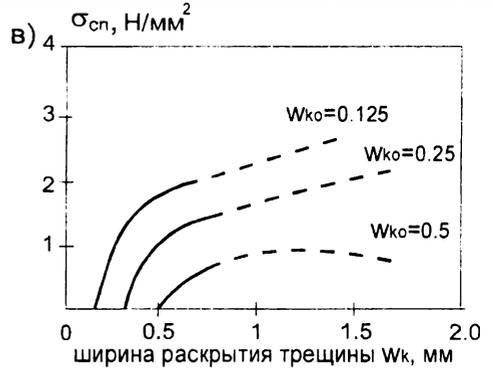
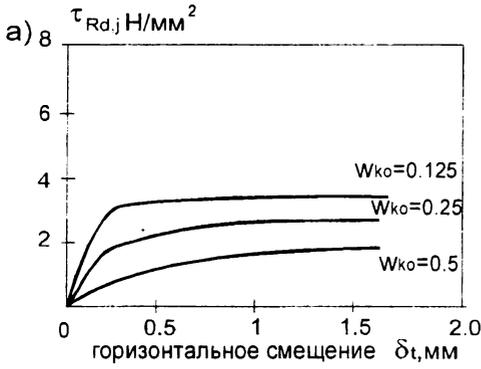


Рис. 3.18.

Результаты исследований по передаче среза сечением с трещиной согласно [237]

Вместе с тем, в случае, когда коэффициент армирования контакта повышается за счет увеличения количества стержней (дисперсности армирования) возрастание сдвиговой жесткости вдоль трещины более ощутимо (рис. 3.18 д). Однако это практически не влияет на отношение ширины раскрытия трещин к горизонтальным перемещениям стыка (коэффициент дилатансии), за исключением случаев применения бетонов высоких классов по прочности [236, 237].

Опыты [237], выполненные с образцами, в которых поперечное армирование имело нарушенную анкеровку в бетоне, показали, что независимо от количества армирования, его влияние как на сдвиговую жесткость, так и предельное сопротивление сдвигу незначительно.

По результатам выполненных исследований для армированных шероховатых контактов, где присутствуют одновременно нагельный эффект (*англ.* *dowel action*) и эффект зацепления по бетонам трещины (*англ.* *aggregate interlock*) в работе [237] предложена зависимость, связывающая горизонтальные перемещения в сечении с трещиной δ_x с вертикальными δ_n (шириной раскрытия трещины) в виде:

$$\delta_x = 1.4 \cdot \delta_n^{1.2}, \quad (3.15)$$

которая по данным [236, 237] дает достаточно хорошие результаты для бетонов с прочностью на осевое сжатие от 20 до 40 Н/мм².

Исследованиями [236, 237] показано, что сдвиговая жесткость неармированного контакта с трещиной, обеспечиваемая механическим зацеплением по берегам трещины соответствует сдвиговой жесткости армированного контакта при условии, что нормальная жесткость ($\partial\sigma_{nc}/\partial\delta_n$) остается постоянной. Близкие качественные результаты получены и в исследованиях, выполненных под руководством проф. Г.П. Пастушкова.

Опытами [236, 237] установлено, что предельная величина нагельного усилия, воспринимаемого арматурой зависит главным образом от диаметра стержня, его прочностных характеристик и прочности

бетона. При этом эмпирическая зависимость, предложенная в работах [276] и трансформированная с учетом результатов исследований J.Frény [149], имеет вид (см. рис. 3.19):

$$\tau_d = \frac{V_d}{A_d} = 1.35 \cdot \gamma_b \cdot \left[\sqrt{(\varepsilon')^2 + 1} - \varepsilon' \right] \cdot d_b^2 \cdot \sqrt{f_{ccm} \cdot f_{sy}}, \quad (3.16)$$

где
$$\gamma_b = \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_s}{f_{sy}} \right)^2}, \quad (3.17)$$

$$\varepsilon' = e \cdot \frac{f_{ccm}}{f_{sy}} \cdot \frac{1}{d_b}, \quad (3.18)$$

где f_{ccm} – расчетное сопротивление бетона при смятии;
 f_y – предел текучести арматуры;
 σ_s – напряжения в арматуре.

В формулах (3.16) –(3.18) коэффициент γ_b учитывает снижение нагельного эффекта арматуры при одновременном действии на нее осевого и сдвигающего усилия, зависимость для определения которого получены в работах [148, 149, 236, 237].

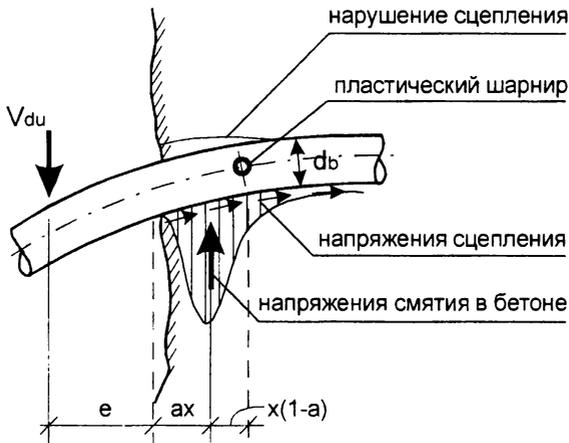


Рис. 3.19.

Модель нагельного эффекта армирования согласно [148]

Полные напряжения, воспринимаемые сечением с трещиной предложено определять по формулам двухфазовой модели:

$$\tau_{Rd,j} = \tau_a + \tau_d, \quad (3.19)$$

$$\sigma_{Rd,n} = \sigma_a, \quad (3.20)$$

Согласно принятым представлениям после образования в арматуре (нагеле) пластического шарнира (рис. 3.19), раскрытие трещины происходит по первой модели (механического зацепления), так как поперечная арматура более не оказывает ограничивающего влияния на вертикальные перемещения. Зависимость между горизонтальными и вертикальными перемещениями в плоскости стыка предложено определять по эмпирической зависимости вида:

$$\delta_i = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{no} \cdot f_{sy,j}}{2 \cdot f_{ccm}} \right)} \cdot (\delta_n - \delta_{no})^{2/3}, \quad (3.21)$$

где $f_{sy,j}$ – расчетное сопротивление арматуры, пересекающей трещину;
 f_{ccm} – расчетное сопротивление бетона при смятии;
 δ_{no} – начальная ширина раскрытия трещины.

Испытаниями образцов при действии, как кратковременной, так и длительной нагрузок установлено, что зависимость между вертикальными перемещениями и (шириной раскрытия трещины) и тангенциальными смещениями в плоскости трещины может быть описана простой эмпирической формулой:

$$\delta_i = a \cdot (\delta_n)^b, \text{ мм} \quad (3.22)$$

Значения коэффициентов a и b , установленные с коэффициентом корреляции $r > 0.99$ представлены в табл. 3.2. Представленные значения получены для следующих условий – отношение $\tau / \tau_{Rd,u} = 0.5 \dots 0.9$; $\rho_{sw,j} \cdot f_{sy} = 5.15 \dots 12.32 \text{ Н/мм}^2$; $\delta_{no} = 0.01 \dots 0.06 \text{ мм}$; длительность нагружения $0 \leq t \leq 11.4 \text{ лет } (10^5 \text{ час})$.

Таблица 3.2.

Значения коэффициентов a , b в формуле (3.22) согласно [149]
(J. Fréney, 1991)

Продолжительность действия нагрузки	Прочность бетона при сжатию, f_{cm} , (Н/мм ²)	a	B
Кратковременная	20 – 40	1.400	1.200
	56	1.870	1.400
Длительно действующая	51	1.249	1.285
	70	1.195	1.375

Сопоставление данных расчетов по различным моделям с опытными данными, полученными в работах [149, 236, 237], показывают, что наилучшее совпадение в диапазоне начальных значений ширины раскрытия трещин (см. рис. 3.20) от 0.01 до 0.05 мм дают зависимости, учитывающие комплексное влияние зацепления по берегам трещины и нагельного эффекта.

Следует сделать еще одно замечание. Как видно из данных, показанных на рис. 3.20, при решении задачи о предельном сопротивлении сдвигу сечения с трещиной принцип суперпозиции двух описанных выше эффектов очевидно не применим.

White R.N. и **Holley M.J.** (1972, [351]) исследовали 16 образцов размером 457×610×915 мм с начальными трещинами, в которых арматурные стержни располагались вне элементов и не имели сцепления с бетоном. Площадь среза составляла 1810 см² и 1550 см². Для изготовления образцов применяли бетон прочностью при сжатию $f'_c = 20$ МПа. Образцы подвергали статическому и циклическому нагружениям.

**Расчет железобетонных конструкций
при действии перерезывающих сил**

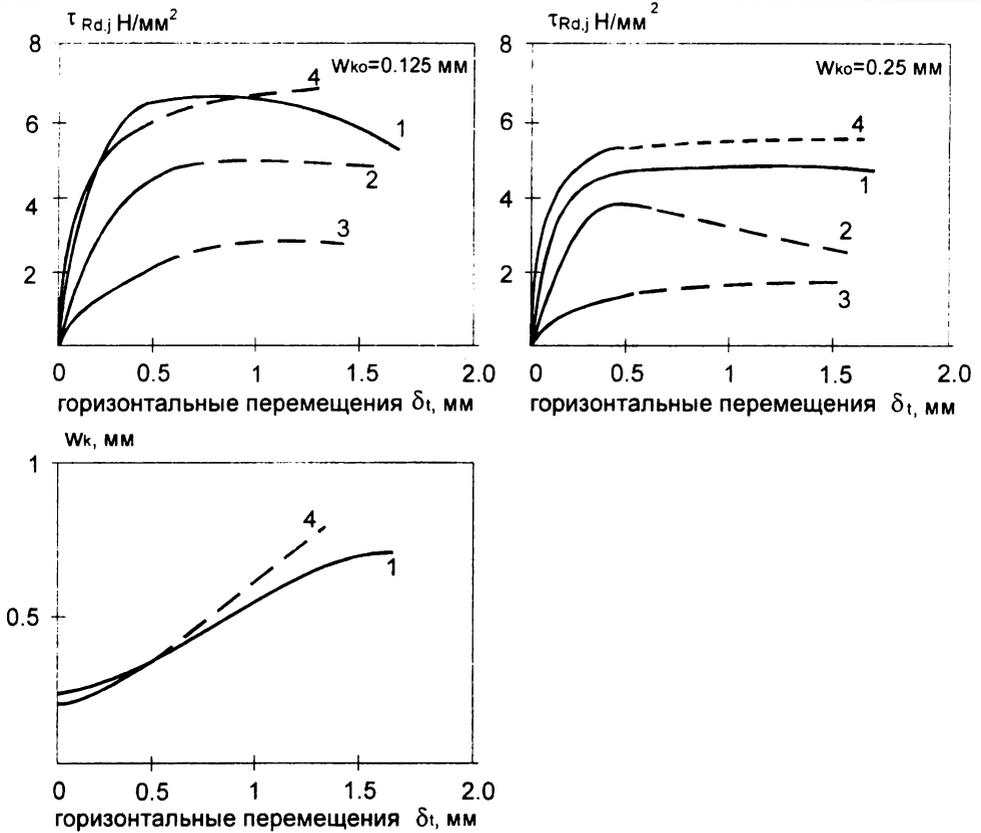


Рис. 3.20.

Сопоставление опытных данных с результатами расчетов по различным моделям для сечения с трещиной:

- 1 – опытные данные [236, 237];
- 2 – модель механического зацепления (англ. aggregate interlock, a.i.);
- 3 – модель поперечного эффекта (англ. dowel action, d.a.);
- 4 – суммарная модель (a.i. + d.a.).

Как следует из [351] по результатам работы были сделаны следующие выводы:

- 1) Тангенциальные перемещения в плоскости сдвига, регистрируемые при нагружении, не обращаются в нуль при снятии нагрузки.

2) Тангенциальные перемещения уменьшаются при возрастании размеров зерна крупного заполнителя, увеличении диаметра стержней, пронизывающих трещину и снижении начального раскрытия трещины.

В очень оригинальной публикации **Krauthammer T.** (1992, [200]) анализирует требования по назначению минимального коэффициента поперечного армирования согласно *ACI 318* ($A_v = 0,35 \cdot b_w \cdot s / f_y$).

Поперечная сила воспринимаемая арматурой, пересекающей наклонную трещину под углом α_f равна:

$$V_n = A_{vf} \cdot f_y \cdot (\mu \cdot \sin \alpha_f + \cos \alpha_f), \quad (3.23)$$

где A_{vf} – площадь сечения поперечной арматуры;

f_y – предел текучести арматурного стержня;

μ – коэффициент трения для сечения с трещиной.

В свою очередь, минимальное значение поперечной силы V_n , которую воспринимает сечение за счет зацепления по берегам трещины можно определить:

$$V_n = \mu \cdot \sigma_n \cdot b_w \cdot s, \quad (3.24)$$

где $b_w \cdot s$ – площадь контакта;

σ_n – нормальные напряжения, действующие на плоскость вдоль трещины.

Приравняв (3.23) и (3.24) получаем:

$$A_{vf} = k_{sh} \cdot b_w \cdot s / f_y, \quad (3.25)$$

где

$$k_{sh} = \sigma_n \cdot \frac{\mu}{\mu \cdot \sin \alpha_f + \mu \cdot \cos \alpha_f}$$

Krauthammer T. [200] предлагает принимать расчетное значение коэффициента $k_{sh}' = k_{sh} / 0,85$, а углы наклона диагональной трещины в пределах $\alpha_f = 30 \dots 55^\circ$.

В соответствии с полученным решением для определения минимального количества поперечной арматуры установлено:

$$\begin{aligned} \text{если } \alpha_f = 45^\circ, & \quad 241 < k_{sh} < 379 \text{ кПа;} \\ & \quad 287 < k_{sh}' < 446 \text{ кПа;} \\ 30^\circ \leq \alpha_f \leq 55^\circ, & \quad 236 < k_{sh} < 378 \text{ кПа;} \\ & \quad 278 < k_{sh}' < 445 \text{ кПа;} \\ \alpha_f = 90^\circ, & \quad k_{sh} = 460 \text{ кПа.} \end{aligned}$$

Так, нормы ACI Code [74], принимая $\alpha_f = 45^\circ$, $\mu = 1,4$ (для монолитной конструкции) и $k_{sh}' = 448$ кПа предполагают рассчитывать минимальный коэффициент поперечного армирования по формуле:

$$A_v = 0,45 \cdot \frac{b_w \cdot s}{f_y}$$

Сравнение различных моделей, выполненное в работах Collins M.P. и Mitchell D. (1991, [120]) (рис. 3.21), показывает, что в основном все исследователи зависимость между нормальными и касательными напряжениями воспринимаемыми сечением с трещиной рассматривают как функцию от нормальных и тангенциальных перемещений, развивающихся в плоскости скольжения.

Базируясь на работах Warlaven J.C. и Reinhardt H.W. (1981, [343]) и собственных экспериментальных данных, Vecchio M.P. и Collins D. (1986, [329]) предположили следующую параболическую зависимость связывающую нормальные σ и касательные τ напряжения, действующие в сечении с трещиной (рис. 3.22., 1986):

$$\frac{\tau}{\tau_{max}} = 0,18 + 1,64 \cdot \frac{\sigma}{\tau_{max}} - 0,82 \cdot \left(\frac{\sigma}{\tau_{max}} \right)^2 \quad (3.26)$$

где

$$\tau_{max} = \frac{\sqrt{f_c'}}{0,3 + \frac{24 \cdot w}{c + 16}} \text{ (МПа, мм)} \quad (3.27)$$

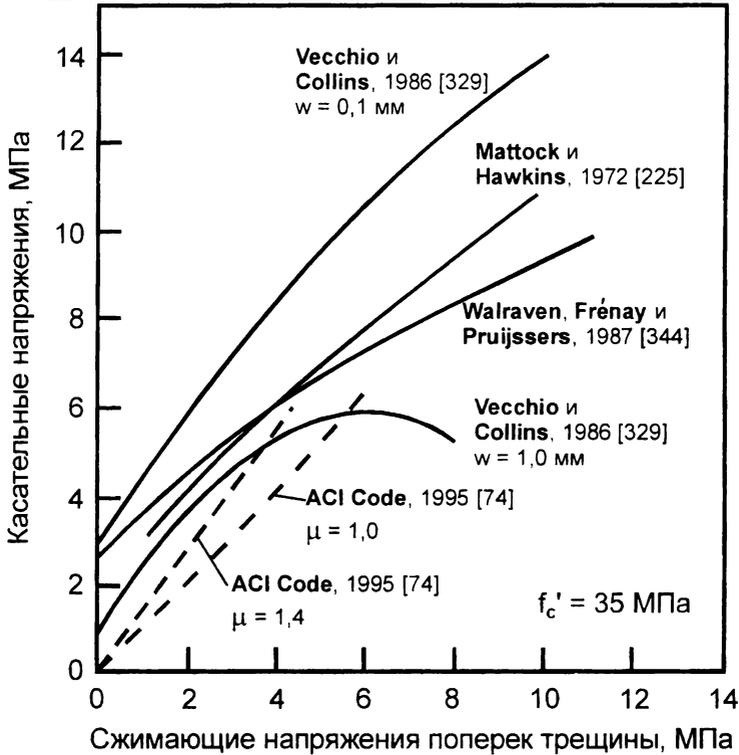


Рис. 3.21.

Сопоставление результатов расчетов по различным формулам напряжений сдвига, передаваемых сечением с трещиной в зависимости от величины нормальных сжимающих напряжений [120].

Как следует из (3.27), τ_{max} , максимальные касательные напряжения, передаваемые сечением с трещиной, являются функцией от ширины раскрытия трещины w (нормальных перемещений), прочности бетона при сжатии f_c' , максимальной крупности зерна заполнителя s .

Учитывая то обстоятельство, что в большинстве практических случаев (в частности при расчете прочности наклонных сечений) эффект от действия на плоскость скольжения сжимающих напряжений σ незначителен, для уравнения (3.26), применяемого в расчетах прочно-

сти наклонных сечений, принята упрощенная версия (Collins D., Mitchell M.P., 1991, [120]):

$$\tau = 0,18 \cdot \tau_{\max}$$

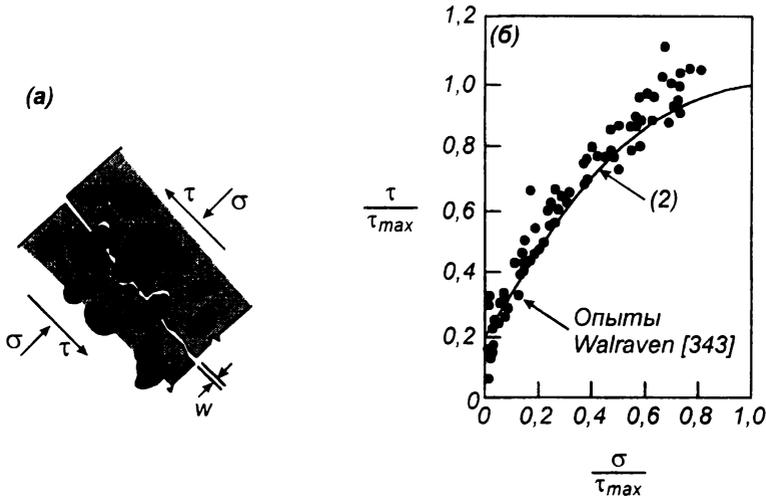


Рис. 3.22.

Зависимость, связывающая касательные и нормальные напряжения для сечения с трещиной согласно [329].

Reineck К.Н. (1982, 1991, [280, 282–284]) по результатам собственных опытов предлагает использовать в расчетах следующие базовые зависимости для касательных напряжений, воспринимаемых трещиной:

$$\tau = \tau_{f_0} + 1,7 \cdot \sigma = \tau_{f_0} + \frac{\delta_t - 0,24 \cdot w}{0,096 \cdot w + 0,01}, \quad (3.28)$$

где τ_{f_0} – касательные напряжения, воспринимаемые сечением с трещиной при отсутствии напряжений, нормальных к плоскости трещины, определяемые по формуле:

$$\tau_{f_0} = 0,45 \cdot f_{ct} \cdot \left(1 - \frac{w}{0,09}\right) \quad (3.29)$$

В формулах (3.28) и (3.29):

δ_t – тангенциальные перемещения, мм;

w – ширина раскрытия трещин, мм;

f_{ct} – прочность бетона при растяжении, МПа.

Earlier A., Kupfer H., Mang R. и др. (1983, [203]) в своих ранних работах предлагали использовать зависимости вида:

$$\frac{\tau}{f_c'} = 0,117 - 0,085 \cdot \delta_t - \text{для случая } \mathbf{A}: \delta_t = w; \quad (3.30)$$

$$\frac{\tau}{f_c'} = 0,017 + 0,1 \cdot \frac{\delta_t}{w} - 0,085 \cdot \delta_t - \text{для случая } \mathbf{B}: \delta_t \neq w. \quad (3.31)$$

Следует отметить, что уравнения (3.30) и (3.31) базируются на экспериментальных данных [341–345], полученных для бетона прочностью 25 МПа и при $\delta_t = 0,20$ мм.

Kupfer H. и Bulicek H. (1992, [204]) в расчетах прочности наклонных сечений используют следующие модифицированные зависимости, полученные в работах Warlaven и Reinhardt (1981, [343]):

$$\tau = -\frac{f_{c,cube}}{30 \text{ (МПа)}} + [1,8 \cdot w^{-0,8} + (0,234 \cdot w^{-0,707} - 0,20) \cdot f_{c,cube}] \cdot \delta_t \geq 0 \quad (3.32)$$

$$\sigma = \frac{f_{c,cube}}{20 \text{ (МПа)}} - [1,35 \cdot w^{-0,63} + (0,191 \cdot w^{-0,522} - 0,15) \cdot f_{c,cube}] \cdot \delta_t \leq 0 \quad (3.33)$$

где w – ширина раскрытия трещин, мм;

$f_{c,cube}$ – прочность бетона при сжатии (кубиковая), МПа.

Сравнение результатов расчета по некоторым из представленных формул для определения касательных и нормальных напряжений, действующих в диагональной трещине в зависимости от величины тангенциальных перемещений (т.н. скольжения вдоль трещины) показаны на рис. 3.23. Расчеты выполнены для двух значений ширины

раскрытия трещин $w = 0,5$ мм и $w = 0,8$ мм и сравниваются с опытными данными, взятыми из работы [343]. Все расчетные кривые построенные для бетона, выполненного на крупном заполнителе при $c = 16$ мм, имевшего прочность при сжатии $f_{c,cube} = 59$ МПа ($f'_c = 50$ МПа, $f_{cr} = 3,5$ МПа), что соответствовало условиям опытных образцов [343]. Из сравнения можно сделать следующие выводы:

- 1) Формулы, предложенные в работе [343] (Walraven и Reinhard, 1981) дают результаты, достаточно хорошо совпадающие с опытными данными в области тангенциальных перемещений до $\delta_t = 1$ мм. Однако, предложенные уравнения нуждаются во введении ограничений. Это связано с тем, что с ростом тангенциальных смещений наблюдается возрастание касательных и нормальных напряжений в трещине по линейному закону, что противоречит физике наблюдаемых явлений;
- 2) Уравнения, введенные в работах [282–284] (Reineck, 1991) так же нуждаются во введении ограничений. Они дают результаты хорошо совпадающие с опытными данными при ширине раскрытия трещины $w = 0,5$ мм, но имеют существенное отклонение от опытных данных при $w = 0,8$ мм ;
- 3) Зависимости, представленные в работах [131] (Dei Poli, Prisco и Gambarowa, 1990) и [94] (Ba ant, Gambarowa, 1980) в основном хорошо описывают общую тенденцию развития касательных и нормальных напряжений в сечении с трещиной, однако имеют ощутимые отклонения от опытных данных [343]. Очевидно, при корректировке параметров, входящих в эти зависимости они могут дать наилучший результат расчетов;
- 4) Зависимости, представленные в работе [203] (Kupfer, Mang, Karavesyrogrou, 1983) получены по результатам испытаний образцов, имевших низкую прочность при сжатии. В силу этого они неудовлетворительно совпадают с опытными данными [343] и имеют ограниченную область применения.

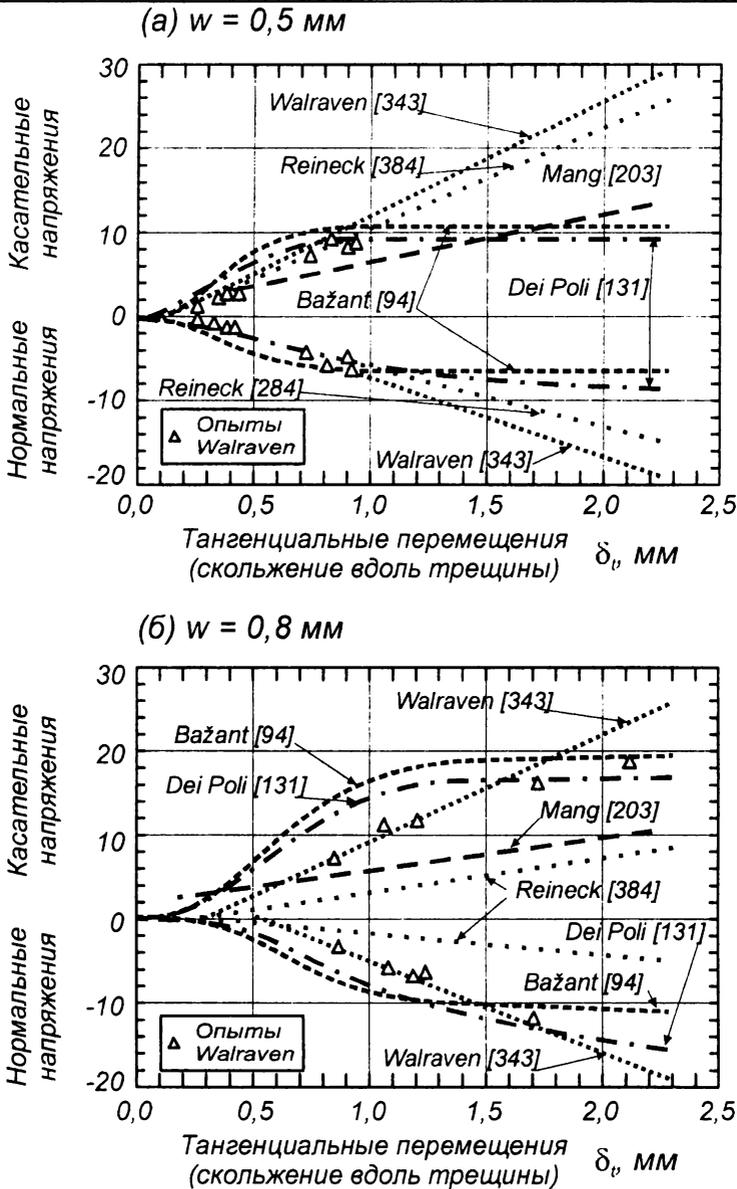


Рис. 3.23.

Сравнение формул для расчета касательных и нормальных напряжений в зависимости от тангенциальных перемещений при $w = 0,5 \text{ мм}$ (а) и $w = 0,8 \text{ мм}$ (б) согласно [136].

В работах профессора Ю.Н. Климова [49, 51] для анализа внутренних усилий, действующих в наклонном сечении использована дисково-связевая модель. На основе ее применения были полечены достаточно простые расчетные формулы для подсчета составляющих предельной поперечной силы, воспринимаемой железобетонным элементом с диагональными трещинами. Подобно тому, как это было сделано в работах [49, 51] и исследовано численными методами в работах профессора С.В. Босакова при выводе расчетных формул для определения величины нагельного эффекта, арматурный стержень рассматривали как балку, заделанную в упругое основание, нагруженную сдвигающей силой Q_s . Возникающую в защемленном стержне при повороте и смещении его краев поперечную силу предложено определять по формулам сопротивления материалов:

$$Q_s = \frac{12 \cdot E_s \cdot J_s}{l^3} \cdot c \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \left(1 + \frac{l_1 - 0,5 \cdot l}{c} \right) \quad (3.34)$$

где φ_1, φ_2 – углы поворотов арматурного стержня в бетонных блоках;
 c – длина горизонтальной проекции наклонной трещины.

Из анализа, представленного в [49, 51] установлено, что с достаточной для практики точностью за длину изгиба арматуры можно принять длину l_x на которой вертикальные перемещения и поперечная сила изменяются практически до нуля, а изгибающие моменты достигают максимума. При прочих равных условиях длина l_x является функцией коэффициента постели и уменьшается с его увеличением. По данным собственных опытов автор [49], принимая коэффициент постели бетонного массива $(30 \dots 70) \cdot 10^7$ кН/м³ показывает, что $l_2 = 2,5 \cdot d$. Для бетона защитного слоя при коэффициенте постели $(0,5 \dots 1,0) \cdot 10^7$ кН/м³ длина $l_1 = 6 \cdot d$. Тогда при расчете нагельного усилия по формуле (3.34) предложено принимать $l_1 = 6,0 \cdot d$, а $l = 8,5 \cdot d$. Более точные исследования работы стержня в упругом полупространстве выполнен-

ные профессором С.В. Босаковым позволили получить близкие значения l_1 . (Рекомендовано принимать $l_1 \leq 10d$, так как дальнейшее увеличение l_1 практически не влияет на величину предельного усилия, воспринимаемого стержнем). При этом, в работе профессора С.В. Босакова сделан еще один очень важный, на наш взгляд, вывод, согласно которому основным параметром характеризующим напряженное состояние арматурного стержня в бетонном массиве, является показатель гибкости, определяемый по формуле:

$$\beta = \frac{64}{\pi} \cdot \frac{E_c}{E_s} \cdot \left(\frac{l}{d_s} \right)^4 \quad (3.35)$$

Для определения усилия зацепления, возникающего в трещине профессор Ю.А. Климов [49] предлагает пользоваться общей формулой:

$$F_{crc} = \delta_t \cdot l_{crc} \cdot b \cdot c_{crc} \quad (3.36)$$

где δ_t – тангенциальные смещения в трещине;
 c_{crc} – коэффициент постели сдвига.

Для определения коэффициента постели сдвига испытывали бетонные образцы – кубы с ребром 10 см, имевшие сквозные трещины по середине плоскости. В зависимости от ширины раскрытия начальной трещины, образцы разделяли на четыре группы: $w = 0,05...0,15$ мм, $w = 0,2...0,3$ мм, $w = 0,4...0,6$ мм, $w = 0,7...1,0$ мм. На специальной установке часть куба сдвигали относительно другой, контролируя при этом сдвигающее усилие и величину смещения. По результатам опытов (см. рис. 3.24) предложено для практических расчетов пользоваться формулой:

$$c_{crc} = 13 \cdot (1 - w) \cdot 10^6 \quad \text{при } w \leq 1 \text{ мм} \quad (3.37)$$

Тогда в конечном виде зависимость между касательными напряжениями, действующими в трещине, и тангенциальными смещениями можно представить в виде:

$$\tau_{fr} = 13 \cdot (1 - w) \cdot \delta \cdot 10^6 \quad (3.38)$$

К сожалению, формула (3.38) в представленном виде не учитывает прочностных свойств бетона и влияния нормальных напряжений, действующих на поверхность трещины в результате деформирования ограничивающей арматуры. В силу этого ее нельзя распространить на широкий диапазон бетонов, из которых проектируют конструкции.

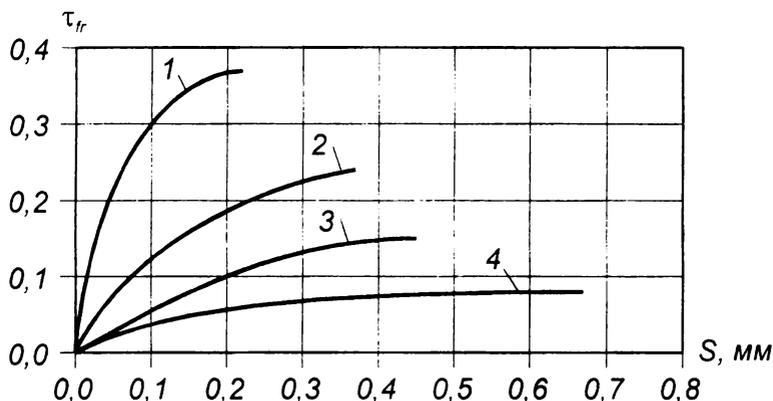


Рис. 3.24.

Зависимость касательных напряжений от деформаций сдвига при начальной ширине раскрытия трещины согласно [49].

1 – 0,05...0,15 мм; 2 – 0,2...0,3 мм; 3 – 0,4...0,6 мм; 4 – 0,7...1,0 мм.

Для сравнения представим результаты экспериментально-теоретических исследований нагельного эффекта, полученные в работах профессора Г.П. Пастушкова и В.А. Гутковского [17]. В основу теоретического решения задачи по определению предельного усилия воспринимаемого поперечным стержнем, заделанным в бетон, положена предпосылка о том, что при работе материалов в упругопластической стадии предельное состояние по прочности бетонного основа-

ния и арматурного стержня достигается одновременно. При анализе была выбрана предельно упрощенная модель: силы сдвига действуют в плоскости трещины, сцепление за счет зацепления по берегам трещины и нормальные напряжения отсутствуют, все касательные напряжения воспринимает арматурный стержень, пересекающий трещину под прямым углом. Задачу решали в несколько этапов: 1) рассматривали влияние упругой и упругопластической работы материалов на величину касательных напряжений, воспринимаемых арматурой; 2) исследовали зону передачи сосредоточенной нагрузки на бетонное основание с использованием деформационных зависимостей. На основании выполненных исследований предельные касательные напряжения, воспринимаемые арматурой за счет нагельного эффекта предложено определять по формуле:

$$\tau_s = 0,64 \cdot \sqrt{\gamma_\delta \cdot f_{cd} \cdot f_{yw}} \quad (3.39)$$

где γ_δ – коэффициент, учитывающий повышение сопротивления бетона местному сжатию под арматурным стержнем, определяемый по формуле:

$$\gamma_\delta = \frac{c \cdot f_{ctd}}{\varphi \cdot d \cdot f_{cd}} \quad (3.40)$$

Для определения коэффициента φ используют график, приведенный на рис. 3.25.

Кроме того, при совместном решении уравнений равновесия сил и совместности деформаций получена зависимость для определения максимального смещения (прогиба) арматурного стержня:

$$y = \delta \cdot e^{-\beta x} \cdot \cos \beta x \quad (3.41)$$

$$\text{при} \quad \delta = \frac{T_s}{2 \cdot E_s \cdot J_s \cdot \beta^3} \quad (3.42)$$

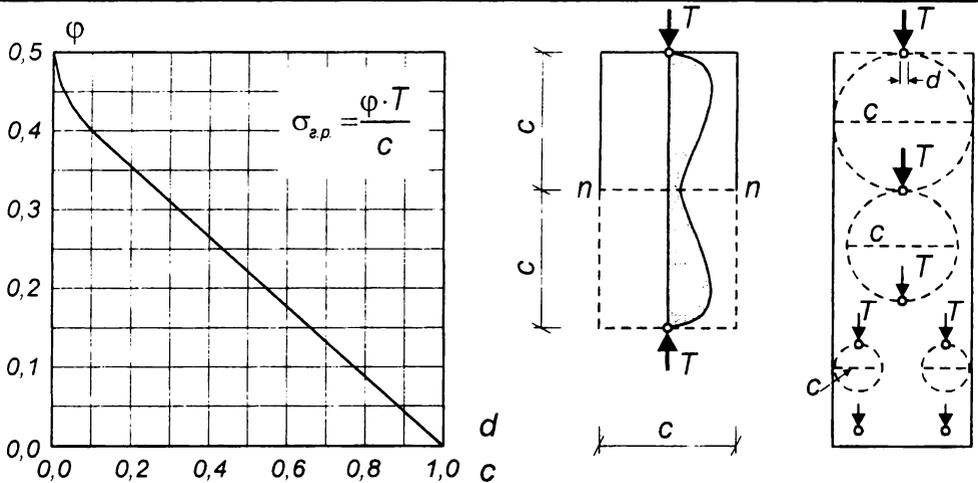


Рис. 3.25.

Значение главных растягивающих напряжений по оси раскалывания образца в зависимости от отношения d/c (по работам проф. Г.П. Пастушкова и В.А. Гутковского [17]).

В формулах (3.41) и (3.42):

β – коэффициент погонной жесткости системы "арматурный стержень – бетон", определяемый по формуле:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k_0 \cdot d}{4 \cdot E_s \cdot J_s}} \quad (3.43)$$

$k_0 d$ – погонная жесткость бетонного основания;

$E_s \cdot J_s$ – изгибная жесткость арматурного стержня;

T_s – нагельное усилие.

Обобщив результаты собственных исследований, а также опытные данные представленные в работах [339–343] (рис. 3.26), **S.C. Tsoukantas** и **T.P. Tassios** (1989, [316]) предложили рассчитывать предельное сопротивление сдвигу для шероховатой поверхности,

имеющей место в сечении с трещиной, пронизанной арматурой по следующей формуле:

$$\tau_{fr,u} = 0,5 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2 \cdot \sigma_{cc}} \quad (3.44)$$

где σ_{cc} – нормальные сжимающие напряжения, действующие на поверхность контакта;

f_{ck} – нормативное сопротивление бетона.

Переходя к расчетному сопротивлению сдвига при $\gamma_{Rd} = 4/3$ и $\gamma_c = 1,5$ получаем:

$$\tau_{(fr,u)d} = \frac{0,5}{\gamma_{Rd}} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{f_{ck}}{\gamma_c}\right)^2 \cdot \sigma_{cc}} \quad (3.45)$$

$$\tau_{(fr,u)d} = 0,27 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2 \cdot \sigma_{cc}} \quad (3.46)$$

При этом установлено, что нормальные (ширина раскрытия трещин) и тангенциальные перемещения для шероховатой поверхности связаны зависимостью:

$$w = 0,6 \cdot s^{2/3} \quad (3.47)$$

где w – нормальные перемещения (ширина раскрытия трещины);
 s – тангенциальное перемещение (сдвиг по контакту поверхностей, разделенных трещиной).

Формула (3.47) справедлива для тангенциальных смещений $s \leq 2,5$ мм.

Кроме того, в работе [316] приведено аналитическое описание диаграммы деформирования, связывающей касательные напряжения, действующие в сечении с трещиной с тангенциальными перемещениями (рис. 3.26) в виде:

$$\frac{s}{s_u'} = 1,7 \cdot \left[\left(\frac{\tau_{fr}}{\tau_{fr,u}} \right)^4 - 0,5 \cdot \left(\frac{\tau_{fr}}{\tau_{fr,u}} \right)^3 \right] + 0,05 \text{ при } s_u' = 2,00 \text{ мм} \quad (3.48)$$

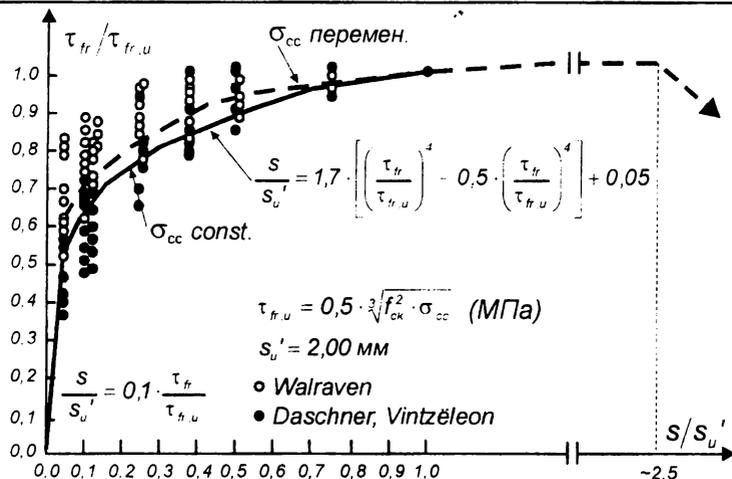


Рис. 3.26.

Диаграмма деформирования " $\tau_{fr} - s$ " для сечения с трещиной согласно [316].

Нагельный эффект арматуры $D_{u,d}$ зависит от многих параметров, таких как толщина защитного слоя окружающего бетона, диаметра стержня, длины анкеровки, качества бетона, способа нагружения.

Когда толщина защитного слоя значительно больше диаметра стержня ($c_1/d_b \geq 3$ и $c_2/d_b \geq 5$, см рис. 3.28), механизм разрушения связывают с достижением напряжениями в арматуре предела текучести и раздавливанием окружающего бетона (модель разрушения λ). На рис. 3.27 показана зависимость, связывающая величину нагельного эффекта D с перемещением s_D , полученная в исследованиях [316].

Предельное нагельное усилие $D_{u,d}$ определяется из следующей зависимости:

$$D_{u,d}^2 + (10 \cdot f_{c,cube} \cdot d_n \cdot e) \cdot D_{u,d} - \delta^2 \cdot d_b^4 \cdot f_{c,cube} \cdot f_{sy} \cdot (1 - \xi^2) = 0 \quad (3.49)$$

где ξ — отношение напряжений в арматуре, пересекающей трещину к предельным напряжениям, соответствующим текучести

$$\xi = \sigma_s / f_{sy};$$

f_{sy} – предел текучести арматуры;

δ – коэффициент ($>1,3$), зависящий от толщины окружающего бетона, определяемый по табл. 3.3 и рис. 3.28.

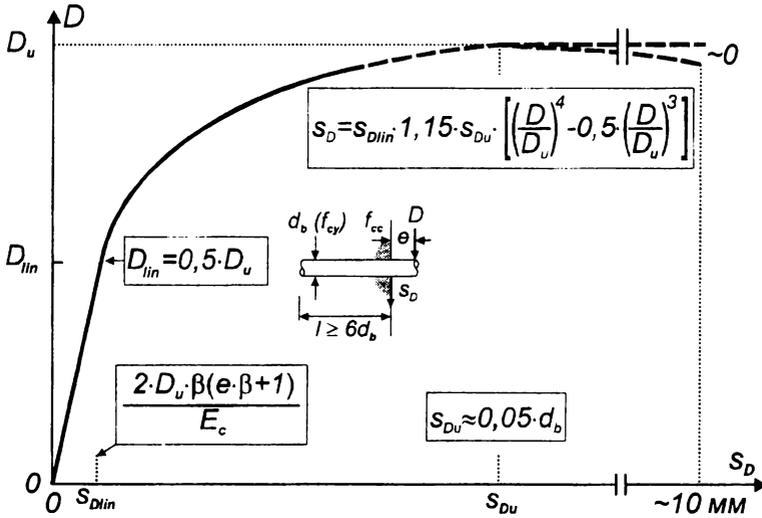


Рис. 3.27.

Диаграмма деформирования " $D_d - s_D$ " согласно [316].

При этом для обеспечения требований безопасности при проектировании рекомендовано учитывать нагельный эффект только для стержней, у которых толщина защитного слоя $s \geq 5 d_b$ (рис. 3.28).

Принимая $l=0$ предельное расчетное нагельное усилие, воспринимаемое арматурой, пересекающей трещину (при $s \geq s_D$), предложено определять, решая уравнение (3.49), что дает:

$$D_{u,d} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} \cdot \delta \cdot d_b^2 \cdot \sqrt{\frac{f_{ck} \cdot f_{sy} \cdot (1 - \xi^2)}{\gamma_c \cdot \gamma_s}} \quad (3.50)$$

или при $\gamma_{Rd} \approx 4/3$, $\gamma_c = 1,5$ и $\gamma_s = 1,15$

$$D_{u,d} = 0,5 \cdot \delta \cdot d_b^2 \cdot \sqrt{f_{ck} \cdot f_{sy} \cdot (1 - \xi^2)} \quad (3.51)$$

Для значений $s \geq s_{Du}$ расчетное нагельное усилие рекомендовано определять по зависимости:

$$s_D = s_{D,lin} + 1,15 \cdot s_{D,u} \cdot \left[\left(\frac{D_d}{D_{u,d}} \right)^4 - 0,5 \cdot \left(\frac{D_d}{D_{u,d}} \right)^3 \right] \text{ при } D_d \leq D_{u,d} \quad (3.52)$$

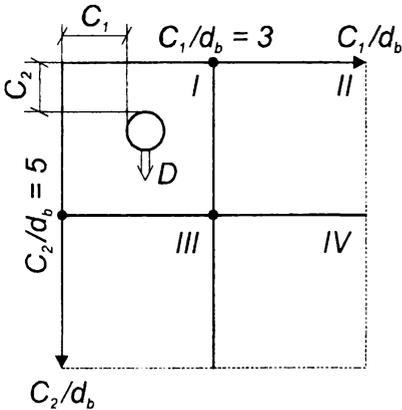
где $s_{D,lin}$ – тангенциальное смещение, соответствующее упругой работе нагеля (см. рис. 3.27), определяемое при коэффициенте погонной жесткости системы "арматурный стержень – бетон" β , равном:

$$\beta = \left(\frac{E_c}{8 \cdot E_s \cdot J_s} \right)^{1/4} \quad (3.53)$$

Как видим, по своей структуре формула (3.53) очень напоминает формулу (3.35) из работы [49] и предложений проф. С.В. Босакова.

Таблица 3.3

Значение коэффициента δ
согласно [316]



Зона сечения по рис. 3.28	Значение δ
I	$0,60 + (C_1/d_b) \cdot (0,0027 \cdot C_2/d_b + 0,10)$
II	$0,90 + 0,03 \cdot (C_2/d_b)$
III	$0,60 + 0,233 \cdot (C_1/d_b)$
IV	1,30

Рис. 3.28.

К таблице 3.3.

В табл. 3.4 представлены данные анализа величины предельной поперечной силы, воспринимаемой колонной сечением 350×350 мм, армированной 8 стержнями $\varnothing 20$ ($A_{s,tot} = 2\,512$ мм², $f_{sy} = 400$ МПа), вы-

полненной из тяжелого бетона класса С16/20 ($f_{ck} = 16$ МПа). Толщина защитного слоя $c = 15$ мм. Анализ выполнен при различных комбинациях продольного усилия N_d , изгибающего момента M_d и величине смещения $s = 2$ мм. Расчетная колонна не имела поперечных стержней. Предельную поперечную при заданных M_d и N_d определяли как сумму составляющих от зацепления F_d и нагельного эффекта $D_{u,d}$:

$$F_{Rd} = M_d + D_{u,d} \quad (3.54)$$

Данные расчетов представленные в таблице 3.4 дают возможность проанализировать вклад нагельного эффекта и усилия, возникающего за счет зацепления по берегам трещины в общее сопротивление срезу сечения с трещиной.

Как видно из данных, представленных в табл. 3.4 для заданной величины тангенциального перемещения и принятых характеристиках сечения, нагельный эффект $D_{u,d}$ составляет в среднем около 14,5% от общего сопротивления срезу и несущественно зависит от условий нагружения. В целом, это подтверждают результаты опытов, полученных в работах [217, 237].

Таблица 3.4

Сравнение величин предельных перерезывающих сил из анализа [316]

Усилия			σ_{co} , Н/мм ²	F_d , кН	$D_{u,d}$, кН	V_{Rd} , кН	$\frac{F_d}{V_{Rd}}$, %	$\frac{D_{u,d}}{V_{Rd}}$, %
№	N_d , кН	M_d , кН						
1	0	123	7,34	133,95	18,62	152,57	87,8	12,2
2	100	131	7,34	145,30	25,06	170,36	85,3	14,7
3	200	134	7,34	156,50	27,30	183,80	85,1	14,9
4	300	138	7,34	200,34	27,74	228,08	87,8	12,2
5	400	138	7,34	214,20	26,88	241,08	88,9	11,1
6	400	0	2,80	214,37	59,77	274,14	78,2	21,8

σ_{co} — напряжения сжатия от внешней нагрузки.

Очевидно, пропорции F_d / V_{Rd} и $D_{u,d} / V_{Rd}$ будут изменяться при возрастании класса бетона по прочности в силу специфических условий трещинообразования в высокопрочных бетонах.

Следует отметить, что предельная поперечная сила V_{Rd} в табл.3.4 не является результатом простой суперпозиции усилия зацепления F_d и нагельного усилия $D_{u,d}$, т.к. при определении усилия зацепления учтено ограничивающее влияние арматуры. Вместе с тем нагельное усилие определено исходя из схемы деформирования отдельного стержня в бетонном массиве. В связи с этим к результатам, представленным в табл. 3.4, следует относиться критически, имея в виду, что они показывают лишь примерные отношения F_d / V_{Rd} и $D_{u,d} / V_{Rd}$.

Наиболее обоснованные, на наш взгляд, зависимости для определения нагельного усилия продольной растянутой арматуры, пересекающей диагональную трещину, применительно к расчету балочных элементов представлены в работах **Di Prisco D., Romero J.A. и Gambarova P.G.** [132, 133]. Для бетонов нормальной прочности нагельные усилия предложено рассчитывать по формуле:

$$V_D = \mu \cdot k_D \cdot \delta_v \quad (3.55)$$

$$\text{при } \mu = 1 - \left(\frac{\delta_H}{S \cdot \varepsilon_{yl}} \right)^2 \quad (3.56)$$

$$\delta_H = \delta_n(\bar{\xi}) \cdot \sin \varphi + \delta_t(\bar{\xi}) \cdot \cos \varphi \quad (3.57)$$

$$\text{при } \bar{\xi} = 1 \quad \delta_H = 1,5 \cdot \bar{\delta}_n \cdot \sin \varphi + 2,0 \cdot \bar{\delta}_t \cdot \cos \varphi$$

$$\delta_v = \delta_n(\bar{\xi}) \cdot \cos \varphi + \delta_t(\bar{\xi}) \cdot \sin \varphi \quad (3.58)$$

$$\text{при } \bar{\xi} = 1 \quad \delta_v = 1,5 \cdot \bar{\delta}_n \cdot \cos \varphi + 2,0 \cdot \bar{\delta}_t \cdot \sin \varphi$$

$$k_D = \frac{k_s \cdot k_w}{k_s + k_w} \quad (3.59)$$

$$k_s = 59,78 \cdot \left(\frac{\delta_v}{2}\right)^{-0,64} \cdot d_b \cdot f_c^{10,38} \cdot \sin^2 \varphi \text{ Н/мм} \quad (3.60)$$

$$k_w = 1000 \cdot \left(\frac{f_c'}{30}\right)^{0,5} \cdot (1 + d_b) \cdot \left[1,2 \cdot \left(1 - e^{-1,8 \cdot c/d_b}\right)\right] \text{ Н/мм} \quad (3.61)$$

В формулах (3.55)...(3.61):

- μ – коэффициент, учитывающий влияние осевого усилия в продольной арматуре на величину нагельного усилия;
- k_D – жесткость нагеля, моделируемая через коэффициенты жесткости k_s и k_w согласно [133];
- δ_v, δ_H – вертикальная и горизонтальная компоненты перемещения поверхности трещины на уровне центра тяжести продольной растянутой арматуры при $\bar{\xi} = 1$ (ξ – безразмерная координата, см. рис. 3.29);
- d_b – диаметр продольного растянутого стержня;
- c – толщина защитного слоя продольной арматуры;

Для характерных случаев образования диагональных трещин (рис. 3.29) вертикальную и горизонтальную компоненты перемещения поверхности трещины определяют в зависимости от безразмерной координаты ξ и средних перемещений трещины $\bar{\delta}_n$ и $\bar{\delta}_t$, рассчитанных из условий совместности деформаций по формулам:

Случай 1: $\delta_t = \bar{\delta}_t [1 - \cos(2 \cdot \pi \cdot \xi)]; \quad \delta_n = 6 \cdot \bar{\delta}_n (\xi - \xi^2) \quad (3.62)$

Случай 2: $\delta_t = \bar{\delta}_t [1 - \cos(\pi \cdot \xi)]; \quad \delta_n = \bar{\delta}_n (3 \cdot \xi - 1,5 \cdot \xi^2) \quad (3.63)$

Тогда на уровне продольной растянутой арматуры при $\bar{\xi} = 1$ получаем:

- Случай 1: $\delta_t = 0$; $\delta_n = 0$
Случай 2: $\delta_t = 2 \cdot \bar{\delta}_t$; $\delta_n = 1,5 \cdot \bar{\delta}_n$

Представленные зависимости были проверены авторами при расчете балок (см. табл. 4.12, 4.13) и показали хороший результат.

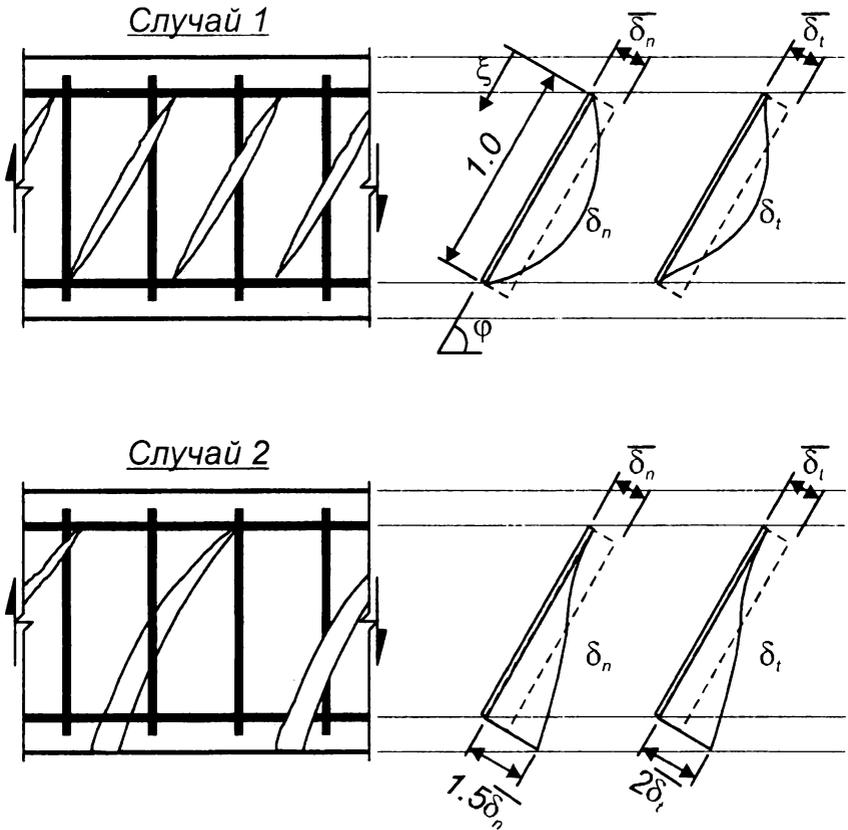


Рис. 3.29.

К определению компонентов перемещений в наклонной трещине согласно [133].

Базируясь на анализе результатов описанных выше исследований Тур В.В. и Шалобыта Т.П. [68, 71] приняли следующую обобщенную модель передачи касательных напряжений сечением с трещиной. При развитии тангенциальных перемещений δ_t , возникает напряжение среза τ_{nt}^c , действующее параллельно плоскостям, разделенным трещиной, сопутствующие им нормальные сжимающие напряжения σ_n^c и вертикальные (нормальные к плоскости контакта) перемещения δ_n (ширина раскрытия трещины). Эти четыре параметра τ_{nt}^c , σ_n^c , δ_n , δ_t (рис. 3.30) описывают напряженно-деформированное состояние в сечении, проходящем через трещину.

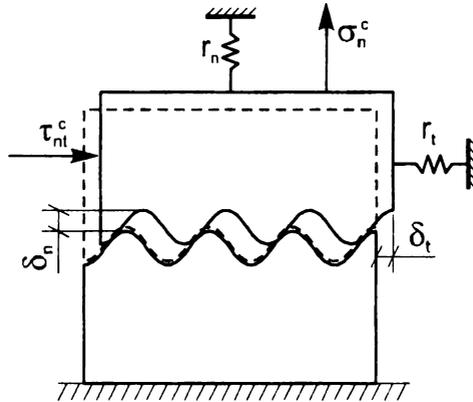


Рис. 3.30.

Идеализированная модель деформирования для контакта поверхностей, образованных трещиной.

Качественный характер нелинейных взаимосвязей между представленными четырьмя параметрами показан на рис. 3.31, а, б где приведено два основных состояния контакта: при $\delta_n = const$ и $\sigma_n = const$ соответственно. Из рис. 3.31 следует, что горизонтальные перемещения δ_t вызывают не только сдвиговые τ_{nt}^c , но и нормальные напряжения $\sigma_n^c (\leq 0)$.

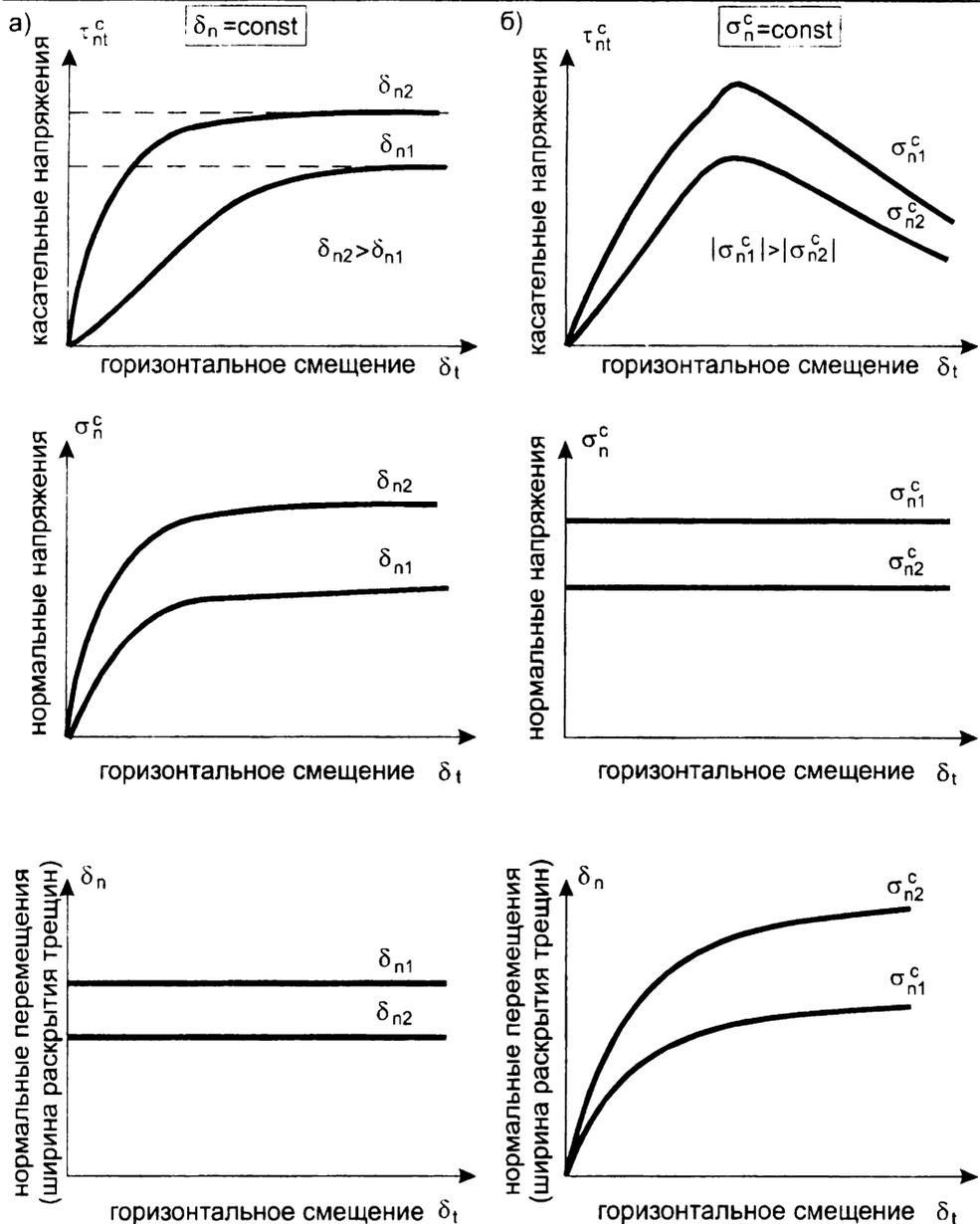


Рис. 3.31.

Состояния стыкового соединения при постоянной ширине раскрытия трещины (а) и постоянной величине контактных напряжений (б).

Из рис. 3.31, б следует, что относительные тангенциальные перемещения δ_t развивающиеся вдоль трещины при постоянных нормальных напряжениях ($\sigma_n^c = const$), всегда вызывают явление дилатансии, то есть развитие вертикальных (нормальных к плоскости контакта) перемещений, а следовательно и раскрытие трещины по контакту. Оба эти явления могут быть названы по аналогии с [91] “поперечным эффектом” (*англ.* cross effect), характеризующим нелинейное поведение после образования нормальной трещины. “Поперечный эффект” может вызвать текучесть арматуры, пересекающей трещину, оказывая существенное влияние на предельные касательные напряжения, воспринимаемые сечением с трещиной. Следует подчеркнуть, что в работах Ba ant Z.P. и Tsubaki T. [91] показано, что игнорирование при расчетах конструкций проявляющегося “поперечного эффекта”, может создавать при определенных условиях угрозу ее безопасности.

Анализ обширных экспериментальных данных [91–94, 145–148, 150, 152, 160, 161, 169, 205, 231, 232, 236, 237, 268–270, 279–285, 340–347] и предлагавшихся на их основе расчетных моделей, позволяет определить следующие основные предпосылки к построению аналитических зависимостей, описывающих нелинейное поведение сечения, пронизанного трещиной в условиях среза:

1. Касательные (тангенциальные) перемещения вдоль трещины вызваны не только действующими по контакту касательными напряжениями, но и сопутствующими нормальными перемещениями.
2. Нормальные напряжения (всегда сжимающие) вызваны нормальными перемещениями. При этом они могут быть вызваны касательными напряжениями только в том случае, когда существует ограничение раскрытию трещины (вертикальным перемещениям δ_n).

Исходя из принятых предпосылок, в общем случае взаимосвязь между переменными, описывающими напряженно-деформированное

состояние стыкового соединения по аналогии с [353], может быть представлена в виде:

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}(\tau_{nt}^c, \delta_n), \quad (3.64)$$

$$\sigma_n^c = \sigma_n^c(\delta_n, \tau_{nt}^c), \quad (3.65)$$

а взаимосвязь между напряжениями и перемещениями в плоскости трещины — в матричной форме и имеет вид:

$$\begin{Bmatrix} \partial \tau_{nt}^c \\ \partial \sigma_n^c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{tt} & B_{tn} \\ B_{nt} & B_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \partial \delta_t \\ \partial \delta_n \end{Bmatrix}, \quad (3.66)$$

или
$$\{d\sigma_c\} = [B] \cdot \{d\delta\}, \quad (3.67)$$

где B_{tt}, B_{nn} — элементы матрицы жесткости, описывающие сдвиговую и нормальную жесткости контакта;

$B_{nt} = B_{tn}$ — элементы матрицы жесткости, описывающие влияние напряжений и перемещений (поперечный эффект).

Дифференцируя каждую часть уравнений (3.67) получаем:

$$\partial \delta_t = \frac{\partial \delta_t}{\partial \tau_{nt}^c} \cdot \partial \tau_{nt}^c + \frac{\partial \delta_t}{\partial \delta_n} \cdot \partial \delta_n, \quad (3.68)$$

$$\partial \sigma_n^c = \frac{\partial \sigma_n^c}{\partial \delta_n} \cdot \partial \delta_n + \frac{\partial \sigma_n^c}{\partial \tau_{nt}^c} \cdot \partial \tau_{nt}^c, \quad (3.69)$$

Введем обозначения:

$$k_t = \left(\frac{\partial \delta_t}{\partial \tau_{nt}^c} \right)^{-1}; \quad k_n = \frac{\partial \sigma_n^c}{\partial \delta_n}; \quad \mu_t = \left(\frac{\partial \sigma_n^c}{\partial \tau_{nt}^c} \right)^{-1}; \quad \beta_d = \left(\frac{\partial \delta_t}{\partial \delta_n} \right)^{-1}; \quad \beta_d = \frac{\partial \delta_n}{\partial \delta_t}, \quad (3.70)$$

где k_t — коэффициент жесткости контакта в плоскости сдвига (сдвиговая жесткость),

k_n — коэффициент жесткости контакта в направлении перпендикулярном к плоскости сдвига (нормальная жесткость),

β_d', β_d — коэффициент дилатансии,

μ_t — коэффициент трения.

Взаимосвязь между параметрами напряженно-деформированного состояния стыкового соединения представим в табличной форме (см. табл. 3.5), по аналогии с [353].

Таблица 3.5

Параметры напряженно-деформированного состояния сечения с трещиной

Параметры	Напряжения среза, τ_{nt}^c	Нормальные перемещения δ_n , (ширина раскрытия трещин)
Тангенциальные перемещения, δ_t	Сдвиговая жесткость, k_t	Коэффициент дилатансии, β_d
Нормальные напряжения $\sigma_n^c < 0$	Коэффициент трения, μ_f	Нормальная жесткость, k_n

С учетом полученных коэффициентов, уравнения (3.68) и (3.69) в матричной форме могут быть записаны:

$$\begin{Bmatrix} \partial \delta_t \\ \partial \sigma_n^c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/k_t & 1/\beta_d' \\ -(1/\mu_f) & k_n \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \partial \tau_{nt}^c \\ \partial \delta_n \end{Bmatrix}, \quad (3.71)$$

Следует подчеркнуть, что в уравнениях (3.71) оба вектора имеют смешанный тип, включают напряжения и перемещения.

Преобразуя уравнения (3.71) к форме уравнений (3.68) в общем случае получаем:

$$\begin{Bmatrix} \partial \tau_{nt}^c \\ \partial \sigma_n^c \end{Bmatrix} = k_t \cdot \begin{bmatrix} 1 & -(1-\xi) \cdot (1/\beta_d) \\ -(1/\mu_f) & 1/(\mu_f \cdot \beta_d) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \partial \delta_t \\ \partial \delta_n \end{Bmatrix}, \quad (3.72)$$

или выражая относительно вектора деформаций:

$$\begin{Bmatrix} \partial \delta_t \\ \partial \delta_n \end{Bmatrix} = \frac{1}{\xi \cdot k_t} \cdot \begin{bmatrix} 1 & (1-\xi) \cdot \mu_f \\ \beta_d & \mu_f \cdot \beta_d \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \partial \tau_{nt}^c \\ \partial \sigma_n^c \end{Bmatrix}, \quad (3.73)$$

В системах уравнений (3.72) и (3.73) взаимосвязь между β_d и β_d' записана в виде, предложенном в работе [353]:

$$\beta_d' = \frac{1}{1 - \mu_t \cdot \beta_d \cdot \frac{k_n}{k_t}} \cdot \beta_d = \frac{\beta_d}{1 - \xi}, \quad (3.74)$$

где ξ – безразмерный параметр, связывающий четыре введенных коэффициента:

$$\xi = \mu_t \cdot \beta_d \cdot \frac{k_n}{k_t}, \quad (3.75)$$

Случай, когда $\xi = 0$, достаточно подробно проанализирован в работах [353] и соответствует модели, принятой Ba ant Z.P. и Tsubaki T. [91] для случая, когда рассматривается гипотетическое скольжение двух абсолютно жестких частей по поверхности образованной трещиной.

Следует отметить, что при наличии армирования, раскрытие трещины ограничивается арматурой, пересекающей плоскость скольжения. Арматурные стержни в плоскости среза при воздействии горизонтальных смещений за счет нагельного эффекта вносят дополнительный вклад в сдвиговую жесткость соединения. Если обозначить сдвиговую и нормальную жесткости для арматурного стержня, соответственно через r_t и r_n , базовые уравнения для арматуры пересекающей трещину могут быть записаны в виде:

$$\begin{Bmatrix} \partial \tau_{nt}^s \\ \partial \sigma_n^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} r_t & 0 \\ 0 & r_n \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \partial \delta_t \\ \partial \delta_n \end{Bmatrix}, \quad (3.76)$$

где $\partial \tau_{nt}^s$, $\partial \sigma_n^s$ – соответственно приращение касательных напряжений, вызванное нагельным эффектом, и приращение нормальных напряжений;

Принимая, что суммарные напряжения, действующие в трещине равны:

$$\{\partial \tau_{nt} \quad \partial \sigma_n\}^T = \{\partial \tau_{nt}^c \quad \partial \sigma_{nt}^c\}^T + \{\partial \tau_{nt}^s \quad \partial \sigma_{nt}^s\}^T, \quad (3.77)$$

получаем базовые уравнения для армированного контакта:

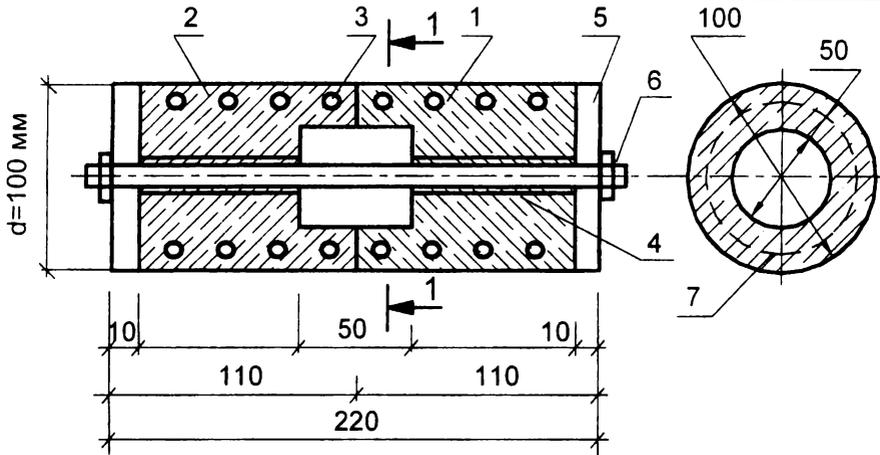


Рис. 3.32.

Конструкция опытных образцов-цилиндров для испытания контактов в условиях «чистого сдвига» в опытах [68, 71]

- 1 – сборная часть из бетона на портландцементе; 2 – монолитная часть из напрягающего бетона; 3 – косвенное армирование $d=3$ Вр-1, шаг 30 мм; 4 – продольный стержень $d=5, 8$ или 10 мм в кембрике; 5 – пластины фиксаторы $t=10$ мм; 6 – гайка; 7 – ось спирального армирования.

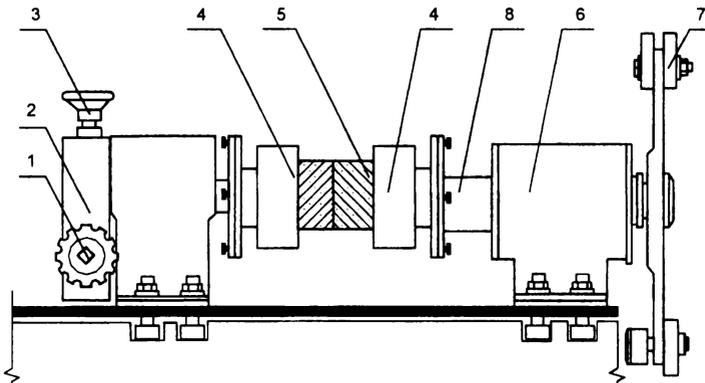


Рис. 3.33.

Схема устройства: УММ-01 в опытах [68, 71]

- 1 – механизм фиксации; 2 – передняя бабка; 3 – передний подвижный захват; 4 – жесткий захват; 5 – образец; 6 – рычаг статического нагружения; 7 – фиксаторы положения жесткого захвата образца; 8 – плита; 9 – образец.

В работах [68, 71] приведены результаты исследования полых цилиндрических образцов, испытанных в условиях чистого сдвига при монотонном возрастании угла закручивания. В опытах коэффициент армирования, пересекавшего трещину изменяли $\rho_{sw} = 0,33 \dots 1,33\%$. При этом образцы (рис. 3.32) были выполнены таким образом, что арматурные стержни не имели сцепления с окружающим бетоном, а воспринимали только нормальные перемещения. Опытная установка (рис. 3.33) была выполнена таким образом, что с высокой точностью (0,001 мм) обеспечивала в процессе нагружения измерения нормальных перемещений (изменение ширины раскрытия трещины). Часть образцов была испытана при наличии постоянных сжимающих напряжений, действовавших на контактные поверхности в трещине. Сжимающие напряжения ($\sigma_{nc} = 0,8 \dots 2,3$ МПа) создавали за счет того, что одну часть составного образца выполняли из напрягающего бетона. Методика опытных исследований и их результаты подробно описаны в доступных читателю работах [68, 71].

На рис. 3.34 представлена обобщенная диаграмма деформирования " $\tau - \delta$ " для сечения с трещиной, полученная при обработке результатов выполненных исследований [68, 71], а также опытных данных других авторов. Для ее аналитического описания с учетом работ [269, 286, 353] предложена следующая зависимость:

$$\frac{\tau_{Rd,i}}{\tau_{Rd,u}} = (1 - k) \cdot \tanh \left(\frac{k_{t0}}{\tau_{Rd,u}} \cdot \delta_i \right) \quad (3.79)$$

где $\tau_{Rd,u}$ – предельное сопротивление сдвигу, определяемое по формуле:

$$\tau_{Rd,u} = 0,5 \cdot f_{cd} \cdot \sqrt{\frac{\rho_{swj} \cdot f_{yd} + \sigma_{nc}}{f_{cd}}} \leq 0,51 \cdot f_{cd} \quad (3.80)$$

k_{t0} – начальная сдвиговая жесткость стыкового соединения определяемая по зависимостям, представленным в [353].

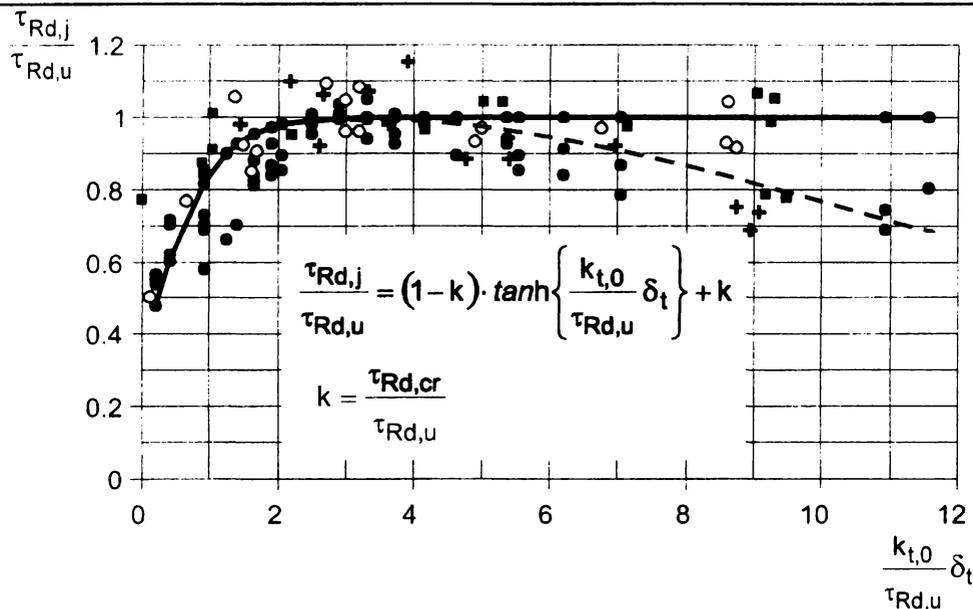


Рис. 3.34.

Зависимость сдвигающих напряжений, действующих в стыковом соединении, от тангенциальных перемещений.

- – Тур В., Шалобита Т. [68, 71];
- – испытания Paulau, Loeber [269];
- – испытания Yoshikawa [353];
- + – испытания Reinhardt [286].

Обработка опытных данных методами математической статистики установлено, что взаимосвязь между тангенциальными и нормальными перемещениями в трещине, может быть описана степенной функцией (рис. 3.35):

$$\delta_t = a \cdot \delta_n^b \quad (3.81)$$

где a, b – эмпирические коэффициенты.

Следует отметить, что аналогичный вид зависимости получен при испытаниях образцов с начальными трещинами в исследованиях [149]. Значения эмпирических коэффициентов, соответствующих условиям выполненного эксперимента, и по данным, полученным в иссле-

дованиях [68, 71], представлены в табл. 3.7.

Таблица 3.7

Значения коэффициентов a , b , полученных для условий опытов и из исследований [68, 71]

Вид нагружения	Прочность бетона при сжатии $f_{c,cube}$, (Н/мм ²)	А		В	
		Из опытов [68, 71]	По [149]	Из опытов [68, 71]	По [149]
статическое кратковременное	20 – 40	1.25	1.400	0.994	1.200
	> 40	–	1.870	–	1.400
длительнодействию	20 – 50	–	1.249	–	1.285
	> 50	–	1.195	–	1.375

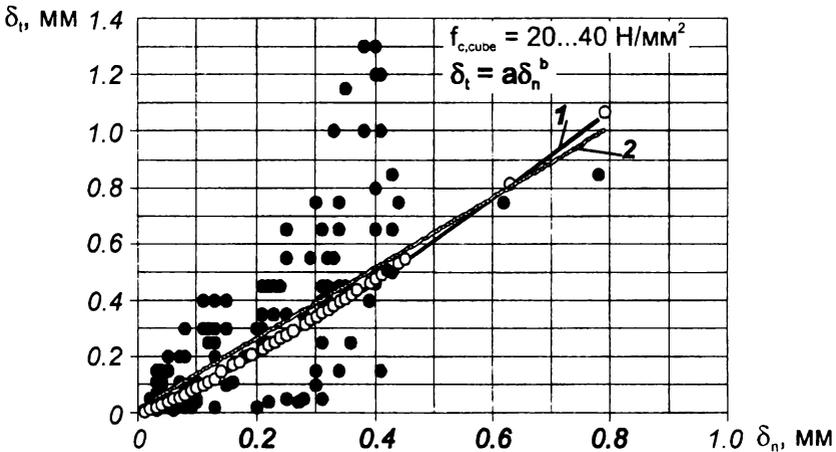


Рис. 3.35.

Обобщающие зависимости тангенциальных и нормальных перемещений для стыкового соединения

● – исследования [68, 71], ○ – опыты [269, 286, 353],

1 – степенная функция при $a_1=1.25$, $b_1=0.994$ из опытов [68, 71],

2 – степенная функция при $a_2=1.4$, $b_2=1.2$ по данным работ [149, 269, 286].

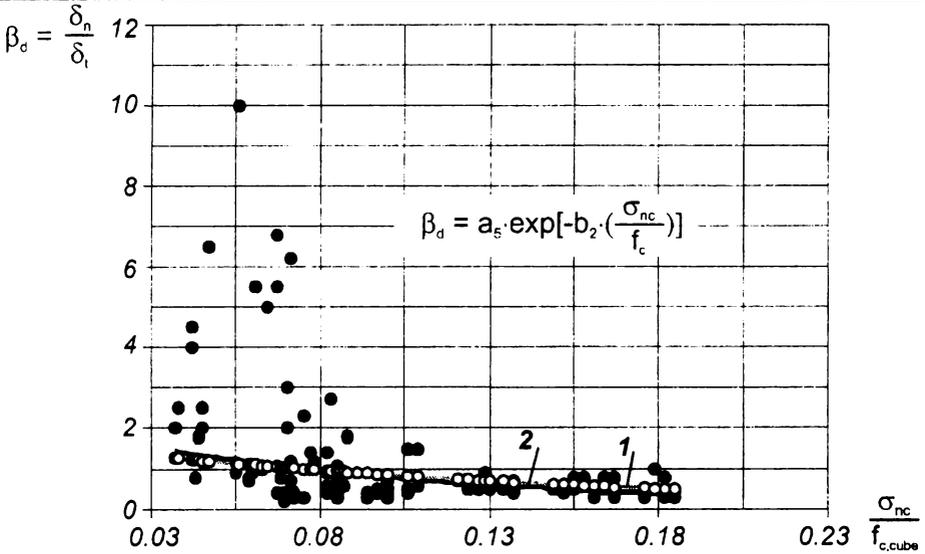


Рис. 3.36.

Опытные значения коэффициента дилатансии и аналитические зависимости для их описания

1 – на основании опытных данных [68, 71] $a_5 = 2.048$, $b_2 = 9.373$;

2 – согласно данных работ [149, 269, 286] $a_5 = 1.64$, $b_2 = 6.42$.

Опытами выявлено, что наличие ограничивающей арматуры, пересекающей трещину, существенным образом повлияло на величину предельных сдвигающих напряжений. Вместе с тем, была выявлена роль армирования, главным образом как ограничивающей связи, препятствующей раскрытию нормальной трещины при появлении дилатансии (см. рис. 3.36). Коэффициент дилатансии предложено определять по формуле:

$$\beta_d = a_1 \cdot \exp\left[-b_1 \cdot \left(\frac{\sigma_{nc}}{f_{c,cube}}\right)\right] \quad (3.82)$$

где σ_{nc} – нормальные напряжения, действующие в трещине;

$f_{c,cube}$ – гарантированная прочность бетона при сжатии;

a_1 , b_1 – эмпирические коэффициенты.

Коэффициент a_1 по своему физическому смыслу представляет собой величину коэффициента дилатансии $\beta_{d(0)}$ при $\sigma_{nc} = 0$, то есть когда по поверхности трещины не действуют сжимающие напряжения. Это характерно, например, для элементов без поперечного армирования. С учетом этого формула (3.73) приобретает вид:

$$\beta_d = \beta_{d(0)} \cdot \exp \left[-9,37 \cdot \left(\frac{\sigma_{nc}}{f_{c.cube}} \right) \right] \quad (3.83)$$

Для определения коэффициента трения по поверхности контакта, образованного краями трещины предложена зависимость вида:

$$\mu_f = \mu_{f(0)} \cdot \exp(0,61 \cdot \delta_n) \quad (3.84)$$

где $\mu_{f(0)}$ – коэффициент трения при отсутствии нормальных перемещений, т.е. при $\delta_n = 0$. Это по существу, соответствует стадии непосредственно после образования трещины в армированном элементе.

Полученные зависимости позволяют производить расчет касательных напряжений, действующих в сечении с трещиной для любого произвольного этапа нагружения конструкции.

4

МОДИФИЦИРОВАННАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЕЙ СЖАТИЯ (МСФТ*)

ПРЕДПОСЫЛКИ И ДОПУЩЕНИЯ

Общий метод расчета железобетонных конструкций при действии среза, названный его авторами [114–117, 123, 319, 323, 327, 329] **модифицированной теорией полей сжатия** (англ. *Modified Compression Field Theory, MCFT*), относится к методам, базирующимся на модели изменяющегося угла.

Анализ и обобщение результатов испытаний плоских железобетонных элементов (панелей) при совместном действии касательных (сдвигающих) и различных комбинаций осевых усилий [116, 136, 168, 177, 179, 240, 332] (подробно рассмотренные в главе 2) позволяют при построении расчетной деформационной модели в рамках модифици-

* англ. *Modified Compression Field Theory*

рованной теории полей сжатия принять следующие предпосылки и не противоречащие им допущения:

1. После образования наклонных трещин железобетонный элемент разделен на диагональные полосы, испытывающие сжатие в продольном направлении (направлении действия главных сжимающих напряжений σ_d) и растяжение в поперечном направлении. Касательные напряжения τ_{dr} в трансформированной системе координат не учитывают и принимают равными нулю (см. главу 1). При этом принято допущение о том, что в бетоне полосы, заключенной между диагональными трещинами, направления главных напряжений и главных деформаций совпадают. Следует отметить, что в целом ряде реальных ситуаций это допущение не достаточно корректно. Однако, решения, полученные с учетом названного эффекта и содержащиеся в [137, 152, 329], показывают, что разница в углах наклона главных напряжений и главных деформаций не превышает $\pm 10^\circ$ (рис. 4.3), что не вносит ощутимых погрешностей в результаты расчетов на срез балочных элементов.
2. Главные растягивающие напряжения неравномерно распределены по ширине бетонной полосы между диагональными трещинами. В расчетах используют некоторые средние величины главных растягивающих напряжений, рассматривая их как функцию от средних растягивающих деформаций для элемента, пересеченного диагональными трещинами. В сечении, проходящем по диагональной трещине, главные растягивающие напряжения приняты равными нулю (рис. 4.1а).
3. В сечении, проходящем вдоль диагональной трещины (рис. 4.1б), действуют касательные напряжения, вызванные зацеплением по берегам трещины. При этом на величину предельного сопротивления сдвигу вдоль трещины, помимо прочностных характеристик бетона, оказывает существенное влияние степень шероховатости контактирующих поверхностей, нормальные (ширина раскрытия

- трещин) и тангенциальные (скольжение вдоль трещины) перемещения берегов трещины, количество и дисперсность армирования, пересекающего диагональную трещину.
4. Бетон полосы, заключенной между диагональными трещинами, сопротивляется в условиях плоского напряженного состояния «*растяжение – сжатие*». В связи с этим параметрические точки базовой диаграммы деформирования бетона, получаемой при осевом однородном сжатии следует трансформировать с учетом т.н. эффекта разупрочнения бетона (согласно принятой международной терминологии англ. «*softening effect*»).
 5. Средние напряжения, а также средние деформации в бетоне для элемента с диагональными трещинами, находящегося в условиях плоского напряженного состояния, связаны соответствующими кругами Мора, показанными на рис. 4.2.

На рис. 4.1, 4.2 и далее по тексту для удобства изложения при использовании традиционных индексов для главных напряжений принято, что система координат «1–2» является вращающейся и соответствует системе координат «*d–r*», описанной в главе 1 (здесь мы на время забываем о том, что существует модель «фиксированного» угла, в которой эта координатная система не изменяет угла наклона α_2 к продольной оси элемента при возрастающей нагрузке).

МЕТОД ДИСКРЕТИЗАЦИИ СЕЧЕНИЙ ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И РАСЧЕТНЫЕ ПРОЦЕДУРЫ

Одновременное использование уравнений равновесия, уравнений совместности деформаций и базовых диаграмм деформирования, описывающих поведение материалов, в условиях плоского напряженного состояния позволяют производить расчет железобетонных и предварительно напряженных конструкций любой формы поперечного

Главные характеристики балок, принятых для анализа в работе [324]

Балка	Размеры		Бетон		Поперечное армирование			Продольное армирование		Предварительно напряженная арматура		
	Наружный контур	Полость	f'_c , МПа	$\varepsilon'_c \times 10^3$	Стержень	S , мм	f_y , мм	Стержень	f_y , мм	A_p , мм	f_y , мм	$\Delta \varepsilon_p \times 10^3$
SA3	305×610	152×406	40.0	2.80	No. 3	72.4	373	12 – No. 9 4 – No. 7	345 462	–	–	–
SA4	305×610	152×406	40.0	2.80	No. 3	72.4	373	12 – No. 9 4 – No. 7	345 462	–	–	–
SK1	305×510	–	26.9	2.25	No. 3	100	400	8 – No. 8	442	1540	1450	4.82
SK2	305×510	121×381	26.9	2.25	No. 3	100	400	8 – No. 8	442	1540	1450	4.82
SK3	305×510	–	28.2	2.20	No. 3	100	400	8 – No. 8	442	–	–	–
SK4	305×510	121×381	28.2	2.20	No. 3	100	400	16 – No. 8	442	–	–	–
SP0	305×510	152×406	25.0	2.30	No. 3	150	373	16 – No. 8	421	–	–	–
SP1	305×510	152×406	33.5	2.30	No. 3	150	373	12 – No. 7	421	510	1450	4.21
SP2	305×510	152×406	32.0	2.00	No. 3	150	373	12 – No. 7	421	1010	1450	4.11
SP3	305×510	152×406	32.2	2.00	No. 3	150	373	12 – No. 7	421	1520	1450	4.26
SM1	305×510	152×406	29.0	2.40	No. 3	175	424	12 – No. 7	452	–	–	–
CF1	305×510	152×406	38.6	3.00	No. 3	150	367	6 – No. 3	367	930	1450	5.17

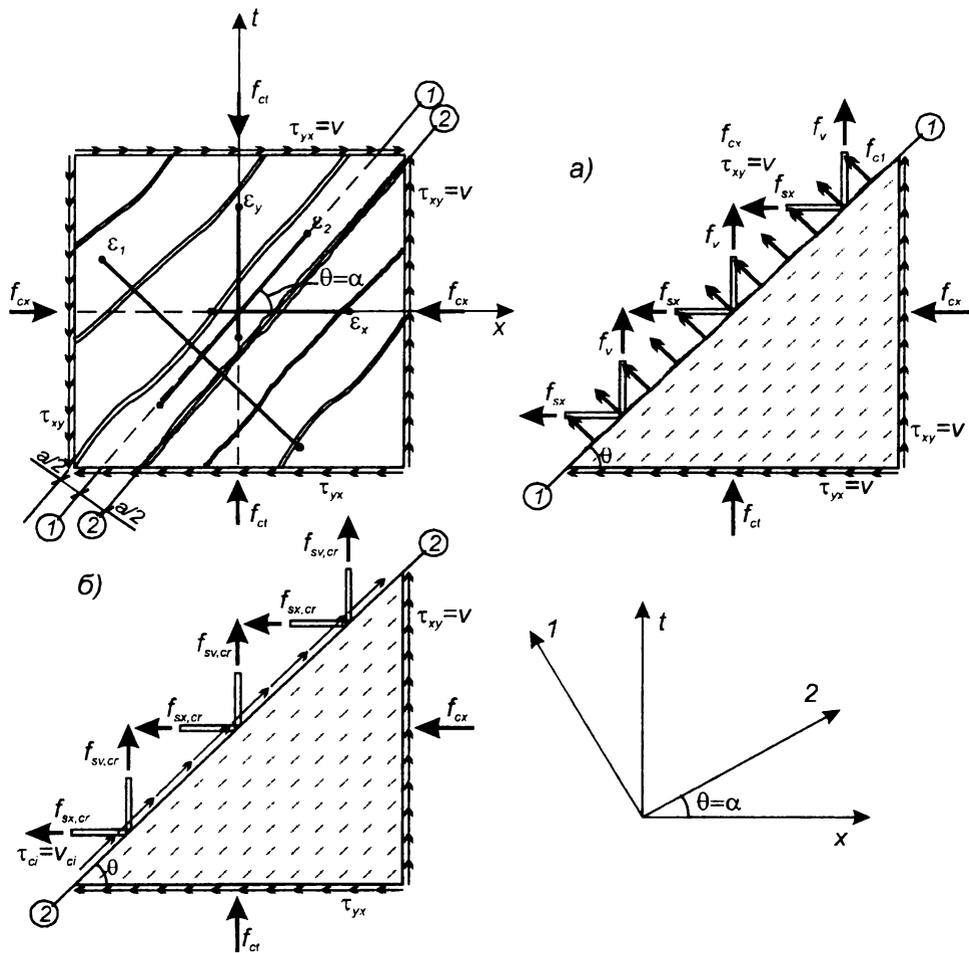
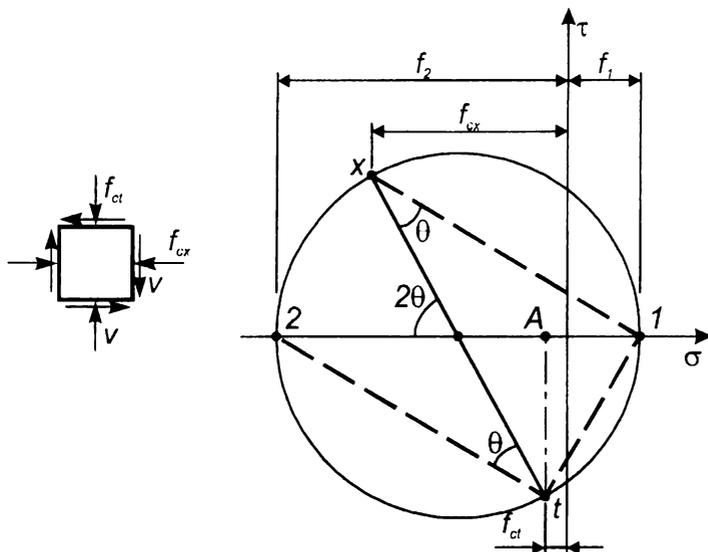


Рис. 4.1.

Схемы усилий, действующих в элементе с диагональными трещинами

а) *Круг Мора для средних напряжений в бетоне*



б) *Круг Мора для деформаций*

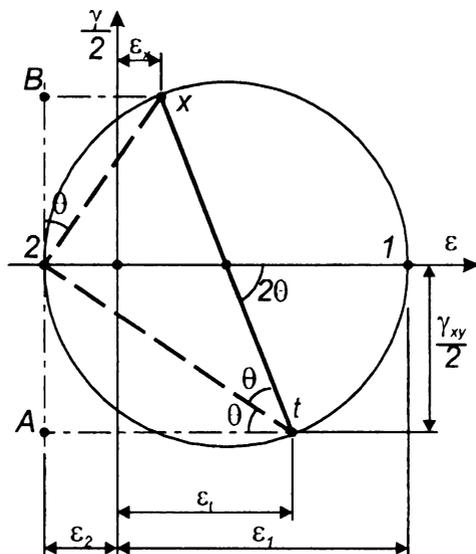


Рис. 4.2.

Круги Мора для средних напряжений (а) и деформаций (б)

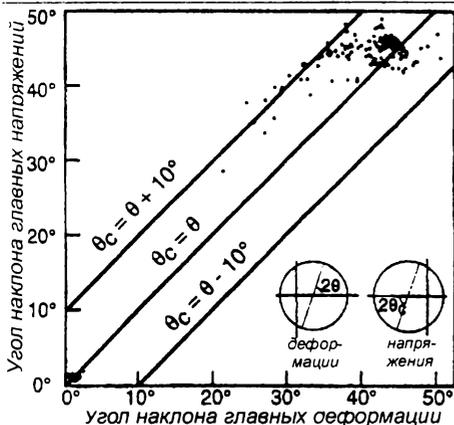


Рис. 4.3.

Сравнение направлений осей действия главных напряжений f_2 и главных деформаций ε_2 (согласно Vecchio и Collins, 1986 [329])

сечения при произвольном расположении в сечении продольной арматуры и совместном действии изгибающих моментов, поперечных и продольных усилий.

При детальном расчете выполняют дискретизацию сечения конструкции на отдельные элементы. Как правило, в большинстве методов, например [41, 45, 255, 324], сечение представляют состоящим из серии элементарных бетонных полос и продольных арматурных стержней (рис. 4.4), как это принято при применении деформационных методов расчетов для нормальных сечений. Каждая бетонная полоса характеризуется: геометрическими размерами (шириной b_i , высотой h_i), соответствующим количеством поперечного армирования ρ_y и координатой y_c , описывающей ее положение относительно верхней (как правило, наиболее сжатой) грани сечения. Для описания продольных арматурных элементов пользуются следующими характеристиками: площадью поперечного сечения арматурных стержней A_s , величиной начальных деформаций $\Delta\varepsilon_p$ (для предварительно напряженных элементов), расчетным сопротивлением f_{sx} , модулем упругости E_s и коор-

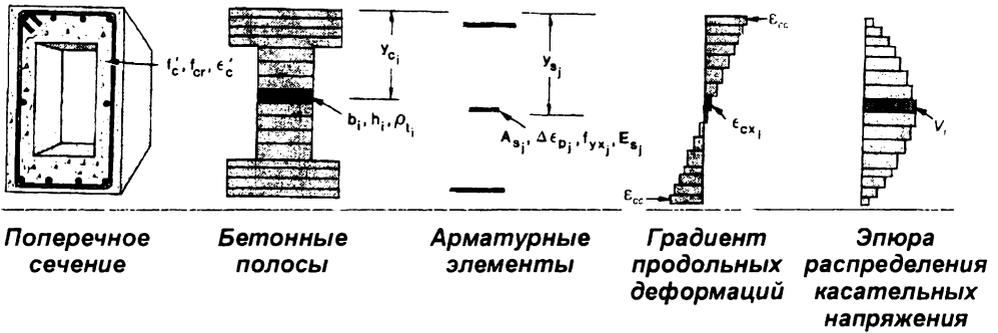


Рис. 4.4.

К расчету сечения балки с использованием детального метода модифицированной теории полей сжатия согласно [324]

динатой y_s , определяющей положение арматурного стержня относительно верхней грани рассматриваемого сечения балки (см. рис. 4.4).

В соответствии с общими положениями деформационной модели при расчете сечения бетонные полосы и арматурные элементы рассматривают отдельно, при этом условия равновесия и совместности деформаций должны выполняться для всего сечения в целом.

В соответствии с гипотезой плоского сечения (гипотезы О. Вертюлли), принятой при деформационных расчетах, продольные деформации для любого отдельного элемента (бетонной полосы и арматурного стержня) могут быть определены:

для « i -ой» бетонной полосы

$$\epsilon_{xi} = \epsilon_{cc} + \varphi \cdot y_{ci} \quad (4.1)$$

для « i -ого» арматурного стержня

$$\epsilon_{xj} = \epsilon_{cc} + \varphi \cdot y_{sj} \quad (4.2)$$

где: ϵ_{xi} – продольная деформация i -ого бетонного элемента по высоте сечения;

φ – кривизна сечения, в общем случае определяемая по формуле

$$\varphi = \frac{\epsilon_{ct} + \epsilon_{cc}}{H};$$

ε_{cc} – заданная продольная деформация верхней (наиболее сжатой) грани сечения;

ε_{ct} – продольная деформация нижней (наиболее растянутой) грани сечения.

Принято допущение о том, что в пределах отдельных бетонных полос (элементарных участков) и по сечению арматурных стержней распределение напряжений и деформаций является равномерным.

Согласно [116–118, 240] **уравнения совместности деформаций для элементарной полосы** с диагональными трещинами могут быть получены при помощи геометрических преобразований из круга Мора для средних деформаций (рис. 4.2б). Так с учетом принятых допущений для рассматриваемого элемента:

– из треугольника $2Bx$ $\gamma_{xt} = 2(\varepsilon_x - \varepsilon_2) \cot \theta$, (4.3)

– из треугольника $2At$ $\gamma_{xt} = 2(\varepsilon_t - \varepsilon_2) \tan \theta$, (4.4)

В уравнения (4.3)..(4.4):

ε_{xi} – продольная деформация по направлению «x» для рассматриваемого бетонного элемента (полосы) (положительная при растяжении);

ε_{ti} – поперечная деформация по направлению оси «t»;

γ_{xti} – деформация сдвига в системе координат «x – t»;

ε_{2i} – главные сжимающие деформации (отрицательные).

Из совместного решения (4.3) и (4.4) угол наклона диагональной трещины в пределах выделенной элементарной полосы по высоте сечения составляет:

$$\tan^2 \theta_{(i)} = \frac{\varepsilon_{xi} - \varepsilon_{2i}}{\varepsilon_{ti} - \varepsilon_{2i}}, \quad (4.5)$$

а первый инвариант деформаций можно записать в виде:

$$\varepsilon_{1(i)} + \varepsilon_{2(i)} = \varepsilon_{x(i)} + \varepsilon_{t(i)} \quad (4.6)$$

Необходимо еще раз отметить, что для бетонного элемента с трещинами условия совместности деформаций (4.5) и (4.6) записаны

для средних деформаций, измеренных на некоторой базовой длине, включающей несколько трещин.

Уравнения равновесия для участка, заключенного между диагональными трещинами, (рис 4.1а) в пределах элементарной полосы составим с использованием круга Мора для средних напряжений в бетоне (рис. 4.2а). При этом учитываем предпосылку о том, что главные растягивающие напряжения в бетонной полосе между диагональными трещинами изменяются от нуля (в сечении с трещиной) до некоторых максимальных значений в ее середине (между трещинами). Поэтому при составлении условий равновесия используют значения средних растягивающих напряжений f_1 . Из рассмотрения треугольников At_1 и At_2 (рис. 4.2а) получаем:

$$A_1 = f_1 = v \tan \theta \quad (4.7)$$

$$A_2 = f_2 = v \cot \theta \quad (4.8)$$

Тогда:

$$A_1 + A_2 = f_1 + f_2 = v(\tan \theta + \cot \theta) \quad (4.9)$$

или

$$f_2 = v(\tan \theta + \cot \theta) - f_1 \quad (4.10)$$

где v – касательные напряжения, действующие по граням элемента в системе координат « $x - t$ ».

Исходя из механизма деформирования плоско напряженного железобетонного элемента с диагональными трещинами, подробно рассмотренного в главе 2, неуравновешенную вертикальную составляющую главных сжимающих и главных растягивающих напряжений воспринимает поперечная арматура. Тогда напряжения в поперечной арматуре могут быть определены из условия:

$$\rho_v f_v = f_2 \sin^2 \theta - f_1 \cos^2 \theta \quad (4.11)$$

Подставляя (4.10) в уравнение (4.11), получаем:

$$v = f_1 \cot \theta + \rho_v f_1 \cot \theta \quad (4.12)$$

Поперечная сила, воспринимаемая элементарным участком размерами b_i, h_i , составит:

$$v_i = f_{1(i)} b_i h_i \cot \theta + \frac{A_{sw} f_v}{s} h_i \cot \theta, \quad (4.13)$$

Как видно из полученного уравнения (4.13), суммарная поперечная сила, воспринимаемая железобетонным элементом с диагональными трещинами, включает составляющую, воспринимаемую бетоном (первый член правой части), и составляющую поперечной силы, воспринимаемую поперечной арматурой. Несложно заметить, что составляющая поперечной силы, воспринимаемая арматурой, зависит от изменения угла наклона диагональной полосы. и при замене f_v на расчетное сопротивление поперечной арматуры практически соответствует решениям, получаемым как в методе ферменной аналогии [134, 141] с переменным углом наклона сжатого подкоса, так и СНиП 2.03.01–84* [67].

Вместе с тем видно, что величина составляющей поперечной силы, воспринимаемой бетоном, зависит от величины главных растягивающих напряжения. Как следует из [119–123, 320–327] величина средних главных растягивающих напряжений f_1 связана с касательными напряжениями v_{ci} , действующими в сечении, проходящем через диагональную трещину и вызванными зацеплением по берегам трещины (в соответствии с международной терминологией англ. *aggregate interlock*). Согласно [119–123], возрастание поперечной силы до некоторого предельного значения приводит к локальному повышению напряжений в поперечной арматуре, в местах, где ее пересекают диагональные трещины. При дальнейшем повышении поперечной силы и достижения напряжением в поперечной арматуре предела текучести передача главных растягивающих напряжений поперек трещины связана с действием касательных напряжений v_{ci} , развивающихся и действующих по поверхности трещины. Согласно [328, 329], из условий равновесия для сечения вдоль диагональной трещины напряжения, действующие в трещине и на участке между трещинами (рис. 4.16), должны быть статически эквивалентны, т.е.:

$$\rho_v f_v \cot \theta + f_1 \cot \theta = \rho_v f_{v,cr} \cot \theta + v_{ci} \quad (4.14)$$

Для выполнения условия (4.14) средние растягивающие напряжения должны быть равны:

$$f_1 = v_{ci} \tan \theta + \rho_v (f_{v,cr} - f_v) \quad (4.15)$$

При достижении поперечной арматурой предела текучести $f_v = f_{v,cr} = f_y$ главные растягивающие напряжения не должны превышать

$$f_1 \leq v_{ci} \tan \theta \quad (4.16)$$

Таким образом составляющая поперечной силы, воспринимаемая бетоном в соответствии с положениям модифицированной теории сжатых полей [327, 329], являясь функцией от главных растягивающих напряжений f_1 , связана с величиной касательных напряжений, которые могут быть восприняты сечением, проходящим вдоль трещины за счет зацепления по ее берегам. Расчет железобетонной конструкции при совместном действии изгибающих моментов, продольных и поперечных сил производят с использованием итерационной процедуры, схематически показанной на рис. 4.5. При ее реализации необходимо предварительно задать распределение продольных деформаций и касательных напряжений по высоте элементарных полос в пределах рассматриваемого сечения.

Как следует из общих положений деформационной модели при выполнении процедуры каждая бетонная полоса и арматурный стержень рассматривается отдельно. При этом напряжения в продольной арматуре могут быть определены непосредственно по величине рассчитанных из уравнения (4.2) продольных деформаций при использовании соответствующих диаграмм деформирования « $\sigma_s - \varepsilon_s$ ». Определение продольных (нормальных) напряжений в бетонных полосах является более сложной задачей. При заданном градиенте продольных деформаций и распределении касательных напряжений производят расчет напряженно-деформированного состояния каждой из элементарных полос, пользуясь представленными выше уравнениями совме-

Расчет железобетонных конструкций
при действии перерезывающих сил

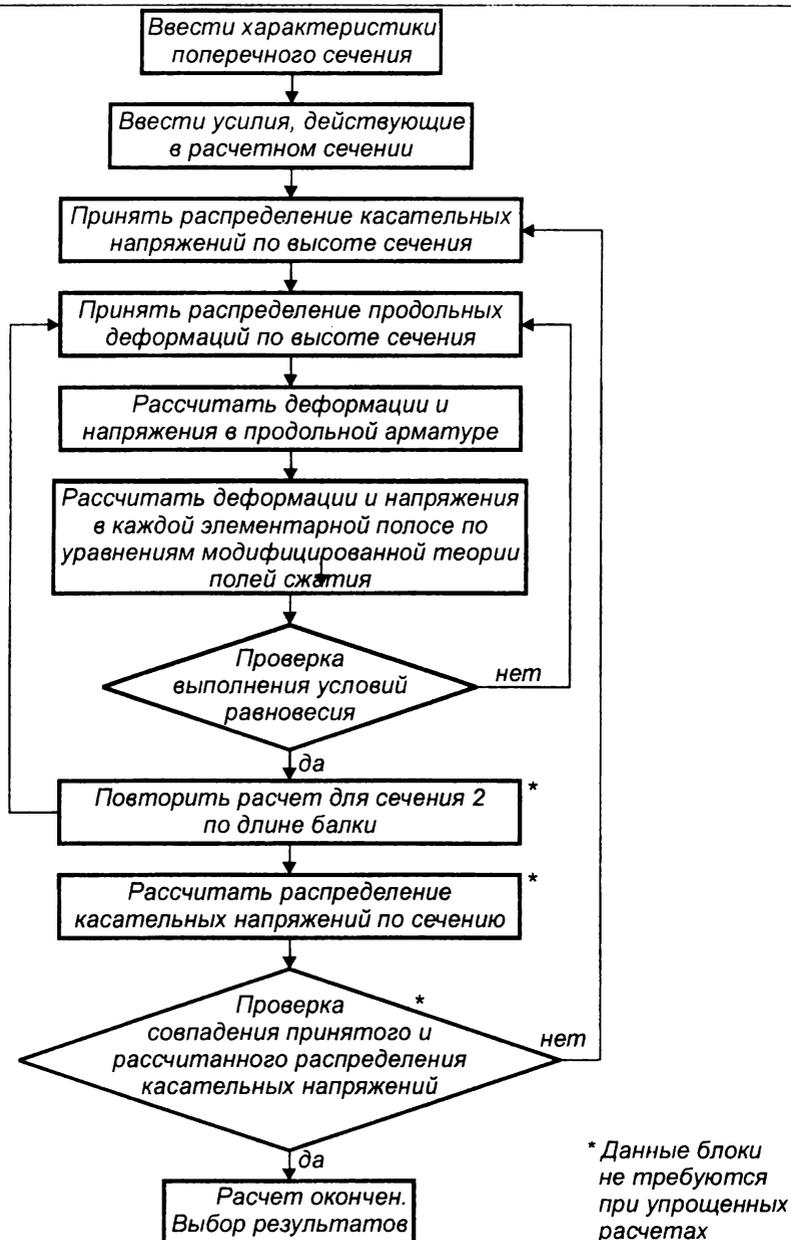


Рис. 4.5.

Алгоритм расчета балочных элементов в соответствии с модифицированной теорией полей сжатия [120, 123, 324]

стности деформаций, уравнениями равновесия и диаграммами деформирования для материалов в соответствии с принятыми положениями модифицированной теории полей сжатия.

Результирующие продольных (нормальных) напряжений в бетоне и арматуре должны находиться в равновесии с внешними усилиями, действующими на сечение. Так, для балки, разделенной на «*m*» бетонных полос и «*n*» арматурных стержней в расчетном сечении должны быть выполнены условия равновесия:

$$\sum_{i=1}^m f_{cx(i)} \cdot b_i \cdot h_i + \sum_{j=1}^n f_{sx(j)} \cdot A_{sj} = N_{Sd} \quad (4.17)$$

$$\sum_{i=1}^m f_{cx(i)} \cdot b_i \cdot h_i (y_{cl} - \bar{y}) + \sum_{j=1}^n f_{sx(j)} \cdot A_{sj} (y_{sj} - \bar{y}) = M_{Sd} \quad (4.18)$$

$$\sum_{i=1}^m v_i \cdot b_i \cdot h_i = V_{Sd} \quad (4.19)$$

В уравнениях (4.17)..(4.19):

M_{Sd} , N_{Sd} , V_{Sd} – соответственно изгибающий момент, продольная и поперечная силы, действующие в рассматриваемом сечении.

Если условия равновесия (4.17)..(4.19) не удовлетворяются, в соответствии с алгоритмом, показанным на рис. 4.5, необходимо изменить заданный градиент продольных деформаций и повторять расчет до тех пор, пока условия равновесия не будут выполняться с принятой степенью точности.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КАСАТЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПО ВЫСОТЕ СЕЧЕНИЯ

Важной проблемой, возникающей при выполнении расчетных итерационных процедур в соответствии с представленным алгоритмом (см. рис. 4.5), является правильное задание начального распределения касательных напряжений по высоте анализируемого сечения.

Эта проблема может быть разрешена с использованием так называемого «метода двух сечений», подобно тому, как это предложено в работе [324].

Обозначим через C_{i1} равнодействующую продольных (нормальных) напряжений, действующих по i -ой, бетонной полосе в сечении «1», а C_{i2} — соответственно в сечении «2» (рис. 4.6). Примем, что сечения «1» и «2» расположены на небольшом расстоянии S друг от друга (согласно [324] расстояние S рекомендовано принимать как правило не более $H/6$).

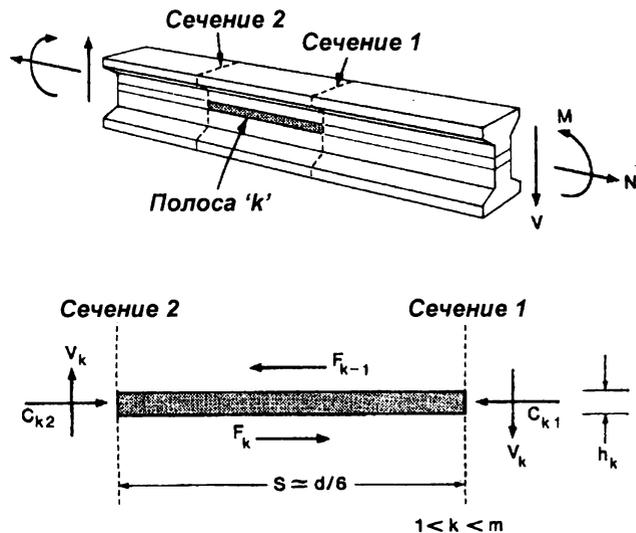


Рис. 4.6.

Схема сил, действующих в элементарной полосе по высоте сечения при расчете по методу двух сечений [324]

С учетом равнодействующей напряжений в продольной арматуре C_{si} можно записать:

$$C_i = f_{cx_i} \cdot b_i \cdot h_i + C_{si} \quad (4.20)$$

Рассмотрим некоторую полосу « k » (рис. 4.6). Горизонтальные сдвигающие усилия F_{k-1} и F_k , действующие на рассматриваемую полосу можно определить:

$$F_{k-1} = \sum_{i=1}^{k-1} (C_{i1} - C_{i2}) \quad (4.21)$$

$$F_k = F_{k-1} + (C_{k1} - C_{k2}) \quad (4.22)$$

Вертикальную поперечную силу, действующую на выделенную полосу V_k (рис. 4.6), определим из условий равновесия:

$$V_k = \frac{(F_k + F_{k-1}) h_k}{2 S}, \quad (4.23)$$

а средние касательные напряжения, действующие по вертикальной грани k -ой бетонной полосы, могут быть рассчитаны в предположении их равномерного распределения по формуле:

$$v_k = \frac{V_k}{b_k h_k} \quad (4.24)$$

Касательные напряжения, рассчитанные таким образом для каждой бетонной полосы, должны дать распределение по высоте сечения, соответствующее (с заданной точностью) принятому в начале расчета по алгоритму (см. рис. 4.5). Если это условие не выполняется, следует изменить закон распределения касательных напряжений по высоте сечения и вновь повторить расчет.

Выполнение детального расчета с уточнением характера эпюры распределения касательных напряжений по высоте сечения является достаточно трудоемким и требует значительного времени.

Для ускорения времени расчета при сокращении итерационных процедур в ряде случаев прибегают к упрощениям, связанным главным образом с распределением касательных напряжений или деформаций сдвига по высоте сечения.

Чаще всего [67, 74, 123, 134, 141, 189, 207, 209, 248, 249, 319–323] в расчетах принимают упрощенное равномерное распределение касательных напряжений по высоте т.н. **эффективной зоны среза**, заключенной между центрами тяжести сжатой и растянутой арматуры, располагаемой в сечении балки. Такое упрощение позволяет исклю-

чить итерационные операции, связанные с уточнением эпюры распределения касательных напряжений по высоте сечения.

В качестве альтернативного упрощения в методах [324] предложено задавать распределение деформаций сдвига по высоте расчетного сечения. Исследования показывают, что деформации сдвига по высоте сечения изменяются, как правило, по зависимости, близкой к параболической, хотя это распределение существенным образом зависит от характера нагружения и формы сечения анализируемого элемента.

При использовании этих допущений расчет второго сечения по длине балки исключается и время расчета может быть снижено. Кроме того, если для анализируемой балки дополнительно установлена полная диаграмма, связывающая поперечную силу и деформации сдвига (например на уровне центра сечения балки), но расчет еще более упрощается и предельная поперечная сила может быть установлена непосредственно из полученной диаграммы « $V_{Sd} - \gamma$ ».

В работе [324] выполнено сравнение результатов расчета, получаемых по детальному (или т.н. «точному») методу «двух сечений» и упрощенным методам, как между собой, так и с опытными данными, полученными в разных исследовательских центрах [139, 158, 192] при испытаниях балок, имевших различную геометрическую форму сечения и отличавшихся условиями нагружения.

На рис. 4.7 представлены результаты расчетов, выполненные по методу «двух сечений» и описанным выше упрощенным методам для прямоугольных балок сплошного сечения (рис. 4.7а), прямоугольных балок сквозного (полого) сечения (рис. 4.7б) и балок таврового сечения (рис. 4.7в). При выполнении расчетов авторы [324] использовали следующие диаграммы деформирования для материалов:

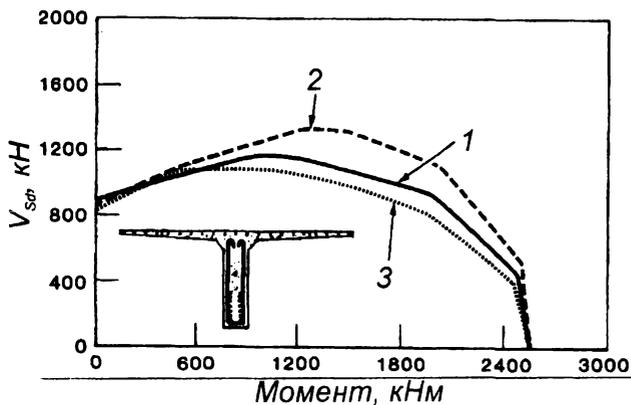
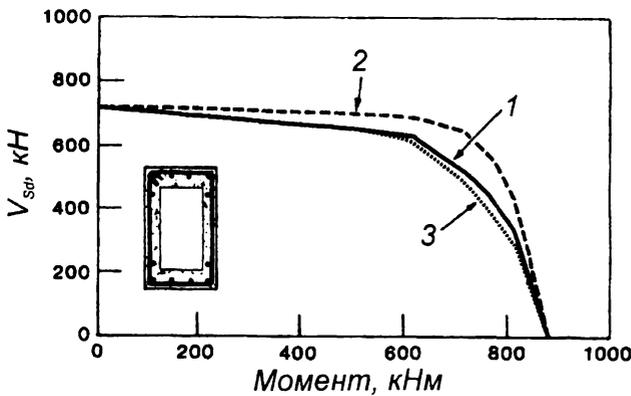
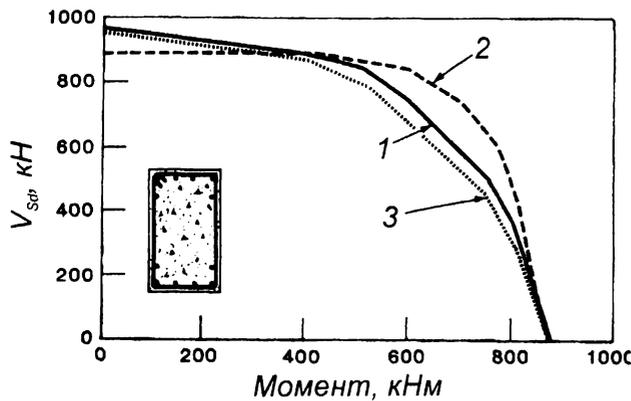


Рис. 4.7. Сравнение диаграмм " $V_{Scp}-M_{Scp}$ ", полученных при расчете по модифицированной теории полей сжатия (МТСФ) с учетом принятых упрощений, касающихся эпюры распределения касательных напряжений согласно [324]:
 1 - метод "двух сечений";
 2 - параболическое распределение деформаций сдвига;
 3 - равномерное распределение касательных напряжений по эффективной высоте зоны среза.

- диаграмму деформирования для бетона при сжатии в условиях плоского напряженно-деформированного состояния, связывающую главные сжимающие напряжения и деформации, в виде (рис. 4.14):

$$f_{c2} = f_{c2,max} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon'_2} \right) - \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon'_2} \right)^2 \right], \quad (4.25)$$

где

$$\frac{f_{c2,max}}{f'_2} = \frac{1}{0.8 - 0.34 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon'_c}} \leq 1.0 \quad (4.26)$$

- диаграмму деформирования для бетона при растяжении, связывающая главные растягивающие напряжения и деформации, в следующем виде:

а) до образования диагональных трещин

$$f_{c1} = E_c \cdot \varepsilon_1 \text{ при } E_c \cong \frac{2f'_c}{\varepsilon'_c} \quad (4.27)$$

б) после образования диагональных трещин (см. главу 2)

$$f_{c1} = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{200\varepsilon_1}}, \quad (4.28)$$

где f_{cr} – растягивающие напряжения в бетоне, соответствующие образованию трещин;

- двухлинейную диаграмму деформирования для продольной и поперечной арматуры в виде (см. главу 2):

$$f_s = E_s \cdot \varepsilon_s \leq f_y$$

Как видно из результатов, представленных графически на рис. 4.7, принятые допущения в общем случае не существенно повлияли на точность расчетов по сравнению с «точным» методом «двух сечений». Это особенно справедливо при небольших значениях изгибающих моментов и осевых усилий. По мере увеличения изгибающего момента расчетная кривая, полученная в предположении равномерного распределения касательных напряжений по высоте сечения, доста-

точно хорошо совпадает с «точным» расчетом, в то время как метод, основанный на использовании параболического распределения деформаций сдвига, дает заметные погрешности. Погрешности этого метода связаны, в первую очередь, с тем, что при параболическом распределении деформаций сдвига недооцениваются касательные напряжения, действующие в сжатой зоне сечения. На рис. 4.8 показаны эпюры распределения касательных напряжений и деформаций сдвига для балки прямоугольного сплошного сечения (рис. 4.7а), установленные расчетом по различным методам при действии в расчетном сечении поперечной силы $V_{Sd} = 600$ кН и изгибающего момента $M_{Sd} = 600$ кН·м. Необходимо также подчеркнуть, что при расчете симметрично

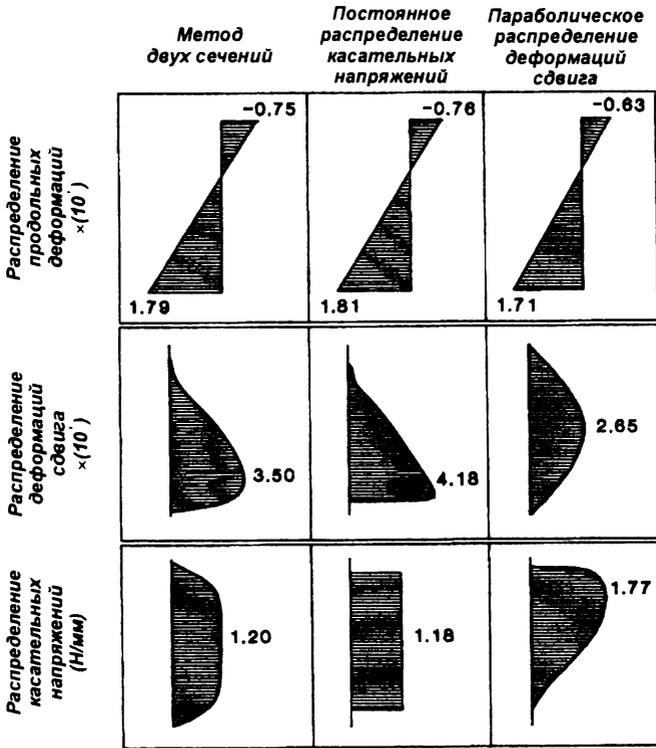


Рис. 4.8.

Распределение касательных напряжений и деформаций сдвига для балки сплошного сечения (см. рис. 4.7а) при действии $V = 600$ кН, $M = 600$ кН, установленные расчетом по точному и приближенному методам, согласно [324]

армированных прямоугольных сечений все три метода дают снижение предельного момента. Только в случае балок с тавровым сечением повышение момента несколько увеличивает предельную перерезывающую силу. Это связано, главным образом, с наличием в сжатой зоне таких балок значительных изгибных сжимающих напряжений, противостоящих растягивающим напряжениям, вызванным срезом.

На рис. 4.9 показаны зависимости «поперечная сила – деформация сдвига», рассчитанные разными методами для балки SA3 (см. табл. 4.1) при трех конкретных условиях нагружения. В случае чистого среза (когда $M_{Sd} = 0$, $N_{Sd} = 0$) наблюдается незначительное отклонение в результатах расчета по различным методам. При совместном действии изгибающего момента и поперечной силы наибольшие отклонения дает метод, основанный на параболическом распределении деформаций сдвига. В случае действия осевого сжимающего усилием в соответствии с этим методом получается наиболее низкая нагрузка трещинообразования и соответственно более низкая сдвиговая жесткость.

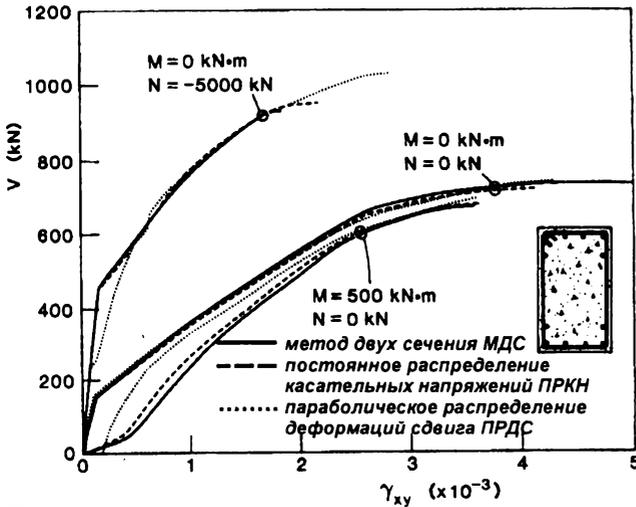


Рис. 4.9.

Диаграммы « $V - \gamma_{xy}$ », полученные из расчета балки SA3 (см. табл. 4.1) по альтернативным методикам согласно [324]

Результаты расчетов по предложенной аналитической модели сравнивали с опытными данными, полученными при испытаниях балок различными исследовательскими центрами, и обобщенными в работе [324]. Выбранные для анализа балки характеризуются тем, что их разрушение произошло по наклонным сечениям. Балки имели различную форму поперечного сечения и высоту, изменяющуюся от 305 до 610 мм, были выполнены с предварительным напряжением продольной арматуры и без него. Во всех случаях способ нагружения балок был выбран таким образом, что изгибающий момент в среднем сечении по длине пролета среза балки равнялся нулю. Основные характеристики выбранных опытных балок представлены в табл. 4.1.

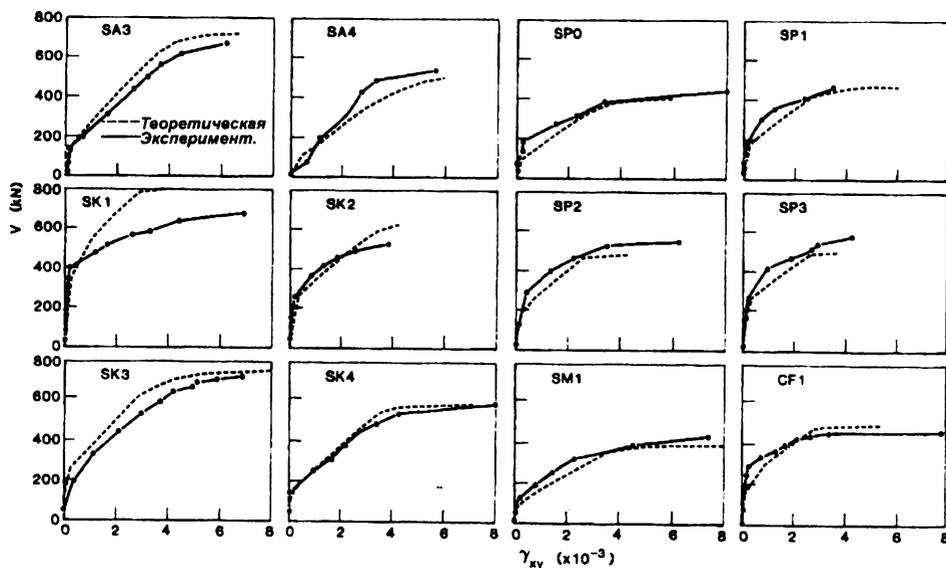


Рис. 4.10.

Сравнение опытных и расчетных зависимостей « $V - \gamma_{xy}$ » для балок из табл. 4.1 согласно [324]

Результаты расчетов сравнивали с опытными данными, полученными для средней зоны по длине пролета среза балки, где отсутствовал изгибающий момент.

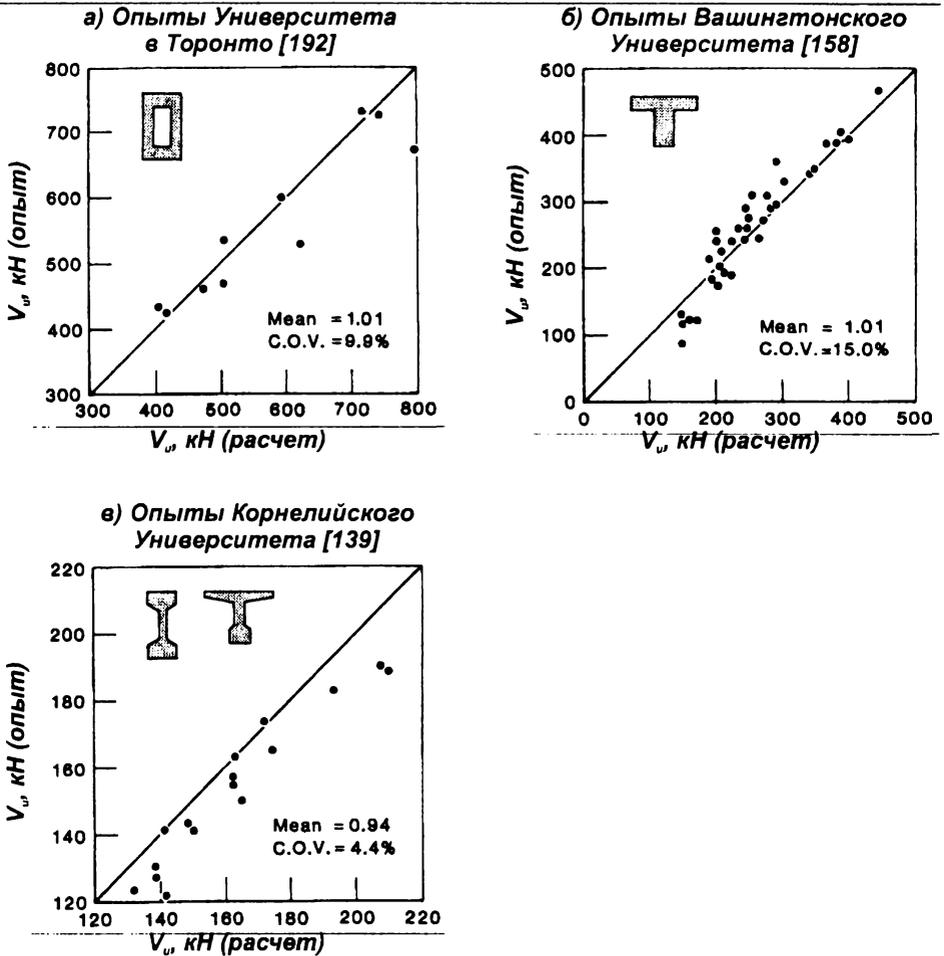


Рис. 4.11.

Сравнение предельных значений поперечных сил, определенных расчетом по модифицированной теории полей сжатия и полученных в опытах (из работы [324])

Следует отметить, что все балки в рассматриваемой зоне были хорошо оснащены приборами, позволявшими с большой точностью фиксировать деформированное состояние при нагружении [324].

Теоретические и опытные зависимости « $V_{Sd} - \gamma_{xy}$ » для испытанных балок показаны на рис. 4.10. В целом можно утверждать, что наблюдается достаточно хорошее совпадение теоретических и опытных кривых.

На рис. 4.11а представлено сравнение теоретических и опытных значений предельных поперечных сил для испытанных балок. Среднее отношение опытных и теоретических значений предельных поперечных сил составляет 1.01 при коэффициенте вариации $V_x = 9.9 \%$.

В опытах [227], выполненных в Вашингтонском Университете (Washington University), испытывали свободно опертые тавровые балки, на которые воздействовали постоянными осевыми силами, приложенными к их торцам. Нагружение выполняли одной сосредоточенной силой, приложенной в середине пролета (рис. 4.12). В опытах варьировали длиной пролета, коэффициентом поперечного армирования,

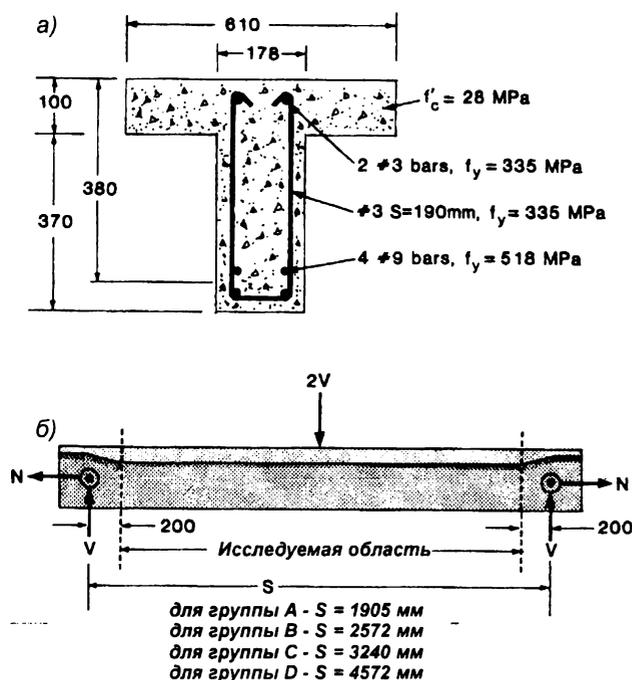


Рис. 4.12.

Характеристики поперечного сечения (а) и схема нагружения (б) балок, испытанных в Вашингтонском Университете [158]

величиной постоянного осевого усиления. Балки рассчитывали с использованием представленных выше аналитических процедур. В результате расчета определяли предельную поперечную силу, воспринимаемую балкой. Сопоставление опытных и расчетных данных пока-

зывает их хорошее совпадение ($\bar{\lambda} = \frac{V_{u,exp}}{V_{u,th}} = 1.01$ при коэффициенте ва-

риации $V_x = 15\%$). Необходимо отметить, что если из сравнения исключить шесть балок, не имевших поперечного армирования, то среднее соотношение предельных поперечных сил составляет $\bar{\lambda} = 1.04$ при $V_x = 9.3\%$ (см. рис. 4.11б).

Представляют интерес опыты, выполненные авторами [139], которые включали балки, изготовленные из высокопрочного бетона, имевшего прочность при сжатии от 40 до 74 МПа. Две серии опытных образцов, отобранные для анализа, включали балки прямоугольного (серия I) и таврового (II) сечения. В обеих сериях высокие сжимающие напряжения в бетоне создавали при помощи предварительного напряжения продольной арматуры.

В опытах варьировали коэффициентом поперечного армирования и уровнем предварительного напряжения.

Все балки испытывали как свободно опертые, загруженные в пролете двумя сосредоточенными силами. Силы прикладывали на расстоянии 1.2 м от опоры. Как видно из рис. 4.11в, среднее отношение опытных и расчетных значений предельной поперечной силы для испытанных балок составило $\bar{\lambda} = 0.9$ при коэффициенте вариации $V_x = 4.4\%$. Вместе с тем, обращает на себя внимание пониженное значение среднего соотношения предельных поперечных сил $\bar{\lambda} < 1.0$, полученное для балок, выполненных из высокопрочного бетона. Это связано с тем, что при теоретических расчетах прочность бетона на растяжение принимали в соответствии с [74] равной $0.33\sqrt{f'_c}$ как для бетона

нормальной прочности, что дало, например, для балки С117, выполненной из высокопрочного бетона, $V_{Sd,u} = 138$ кН. При перерасчете балки с учетом прочности на растяжение, определяемой по зависимости $0.17\sqrt{f'_c}$, как это рекомендовано в предложениях [75] для высокопрочного бетона, расчетная предельная поперечная сила составила $V_{Sd,u} = 120$ кН, что по сравнению с опытной поперечной силой $V_{Sd,ex,u} = 129$ кН дает отношение $\lambda = 1.07$.

Как видно из представленного краткого сравнения общий метод расчета, базирующийся на положениях модифицированной теории полей сжатия, дает достаточно хорошее совпадение с опытными данными в широком диапазоне условий нагружения (совместного действия изгибающих моментов, продольных и поперечных сил) и при различных формах поперечного сечения анализируемого элемента.

Дискретизация сечения на отдельные элементы позволяет производить расчет элементов, имеющих достаточно сложную форму поперечного сечения при произвольном расположении продольной арматуры. Так, например, в работе [192] представлены результаты расчета кольцевых колонн, подверженных действию значительных поперечных сил. Кроме того, результаты расчета позволяют получать полную информацию о напряженно-деформированном состоянии бетона и арматуры на каждом этапе нагружения для любого элемента конструкции и определять достаточно близкое к реальному распределение касательных напряжений по высоте анализируемого сечения.

Представленный сравнительный анализ показал, что принятое допущение о равномерном распределении касательных напряжений по высоте эффективной зоны среза анализируемой конструкции позволяет производить расчет с допустимой точностью при значительном сокращении времени счета. Такое распределение касательных напряжений без сомнения может быть принято при расчете конструкций, имеющих простую симметричную форму поперечного сечения, в

котором продольная арматура сосредоточена у наиболее растянутой и сжатой грани или равномерно распределена по высоте сечения. Следует подчеркнуть что, на этом допущении, принятом в уже классических работах [248, 249], построены практически все упрощенные методы расчетов конструкций при действии среза, внесенные в нормативные документы различных стран [74, 134, 141], включая и СНиП 2.03.01–84*.

На принятом допущении о равномерном распределении касательных напряжений по высоте эффективной зоны среза построен общий метод расчета железобетонных конструкций при совместном действии изгибающих моментов, продольных и поперечных сил, используемый японскими исследователями Н. Nakamura и Т. Higai [255] и обсуждаемый для внесения в японские нормы [87]. Основные шаги алгоритма расчетного метода [255] можно представить следующим образом:

1. Как и в алгоритме, рекомендованном в работах [323–325] поперечное сечение анализируемой конструкции разбивают (разделяют) на элементарные полосы с установленными геометрическим размерами b_i , h_i .
2. Напряжения, вызванные продольным осевым усилием N_{Sd} и поперечной силой V_{Sd} , принимают равномерно распределенными по высоте сечения.
3. Задают распределение по высоте сечения продольных деформаций ε_{xi} , пользуясь гипотезой плоского сечения. Для этого принимают начальное значение продольной деформации ε_{cc} на верхней (наиболее сжатой) грани балки, а продольные деформации элементарных слоев ε_{xi} бетона и арматурных стержней ε_{xj} определяют по формулам (4.1) и (4.2).
4. При заданных продольных деформациях ε_{xi} и касательных напряжениях v_i рассчитывают напряженно-деформированное состояние

для каждой элементарной бетонной полосы, пользуясь условиями равновесия, совместности деформаций (4.5)..(4.6) и диаграммами деформирования для материалов.

5. Повторяют шаг 4 для всех элементарных полос, на которые разделено сечение.
6. При заданных продольных деформациях рассчитывают напряжения в продольной арматуре, пользуясь соответствующими диаграммами деформирования.
7. Рассчитывают результирующие продольных напряжений в бетоне и арматуре и проверяют условия равновесия по продольной силе (см. условие (4.17)). Если условия равновесия не удовлетворяются, возвращаются к шагу 3, изменяют начальное значение продольной деформации ε_{cc} и расчет повторяют снова.
8. Проверяют выполнение условий равновесия по изгибающему моменту согласно уравнения (4.18).

При этом шаг 4, выполняемый для каждой элементарной полосы, подразделяется на следующие операции:

- а) принимают начальное значение главных растягивающих деформаций ε_i ;
- б) по заданным растягивающим деформациям ε_i , рассчитывают напряжения f_i , пользуясь модифицированной диаграммой деформирования бетона при растяжении (см. главу 2);
- в) рассчитывают угол θ , определяющий наклон диагональной сжатой полосы к продольной оси элемента. С одной стороны, из равновесия проекций всех сил на вертикальную ось напряжения в поперечной арматуре равны:

$$f_v = -\frac{\sigma_{cc} b_w s}{A_v} = -\frac{b_w s}{A_v} (1 - v \tan \theta) = -\frac{1}{\rho_w} (1 - v \tan \theta) \quad (4.29)$$

где: A_v – площадь сечения поперечной арматуры;

s – шаг поперечных стержней;

b_w – ширина сечения;

σ_{ct} – нормальные напряжения по направлению оси « t ».

С другой стороны, из условий совместности деформаций (круга Мора) и диаграммы деформирования для поперечной арматуры можно записать:

$$f'_v = E_{sy} \varepsilon_t = E_{sy} [\varepsilon_t - (\varepsilon_t - \varepsilon_x) \tan^2 \theta] \quad (4.30)$$

Угол θ определяют приравнявая $f_v = f'_v$. Это ведет к решению квадратного уравнения относительно $\tan \theta$, если напряжения в поперечной арматуре не достигают предела текучести, или линейного уравнения, после достижения напряжениями в поперечной арматуре предела текучести.

- г) рассчитывают главные сжимающие деформации ε_2 , поперечные деформации по направлению оси « t » ε_t и деформации сдвига γ_{xy} , пользуясь условиями совместности деформаций, установленными из круга Мора (для средних деформаций);
- д) рассчитывают нормальные напряжения по направлению оси « x » f_{cx} и главные сжимающие напряжения f_2 из условий равновесия в соответствии с кругом Мора (для средних напряжений);
- е) рассчитывают главные сжимающие напряжения f'_2 по установленным в п. (г) деформациям ε_2 , пользуясь диаграммами деформирования для бетона при сжатии в условиях плоского напряженного состояния;
- ж) сравнивают полученные расчетом по п.п. (д) и (е) значения главных сжимающих напряжений. Если $f_2 \neq f'_2$, возвращаются к шагу (а), задают новое значение ε_1 и расчет повторяют снова.

При расчете рассматривают два возможных случая наступления предельного состояния железобетонного элемента при возрастании кривизны и постоянных поперечной и продольной силах:

- 1) разрушение при изгибе: деформации наиболее сжатой грани сечения достигают своих предельных значений (в методике [141 и 255] принято $\varepsilon_{cu} = -0.002$) или
- 2) разрушение при срезе: для заданного градиента продольных деформаций ε_x и распределения касательных напряжений v_i не удовлетворяются условия равновесия хотя бы для одной элементарной полосы, даже если общие условия равновесия по продольной силе удовлетворены (согласно шага (7) общего алгоритма).

УПРОЩЕННЫЙ ВАРИАНТ

МОДИФИЦИРОВАННОЙ ТЕОРИИ ПОЛЕЙ СЖАТИЯ

(Общий метод расчета

железобетонных конструкций на срез)

При упрощенном расчете в рамках MCFT условия равновесия и совместности деформаций рассматривают применительно к полной высоте эффективной зоны среза. В этом случае принимают допущение о том, что угол наклона диагональной сжатой полосы θ , определяющий направление главных напряжений в системе координат « $d - l$ », является постоянным на всей высоте эффективной зоны среза, а не изменяется в пределах элементарных полос, как это рассматривалось в «точном» методе расчета. Это соответствует допущению о том, что по высоте эффективной зоны среза имеет место равномерное распределение касательных напряжений $\tau = \frac{V_{Sd}}{b_w d_z}$, что принято

практически во всех нормативных документах в части расчетов, касающихся среза (d_z см. рис. 4.13).

Но прежде, чем приступить к рассмотрению упрощенной расчетной модели, базирующейся на модифицированной теории сжатых полей (MCFT) представим основные положения предшествовавшей ей

теории сжатых полей (Compression Field Theory), разработанной и развитой D. Mitchell и M.P. Collins [240] в начале 70-х годов на базе теории полей растяжения H. Wagner [333], использовавшейся при расчете стальных балок.

В отличие от пластических моделей [1, 7, 11, 256, 257], используемых при расчетах в рамках метода предельных состояний, теория полей сжатия и ее модифицированная версия позволяет комплексно описать поведение железобетонных конструкций при действии среза. В соответствии с [136, 137, 329], теория рациональна в том смысле, что использует условия равновесия усилий (продольных сил и моментов), условия совместности деформаций и зависимости (диаграммы деформирования), связывающие напряжения и деформации материалов при нагружении.

Необходимо отметить, что в теории полей сжатия в отличие от ее модифицированной версии принято еще одно допущение: после образования диагональных трещин бетон в наклонных полосах не воспринимает растягивающих напряжений.

Рассмотрение теории полей сжатия полезно, на наш взгляд, для комментария к методам расчета на срез железобетонных конструкций, внесенных в целый ряд нормативных документов, в которых составляющая поперечной силы, воспринимаемой бетоном, не учитывается.

Условия равновесия

Для того, чтобы составить условия равновесия рассмотрим сечение железобетонной балки (рис. 4.13), для которого изгибающий момент равен нулю.

Бетон. Вертикальная составляющая сжимающего усилия D в бетоне диагональной полосы, наклоненной под углом θ к продольной оси элемента должна уравниваться действующей в рассматриваемом сечении поперечной силой V_{Sd} (рис. 4.13)

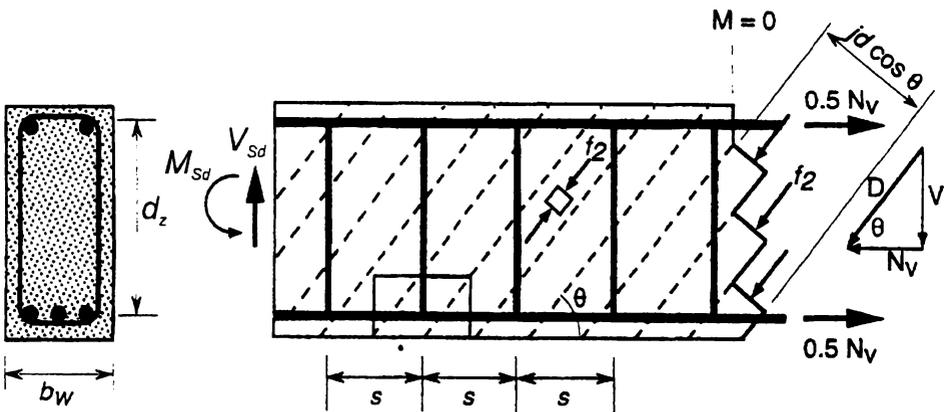
$$V_{Sd} = D \cdot \sin \theta = (f_2 \cdot b_w \cdot d_z \cdot \cos \theta) \cdot \sin \theta \quad (4.31)$$

Тогда главные сжимающие напряжения в диагональной полосе равны:

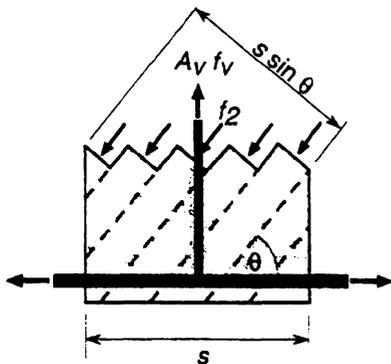
$$f_2 = \frac{V_{Sd}}{b_w \cdot d_z} (\tan \theta + \cot \theta) \quad (4.32)$$

Поперечная арматура. Усилие в поперечной арматуре (рис. 4.13б) определим из проекции рассматриваемой системы сил на вертикальную ось:

$$A_v f_v = (f_2 \cdot b_w \cdot s \cdot \sin \theta) \cdot \sin \theta \quad (4.33)$$



(а) Схема усилий, действующих в диагональной полосе и продольной арматуре



(б) Схема усилий в поперечной арматуре

Рис. 4.13.

Схема усилий к условиям равновесия, применяемым в теории полей сжатия (Collins, Mitchell [240])

или

$$\frac{A_v \cdot f_v}{s} = \frac{V_{Sd}}{d_z} \tan \theta \quad (4.34)$$

или

$$V_{Sd} = \frac{A_w f_v}{s} d_z \cot \theta \quad (4.35)$$

Пояса. Продольная составляющая диагонального сжимающего усилия уравнивается растягивающим усилием в нижнем поясе (продольное армирование):

$$N_v = A_x f_x = V \cot \theta \quad (4.36)$$

Условия совместности деформаций приняты в соответствии с уравнениями (4.5)..(4.6).

Диаграммы деформирования «напряжения-деформации» для бетона и арматуры, принятые в общем методе расчета на срез [123]

Бетонный элемент, выделяемый диагональными трещинами, находится не только в условиях сжатия по направлению оси 2, но и растяжению по направлению оси 1 (рис. 4.13а). Начальными опытами по испытаниям железобетонных плоских панелей F. Vecchio и M.P. Collins [331] установили, что главные сжимающие напряжения f_2 являются функцией не только сжимающих деформаций ε_2 , но и перпендикулярных им главных растягивающих деформаций ε_1 .

Предложенная аналитическая зависимость, используемая для описания диаграммы деформирования (рис. 4.14), используемая в

* Подробно зависимости для описания диаграммы деформирования, связывающей главные сжимающие напряжения и деформации рассмотрены в главе 2. Здесь приведены зависимости « $\sigma_2 - \varepsilon_2$ » для бетона в том виде, как они содержатся в первоисточнике [240].

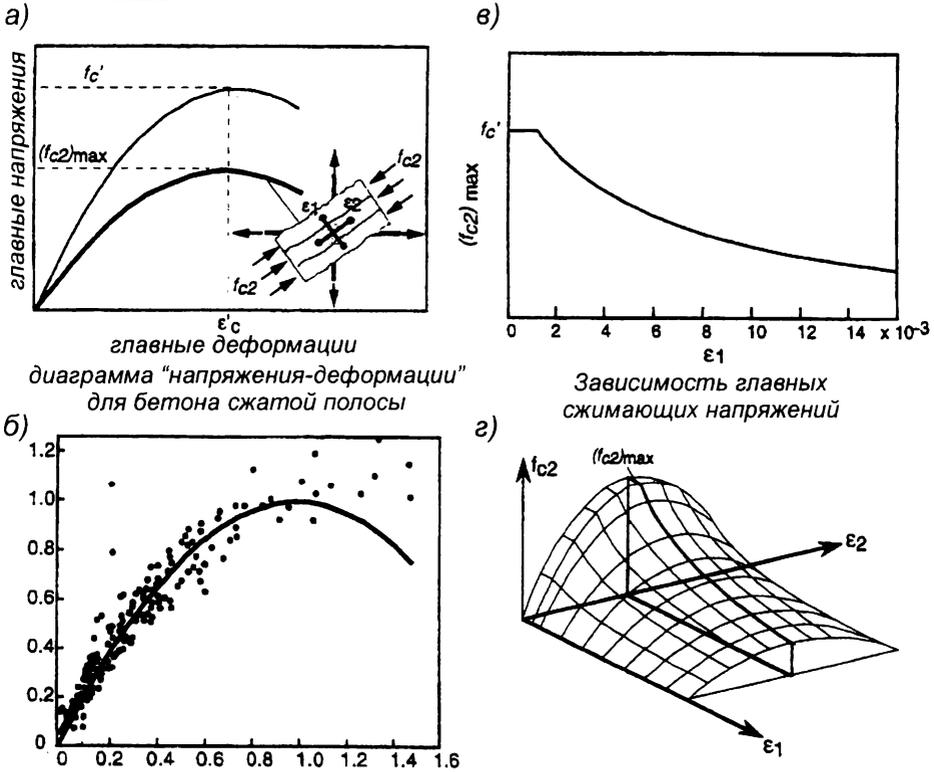


Рис. 4.14. Зависимость "напряжения-деформации" для бетона диагональной сжатой полосы (Collins, Mitchell [240])

ранних работах [114–124, 240], базируется на параболе Hognestad'a [163, 164] вида:

$$f_2 = f_{2,max} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon'_c} \right) - \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon'_c} \right)^2 \right] \quad (4.37)$$

где

$$\frac{f_{2,max}}{f'_c} = \frac{1}{0.8 + 170\varepsilon_1} \leq 1.0 \quad (4.38)$$

Как видно из представленных зависимостей, наличие поперечных растягивающих деформаций растяжения ε_1 ведет к снижению сопротивления бетона при сжатии диагональной полосы.

Для описания работы арматуры в упругой стадии использованы зависимости:

– поперечные стержни $f_v = E_s \cdot \varepsilon_t$

– продольные стержни $f_x = E_s \cdot \varepsilon_x$

Таким образом, имеют место три уравнения равновесия, два уравнения совместности деформаций, три уравнения, устанавливающие связь между напряжениями и деформациями материалов элемента с диагональными трещинами в процессе нагружения. При их совместном решении могут быть определены неизвестные напряжения f_2 , f_v , f_x , деформации ε_x , ε_t , ε_2 , ε_1 и угол наклона сжатой диагональной полосы θ (количество уравнений равно количеству неизвестных).

Используя приведенные выше зависимости представляется возможным определить не только предельную прочность элемента при срезе (*limit-state*), но и проследить изменения напряженно-деформированного состояния, происходящие в железобетонном элементе с диагональными трещинами в процессе монотонно возрастающего нагружения.

Для сравнения представленного деформационного метода решения на базе теории сжатых полей с пластическим решением заменим диаграмму деформирования (4.37) для бетона традиционной прямоугольной диаграммой жесткопластического тела, а для арматуры – двухлинейной с горизонтальным участком, соответствующим пределу текучести. Принятые условия можно записать:

– для арматуры: $f_v = f_y$; $\varepsilon_t = \varepsilon_y$;

– для бетона: $f_2 = f'_c$; $\varepsilon_2 = -\varepsilon_c$.

Из решений пластической теории М.Р. Nelsen'a [256, 257] известно, что:

$$\frac{\tau}{f'_c} = \frac{\tan \theta}{\tan^2 \theta + 1}$$

Выполняя преобразования, получаем:

$$\tan \theta = \frac{A_v \cdot f_y}{b \cdot S \cdot \tau} = \frac{A_v}{b \cdot S} \cdot \frac{f_y}{f_c} \cdot \frac{f'_c}{\tau} = \psi \frac{f'_c}{\tau}$$

где $\psi = \frac{A_v \cdot f_y}{b \cdot S \cdot f'_c}$ – коэффициент эффективности поперечного армирования в соответствии с [257].

Тогда получаем:

$$\left(\frac{\tau}{f'_c} \right) \left(\psi^2 \frac{f'_c}{\tau^2} + 1 \right) = \psi \frac{f'_c}{\tau}$$

$$\psi^2 + \left(\frac{\tau}{f'_c} \right)^2 = \psi$$

или

$$\frac{\tau}{f'_c} = \sqrt{\psi(1-\psi)}$$

$$\tan \theta = \sqrt{\frac{\psi}{1-\psi}}$$

Полученное решение, как видим, соответствует решениям, определяющим т.н. нижний предел прочности при срезе железобетонного элемента в пластической теории М.Р. Nelsen [256, 257], который был получен без использования условий совместности деформаций.

При замене напряжений в бетоне и арматуре на расчетные сопротивления формулы (4.32) и (4.25) дают решения, получаемые в модели ферменной аналогии с переменным углом [141].

Как было показано выше, теория полей сжатия не учитывает действия растягивающих напряжений в диагональной полосе между трещинами и, как следствие, переоценивать деформации, несколько недооценивая при этом прочность железобетонного элемента при срезе.

Это обстоятельство было учтено в варианте модифицированной теории сжатия (F. Vecchio, М.Р. Collins, [329]). Как и в случае теории полей сжатия [240], представленной выше, в модифицированной тео-

при полях сжатия принято основное допущение, заключающееся в том, что направления осей главных напряжений f_2 и деформаций ε_2 .

Необходимо еще раз подчеркнуть и еще одно важное обстоятельство модифицированной теории сжатых полей – в ней учитывается, что касательные напряжения передаются сечением с трещиной за счет зацепления по ее берегам (в соответствии с международной терминологией – *aggregate interlock*) и нагельного эффекта (*dowel action*). Соотношение между этими составляющими, оказывающими влияние на предельное сопротивление сдвигу (срезу) сечения с трещиной проанализировано в главе 3.

Уравнения равновесия составим, воспользовавшись схемами, показанными на рис. 4.15.

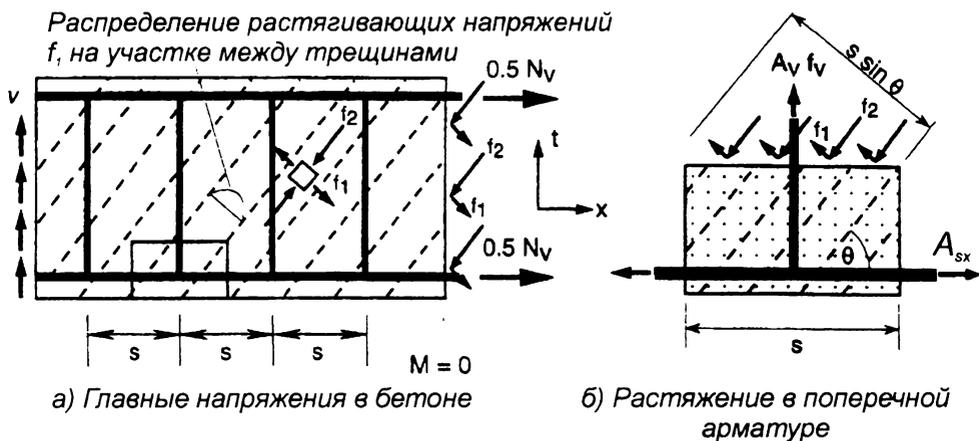


Рис. 4.15.

Схема напряжений к составлению условий равновесия в рамках модифицированной теории полей сжатия (Collins, Mitchell, 1991 [120])

Как было показано ранее из круга Мора (рис. 4.2а), главные напряжения, действующие в диагональной полосе, связаны с касательными напряжениями уравнением

$$f_1 + f_2 = v \cdot (\tan \theta + \cot \theta); \quad (4.39)$$

где: v – касательные напряжения, определяемые в предположении их равномерного распределения по формуле:

$$v = \frac{V_{Sd}}{b_w \cdot d_z}$$

По сравнению с условиями равновесия, представленными в теории сжатых полей (см. уравнение (4.32)) из уравнения (4.39) следует, что главные растягивающие напряжения f_1 вносят вклад в восприятие поперечной силы, вызванной действием нагрузки. Неуравновешенную вертикальную составляющую диагональных главных сжимающих f_2 и главных растягивающих напряжений f_1 воспринимает поперечная арматура, получая усилие:

$$A_v f_v = (f_2 \sin^2 \theta - f_1 \cos^2 \theta) b_w s \quad (4.40)$$

Из совместного решения уравнений (4.39) и (4.40) получаем:

$$V_{Sd} = \frac{f_1}{\tan \theta + \cot \theta} + \frac{f_1}{\tan \theta + \cot \theta} \left(\frac{A_v \cdot f_v}{b_w \cdot S} + f_1 \cos^2 \theta \right) \frac{1}{\sin^2 \theta} \quad (4.41)$$

Учитывая, что $V_{Sd} = v \cdot b_w \cdot d_z$, получаем:

$$\begin{aligned} V_{Sd} &= v \cdot b_w \cdot d_z = \\ &= \frac{A_v \cdot f_v \cdot d_z}{b_w \cdot S} \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{(\tan \theta + \cot \theta) \sin^2 \theta} + \frac{f_1 \cdot b_w \cdot d_z}{\tan \theta + \cot \theta} (1 + \cot^2 \theta) \end{aligned} \quad (4.42)$$

$$V_{Sd} = \frac{A_v \cdot f_v}{S} d_z \frac{\cot^2 \theta + 1}{\tan \theta + \cot \theta} + f_1 \frac{\tan \theta + \cot \theta}{\tan \theta (\tan \theta + \cot \theta)} b_w \cdot d_z \quad (4.43)$$

$$V_{Sd} = \frac{A_v \cdot f_v}{S} d_z \frac{\tan \theta + \cot \theta}{\tan \theta (\tan \theta + \cot \theta)} + f_1 \cdot b_w \cdot d_z \cdot \cot \theta$$

$$V_{Sd} = \frac{A_v \cdot f_v}{S} d_z \cdot \cot \theta + f_1 \cdot b_w \cdot d_z \cdot \cot \theta \quad (4.44)$$

Либо другими словами:

$V = V_s + V_c$ = составляющая поперечной силы, воспринимаемая арматурой + составляющая поперечной силы, воспринимаемая бетоном.

Таким образом, как видно из (4.44), величина составляющей поперечной силы, воспринимаемой арматурой, зависит от изменения угла θ и практически соответствует решениям, полученным в методе ферменной аналогии [141] с переменным углом сжатого подкоса. В то же время, величина составляющей, воспринимаемой бетоном зависит от величины растягивающих напряжений f_1 в диагональной полосе между трещинами.

Здесь необходимо отметить, что величина главных растягивающих напряжений f_1 является функцией касательных напряжений, которые способны воспринять диагональное сечение с трещиной за счет зацепления (*aggregate interlock*). После того, как напряжения в поперечной арматуре достигают предела текучести, растягивающие напряжения вызываются локальными смещениями и локальными касательными напряжениями, действующими по плоскости трещины.

Усилие растяжения в продольной арматуре можно определить из рассмотрения проекции всех действующих усилий на продольную ось элемента:

$$A_{sx} f_1 = (f_2 \cos^2 \theta - f_1 \sin^2 \theta) b_w d_z = V_{sd} \cot \theta - f_1 b_w d_z \quad (4.45)$$

Рассматривая **условия равновесия для сечения, располагаемого вдоль диагональной трещины**, и учитывая то обстоятельство, что напряжения, действующие в сечении с трещиной и на участке между трещинами, должны быть статически эквивалентны (рис. 4.1а, б), получаем:

$$A_v \cdot f_v \left(\frac{d_z}{S \cdot \tan \theta} \right) + f_1 \frac{b_w \cdot d_z}{\sin \theta} \cos \theta = A_v \cdot f_{vy} \left(\frac{d_z}{S \cdot \tan \theta} \right) + v_{ci} \cdot b_w \cdot d_z \quad (4.46)$$

Для выполнения условия (4.46) средние растягивающие напряжения в диагональной полосе должны быть равны:

$$f_1 = v_{ci} \cdot \tan \theta + \frac{A_v}{b_w \cdot s} (f_{vy} - f_v) \quad (4.47)$$

где: v_{ci} – касательные напряжения, вызванные зацеплением по берегам трещины.

Таким образом, составляющая поперечной силы, воспринимаемая бетоном, являясь функцией от главных растягивающих напряжений f_1 , согласно (4.47) связана с величиной касательных напряжений, которые могут быть восприняты сечением вдоль трещины за счет зацепления по ее берегам (aggregate interlock). Как свидетельствуют результаты исследований, представленных в главе 3, величина касательных напряжений v_{ci} , которые способно, воспринимаемых сечением вдоль трещины, зависит, главным образом, от ширины ее раскрытия F. Vecchio и M.P. Collins [323, 324], базируясь на исследованиях J.C. Walraven [324–343], предложили следующую зависимость, связывающую касательные напряжения и ширину раскрытия трещины в виде:

$$v_{ci} = \frac{0.18 \sqrt{f'_c}}{0.3 + \frac{23 \cdot w}{a + 16}} \quad (4.48)$$

где: f'_c – прочность бетона при сжатии, МПа;

a – максимальный размер зерна заполнителя, мм;

w – ширина раскрытия диагональной трещины, мм.

Физический смысл полученной зависимости и величины входящих в нее параметров проанализированы в главе 3. Следует отметить, что по данным [136, 237] предложенная зависимость применима для бетонов средних классов по прочности при сжатии ($f'_c \leq 50$ Н/мм²). В силу того, что развитие трещин нормального отрыва и поперечного сдвига в структуре высокопрочных бетонов имеет специфические осо-

* Подробный анализ зависимостей, предлагаемых для определения касательных напряжений, действующих в диагональной трещине, представлен в главе 3. Здесь приведены зависимости, содержащиеся в первоисточнике [323].

бенности (трещина пересекает как матрицу, так и заполнитель), зависимость (4.48) требует корректировки.

В соответствии с [141] ширину раскрытия диагональной трещины предложено определять традиционным образом:

$$w = \varepsilon_1 \cdot S_{m\theta} \quad (4.49)$$

где: ε_1 – главная растягивающая деформация;

$S_{m\theta}$ – расстояние между диагональными трещинами.

Расстояние между наклонными трещинами (рис. 2.21) можно определить по формуле [141]:

$$S_{m\theta} = \frac{1}{\frac{\sin \theta}{S_{mx}} + \frac{\cos \theta}{S_{mv}}} \quad (4.50)$$

Расстояния между вертикальными S_{mx} и горизонтальными S_{mv} трещинами (рис. 4.17)

$$S_{mx} = 2 \cdot \left(C_x + \frac{S_x}{10} \right) + 0.25 \cdot k_1 \frac{d_{bx}}{\rho_x} \quad (4.51)$$

$$S_{mv} = 2 \cdot \left(C_v + \frac{S}{10} \right) + 0.25 \cdot k_1 \frac{d_{bv}}{\rho_v} \quad (4.52)$$

где: d_b – диаметр стержня;

C – расстояние до арматуры;

S – шаг стержней;

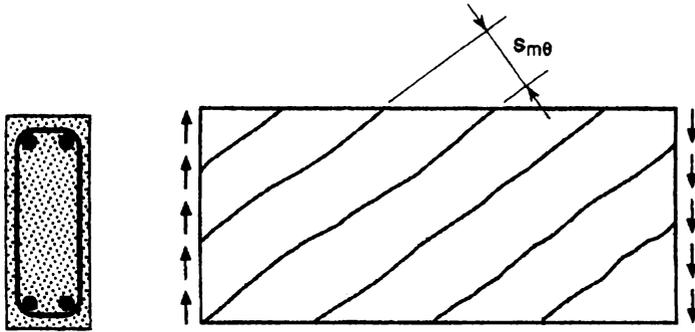
$$\rho_v = \frac{A_v}{b_{ws}};$$

$$\rho_x = \frac{A_{sx}}{A_c};$$

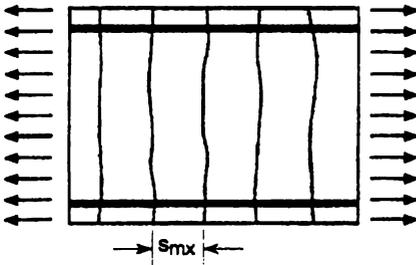
$k_1 = 0.4$ – для стержней периодического профиля;

0.8 – для гладких стержней.

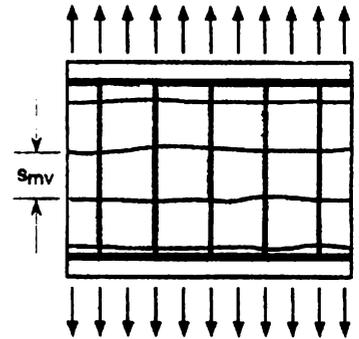
На рис. 4.17 показаны параметры конструкции, используемые в расчетных формулах (4.51) и (4.52).



а) Наклон трещин, вызванный срезом



б) Вертикальные трещины, вызванные осевым растяжением



в) Горизонтальные трещины, вызванные поперечным растяжением

Рис. 4.16.

Расстояния между трещинами в железобетонной конструкции (Collins, Mitchell, 1991 [120])

Рассматривая горизонтальные проекции сил на участке между трещинами и в сечении с трещиной, получаем условие для усилия в продольной арматуре:

$$A_{sx} \cdot f_y \geq A_{sx} \cdot f_{sx} + f_1 \cdot b_w \cdot jd + \left[f_1 - \frac{A_v}{b_w \cdot S} (f_{vy} - f_v) \right] b_w \cdot jd \cdot \cot^2 \theta \quad (4.53)$$

Условия совместности деформаций используются в соответствии с (4.5) и (4.6).

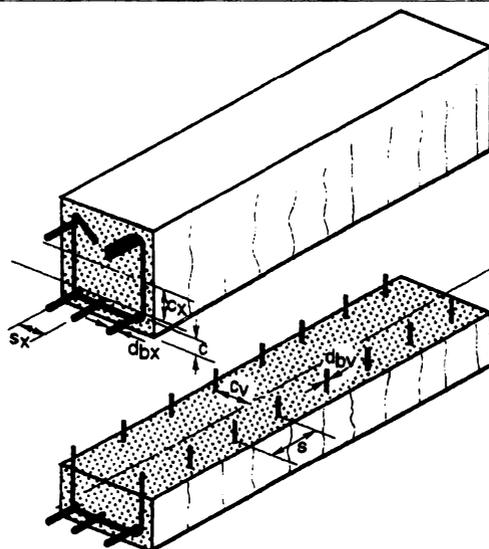


Рис. 4.17.

Расчетные параметры к определению расстояния между трещинами
(Collins, Mitchell, 1991 [120])

Помимо того, что сжимающие напряжения f_2 в диагональной полосе являются функцией от главных сжимающих и растягивающих деформаций ε_2 и ε_1 , при применении модифицированной теории сжатых полей также необходимо знать зависимость « $f_1 - \varepsilon_1$ ». Базируясь на собственных исследованиях армированных панелей из бетона прочностью при сжатии не более 35 МПа F. Vecchio и M.P. Collins (1986) [329], а затем M.P. Collins и D. Mitchell (1991) [120] рекомендовали при расчетах использовать диаграмму (« $f_1 - \varepsilon_1$ ») вида:

$$\text{при } \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{cr} \quad f_1 = E_c \cdot \varepsilon_1$$

$$\text{при } \varepsilon_1 > \varepsilon_{cr} \quad f_1 = \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot f_{cr}}{1 + \sqrt{500 \cdot \varepsilon_1}}$$

где: ε_{cr} , f_{cr} – деформации и напряжения, соответствующие появлению трещин в бетоне;

α_1, α_2 – коэффициенты, учитывающие характеристики арматуры (периодического профиля, гладкая) и тип нагрузки.

Представленные выше уравнения равновесия, совместности деформаций, и диаграммы « $\sigma - \varepsilon$ » для материалов дают возможность полного решения задачи о прочности армированного элемента.

При совместном решении представленных выше уравнений равновесия, уравнений совместности деформаций с привлечением зависимостей, связывающих напряжения и деформации материалов, появляется возможность расчета железобетонного элемента не только в предельном состоянии по прочности, но и на любом этапе его нагружения.

Вместе с тем, точность решения, как в рамках точного, так и упрощенного метода, определяющим образом зависит от выбора аналитических описаний диаграмм деформирования для материалов и зависимостей, действующих в сечении с трещиной за счет зацепления по ее берегам (см. главы 2 и 3).

В качестве примера применения упрощенной версии модифицированной теории полей сжатия (общего метода расчета на срез) представим алгоритм расчета железобетонных элементов при совместном действии перерезывающей силы и осевого растягивающего усилия преднапряжения (рис. 4.18). Этот алгоритм был применен для анализа причин обрушения балочных элементов неразрезных железобетонных рам авиационного ангара (*Wilkins Air Force Depot, Shelby, Ohio*) [104].

Алгоритм расчета реализован в следующих операциях:

1. Рассчитывают S_{mt} и S_{mv} , пользуясь формулами (4.51) и (4.52).
2. Принимают начальное значение главных растягивающих деформаций ε_1 .
3. Принимают начальное значение угла θ наклона диагональной полосы.
4. Рассчитывают ширину раскрытия трещины по формуле (4.54)

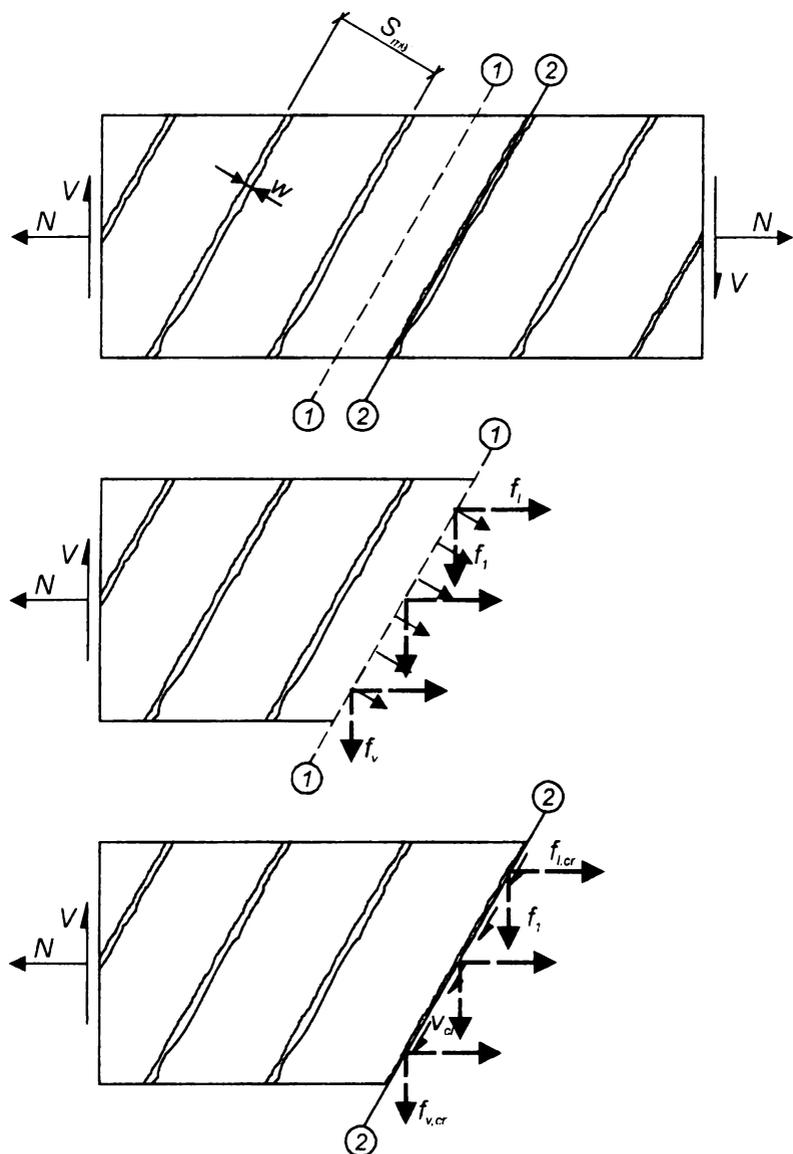


Рис. 4.18.

Схемы сил в расчетных сечениях балочного элемента при совместном действии перерезывающей силы и продольного растягивающего усилия, принятые в работе [104]

$$w = \varepsilon_1 \cdot S_{m\theta} \quad (4.54)$$

при

$$S_{m\theta} = \frac{1}{\frac{\sin \theta}{S_{mt}} + \frac{\sin \theta}{S_{mv}}} \quad (4.55)$$

5. Принимают начальные напряжения f_v в поперечной арматуре. Рекомендовано в первой итерации принимать $f_v = 0.7 E_s \cdot \varepsilon_1$ или $f_v = f_{yv}$.

6. Рассчитывают главные растягивающие напряжения по формулам

$$\text{при } \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{cr} \quad f_1 = E_c \cdot \varepsilon_1; \quad (4.56)$$

$$\text{при } \varepsilon_1 > \varepsilon_{cr} \quad f_1 = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{200\varepsilon_1}}, \quad (4.57)$$

проверяя при этом условие

$$f_1 \leq \nu_{cr} \tan \theta + \frac{A_v}{S \cdot b_v} (f_w - f_v) \quad (4.58)$$

7. При установленных начальных параметрах рассчитывают поперечную силу по формуле (4.59):

$$V_n = f_1 \cdot b_w \cdot d_z \cot \theta + \frac{A_v \cdot f_v}{S} d_z \cdot \cot \theta \quad (4.59)$$

8. Рассчитывают главные сжимающие напряжения f_2 , действующие в диагональной полосе по формуле (4.60):

$$f_2 = \frac{V_n}{b_w \cdot d_z} \left(\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} \right) - f_1 \quad (4.60)$$

9. Рассчитывают предельные сжимающие напряжения $f_{2,max}$ по формуле (4.61):

$$f_{2,max} = \frac{f'_c}{0.8 - 0.34 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon'_c}} \leq f'_c \quad (4.61)$$

где: ε'_c – параметрическая точка, соответствующая пиковому значению диаграммы деформирования бетона при кратковременном осевом сжатию, принятая в расчетах согласно [141] равной 0.002.

10. Проверяют условие

$$f_2 < f_{2,max}$$

Если условие не выполняется, это означает, что решение не выполнено, возвращаются к шагу 2 и принимают меньше значение ε_1 .

11. Рассчитывают главные сжимающие деформации ε_2 , пользуясь трансформированной диаграммой деформирования для бетона при сжатии (4.62):

$$\varepsilon_2 = \varepsilon'_c \left(1 - \sqrt{1 - \frac{f_2}{f_{2,max}}} \right) \quad (4.62)$$

12. Рассчитывают деформацию по направлению оси «v»:

$$\varepsilon_v = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} \quad (4.63)$$

13. Рассчитывают напряжения в поперечной арматуре:

$$f'_v = E_s \cdot \varepsilon_v \leq f_{yv}$$

14. Сравнивают полученное значение f'_v с принятым на шаге 5 начальным значением. Если $f'_v \neq f_v$, изменяют значения f_v и возвращаются к шагу 6, повторяя расчет с новым значением f_v .

15. Рассчитывают продольную деформацию элемента ε_x по формуле:

$$\varepsilon_x = \frac{\varepsilon_1 \tan^2 \theta + \varepsilon_2}{1 + \tan^2 \theta} \quad (4.64)$$

16. Рассчитывают напряжения в продольной арматуре:

$$f_l = E_s \cdot \varepsilon_x \leq f_{yl} \quad (4.65)$$

17. Для части сечения, располагаемой вне эффективной зоны среза, рассчитывают продольные напряжения в бетоне f_c . При этом, если ε_x , рассчитанное по формуле (4.64) положительное – принимают $f_c = 0$. Если $\varepsilon_x < 0$, что означает сжатие, продольные напряжения в бетоне рассчитывают пользуясь диаграммой деформирования бетона в условиях осевого сжатия, например как принято в первоисточнике [123]:

$$f_c = f'_c \left[2 \left(\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon'_c} \right) - \left(\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon'_c} \right)^2 \right]$$

18. Проверяют условия равновесия, рассматривая проекцию всех сил на продольную ось элемента:

$$N_{Sd} = N_u, \text{ где } N_u = A_l \cdot f_l + f_l \cdot b_w \cdot d_z - \frac{V_u}{\tan \theta} - f_c (A_c - b_w \cdot d_z) \quad (4.66)$$

19. Если условие (4.66) не выполняется, изменяют угол θ и возвращаются к шагу 3 (увеличение θ ведет к увеличению N_u).

20. Рассчитывают напряжения в продольной арматуре для сечения с трещиной:

$$f_{lcr} = f_l + \left(f_l + \frac{V_{cl}}{\tan \theta} \right) \frac{b_w \cdot d_z}{A_l} \quad (4.67)$$

21. Проверяют условие:

$$f_{lcr} \leq f_{ly} \quad (4.68)$$

Если условие (4.68) не выполняется, уменьшают f_l и возвращаются к шагу 7.

Расчет выполняют повторяя от шага 2 до шага 21 при монотонном возрастании деформаций ε_1 . При этом в первой итерации деформацию ε_1 принимают из условия $\varepsilon_1 > \varepsilon_{cr}$. Расчет повторяют до тех пор, пока поперечная сила V_n не начнет уменьшаться, либо не будет достигнуто условие $f_2 > f_{2,max}$, что означает раздавливание бетона сжатой полосы.

РАСЧЕТ ПОПЕРЕЧНОГО АРМИРОВАНИЯ В РАМКАХ ОБЩЕГО МЕТОДА [120, 123]

Представленные выше алгоритмы относятся к расчету, как предельной поперечной силы, так и текущих параметров напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций при за-

данном коэффициенте поперечного армирования. Однако в реальных проектных ситуациях существует необходимость решения прямой задачи, когда при заданных усилиях в расчетном сечении необходимо определить расчетом требуемое количество поперечной арматуры. При компьютерных расчетах для этой цели используют программу «RESPONSE» [123, 329], которая выполняет как прямой, так и обратный расчет. Вместе с тем, достаточно широко применим и упрощенный вариант общего расчетного метода подбора поперечной арматуры, используемый инженерами-проектировщиками при так называемом «ручном счете» и внесенный в ряд норм и рекомендаций по проектированию железобетонных и предварительно напряженных конструкций [73, 128, 260].

Общий метод расчета на срез железобетонных конструкций [123] базируется на предпосылках модифицированной теории полей сжатия [323].

В общем случае при расчете главных растягивающих деформаций ε_1 в условиях совместности используют наибольшие продольные деформации ε_x . При проектировании по упрощенному методу принимают допущение о том, что в качестве этих деформаций могут быть приняты деформации наиболее растянутой продольной арматуры. Схемы, используемые при определении продольных деформаций ε_x для железобетонных элементов, принятые в общем методе расчета на срез [120, 123], показаны на рис. 4.19.

При определении продольных деформаций ε_x в растянутой арматуре предварительно напряженных элементов дополнительно учитывают усилие в напрягаемой арматуре $A_{sp} f_{po}$, при достижении которого напряжения в окружающем бетоне становятся равными нулю. Тогда максимальное значение продольных деформаций ε_x , используемых при расчете главных растягивающих деформаций ε_1 , в общем случае определится по формуле:

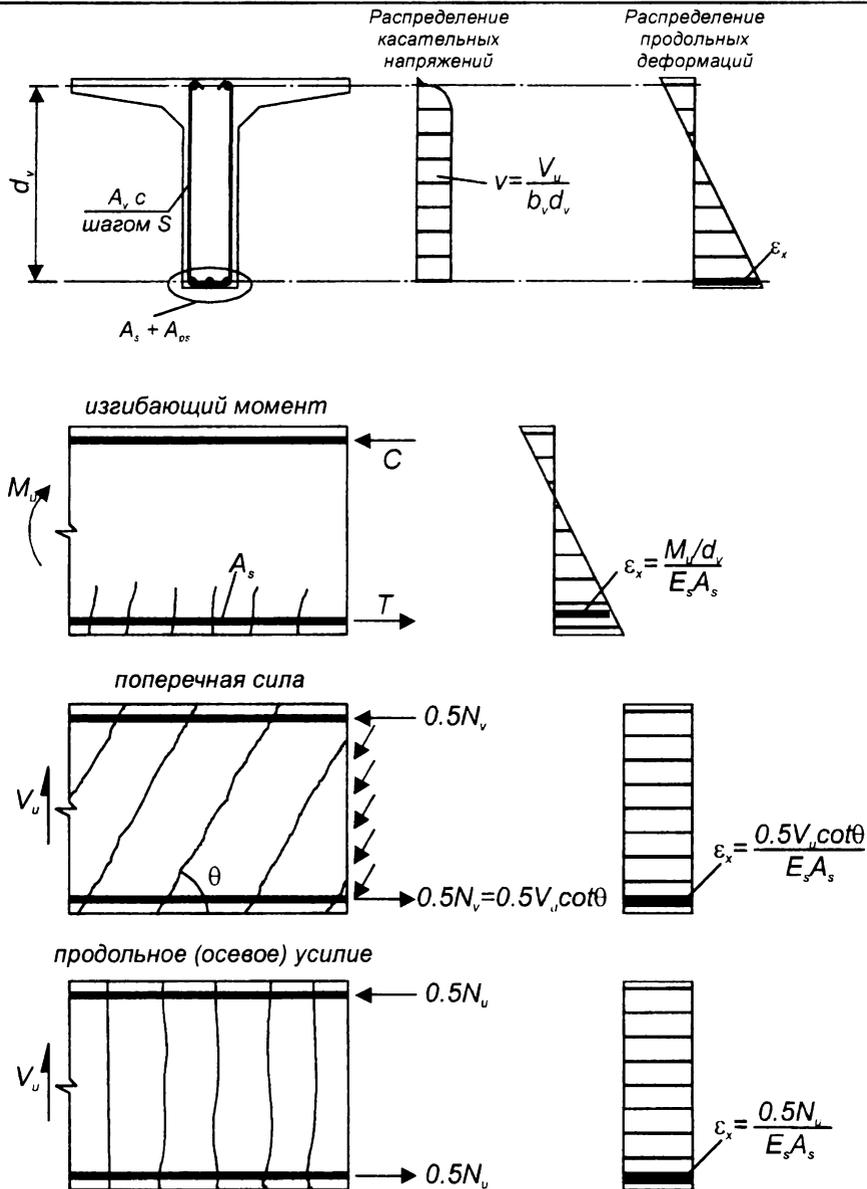


Рис. 4.19.

Схемы усилий, принятые при определении продольных деформаций ϵ_x на уровне арматуры согласно [123]

$$\varepsilon_x = \frac{M_{Sd}/d_v + 0.5N_{Sd} + 0.5V_{Sd} \cot \theta - A_{sp} \cdot f_{po}}{E_s \cdot A_s + E_p \cdot A_{sp}} \geq 0 \quad (4.69)$$

В свою очередь главные растягивающие деформации ε_1 можно определить воспользовавшись уравнениями совместности в виде:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x + (\varepsilon_x - \varepsilon_2) \cot^2 \theta \quad (4.70)$$

где ε_2 – главные сжимающие деформации в диагональной полосе между трещинами.

Как следует из уравнения (4.70), с возрастанием продольных деформаций ε_x и уменьшением угла наклона сжатых полос θ деформация ε_1 возрастает.

Номинальную прочность при срезе определяют по формуле (4.44), которую с учетом достижения напряжениями в поперечной арматуре предельных значений ($f_v = f_y$) можно записать

$$V_u = V_c + V_s + V_p = f_1 \cdot b_v \cdot d_v \cdot \cot \theta + \frac{A_v \cdot f_y}{S} d_v \cot \theta + V_p \quad (4.71)$$

где: V_p – вертикальная составляющая усилия предварительного обжатия;

f_y – расчетное сопротивление поперечной арматуры.

В соответствии с диаграммой деформирования бетона при растяжении, принятой согласно [123, 329] в виде

$$f_1 = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{500\varepsilon_1}},$$

и учитывая, что согласно [74] $f_{cr} = 0.33\sqrt{f'_c}$, условие (4.71) можно записать в виде:

$$V_u = \frac{0.33\sqrt{f'_c}}{1 + \sqrt{500\varepsilon_1}} \cdot b_v \cdot d_v \cdot \cot \theta + \frac{A_v \cdot f_y}{S} d_v \cot \theta + V_p, \quad (4.72)$$

либо в традиционной записи согласно [123]:

$$V_u = \beta \sqrt{f'_c} \cdot b_v \cdot d_v \cdot \cot \theta + \frac{A_v \cdot f_y}{S} d_v \cot \theta + V_p, \quad (4.73)$$

где β – коэффициент эффективности растягивающих напряжений, характеризующий, по существу, «вклад бетона» в восприятие поперечной силы, и определяемый по формуле:

$$\beta = \frac{0.33 \cot \theta}{1 + \sqrt{500 \varepsilon_1}} \leq \frac{0.18}{0.3 + \frac{24w}{a+16}} \quad (4.74)$$

Условие (4.74) означает, что после достижения напряжениями в поперечной арматуре предела текучести (что принято в формуле (4.73)), главные растягивающие напряжения f_1 должны удовлетворять условию:

$$f_1 \leq v_{ci} \tan \theta + \frac{A_v}{S \cdot b_w} (f_{yv} - f_v) \quad (4.75)$$

В принятом методе количество поперечной арматуры рассчитывают приняв условие, что напряжения в ней достигают предела текучести, т.е. $f_y = f_{yv}$. Тогда уравнение (4.75) получает вид:

$$f_1 \leq \frac{0.18 \sqrt{f'_c}}{0.3 + \frac{24w}{a+16}} \tan \theta \quad (4.76)$$

Таким образом, условие (4.76) ограничивает величину растягивающих напряжений f_1 .

Главные сжимающие напряжения с некоторым обоснованным запасом (без учета f_1) могут быть определены по формуле:

$$f_2 = v \left(\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} \right), \quad (4.77)$$

где v – касательные напряжения, определяемые по формуле:

$$v = \frac{V_{sd} - V_p}{b_v \cdot d_v} \quad (4.78)$$

Решая совместно уравнения (4.70) и (4.77) с учетом того, что деформации ε_2 могут быть определены из зависимости, описывающей

трансформированную диаграмму деформирования бетона при сжатии

$$(4.62) (\varepsilon_2 = -0.002 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{f_2}{f_{2,max}}} \right) \text{ при } f_{2,max} = \frac{f'_c}{0.8 + 170\varepsilon_1} \leq f'_c), \text{ для оп-}$$

ределения главных растягивающих деформаций ε_1 получаем следующую формулу:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x + \left[\varepsilon_x + 0.002 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\nu}{f'_c} (\tan \theta + \cot \theta) (0.8 + 170\varepsilon_1)} \right) \right] \cot^2 \theta \quad (4.79)$$

При расчете требуемого количества поперечной арматуры проектировщику необходимо установить величину угла θ и коэффициент β , используемые уравнении (4.73). Для упрощения расчетных процедур в [73, 123, 128] допускается при определении θ и β пользоваться табл. 4.2, либо графическими зависимостями, показанными на рис. 4.20. В табл. 4.2 значения θ и β определяют как функцию продольных деформаций ε_x и относительного уровня касательных напряжений $\frac{\nu}{f'_c}$. При расчете значений θ и β , внесенных в табл. 4.2 и на рис. 4.20,

принято расстояние между диагональными трещинами $S_{m\theta} = 300$ мм, а максимальный размер зерна крупного заполнителя $a = 19$ мм. Как следует из [120, 123, 329], это вполне правдоподобные значения для широкого диапазона балочных элементов, армированных поперечными стержнями.

Значения углов θ , внесенных в табл. 4.2, выбраны таким образом, чтобы были обеспечены следующие условия:

- 1) деформации в поперечной арматуре ε_t близки к 0.002 (деформации, соответствующие пределу текучести);
- 2) главные сжимающие напряжения f_2 не превышают предельных значений $f_{2,max}$.

При пользовании табл. 4.2 для промежуточных значений ε_x и $\frac{\nu}{f'_c}$ допускается линейная интерполяция. Для расчетного сечения элемента,

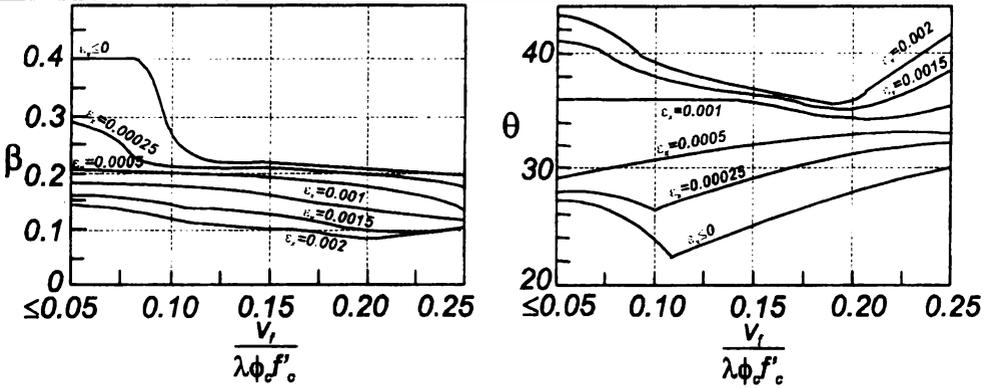


Рис. 4.20.

Графики для определения значений β и θ , используемые при расчете элементов с поперечным армированием (взяты из CSA 1994 [128])

Таблица 4.2.

Значения β и θ для расчета элементов с поперечным армированием (CSA, 1994) [128]

$\frac{v_f}{\lambda \cdot \phi_c \cdot f'_c}$		Продольные деформации ϵ_x						
		≤ 0.0000	≤ 0.00025	≤ 0.0005	≤ 0.00075	≤ 0.0010	≤ 0.0015	≤ 0.0020
≤ 0.050	β	0.405	0.290	0.208	0.197	0.185	0.162	0.143
	θ	27.0°	28.5°	29.0°	33.0°	36.0°	41.0°	43.0°
≤ 0.075	β	0.405	0.250	0.205	0.194	0.179	0.158	0.137
	θ	27.0°	27.5°	30.0°	33.5°	36.0°	40.0°	42.0°
≤ 0.100	β	0.271	0.211	0.200	0.189	0.174	0.143	0.120
	θ	23.5°	26.5°	30.5°	34.0°	36.0°	38.0°	39.0°
≤ 0.125	β	0.216	0.208	0.197	0.181	0.167	0.133	0.112
	θ	23.5°	28.0°	31.5°	34.0°	36.0°	37.0°	38.0°
≤ 0.150	β	0.212	0.203	0.189	0.171	0.160	0.125	0.103
	θ	25.0°	29.0°	32.0°	34.0°	36.0°	36.5°	37.0°
≤ 0.200	β	0.203	0.194	0.174	0.126	0.131	0.100	0.083
	θ	27.5°	31.0°	33.0°	34.0°	34.5°	35.0°	36.0°
≤ 0.250	β	0.191	0.167	0.136	0.126	0.116	0.108	0.104
	θ	30.0°	32.0°	33.0°	34.0°	35.5°	38.5°	41.5°

в котором действуют усилия N_u , V_u , M_u , прочность при срезе согласно [73, 123, 128] проверяют из условия:

$$V_u \leq \varphi V_n, \quad (4.80)$$

где φ – понижающий коэффициент, принимаемый равным $\varphi = 0.85$.

Составляющую поперечной силы V_s , по которой рассчитывают требуемое количество поперечной арматуры, определяют из формулы (4.73):

$$V_s > \frac{V_u}{\varphi} - V_c - V_p$$

Так как расчет производят для отдельного сечения, считают что разрушение, обусловленное достижением напряжениями в арматуре предела текучести, происходит на длине $d_v \cdot \cot \theta$. Поэтому, результаты расчета, полученные для одного сечения, могут быть приняты репрезентативными для длины участка $d_v \cdot \cot \theta$, при этом расчетное сечение располагается в середине этого участка согласно [120, 123]. В районе опоры первое расчетное сечение следует рассматривать на расстоянии $0.5 d_v \cdot \cot \theta$ от ее грани, а в районе действия сосредоточенной нагрузки сечения, расположенные ближе, чем $0.5 d_v \cdot \cot \theta$ от силы, не нуждаются в проверке. В качестве упрощения при расчетах согласно [73, 123, 128] обычно принимают, что $0.5 d_v \cdot \cot \theta \approx d_v$.

В соответствии с рекомендациями [123] минимальное количество поперечной арматуры в сечении должно быть установлено, если

$$V_u > 0.5 \cdot \varphi (V_c + V_p) \quad (4.81)$$

При этом минимальное количество поперечной арматуры рекомендовано определять из условия:

$$\frac{A_v \cdot f_y}{b_w \cdot S} \geq 0.06 \cdot \sqrt{f'_c} \quad (4.82)$$

На рис. 4.21 проиллюстрировано влияние среза на величину растягивающего усилия в продольной арматуре. В общем случае, для сечения, в котором действует изгибающий момент M_u , продольная сила

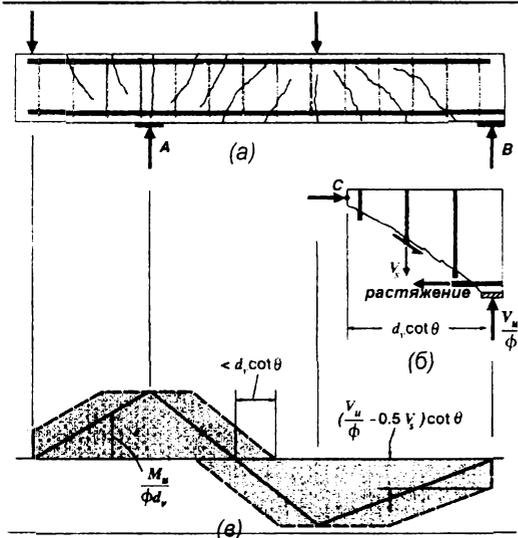


Рис. 4.21.

Влияние среза на усилия в продольной растянутой арматуре согласно [123, 128]

N_u и поперечная сила V_u , количество продольной арматуры должно удовлетворять условию:

$$A_s \cdot f_{sy} + A_{sp} \cdot f_{ps} \geq \frac{M_u}{\phi \cdot d_v} + 0.5 \frac{N_u}{\phi} + \left(\frac{V_u}{\phi} - 0.5 V_s - V_p \right) \cot \theta \quad (4.83)$$

где: A_s, A_{sp} – площадь сечения соответственно ненапрягаемой и напрягаемой арматуры;

f_{sy}, f_{py} – расчетные сопротивления ненапрягаемой и напрягаемой арматуры.

Для того чтобы проследить последовательность выполнения расчетных операций в соответствии с изложенным методом, рассмотрим пример проектирования балки пролетного мостового строения, позаимствованный из работы [301]. Расчет выполнен по рекомендациям *AASHTO LRFD Specification* [73] (*American Association of State Highway and Transportation Officials*), базирующимся на общем методе расчета железобетонных конструкций на срез.

Расчет железобетонных конструкций
при действии перерезывающих сил

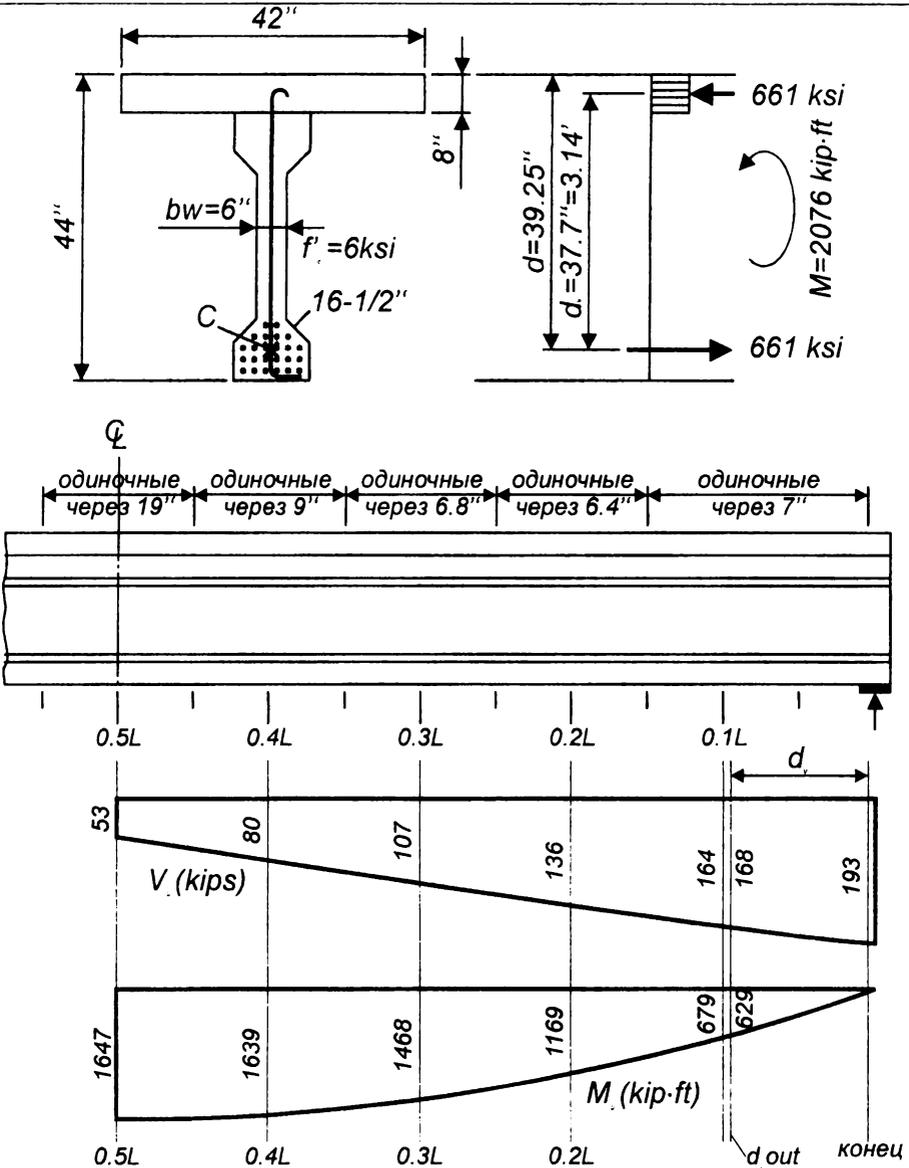


Рис. 4.22.

К проектированию балки на срез по AASHTO LRFD согласно [301]

К расчету принята свободно опертая балка пролетом 40 ft (12.2 м), располагаемая в мостовом строении с шагом 10 ft (3.05 м). Размеры сечения и детали армирования балки показаны на рис. 4.22. Балка загружена в пролете десятью сосредоточенными силами, соответствующими равномерно распределенной постоянной нагрузке 2 kips/ft (29.2 кН/м). Временная подвижная нагрузка принята для стандартной схемы нагружения согласно [73] от грузового автомобиля HS20. Предельный момент, воспринимаемый нормальным сечением составляет 2076 kips-ft (2815 кН·м), а эффективная высота зоны среза $d_v = 37.7 \text{ in}$ (957 мм) (см. рис. 4.22).

В соответствии с рекомендациями AASHTO LRFD [73], номинальное значение предельной поперечной силы V_u определяют:

$$\begin{aligned} V_u &= 0.0316\beta\sqrt{f'_c}b_v \cdot d_v + \frac{A_v \cdot f_y}{S} d_v \cot \theta = \\ &= 0.0316\beta\sqrt{6} \cdot 6 \cdot 37.7 + \frac{0.2 \cdot 60 \cdot 37.7}{S} \cot \theta = 17.5\beta + \frac{452}{S} \cot \theta \end{aligned}$$

Значения β и θ определяют по табл. 4.2 или по графическим зависимостям (номограммам), представленным на рис. 4.20, в зависимости от ν/f'_c и продольной деформации ε_x , где

$$\frac{\nu}{f'_c} = \frac{V_u}{\phi b_v d_v f'_c} = \frac{V_u}{0.9 \cdot 6 \cdot 37.7 \cdot 6} = \frac{V_u}{1221}$$

Для сечения, рассматриваемого на расстоянии $0.3L$ от опоры (см. рис. 4.22), отношение $\nu/f'_c = 107/1221 = 0.088$, а продольная деформация ε_x :

* По тексту примера сохранены единицы измерения, принятые в оригинальной версии AASHTO LRFD Specification [73] с тем, чтобы не осуществлять корректировку расчетных формул, приведенных в первоисточнике.

$$\varepsilon_x = \frac{M_u / d_v + 0.5 V_u \cot \theta - A_{ps} f_{po}}{E_p A_{ps}} = \frac{1468 / 3.14 + 0.5 \cdot 107 \cot \theta - 2.448 \cdot 179}{29000 \cdot 2.448} =$$
$$= 0.41 \cdot 10^{-3} + 0.75 \cdot 10^{-3} \cot \theta$$

Принимаем в первой итерации угол $\theta = 38^\circ$, что дает из расчета соответствующую продольную деформацию $\varepsilon_x = 1.38 \cdot 10^{-3}$. Для рассчитанных значений $v/f_c' = 0.088$ и $\varepsilon_x = 1.38 \cdot 10^{-3}$ из графических зависимостей (рис. 4.22) получаем $\theta = 38^\circ$ и $\beta = 1.9$. Из сравнения θ и θ видно, что принятый в первой итерации угол является вполне приемлемым. В противном случае следовало бы выполнить повторно расчет ε_x , предварительно изменив начальное значение угла θ .

При принятых значениях угла θ , коэффициента β и расположении поперечных стержней с шагом $s = 68$ in (173 мм) номинальная поперечная сила составит $107 / 0.9 = 119$ kips (529 кН).

Аналогичным образом производят расчет поперечного армирования для других сечений по длине балки (см. рис. 4.22).

В табл. 4.3 представлены результаты сравнения опытных предельных поперечных сил, полученных при испытаниях полноразмерных балок пролетом 12.5 м и 7.62 м и их теоретической (расчетной) несущей способности по представленному выше примеру расчета.

Подробно методика проведения исследований и главные результаты представлены в работе [301]. В табл. 4.3 индекс R означает, что в балке было установлено количество поперечного армирования в соответствии с расчетным требованием, OR – балки без поперечного армирования, $3R$ – балки с поперечным армированием, количество которого в 3 раза превышало расчетное требование. Как видно из табл. 4.3, часть балок разрушилась в результате потери анкеровки на концевом участке. Для этих балок дополнительно проверяли величину усилия в растянутой арматуре.

Сравнение опытных и расчетных предельных поперечных сил,
 рассчитанных по методике AASHTO LRFD [73] (взято из работы [301])

Образец	f_c (ksi)		d_v (in)	Край балки	a/d	Расчет		Опыт		$\frac{V_{exp}}{V_{calc}}$
	балка	плита				V (kips)	Форма разрушения	V (kips)	Форма разрушения	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A0-00-R	8.48	5.50	37.6	Л П	2.1	208	наруш. анкеровки	313 276	анкер. срез	1.50 1.33
A1-00-M	7.30	5.50	37.6	Л П	2.5 3.1	119	анкеровка	141 168	анкеровка	1.18 1.41
A1-00-R/2	7.10	5.50	37.6	Л П	2.5 3.1	153	анкеровка	166 173	анкеровка	1.09 1.13
A1-00-R	7.11	5.93	37.7	Л П	2.5 3.1	207 185	анкер. срез	210 208	анкер. изгиб	1.01 1.12
A1-00-3R/2	7.60	6.70	37.9	Л П	2.5 3.1	246 202	изгиб изгиб	207 230	анкер. изгиб	0.84 1.14
A2-00-2R	7.03	5.33	37.5	Л П	2.5 1.8	244 252	изгиб анкер.	257 357	изгиб изгиб	1.05 1.42
A2-00-3R	7.30	5.10	37.4	Л П	2.5 2.1	243 252	изгиб анкер.	257 312	изгиб изгиб	1.06 1.24
A4-00-0R1	7.60	5.50	37.6	Л П	2.3 2.3	89 89	анкер анкер	101 106	срез срез	1.13 1.19

Таблица 4.3.

Сравнение опытных и расчетных предельных поперечных сил,
 рассчитанных по методике AASHTO LRFD [73] (взято из работы [301])

Образец	f_c (ksi)		d_v (in)	Край балки	a/d	Расчет		Опыт		V_{exp} V_{calc}
	балка	плита				V (kips)	Форма разрушения	V (kips)	Форма разрушения	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A0-00-R	8.48	5.50	37.6	Л П	2.1	208	наруш. анкеровки	313 276	анкер. срез	1.50 1.33
A1-00-M	7.30	5.50	37.6	Л П	2.5 3.1	119	анкеровка	141 168	анкеровка	1.18 1.41
A1-00-R/2	7.10	5.50	37.6	Л П	2.5 3.1	153	анкеровка	166 173	анкеровка	1.09 1.13
A1-00-R	7.11	5.93	37.7	Л П	2.5 3.1	207 185	анкер. срез	210 208	анкер. изгиб	1.01 1.12
A1-00-3R/2	7.60	6.70	37.9	Л П	2.5 3.1	246 202	изгиб изгиб	207 230	анкер. изгиб	0.84 1.14
A2-00-2R	7.03	5.33	37.5	Л П	2.5 1.8	244 252	изгиб анкер.	257 357	изгиб изгиб	1.05 1.42
A2-00-3R	7.30	5.10	37.4	Л П	2.5 2.1	243 252	изгиб анкер.	257 312	изгиб изгиб	1.06 1.24
A4-00-0R1	7.60	5.50	37.6	Л П	2.3 2.3	89 89	анкер анкер	101 106	срез срез	1.13 1.19

Расчет железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил

Окончание таблицы 4.3.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
C1-00-R	7.42	6.70	38.4	Л	3.5	159	срез	177	изгиб	1.11
				П	3.2	172	срез	196	изгиб	1.14
C1-00-3R/2	7.23	6.10	38.3	Л	3.2	185	изгиб	192	изгиб	1.04
				П	3.1	194	изгиб	202	изгиб	1.04
Примечание: Л, П – левый, правый край балки; 1 kip = 4.45 кН, 1 in = 25.4 мм, 1 ksi = 6.8 Мпа.									$\lambda = 1.39$ $V_x = 19.7\%$	

Статистическая обработка полученных результатов показывает, что принятая методика [73] позволяет получить среднее отношение

$$\bar{\lambda} = \frac{V_{u,exp}}{V_{u,th}} = 1.39 \text{ при коэффициенте вариации } V_x = 19.7 \%$$

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА НА СРЕЗ ЭЛЕМЕНТОВ БЕЗ ПОПЕРЕЧНОГО АРМИРОВАНИЯ

Значения коэффициентов β , приведенные в табл. 4.2, рассчитаны в предположении, что расстояние между диагональными трещинами составляет $S_{m\theta} = 300$ мм. Поэтому данные, содержащиеся в табл. 4.2, неприменимы для расчета элементов без поперечного армирования.

Как следует из опытных данных [319], для элементов без поперечного армирования расстояние между диагональными трещинами значительно больше, чем для армированных. На рис. 4.23 показаны упрощения общего метода [123, 329], принятые при определении расстояния между наклонными трещинами в элементах без поперечного армирования. Коэффициент β , характеризующий способность бетона с трещинами к восприятию среза («индикатор растяжения»), является функцией θ , ε_1 и S_x .

Для заданных значений ε_x и S_x и принятого угла θ коэффициент β можно рассчитать из уравнений (4.71)..(4.79). Рассчитанные значения коэффициентов β для расчета элементов без поперечного армирования представлены в табл. 4.4.

Значения коэффициентов β в табл. 4.4 рассчитаны в предположении, что максимальный размер зерна крупного заполнителя составляет 19 мм. Вместе с тем, табличные значения могут быть использованы и для расчета конструкций из бетона, выполненного на крупном

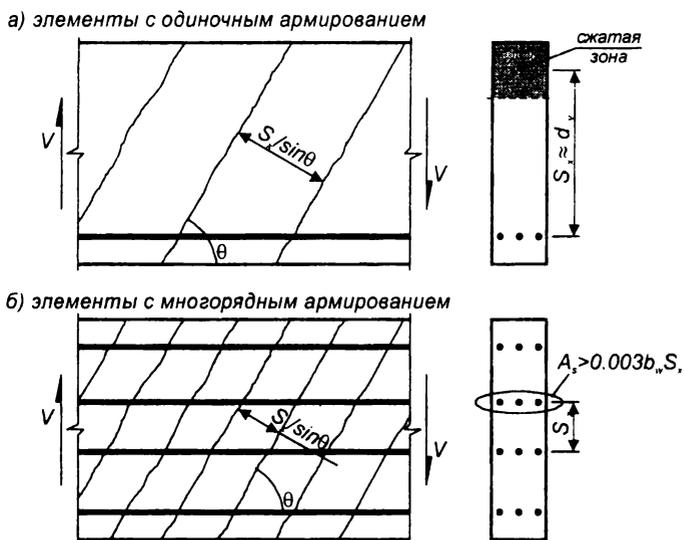


Рис. 4.23.

К определению расстояния между диагональными трещинами для элементов без поперечного армирования согласно [123]

Таблица 4.4.

Значения β и θ для расчета элементов без поперечного армирования (CSA, 1994) [128]

S_z		Продольные деформации ϵ_x					
		≤ 0.0000	≤ 0.00025	≤ 0.0005	≤ 0.0010	≤ 0.0015	≤ 0.0020
≤ 125	β	0.406	0.309	0.263	0.214	0.183	0.161
	θ	27.0°	29.0°	32.0°	34.0°	36.0°	38.0°
≤ 250	β	0.384	0.283	0.235	0.183	0.156	0.138
	θ	30.0°	34.0°	37.0°	41.0°	43.0°	45.0°
≤ 500	β	0.359	0.248	0.201	0.153	0.127	0.108
	θ	34.0°	39.0°	43.0°	48.0°	51.0°	54.0°
≤ 1000	β	0.335	0.212	0.163	0.118	0.095	0.080
	θ	37.0°	45.0°	52.0°	56.0°	60.0°	63.0°
≤ 2000	β	0.306	0.171	0.126	0.084	0.064	0.052
	θ	41.0°	53.0°	59.0°	66.0°	69.0°	72.0°

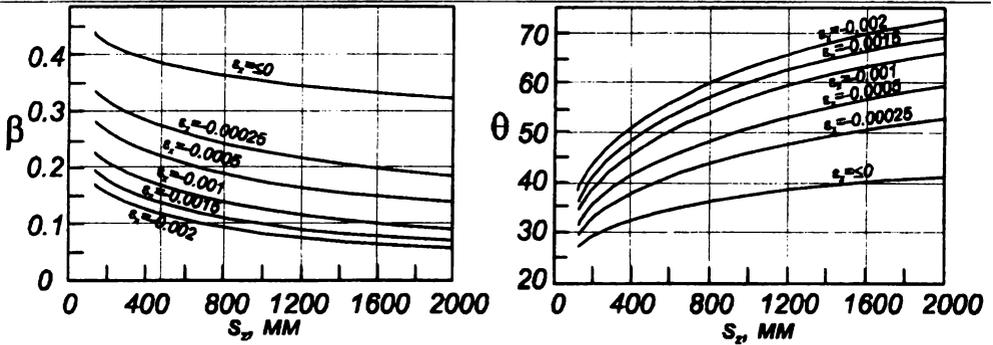


Рис. 4.24.

Графики для определения значений β и θ , используемые при расчете элементов без поперечного армирования (взяты из CSA 1994 [128])

заполнителя другой фракции. В этом случае следует корректировать значение параметра S_x следующим образом:

$$S_{xe} = S_x \frac{35}{a + 16} \quad (4.84)$$

Необходимо отметить, что общий метод расчета железобетонных конструкций на срез [123, 329], базирующийся на модифицированной теории полей сжатия, при проектировании элементов без поперечной арматуры или содержащих ее минимальное количество, зачастую дает достаточно противоречивые результаты. Так в своей работе [83] S.H. Ahmad приходит к выводу, что модифицированная теория сжатых полей не применима для расчета балок без поперечного армирования, так как дает результаты, существенно отличающиеся от экспериментальных данных. В работе [352] показывают, что модифицированная теория полей сжатия дает хорошие результаты в большом диапазоне испытанных образцов, за исключением балок, имевших низкий коэффициент поперечного армирования.

T.T.C. Hsu и L.X. Zhang [179] критикуют возможность применения модели переменного угла для элементов, у которых по одному из направлений имеет место низкий коэффициент армирования. Они ут-

верждают, что в такой ситуации близкие результаты к опытным данным дают расчетные методы, основанные на модели «фиксированного» угла [264], более точно учитывающие «вклад бетона» в восприятие поперечной силы.

Модель переменного угла (см. главу 1) рассматривает допущение о средних деформациях и напряжениях, действующих в элементе с диагональными трещинами. При этом, как было показано ранее, «вклад бетона» в составляющую поперечной силы, воспринимаемой элементом, определяется величиной главных растягивающих напряжений f_1 , которые являются функцией главных растягивающих деформаций ε_1 . При отсутствии поперечной арматуры или ее незначительном количестве главные растягивающие напряжения зависят от величины касательных напряжений, развивающихся в сечении с диагональной трещиной за счет зацепления по ее берегам (англ. *aggregate interlock*). В свою очередь, как показано в главе 2, касательные напряжения, действующие в сечении с трещиной, связывают с нормальными (шириной раскрытия трещины) и тангенциальными (сдвиг вдоль трещины) локальными перемещениями. В модифицированной теории полей сжатия [329] прибегают к упрощенным зависимостям (4.73)..(4.75), используя при определении v_{ci} только ширину раскрытия трещины, рассчитываемую по формуле (4.74) не принимая во внимание скольжение вдоль трещины.

При применении модифицированной теории полей сжатия [329] для расчетов железобетонных элементов с низким (критическим) коэффициентом поперечного армирования или вовсе без него требуют корректировки некоторые ее базовые положения.

Во-первых, при расчетах на срез железобетонных элементов в рамках общего метода [120, 123] в условиях равновесия и совместности используют средние значения напряжений и деформаций. Это допущение вполне приемлемо для элементов с поперечным армированием, в которых при нагружении образуется система наклонных (диагональных)

трещин, имеющих близкую по величине ширину раскрытия и располагающихся с примерно равным шагом. В этом случае шаг диагональных трещин допустимо рассматривать как некоторую среднюю величину, изменяющуюся с установленным коэффициентом вариации.

В случае разрушения элемента без поперечного армирования наблюдается образование одной или двух критических диагональных трещин, имеющих значительную ширину раскрытия, в то время как ширина раскрытия других трещин, образовавшихся в процессе нагружения остается незначительной.

Таким образом, принятое допущение о применении средних напряжений и деформаций для элемента без поперечного армирования не является достаточно корректным и требует уточнения.

Покажем это на примере. На рис. 4.25 представлена картина трещинообразования балки WM100D без поперечного армирования из опытов M.P. Collins и Stanik [126]. Как видно, при максимальной нагрузке критическая (магистральная) наклонная трещина имеет ширину раскрытия от 6.0 до 7.0 мм, в то время как ширина раскрытия остальных трещин находится в пределах 0.1 ± 0.2 мм.

В этом случае правильное определение локальных напряжений, действующих в сечении с диагональной трещиной, играет особо важную роль. В традиционном подходе модифицированной теории полей сжатия (MCFT), применяемой для расчета элементов с поперечным армированием в условиях совместности деформаций, игнорируется скольжение вдоль трещины, а рассматриваются только нормальные перемещения. Вместе с тем, опытные данные [126] свидетельствуют о том, что в балках без поперечного армирования наблюдаются значительные тангенциальные смещения вдоль трещины, которые фиксируются измерительными приборами в процессе нагружения.

В результате значительного скольжения вдоль сечения с трещиной, нарушается еще одно базовое допущение общего метода расчета

железобетонных конструкций на срез, а именно [329] о совпадении главных деформаций и напряжений в сжатой диагональной полосе.

Наверное, один из наиболее важных аспектов расчетной теории [123, 329] содержится в уравнениях типа (4.37), описывающих зависимости главных сжимающих напряжений и деформаций бетона в условиях плоского напряженного состояния для железобетонного элемента с трещинами.

Эффект разупрочнения бетона (англ. «softening effect», см. главу 2), проявляющийся в снижении прочности бетона при сжатии в условиях плоского напряженного состояния «растяжение – сжатие», связывают, как правило, с развивающимися в направлении, перпендикулярном к диагональной сжатой полосе, растягивающими деформациями ε_1 .

На рис. 4.26 показано представленное в [319] обобщение результатов более 200 плоских панелей, выполненных в течение 20 лет исследовательским центром в Торонто (см. главу 2). Среди испытанных элементов были панели, имевшие армирование только в одном продольном направлении или достаточно низкий, близкий к критическому, коэффициент армирования в поперечном направлении. Как видно из рис. 4.26б, только незначительное количество испытанных элементов имели главные растягивающие деформации, превосходившие $12 \cdot 10^{-3}$ (принимая $\varepsilon_0 = 2 \cdot 10^{-3}$), или отношение $\varepsilon_1/\varepsilon_2$ не превышало 16 (рис. 4.26б). Однако результаты опытов, описанных в работе [319], показывают, что при испытании балок без поперечного армирования величина главных растягивающих деформаций достигала $\varepsilon_1 = 45 \cdot 10^{-3}$, в то время как главные сжимающие деформации не превышали $\varepsilon_2 = -1.48 \cdot 10^{-3}$, что дает соотношение $\varepsilon_1/\varepsilon_2 = 30$. Как видно, полученное соотношение деформаций выходит за пределы графика, показанного на рис. 4.26, по которому установлено значение коэффициента разупрочнения β , используемого при трансформации диаграмм деформирования бетона в рамках общего метода [123, 329]. Не сложно показать, что для полученных деформаций расчетная ширина раскрытия трещин ($w = S \cdot \varepsilon_1$) составит 7.2 мм, а соответствующие главные

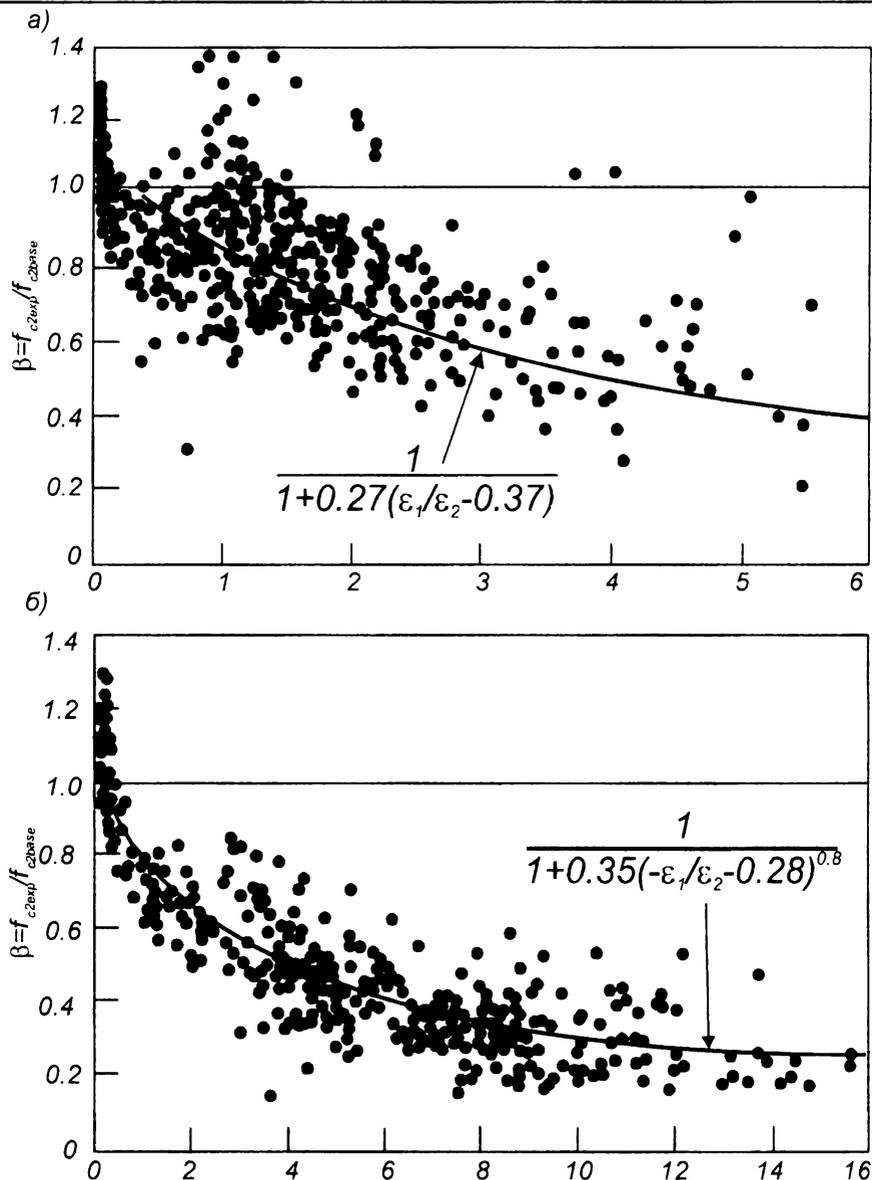


Рис. 4.26.

Обобщенные зависимости для определения коэффициента разупрочнения бетона при сжатии в условиях плоского напряженного состояния согласно [319]

а) в зависимости от значения отношения ϵ_1/ϵ_2 ;

б) в зависимости от значения отношения $-\epsilon_1/\epsilon_2$.

сжимающие напряжения $f_2 = -3.02$ МПа. Таким образом, использование трансформированных диаграмм деформирования бетона при сжатии, полученных при испытаниях панелей, армированных в двух направлениях, является некорректным при расчете элементов без поперечного армирования.

По результатам экспериментально-теоретических исследований, выполненных в работе [319], рекомендовано для элементов без поперечного армирования либо с низким коэффициентом поперечного армирования ($\rho_v < 0.05$ %) выполнять корректировку трансформированной диаграммы деформирования бетона при сжатии в зависимости от расчетной ширины раскрытия диагональных трещин:

- при $w < 2$ мм – используется диаграмма деформирования как для армированных элементов, например (4.37);
- при $2 \leq w \leq 5$ мм – главные сжимающие напряжения корректируют по формуле:

$$f_{c2} = f'_{c2} (5 - w)/3, \quad (4.85)$$

где: f'_{c2} – главные сжимающие напряжения, рассчитанные по диаграмме (4.37), используемой для армированных элементов;

- при $w > 5$ мм – $f_{c2} = 0$.

При этом вводится дополнительное ограничение и на величину главных растягивающих напряжений в бетоне. Для таких элементов главные растягивающие напряжения, установленные по зависимостям, связывающим напряжения и деформации при растяжении, должны удовлетворять условию:

$$f_{c1} \geq 0.10 \cdot f'_c \quad (4.86)$$

В работе [319] представлено сравнение результатов, полученных расчетом с использованием принятых ограничений (MCFT-2) с опытными данными В. Bresler и А.С. Scordelis [109]. Выбор этих опытных данных был обусловлен высоким качеством проведения экспериментальных исследований, что признано специалистами в области исследования проблемы среза [310]. Основные характеристики выбранных для сравнения

Основные характеристики балок в опытах [109]

Балка	$b \times h$, мм	Пролет, мм	f_c , МПа	Нижняя арматура	Верхняя арматура	Поперечная арматура	ρ_v , %	a/d
ОА-1	305×552	3660	22.6	4Ø9	—	—	0.00	3.32
ОА-2	305×552	4570	23.7	5Ø9	—	—	0.00	4.14
ОА-3	305×552	6400	37.6	6Ø9	—	—	0.00	5.80
А-1	305×552	3660	24.1	4Ø9	2Ø4	Ø2, шаг 210	0.10	3.32
А-2	305×552	4570	24.3	5Ø9	2Ø4	Ø2, шаг 210	0.10	4.14
А-3	305×552	6400	35.1	6Ø9	2Ø4	Ø2, шаг 210	0.10	5.80
В-1	229×552	5660	24.8	4Ø9	2Ø4	Ø2, шаг 190	0.15	3.32
В-2	229×552	4570	23.2	4Ø9	2Ø4	Ø2, шаг 190	0.15	4.14
В-3	229×552	6400	38.8	5Ø9	2Ø4	Ø2, шаг 190	0.15	5.80
С-1	152×552	3660	29.6	2Ø9	2Ø4	Ø2, шаг 210	0.20	3.32
С-2	152×552	4570	23.8	4Ø9	2Ø4	Ø2, шаг 210	0.20	4.14
С-3	152×552	6400	35.1	4Ø9	2Ø4	Ø2, шаг 210	0.20	5.80

Расчет железобетонных конструкций
при действии перерезывающих сил

Таблица 4.6.

Результаты испытаний балок в опытах [109]

Балка	$P_{u,exp}$, кН	$P_{u,th}$, кН	$P_{u,exp}/P_{u,th}$	$\delta_{u,exp}$, кН	$\delta_{u,th}$, кН	$\delta_{u,exp}/\delta_{u,th}$
ОА-1	334	331	1.01	6.6	9.0	0.73
ОА-2	356	292	1.22	11.7	13.5	0.87
ОА-3	378	293	1.29	27.9	31.5	0.89
А-1	467	467	1.00	14.2	13.5	1.05
А-2	489	423	1.16	22.9	19.0	1.21
А-3	467	414	1.13	35.8	38.0	0.94
В-1	445	450	0.99	13.7	15.0	0.91
В-2	400	370	1.08	20.8	22.5	0.92
В-3	356	378	0.94	35.3	47.0	0.75
С-1	311	346	0.90	17.8	20.5	0.87
С-2	325	290	1.12	20.1	21.0	0.96
С-3	269	278	0.97	36.8	49.0	0.75

$$\bar{\lambda} = 1.07$$

$$V_x = 11.1 \%$$

$$\bar{\lambda} = 0.90$$

$$V_x = 14.9 \%$$

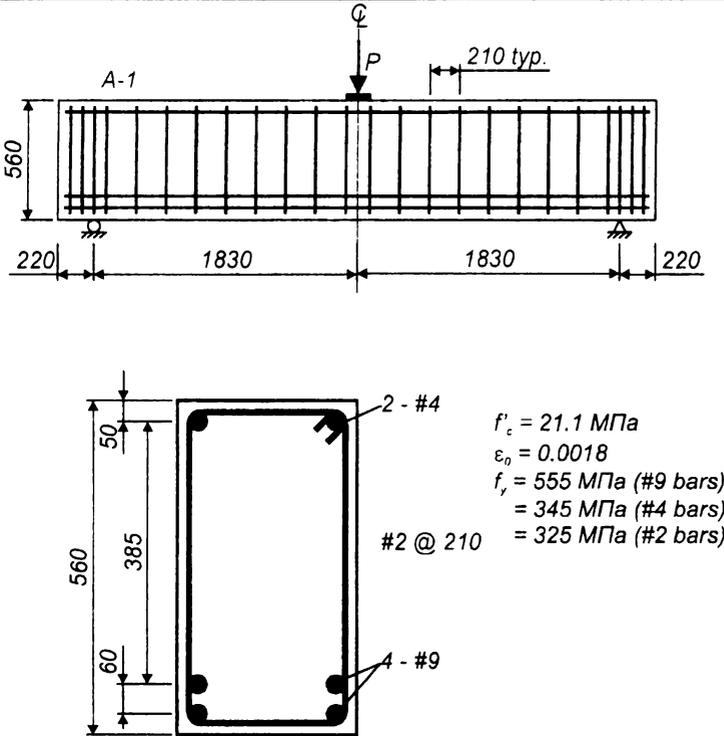


Рис. 4.27.

Конструкция и схема нагружения балок А-1 и ОА-1 в опытах [109].

Балки ОА-1 (см. табл. 4.5) без поперечного армирования имеют аналогичные геометрические параметры и продольное армирование, что и балки А-1.

балок представлены в табл. 4.5. Опытные балки имели широкий диапазон коэффициентов поперечного армирования (от 0 до 0.2 %). Испытания выполняли по схеме однопролетной свободно опертой балки с пролетами среза от 3.3 до 5.8. Рабочая высота сечения для всех испытанных балок составляла $d = 457 \text{ мм}$. Расчетное сопротивление продольной арматуры составляло $f_{sy} = 555 \text{ МПа}$, а поперечной $f_{swy} = 326 \text{ МПа}$. Сравнение расчетных и опытных результатов приведено в табл. 4.6.

Дополнительно к представленным исследованиям анализировали опыты, выполненные М.Р. Collins и Stanik [126] (см. табл. 4.7). Бал-

Таблица 4.7.

Основные характеристики балок в опытах [109]

Балка	$b \times h$	Пролет, мм	f'_c , МПа	A_s/bd , %	Поперечная арматура	ρ_v , %	a/d
WM100D	1000×1000	2700	38	1.40	Ø3, шаг 375	0.038	2.70
WM100C	1000×1000	2700	41	1.40	Ø3, шаг 375	0.038	2.70
BM100D	300×1000	2700	46	1.05	Ø3, шаг 600	0.079	2.70
BM100	300×1000	2700	46	0.76	Ø3, шаг 600	0.079	2.70
BN100D	300×1000	2700	37	1.05	–	0.000	2.70
BN100	300×1000	2700	37	0.76	–	0.000	2.70
UM100D	300×1000	2700	42	1.05	Ø3, шаг 600	0.079	2.70
UM100	300×1000	2700	42	0.76	Ø3, шаг 600	0.079	2.70
UN100D	300×1000	2700	43	1.05	–	0.000	2.70
UN100	300×1000	2700	43	0.76	–	0.000	2.70

ки в этих опытах отличались от балок В. Bresler и А.С. Scordelis [109] по двум параметрам:

- 1) имели значительные размеры поперечного сечения;
- 2) пролет среза составлял $a/d = 2.7$.

Значительные размеры поперечного сечения балок были приняты с тем, чтобы детально проследить механизм разрушения балки без поперечного армирования, особенно на этапе после образования трещин.

В опытах отмечено, что при коротких пролетах среза все более ощутимым становится эффект работы сжатого подкоса [319] при непосредственной передаче усилия на опору.

В опытах регистрировали значительные тангенциальные перемещения (скольжение) вдоль поверхности, проходящей по сечению с диагональной трещиной (см. табл. 4.6). По результатам испытаний, высказано соображение, что развивающиеся тангенциальные перемещения (скольжение) могут замедлять переориентацию наклонных трещин и соответственно изменение направления действия главных сжимающих напряжений, как это рассматривают в MCFT [123, 329], препятствуя, при этом, формированию ярко выраженной сжатой полосы, проходящей от силы в пролете к опоре, как это принято в целом ряде нормативных документов при расчете элементов с малым пролетом среза.

Как следует из сопоставления опытных и расчетных данных (см. табл. 4.8), скорректированная расчетная модель (назовем ее условно MCFT–2 согласно [319]) дает достаточно хорошее совпадение для элементов без поперечного армирования или с его содержанием, близким к критическому ($\bar{\lambda} = 0.93$, $V_x = 13.9\%$).

Вместе с тем, следует отметить, что для расчета балок без поперечного армирования более приемлемой может оказаться модель «фиксированного» угла [264]. Однако, для этого дополнительно к диаграммам деформирования необходимо иметь адекватную зависимость « $\tau - \gamma$ », используемую совместно с уравнениями равновесия и совме-

*Расчет железобетонных конструкций
при действии перерезывающих сил*

стности деформаций, полученную на элементах без поперечного армирования.

Таблица 4.8.
Результаты испытаний балок в исследованиях [126]

Балка	$V_{u,exp}$, кН	$V_{u,th}$, кН	$V_{u,exp}/V_{u,th}$
WM100D	834	1057	0.79
WM100C	699	680	1.03
BM100D	462	514	0.90
BM100	343	366	0.94
BN100D	258	382	0.68
BN100	192	188	1.02
UM100D	910	924	0.98
UM100	750	698	1.07
UN100D	637	756	0.84
UN100	593	552	1.07

$$\lambda = 0.93$$
$$V_x = 13.9 \%$$

**ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ
КОНСТРУКЦИЙ НА СРЕЗ К. N. RAHALA [278, 279]**

Несмотря на то, что после включения нормативные документы [73, 128, 260] общего метода расчета железобетонных конструкций на срез [123] прошло более пяти лет, традиционные методы, основанные на модели традиционной ферменной аналогии и ее модификациях среди инженеров-проектировщиков в большинстве стран мира остаются по-прежнему чрезвычайно популярными. K.N. Rahal в своей работе [278] объясняет, что тому есть две причины:

Во-первых, традиционные методы, основанные на ферменной аналогии, проще в практическом использовании, в частности при расчете на срез железобетонных элементов без предварительного напряжения, подвергнутых действию изгибающего момента и осевого растягивающего усилия.

Во-вторых, общий метод расчета, реализованный в документах [73, 123, 128, 260, 329], требует использования трудоемких итерационных процедур и, как следствие, и значительно большего времени, затрачиваемого на решение задачи.

Кроме того, реализация алгоритма, положенного в основу общего метода в ряде случаев вызывает некоторые трудности у инженеров, имеющих минимальный опыт проектирования. Это связано как с неопределенностью в выборе исходных параметров деформированного состояния, используемых в первой итерации, так и с критериями, по которым производят оценку точности окончательного решения.

В работах [278, 279] предложена альтернативная упрощенная модель общего метода расчета при срезе [123, 329], позволяющая не только определять предельную поперечную силу, но и устанавливать вид разрушения железобетонного элемента при чистом срезе без применения трудоемких итерационных процедур. Предложенный метод сочетает в себе простоту, присущую расчетам по модели ферменной аналогии, рациональность и точность, которые дает общий метод расчета на срез железобетонных конструкций [123, 329].

Экспериментальные исследования в условиях чистого сдвига плоских элементов, армированных в двух взаимно перпендикулярных направлениях (см. главу 2), показывают, что их несущая способность зависит от следующих главных факторов:

- 1) количества продольной арматуры (по направлению оси « l »);
- 2) количества поперечной арматуры (по направлению оси « t »);
- 3) прочности бетона при сжатии.

При этом учитывается, что на прочность элементов, имеющих низкое количество поперечной арматуры или вовсе без нее, оказывают существенное влияние касательные напряжения, вызванные зацеплением по берегам трещины, зависящие от ширины ее раскрытия и максимального размера зерна крупного заполнителя (см. главу 3).

Для плоского железобетонного элемента, подвергнутого чистому сдвигу, главные параметры, от которых зависит величина предельного усилия, могут быть записаны в следующих безразмерных индексах:

$$\omega_l = \frac{\rho_l \cdot f_{yt}}{f'_c} \quad (4.87)$$

$$\omega_t = \frac{\rho_t \cdot f_{yt}}{f'_c} \quad (4.88)$$

В формулах (4.87) и (4.88):

ρ – коэффициент армирования;

f_y – предел текучести арматуры.

Индекс « ω » согласно [256, 257] принято называть **механическим коэффициентом армирования** или согласно [278] **индексом эффективности армирования**. По существу, индекс эффективности армирования выражает отношение максимальной перерезывающей силы, которую может воспринять арматура, к составляющей, которую способен воспринять бетон. В работе [278] выполнен расчет предельных касательных напряжений v_u для железобетонных плоских элементов, находящихся в условиях чистого сдвига с различными индексами ω_l и ω_t . Расчет выполняли по компьютерной программе, в основу которой были положены базовые уравнения модифицированной теории полей сжатия [323, 329].

Результаты выполненных расчетов показали, что нормализованные предельные касательные напряжения v_u/f'_c не зависят от прочности бетона при сжатии f'_c и поэтому эффекты от трех главных параметров ω_l , ω_t и f'_c могут быть построены на одном графике.

На рис. 4.28 показана зависимость нормализованных предельных касательных напряжений v_u/f'_c от индекса эффективности поперечного армирования ω_t для различных значений индекса эффектив-

ности продольного армирования ω_l . На рис. 4.28 каждая кривая представляет собой зависимость « $v_u/f_c' - \omega_l$ » для установленного значения индекса ω_l . Графики построены по результатам расчетов с использованием трансформированной параболической диаграммы для бетона при сжатии в условиях плоского напряженного состояния, принятая в работах [123, 329] (см. главу 2), при среднем расстоянии между диагональными трещинами $S_{m\theta} = 300$ мм и максимальном размере зерна

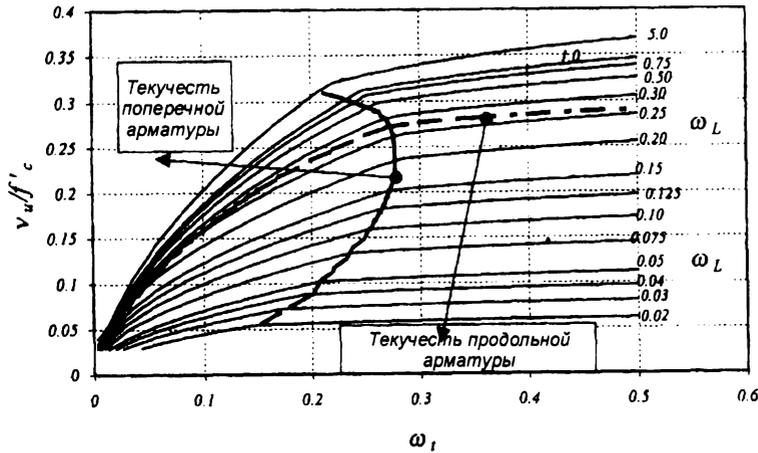


Рис. 4.28.

Графики зависимостей « $v_u/f_c' - \omega_l$ », применяемые при расчете железобетонных панелей в условиях чистого среза в соответствии с методикой [278]

крупного заполнителя $a = 10$ мм (принято с некоторым запасом по сравнению с $a = 19$ мм согласно [123]).

На рис. 4.28 видно, что для заданного индекса продольного армирования ω_l прочность при срезе возрастает с ростом индекса поперечного армирования ω_t . Однако интенсивный прирост предельных касательных напряжений наблюдается до некоторого граничного значения, выше которого происходит разрушение сжатой бетонной полосы, заключенной между диагональными трещинами после достижения напряжениями в поперечной арматуре предела текучести. Далее бу-

дет показано, что подобное поведение наблюдается и для изгибаемых элементов, когда содержание продольного армирования превышает некоторое граничное значений $\rho_{l,max}$. При низких коэффициентах армирования, а следовательно и индексах ω_l и ω_t прочность элемента при срезе определяется касательными напряжениями, соответствующими появлению диагональных трещин в бетоне. Согласно [74] эти напряжения при $f'_c \leq 50$ МПа принимают $0.33\sqrt{f'_c}$ (МПа).

Этот нижний предел прочности может быть показан на графиках соответствующими горизонтальными линиями. Однако, на рис. 4.28 эти линии не приведены с той целью, чтобы не затемнять график. Вместе с тем, напряжения v_u , полученные из графика (рис. 4.28), следует сравнивать с касательными напряжениями, соответствующими образованию диагональных трещин, и окончательно принимать большие значения.

При расчете прочности при срезе важно не только определять предельные касательные напряжения v_{Ru} (поперечную силу), воспринимаемую элементом, но и установить вид разрушения (в международной терминологии англ. *mode of failure* – MOF). Согласно [278] приняты следующие определения плоских элементов, характеризующие степень армирования и характер их разрушения:

- если в продольной и поперечной арматуре элемента достигаются напряжения, соответствующие пределу текучести, элемент считают недоармированным;
- если напряжения не достигают предела текучести ни в продольной, ни в поперечной арматуре, элемент называют переармированным.

На рис. 4.28 показаны две кривые, соответствующие достижению соответственно поперечной и продольной арматурой предельных деформаций $\varepsilon_t = \varepsilon_{ty}$ и $\varepsilon_l = \varepsilon_{ly}$. Эти кривые делят график на рис. 4.28 на четыре области:

- 1) если $\varepsilon_t > \varepsilon_{ty}$ и $\varepsilon_l > \varepsilon_{ly}$ – предельное состояние связано с достижением предела текучести, как в поперечной, так и в продольной арматуре – элемент недоармирован;
- 2) $\varepsilon_t > \varepsilon_{ty}$ и $\varepsilon_l < \varepsilon_{ly}$ – в предельном состоянии только напряжения в поперечной арматуре достигают предела текучести – элемент частично недоармирован;
- 3) $\varepsilon_t < \varepsilon_{ty}$ и $\varepsilon_l > \varepsilon_{ly}$ – в предельном состоянии только продольная арматура достигает предела текучести – элемент частично переармирован;
- 4) $\varepsilon_t < \varepsilon_{ty}$ и $\varepsilon_l < \varepsilon_{ly}$ – в предельном состоянии напряжения, как в поперечной, так и в продольной арматуре не достигают предела текучести, разрушение происходит в результате раздавливания бетона диагональной сжатой полосы – элемент переармирован.

В соответствии с рекомендациями [278] расчет предельных касательных напряжений с использованием графических зависимостей (см. рис. 4.28) выполняют в следующей последовательности:

- а) рассчитывают индексы ω_t и ω_l по формулам (4.87) и (4.88);
- б) пользуясь графиками, приведенными на рис. 4.28, по рассчитанным

индексам ω_t и ω_l определяют отношение $\frac{\nu_u}{f'_c}$;

- в) полученные касательные напряжения ν_u сравнивают с напряжениями, соответствующими появлению диагональных трещин, величину которых согласно [74] допускается принимать $0.33\sqrt{f'_c}$ для бетонов прочностью $f'_c \leq 50$ МПа. Из сравниваемых напряжений большее принимают в качестве окончательного результата.

Результаты расчетов по предложенному методу железобетонных плоских элементов, подвергнутых действию чистого сдвига, сравнивали с опытными данными, полученными при испытаниях 46 панелей. Для сравнения были выбраны опытные образцы-панели с ортогональным армированием, испытанные в разное время исследовательскими центрами Университетов в Торонто [331] и Хьюстоне [96, 97]. Подроб-

Таблица 4.9.

**Экспериментальная проверка расчетного метода K.N. Rahala [278]
(железобетонные плоские элементы в условиях чистого среза)**

Автор, источник	Образец	f_c , МПа	ω , %	ω_l , %	Опыт		K.N. Rahal [278]		v_{exp}/v_h		
					v_{exp} , МПа	Вид разру- шения	v_{calc} , МПа	Вид разру- шения	K.N. Rahal [278]	MCFT [329]	ACI Code [74]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Vecchio, Collins [331]	PV18	19.5	39.50	6.67	3.04	TY	2.30	TY	1.32	1.20	1.18
	PV12	16.0	52.30	7.50	3.13	TY	2.30	TY	1.36	1.33	1.32
	PV19	19.0	32.00	11.20	3.95	TY	3.42	TY	1.15	1.12	1.16
	PV20	19.6	42.00	13.40	4.26	TY	3.92	TY	1.09	1.04	1.09
	PV21	19.5	42.00	20.00	5.03	TY	4.88	TY	1.03	1.03	1.19
	PV22	19.6	41.70	32.70	6.07	CC	5.98	CC	1.02	1.23	1.43
	PV27	20.5	28.5	38.5	6.35	CC	6.31	CC	1.01	1.23	1.46
	PV16	21.7	8.70	8.70	2.14	LY, TY	1.89	LY, TY	1.13	1.11	0.66
	PV4	26.6	9.60	9.60	2.89	LY, TY	2.55	LY, TY	1.13	1.10	0.71
	PV3	26.6	12.00	12.00	3.07	LY, TY	3.19	LY, TY	0.96	0.93	0.65
	PV6	29.8	16.00	16.00	4.55	LY, TY	4.77	LY, TY	0.95	0.90	0.87
	PV9	11.6	70.00	70.00	3.74	CC	3.94	CC	0.95	1.29	1.15
	PV10	14.5	34.00	19.00	3.97	TY	3.45	TY	1.15	1.09	1.09
	PV11	15.5	26.90	19.70	3.58	LY, TY	3.63	LY, TY	0.98	0.98	0.94

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Vecchio, Collins, Aspiotis [332]	JA1	49.9	17.30	8.60	6.34	NA, TY	6.09	LY, TY	1.04	1.03	1.00
	JA2	43.0	20.00	10.00	6.22	NA, TY	6.02	LY, TY	1.03	1.02	1.00
	PHS2	66.1	20.00	3.20	6.66	TY	5.29	TY	1.26	1.49	1.48
	PHS3	58.4	33.50	7.30	8.19	TY	8.06	TY	1.02	1.21	1.26
	PHS8	55.9	35.00	11.60	10.80	TY	10.10	TY	1.07	1.12	1.51
Khalifa, Kirshner [193]	SE1	42.5	34.00	11.00	6.77	TY	7.43	TY	0.91	0.94	1.08
	SE5	25.9	55.70	54.20	8.10	CC	8.60	CC	0.94	1.25	1.66
Biederma nn [106]	SE11	70.1	20.00	6.30	6.60	TY	7.35	LY, TY	0.84	0.96	0.96
Porasz [271]	SE12	75.9	17.90	5.70	7.40	TY	7.56	LY, TY	0.98	1.09	1.08
	SE13	80.5	39.40	11.20	12.00	TY	14.5	TY	0.98	1.09	1.08
	SE14	60.4	39.30	39.50	16.90	CC	18.70	CC	0.90	1.11	2.27
Hsu, Zhang [180]	VA0	98.8	2.70	2.70	3.35	LY, TY	2.67	LY, TY	1.26	1.25	0.60
	VA1	95.1	5.61	5.61	6.16	LY, TY	5.34	LY, TY	1.15	1.25	0.60
	VA2	98.2	9.95	9.95	9.73	LY, TY	9.78	LY, TY	1.00	0.97	1.02
	VA3	94.6	17.30	17.30	15.10	LY, TY	16.30	LY, TY	0.92	0.88	1.62
	VA4	103.1	23.90	23.90	21.40	CC	24.60	LY, TY	0.87	0.85	2.20
	VB1	98.2	5.40	9.95	7.50	LY, TY	7.07	LY, TY	1.06	1.06	0.79
	VB2	97.6	5.50	16.70	9.14	LY, TY	8.88	LY, TY	1.03	1.12	0.97
	VB3	102.3	5.30	27.50	9.71	TY	11.0	TY	0.88	1.03	1.00
VB4	96.9	2.75	8.45	4.86	LY, TY	4.85	LY, TY	1.00	1.03	0.52	

Окончание таблицы 4.9.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Hsu, Zhang [177]	B1	45.3	12.20	5.90	3.97	LY, TY	3.85	LY, TY	1.03	1.08	0.86
	B2	44.1	18.10	12.60	6.13	LY, TY	6.61	LY, TY	0.93	0.91	0.96
	B3	44.9	17.80	5.90	4.37	LY, TY	4.58	LY, TY	0.95	1.01	0.95
	B4	44.8	31.20	6.00	5.08	TY	5.38	TY	0.94	1.06	1.09
	B5	42.9	32.60	12.90	7.17	TY	8.15	TY	0.88	0.87	1.14
	B6	43.0	32.60	18.60	9.15	TY	10.00	TY	0.91	0.90	1.46
	HB1	66.5	7.40	4.00	4.32	LY, TY	3.60	LY, TY	0.83	1.17	0.86
	HB3	66.8	12.00	4.00	4.89	LY, TY	4.60	LY, TY	1.06	1.09	0.97
Hsu, Zhang [179]	HB4	62.9	22.30	4.24	5.33	TY	5.84	TY	0.91	1.07	1.07
	A2	41.3	13.30	13.30	4.92	LY, TY	5.49	LY, TY	0.90	0.86	0.80
	A3	41.7	19.20	19.20	6.99	LY, TY	8.00	LY, TY	0.87	0.83	1.13
	A4	42.5	33.00	33.00	11.38	NA, A	12.40	CC	0.91	1.07	1.82
LY – текучесть в продольной арматуре; TY – текучесть в поперечной арматуре; CC – разрушение бетона сжатой полосы; NA – не установлено								λ	1.01	1.07	1.13
								V_x , %	12.5	13.3	32.9

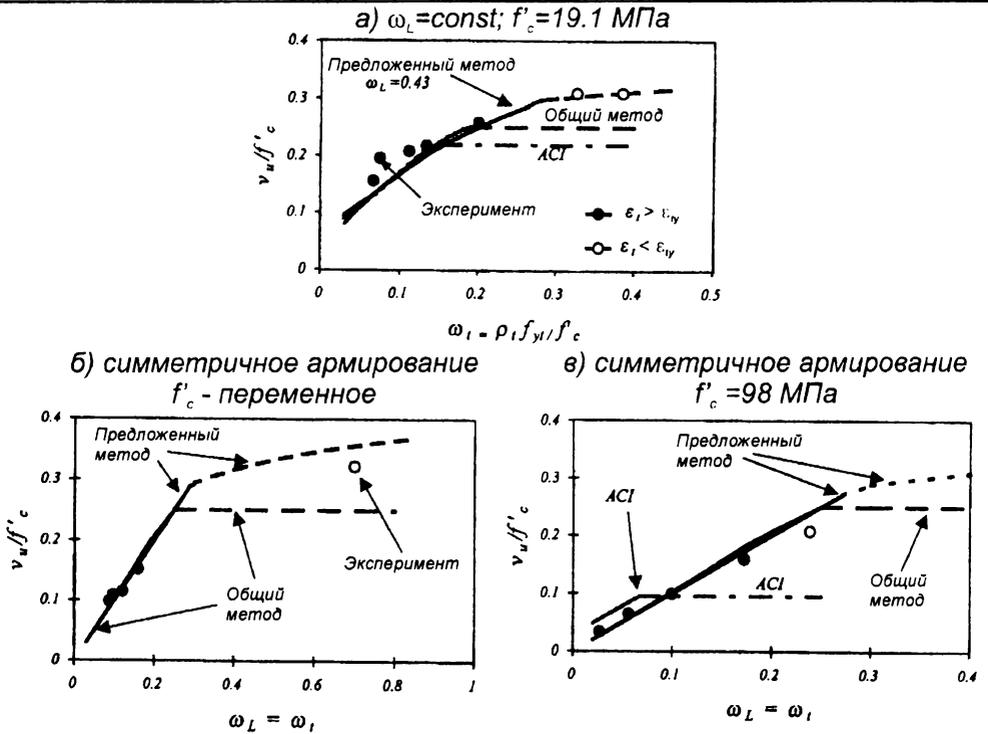


Рис. 4.29.

Сравнение расчетных и опытных значений предельных касательных напряжений и зафиксированных видов разрушения согласно [278]

но методика испытаний, конструкция и характеристики опытных образцов, а также полученные результаты исследований изложены в главе 2.

В выбранных для сравнения опытных образцах (табл. 4.9) в широком интервале варьировали прочностью бетона (от 11.6 до 103.1 МПа) и количеством продольной и поперечной арматуры (индексы эффективности армирования ω_L и ω_T изменялись от 2.7 до 70 %).

F. Vecchio и M.P. Collins [328, 331, 332] исследовали панели, сохранившие относительно большой коэффициент продольного армирования ($\omega_L = 0.01785$). В опытах коэффициент продольного армирования был принят постоянным, а изменялся коэффициент поперечного арми-

рования (от $\rho_l = 0.00315$ до $\rho_l = 0.01785$). Прочность бетона, из которого были выполнены панели, изменялась от 16 до 20.5 МПа. Среднее значение индекса эффективности продольного армирования составляло $\omega_l = 42.4$ %, а поперечного ω_t изменялось от 6.66 до 38.5 %.

Рис. 4.29 показывает сравнение опытных и расчетных значений нормализованных предельных напряжений $\frac{v_u}{f'_c}$, полученных с использованием графической зависимости, представленной на рис. 4.28. Как видно по рис. 4.29, наблюдается хорошее совпадение опытных и расчетных результатов.

В соответствии с расчетом по предложенному методу установлено, что для образцов с $\omega_l < 26$ % напряжения в поперечной арматуре достигают предела текучести прежде, чем происходит раздавливание бетона сжатой полосы. Это соответствует случаю разрушения, полученному при испытаниях опытных образцов [331].

F. Vecchio и M.P. Collins [328, 331, 332] исследовали также железобетонные элементы, в которых количество и расчетные характеристики продольного и поперечного армирования было одинаковыми и изменяли в пределах $\rho_l = \rho_t = 0.00740$ – 0.01785 . Прочность бетона опытных образцов изменялась от 11.6 до 29.8 МПа. На рис. 4.29 показано сравнение опытных и расчетных данных для испытанных образцов. Следует отметить, что в данном случае, несмотря на хорошее совпадение с опытными данными, предлагаемый метод несколько переоценивает прочность при срезе перearмированных элементов. При этом для $\omega_l < 0.27$ по расчету напряжения в арматуре достигают предела текучести прежде, чем произойдет разрушение бетона по сжатой полосе. Этот расчетный случай разрушения также полностью подтвержден экспериментальными исследованиями [177–180, 331, 332].

Табл. 4.9 содержит два образца (PV10 и PV11), испытанные F. Vecchio и M.P. Collins [331] и пять образцов (JA1, JA2, PHS2, PHS3,

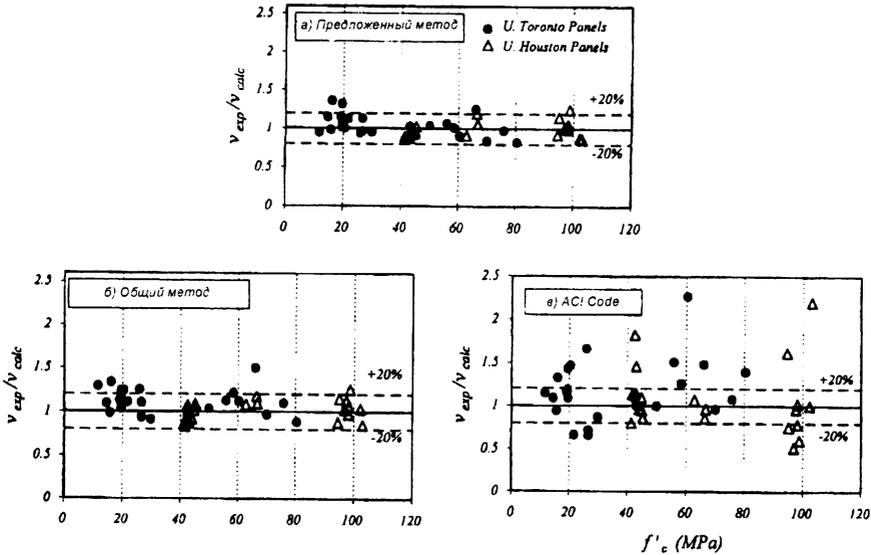


Рис. 4.30.

Отношение $\lambda = V_{exp}/V_{calc}$ для 46 панелей из табл. 4.9 согласно [278]

PHS8), испытанных F. Vecchio, M.P. Collins и Aspiotis [332], выполненных из высокопрочного бетона (от 43 до 66.1 МПа), данные Khalifa и Kirshner [193] (SE1, SE5), Biedermann и Porasz [106, 271] (SE11, SE12, SE13, SE14), имевших прочность бетона при сжатии от 25.9 до 80.5 МПа. Панели VO0÷VA4, VB1÷VB4, B1÷B6, HB1, HB3, HB4, A1÷A4) размером 1397×1397×178 мм, испытаны Т.Т.С. Hsu и Zhang [177–180] (см. подробно гл. 2). Прочность бетона, из которого были выполнены опытные образцы-панели изменялась от 41.3 до 103.1 МПа, а количество армирования составляло $\rho = 0.0023 \div 0.0524$. Сопоставление опытных данных и результатов расчета (рис. 4.29) демонстрирует достаточно хорошее их совпадение.

Для всех анализируемых 46 образцов-панелей (см. рис. 4.30 и табл. 4.9) среднее отношение опытных и расчетных предельных касательных напряжений ($\lambda = V_{exp}/V_{calc}$) определенных по предложенному

определенных по предложенному

Расчет железобетонных конструкций
при действии перерезывающих сил

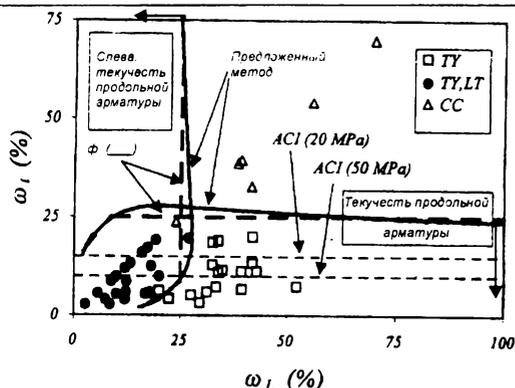


Рис. 4.31.

Расчетные и наблюдавшиеся в опытах виды разрушения для 43 опытных образцов согласно [278] (TY – текучесть поперечной арматуры; LT – текучесть продольной арматуры; CC – разрушение бетона диагональной сжатой полосы)

методу 1.01 при коэффициенте вариаций $V_x = 12.5\%$. Соответствующие значения, полученные из расчета по общему методу [123, 329] составили $\lambda = 1.07$ при $V_x = 13.3\%$, а например при использовании методики ACI Code [74] – $\lambda = 1.13$ при $V_x = 32.9\%$. Таким образом сочетая в себе простоту, свойственную методу ACI [74], предложенный метод обеспечивает точность, соответствующую общему методу расчета [123, 329].

Следует обратить внимание на тот факт, что 46 проанализированных образцов для 43 наблюдали совпадение вида разрушения (англ. *mode of failure*). На рис. 4.31 представлено сравнение наблюдавшихся в опытах видов разрушения (MOF) с расчетными результатами, полученными по предложенному методу для 40 образцов. Необходимо отметить, что расчет по общему методу дает совпадение видов разрушения для 35 из 43 проанализированных образцов, а в соответствии с методикой ACI Code [74] определить вид разрушения вообще не представляется возможным.

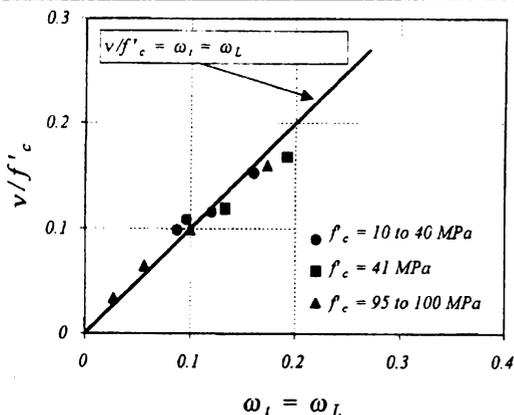


Рис. 4.32.

Опытные и расчетные значения предельных касательных напряжений v_u/f'_c для симметрично армированных панелей согласно [278]

На рис. 4.32 видно, что для армированных элементов при $\omega_t = \omega_L$ нормализованные касательные напряжения v_u/f'_c равны индексу эффективности армирования, или

$$\frac{v_u}{f'_c} = \omega_t = \omega_L, \quad (4.89)$$

что можно представить в следующем виде:

$$v_u = \rho_t f_{yt} = \rho_t f_{yL} \quad (4.90)$$

К примеру, для $\omega_t = \omega_L = 0.15$, $v_u/f'_c = 0.15$. Это соответствует коэффициенту армирования меньшему, либо равному 0.27, более которого элемент считается переармированным.

На рис. 4.32 показано отношение v_{exp}/f'_c в зависимости от индекса армирования $\omega_t = \omega_L$ для десяти опытных образцов из табл. 4.9. Результат, получаемый согласно (4.90) достаточно хорошо совпадает с опытными данными.

Такое совпадение связано с тем, что в симметрично армированных элементах угол наклона диагональных полос составляет около 45° , т.е. наблюдается совпадение координатной системы « $l - t$ », « $1 - 2$ » (см. главу 1).

Как будет показано далее, в легко армированных элементах разрушение достигается в результате скольжения вдоль диагональной трещины. Этот эффект не может быть проконтролирован расчетом за счет повышения напряжений в арматуре для сечения с трещиной. В этих условиях при достижении арматурой текучести составляющую, воспринимаемую бетоном, принимают равной нулю и сопротивление срезу связывают только с сопротивлением арматуры $\rho_t f_{yt}$ (уравнение (4.90)).

Верхняя граница армирования или предельные касательные напряжения определяют из условия, согласно которого напряжения в арматуре достигнут предела текучести до того, как произойдет разрушение бетона от раздавливания по сжатой бетонной полосе между диагональными трещинами. На рис. 4.31 показано максимальное значение индексов ω_t и ω_s , которые обеспечивают выполнение этого условия.

Как следует из обработки данных, представленных на рис. 4.32, ограничение индекса эффективности поперечной арматуры ω_t (который эквивалентен $\frac{V_u}{f_c}$) следует выполнять, пользуясь линейной зависимостью вида:

$$\omega_t = 1.25\omega_s + 0.14 \leq 0.25, \quad (4.91)$$

которая дает достаточно существенный запас для широкого интервала значений ω_s .

Для балочных элементов уравнения (4.87) и (4.88) для расчета индексов продольной и поперечной арматуры могут быть записаны в виде:

$$\omega_l = \frac{A_l \cdot f_{yl}}{b_w \cdot d_v \cdot f'_c} \quad (4.92)$$

$$\omega_t = \frac{A_t \cdot f_{yt}}{b_w \cdot S \cdot f'_c} \quad (4.93)$$

где: A_l – полная площадь симметричной продольной арматуры;
 A_v – площадь поперечной арматуры, расположенной с шагом S ;
 b_w – эффективная ширина сечения, принимаемая в соответствии с [141];
 S – шаг поперечных стержней.

При расчете элементов, подвергнутых совместному действию изгибающих моментов, продольных и поперечных сил для определения индексов ω_l и ω_t необходимо иметь значения напряжений, действующих в продольной и поперечной арматуре. В предлагаемом методе прибегают к упрощению, согласно которому напряжения в арматуре принимают равными предельным значениям. Как отмечается в [279], для случая недоармированных элементов такое допущение справедливо для целого ряда практических ситуаций, когда продольное армирование проектируют по пределу текучести в предельном состоянии. Для сечений, переармированных в продольном направлении, прочность при срезе становится менее чувствительной к изменению ее количества и допущение о предельных напряжениях в арматуре не существенно влияет на результаты расчета.

Для среза в комбинации с осевым усилием и изгибающим моментом введенное в работе [279] **модифицированное предельное усилие в арматуре** в сжатой и растянутой зон может быть определено соответственно:

$$F_{co} = A'_s \cdot f'_{yl} - \frac{N}{2} + \frac{M}{d_v} \quad (4.94)$$

$$F_{ten} = A_s \cdot f_{yl} - \frac{N}{2} - \frac{M}{d_v} \quad (4.95)$$

Расчет железобетонных конструкций
при действии перерезывающих сил

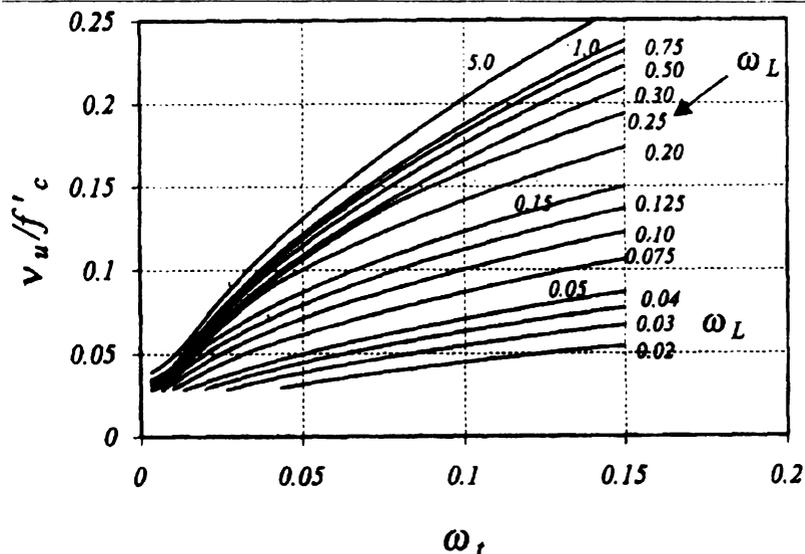


Рис. 4.33.

Графики зависимостей « $v_u/f'_c - \omega_t$ », применяемые при расчете прочности на срез железобетонных балок при совместном действии продольных сил и изгибающих моментов в соответствии с методикой [279]

При этом в расчет принимают меньшее значение F_{c0} и $F_{тен}$. В уравнениях (4.94) и (4.95) растягивающее осевое усилие и момент, вызывающие растяжение в нижней арматуре A_s принимают положительными (подставляют со знаком «плюс»).

Тогда при расчетах балочных элементов индекс поперечного армирования определяют из уравнения (4.88), а модификации подвергается уравнение (4.87), используемое для расчета индекса продольного армирования:

$$\omega_t = \frac{2 \min\{F_{c0}, F_{тен}\}}{b_w \cdot d_v \cdot f'_c} = \frac{2 \left(A_s \cdot f_{yl} - N/2 - M/d_v \right)}{b_w \cdot d_v \cdot f'_c} \quad (4.96)$$

Коэффициент 2 введен в формулу (4.96) исходя из соображений, что минимальное усилие в (4.94) и (4.95) рассчитывают исходя из сопротивления только верхней и нижней арматуры, а расчетные кривые

(см. рис 4.33) получены в предположении учета всего армирования в сечении.

Для несимметрично армированных элементов при действии осевого растягивающего усилия или относительно низкого изгибающего момента, составляющая F_{co} может быть меньше, чем F_{ten} (в уравнениях (4.94) и (4.95)). В этом случае рассчитывают два модифицированных усилия для сжатой и растянутой арматуры по формулам (4.94) и (4.95) и меньшее значение принимают при расчете индекса продольного армирования.

Проиллюстрируем на примере очередность выполнения расчетных операций для балочных элементов, подвергнутых действию осевого усилия и изгибающего момента. Воспользуемся примером расчета прочности при срезе балки ASC из опытов M.J. Haddadin, T.S. Hong и A.H. Mattock [158], представленным в работе [279].

При расчете приняты следующие исходные данные: прочность бетона $f'_c = 34$ МПа, $d_v = 376$ мм, $b_w = 178$ мм, изгибающий момент $M = 158$ кН·м (в сечении на расстоянии примерно $0.5d_v \cdot \cot\theta \approx d_v$ от сечения с максимальным моментом) продольная сила $N = -351$ кН. Площадь продольного армирования составляет $A_s = 2580$ мм², $f_{yl} = 517$ МПа, $A'_s = 142$ мм², $f'_{yl} = 345$ МПа, площадь поперечного армирования $A_v = 142$ мм². Поперечные стержни расположены с шагом $S = 178$ мм.

$$F_{ten} = A_s \cdot f_{yl} - \frac{N}{2} + \frac{M}{d_v} = 2580 \cdot 517 - \frac{158 \cdot 10^6}{376} + \frac{351000}{2} = 1089 \text{ кН}$$

$$F_{co} = A'_s \cdot f'_{yl} - \frac{N}{2} - \frac{M}{d_v} = 142 \cdot 345 - \frac{158 \cdot 10^6}{376} + \frac{351000}{2} = 645 \text{ кН}$$

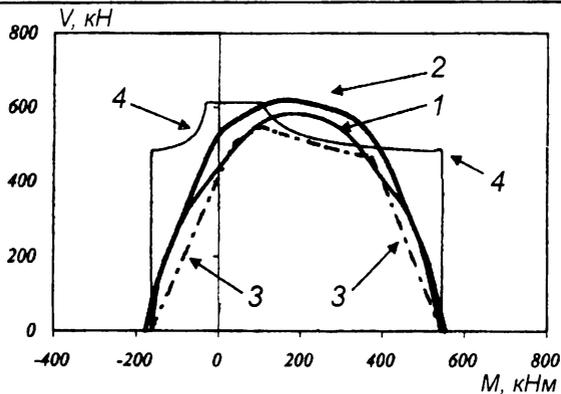
Из рис. 4.33 получаем $\nu_u/f'_c = 0.1$, а соответствующая поперечная

сила составит $V_{calc} = 227$ кН. Предельная поперечная сила, полученная при испытании балки, составила $V_{exp} = 239$ кН. Для сравнения расчет по ACI Code [74] дает значение поперечной силы $V_{calc} = 188$ кН, а по

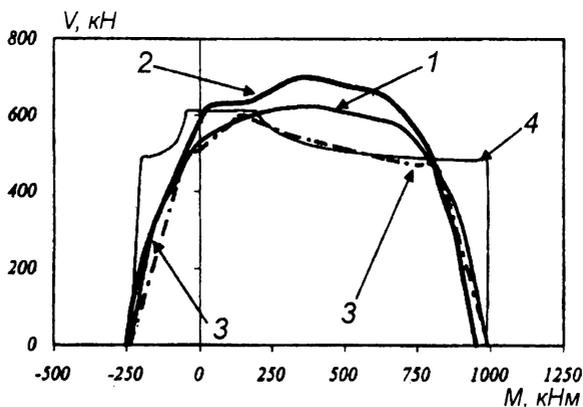
общему методу [123] $V_{calc} = 205$ кН. Как видно, при достаточно простых расчетных операциях точность расчета является сопоставимой с другими методами.

Как было показано выше, при расчете на срез элементов, подвергнутых действию продольных сил и изгибающих моментов, модификации подвергается индекс продольного армирования ω . Модификация индекса ω базируется на допущении, согласно которому рассматривается суперпозиция напряжений в продольной арматуре, вызванных действием изгибающего момента, продольной и поперечной силы. При этом согласно [279] принято, что напряжения в продольной арматуре от действия среза достигают своих предельных значений. Для проверки этого базового допущения в работе [279] выполнено сравнение предложенной упрощенной методики с методикой, основанной на модифицированной теории полей сжатия [123, 329] при ее реализации методом «двух сечений». На рис. 4.34 показаны расчетные диаграммы « $M - V$ » для балки сечением 300×600 мм с несимметричным продольным армированием. Прочность бетона принята $f'_c = 35$ МПа, нижняя растянутая арматура $\rho_s = 1.65$ %, верхняя сжатая $\rho'_s = 0.5$ %, поперечная арматура $\rho_{fyt} = 2.0$ МПа. Как видно из рис. 4.34а,б, наблюдается достаточно хорошее совпадение результатов расчета в соответствии с предложенной моделью по сравнению с результатами расчета, полученными по модифицированной теории полей сжатия. На рис. 4.35а,б показаны диаграммы « $V - N$ », полученные при расчете балок аналогичного сечения, но имевших симметричное армирование $\rho_s = \rho'_s = 1.8$ % при отсутствии изгибающего момента (а) и для случая, когда изгибающий момент составлял 50 % от предельного момента при чистом изгибе. Как и в предыдущем случае наблюдается хорошее совпадение с результатами расчета по общей теории [173].

В работе [279] выполнено сравнение предложенного упрощенного метода с результатами испытания опытных балок. Принятая для



а) $\rho_s = 1.65\%$ и $\rho'_s = 0.5\%$



б) $\rho_s = 3\%$ и $\rho'_s = 0.72\%$

Рис. 4.34.

Диаграммы "V - M" для балочного элемента, построенные по результатам расчетов различными методами:

- 1 - предложение [279];
- 2 - модифицированная теория полей сжатия [329];
- 3 - общий метод [123];
- 4 - ACI Code 95 [74].

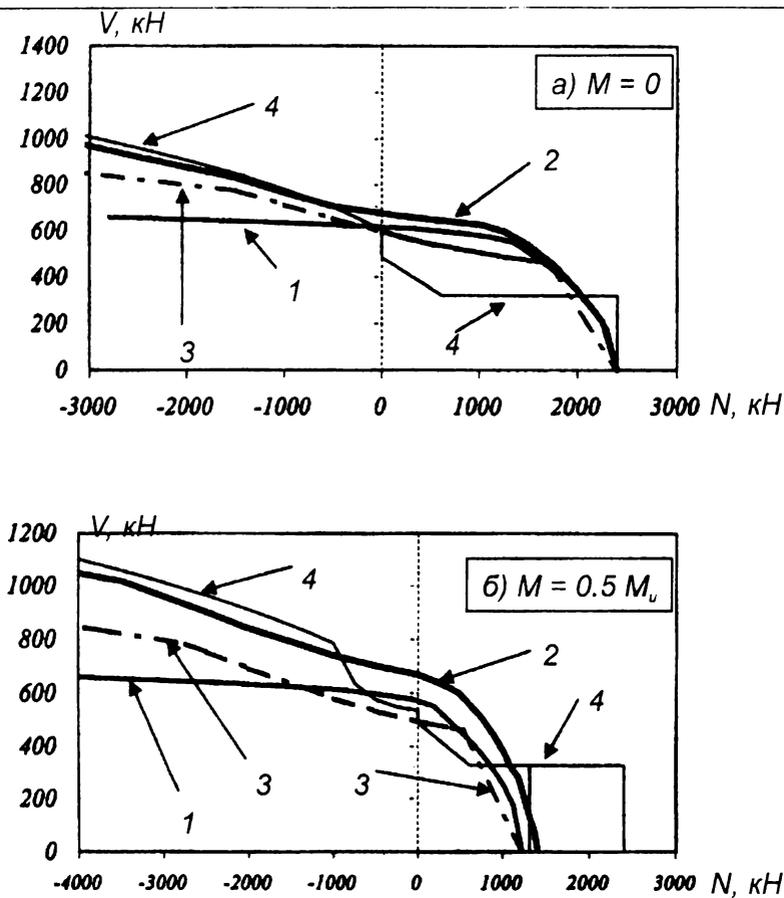


Рис. 4.35.

Диаграммы "V - N" для балочного элемента, построенные по результатам расчетов различными методами:

1 - предложение [279];

2 - модифицированная теория полей сжатия [329];

3 - общий метод [123];

4 - ACI Code 95 [74].

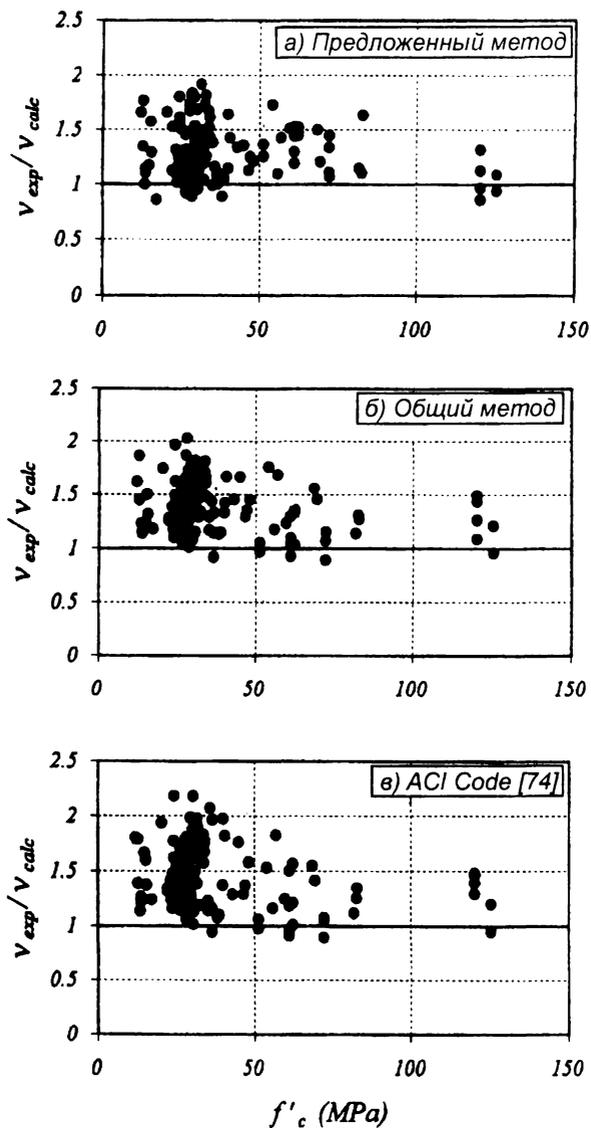


Рис. 4.36.

Отношение V_{exp}/V_{calc} для выборки из 161 балки (см. табл. 4.10) согласно [279]

Таблица 4.10.

Экспериментальная проверка метода [279]

(балочные элементы при совместном действии изгибающего момента и продольных усилий)

Источник	Количество и тип образцов	f_c	a/d	ρf_{yt}	Эксперимент / расчет					
					ACI [74]		Общий метод [120, 123]		Предложенный метод [279]	
					λ	$V_x, \%$	λ	$V_x, \%$	λ	$V_x, \%$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Mphonde, Frantz [250]	12 прямоугольных балок	22÷83	3.6	0.34÷1.0	1.34	8.8	1.32	9.1	1.34	15.5
Haddadin, Hong, Mattock [158]	52 балки таврового сечения	14÷45	2,5÷6.0	0.69÷4.8	1.58	14.7	1.42	14.5	1.20	15.0
Roller, Russel [289]	8 прямоугольных балок	72÷125	2.5÷5.0	0.36÷8.1	1.24	16.3	1.22	14.4	1.10	17.9
Gupta, Collins [155]	7 прямоугольных балок	62	2.9	1.2	1.19	21.9	1.15	15.0	1.41	8.80
Rangan [277]	4 прямоугольные балки	30÷37	2.5	7.4÷15.5	1.93	6.9	1.39	6.0	1.07	6.13
Clark [113]	13 прямоугольных балок	22÷30	2.4	1.2÷2.0	1.26	9.3	1.19	8.7	1.08	8.90

Окончание таблицы 4.10.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Palasakas и др. [266]	7 балок таврового сечения	26÷38	4	0.52÷0.76	1.12	7.4	1.26	8.8	1.01	9.30
Bresler, Scordelis [109]	9 прямоугольных балок	25÷59	3.9÷7.0	0.32÷0.66	1.34	11.4	1.33	8.0	1.32	16.3
Johnson, Ramirez [187]	7 прямоугольных балок	36÷72	8.1	0.34÷0.69	1.47	19.2	1.39	16.8	1.28	18.8
Всего	161 балка	–	–	–	1.47	19.2	1.39	16.8	1.28	18.8

анализа выборка включала 161 балку, для которых в широком диапазоне изменяли прочность бетона, количество поперечной и продольной арматуры, условия нагружения. В табл. 4.10 представлены основные характеристики опытных балок, принятых для анализа.

Как видно из сравнения, приведенного на рис. 4.36 и в табл. 4.10, для 161 проанализированной балки среднее отношение опытных и

расчетных предельных поперечных сил составило $\bar{\lambda} = \frac{V_{exp}}{V_{calc}} = 1.28$

при $V_x = 18.8\%$ (для сравнения согласно ACI [74] $\lambda = 1.47$ при $V_x = 19.2\%$, а по общему методу $\lambda = 1.39$ при $V_x = 16.8\%$) (см. рис. 4.36).

В заключение представим взятые из работы [123] результаты сравнительного анализа предельных поперечных сил, полученных при испытаниях 528 балок и рассчитанных по общему методу [329].

Результаты сравнения, представленные в табл. 4.11 и в графической интерпретации на рис. 4.37, 4.38, показывают, что среднее отношение опытных V_{exp} и расчетных V_{calc} предельных поперечных сил составляет 1.39 при коэффициенте вариации $V_x = 19.7\%$ (для сравнения при расчете по ACI Code [74] $\lambda = 1.32$ при $V_x = 33.7\%$).

Завершая рассмотрение общего метода расчета железобетонных конструкций при срезе, базирующуюся на модифицированной теории солей сжатия (MCFT [123, 329]), подведем некоторые итоги.

В своей работе [117] М.Р. Collins, автор теории полей сжатия [116, 124], а затем и модифицированной теории полей сжатия [123, 329], поясняет некоторые базовые подходы, принятые при построении расчетных моделей. Он противопоставляет традиционным испытаниям при срезе балочных элементов, которые относительно легко реализовать, но трудно проанализировать, испытания плоских элементов (панелей), которые в свою очередь реализовать достаточно сложно, но получаемые результаты легко поддаются анализу. Для примера рассмотрим рис. 4.39, которым автор пользуется в работе [117].

Сравнение опытных и расчетных предельных значений поперечных сил в соответствии с [123]

Источник	Год	Кол-во балок и тип	Условия нагружения	Высота, in	Бетон f'_c , psi	Поперечное армирование $\frac{A_v \cdot f_y}{b_w \cdot S}$, psi	V_{exp} / V_{calc}	
							λ	V_x , %
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Kani [190]	1979	68 прямоугольных	2 силы в пролете	6÷48	2230÷5320	0	1.35	8.0
Kani [190]	1979	95 тавровых	2 силы в пролете	12	2510÷5550	0	1.63	10.1
Shioya [302]	1993	13 тавровых	равномерно распределенная	5÷124	2860÷4130	0	0.98	25.1
Gupta [155]	1993	10 прямоугольных	2 силы в пролете + осевое растяжение	12	8700÷9120	0÷170	1.13	16.8
Adebar, Collins [81]	1996	7 прямоугольных колонн	перерезывающие силы и осевое растяжение	12	6700÷8500	0	0.90	12.8
Gregor, Collins [154]	1993	6 преднапряженных мостовых балок	равномерно распределенная (неразрезн.)	36	6500÷8400	370÷590	1.37	12.7
Collins, Anchin [125]	1993	14 прямоугольных	Сосредоточенная сила в пролете (неразрезн.)	11÷36	7250÷13500	0÷120	1.07	15.9
Griezic, Cook, Mitchell [156]	1993	4 тавровые	равномерно распределенная	16	5800	225÷350	1.34	12.6
Haddidan, Hong, Mattock [158]	1971	59 тавровых	Сосредоточенная сила в пролете + растяжение (сжатие)	18.5	1950÷6500	0÷700	1.45	18.7

Окончание таблицы 4.11.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Elzanaty, Nilson, Slate [140]	1986	33 преднапряженных прямоугольных	2 силы в пролете	14÷18	6000÷11400	0÷700	1.35	9.5
Pasley, Gogoi, Darwin [267]	1990	13 тавровых	сосредоточенная в неразрезн. пролете	18	4500	0÷82	1.27	7.0
Mattock [227]	1969	31 прямоугольная	сосредоточенная сила+растяжение (сжатие)	12	2200÷8000	0	1.45	14.0
Bennett, Balasooriya [101]	1971	20 преднапряженных прямоугольных	2 силы в пролете	10 и 18	4400÷6460	630÷1900	1.46	18.2
Bennett, Debaikey [102]	1974	22 преднапряженные	сосредоточенная сила в пролете	13	6000÷10500	103÷5600	1.54	10.9
Moody, Viest, Elstner, Hognestad [246]	1954	12 прямоугольных	сосредоточенная сила в пролете	12	880÷4600	0	1.27	13.5
MacGregor [215]	1960	33 преднапряженные	сосредоточенная сила в пролете	12	2400÷7000	0÷470	1.54	22.5
Oleson, Sozen, Siess [262]	1967	27 преднапряженных	сосредоточенная сила в пролете	12	2450÷6700	0÷350	1.59	15.3
Roller, Russel [289]	1990	10 прямоугольных	сосредоточенная сила в пролете	25÷34	10500÷18170	0÷1176	1.19	13.5
Shahawy, Robinson, Batchelor [300]	1993	39 преднапряженных мостовых балок	сосредоточенная сила в пролете	44	6000	165÷1670	1.13	15.8
Yoon, Cook, Mitchell [352]	1996	12 прямоугольных	сосредоточенная сила в пролете	30	5220÷12615	0÷145	1.07	10.3
Итого:		528 балок					1.39	19.7

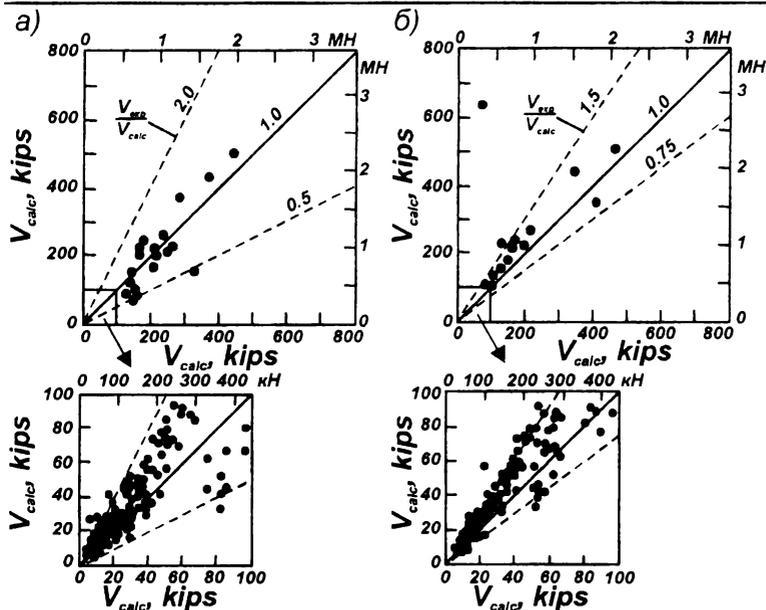


Рис. 4.37.

Сравнение опытных и расчетных предельных поперечных сил для 528 балок из табл. 4.11 (взято из работы [123])

а) по общему методу ACI Code [74];

б) по общему методу расчета MCFT [123, 329].

В опытах, выполняемых со свободно опертыми однопролетными балками, загруженными двумя сосредоточенными силами в пролете, поведение элемента изменяется от сечения к сечению, как по длине пролета среза, так и по высоте отдельно выделенного сечения. В противоположность этому распределение напряжений при испытаниях плоского элемента (панели), подвергнутого действию чистого сдвига или комбинации сдвигающих и осевых усилий, с достаточно большой вероятностью можно считать равномерным.

Однако, по причине того, что на плоских элементах явление среза исследуют независимо от изгиба, в методах CFT [116] и MCFT [123, 329] не учитывается составляющая поперечной силы, воспринимаемая бетоном сжатой зоны V_{cz} (под вершиной трещины). Кроме того, в

Расчет железобетонных конструкций
при действии перерезывающих сил

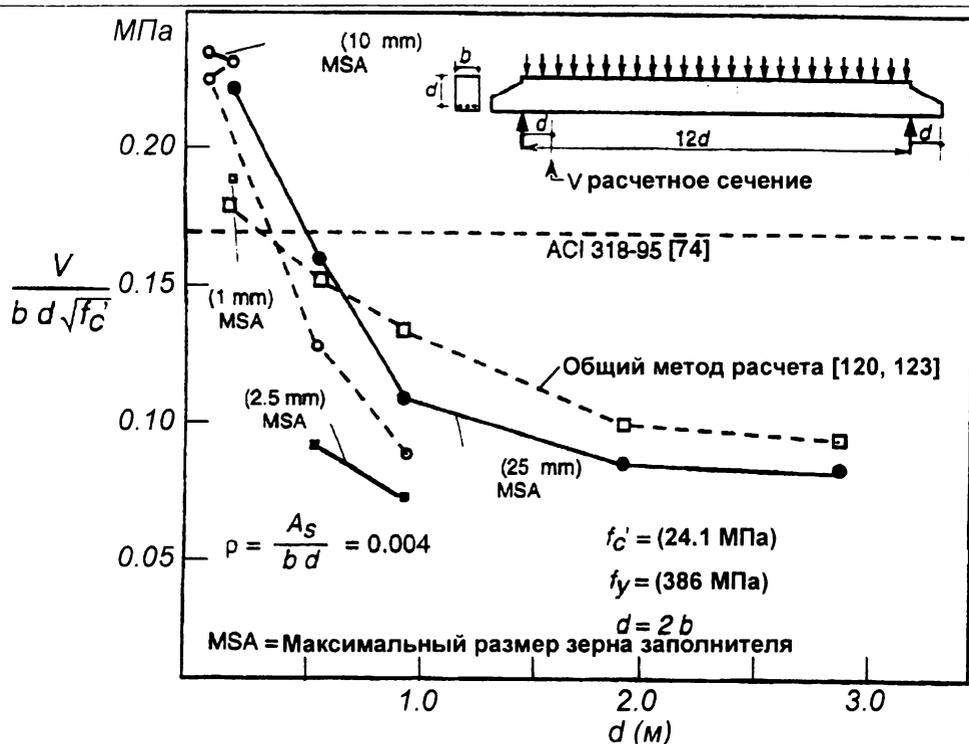


Рис. 4.38.

Влияние геометрических размеров балки на величину предельных касательных напряжений в сечении на расстоянии d от опоры (взято из работы [120, 123])

расчетных формулах методов [123, 126, 260, 329] мы не находим и составляющей поперечной силы V_d , воспринимаемой за счет нагельного эффекта продольной арматуры. Вместе с тем, в расчеты введена составляющая поперечной силы V_{cy} , воспринимаемая за счет зацепления по берегам диагональной трещины. Встает вопрос: каково же соотношение между этими составляющими и как игнорирование некоторых из них сказывается на результатах расчетов?

В 1988 году А.Г. Mphonde [251] испытал 24 балки с целью определения соотношения между перечисленными выше составляющими поперечной силы. Опытные балки, разделенные на три серии, были выполнены из бетона, имевшего прочность при сжатии от 21 до 94 МПа.

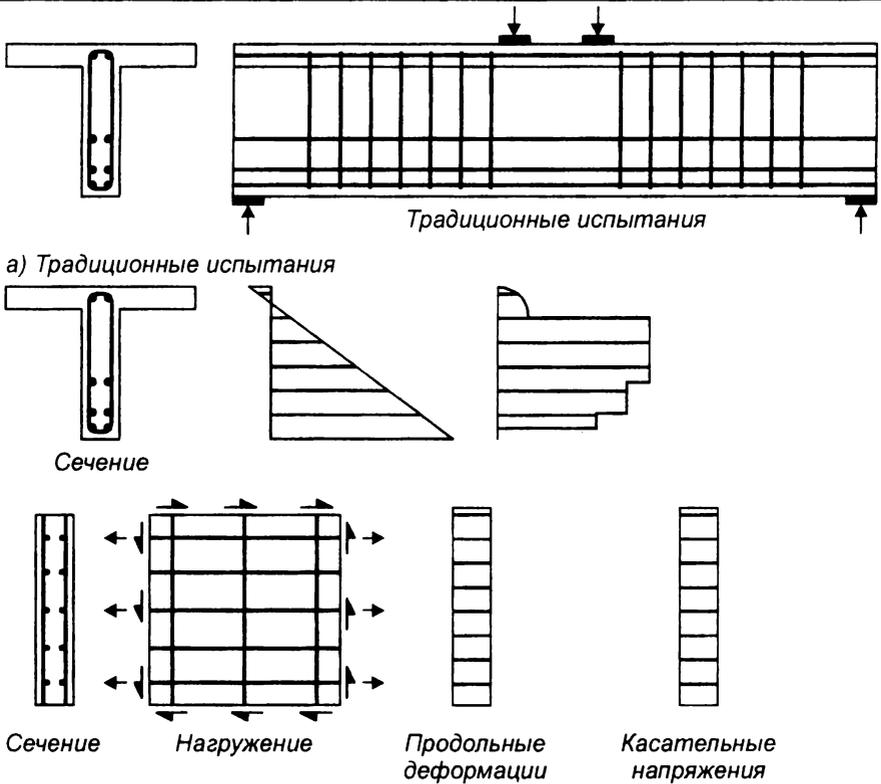


Рис. 4.39.

Сравнение методов исследований прочности при срезе плоско напряженных железобетонных элементов (взято из Collins et al, 1993 [117])

Балки серии А были выполнены без поперечной арматуры, тогда как балки серии В имели поперечную арматуру, коэффициент армирования которой $\left(\frac{A_v \cdot f_{vy}}{b \cdot S}\right)$ изменялся от 345 до 690 кПа. Балки серии С содержали поперечное армирование, аналогичное тому, что было установлено в балках серии В, но отличались тем, что в них до нагружения выполняли две искусственные гладкие диагональные трещины (по одной с каждой стороны пролета). Положение искусственных трещин задавали по результатам испытаний балок серии В. Различие в прочности при срезе балок серии В и С относили за счет действия состав-

ляющей поперечной силы V_{cy} , учитывающей эффект зацепления по берегам трещины.

Составляющую поперечной силы, воспринимаемую поперечной арматурой V_s , определяли по замеренным в опытах деформациям хомутов. В опытах было установлено, что разность в значениях предельных поперечных сил, полученных при испытаниях балок серий А и В, не равнялась составляющей поперечной силы, воспринимаемой арматурой.

Касательные напряжения, воспринимаемые сжатой зоной над вершиной трещины, рассчитывали следующим образом:

$$\tau_{xy} = E_c \int_0^{h_c} \frac{\partial \varepsilon}{\partial M} \frac{\partial M}{\partial x} dy, \quad (4.97)$$

где: $\varepsilon(x, y)$ – продольные деформации, измеренные на расстоянии y от наиболее сжатой грани сечения;

$M(x)$ – момент в сечении x ;

$h_c(x)$ – высота сжатой зоны.

Продольные деформации ε измеряли для каждого положения x в пяти уровнях y по высоте сечения при различных значениях изгибающих моментов M .

Проведенные исследования показали, что:

- а) с повышением прочности бетона (f'_c) деформации сжатой зоны уменьшаются, но возрастает модуль упругости бетона. Это приводит к тому, что составляющая поперечной силы, воспринимаемая бетоном сжатой зоны остается практически неизменной и составляет $V_{cz}/V_c \approx 25\%$, где $V_c = V_{cz} + V_d + V_{cy}$;
- б) составляющая поперечной силы, воспринимаемая за счет зацепления берегов наклонной трещины, более ощутима при использовании бетонов низких классов ($21 < f'_c < 41$ МПа) и составляла

$$V_{cy}/V_c = 53..25\% \text{ при } \frac{A_v \cdot f_{vy}}{b \cdot s} = 0.35 \text{ МПа}$$

$$V_{cy}/V_c = 46..22\% \text{ при } \frac{A_v \cdot f_{vy}}{b \cdot s} = 0.69 \text{ МПа}$$

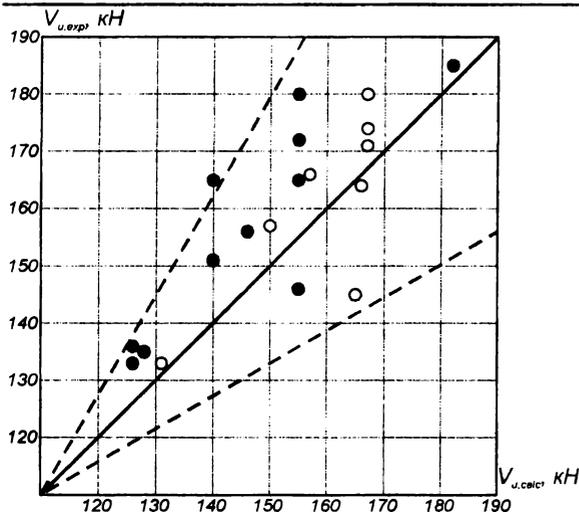


Рис. 4.40.

Сравнение опытных и расчетных предельных поперечных сил для балок из опытов [54]

- – по общему методу [123] без учета нагельного эффекта;
- – то же с учетом нагельного эффекта по методу [131].

Для бетонов классов $f'_c > 62$ МПа ее влияние практически отсутствовало;

- в) нагельный эффект повышается с увеличением прочности бетона при сжатии. Так, при изменении прочности бетона от $f'_c = 21$ МПа до $f'_c = 90$ МПа, доля нагельного эффекта изменялась соответственно $V_d/V_c = 30..75$ %.

Ближкие результаты были получены и в исследованиях [216–218]. На рис. 5.4 представлено соотношение составляющих поперечных сил, приведенные в работах [216–218].

Как видно, для элементов, выполненных из бетонов низких и средних классов, игнорирование нагельного эффекта менее ощутимо, чем для конструкций из высокопрочного бетона. Вместе с тем, величина составляющей поперечной силы, воспринимаемой бетоном над вершиной наклонной трещины, может сказаться на результате расчета независимо от класса бетона по прочности при сжатии.

Таблица 4.12.

Основные конструктивные параметры балок в опытах [35]

№ п/п	Обозначение балки	Размеры сечения, мм				Армирование						Бетон				
		b	h	d	$\frac{C_x}{C_y}$	Продольное			Поперечное			E_c , ГПа	$f'_{c,}$ МПа	a, мм		
						$\frac{\emptyset}{A_{s,l}}$	S_x , мм	$\frac{E_s}{f_{yk}}$	$\frac{\emptyset}{A_{s,l}}$	S_x , мм	$\frac{E_s}{f_{yk}}$					
1	Б-II-1	151	303	260	$\frac{112}{55.0}$	30	20.5 600.0	$\frac{2\emptyset 6}{A600}$ 570	110	75	$\frac{20.5}{598}$	21.3	15.8	20		
2	Б-II-III	150	300		$\frac{110}{55.0}$										110	20.5
3	Б-I-II		298		$\frac{109}{55.0}$											
4	Б-II-II	151	301		$\frac{111}{55.0}$				110			21.0	14.8			
5	Б-II-II-B	303	302		21.3										15.4	
6	Б-II-II-C	302							15.8							
7	Б-II-II-I	150	305	265	$\frac{112}{55.0}$			$\frac{6\emptyset 12 A600}{679}$		$\frac{2\emptyset 8}{A250}$ 101	110	$\frac{21.0}{275}$	21.3		15.4	
8	Б-III-II	149	306	260	$\frac{113}{55.0}$			30	20.5 600.0	$\frac{2\emptyset 6}{A600}$ 57	150	20.5	19.3		13.0	
9	1Б-II-II	150	304		$\frac{112}{55.0}$											110
10	1Б-II-II-Г		300		110					21.3	15.8					
11	1Б-II-II-B	151										15.8				
12	1Б-II-II-C	150	151		150					$\frac{110}{55.0}$	$\frac{20.5}{598}$		110		$\frac{21.0}{275}$	21.3

На рис. 4.40 представлено сравнение предельных поперечных сил для балок прямоугольного сечения 150×300 мм длиной 3200 мм из опытов [54] с расчетными значениями, определенными по общему методу [123] с учетом нагельного эффекта продольного армирования. Основные параметры принятых к анализу балок представлены в табл. 4.12, а результаты расчета параметров напряженно-деформированного состояния в расчетном сечении – в табл. 4.13. При расчетах, выполненных с использованием компьютерной программы, величину нагельного усилия определяли по методике [131], представленной в главе 3.

При анализе сравнительных данных из табл. 4.13 обращает на себя внимание тот факт, что углы наклона критической диагональной сжатой полосы, полученные по расчету, достаточно близко совпадают с опытными данными. При этом, как и в опытах, выполненных Т.Т.С. Hsu [169], при угле наклона, близком к 40° , наблюдали разрушение балок при достижении предела текучести напряжениями в продольной арматуре. Аналогичный результат давал расчет. Вместе с тем, учет нагельного усилия, определенного по методике [173–175], не оказал столь ощутимого влияния на точность результатов расчета. Это связано, очевидно, с тем обстоятельством, что, во-первых, балки были выполнены из бетона, имевшего низкую прочность при сжатии ($f'_c < 16$ Н/мм²), а во-вторых, имели большой коэффициент как продольного, так и поперечного армирования. При этих условиях не наблюдали скольжения (тангенциальных перемещений) вдоль диагональной трещины. Как видно из табл. 4.13, сжимающие напряжения в диагональной полосе в момент, соответствующий наступлению расчетного предельного состояния, были близки к $f_{2,max}$.

Возникает закономерный вопрос: прочему результаты расчетов предельной поперечной силы в соответствии с MCFT [123, 329] так хорошо совпадают с опытными данными, получаемыми при испытаниях традиционных балок, имея при этом более низкий коэффициент вариации по сравнению с другими расчетными методами?

Таблица 4.13.

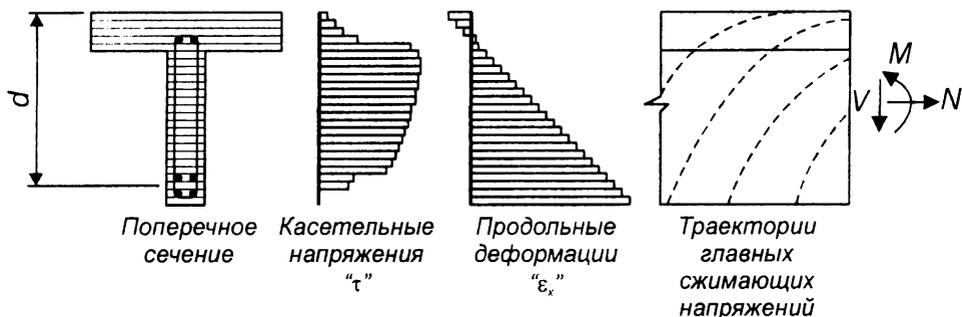
Сравнение результатов расчета и опытных данных для балок из работы [35]

№ п/п	Обозначение балки	Средние относительные деформации $\varepsilon \times 10^5$			Средние напряжения, Н/мм ²			Угол наклона $\theta, ^\circ$	Предельная поперечная сила $V_{Sd,u}$	
		ε_1	ε_2	ε_x	σ_1	σ_2	$f_{2,max}$		Расчет $V_{Sd,u(th)}$	Опыт $V_{Sd,u(exp)}$
1	Б-II-1	+515	-123	+62.4	0.50	-8.1	-9.54	32.7 ^{*)}	156.74	180.0
2	Б-II-III							37.3		
3	Б-I-II	+485	-152	+65	0.66	-9.2	-9.75	32.7	181.74	185.0
4	Б-II-II							35.0		
5	Б-II-II-B	+515	-123	+62.4	0.50	-8.1	-9.54	35.7	156.74	172.0
6	Б-II-II-C							35.0		
7	Б-II-II-I	+240	-55.5	+44.7	+0.776	-6.27	+13.11	32.7	140.34	165.0
8	Б-III-II							29.0		
9	1Б-II-II	+512	-121	+52.0	+0.627	-7.31	-8.27	32.7	129.91	138.0
10	1Б-II-II-Г							32.0		
11	1Б-II-II-B	+512	-121	+52.0	+0.627	-7.31	-8.27	35.6	140.34	165.0
12	1Б-II-II-C							40.0		
								31.45	145.93	155.0
								35.0		
								37.5		
								35.0		
								37.5		
								37.0		
								37.5		
								39.0		
								37.5		
								40.0		

Примечание: *) Над чертой расчетные значения, под чертой – опытные;

ε_x – относительная продольная деформация на уровне половины высоты сечения

а) Точный метод



б) Упрощенный метод

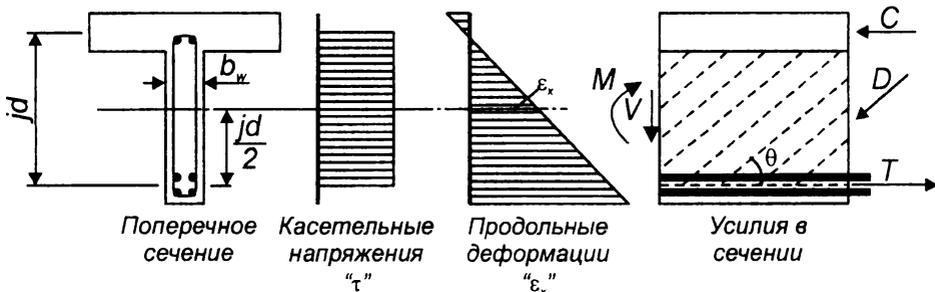


Рис. 4.41.

Распределение касательных напряжений по высоте сечения при расчете «точным» методом (а) и упрощенным (б) (согласно [120])

На рис. 4.41 показано распределение касательных напряжений по высоте поперечного сечения, получаемое при т.н. «точном» или интегральном расчете, и равномерное распределение, используемое в общем методе расчета, внесенном, например, в канадские нормы [128].

В канадских нормах [128] выбор положения продольной деформации ϵ_x , рассчитанной как для растянутой арматуры, но рассматриваемой на уровне середины сечения (см. рис. 4.41б), отражает перераспределение касательных напряжений из наиболее деформированных участков сечения в менее деформированные. Такой подход с одной стороны должен обеспечивать большую безопасность конструкции, так как повышение продольной деформации ϵ_x ведет к уменьше-

нию предельной поперечной силы. С другой стороны, принятое допущение приводит к тому, что менее деформированные в действительности зоны сечения невольно в большей степени участвуют в восприятии поперечной силы.

ДЕФОРМАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТОВ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА СРЕЗ, УЧИТЫВАЮЩИЕ НЕСОВПАДЕНИЕ НАПРАВЛЕНИЙ ГЛАВНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ

Помимо модифицированной теории сжатых полей [123, 329] в последние двадцать лет интенсивно развивались другие, т.н. «точные» теории расчета железобетонных конструкций при срезе, базирующиеся на совместном использовании условий равновесия, уравнений совместности и диаграмм деформирования для материалов в условиях плоского напряженного состояния. При этом во всех моделях учитывается эффект зацепления по берегам трещины.

Основное отличие теорий, разработанных Н. Kupfer, R. Mang, M. Karayesyroglou [203], Н. Kupfer и Н. Bulicek [204], Dei Poli, Gambarova и Karakoç [131, 132], V.H. Reineck [279–284], Т.Т.С. Hsu [167–169, 263, 264] от положений модифицированной теории сжатых полей (MCFT) [329] заключается в том, что они не принимают допущения о совпадении осей главных напряжений и деформаций – одного из базовых положений MCFT.

Следует отметить, что, несмотря на попытки повысить точность расчетных моделей, результаты расчетов, полученных с их использованием не очень существенно отличались от результатов, которые дает модифицированная теория полей сжатия. Как следует из анализа, выполненного в работах [123], это следует связывать с двумя причинами:

1. как было показано ранее (см. рис. 4.3), отклонение от осей главных напряжений и деформаций при испытаниях реальных балочных

элементов находится в пределах $\pm 10^\circ$. Поэтому неточности расчета, вызванные допущением о совпадении осей главных напряжений и деформаций, менее ощутимы, чем, например, от неучтенных сопротивлений срезу сжатой зоны над вершиной наклонной трещины и нагельного эффекта арматуры;

- практически все т.н. «точные» методы принимают допущение о том, что напряжения в поперечной арматуре достигают предела текучести, хотя опытные наблюдения, например [167–169], показывают, что для достижения поперечной арматурой предела текучести должны существовать вполне конкретные условия.

Базируясь на работах [203, 204] F. Watanabe и J.Y. Lee [348] предложили усовершенствованную расчетную модель, использующую итерационные процедуры для определения действительного напряженного состояния поперечной арматуры. При расчете деформации поперечных стержней увеличивают с малым приращением и на каждом этапе определяют сопротивление конструкции срезу.

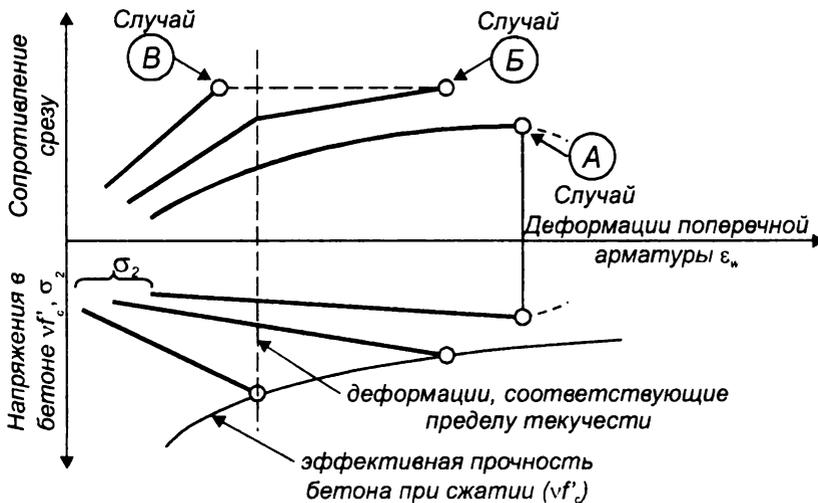


Рис. 4.42.

Схема к определению случаев разрушения железобетонного элемента при срезе согласно [348]

При этом в процессе расчета предложено оценивать три возможных модели (случая) разрушения железобетонного элемента при срезе (рис. 4.42):

Случай А – предельное сопротивление срезу соответствует достижению поперечной арматурой текучести (при значительной ширине раскрытия трещин) без разрушения сжатого бетона диагональной полосы;

Случай Б – после достижения поперечной арматурой текучести сопротивление балок срезу зависит от напряжений, вызванных зацеплением по берегам трещины (ограниченная ширина раскрытия трещин); при этом балки достигают предельного сопротивления сдвигу при разрушении бетона диагональной полосы ($\sigma_2 = R_c'$);

Случай В – после образования диагональных трещин предельное сопротивление срезу происходит при раздавливании бетона сжатой полосы без достижения напряжениями в поперечной арматуре предела текучести.

На рис. 4.43 показана расчетная модель балки (а) и напряженное состояние бетонного элемента на участке между диагональными трещинами (б), рассматриваемое при выводе основных расчетных зависимостей в работе [348].

На рис. 4.43 приняты следующие обозначения:

j_t – расстояние между центрами тяжести сжатого и растянутого поясов;

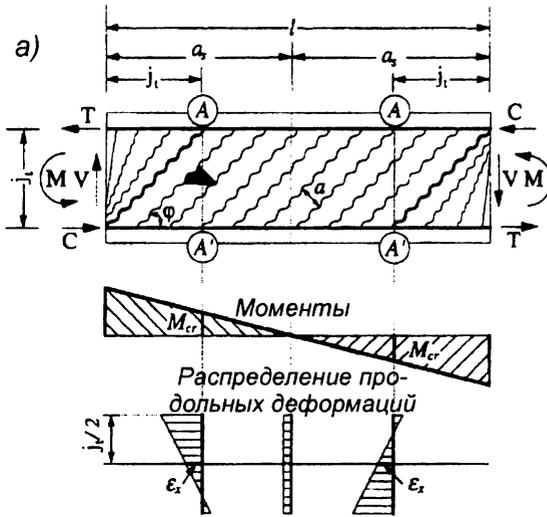
l – длина пролета балки;

a_s – длина пролета среза;

M, V – соответственно изгибающий момент и поперечная сила;

M_{cr} – момент в критическом сечении, для которого анализируется прочность бетона при срезе;

C, T – соответственно сжимающее и растягивающее усилия в поясах;



б)

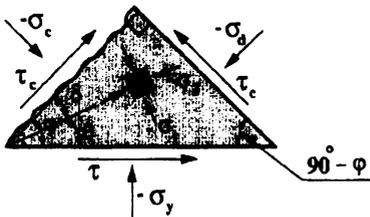


Рис. 4.43.

Расчетная модель (а) и напряженное состояние элемента на участке между диагональными трещинами (б) в сечении А-А', принятые в работе [348] (F. Watanabe, 1999)

- τ – горизонтальные касательные напряжения, вызванные действием поперечной силы, приложенной к балке;
- τ_c – касательные напряжения за счет зацепления по берегам трещины;
- σ_c – нормальные напряжения, действующие на поверхность трещины за счет эффекта дилатансии;
- σ_d – нормальные сжимающие напряжения в бетоне сжатой полосы, совпадающие с направлением диагональной трещины;
- σ_1, σ_2 – главные напряжения в бетонном элементе между диагональными трещинами;

*Расчет железобетонных конструкций
при действии перерезывающих сил*

- σ_y – вертикальные сжимающие напряжения в бетонном элементе;
 φ – угол наклона диагональной сжатой полосы;
 θ – угол наклона главных сжимающих напряжений;
 a – среднее расстояние между диагональными трещинами, измеренное перпендикулярно трещине.

УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ

Из условий равновесия напряжений для бетонного элемента, заключенного между диагональными трещинами (рис. 4.43б), получены формулы для расчета напряжений σ_d и τ .

$$\sigma_d = -\frac{2\tau}{\sin 2\varphi} - 2\tau_c \cot 2\varphi + \sigma_c \quad (4.98)$$

$$\tau = \tau_c + (\sigma_c - \sigma_y) \cot \varphi \quad (4.99)$$

$$\sigma_y = -\rho_{sw} \cdot f_{ws} \quad (4.100)$$

где f_{sw} – напряжения в поперечной арматуре ρ_{sw} на каждом этапе нагружения, определяемые из диаграммы деформирования для арматуры.

Главные напряжения в бетоне между диагональными трещинами σ_1 и σ_2 определяют традиционным способом:

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2} \left\{ \sigma_d + \sigma_c \pm \sqrt{(\sigma_d - \sigma_c)^2 + 4\tau_c^2} \right\} \quad (4.101)$$

Угол наклона φ определяют по формуле:

$$\cot \varphi = -\frac{n}{2} + \sqrt{1 + \left(\frac{n}{2}\right)^2} \quad (4.102)$$

где $n = \sigma_{xt} / \tau_t$ (σ_{xt} , τ_t – нормальные и касательные напряжения, действующие в стенке балки до появления диагональных трещин).

Угол расхождения δ между углом наклона сжатого подкоса φ и углом, определяющим направление осей главных напряжений σ_2 и σ_1 , предложено определять по формуле:

$$\tan 2\delta = \frac{2\tau_c}{-\sigma_d + \sigma_c} \quad (4.103)$$

Тогда угол θ равен

$$\theta = \varphi - \delta \quad (4.104)$$

УРАВНЕНИЯ СОВМЕЩНОСТИ ДЕФОРМАЦИЙ

На рис. 4.44 представлены схемы для определения деформированного состояния бетонного элемента в сечении А–А' (рис. 4.43). На рис. 4.44 приняты следующие обозначения:

ε_x и ε_y – соответственно усредненные деформации элемента с диагональными трещинами по направлению осей x и y ;

ε_{10} и ε_{20} – главные деформации в бетонной полосе между диагональными трещинами.

Для любого рассматриваемого направления средние деформации ε железобетонного элемента с диагональными трещинами складывается из деформаций бетона ε_0 и усредненных деформаций ε_u и ε_v , обусловленных раскрытием трещин w и ее смещением (сдвигом) по плоскости u :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_w + \varepsilon_v \quad (4.105)$$

Тогда:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x0} + \varepsilon_{xw} + \varepsilon_{xv} \quad (4.106)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{y0} + \varepsilon_{yw} + \varepsilon_{yv} \quad (4.107)$$

Деформации бетона на участке между диагональными трещинами определится:

$$\varepsilon_{x0} = \varepsilon_{10} \sin^2 \theta + \varepsilon_{20} \cos^2 \theta \quad (4.108)$$

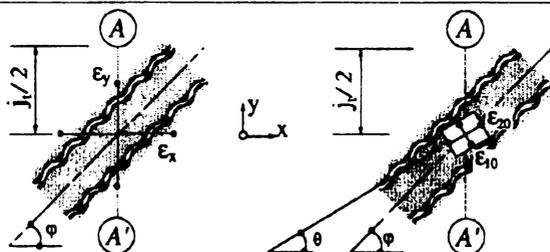


Рис. 4.44.

К расчету деформированного состояния железобетонного элемента с диагональными трещинами в сечении А-А' (рис. 4.43) (из работы F. Watanabe, 1999 [348])

$$\varepsilon_{y0} = \varepsilon_{10} \cos^2 \theta + \varepsilon_{20} \sin^2 \theta \quad (4.109)$$

В свою очередь деформации, вызванные нормальными (w) и тангенциальными (v) перемещениями диагональной трещины:

$$\varepsilon_{xw} = \sin^2 \varphi \frac{w}{a} \quad (4.110)$$

$$\varepsilon_{yw} = \cos^2 \varphi \frac{w}{a} \quad (4.111)$$

$$\varepsilon_{xv} = -\sin \varphi \cdot \cos \varphi \frac{v}{a} \quad (4.112)$$

$$\varepsilon_{yv} = \sin \varphi \cdot \cos \varphi \frac{v}{a} \quad (4.113)$$

Относительные деформации w/a и v/a , развивающиеся в диагональной трещине, составляют:

$$\frac{w}{a} = \varepsilon_x - \varepsilon_y - \varepsilon_{10} - \varepsilon_{20} \quad (4.114)$$

$$\frac{v}{a} = \varepsilon_y \tan \varphi - \varepsilon_x \cot \varphi - \varepsilon_{10} \frac{\sin^2 \varphi - \sin^2 \theta}{\sin \varphi \cdot \cos \varphi} + \varepsilon_{20} \frac{\cos^2 \varphi - \sin^2 \theta}{\sin \varphi \cdot \cos \varphi} \quad (4.115)$$

Для связи главных деформаций ε_{10} и ε_{20} с главными напряжениями σ_1 и σ_2 , действующими в бетоне между диагональными трещинами, использованы зависимости, предложенные в работе [203, 204]:

$$\varepsilon_{10} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{9K_s} + \frac{2\sigma_1 - \sigma_2}{6G_s} \quad (4.116)$$

$$\varepsilon_{20} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{9K_s} + \frac{2\sigma_2 - \sigma_1}{6G_s} \quad (4.117)$$

В формулах (4.116) и (4.117) K_s и G_s – секущие модули соответственно при сжатии и срезе, определяемые для элемента с диагональными трещинами по формулам [202, 203, 205]:

$$K_s = 17000 \left[1 - 1.6 \left(\frac{\tau_0}{\nu \cdot f'_c} \right)^{1.8} \right] \quad (4.118)$$

$$G_s = 13000 \left[1 - 3.5 \left(\frac{\tau_0}{\nu \cdot f'_c} \right)^{2.5} \right] \quad (4.119)$$

где

$$\tau_0 = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} \quad (4.120)$$

Касательные и нормальные напряжения, действующие в сечении, проходящем вдоль трещины, предложено определять, пользуясь зависимостями из работы [204]:

$$\tau_c = 3.83(f'_c)^{1/3} \frac{\nu^2}{w^2 + \nu^2} \quad (4.121)$$

$$\sigma_c = -3.83(f'_c)^{1/3} \left[0.5\pi - \tan^{-1} \left(\frac{w}{\nu} \right) - \frac{\nu^2}{w^2 + \nu^2} \right] \quad (4.122)$$

Предельные напряжения в бетоне диагональной сжатой полосы определяют с учетом эффекта разупрочнения (см. главу 2) $\sigma_{2,max} = \beta f'_c$. При этом, по результатам собственных исследований в работе [204] предложено пользоваться зависимостями

$$\beta \cdot f'_c = \frac{f'_c}{1.0 + \frac{350 W/a}{(f'_c)^{0.1}}} \text{ при } f'_c \leq 70 \text{ МПа} \quad (4.123)$$

и

$$\beta \cdot f'_c = \frac{70}{1.0 + 230(W/a)} + \frac{f'_c - 70}{1.0 + 170(W/a) \sqrt[70]{f'_c}} \text{ при } f'_c > 70 \text{ МПа} \quad (4.124)$$

Предложенные зависимости (4.123) и (4.124) дают хорошие результаты для прочностей бетона от 20 до 40 МПа, что подтверждено исследованиями [203, 204]. Как видно из математической записи зависимостей (4.123) и (4.124), значение $\beta f'_c$, повышается с ростом прочности бетона, но учитывается замедление эффекта после $f'_c = 70$ МПа (рис. 4.45).

Среднее расстояние между диагональными трещинами для балок рекомендовано определять по формуле, представленной в работе [203]:

$$\frac{1}{a} = 5 \frac{\rho_w}{d_s} + \frac{2}{j_l} \quad (4.125)$$

где d_s – диаметр поперечной арматуры.

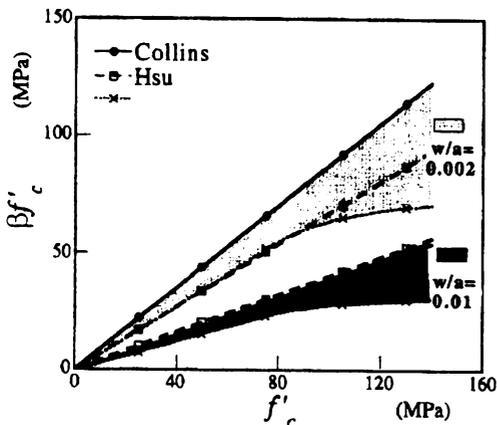


Рис. 4.45.

Зависимость « $\beta f'_c - f'_c$ » для $w/a = 0.02$ и $w/a = 0.01$ согласно [348]

Зависимость « $\sigma_s - \varepsilon_s$ » для поперечной арматуры, показанная на рис. 4.46, учитывает упрощающий эффект окружающего бетона. Напряжения и деформации поперечной арматуры f_{dc} и ε_{dc} в точке диаграммы, соответствующей образованию наклонных трещин, рассчитывают по формулам:

$$f_{dc} = \frac{Q_s}{\rho_w \cdot b \cdot j_t \cdot \cos \varphi} \quad (4.126)$$

$$\varepsilon_{dc} = \frac{f_{dc} \cdot A_{sw}}{E_c \cdot b \cdot S + E_s \cdot A_{sw}} \quad (4.127)$$

где Q_s – поперечная сила, соответствующая образованию диагональной трещины, определяемая согласно [204]

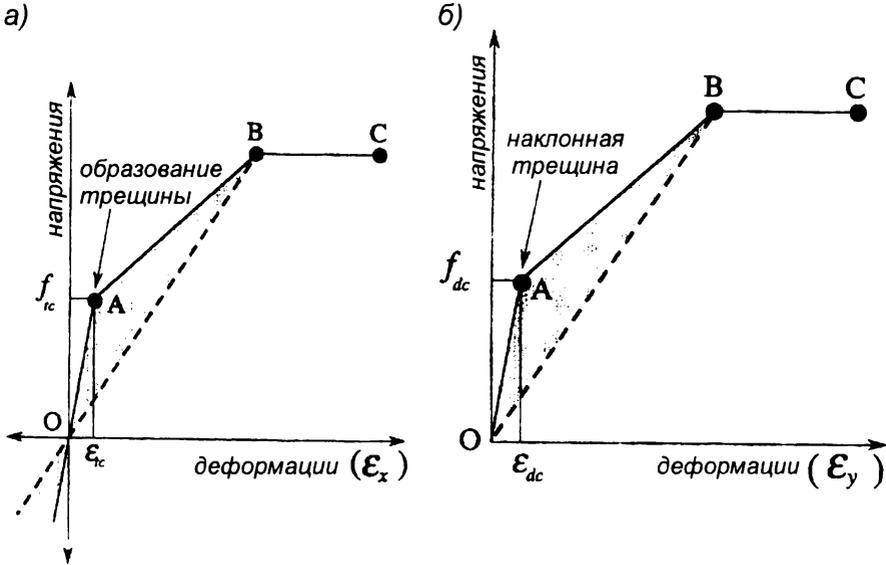


Рис. 4.46.

Диаграммы деформирования для продольной (а) и поперечной (б) арматуры согласно [348]

На рис. 4.46 представлена диаграмма деформирования для растянутой продольной арматуры. С учетом упрочняющего эффекта ок-

*Расчет железобетонных конструкций
при действии перерезывающих сил*

ружающего бетона напряжения и деформации арматуры в параметрической точке диаграммы (A) рассчитывают по формулам:

$$f_{tc} = f'_{cr} \frac{b \cdot 2(D - d_t) - A_{st}}{A_{st}} + f'_{cr} \frac{E_t}{E_c} \quad (4.128)$$

где: $b \cdot 2(D - d_t) - A_{st}$ – площадь бетона в растянутом поясе (рис. 4.47);

- D – общая высота сечения;
- d_t – рабочая высота сечения;
- E_t – модуль упругости продольной растянутой арматуры;
- A_{st} – площадь сечения растянутой продольной арматуры;

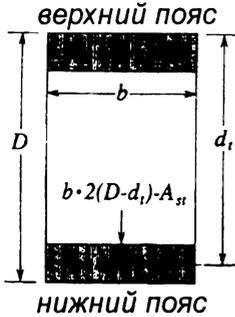


Рис. 4.47.

К расчетной диаграмме для продольной арматуры согласно [348]

$$\varepsilon_{tc} = \frac{f_{tc} \cdot A_{st}}{E_c \cdot b \cdot 2(D - d_t) + E_t \cdot A_t} \quad (4.129)$$

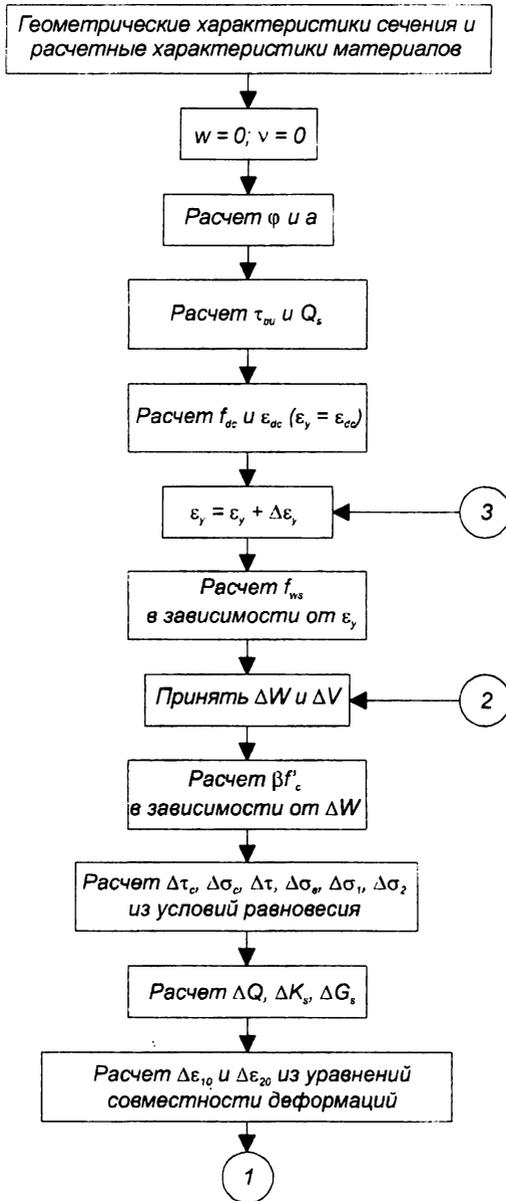
Напряжения в сжатой f_{com} и растянутой f_{ten} продольной арматуре определяют из условий равновесия:

$$f_{com} = \frac{\tau \cdot b \cdot j_k}{2A_{stc}} - \frac{M_{cr}}{j_t \cdot A_{stc}} \quad (4.130)$$

$$f_{ten} = \frac{\tau \cdot b \cdot j_k}{2A_{stt}} - \frac{M_{cr}}{j_t \cdot A_{stt}} \quad (4.131)$$

где A_{stc} и A_{stt} – соответственно площади сжатой и растянутой продольной арматуры.

Деформации в центре высоты сечения определяют как средние:



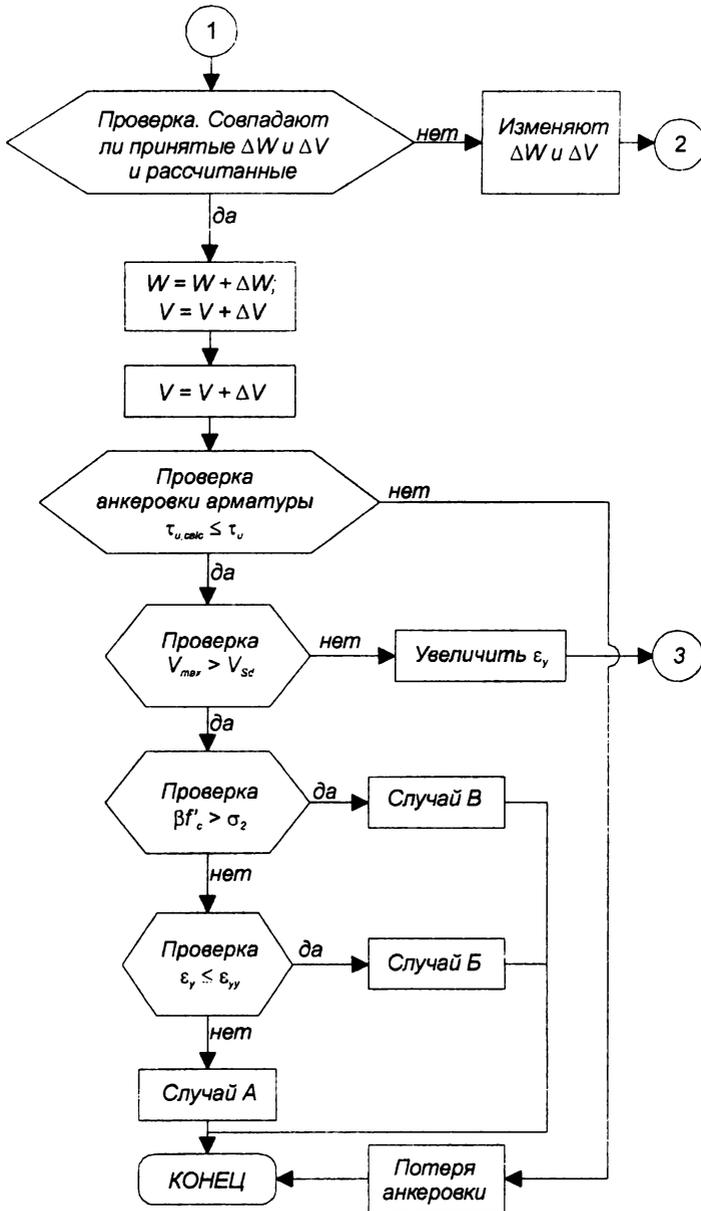


Рис. 4.48.

Блок-схема алгоритма итерационной расчетной модели согласно [348]

$$\varepsilon_x = \frac{\varepsilon_{com} + \varepsilon_{ten}}{2}$$

где ε_{com} и ε_{ten} – соответственно продольные деформации сжатой и растянутой арматуры.

Детальный алгоритм итерационного расчета по приведенным зависимостям представлен в работе [348].

Деформации в поперечных стержнях, начальное значение которых определяют из уравнения (4.127), постепенно увеличивают с приращением $\Delta\varepsilon_y$, пока поперечная сила, воспринимаемая сечением не достигает максимального значения. При этом в процессе расчета, помимо параметров напряженно-деформированного состояния и предельной поперечной силы, устанавливают случай разрушения (см. рис. 4.48).

Необходимо отметить, что в дополнение к сформированным выше случаям разрушения постоянно проверяется возможность разрушения в результате нарушения анкеровки арматурных стержней в соответствии с [74].

Результаты расчетов по предложенному методу сравнивали с опытными данными, полученными при испытаниях 96 балок. Детали проведения исследования балочных элементов представлены в работе [348]. На рис. 4.49 показано сравнение опытных и расчетных предельных поперечных сил. При этом для иллюстрации точности метода показано сравнение с расчетными данными, полученными по японским AIJ Code [87] и американским ACI Code [74] нормам. Как видно из рис. 4.49, предложенный метод дает достаточно высокую степень совпадения с опытными данными при малом коэффициенте вариации, превосходя результаты, получаемые при расчете по MCFT [123, 329].

На рис. 4.50 показана расчетная зависимость « $\frac{f_{ws}}{f_{wy}} - \frac{\rho_w \cdot f_{wy}}{f'_c}$ » для

испытанных балок. Значения, отложенные по вертикальной оси $\left(\frac{f_{ws}}{f_{wy}} \right)$,

Расчет железобетонных конструкций
при действии перерезывающих сил

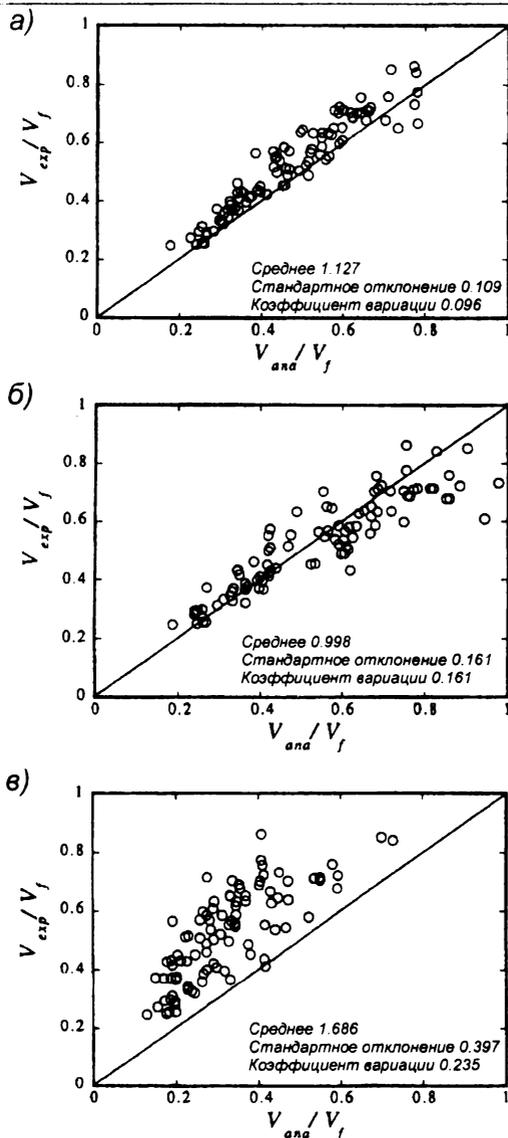


Рис. 4.49.

Сравнение опытных V_{exp} и расчетных V_f предельных поперечных сил согласно [348] (взято из F. Watanabe, 1999)

(а) - предложенный метод [348];

(б) - Японские нормы AIJ Code [87];

(в) - Американские нормы ACI Code [74].

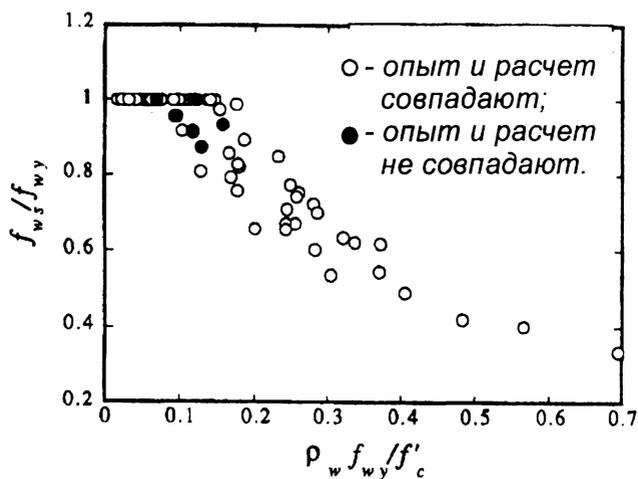
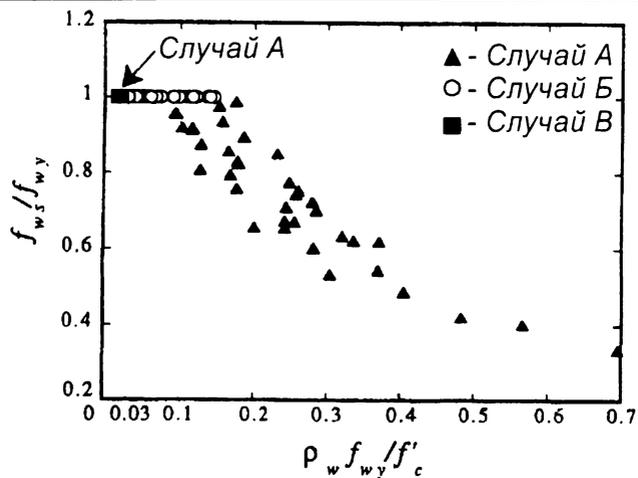


Рис. 4.50.

Диаграмма " $f_{ws}/f_{wy} - \rho_w f_{wy}/f'_c$ ", полученная расчетом (а) и сравнение опытных и расчетных случаев разрушения балок (б)
(взято из F. Watanabe, 1999 [324])

*Расчет железобетонных конструкций
при действии перерезывающих сил*

характеризуют относительные напряжения в поперечной арматуре, соответствовавшие достижению максимальной поперечной силы для анализируемой балки. По горизонтальной оси указан эффективный (нормализованный) коэффициент поперечного армирования. Из рис.

4.50а видно, что для малых значений $\frac{\rho_w \cdot f_{wy}}{f'_c} \leq 0.03$ разрушение проис-

ходит по случаю А. При возрастании количества поперечной арматуры

$\frac{\rho_w \cdot f_{wy}}{f'_c} > 0.03$ разрушение переходит от случая А к случаю Б. В этом

случае прочность при срезе несколько возрастает за счет дополнительных касательных напряжений, вызванных зацеплением по берегам трещины и разрушение сопровождается разрушением бетона диагональной полосы. Как видно из рис. 4.50б, где сравниваются установленные расчетом и опытом случаи разрушения, предложенная модель дает хорошее совпадение, за исключением 8 балок, попадающих в интервал значений

$$0.09 < \frac{\rho_w \cdot f_{wy}}{f'_c} < 0.16.$$

**МЕТОД «ФИКСИРОВАННОГО» УГЛА
Х.В. PANG И Т.Т.С. HSU [264]
РАСЧЕТНЫЕ ПРОЦЕДУРЫ**

Четырнадцать основных уравнений (1.1)..(1.6), (2.14), (2.15), (2.35), (2.36), (2.39)..(2.42), применяемые при расчете по методу «фиксированного» угла и представленные в главе 1, включают 17 переменных. Эти переменные (см. рис. 1.2):

– напряжения $\sigma_l, \sigma_b, \tau_{lb}, \sigma_2^c, \sigma_1^c, \tau_{21}^c, \tau_{21m}^c, f_b, f_t$

– деформации $\varepsilon_t, \varepsilon_b, \gamma_t, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_{21}, \gamma_{210}$, а также коэффициент разупрочнения β .

Если три переменные заданы, то количество уравнений соответствует количеству оставшихся неизвестных.

Расчетные процедуры согласно [264] выполняются в две стадии:

1. В уравнении (2.41) деформации γ_{210} и ε_{10} заменяют неизвестными деформациями γ_{21} и ε_1 . При этом деформацию сдвига γ_{21} рассматривают как функцию от деформации γ_1 и угла отклонения β . Угол отклонения β находят в соответствии с положениями модели переменного (вращающегося) угла [329]. В этом случае имеет место 12 уравнений, содержащих 15 неизвестных ($\sigma_t, \sigma_b, \tau_{lt}, \sigma_2^c, \sigma_1^c, \tau_{21}^c, f_t, f_b, \varepsilon_b, \varepsilon_t, \gamma_t, \varepsilon_2, \gamma_{21}, \xi$). Если три переменные заданы (скажем, приложенным внешним образом к элементу нормальные напряжения σ_t, σ_b и касательные напряжения τ_{lt}), получаем 12 неизвестных и 12 уравнений, используемых в итерационной процедуре. Выбирая серии значений ε_2 , получают кривую, описывающую зависимость « $\tau_{lt} - \varepsilon_2$ ». Затем находят максимум (пиковую точку) τ_{ltm} зависимости « $\tau_{lt} - \varepsilon_2$ » и получают соответствующие значения τ_{21m}^c и γ_{210} , используемые в описании диаграммы деформирования бетона при сдвиге (см. главу 2).
2. Так как τ_{21m}^c и γ_{210} определены, строят зависимость « $\tau - \gamma$ » для железобетонного элемента с диагональными трещинами, пользуясь уравнением (2.42). Опять же, если неизвестные переменные σ_t, σ_b и ε_2 заданы, двенадцать неизвестных переменных ($\tau_{lt}, \sigma_2^c, \sigma_1^c, \tau_{21}^c, f_t, f_b, \varepsilon_b, \varepsilon_t, \gamma_t, \varepsilon_1, \gamma_{21}, \xi$) находят из уравнений (1.1)..(1.6), (2.14), (2.15), (2.35), (2.36), используя итерационную процедуру. Выбирая серии значений ε_2 , рассчитывают зависимость « $\tau_{lt} - \gamma_t$ ».

Одним из наиболее дискуссионных вопросов при построении общей модели расчета железобетонных элементов действия перерезывающих сил является вопрос о природе и величине так называемо-

го «вклада бетона» в общее сопротивление срезу зоны, пронизанной диагональными трещинами. Для ответа на этот вопрос Т.Т.С. Hsu в работах [264, 265] пользуется моделью «фиксированного угла». Из уравнений (1.1) и (1.3) для начала исключаются сжимающие напряжения σ_2^c . Это достигается при умножении уравнения (1.1) на $\sin \alpha_2$, а уравнение (1.3) на $\cos \alpha_2$, и последующем их сложении. После преобразований результирующее уравнение имеет вид:

$$(\tau_n - \tau_{21}^c) = (\sigma_1^c - \sigma_1 + \rho_l \cdot f_l) \tan \alpha_2 \quad (4.132)$$

Затем сжимающие напряжения σ_2^c исключают из уравнений (1.2) и (1.3) при умножении их соответственно на $\cos \alpha_2$ и $\sin \alpha_2$ и последующем сложении, что дает новое уравнение:

$$(\tau_n + \tau_{21}^c) = (\sigma_1^c - \sigma_1 + \rho_l \cdot f_l) \cot \alpha_2 \quad (4.133)$$

Умножая уравнение (4.132) на (4.133), получаем:

$$(\tau_n)^2 - (\tau_{21}^c)^2 = (\sigma_1^c - \sigma_1 + \rho_l \cdot f_l)(\sigma_1^c - \sigma_1 + \rho_l \cdot f_l) \quad (4.134)$$

Для случая, когда элемент находится в условиях чистого сдвига при $\sigma_1 = \sigma_l = 0$ уравнение (4.134) получает вид:

$$\tau_n = \sqrt{(\tau_{21}^c)^2 + (\sigma_1^c)^2 + (\rho_l \cdot f_l + \rho_t \cdot f_t) \sigma_1^c + \rho_l \cdot f_l \cdot \rho_t \cdot f_t} \quad (4.135)$$

Правая часть уравнения (4.135) содержит под знаком корня четыре члена. Последний из них характеризует составляющую поперечной силы, воспринимаемую арматурой, первые два – «вклад бетона», а третий – смешанный член – описывает совместную составляющую («вклад») арматуры и бетона.

Разложив уравнение (4.135) в ряд Тейлора и взяв первых два члена, получаем:

$$\tau_n = \frac{(\tau_{21}^c)^2 + (\sigma_1^c)^2 + (\rho_l \cdot f_l + \rho_t \cdot f_t) \sigma_1^c}{2\sqrt{\rho_l \cdot f_l \cdot \rho_t \cdot f_t}} + \sqrt{\rho_l \cdot f_l \cdot \rho_t \cdot f_t} \quad (4.136)$$

Как видно из полученного уравнения, (4.136) сопротивление срезу представлено двумя составляющими: первая – «вклад бетона V_c », а вторая – «вклад арматуры V_s ».

Для ситуации, когда приложенные внешним образом напряжения τ_{lt} достигают максимального значения τ_{ltm} , средние напряжения в арматуре f'_l и f'_t (см. рис. 1.2а) достигают предела текучести, т.е. $f_l = f'_l = f'_{ly}$ и $f_t = f'_t = f'_{ty}$. При этом касательные напряжения в бетоне также достигают предельных значений τ_{21m}^c и уравнение (4.136) может быть записано в виде:

$$\tau_{ltm} = \frac{(\tau_{21m}^c)^2 + (\sigma_1^c)^2 + (\rho_l \cdot f'_{ly} + \rho_t \cdot f'_{ty})\sigma_1^c}{2\sqrt{\rho_l \cdot f'_{ly} \cdot \rho_t \cdot f'_{ty}}} + \sqrt{\rho_l \cdot f'_{ly} \cdot \rho_t \cdot f'_{ty}} \quad (4.137)$$

Первый член уравнения (4.137) показывает, что в анализируемой ситуации «вклад бетона V_c » определяется величиной касательных напряжений τ_{21m}^c и главных растягивающих напряжений σ_1^c , действующих в бетоне с диагональными трещинами.

Если рассмотреть сопротивление срезу железобетонного элемента, анализируя напряженное состояние в сечении, проходящем по диагональной трещине (рис. 1.2б), следует принять, что локальные напряжения в арматуре достигают предела текучести $f_l = f''_l = f''_{ly}$ и $f_t = f''_t = f''_{ty}$. В рассмотренном случае f''_{ly} и f''_{ty} – локальные напряжения, соответствующие пределу текучести для продольной и поперечной арматуры в местах пересечения трещиной, определяемые по формуле, приведенной в работе [264]:

$$f''_y = f_y \left[1 - \frac{2 - \alpha_2 / 45^\circ}{1000 \rho} \right] \quad (4.138)$$

где ρ – коэффициент армирования по соответствующему направлению.

Когда локальные напряжения достигают предела текучести f''_y , соответствующие локальные растягивающие напряжения в сечении с трещиной становятся равными нулю $\sigma'_i = 0$ и уравнение (4.137) принимает вид:

$$\tau_{lrm} = \frac{(\tau_{21m}^c)^2}{2\sqrt{\rho_l \cdot f''_{ly} \cdot \rho_t \cdot f''_{ty}}} + \sqrt{\rho_l \cdot f''_{ly} \cdot \rho_t \cdot f''_{ty}} \quad (4.139)$$

В данном случае «вклад бетона» представлен только касательными напряжениями в бетоне τ_{21m}^c , которые воспринимает железобетонный элемент с трещинами.

Далее, если принять направление образующихся трещин в системе координат « $d - r$ », т.е. с учетом фактического поворота, касательные напряжения в бетоне следует считать равными нулю $\tau_{21}^c = \tau_{dr}^c = 0$. Тогда уравнение (4.139) получает вид:

$$\tau_{lrm} = \sqrt{\rho_l \cdot f''_{ly} \cdot \rho_t \cdot f''_{ty}} \quad (4.140)$$

Как видим, уравнение (4.140) не учитывает «вклад бетона» и идентично уравнению, получаемому из условий равновесия в пластической теории [256, 257], когда эффект от сопротивления бетона игнорируется.

В работе [264] приводится сравнение максимальных значений касательных напряжений τ_{lrm} , рассчитанных по формулам (4.139) и (4.140), с опытными данными, полученными при испытаниях панелей серий А и В (см. табл. 2.12 главы 2).

На рис. 4.51а показаны опытные значения максимальных касательных напряжений τ_{lrm} в зависимости от «вклада арматуры», рассчитанного по формуле (4.137). Средние значения напряжений f'_{ly} и f'_{ty} определяли из опытов по замеренным деформациям. Линия, проведенная под углом 45° на рис. 4.51а, соответствует равенству

$$\tau_{lrm} = \sqrt{\rho_l \cdot f'_{ly} \cdot \rho_t \cdot f'_{ty}}.$$

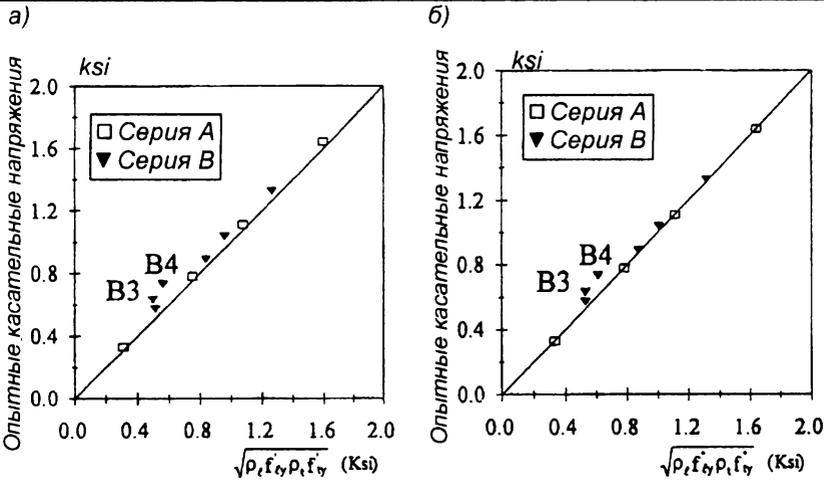


Рис. 4.51.

К оценке составляющей поперечной силы V_c , воспринимаемой бетоном согласно [264]

- а) – в сечении между диагональными трещинами;
- б) в сечении, проходящем через трещину.

Вертикальные отклонения опытных точек от базовой линии представляют собой «вклад бетона» в сопротивление срезу железобетонного элемента. Можно видеть, что для панелей А1–А4 (см. табл. 2.13), в которых было установлено одинаковое количество арматуры в продольном и поперечном направлениях, отклонение опытных данных от базовой прямой очень незначительно. Малые вертикальные отклонения соответствуют составляющей поперечной силы V_c за счет растягивающих напряжений в бетоне σ_1^c . В противоположность этому, значительные отклонения имеют место для панелей В1–В6 (см. табл. 2.13) с неодинаковым армированием в продольном и поперечном направлениях. В данном случае составляющая поперечной силы, воспринимаемая бетоном V_c определяется совместным действием касательных τ_{21}^c и растягивающих σ_1^c напряжений в бетоне. Для панелей В3 и В4 эти отклонения составили 27 % и 32 % соответственно. В этих панелях соотношение поперечной и продольной арматуры составило 1/3 и 1/5 соответственно.

На рис. 4.516 показана зависимость максимальных опытных напряжений τ_{lim} от «вклада арматуры», определенного по формуле (4.140) для сечения, проходящего вдоль диагональной трещины. Локальные напряжения в арматуре f''_{ly} и f''_{ty} являются опытными значениями, установленными из условия равновесия:

$$\rho_l \cdot f''_{ly} + \rho_t \cdot f''_{ty} = 2\tau_{lim} \quad (4.141)$$

Следует подчеркнуть, что в уравнении (4.141) отсутствует составляющая, описываемая растягивающими напряжениями в бетоне σ_r^c , так как растягивающие напряжения в сечении с трещиной равны нулю. Для панелей с равным армированием в продольном и поперечном направлениях напряжения f''_{ly} и f''_{ty} определяли непосредственно из уравнения (4.141), а для панелей с разным количеством армирования в ортогональных направлениях – используя двухшаговую процедуру, описанную в главе 2.

Как видно из рис. 4.51, результаты испытаний для панелей А1–А4 точно ложатся на базовую линия. Это связано с тем, что при симметричном армировании после достижения арматурой текучести не возникает составляющей, воспринимаемой бетоном V_c . В то же время, для панелей В1–В6 наблюдаются значительные вертикальные отклонения, представляющие собой составляющую V_c , обусловленную действием касательных напряжений τ_{21}^c . Эти отклонения составили для панелей В3 и В4 (см. табл. 2.13) соответственно 20 и 24 %.

Комментируя положения модифицированной теории полей сжатия (MCFT) [329] с позиций представленной модели «фиксированного» угла Т.Т.С.Hsu в работе [264] выделяет два, на его взгляд ошибочных допущения, принятых в MCFT. Во-первых, это относится к использованию модели вращающегося угла, в которой ориентация бетонной полосы, заключенной между диагональными трещинами, описывается системой координат « $d - n$ ». Однако, как утверждает Т.Т.С.Hsu [264], в систему координат « $d - n$ » авторы MCFT помещают касательные на-

пряжения (ν_{ci} согласно [123]) с целью определения так называемых «растягивающих напряжений бетона, передаваемых потери трещины». Такой подход противоречит модели «фиксированного» угла, т.к. при замене системы координат «2 – 1» (рис. 1.1) на основную систему «d – n» касательные напряжения τ_{21}^c должны исключаться. В противном случае это нарушает базовые принципы механики. Во-вторых, использование в расчетах согласно положений модифицированной теории полей сжатия при подсчете средних напряжений в арматуре диаграмм деформирования, не учитывающих упрочняющего эффекта окружающего бетона. Такой подход ведет к переоценке прочности железобетонного элемента при срезе. Если со вторым замечанием можно согласиться, то первое требует дополнительного комментария. Для начала следует отметить, что авторы модифицированной теории полей сжатия [329] и модели «фиксированного» угла вкладывают разные понятия в термин «касательные напряжения, воспринимаемые бетоном». Так, согласно подходам Т.Т.С.Hsu [264], эти касательные напряжения, которые главным образом отвечают за «вклад бетона» в сопротивление срезу железобетонного элемента с диагональными трещинами и представляют некоторую интегральную оценку эффектов зацепления по берегам трещин, нагельного эффекта арматуры, сопротивления бетона на участках между диагональными трещинами. В теории MCFT [123, 329] касательные напряжения, действующие в сечении с диагональной трещиной, описывают только эффекты зацепления по ее берегам (эффект передачи среза сечением с трещиной) и ограничивают величину средних растягивающих напряжений (см. табл. 2.11) после достижения арматурой предела текучести.

Принятый в модифицированной теории полей сжатия [123, 329] подход, при котором «вклад бетона» в общее сопротивление срезу связывают с величиной средних растягивающих напряжений, выглядит более оправданным по следующей причине. Как было показано ранее

(см. главу 1), в процессе нагружения угол наклона диагональных трещин не остается постоянным. На рис. 1.2 представлено изменение направления трещин при увеличении нагрузки для панелей, взятых из опытов [195]. Панели, имевшие только продольное армирование, подвергали нагружению сдвигающими и нормальными растягивающими усилиями, при этом нормальные усилия были приложены по направлению продольной арматуры. Начальные трещины образовывались по направлениям, нормальным к главным растягивающим напряжениям, действующим в бетоне без трещин (рис. 1.2а). При повышении нагрузки новые трещины изменяли свое направление, а раскрытие начальных трещин уменьшалось. В предельном состоянии начальные трещины полностью закрывались, а разрушение происходило при неконтролируемом раскрытии новых трещин. В процессе нагружения направление главных растягивающих деформаций изменялось от 30° до 74° . Метод, основанный на модели «фиксированного» угла, не учитывает изменения направления главных растягивающих деформаций, а следовательно и изменения их величины. Такой подход недооценивает роли растягивающих напряжений в качестве составляющей сопротивления срезу. С другой стороны, использование диаграммы деформирования « $\tau - \gamma$ » в предложенном виде, нуждается в дополнительной корректировке, т.к. дает хорошие результаты только для элементов с одинаковым либо не существенно отличающимся армированием в ортогональных направлениях. Так, для элементов без поперечного армирования (для описанных выше панелей) в работе [195] получено существенное расхождение опытных и расчетных данных (см. табл. 4.14), определенных с использованием метода «фиксированного» угла.

При этом, как видно из табл. 4.14, модель «фиксированного» угла для элементов без поперечного армирования дает значительное завышение предельных касательных напряжений. Это связано с тем, что при формальном использовании модели для расчета элементов

без поперечного армирования базовая диаграмма деформирования « τ – γ », полученная по данным опытов в [264], оказывается неприменимой без соответствующей корректировки.

Таблица 4.14.

Сравнение опытных и расчетных предельных касательных напряжений для железобетонных панелей из работы [195]

Панели согласно [104]	Отношение f_x/v	Опытное значение, МПа	Расчетные значения, МПа		
			Модель FCMT [329] «вращающегося угла»		Модель «фиксированного» угла Т.С.Hsu [265]
			без учета нагельного эффекта	С учетом нагельного эффекта	
PB29	2.02	1.49	1.34	1.78	3.47
PB30	2.96	1.48	1.22	1.60	2.78
PB31	5.78	1.15	1.02	1.22	1.64

5

СРАВНЕНИЕ НОРМ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

**АМЕРИКАНСКИЕ НОРМЫ ACI CODE 318-95
(AMERICAN CONCRETE INSTITUTE
BUILDING CODE, 1995) [74]**

**Параметры, учитываемые
при расчете прочности на срез**

Балки без поперечного армирования

Принята предпосылка о том, что балки без поперечного армирования разрушаются в момент образования наклонных трещин, либо вскоре после этого. Предельное усилие, воспринимаемое балкой без поперечного армирования согласно ACI Code [74], зависит от пяти главных переменных параметров. Некоторые из них включены в расчетные формулы, а другие – нет. К этим параметрам относят:

1. Прочность бетона при растяжении

Напряженное состояние стенки балки характеризуется действием главных растягивающих и главных сжимающих напряжений.

2. Коэффициент продольного армирования

На рис. 5.1 показана зависимость предельных касательных напряжений от коэффициента продольного армирования $\left(\rho_l = \frac{A_s}{b_w \cdot d}\right)$, полученная в работе [218] для свободно опертой однопролетной балки без поперечной арматуры.

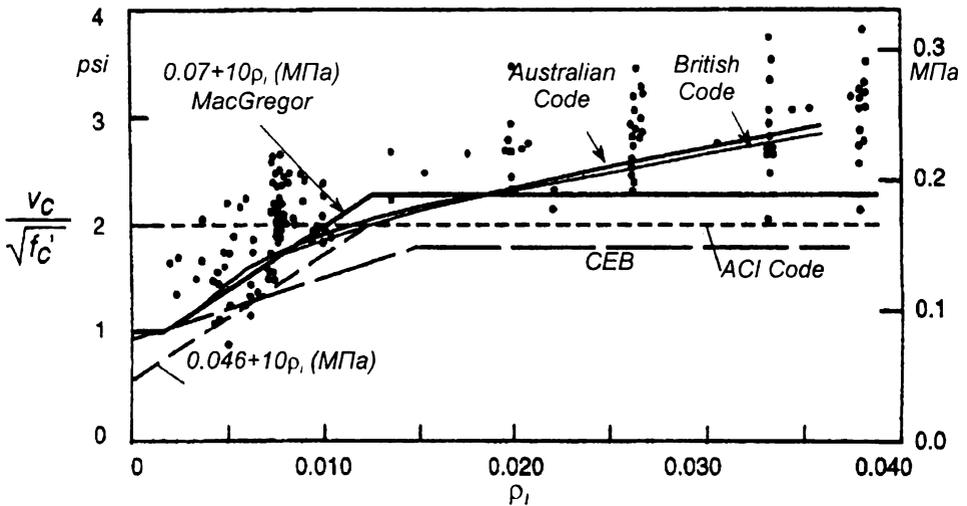


Рис. 5.1.

Зависимость предельных касательных напряжений от коэффициента продольного армирования для свободно опертых балок ($a/d > 2.5$) без поперечных стержней (взято из работы MacGregor и Gergely, 1977 [218])

3. Пролет среза a/d (или отношение $M/V \cdot d$)

Влияние пролета среза на величину предельных касательных напряжений показано на рис. 5.2.

4. Размеры балки (масштабный фактор)

На рис. 4.38 представлена известная зависимость, показывающая влияние масштабного фактора, полученная в работе [123]. Как

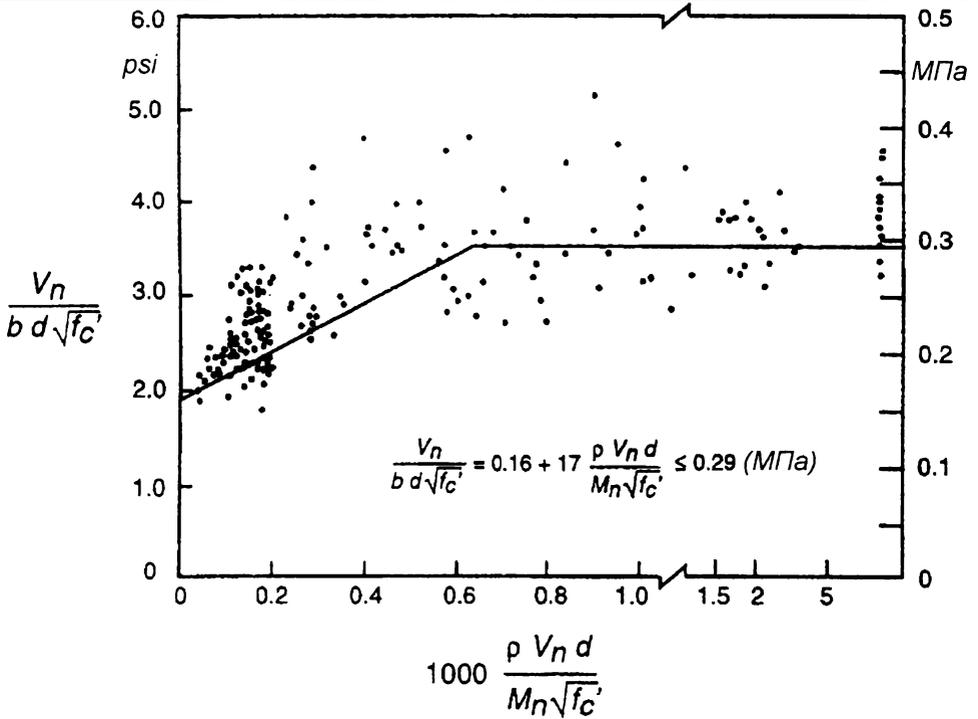


Рис. 5.2.

Зависимость предельных касательных напряжений от пролета среза согласно ACI-ASCE 326 [76]

видно, для больших балок положения ACI Code [74] дают завышенные значения предельных касательных напряжений.

5. Осевые усилия

Осевые растягивающие усилия снижают нагрузку, при которой образуются диагональные трещины, в то время как сжимающие – повышают их. На рис. 5.3 показано влияние продольных сил на предельные касательные напряжения.

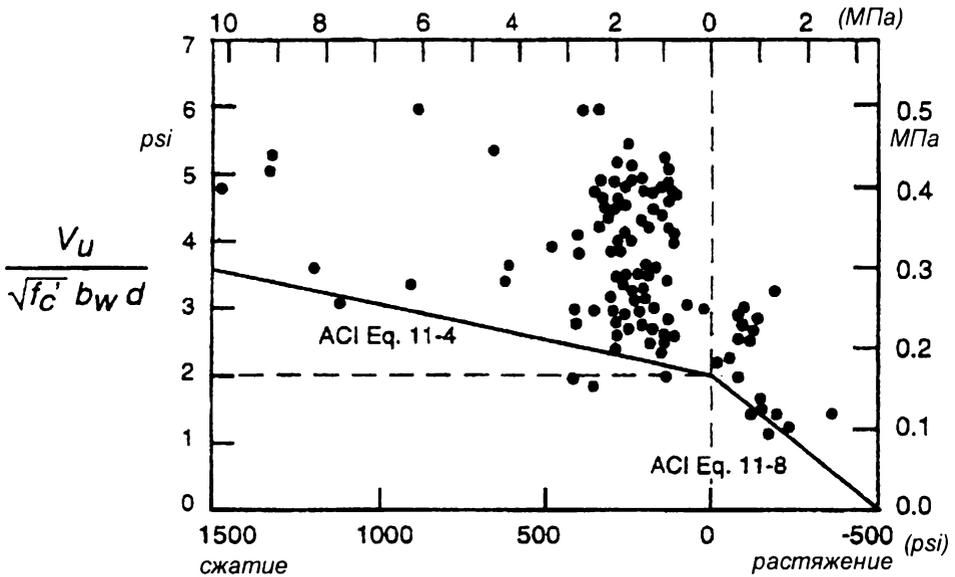


Рис. 5.3.

Влияние осевых усилий на величину касательных напряжений, при которых образуются диагональные трещины (взято из работ MacGregor, 1992 [217])

Балки с поперечным армированием

6. Коэффициент поперечного армирования и расчетное сопротивление поперечной арматуры (предельное усилие, воспринимаемое арматурой).

7. Раздавливание бетона сжатой диагональной полосы

Для предотвращения этого явления нормы ограничивают предельные касательные напряжения до уровня $0.2f'_c$ в балках с вертикальными поперечными стержнями или $0.25f'_c$ в балках, имеющих отгибы под углом 45° . Нормы ACI Code [74] обеспечивают безопасный уровень касательных напряжений, при которых не происходит раздавливание бетона сжатой полосы, исходя из условия:

$$V_{\max} = 0.7 \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad (5.1)$$

8. Разрушение растянутого пояса

В соответствии с моделью ферменной аналогии растягивающее усилие в продольной арматуре в заданной точке пролета среза является функцией момента, приложенного на расстоянии, примерно равном d , от сечения, в котором действует максимальный момент. По этой причине ACI Code [74] требует, чтобы продольная арматура была заведена не менее, чем на расстоянии d за сечение, где она требуется по расчету для восприятия максимального изгибающего момента.

9. Разрушение от потери анкеровки поперечной арматуры

В общем случае вершина наклонной трещины достаточно близко подходит к сжатой зоне балки. В предельном состоянии напряжения в поперечной арматуре приближаются или достигают предела текучести f_y в каждой точке, где наклонная трещина пересекает поперечные стержни. Поэтому участок стержня, располагаемый в бетоне выше наклонной трещины, должен иметь достаточную анкеровку. ACI Code [74] регулирует обеспечение требуемой анкеровки поперечной арматуры специальными конструктивными требованиями (устройство петель и крюков).

Механизм сопротивления действию поперечной силы

Согласно положений [74] поперечную силу, воспринимаемую бетоном V_c , рассматривают как сумму составляющих:

- V_{cz} – составляющая поперечной силы, воспринимаемая бетоном сжатой зоны над вершиной наклонной трещины;
- V_{cy} – составляющая поперечной силы, воспринимаемая за счет зацепления по берегам наклонной трещины;
- V_d – составляющая поперечной силы, воспринимаемая за счет нагельного эффекта арматуры, пересекающей диагональную трещину.

Примерное соотношение перечисленных составляющих предельной поперечной силы, воспринимаемой балкой, установленное исследованиями MacGregora, 1992 [217], показано на рис. 5.4.

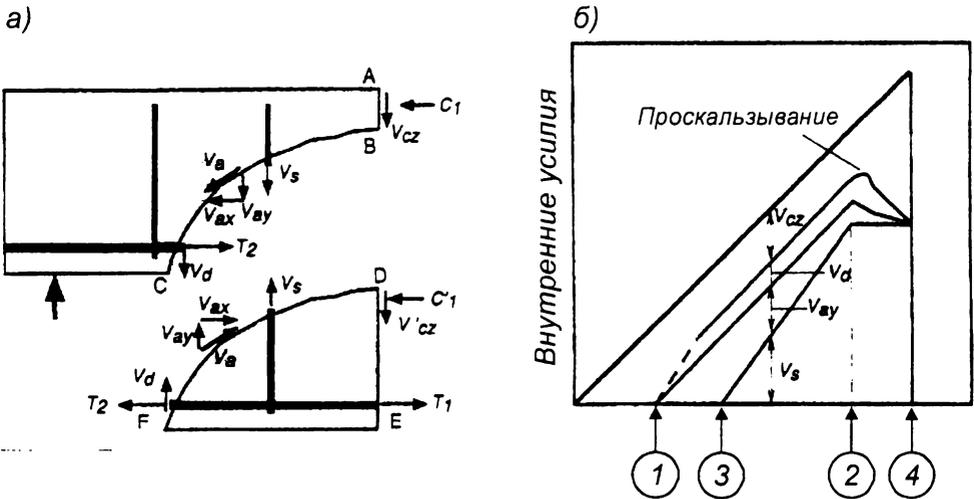


Рис. 5.4.

Схема внутренних усилий в наклонном сечении балки (а) и соотношение составляющих поперечной силы (б) (взято из работы MacGregor, 1992 [217])

- 1 – появление нормальных (изгибаемых) трещин;
- 2 – появление наклонных (диагональных) трещин;
- 3 – ползучесть поперечной арматуры;
- 4 – предельное состояние (разрушение).

Уравнения ACI Code для расчета балок

Базовое уравнение для проверки прочности балок при действии перерезывающих сил имеет вид:

$$V_{Sd} \leq \phi \cdot V_n \quad (5.2)$$

где: V_{Sd} – поперечная сила от действия расчетной нагрузки;

ϕ – коэффициент безопасности, принимаемый равным 0.85;

V_n – номинальное сопротивление срезу, определяемое по формуле:

$$V_n = V_c + V_s \quad (5.3)$$

здесь: V_c – составляющая поперечной силы, воспринимаемая бетоном;

V_s – составляющая поперечной силы, воспринимаемая арматурой.

Составляющие поперечной силы в формуле (5.3) определяют при постоянном угле наклона сжатых подкосов 45° . Количество поперечных стержней, располагаемых с шагом s , пересекающих наклонную трещину, принято равным d/s . Принимая условие, согласно которому все поперечные стержни в предельном состоянии достигают предела текучести, составляющую, воспринимаемую поперечной арматурой рассчитывают по формуле:

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_y}{s} d \quad (5.4)$$

где A_v – площадь сечения поперечной арматуры.

Следует отметить, что опытные значения напряжений в поперечной арматуре практически всегда значительно меньше, чем это определяется моделью ферменной аналогии при постоянном угле наклона сжатого подкоса $\theta = 45^\circ$. Это ведет к тому, что в соответствии с принятой моделью расчетная прочность балок при срезе недооценивается, т.е. является заниженной (см. рис. 5.5).

В соответствии с ACI Code [74] составляющую поперечной силы V_c , воспринимаемую бетоном принимают равной предельной поперечной силе для балки без поперечного армирования и рассчитывают по формуле:

$$V_c = \left(0.16 \sqrt{f'_c} + 17 \frac{\rho_l \cdot V_{sd} \cdot d}{M_{sd}} \right) b_w \cdot d \leq 0.29 \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad (5.5)$$

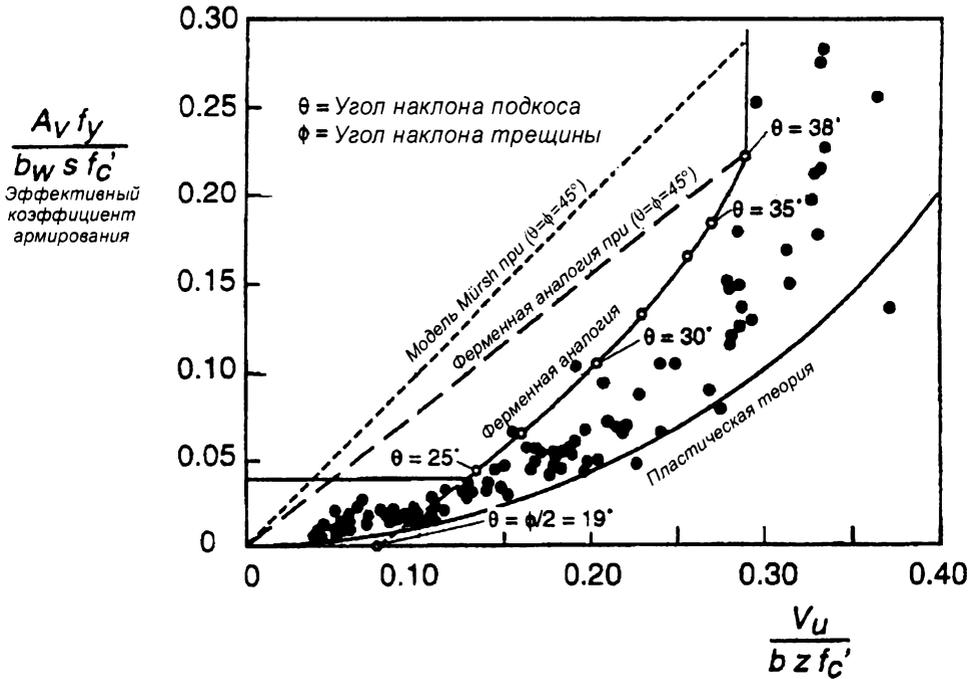


Рис. 5.5.

Сопоставление требуемого количества поперечной арматуры в зависимости от величины приложенных касательных напряжений (взято из работы Schlaich, 1987 [296])

- где: f_c' – прочность бетона (расчетное сопротивление) при сжатии;
 ρ – коэффициент продольного армирования;
 b_w – ширина стенки балки;
 M_{Sd}, V_{Sd} – расчетный момент и расчетная поперечная сила.

Это уравнение было предложено ACI-ASCE Committee 326 в 1962 году и используется до настоящего времени. Формула (5.5), определяющая нагрузку трещинообразования, имеет эмпирическую природу и базируется на данных экспериментальных исследований. Как следует из [85, 136, 137], она дает удовлетворительные результаты при использовании модели ферменной аналогии с постоянным углом наклона сжатого подкоса $\theta = 45^\circ$. Вместе с тем, необходимо отметить, что механизм разрушения балок без поперечного армирования полно-

стью отличается от балок, имеющих поперечную арматуру. Несмотря на это, АСI использует формулу (5.5) для расчета двух этих типов балок. Использование принципа аддитивности составляющих поперечных сил для расчета балок с поперечным армированием не является корректным, т.к. не учитывает комплексного взаимодействия бетона и арматуры [85].

Примечание:

Несмотря на то, что авторы во «Введении» обещали не рассматривать положений СНиП 2.03.01–84*, при анализе формул, приведенных из АСI Code [74], невольно напрашиваются определенные аналогии. Как и в рассматриваемых нормах АСI Code [74] в качестве внутренних предельных сил для элементов с поперечной арматурой в расчет вводят усилия в поперечной арматуре Q_{sw} и усилия в бетоне Q_b (обозначения согласно СНиП 2.03.01–84*).

Следует заметить, что и в нормативной и учебной литературе усилие Q_b называют составляющей **поперечной силы, воспринимаемой бетоном над вершиной наклонной трещины**. Сама по себе такая запись методически сомнительна (как быть, например, с балками, имеющими двузначную эпюру изгибающих моментов или подвергнутых действию значительных по величине осевых растягивающих усилий?).

Рассмотрим, каким образом получена формула для расчета усилия Q_b . Воспользуемся для этого комментарием к СНиП II–21–75 [61]. Согласно [61] усилие в бетоне Q_b определяют по эмпирической формуле М.С. Боришанского [7, 8], которая первоначально с учетом незначительных корректировок имела вид:

$$Q_b = \frac{0.15R_u \cdot b \cdot h_0^2}{c} \quad (П.1)$$

Здесь следует обратить внимание читателя на то обстоятельство, что формула (П.1) была получена М.С. Боришанским [8] на **балках без поперечной арматуры** (сравни с подходом, принятым в АСI Code [74]). Поэтому, совершенно справедливо отмечено в [61], что величина Q_b выражает предельную поперечную силу, воспринимаемую наклонным сечением в балках без хомутов и **«по существу включает в себя составляющую поперечной силы, воспринимаемую бетоном над вершиной наклонной трещины, нагельное усилие в продольной арматуре и поперечную составляющую сил зацепления в наклонной трещине»**. Авторы [61] утверждают, что известным приближением эта зависимость может быть перенесена на балки с поперечным армированием. Однако последующие исследования показали, что формула (П.1) дает значительное завышение расчетных предельных поперечных сил против фактических. По результатам исследований [14, 37, 38] проф. А.С. Залесов совместно с О.Ф. Ильиным предложили использовать зависимость

$$\frac{Q \cdot a}{b \cdot h_0^2} = k \sqrt{R} \quad (П.2)$$

где R – прочность бетона при сжатии.

Если формулу (П.2) записать в виде

Сопоставление результатов расчетов по формуле (5.5) с экспериментальными данными показано на рис. 5.2. Нормы ACI Code [74] допускают использование упрощенной формулы для определения V_c в виде:

$$V_c = \frac{1}{6} \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad (5.6)$$

Сопоставление результатов расчета по формуле (5.6) с опытными данными показано на рис. 5.1.

Высокие балки

Для расчета высоких балок при $a/d \leq 2$, ACI Code [74] учитывает повышение прочности при срезе и использует следующие уравнения:

$$V_c = \left(3.5 - 2.5 \frac{M_{Sd}}{V_{Sd} \cdot d} \right) \left(0.16 \sqrt{f'_c} + 17 \rho_w \frac{V_{Sd} \cdot d}{M_{Sd}} \right) b_w \cdot d \leq 0.5 \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad (5.7)$$

$$\text{при } 3.5 - 2.5 \frac{M_{Sd}}{V_{Sd} \cdot d} \leq 2.5$$

$$\frac{Q}{b \cdot h_o} \left(\frac{a}{h} \right) = k \sqrt{R},$$

несложно заметить, что по своему содержанию она соответствует зависимостям, используемым в ACI Code [74]. Далее авторы [61] вводят допущение о том, что полученная функциональная зависимость близка к известной зависимости, описывающей прочность бетона при растяжении $k\sqrt{R^2}$ и предлагают запись следующего вида:

$$\frac{Q \cdot a}{b \cdot h_o^2} = k R_{br} \quad (П.3)$$

Вместе с тем, авторы [61] отмечают, что расчетная зависимость могла быть построена и через прочность бетона при сжатии в виде функций от $\sqrt[3]{R_{np}^2}$ или $\sqrt{R_{np}}$ (как это принято не только в ACI Code, но и в большинстве национальных нормативных документов). Однако использование прочности при растяжении физически более ясно отражает существо явления. Необходимо отметить, что данное утверждение не является безальтернативным, когда речь идет об оценке прочности бетона при срезе (см. новые работы проф. Л.К. Лукши [55], Rebeitz K.S. [280]).

В уравнении (5.7) момент M_{Sd} и поперечную силу V_{Sd} рассчитывают на расстоянии $a/2$, но не более, чем d от грани опоры (a – пролет среза, или расстояние от сосредоточенной силы в пролете до грани опоры).

Следует отметить, что в течение последних двадцати лет предпринимались попытки пересмотра формулы (5.7) для определения составляющей поперечной силы V_c . К наиболее известным предложениям относятся формулы, предложенные MacGregor и Gergely, 1977 [218]:

$$\lambda\sqrt{f'_V} \leq v_b = (0.07 + 10\rho_w)\lambda\sqrt{f'_V} \leq 0.19\lambda\sqrt{f'_V} \quad (5.8)$$

где: $\lambda = 1.0$ – для тяжелого бетона;

$\lambda = 0.8$ – для легкого бетона.

Поперечную силу V_c , воспринимаемую бетоном, предложено рассчитывать по формуле:

$$V_c = v_b \cdot b_w \cdot d \text{ при } a/d \geq 2 \quad (5.9a)$$

$$V_c = 2 \frac{d}{a} v_b \cdot b_w \cdot d \text{ при } a/d \leq 2 \quad (5.9b)$$

На рис. 5.1 и 5.6 показано сопоставление результатов расчетов по формулам (5.8) и (5.9) с опытными данными, полученными при испытаниях однопролетных свободно опертых балок, защемленных балок и коротких консолей в исследованиях [218].

В 1999 г., используя методы регрессивного анализа K.S.Rebeiz, предложил усовершенствованные формулы для расчета прочности при срезе балок без поперечного армирования [280]. При этом, предполагается рассчитывать отдельно поперечную силу, соответствующую образованию наклонных трещин, V_c и предельную поперечную силу V_u , воспринимаемую балкой без поперечного армирования соответственно по формулам:

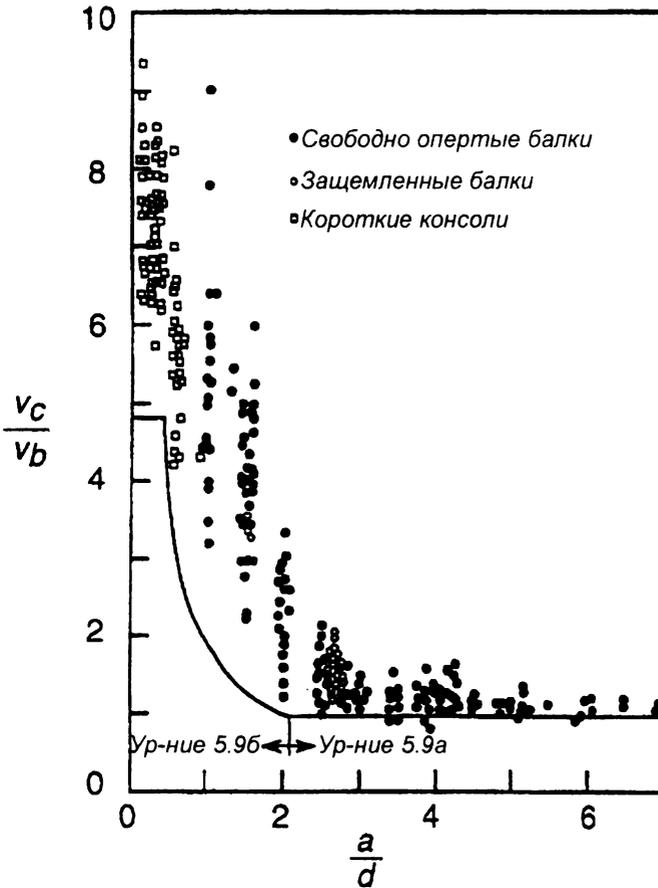


Рис. 5.6.

Сопоставление результатов расчетов по формуле (58) с опытными данными (принято из работы MacGregor и Gergely, 1977 [218])

$$V_c = \left(0.4 + \sqrt{f'_c \cdot \rho_l \left(\frac{V_{Sd}}{M_{Sd}} \right)} [2.7 - 0.4A_d] \right) b_w \cdot d \quad (5.10)$$

$$V_u = \left(0.28 + \sqrt{f'_c \cdot \rho_l \left(\frac{V_{Sd}}{M_{Sd}} \right)} [7.0 - 2.1A_d] \right) b_w \cdot d \quad (5.11)$$

В формулах (5.10) и (5.11):

A_d – параметр среза, принимаемый:

**Расчет железобетонных конструкций
при действии перерезывающих сил**

$$\text{при } 1.0 < \frac{a}{d} \text{ или } \frac{V_{sd} \cdot d}{M_{sd}} < 2.5 \quad A_d = \frac{a}{d}$$

$$\text{при } \frac{a}{d} > 2.5 \quad A_d = 2.5$$

**Расчет прочности наклонных сечений
при действии осевых усилий**

Для элементов, на которые воздействуют осевые усилия, используют модификацию базового уравнения (5.5) для определения поперечной силы, воспринимаемой бетоном. Для сжимающего усилия ($N_u > 0$) упрощенный метод ограничивает V_c следующим образом:

$$V_c = \left(0.166 + 0.012 \frac{N_u}{A_g} \right) \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad (5.12)$$

где: N_u – продольное сжимающее усилие;

A_g – полная площадь поперечного сечения.

Согласно полному (детальному) методу

$$V_c = \left(0.16 \sqrt{f'_c} + 17 \frac{\rho_w \cdot V_{sd} \cdot d}{M_m} \right) b_w \cdot d \leq 0.29 \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \sqrt{1 + \frac{N_u}{3.45 A_g}} \quad (5.13)$$

$$\text{при } M_m = M_{sd} - N_u \left(\frac{4h - d}{8} \right)$$

При осевом растяжении ($N_u < 0$):

$$V_c = \left(0.166 + 0.048 \frac{N_u}{A_g} \right) \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad (5.14)$$

Ограничение сжимающих напряжений в диагональной полосе и минимальный коэффициент армирования

На рис. 5.7 показаны ограничения внесены ACI Code [74] для предельной величины касательных напряжений, воспринимаемых элементом с целью исключения раздавливания сжатой полосы.

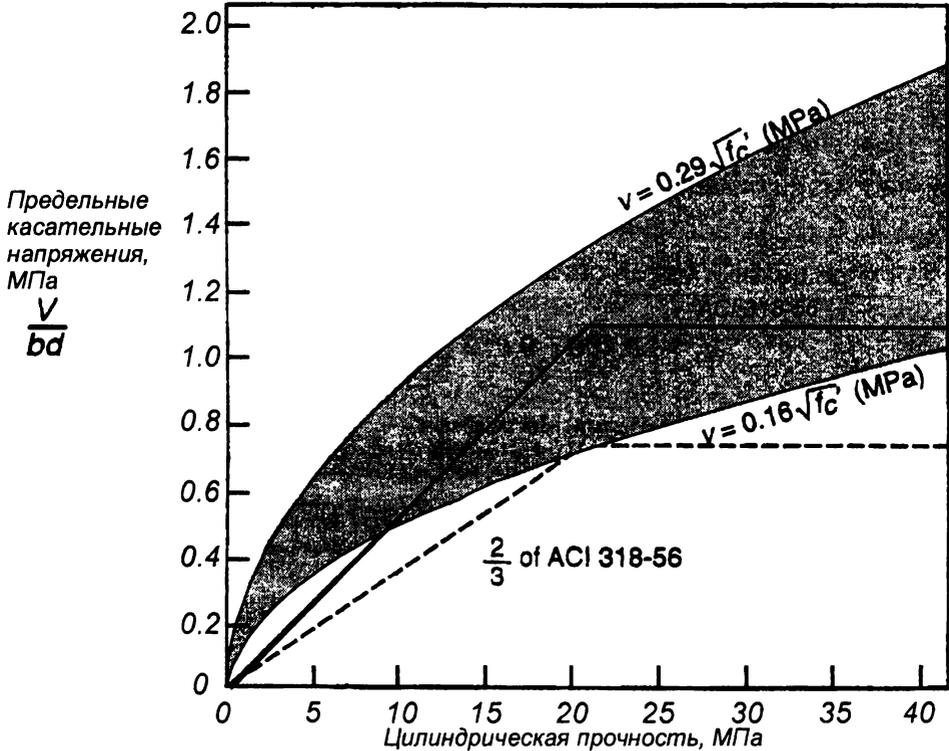


Рис. 5.7.

Ограничение максимальных касательных напряжений согласно ACI-ASCE 326, 1962 [76]

Для длинных, гибких балок:

$$v_{c,lim} = 0.16\sqrt{f'_c} \quad (5.15)$$

Для коротких, высоких балок:

$$v_{c,lim} = 0.29\sqrt{f'_c} \quad (5.16)$$

Как следует из [136, 137], опыты, на базе которых внесены формулы (5.15) и (5.16), были проведены с балками, выполненными из бетона прочностью $f'_c \leq 40$ МПа. Однако для высокопрочных бетонов ($f'_c > 55$ МПа) нагрузка трещинообразования (появления наклонных трещин) повышается не так быстро, как возрастает $\sqrt{f'_c}$. Поэтому с возрастанием прочности бетона увеличивается требуемое количество поперечной арматуры. По этой причине ACI Code [74] ограничивает $\sqrt{f'_c}$ до 8.3 МПа, увеличивая минимальное количество арматуры для балок из бетонов нормальной прочности в соответствии с отношением:

$$\frac{f'_c}{34.5} \leq 3 \quad (5.17)$$

Минимальная площадь поперечного армирования для балок из тяжелого бетона нормальной прочности определяют по формуле:

$$A_{v,min} = 0.345 \frac{b_w \cdot s}{f_y}, \quad (5.18)$$

а для балок, выполненных из высокопрочного бетона (при $f'_c > 69$ Н/мм²):

$$0.345 \frac{b_w \cdot s}{f_y} \leq A_{v,min} = 0.010 \frac{f'_c}{f_y} b_w \cdot s \leq 1.035 \frac{b_w \cdot s}{f_y} \quad (5.19)$$

**ЯПОНСКИЕ НОРМЫ AIJ CODE, 1988
(JAPANESE DESIGN GUIDELINE FOR EARTHQUAKE RESISTANT
REINFORCED CONCRETE BUILDINGS BASED ON ULTIMATE
STRENGTH CONCEPT, AIJ, 1988 [87])**

Расчет прочности железобетонных элементов при действии среза по Японским нормам AIJ Code, 1988 [87] основан на совместном использовании ферменной и арочной моделей (аналогий).

Арочная аналогия

Рассматривается прямая арка, наклонная под углом θ к горизонтали и имеющая высоту сжатого пояса, равную половине полной высоты балки (рис. 5.8в).

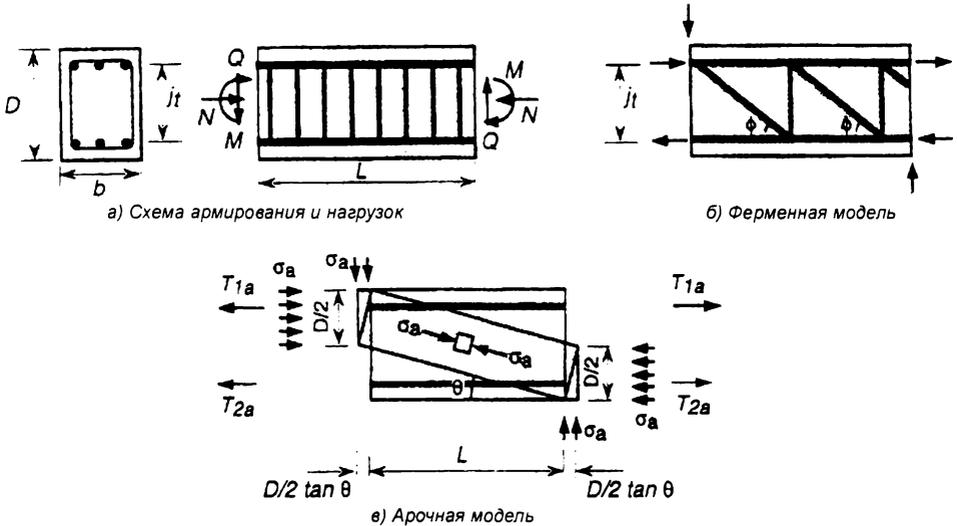


Рис. 5.8.

К расчету железобетонных балок на срез согласно требованиям японских норм [87] (взято из работ Аоуата, 1992 [85])

Если сжимающие напряжения, действующие в сжатом поясе арки обозначить через σ_a , предельную поперечную силу предложено рассчитывать по формуле:

$$V_c = b \frac{D}{2} \sigma_a \cdot \tan \theta \tag{5.20}$$

где $\tan \theta = \frac{\sqrt{L^2 + D^2} - L}{D} = \frac{D}{2L}$.

Геометрические параметры b, D, L показаны на рис. 5.8.

Ферменная аналогия

(переменный угол сжатого подкоса)

Применимость ферменной аналогии для расчета прочности железобетонного элемента при срезе зависит от количества поперечной арматуры. Если в рассматриваемом элементе армирование отсутствует – механизм ферменной аналогии неприменим. С увеличением количества поперечного армирования доля арочного эффекта в восприятии поперечной силы должна уменьшаться. Из условия равновесия в узле примыкания сжатого подкоса к верхнему поясу (рис. 5.9) средние напряжения в диагональной сжатой полосе составляют:

$$\sigma_t = \frac{\rho_w \cdot \sigma_{wy}}{\sin^2 \varphi} = \rho_w \cdot \sigma_{wy} (1 + \cot^2 \varphi) \quad (5.21)$$

где: σ_t – средние сжимающие напряжения в диагональной полосе, определяемые по методу ферменной аналогии;

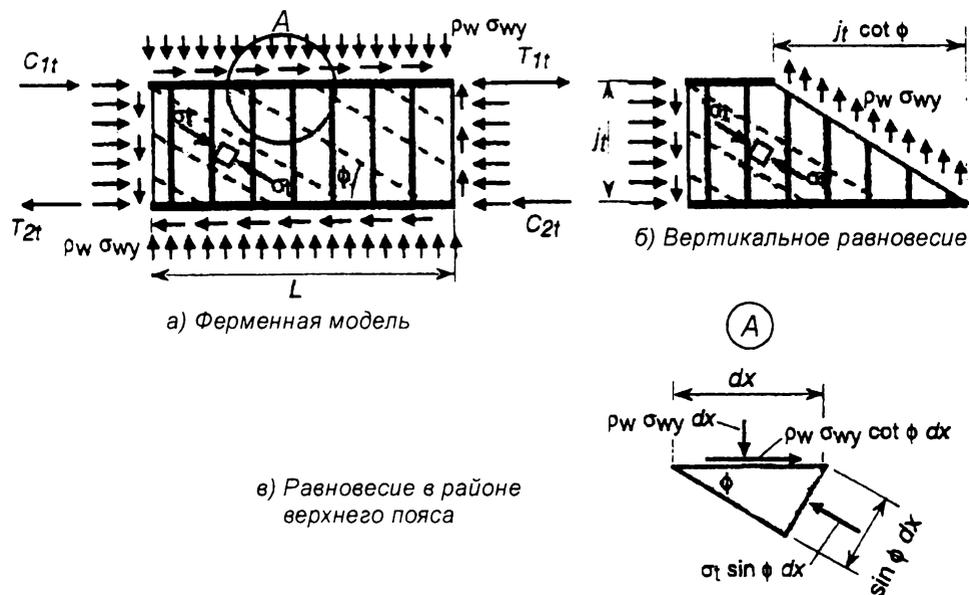


Рис. 5.9.

Схемы к условиям равновесия в ферменной модели (взято из работ Аоюта, 1992 [85])

ρ_w – коэффициент поперечного армирования;

φ – угол наклона сжатого подкоса;

$\sigma_{wy} \leq 25f'_c$ – предельные напряжения в поперечной арматуре.

Поперечная сила, воспринимаемая балкой, в соответствии с моделью ферменной аналогии:

$$V_t = b j_t \rho_w \sigma_{wy} \cot \theta$$

где j_t – расстояние между центрами тяжести продольной арматуры (эффективная высота зоны среза).

Полная поперечная сила, воспринимаемая элементом при совместном учете ферменной и арочной аналогии:

$$V_u = V_t + V_a = b \cdot j_t \cdot \rho_w \cdot \sigma_{wy} \cdot \cot \theta + b \frac{D}{2} \sigma_a \cdot \tan \theta \quad (5.22)$$

Согласно положений, принятых в AIJ Code [87] предельная поперечная сила V_u определяется из условия, что напряжения в поперечной арматуре достигают предела текучести σ_{wy} , а бетон воспринимает максимальное усилие, ограниченное его прочностью при сжатии σ_B в условиях плоского напряженного состояния. Величина предельных сжимающих напряжений в бетоне для железобетонного элемента с наклонными трещинами определяют путем умножения цилиндрической прочности f'_c на понижающий коэффициент ν_0 (аналог коэффициента разупрочнения в методах [123, 329]). В этом случае максимальные сжимающие напряжения, воспринимаемые бетоном, должны удовлетворять условию:

$$\sigma_t + a = \nu_0 \cdot \sigma_B = \nu_0 f'_c \quad (5.23)$$

Следует отметить, что при записи условия (5.23) разницей между углом φ , определяющим наклон сжатого подкоса, и углом θ , применяемым в арочной аналогии, с целью упрощения пренебрегают. Понижающий коэффициент ν_0 принят по рекомендациям Nelsen, 1984 [257] в виде:

$$v_0 = 0.7 - \frac{\sigma_B}{200(\text{МПа})}$$

Вводя коэффициент β равным

$$\beta = \frac{\sigma_t}{v_0 \cdot \sigma_B} = \frac{\rho_w \cdot \sigma_{wy} (1 + \cot^2 \varphi)}{v_0 \cdot \sigma_B}, \quad (5.24)$$

уравнение (5.22) можно записать в следующем виде:

$$V_u = b \cdot j_t \cdot \rho_w \cdot \sigma_{wy} \cdot \cot \theta + b \frac{D}{2} (1 - \beta) v_0 \cdot \sigma_B \cdot \tan \theta \quad (5.25)$$

В уравнении (5.25) неизвестным является только угол φ . Принимая ограничения для касательных напряжений, действующих за счет зацепления по берегам трещины, внесенные в работах Thürlimann, 1979 [315]:

$$\cot \varphi \leq 2 \text{ (или } \varphi \geq 26.5^\circ \text{)} \quad (5.26)$$

из уравнения (5.24) напряжения σ_t не должны превышать $v_0 \cdot \sigma_B$, а из уравнения (5.21)

$$\cot \varphi \leq \sqrt{\frac{v_0 \cdot \sigma_B}{\rho_w \cdot \sigma_{wy}} - 1} \quad (5.27)$$

Решая совместно с (5.24) и (5.25) получаем квадратное уравнение относительно $\cot \varphi$. Его решение согласно [85] имеет вид:

$$\cot \varphi = \frac{b \cdot j_t \cdot \rho_w \cdot \sigma_{wy} + \sqrt{\Delta}}{b \cdot D \cdot \rho_w \cdot \sigma_{wy} \cdot \tan \theta},$$

где

$$\Delta = (b \cdot j_t \cdot \rho_w \cdot \sigma_{wy})^2 - b \cdot D \cdot \rho_w \cdot \sigma_{wy} \times \tan \theta [2V_u - b \cdot D \cdot \tan \theta (v_0 \cdot f'_c - \rho_w \cdot \sigma_{wy})],$$

что дает условие:

$$\cot \varphi \geq \frac{j_t}{D \cdot \tan \theta} \quad (5.28)$$

Для получения максимальной поперечной силы V_u по формуле (5.25) в соответствии с теоремой о нижнем пределе прочности, приня-

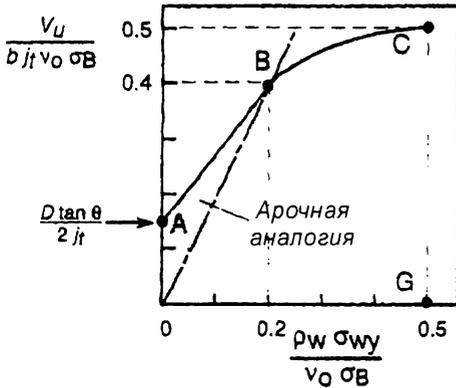
той в теории пластичности [257], значение $\cot\varphi$ следует принимать как большее значение из рассчитанных по формулам (5.26), (5.27) и (5.28). На рис. 5.10а показана зависимость между нормализованными предельными касательными напряжениями и количеством поперечной арматуры для элементов, у которых $\frac{j_t}{D} \cdot \tan\theta \geq 2$.

Уравнение (5.25) можно записать в виде:

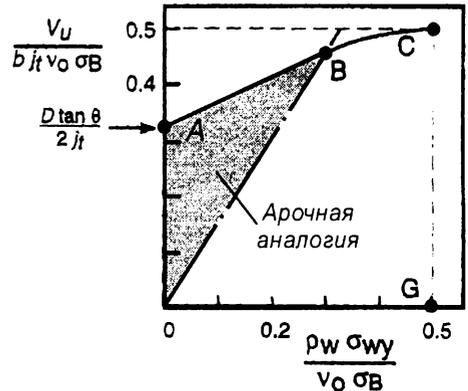
$$\frac{V_u}{b \cdot j_t \cdot v_0 \cdot \sigma_B} = \frac{\rho_w \cdot \sigma_{wy}}{v_0 \cdot \sigma_B} \cot\varphi + (1 - \beta) \frac{D \cdot \tan\theta}{2j_t} \quad (5.29)$$

Как следует из (5.29), при $\rho_w \cdot \sigma_{wy} = 0$, $\beta = 0$ (см. уравнение (5.24)) решение соответствует точке А на рис. 5.10а. Между точками А и В справедливо уравнение (5.26). Поэтому при $\cot\varphi = 0$ и $\beta < 1$ предельная прочность при срезе определяется по ферменной аналогии (линия OB), а арочная аналогия распространяется на заштрихованную зону OAB . Выше точки В действует условие (5.27):

$$\cot\varphi = \sqrt{\frac{v_0 \cdot \sigma_B}{\rho_w \cdot \sigma_{wy}} - 1}$$



а) Случай 1: $\frac{D \tan\theta}{2j_t} \geq 2$



б) Случай 2: $\frac{D \tan\theta}{2j_t} < 2$

Рис. 5.10.

Зависимость между предельными касательными напряжениями и количеством поперечной арматуры (взято из анализа Аоуата, 1992 [85])

При $\beta = 1$ составляющая, учитывающая арочный эффект, исчезает из уравнения (5.29) и первое слагаемое в правой части описывает круг с центром в точке G. Обозначим

$$Y = \frac{V_u}{b \cdot j_t \cdot v_0 \cdot \sigma_B} \quad \text{и} \quad X = \frac{\rho_w \cdot \sigma_{wy}}{v_0 \cdot \sigma_B}$$

Тогда уравнение (5.29) превращается в уравнение пластической теории [257]:

$$Y = X \sqrt{\frac{1}{X} - 1} \rightarrow Y^2 = X - X^2 \rightarrow \left(X - \frac{1}{2}\right)^2 + Y^2 = \frac{1}{4}$$

В области, описываемой этой кривой, поперечная сила воспринимается только за счет механизма ферменной аналогии. Максимальное количество поперечной арматуры соответствует точке C на рис. 5.10а или $\rho_w \cdot \sigma_{wy} = v_0 \cdot \sigma_B / 2$.

На рис. 5.10б показана подобная зависимость для очень коротких элементов при $\frac{j_t}{D \cdot \tan \theta} < 2$.

Предложения, учитывающие особенности расчета деформативных элементов, в которых образуются пластический шарниры (Ichinose, 1990 [180])

Во-первых, для таких элементов эффективную прочность бетона $v_0 \cdot \sigma_B$ предложено определять из следующих уравнений:

$$\begin{aligned} v &= (1 - 15R_p) v_0 \quad \text{при} \quad R_p \leq 0.05 \\ v &= v_0/4 \quad \text{при} \quad R_p \geq 0.05 \end{aligned}$$

где R_p – максимальный расчетный угол поворота в пластическом шарнире.

Во-вторых, верхнее ограничение $\cot \varphi$ в уравнении (5.26) снижается следующим образом:

$$\cot\varphi = \lambda$$

где: $\lambda = 20 - 50R_p$ при $R_p \leq 0.02$;

$\lambda = 1$ при $R_p > 0.02$.

(5.30)

В четвертой части комментария к японским нормам [87] рекомендовано принимать следующие максимальные углы поворота, для которых определены ν и $\cot\varphi$:

Конструкция	$1/R_p$	ν/ν_0	$\cot\varphi$
Колонны	67	0.775	1.25
Балки	50	0.700	1.0
Балки, соединенные со стенами	40	0.625	1.0

Снижение значения $\cot\varphi$ в зоне образования пластических шарниров соответствует снижению эффекта зацепления по берегам трещины в результате большого их раскрытия (значительных поворотов в пластическом шарнире). Вне зоны образования пластических шарниров, которая в [87] принята равной $1.5D \cot\varphi$, постепенно увеличивается до постоянного значения, установленного условиями (5.27), (5.28) и (5.29).

Сравнение с опытными данными

Экспериментальные исследования включали балки, выполненные из бетона, имевшего прочность при сжатии от 16.5 до 62.9 МПа, коэффициент продольного армирования от 0.39 до 3.21 % и коэффициент поперечного армирования от 0 до 2.44 %. Предел текучести поперечной арматуры изменяется от 253 до 1470 МПа. Осевые сжимающие напряжения, выраженные как отношение к прочности бетона при сжатии, изменялись от 0 до 0.732. Сравнение опытных и расчетных предельных поперечных сил показало их удовлетворительное

**Расчет железобетонных конструкций
при действии перерезывающих сил**

совпадение вопреки тому, что расчетный метод не учитывает напря-
мую эффекта от осевых усилий.

На рис. 5.11 показано сравнение опытных данных с результата-
ми расчетов по ACI Code [74] и японскими нормами AIJ Code [85], вы-
полненное в работе Н. Такаги и У. Канох, 1992 [307]. Кроме того, пока-
заны результаты расчетов по формулам М. Fukuvara [149–151] для
расчета железобетонных элементов на срез при разрушении по попе-
речной арматуре:

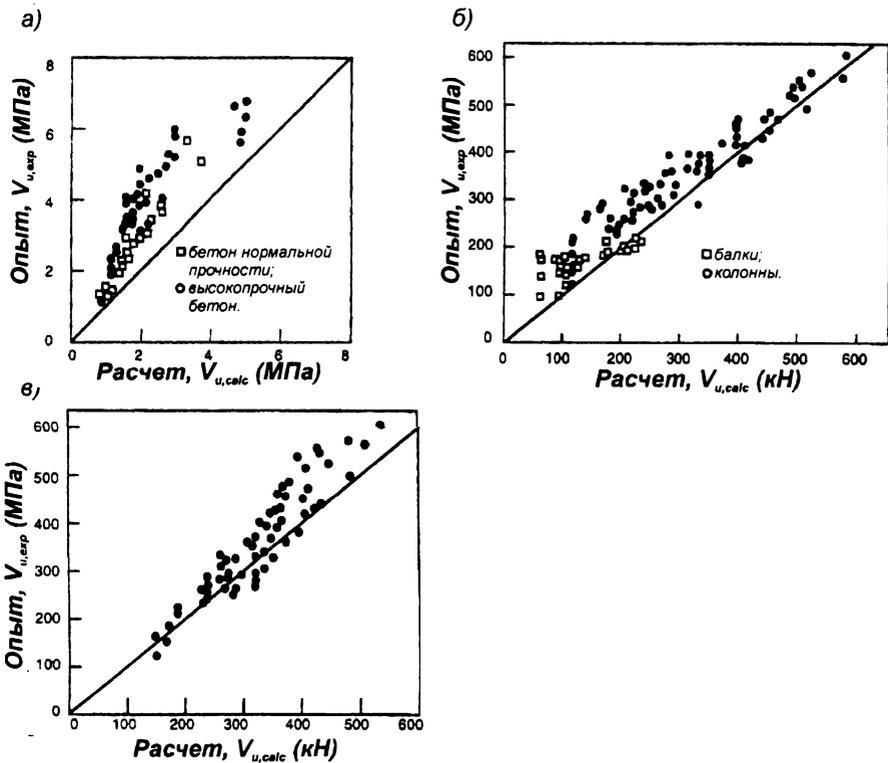


Рис. 5.11.

Сравнение опытных и расчетных предельных поперечных сил, определенных по различным методикам (взято из анализа Н. Такаги и У. Канох, 1991 [307])

а) по методике ACI Code [74];

б) японские нормы AIJ Code [87];

в) по формулам М. Fukuvara [149].

$$Q_{u,st} = \left(k_u \cdot k_p \frac{0.12(18 + f'_c)}{a/D + 0.12} + \alpha \cdot \rho_w \sigma_{wy} \right) b \cdot j \quad (5.31)$$

$$\alpha = -5.1 \cdot 10^{-4} \sigma_{wy} + 1.7$$

При разрушении элемента по сжатой бетонной полосе предельную поперечную силу согласно [149] рекомендовано определять по формуле:

$$Q_{u,sc} = \left(0.124 \rho_w \cdot \sigma_{wy} + 82 \rho_c + 0.14 f'_c \sqrt{D/a} \right) b \cdot j \quad (5.32)$$

где: D – полная высота сечения;

a – пролет среза M/Q;

b – ширина сечения;

$j = 7/8$ от эффективной высоты сечения d ;

k_u, k_p – эмпирические коэффициенты;

ρ_c – коэффициент продольного сжатого армирования;

ρ_w – коэффициент поперечного армирования.

Как видно из рис. 5.11, уравнения (5.31) и (5.32) достаточно хорошо согласуются с опытными данными. Формулы AIJ Code [78] дают также хорошее совпадение с опытными данными, однако они несколько завышают прочность при срезе колонн с большим $\rho_w \cdot \sigma_{wy}$ при высоком уровне осевых напряжений.

Альтернативный метод (пособие к AIJ Code [78])

Альтернативный метод, разработанный К. Mirami и Н. Kuramoto, 1987 [238], отличается следующими главными положениями:

1. угол φ принимается постоянным и равным 45° ;
2. коэффициент снижения прочности при сжатии (коэффициент разрушения) является функцией пролета среза.

ФРАНЦУЗСКИЕ НОРМЫ BPEL 91

(FRENCH PRESTRESSED CONCRETE CODE, 1991 [107])

Эти нормы применимы для бетонов, имеющих прочность при сжатии не более 60 МПа. Расчет базируется на модели ферменной аналогии с переменным углом $\beta_u \geq 30^\circ$ и добавочной составляющей, воспринимаемой бетоном сжатой полосы $v_c = f_{tj}/3$.

Обозначения, принятые в BPEL Code [107]:

A_t – площадь поперечной арматуры;

b_n – расчетная ширина стенки балки;

f_R – расчетное сопротивление арматуры;

f_{cj} – расчетное сопротивление (цилиндрическая прочность) бетона сжатию в возрасте j сут.;

f_{tj} – расчетное сопротивление бетона растяжению в возрасте j сут.;

γ_b, γ_s – коэффициенты безопасности для бетона и арматуры;

$\tau_{Red,u}$ – средние касательные напряжения для сечения без трещин.

BPEL, 1991 [107], § 7.3.2

Общий метод (M.F. Collins,
J. Mitchell, 1991 [120])

Поперечная арматура

$$\frac{A_t \cdot f_l}{b_n \cdot S_t \cdot \gamma_s} \geq \left(\tau_{Red,u} - \frac{f_{tj}}{3} \right) \tan \beta_u \geq 0.4 \text{ МПа}$$

$$\frac{A_v \cdot f_v}{s} = \frac{V}{d} \tan \theta$$

Бетон

$$\frac{0.85 f_{cj}}{3 \gamma_b} \sin 2 \beta_u \geq \tau_{Rd,u}$$

$$\frac{f_2}{2} \sin 2 \theta = \frac{V}{b_w \cdot d}$$

Расчетное сопротивление бетона сжатию согласно BPEL 91 определяют по формуле:

$$f_{c,max} = \left(\frac{2}{3} \right) \frac{0.85}{\gamma_b} f_{cj}$$

ФРАНЦУЗСКИЕ НОРМЫ BAEL 91**(FRENCH REINFORCED CONCRETE CODE, 1991 [89])**

Эти нормы распространяются на проектирование конструкций без предварительного напряжения, выполненных из бетона с прочностью при сжатии не выше 60 МПа. Расчет прочности на срез (§ А5.1, 2) выполняют на базе модели ферменной аналогии Mörsch–Ritter при постоянном угле $\beta_u = 45^\circ$, но с учетом составляющей поперечной силы, воспринимаемой бетоном. При этом максимальные касательные напряжения, воспринимаемые бетоном сжатой зоны элемента с диагональными трещинами, ограничивают величиной $\nu_c = f_t/3$.

Расчет поперечной арматуры**Составляющая поперечной силы,
воспринимаемая арматурой**

При расчете балок с поперечными стержнями, располагаемыми перпендикулярно к продольной оси балки, используют следующую зависимость:

$$\frac{A_t}{b_0 \cdot S_t} \geq \frac{\gamma_s (\tau_u - 0.3f_{tk} \cdot k)}{0.9f_c} \quad \text{при } f_{tk} \leq 3.3 \text{ МПа}, \quad (5.33)$$

где: b_0 – полная ширина сечения балки;

τ_u – предельные касательные напряжения.

Коэффициент 0.9 выражает примерное соотношение z/d , где z – плечо внутренней пары сил при изгибе, d – рабочая высота сечения.

Коэффициент k равен:

$k = 1$ – при чистом изгибе;

$k = 1 + \frac{\sigma_{cm}}{f_{cj}}$ – при изгибе в комбинации с осевым сжимающим усилием, где σ_{cm} – средние сжимающие напряжения в бетонном сечении;

$k = 1 - 10 \frac{\sigma_{mt}}{f_{cj}}$ – при изгибе в комбинации с осевым растягивающим усилием, где σ_{mt} – средние растягивающие напряжения в бетонном сечении.

Составляющая поперечной силы, воспринимаемая бетоном

При расположении поперечных стержней под углом в 90° к продольной оси элемента для определения предельных касательных напряжений используют следующие условия:

$$\frac{0.2f_{cj}}{\gamma_b} \geq \tau_u \text{ при } \tau_u \leq 5 \text{ МПа} \quad (5.34)$$

Для элементов, имеющих значительное трещинообразование стенки балки, применяют условия

$$\frac{0.15f_{cj}}{\gamma_b} \geq \tau_u \text{ при } \tau_u \leq 4 \text{ МПа} \quad (5.35)$$

Для элементов, у которых поперечные стержни наклонены под углом 45° к продольной оси, предельные касательные напряжения определяют из условия:

$$\frac{0.27f_{cj}}{\gamma_b} \geq \tau_u \text{ при } \tau_u \leq 7 \text{ МПа} \quad (5.36)$$

Следует отметить, что это условие содержится и в нормах ВРЕЛ 91 Code [107].

ЕВРОПЕЙСКИЕ НОРМЫ EUROCODE-2

**(EUROCODE-2: DESIGN OF CONCRETE STRUCTURES. -
PART 1: GENERAL RULES AND RULES FOR BUILDINGS.
PR. ENV 1992-1:2001, 1ST DRAFT)[141]**

ЭЛЕМЕНТЫ БЕЗ ПОПЕРЕЧНОЙ АРМАТУРЫ

Согласно проекта ЕС-2 расчет прочности при действии поперечных сил железобетонных элементов, в которых отсутствует вертикальная и (или) наклонная (отогнутая) арматура, следует производить из условия:

$$V_{Ed,w} \leq V_{Rd,ct} \quad (5.37)$$

где: $V_{Ed,w}$ – поперечная сила в рассматриваемом сечении, вызванная действием внешних нагрузок;

$V_{Rd,ct}$ – поперечная сила, воспринимаемая железобетонным элементом без поперечной арматуры, определяемая по формулам (5.38) и (5.39).

Расчетную поперечную силу, воспринимаемую элементом без вертикальной и (или) наклонной арматуры, следует определять по формуле:

$$V_{Rd,ct} = \left[0.12k\eta_c (100\rho_{lx}f_{ck})^{1/3} - 0.15\sigma_{cc} \right] b_w d \quad (5.38)$$

где: f_{ck} – нормативное сопротивление бетона, Н/мм²;

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0 \text{ при } d, \text{ мм};$$

$$\rho_{lx} = \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0.02;$$

A_{sl} – площадь сечения продольной растянутой арматуры, учитываемой в расчете, при условии, что она заведена за расчетное сечение на длину не менее d и надежно заанкерена (рис. 5.12);

Расчет железобетонных конструкций
при действии перерезывающих сил

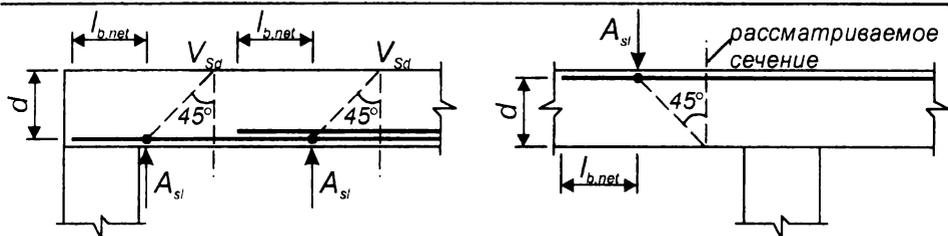


Рис. 5.12.

К определению площади продольного армирования A_{sl} при расчете по формуле (5.38) согласно [141]

b_w – минимальная ширина поперечного сечения элемента в растянутой зоне;

$$\sigma_{cd} = N_E / A_c, \text{ Н/мм}^2;$$

N_E – осевое усилие, вызванное действием нагрузки или предварительного напряжения ($N_E < 0$ при сжатии);

$\eta_c = 1$ – для тяжелого бетона;

$\eta_c = \eta_1$ – для легкого бетона, где $\eta_1 = 0.40 + 0.60 \left(\frac{\rho}{2400} \right)$;

Для однопролетных элементов без поперечной арматуры, в которых усилие предварительного напряжения передается за счет сил сцепления напрягаемой продольной арматуры и бетона (без применения дополнительных анкерных устройств), имеющих нормальные трещины в рассматриваемой зоне, поперечную силу, воспринимаемую элементом, следует определять по формуле (5.38). Если в рассматриваемой зоне элемента нормальные трещины, вызванные действием изгибающих моментов, отсутствуют, поперечную силу, воспринимаемую элементом без поперечного армирования допускается определять по формуле:

$$V_{Rd,ct} = \frac{l \cdot b_w}{S} \sqrt{(f_{ctd})^2 - 0.9 \alpha_1 \sigma_{cpm} f_{ctd}} \quad (5.39)$$

где: l, S – соответственно момент инерции и статический момент для рассматриваемого поперечного сечения;

$$\alpha_l = l_x / l_{bpd} \leq 1;$$

l_{bpd} – предельная длина зоны передачи напряжений в предварительно напряженном элементе, определяемая согласно [141];

l_x – расстояние от рассматриваемого сечения до точки, в которой начинается длина анкеровки;

$\sigma_{срм}$ – средние сжимающие напряжения, вызванные действием продольного усилия от нагрузки или усилием предварительного напряжения ($\sigma_{срм} = N_E / A_c$).

Расчет по прочности элементов без поперечной арматуры на действие поперечных сил по формуле (5.38) допускается не производить для сечений, располагаемых на участке от внутренней грани опоры до точки, получаемой в результате пересечения продольной оси элемента с линией, наклоненной под углом 45° к внутренней грани площадки опирания.

Расчет по прочности для случая, когда на рассматриваемый элемент действует сосредоточенная нагрузка, приложенная на расстоянии $a_v < 2.5d$ (короткие балки, консоли) (см. рис. 5.13), следует производить по формуле:

$$V_{Rd,ct} = \left[0.12k\eta_c (100\rho_{lx}f_{ck})^{1/3} \left(\frac{2.5d}{a_v} \right) - 0.15\sigma_{cd} \right] b_w d \quad (5.40)$$

При этом сила $V_{Rd,ct}$, определенная по формуле (4), не должна превышать величины $V_{Rd,max}$, определяемой по формуле:

$$V_{Rd,max} = \left[4f_{ctk,0.05} \sqrt{\frac{A_0}{bd}} \right] b_w d \quad (5.41)$$

где A_0 – площадь опирания элемента (рис. 5.13).

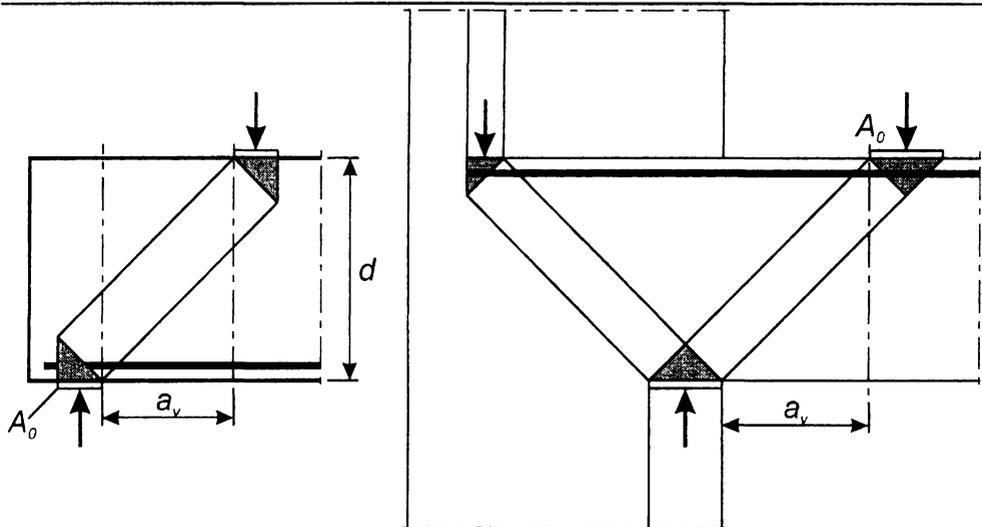


Рис. 5.13.

К расчету коротких балок и консолей, не имеющих поперечной арматуры согласно EC-2 [141]

При расчете (проверке) продольного армирования в зоне среза эпюру M_d следует смещать на расстояние a_v в наиболее неблагоприятном направлении.

Для участков конструкции, где условие (5.37) выполняется, расчет поперечного армирования не производят, но устанавливают его конструктивно согласно требованиям существующего раздела норм [141].

ЭЛЕМЕНТЫ, В КОТОРЫХ ПОПЕРЕЧНУЮ АРМАТУРУ УСТАНАВЛИВАЮТ ПО РАСЧЕТУ

Для участком элемента, где не выполняется условие (5.37), т.е. расчетная поперечная сила от действия внешних нагрузок $V_{Ed,w}$ больше, чем $V_{Rd,ct}$, для обеспечения прочности наклонного сечения поперечную арматуру необходимо устанавливать по расчету.

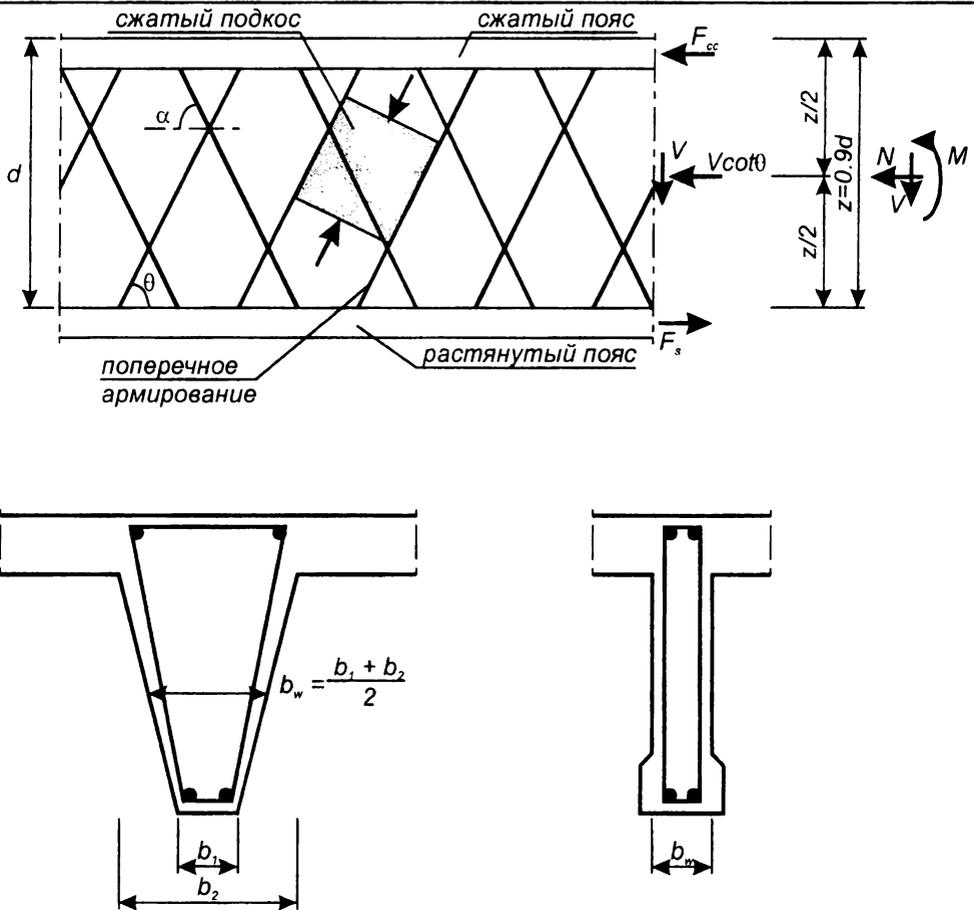


Рис. 5.14.

К расчету прочности железобетонных элементов при действии поперечной силы по методу ферменной аналогии [141]

На рис. 5.14 приняты следующие обозначения:

- α - угол наклона между поперечной и продольной рабочей арматурой;
- θ - угол наклона между сжатой бетонной полосой (подкосом) и продольной рабочей арматурой. Максимально возможное значение θ следует принимать из условия $\cot \theta = 2.5$. Допускается принимать меньше значения при соблюдении нижнего предела $\cot \theta > 1$;
- b - наименьшая ширина стенки;
- z - плечо внутренней пары сил, значение которого при расчетах допускается принимать примерно $z = 0.9d$;
- d - рабочая высота сечения

**Расчет железобетонных конструкций
при действии перерезывающих сил**

Расчет прочности железобетонных элементов при действии поперечных сил для этого случая производят на основе модели ферменной аналогии с переменным углом сжатого подкоса.

Расчет прочности железобетонных элементов при действии поперечных сил следует производить из условия

$$V_{Ed,w} \leq V_{Rd,sy} \quad (5.41)$$

а) Расчет прочности при отсутствии продольных сил, действующих на сечение

Расчетную поперечную силу, воспринимаемую элементом с поперечным армированием следует определять по формуле:

$$V_{Rd,sy} = \frac{A_{sw}}{S} z f_{ywd} \cot \theta \quad (5.42)$$

При этом

$$\frac{A_{sw} f_{ywd}}{b_w S} \leq 0.5 \nu f_{cd}, \quad (5.43)$$

где:

$$\nu = 0.7 - \frac{f_{ck} \text{ (МПа)}}{200} \geq 0.5 \quad (5.44)$$

для тяжелых и мелкозернистых бетонов (формула Nielsen [257]);

$$\nu = 0.6 - \frac{f_{ck} \text{ (МПа)}}{235} > 0.425 \quad (5.45)$$

для легких бетонов.

Предельная поперечная сила, определенная по формуле (5.42) не должна превышать максимальной поперечной силы $V_{Rd,max}$ (определенной из условия раздавливания бетона сжатой полосы), рассчитываемой по формуле:

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w z \nu f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} \quad (5.46)$$

Для элементов, имеющих наклонную поперечную арматуру, предельную поперечную силу, воспринимаемую элементом следует определять по формуле:

$$V_{Rd, sy} = \frac{A_{sw}}{S} z f_{yd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha \quad (5.47)$$

При этом

$$\frac{A_{sw} f_{yd}}{S b_w} \leq \frac{0.5 v_{fd} \sin \alpha}{1 - \cos \alpha} \quad (5.48)$$

Предельная поперечная сила, определенная по формуле (5.47), не должна превышать $V_{Rd, max}$, рассчитываемой по формуле:

$$V_{Rd, max} = \frac{b_w z v_{fd} (\cot \theta + \cot \alpha)}{(1 + \cot^2 \theta)} \quad (5.49)$$

б) Расчет прочности при действии на сечение продольных усилий

Расчет железобетонных элементов с поперечным армированием в случае, когда на сечение действуют продольные усилия, следует производить по формулам (5.42) и (5.47), сравнивая их с величиной $V_{Rd, red}$, определяемой по формуле:

$$V_{Rd, red} = 1.67 V_{Rd, max} \left(1 - \frac{\sigma_{cp, eff}}{f_{cd}} \right) \leq V_{Rd, max} \quad (5.50)$$

где $\sigma_{cp, eff}$ – эффективные напряжения в бетоне, вызванные действием продольного усилия, определяемые по формуле:

$$\sigma_{cp, eff} = N_{Ed} / A_c$$

здесь: N_{Ed} – продольное усилие;

A_c – полная площадь бетонного элемента.

Когда в стенке балки выполнены каналы диаметром $\emptyset > b_w/8$, прочность $V_{Rd, max}$ следует рассчитывать принимая номинальную толщину стенки по формуле:

$$b_{w, nom} = b_w - \frac{1}{2} \sum \emptyset \quad (5.51)$$

где: \emptyset – открытый (наружный) диаметр канала;

$\sum \emptyset$ – определяется для наиболее неблагоприятного ряда.

Растягивающее усилие в продольной арматуре, вызванное действием среза T_d следует определять по формуле:

$$T_d = \frac{1}{2} V_{Ed,w} (\cot \theta - \cot \alpha) \quad (5.52)$$

Если сосредоточенная нагрузка приложена на расстоянии $a_v < 2.5d$ от грани опоры (короткие балки, консоли) прочность при срезе V_{Rd} определяют по формуле:

$$V_{Rd} = V_{Rd,ct} + A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha \quad (5.53)$$

где $V_{Rd,ct}$ определяют по формуле (5.40);

$A_{sw} f_{ywd}$ – сопротивление поперечной арматуры, пересекаемой наклонной трещиной.

В расчет вводят только поперечную арматуру в середине участка $0.75a_v$ (рис. 5.15).

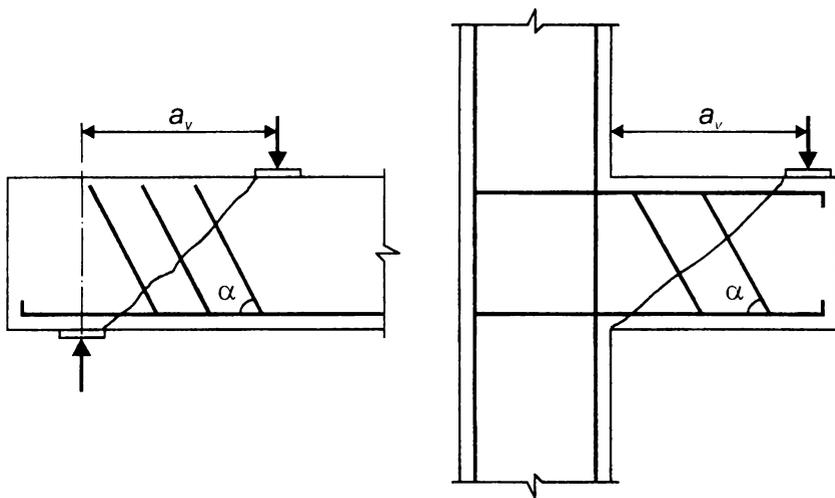


Рис. 5.15.

Положение расчетных сечений

Значение V_{Rd} согласно (5.53) не должно превышать $V_{Rd,max}$, установленное уравнением (5.49).

НЕМЕЦКИЕ НОРМЫ DIN-1045-1.12.1998

(DIN-1045-1 (ENTWURT) TRAGWERKE AUS BETON, STAHLBETON UND SPANNBETON. TEIL 1: BEMESSUNG UND KONSTRUKTION [134])

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Представленный расчетный метод, использующий положения модифицированной ферменной аналогии, позволяет проектировать изгибаемые элементы с учетом продольных осевых сил (растягивающих и сжимающих), а также усилия предварительного напряжения. Как и в представленном выше методе EC-2 [141] рассматривается три предельных значения поперечной силы:

$V_{Rd,ct}$ – расчетная поперечная сила, воспринимаемая элементом поперечной арматуры;

$V_{Rd,sy}$ – расчетная поперечная сила, воспринимаемая поперечной арматурой;

$V_{Rd,max}$ – предельная поперечная сила, определяющая прочность сжатых подкосов в модели ферменной аналогии.

Для расчета прочности при срезе **элементов без поперечного армирования** рекомендовано пользоваться формулой:

$$V_{Rd,ct} = 0.12 \chi (100 \rho_{l1} \cdot f_{ck})^{1/3} b_w \cdot d \quad (5.54)$$

где

$$\chi = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2.0 \quad (d \text{ в мм}) \quad (5.55)$$

$$\rho_{l1} = \frac{A_{st}}{b_w \cdot d} \leq 0.02 \quad (5.56)$$

Формула (5.54) получена авторами [211, 355] на базе известной модели (см. рис. 5.16) при обработке всех доступных результатов исследований балок без поперечного армирования.

На участках балки, для которых

$$V_{Sd} \leq V_{Rd,ct} \quad (5.57)$$

**Расчет железобетонных конструкций
при действии перерезывающих сил**

поперечное армирование не рассчитывают, а устанавливают конструктивно в количестве не менее, указанного в табл. 5.1.

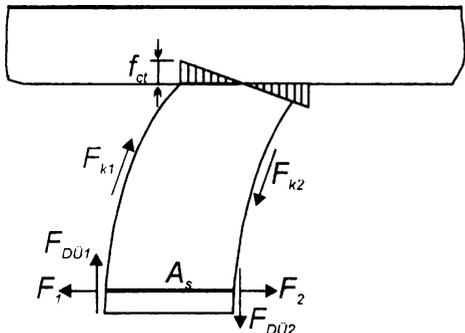


Рис. 5.16.

Схема сил, действующих в балке без поперечного армирования (сохранено оригинальное обозначение усилий в соответствии с [211, 355])

Таблица 5.1.

Минимальные коэффициенты поперечного армирования (ρ_{sw} , %) в соответствии с [134]

Класс бетона	B15–B25	B30–B45	B50–B60	B67	B75	B85 и выше
$\rho_{sw,min}$	0.07	0.11	0.13	0.14	0.16	0.20

В случае, когда условие (5.57) не выполняется, необходимо производить расчет поперечного армирования. Прочность наклонного сечения **для элементов, содержащих поперечное армирование**, рассчитывают на базе модели модифицированной ферменной аналогии [277], в которой кроме сопротивления поперечной арматуры учитывается также трение между бетонными подкосами усилие, вызванное зацеплением по берегам диагональной трещины (рис. 5.17):

В случае армирования поперечными стержнями, перпендикулярными к продольной оси элемента, должно быть обеспечено следующее условие:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd,y} = 1.2 \frac{A_{sw,1}}{S_{w1}} f_{yw,1} \cdot z + V_{crd}, \quad (5.58)$$

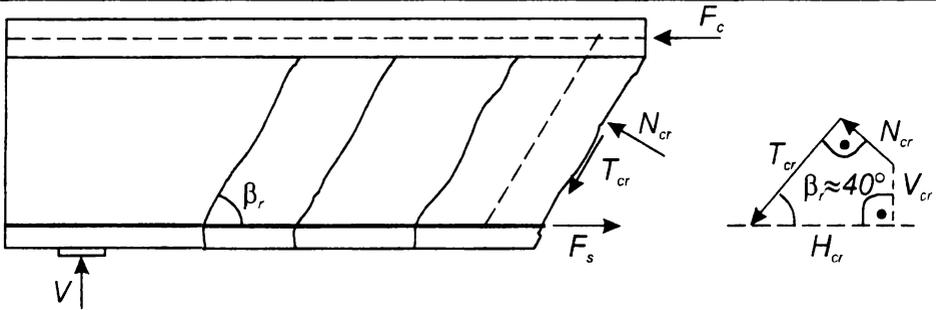


Рис. 5.17.

Схема сил, действующих в наклонном сечении после образования трещин согласно [134]

в котором коэффициент 1.2 есть $\cot \beta_r = \text{const}$, что соответствует $\beta_r = 40^\circ$ (см. рис. 5.17), а проекция на вертикальную ось усилия зацепления по берегам трещины:

$$V_{crd} = 0.072 b_w \cdot z \cdot \nu \cdot f_{cd} \quad (5.59)$$

В формуле (5.59) коэффициент ν принимает следующие значения:

$\nu = 0.8$ – для тяжелого бетона;

$\nu = 0.6$ – для легкого бетона.

Как следует из формулы (5.58), требуемое количество поперечной арматуры рассчитывают с учетом составляющей поперечной силы V_{crd} , воспринимаемой за счет трения (зацепления) в диагональной трещине.

В случае армирования отгибами, наклоненными под углом α , расчет производят из условия:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd, sy} = (1.2 + \cot \alpha) \sin \alpha \frac{A_{sw,2}}{S_{w,2}} f_{yw,2} \cdot z + V_{crd} \quad (5.60)$$

Предельная поперечная сила, воспринимаемая сжатыми бетонными подкосами, определяется по следующим формулам:

— для элементов, у которых арматура располагается перпендикулярно к продольной оси элемента

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w \cdot z \cdot v' \cdot f_{cd}}{\cot \theta + \operatorname{tg} \theta}, \quad (5.61)$$

а в случае, когда установлены отгибы под углом α

$$V_{Rd,max} = b_w \cdot z \cdot v' \cdot f_{cd} \frac{\cot \theta + \cot \alpha}{1 + \cot^2 \theta} \quad (5.62)$$

В формулах (5.61) и (5.62) θ – угол наклона бетонных подкосов при достижении в них предельных сжимающих напряжений $\sigma_c = v' f_{cd}$, определяемый по формуле:

$$\cot \theta = \frac{1.2}{1 - \frac{V_{crd}}{V_{Sd}}}, \quad (5.63)$$

в которой V_{crd} определяют по формуле (5.59).

В комментарии к проекту нормы DIN 1045–1 [134] подчеркивается, что проверка прочности наклонных сечений в описанных выше случаях выполняется по разным моделям. Возможна ситуация, в которой $V_{Sd} > V_{Rd,ct}$ и при значительной составляющей поперечной силы V_{crd} можно по формулам (5.58) или (5.59) получить $A_{sw} < 0$. Однако в этом случае на рассматриваемых участках следует устанавливать поперечное армирование в количестве, оговоренном табл. 5.1.

При $V_{Sd} < V_{crd}$ из формулы (5.63) получается отрицательное значение $\cot \theta$. В связи с этим в комментарии [134] к проекту DIN 1045–1 предлагается следующее ограничение значений $\cot \theta$.

$\cot \theta \leq 3$ – для тяжелого бетона;

$\cot \theta \leq 2$ – для легкого бетона.

В случае, когда сосредоточенная сила приложена на расстоянии x менее, чем $2.5d$ от грани опоры, расчетную поперечную силу V_{Sd} уменьшают путем умножения на коэффициент

$$\beta = \frac{x}{2.5d} \leq 1.0$$

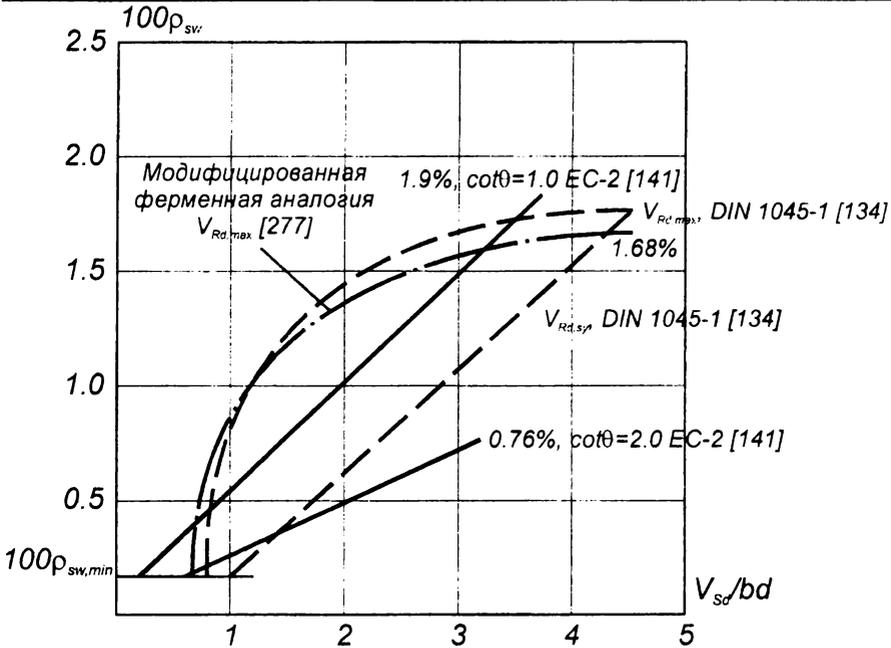


Рис. 5.18.

К примеру расчета коэффициента поперечного армирования в зависимости от касательных напряжений согласно норм [134] и [141]

На рис. 5.18 представлены взятые из работы [129] результаты расчета требуемого поперечного армирования по методике DIN 1045–1 [134] и методике EC–2 [141]. При расчете рассматривали балку единичного сечения $b \cdot h = 1.0$ из бетона класса B25 ($f_{cd} = 13.3$ МПа, $f_{ck} = 20.0$ МПа), армированной стержнями с расчетным сопротивлением $f_{yd} = 210$ МПа.

Как следует из рис. 5.18, график, описывающий зависимость коэффициента поперечного армирования от касательных напряжений

$\tau = \frac{V_{sd}}{b \cdot h}$ в соответствии с расчетом по DIN 1045–1 [134], располагает

ся между прямыми, соответствующими $\cot\theta = 1.0$ и $\cot\theta = 2.0$ согласно EC–2 [141].

Условия для $V_{Rd,max}$ в соответствии с формулой (5.61) в зависимости от $\tau = \frac{V_{Sd}}{b \cdot h}$ иллюстрирует требуемый коэффициент поперечного

армирования согласно DIN 1045–1 [134] на участке от $\tau = 0.76$ до $\tau = 4.51$ МПа (кривая 1). Пересечение граничной кривой 1 с прямой линией 2 определяет значение предельной поперечной силы, воспринимаемой арматурой, при которой выполняется условие $V_{Rd,sy} \leq V_{Rd,max}$.

Таким образом, проект немецкой нормы DIN 1045–1 [134] в отличие от проекта EC–2 [141] вносит сразу же два новшества. С одной стороны принимает модифицированную модель ферменной аналогии [277], учитывающую составляющую поперечной силы, воспринимаемую бетоном, выраженную через касательные напряжения, действующие в сечении, проходящем по диагональной трещине V_{crd} . А с другой стороны, при расчете поперечного принимает постоянным угол наклона сжатых подкосов, равный $\beta_u = 40^\circ$. В то же время, при проверке прочности сжатого бетонного подкоса используется модель ферменной аналогии при переменном угле наклона сжатого подкоса θ . Следует отметить, что внесенные предложения несколько отличаются и от подходов, принятых моделью модифицированной ферменной аналогии (*Modified Truss Model*), разработанной J. Ramirez и J. Vreen, 1991 [277]. В соответствии с [277] прочность при срезе железобетонного элемента включает две составляющие

$$V_{MTM} = V_s + V_c \quad (5.64)$$

Составляющую поперечной силы, воспринимаемую поперечной арматурой V_s определяют традиционным способом:

$$V_s = \frac{A_v}{b_w \cdot S} f_y \cdot \cot \alpha \cdot b_w \cdot z = \frac{A_v}{S} f_y \cdot \cot \alpha \cdot z \quad (5.65)$$

Составляющую поперечной силы, воспринимаемую бетоном, рассчитывают в зависимости от интенсивности, действующих в расчетном сечении касательных напряжений:

$$\text{при } 0.5\sqrt{f'_c} \geq \nu = \frac{V_{Sd}}{bd} \geq 0.17\sqrt{f'_c} \quad V_c = 0.5 \left(\frac{\sqrt{f'_c}}{2} - \nu \right) b_w \cdot d \quad (5.66)$$

$$\text{при } \nu > 0.5\sqrt{f'_c} \quad V_c = 0.$$

Угол α при расчете по формуле (5.65) ограничивают в пределах $30^\circ \leq \alpha \leq 65^\circ$.

При этом предельную поперечную силу, воспринимаемую сжатым бетонным подкосом, предложено определять по формуле:

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w \cdot z \cdot 2.5\sqrt{f'_c}}{\cot \theta + \tan \theta} = 2.5\sqrt{f'_c} b_w \cdot z \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \quad (5.67)$$

Горизонтальную составляющую диагонального сжатия определяют по формуле:

$$H_u = V_{Rd,max} \tan \alpha \leq V_u \tan \alpha$$

Исходя из того, что растягивающее усилие H_u , распределяется в равных долях между сжатым и растянутым поясами, расчет прочности продольной растянутой арматуры производят из условия:

$$\varphi_v \cdot A_{st} \cdot f_y \geq \frac{M_{u,max}}{z} \geq \frac{M_u}{z} + \frac{H_u}{2} \quad (5.68)$$

где φ_v – коэффициент безопасности при расчете на срез.

На рис. 5.18 представлены результаты расчетов количества поперечного армирования от величины касательных напряжений согласно модели модифицированной ферменной аналогии [277] при угле $\alpha = 40^\circ$ (как и в предыдущем примере). Как видно, предлагаемая авторами [277] методика дает более осторожный результат, нежели норма DIN 1045–1, учитывая составляющую поперечной силы, воспринимаемую бетоном (для конкретного примера) только при касательных напряжениях $\tau = \frac{V_{Sd}}{bd} \leq 0.5\sqrt{f'_c} = 2.24$ МПа.

КАНАДСКИЕ НОРМЫ CSA 23.3-94
(CANADIAN STANDARDS FOR THE DESIGN OF CONCRETE
STRUCTURES, DEC. 1994 [128])

Нормы CSA Code [128] распространяются на проектирование бетонных и железобетонных конструкций, выполненных из бетона с прочностью при сжатии не более 80 Н/мм².

Общий метод расчета

Общий метод расчета конструкций на срез в условиях изгиба и кручения (*general design method*) основывается на модифицированной теории полей сжатия (MCFT) [123, 329], положения которой представлены в главе 4.

Прочность при срезе в расчетном сечении считается обеспеченной, если выполняется условие:

$$V_{rg} = V_f, \quad (5.69)$$

где V_{rg} – расчетное сопротивление срезу в рассматриваемом сечении (расчетная поперечная сила, воспринимаемая конструкцией в рассматриваемом сечении);

V_f – расчетное значение поперечной силы, вызванной действием внешней нагрузки.

Расчетную поперечную силу, воспринимаемую сечением для конструкций, выполненных без предварительного напряжения предложено определять из условия:

$$V_{rg} = V_{cg} + V_{sg} \leq 0,25 \cdot \varphi_c \cdot f'_c \cdot b_w \cdot d_v \quad (5.70)$$

Ограничение поперечной силы V_{rg} (правая часть условия) принята исходя из требования, согласно которому разрушение наклонного сечения не служит в результате раздавливания бетона сжатого подкоса прежде, чем будет достигнут предел текучести в поперечной арматуре.

Составляющие поперечной силы, воспринимаемые бетоном (V_{cg}) и поперечной арматурой (V_{sg}) в общем случае рассчитывают по формулам:

$$V_{cg} = 1,3 \cdot \lambda \cdot \beta \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_w \cdot d_v \quad (5.71)$$

$$V_{sg} = \frac{\varphi_s \cdot A_v \cdot f_{yd} \cdot d_v \cdot (\cos \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha}{s} \quad (5.72)$$

В формулах (5.71)..(5.72):

- A_v – площадь поперечной арматуры, располагаемой с шагом s ;
- b_w – эффективная ширина сечения балки;
- d – рабочая высота сечения, определяемая как расстояние от наиболее сжатой грани сечения до центра тяжести продольной арматуры;
- d_v – плечо внутренней пары сил, принимаемое не менее $0,9 \cdot d$;
- f_c' – нормативное сопротивление бетона при сжатии (пиковая точка расчетной диаграммы деформирования);
- f_{yd} – нормативное сопротивление поперечной арматуры;
- s – шаг поперечных стержней;
- α – угол наклона отгибов к продольной оси балки;
- β – коэффициент, учитывающий сопротивление срезу наклонного сечения с диагональными трещинами;
- λ – коэффициент, учитывающий влияние плотности бетона (для тяжелого бетона $\lambda = 1$);
- θ – угол наклона диагональной полосы (сжатого подкоса) к продольной оси элемента;
- φ_c, φ_s – коэффициенты безопасности для материалов $\varphi_c = 0,60$; $\varphi_s = 0,85$).

Низкое значение коэффициента безопасности для бетона φ_c в некоторой степени компенсируется введением в расчетную формулу (5.71) коэффициента 1,3. Значение коэффициента β и угла θ представлены в табл. 4.2 и 4.4 (11.1 и 11.2 CSA) и в графической интерпре-

тации на рис. 4.20, 4.24 для элементов с поперечной арматурой и без поперечной арматуры (либо при ее количестве меньшем, чем $\rho_{sw,min}$).

Прочность при срезе элементов без поперечной арматуры ограничена максимальным значением касательных напряжений, воспринимаемых сечением с трещиной (см. P. Adebar и M.P. Collins, 1996 [78]).

Минимальную площадь поперечной арматуры предложено определять пропорционально $\sqrt{f'_c}$ по формуле:

$$A_{v,min} = 0,06 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b_w \cdot s}{f_y} \quad (5.73)$$

Для пользования табл. 4.2, 4.4 необходимо установить величину максимальных деформаций в продольной арматуре ε_x (рис. 4.19). В соответствии с требованиями норм [128], расчет максимальных продольных деформаций ε_x выполняют на уровне наиболее растянутой арматуры по формуле:

$$\varepsilon_x = \frac{0,5 \cdot (N_f + V_f \cdot \cot \theta) + M_f / d_v}{E_s \cdot A_s} \leq 0,002 \quad (5.74)$$

где: N_f – расчетная продольная сила, действующая в нормальном сечении;

V_f – расчетная поперечная сила, действующая в рассматриваемом сечении;

$M_f > 0$ – расчетный изгибающий момент в сечении;

E_s, A_s – соответственно, модуль упругости и площадь сечения арматуры в растянутой зоне сечения.

При пользовании табл. 4.4 для конструкций без поперечной арматуры среднее расстояние между наклонными трещинами (рис. 4.23) принимают не более плеча внутренней пары сил d_v и не более 2000 мм.

Упрощенный метод расчета

Упрощенный метод расчета железобетонных элементов при срезе и кручении базируется на условии:

$$V_r = V_c + V_s \leq V_s + 0,8 \cdot \lambda \cdot \varphi_c \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad (5.75)$$

Составляющую поперечной силы, воспринимаемую арматурой, рассчитывают по формуле (5.72), принимая $\theta = 45^\circ$ и $\alpha = 90^\circ$:

$$V_s = \frac{\varphi_s \cdot A_v \cdot f_{yd} \cdot d}{s} \quad (5.76)$$

Для элементов, у которых: а) площадь поперечной арматуры ниже минимального значения, установленного из условия (5.73); или: б) рабочая высота сечения не превышает 300 мм; – составляющую поперечной силы, воспринимаемую бетоном допускается рассчитывать по формуле:

$$V_c = 0,2 \cdot \lambda \cdot \varphi_c \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \approx 1,3 \cdot \lambda \cdot \varphi_c \cdot \frac{2}{12} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad (5.77)$$

(для сравнения требования ACI 318 [74] – $V_c = \frac{2}{12} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$)

Для железобетонных элементов, имеющих рабочую высоту сечения более 300 мм и поперечное армирование меньшее, чем установлено расчетом по формуле (5.73), составляющую поперечной силы, воспринимаемую бетоном, определяют:

$$V_c = \left(\frac{260}{1000 + d} \right) \cdot \lambda \cdot \varphi_c \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \geq 0,10 \cdot \lambda \cdot \varphi_c \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad (5.78)$$

Усилия в продольной арматуре

Предельное растягивающее усилие, воспринимаемое продольной арматурой N_r , не должно быть меньше расчетного усилия, вызван-

ного совместным действием изгибающего момента, продольной и поперечной силы:

$$N_r \geq \frac{M_r}{d_v} + 0,5 \cdot N_r + (V_r - 0,5 \cdot V_{sg}) \cdot \cot \theta \quad (5.79)$$

Метод ферменной аналогии

Метод ферменной аналогии [141] рекомендовано использовать при расчете только железобетонных элементов. При этом напряжения в сжатом подкосе, находящемся в условиях плоского напряженного состояния ("растяжение – сжатие", см. главу 2), предложено определять по формуле:

$$f_{cu} = \frac{f_c'}{0,8 + 170 \cdot \varepsilon_1} \leq 0,85 \cdot f_c' \quad (5.80)$$

где ε_1 – главные растягивающие деформации, определяемые по упрощенной формуле (см. главу 4).

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_s + (\varepsilon_s + 0,002) \cdot \cot^2 \theta_s \quad (5.81)$$

здесь θ_s – наименьший угол наклона сжатого подкоса к растянутому поясу согласно [128];

ε_s – деформация растяжения в нижнем (растянутом) поясе.

С возрастанием θ_s , главные растягивающие деформации уменьшаются, а предельные напряжения f_{cu} увеличиваются.

НОРВЕЖСКИЕ НОРМЫ NS 3473 E**(NORWEGIAN STANDARDS, 4TH ED. NOV. 1992 [260])**

Норвежские нормы по проектированию железобетонных конструкций распространяется на конструкции, выполненные из бетона класса по прочности при сжатии до $f_{c,cube} = 105 \text{ Н/мм}^2$ (гарантированная прочность, установленная при испытаниях кубов) или не более 94 Н/мм^2 (из испытаний цилиндров, что соответствует пиковой точке диаграммы деформирования).

При проектировании используют три метода:

1. упрощенный метод, подобный тому, что как это предложено в американских нормах ACI Code [74] (раздел 12.3.2NS) согласно которому $V = V_c + V_s$;
2. метод модифицированной ферменной аналогии с учетом переменного угла наклона сжатого подкоса подобно [141] (раздел 12.3.3NS);
3. общий метод расчета, базирующийся на модифицированной теории полей сжатия (MCFT) [123].

Условные обозначения, принятые в нормах NS 3473E

- A_c – площадь бетонного сечения;
- A_s – площадь продольной арматуры, имеющей полную анкеровку;
- A_{sv} – площадь поперечной арматуры;
- b_w – ширина стенки балки;
- d – расстояние от наиболее сжатой грани сечения до ц.т. растянутой арматуры;
- D_o – максимальный размер зерна заполнителя;
- E_{cm} – модуль упругости бетона;
- f_{cd} – расчетное сопротивление бетона;

**Расчет железобетонных конструкций
при действии перерезывающих сил**

f_{c2d} – пониженное расчетное сопротивление бетона в условиях плоского напряженно-деформированного состояния при действии поперечного растяжения;

f_{td} – расчетное сопротивление бетона при растяжении;

f_{sd} – расчетное сопротивление арматуры;

f_{sk} – нормативное сопротивление арматуры;

f_{tk} – нормативное сопротивление бетона при растяжении;

I_c – момент инерции бетонного сечения без трещин;

M_f – полный момент в расчетном сечении, действующий в комбинации с поперечной силой;

$$M_0 = -N_r W_c \cdot V_f / A_c ;$$

S, S_y – шаг поперечных стержней;

S_c – статический момент относительно центральной оси бетонного сечения;

V_{ccd} – предельная поперечная сила, воспринимаемая сжатым подкосом;

V_{cd} – составляющая поперечной силы, воспринимаемая бетоном за счет растяжения;

V_{co} – составляющая поперечной силы, воспринимаемая бетоном;

V_f – расчетная перерезывающая сила;

V_n – номинальная прочность сечения на срез;

V_{sd} – составляющая поперечной силы, воспринимаемая поперечной арматурой;

W – средняя ширина раскрытия трещин;

z – плечо внутренней пары сил ($0.9h$, если сечение имеет сжатую зону);

z_1 – не менее $0.7d$ и J/S_c ;

α – угол наклона отгибов к продольной оси элемента;

γ_c – коэффициент безопасности по бетону;

$\varepsilon_{1,2}$ – главные деформации бетона;

- $\varepsilon_{с0}$ – деформации, соответствующие пиковой точке диаграммы « $\sigma - \varepsilon$ » для бетона при сжатии;
- σ_{cr} – средние напряжения, перпендикулярные к поверхности трещины;
- $\sigma_{1,2}$ – главные напряжения в бетоне;
- τ – касательные напряжения;
- τ_{cr} – касательные напряжения, воспринимаемые бетоном с трещинами;
- τ_{m} – максимальные касательные напряжения, которые могут быть восприняты трещиной за счет зацепления;
- θ – угол наклона сжатого подкоса к продольной оси элемента.

Сравнение упрощенных методов применяемых в NS 3473 [260] и ACI Code [74]

Сравнение расчетных зависимостей для удобства представим в табличной форме как это выполнено в [137] (см. табл. 5.2).

Упрощенный расчет на базе **модифицированной ферменной аналогии с переменным углом наклона сжатого подкоса** (раздел 12.3.2 NS3473E) производят в соответствии с традиционным подходом, изложенным, например, в немецких нормах DIN 1045–1 [134]. При этом составляющую поперечной силы, воспринимаемую бетоном V_{cd} определяют по расчетной формуле, содержащейся в табл. 5.2.

Таблица 5.2.

NS 3473 E §12.3.2 (упрощенный метод)	ACI 318-95 [74]
1. Элементы без поперечной арматуры Разрушение при срезе	
$V_{cd} = V_{co} =$ $= 0,66 \cdot \left(f_{td} + \frac{k_A \cdot A_s}{\gamma_c \cdot b_w \cdot d} \right) \cdot b_w \cdot d \cdot k_v \leq$ $\leq 0,33 \cdot f_{td} \cdot b_w \cdot d \cdot k_v$ <p> $k_A = 100 \text{ МПа};$ A_s – полная площадь растянутой арматуры; $1,0 \leq k_v \leq 1,5 - \frac{d}{1(\text{метр})} \leq 1,4$ </p> <ul style="list-style-type: none"> – Нормы NS учитывает влияние продольной арматуры, но не учитывает влияние пролета среза a/d, подобно как в предложениях ACI-ASCE Committee 41.26 (1977) []; – Нормы NS принимают прочность бетона при растяжении как функцию от прочности бетона при сжатии. 	$V_c = \frac{\sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d}{6}$ <ul style="list-style-type: none"> – Нормы ACI принимают, что нормальные трещины при изгибе образуются, когда превышена прочность при растяжении, равная $0,5 \cdot \sqrt{f'_c}$, МПа; – Нормы ACI рекомендуют принимать условие по которому главные растягивающие приводят к появлению трещин, когда их величина составляет $0,33 \cdot \sqrt{f'_c}$, МПа.

NS 3473 E §12.3.2 (упрощенный метод)	ACI 318-95 [74]
Разрушение при действии среза и продольного сжимающего усилия	
$V_{cd} = V_{co} + 0,8 \cdot \frac{M_o}{M_f} \cdot V_f \leq$ $\leq \left(f_{td} \cdot k_v - \frac{0,25 \cdot N_f}{A_c} \right) \cdot b_w \cdot z_1$ $\frac{N_f}{A_s} < 0,4 \cdot f_{cd}; \quad N_f < 0 \text{ при сжатии};$ <p>Соотношение $0,8 \cdot \frac{M_o}{M_f} \cdot V_f$ зависит не только от осевого сжимающего усилия, но так же учитывает соотношение изгиба и среза в рассматриваемом сечении. Осевое сжатие трансформируется в эквивалентный изгибающий момент.</p>	$V_c = \left(0,166 + 0,0012 \cdot \frac{N_u}{A_g} \right) \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$ <p>$N_u > 0$ при сжатии.</p>

NS 3473 E §12.3.2 (упрощенный метод)	ACI 318-95 [74]
Разрушение при действии среза и продольного осевого растягивающего усилия	
$V_{cd} = V_{co} \cdot \left(1 - \frac{N_f}{1,5 \cdot f_{td} \cdot A_c} \right) \geq 0$ <p>$N_f > 0$ при растяжении;</p> <p>Если изгибающий момент вызван действием продольного усилия, допускается использовать уравнение, представленное ниже в случае, если он дает более высокий результат (прочность наклонного сечения), чем уравнение представленное выше:</p> $V_{cd} = V_{co} \cdot \left(1 - \frac{M_o}{ M_f } \right) \geq 0$	$V_c = \left(0,166 + 0,048 \cdot \frac{N_u}{A_g} \right) \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$ <p>$N_u < 0$ при растяжении.</p>

NS 3473 E §12.3.2 (упрощенный метод)	ACI 318-95 [74]
2. Элементы с поперечной арматурой	
$V_n = V_{cd} + V_{sd}$ <p>при расчетах V_{cd} по формуле для элементов без поперечного армирования принимают $k_v = 1,0$;</p> $V_{sd} = \frac{A_{sv} \cdot f_{sd}}{s} \cdot z \cdot (\cot \alpha + 1) \cdot \sin \alpha$	$V_n = V_c + V_s$ $V_c = \left(0,16 \cdot \sqrt{f'_c} + 17 \cdot \frac{\rho_w \cdot V_u \cdot d}{M_u} \right) \cdot b_w \cdot d \leq$ $\leq 0,29 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$ $V_s = \frac{A_v \cdot f_{yd} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot d}{s}$ <p>при действии осевого усилия (сжимающего):</p> $V_c = \left(0,16 \cdot \sqrt{f'_c} + 17 \cdot \frac{\rho_w \cdot V_u \cdot d}{M_m} \right) \cdot b_w \cdot d \leq$ $\leq 0,29 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \cdot \sqrt{1 + \frac{N_u}{A_g}}$ <p>где $M_m = M_u - N_u \cdot \left(\frac{4 \cdot h - d}{8} \right)$</p> <p>$N_u > 0$ для сжатия.</p>

NS 3473 E §12.3.2 (упрощенный метод)	ACI 318-95 [74]
Разрушение от сжатия при срезе (раздавливание бетонного подкоса)	
$V_{cdd} = 0,25 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z \cdot (1 + \cot \alpha) \leq$ $\leq 0,45 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z$ <p>при</p> $\cot \alpha \leq \frac{0,20}{0,25} \text{ или } \alpha \geq 51^\circ$	<p>нет специальных требований, однако:</p> $V_s \leq V_{s \max} = 0,7 \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_w \cdot d$ <p>где V_s – перерезывающая сила, воспринимаемая поперечной арматурой.</p>
<p>принятые формулы распространяются на элементы, выполненные из бетона класса не выше С85 (гарантированная прочность установленная на кубах $f_{c,cube}^G = 85$ МПа, цилиндрическая прочность 74 МПа, прочность при растяжении (<i>in-situ</i>) 2,70 Н/мм², см. табл. 3.3).</p>	

Общий метод расчета
(NS 3473E §12.5.1 [260])

В основу метода, использованного в норвежских нормах NS 3473 [260] положена модифицированная теория полей сжатия MCFT [120, 329].

Сопоставление расчетных положений NS 3473 E [260] с положениями MCFT (Collins и Mitchell, 1991 [120]) выполнено в табличной форме (см. табл. 5.3).

Следует отметить, что в нормах NS 3473 не дано указаний, как рассчитывать угол наклона диагонального подкоса θ . По некоторым позициям норвежские нормы содержат даже более общий метод по сравнению с MCFT [120], например:

- а) учитывается возможность действия нормальных напряжений на поверхность диагональной трещины;
- б) допускается, что напряжения в поперечной арматуре для сечений с трещиной могут быть ниже, чем предельные, обусловленные достижением предела текучести.

Минимальное количество поперечной арматуры

Согласно [260] минимальное количество поперечной арматуры определяют из условия:

$$A_s \geq \frac{0,2 \cdot A_c \cdot f_{tk} \cdot \sin \alpha}{f_{sk}}$$

Для сравнения североамериканские нормы ACI Code [74] и пособия (руководства) при $A_c = b_w \cdot d$; $f_{sk} = f_{yd}$ и $\alpha = 90^\circ$ дают решение:

$$A_{v,min} = 0,2 \cdot \frac{f_{tk}}{f_{yd}} \cdot b_w \cdot s$$

Таблица 5.3.

Расчет железобетонных конструкций при действии perpendicularных сил

NS 3473 E §12.5, A12.5 (общий метод)	MCFT (Collins и Mitchell, 1991 [120])
Диаграмма для бетона при осевом сжатии	
$\sigma_{c2} = f_{c2d} \cdot \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{c0}} \cdot \left(2 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{c0}} \right) \text{ при } \varepsilon_2 \leq \varepsilon_{c0} $ $\varepsilon_{c0} = -0,002; \varepsilon_2 < 0 \text{ при сжатии,}$ см. рис. 5.19	$f_2 = f_{2,max} \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_c'} \right) - \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_c'} \right)^2 \right]$ $\varepsilon_c' = 0,002;$ см. рис. 4.14
Диаграмма для бетона при двухосном растяжении–сжатии	
$f_{c2d} = \frac{f_{cd}}{0,8 + 100 \cdot \varepsilon_1} < f_{cd}$	$f_{2,max} = \frac{f_c'}{0,8 + 170 \cdot \varepsilon_1} < f_c'$
Главные растягивающие деформации в бетоне	
$\varepsilon_1 = \varepsilon_x + (\varepsilon_x - \varepsilon_2) \cdot \cot^2 \theta$ при упрощении: $\varepsilon_2 = \varepsilon_0 = -0,002$ $\varepsilon_x = 0,002$	$\varepsilon_1 = \varepsilon_x + (\varepsilon_x - \varepsilon_2) \cdot \cot^2 \theta$
Главные сжимающие напряжения	
$\sigma_{c2} = \sigma_{c1} - \tau \cdot (\tan \theta + \cot \theta)$	$-f_2 = f_1 - \nu \cdot (\tan \theta + \cot \theta)$

NS 3473 E §12.5, A12.5 (общий метод)	MCFT (Collins и Mitchell, 1991 [120])
Средние деформации поперечной арматуры	
$\varepsilon_x = \varepsilon_1 \cdot \sin^2 \theta + \varepsilon_2 \cdot \cos^2 \theta$ $\varepsilon_y = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_x$	$\varepsilon_t = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_x$
Средние растягивающие напряжения на участке между трещинами	
$\sigma_{c1} = \varepsilon_1 \cdot E_{cd} \text{ при } \varepsilon_1 < \varepsilon_{ot}$ $\sigma_{c1} = 0,5 \cdot f_{td} \text{ при } \varepsilon_1 \geq \varepsilon_{ot}$ <p>где $\varepsilon_{ot} = \frac{f_{cd}}{E_{cd}} = \frac{\gamma_c \cdot f_{cd}}{E_{cn}}$</p> <p>см. рис. 5.20а</p>	$f_1 = \varepsilon_1 \cdot E_c \text{ при } \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{cr}$ $f_1 = \frac{\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot f_{cr}}{1 + \sqrt{500 \cdot \varepsilon_1}} \text{ при } \varepsilon_1 > \varepsilon_{cr}$ <p>α_1, α_2 – коэффициенты, учитывающие влияние характеристик поверхности арматуры и типа нагружения;</p> <p>см. рис. 5.20б</p>
Касательные напряжения, воспринимаемые сечением с трещиной (защемление по берегам трещины)	
$\frac{\tau_{cr}}{\tau_{rm}} = 1 - 0,82 \cdot \left(1 - \frac{\sigma_{cr}}{\tau_{rm}}\right)^2$ $\tau_{rm} = \frac{2 \cdot f_{td}}{0,31 + 24 \cdot \frac{w}{D_0 + 16}}$ <p>см. рис. 5.21</p>	$v_{ci} = \frac{0,18 \cdot \sqrt{f'_c}}{0,3 + 24 \cdot \frac{w}{a + 16}}$ $\sigma_{cr} = 0$

NS 3473 E §12.5, A12.5 (общий метод)	MCFT (Collins и Mitchell, 1991 [120])
Расстояние между трещинами	
Среднее расстояние между трещинами не более $0,8 \cdot z$	В соответствии с <i>CEB-FIP [110]</i> $s_{mx} = 2 \cdot \left(c_x + \frac{s_x}{10} \right) + 0,25 \cdot k_1 \cdot \frac{d \cdot b_x}{\rho_x}$ $s_{mv} = 2 \cdot \left(c_v + \frac{s}{10} \right) + 0,25 \cdot k_1 \cdot \frac{d \cdot b_v}{\rho_v}$
Напряжения в поперечной (вертикальной) арматуре в сечении с трещиной	
$\sigma_{syr} = \sigma_{sy} + \frac{\sigma_{ct} + \sigma_{cr} - \tau_{cr} \cdot \tan \theta}{\rho_y} \leq f_{sdy}$ <p>при $\rho_y = \frac{A_{sy}}{b_w \cdot s_y}$</p>	f_v = текучесть в трещине; $f_1 = v_{ct} \cdot \tan \theta + \rho_v \cdot (f_{vy} - f_v)$ или $f_{vy} = f_v + \frac{f_1 - v_{ct} \cdot \tan \theta}{\rho_v}$ при $\rho_v = \frac{A_v}{b_w \cdot s}$ когда f_{vy} = текучести, из этого уравнения определяют f_1 .
Напряжения в продольной арматуре для сечения с трещиной	
$\sigma_{sxf} = \sigma_{sx} + \frac{\sigma_{ct} + \sigma_{cr} + \tau_{cr} \cdot \cot \theta}{\rho_x} \leq f_{sdx}$ <p>при $\rho_x = \frac{A_{sx}}{b_w \cdot s_x}$</p>	f_x = текучесть в трещине; $f_{sx} + \frac{f_1 + [f_1 - \rho_v \cdot (f_{vy} - f_y)] \cdot \cot^2 \theta}{\rho_x} \leq f_y$ $\rho_x = \frac{A_{sx}}{b_w \cdot d}$ Это уравнение ограничивает f_1 .

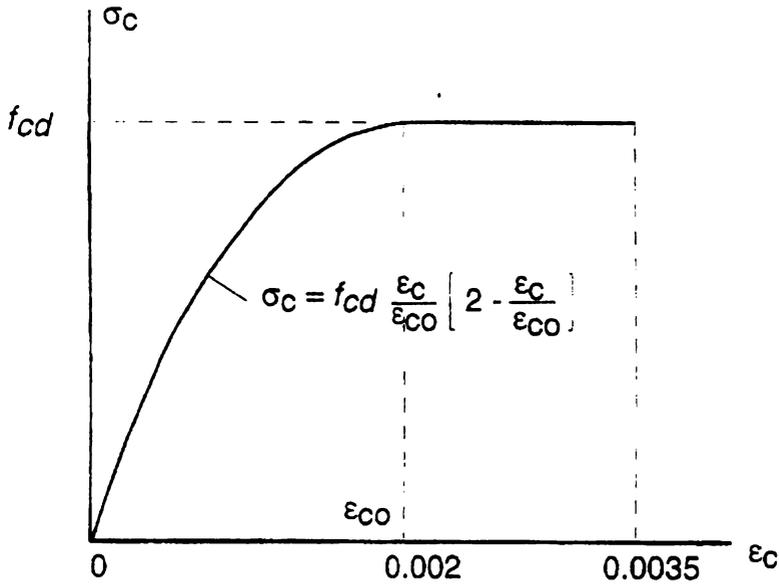


Рис. 5.19.

Упрощенная диаграмма деформирования для бетона нормальной прочности при сжатии (классы C25–C55) согласно NS3473E [260]

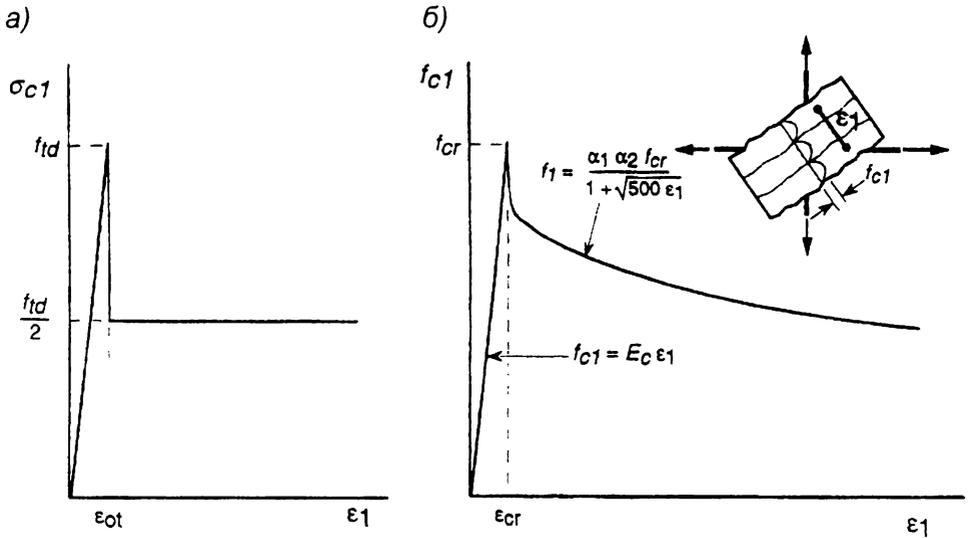


Рис. 5.20.

Диаграммы деформирования « $\sigma_1 - \epsilon_1$ » согласно NS 3473E [260] (а) и MCFT [120] (б)

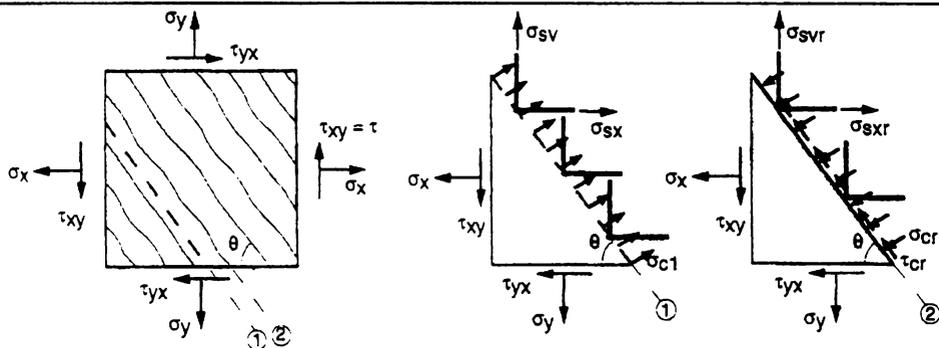


Рис. 5.21.

Схемы к составлению условий равновесия для железобетонного элемента с диагональными трещинами согласно NS 3473E [260]

Прочность бетона при растяжении f_{tk} (определенная при раскалывании цилиндрических образцов) примерно в 1,5 раз меньше, чем прочность при растяжении, установленная испытанием балок $f_r \approx 1,5 \cdot f_{tk}$. Норвежские нормы NS 3473E не дают формулы для определения прочности бетона при растяжении f_{tk} как функции от прочности при сжатии f_c' , но приводит эти значения в табличной форме (см. табл. 5.4).

На рис. 5.22 представлено сравнение прочностей бетона при растяжении в зависимости от прочности при сжатии, принятых в различных национальных нормах. Интересно сравнить также минимальное количество поперечной арматуры по различным нормам, в частности при применении высокопрочных бетонов (см. табл. 5.4).

Прочность бетона при растяжении в зависимости от прочности при сжатии и минимальное количество поперечной арматуры $\left(\rho_{sw} = \frac{A_v}{b_w \cdot s} \right)$ в соответствии с требованиями различных норм

NS	f'_c , (МПа)	36	44	54	64	74	84	94
	f_{tk} , (МПа)	2,95	3,30	3,65	4,00	4,30	4,60	4,90
	f_{tn} , (МПа)	2,00	2,25	2,50	2,60	2,70	2,70	2,70
NS, СЕВ: [260]	$\rho_{sw} \cdot f_y = 0,2 \cdot f_{tk}$	0,59	0,66	0,73	0,80	0,86	0,92	0,98
AASHTO: [73]	$\rho_{sw} \cdot f_y = 0,083 \cdot \sqrt{f'_c}$	0,50	0,55	0,61	0,66	0,71	0,76	0,81
ACI: [74]	$\rho_{sw} \cdot f_{sy} = 0,01 \cdot f'_c$	0,36	0,44	0,54	0,64	0,74	0,84	0,94
CSA: [128]	$\rho_{sw} \cdot f_{sy} = 0,06 \cdot \sqrt{f'_c}$	0,36	0,40	0,44	0,48	0,52	0,55	0,58

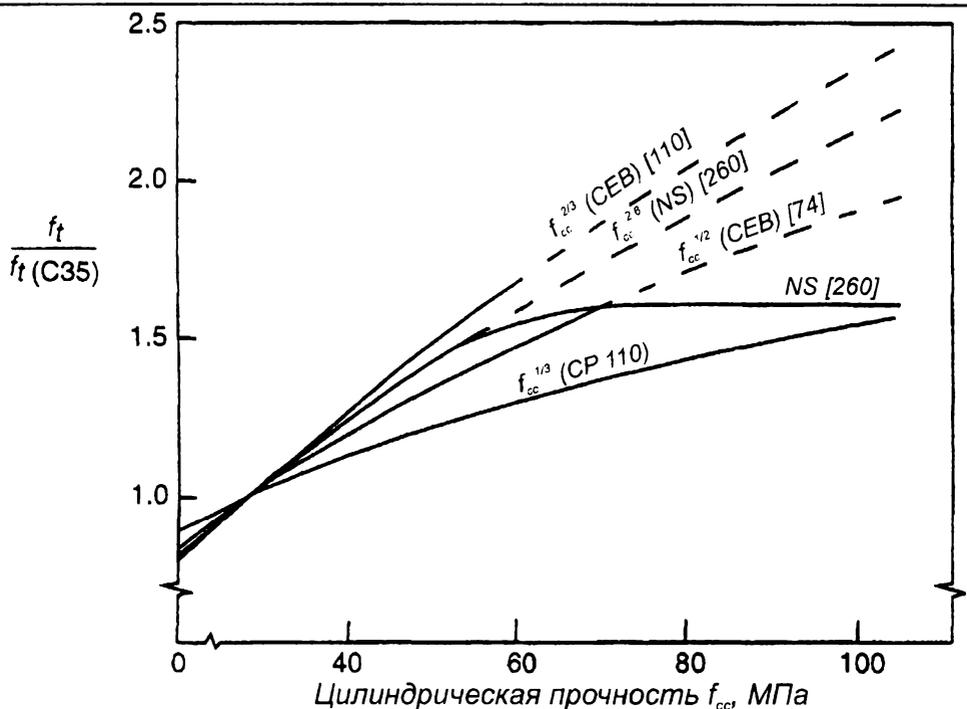


Рис. 5.22.

Прочности бетона при растяжении в зависимости от прочности при сжатии по различным нормам (взято из CEB-FIP 1990 [110])

ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ПРОЧНОСТИ НАКЛОННЫХ СЕЧЕНИЙ В СООТВЕТСТВИИ С ПОЛОЖЕНИЯМИ НОРМ РАЗЛИЧНЫХ СТРАН

Разрушение железобетонных конструкций по наклонным сечениям очень опасно и поэтому крайне нежелательно. По этой причине надежность расчетных методов, применяемых при оценке прочности наклонных сечений должна быть значительно выше, чем нормальных сечений [66].

Исследование надежности методов расчета прочности наклонных сечений в соответствии с различными нормами выполняли по методике, примененной в работах Н.Я. Сапожникова [66] для оценки надежности положений СНиП 2.03.01–84*.

Под надежность расчета, согласно [66], подразумевают вероятность того, что при разрушении по наклонному сечению опытное значение предельной поперечной силы $V_{u,exp}$ окажется больше расчетного $V_{u,calc}$, определенного в соответствии с положениями, содержащимися в нормативном документе, т.е. вероятность $P(V_{u,exp} > V_{u,calc})$. Используя терминологию ГОСТ 8829 ($C = V_{u,exp}/V_{u,calc}$) надежность можно оценить как вероятность $P(C > 1)$.

Для оценки надежности и расчетов наклонных сечений по прочности в соответствии со СНиП 2.03.01–84* в работе [66] были использованы результаты лабораторных испытаний балок, выполненных в СССР, США, Германии и других странах. Разрушение всех анализированных балок, составивших выборку в 1686 образцов, происходило по наклонному сечению.

При выполнении аналогичной оценки для норм других стран авторы использовали дополнительную выборку, состоявшую из 1672 опытных образцов-балок, испытанных в разное время исследовательскими центрами СССР, США, Норвегии, Германии, Великобритании, Франции, Польши, Швеции, Японии. В опытных балках в широком диапазоне изменялись следующие параметры: класс бетона по прочности при сжатии, коэффициенты продольного и поперечного армирования, условия нагружения, уровень предварительного напряжения.

Оценку надежности расчетных методов выполняли в два этапа. На первом этапе определяли надежность расчетного метода, принятого в нормативном документе. С этой целью производили оценку прочности наклонных сечений пользуясь расчетными характеристиками материалов, установленных соответствующими нормативными документами и системой коэффициентов (как правило, понижающих), уча-

ствующих в расчетных формулах. На втором этапе анализировали точность и надежность формул, применяемых в расчетном методе. При этом в расчетах использовали характеристики материалов, установленные в опытах, а значения понижающих коэффициентов в расчетных формулах принимали равными единице.

Статистические характеристики, а также оценки надежности расчета для проанализированных опытных данных представлены в табл. 5.5. Для каждой выборки произведена эмпирическая оценка $P(C > 1)$, а также теоретическая, основанная на предположении о нормальном распределении C .

Как видно из результатов анализа, представленных в табл. 5.5, наименьшую надежность имеет расчет в соответствии со СНиП 2.03.01–84*. При этом, оценка точности и надежности расчетных формул СНиП 2.03.01–94* показывает, что вероятность $P(C > 1)$ для элементов с поперечной арматурой составляет всего лишь 0.3204 для элементов без предварительного напряжения и 0.3120 – для предварительно напряженных элементов. Наиболее близким по точности и надежности расчетных формул к СНиП 2.03.01–84* оказывается американская норма ACI Code 318 [74]. Для нее вероятность $P(C > 1)$ для расчетных формул оказалась равной 0.6554, хотя надежность расчета для элементов с поперечным армированием оказывается несколько выше (0.9883).

Наибольшей точностью и надежностью обладают расчетные формулы, содержащиеся в норвежских нормах NS 3473 [260], основанные на положениях модифицированной теории «сжатых полей» [120]. Не существенно отличаются по результатам анализа надежности и канадские нормы CSA 23 [128], базирующиеся на общей теории расчета на срез [123], являющиеся упрощенной версией модифицированной теории сжатых полей [120, 329].

Результаты оценки надежности расчетных формул проекта единых европейских норм Eurocode–2 [141] показывает, что они занимают

Таблица 5.5.

Сравнение надежности расчетных методов, применяемых в различных нормах при расчете прочности наклонных сечений железобетонных и предварительно напряженных элементов

Нормативный документ	Характеристика выборки	Среднее значение $\bar{\lambda}$	Коэффициент вариации Cov , %	Вероятность $P(C > 1)$	
				$P_{теор}$	$P_{эмп}$
СНиП 2.03.01–84* Взято из работы [67]	RC**)	1.677	29.0*)	0.9177	0.9506
		0.951	29.1	0.375	0.3204
ACI Code 318 [74]	RC + PC	1.687	27.2	0.9853	0.9883
		1.123	27.79	0.7128	0.6554
Eurocode–2 [141]	RC + PC	1.672	24.3	0.9923	0.9834
		1.137	24.5	0.7837	0.7843
NS 3473 [260]	RC + PC	1.31	17.3	0.9991	0.9991
		1.13	17.1	0.8743	0.8531
CSA 23 [128]	RC + PC	1.39	17.2	0.9990	0.9989
		1.14	17.8	0.8732	0.8524

Примечания: *) Над чертой статистические характеристики, относящиеся к оценке надежности расчета, под чертой – к оценке точности и надежности расчетных формул;

***) RC – балки без предварительного напряжения;

PC – предварительно напряженные балки.

некоторое промежуточное положение между ACI Code [74] и NS 3473 [260]. Вместе с тем, надежность расчета по положениям EC-2 [141] является достаточно высокой. Вероятность $P(C > 1)$ составляет в данном случае 0.9987.

Как показано в работе [66], реальный уровень надежности натуральных конструкций, запроектированных по СНиП 2.03.01–84*) (см. табл. 5.6), оказывается выше, чем у лабораторных образцов – в реальных натуральных конструкциях практически не реализуема вероятность ($C < 1$). Анализ показал, что это явление связано, главным образом, с тем, что проектное количество поперечной арматуры значительно превышает требуемое по расчету, а прочность бетона, как правило, выше назначенной по проекту. В этой ситуации надежность наклонных сечений оказывается величиной того же порядка, что и для нормальных сечений. Однако, как следует из анализа [66], вероятность разрушения по наклонным сечениям балок, ригелей и ребристых плит перекрытий достаточно велика.

Кроме того, следует отметить, что анализ, выполненный в работе [66], касался типовых сборных конструкций, испытанных в основном по схеме свободно опертых однопролетных балок. В случае монолитных статически неопределимых конструкций, в частности работающих с двузначной эпюрой изгибающих моментов, надежность реальных элементов по наклонным сечениям может оказаться более низкой, чем сборных. Этот вопрос обсуждается в работе [66].

Учитывая низкую надежность расчета наклонных сечений по СНиП 2.03.01–84* и случайность факторов, повышающих надежность реальных конструкций, представляется целесообразным при разработке проекта норм Беларуси СНБ «Конструкции бетонные и железобетонные. Нормы проектирования» использовать общий метод расчета на срез, базирующийся на положениях модифицированной теории сжатых полей [120, 329]. Оправданным с этой точки зрения выглядит назначение в проекте СНБ более высоких значений коэффициентов безопасности для бетона по сравнению со СНиП 2.03.01–84*.

Таблица 5.6.

Конструкции	Схемы испытания	Объем выборки	Вероятность реализации разрушения		
			Вследствие теку- щести рабочей арматуры	По бетону сжа- той зоны	По наклонному сечению
Ненапряженные конструкции					
Многopустотный настил, $l \leq 4$ м	A	95	0.979	–	0.021
Плиты дорожные, трамвайных путей, перекрытий каналов	B	158	0.892	–	0.108
Плиты перекрытий подвалов	A	155	0.677	0.019	0.304
Плиты плоские	A	83	1.000	–	–
То же, при испытании на Q	C	119	0.613	–	0.387
Плиты ребристые перекрытий	A	58	0.810	–	0.190
То же, покрытий и перекрытий	B	80	0.563	–	0.437
Балки стропильные	A	130	0.869	–	–
То же, фундаментные	B	63	0.476	–	0.524
Ригели	C	436	0.750	0.140	0.110
Перемычки	B	695	0.740	0.195	0.065
Преднапряженные конструкции					
Многopустотный настил	A	941	0.949	0.020	0.022
То же, при испытании на Q	C	30	0.133	–	0.867
Плоские плиты	A	150	0.973	–	0.027
То же, при испытании на Q	C	26	0.154	–	0.846
Плиты ребристые	A	398	0.852	0.048	0.101
То же, плиты покрытий, $l = 6$ м	A	92	0.943	–	0.057
То же, $l = 12$ м	A	53	0.943	–	0.057
То же, плиты перекрытий	A	70	0.757	–	0.243
Балки стропильные	A	136	0.235	0.588	0.176
Примечание: А – равномерно распределенная нагрузка, В – две сосредоточенные силы в четвертях пролета, С – равномерно распределенная нагрузка и две сосредоточенные силы у опор.					

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненное в последние двадцать лет комплексное изучение вопроса среза приопорной зоны железобетонных конструкций позволяет построить рациональную по своему содержанию расчетную деформационную модель, в значительной степени описывающую физическую сторону наблюдаемого явления. Получение диаграмм деформирования для железобетонного элемента с диагональными трещинами, зависимостей, описывающих передачу среза сечением вдоль трещины (зацепление по берегам трещины, нагельный эффект), позволяют отказаться от целого ряда условностей, принятых в традиционных полуэмпирических расчетных методах, включенных в нормативные документы ряда стран. Безусловно, что представленные в настоящей книге сведения не охватывают всех направлений, по которым развиваются методы, касающиеся расчетов приопорных зон железобетонных конструкций. В книге проанализированы лишь те деформационные методы расчета наклонных сечений, которые к настоящему времени доведены до состояния практического применения и вносятся в нормы по проектированию железобетонных конструкций. Следует отметить, что и эти методы нуждаются в дальнейшем совершенствовании и развитии.

Завершая настоящую книгу авторы надеются, что содержащиеся в ней сведения не только приблизят читателя к пониманию интенсивно развивающихся в настоящее время методов деформационных расчетов конструкций, но и дадут импульс новой творческой инициативе.

Авторы с благодарностью примут все замечания и пожелания, касающиеся настоящей книги, и используют их при дальнейшей работе по рассмотренной проблеме.

Адрес для контактов:

*ул. Московская, 267, 224017, Республика Беларусь, г. Брест,
Брестский государственный технический университет.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Байков В.Н., Залесов А.С. Особенности работы приопорных участков балок// Бетон и железобетон. – 1984, №7 - с. 20-22.
2. Баранова Т.И. Новый метод расчета поперечной арматуры в коротких элементах// Бетон и железобетон. – 1987, №3 - с. 22-24.
3. Баранова Т.И., Залесов А.С. Расчет прочности коротких консолей на действие поперечной силы// Бетон и железобетон. – 1976, №9 - с. 32-33.
4. Белов В.В. Расчет бетонных и железобетонных элементов с пересекающимися магистральными трещинами на основе блочной модели деформирования. – Инженерные проблемы современного железобетона. РААиС. Иваново, 1995. – с. 58-65.
5. Бердичевский Г.И., Будюк В.Д., Кондратчик А.А. Трещиностойкость и прочность самонапряженных элементов по наклонному сечению// Бетон и железобетон. – 1982, №5 - с. 22-24.

6. Бондаренко В.М. К построению общей теории железобетона (специфика, основы, метод)// Бетон и железобетон. – 1978, № 9.
7. Боришанский М.С, Николаев Ю. К. Образование косых трещин в стенках предварительно напряженных балок и влияние предварительного напряжения на прочность под действием поперечных сил// Прочность и жесткость железобетонных конструкций. НИИЖБ, М.; Стройиздат. 1968 – С. 5–56.
8. Боришанский М.С. Расчет отогнутых стержней и хомутов в изгибаемых железобетонных элементах на стадии разрушения. М., Стройиздат, 1946 г.
9. Васильев П.И. Вопросы развития теории железобетона// Бетон и железобетон. – 1980, №4 - с. 26-27.
10. Васильев П.И., Рочняк О.А. О рациональной конструкции поперечного армирования изгибаемых железобетонных элементов// Совершенствование методов расчета и исследование новых типов железобетонных конструкций. Ленинград, ЛИСИ, 1979. – с. 5-10.
11. Васильев П.И., Рочняк О.А. Сопротивление железобетонных элементов поперечным силам. Минск., Наука и техника. – 1978. – 88 с.
12. Васильев П.И., Рочняк О.А., Деркач В.Н., Зинов К.А. Особенности напряженно-деформированного состояния железобетонных изгибаемых элементов без поперечной арматуры// Исследования и расчет строительных конструкций энергетических сооружений. Межвузовский сборник. – Ленинград: ЛПИ, 1987. – с. 3-7.
13. Васильев П.И., Рочняк О.А., Яромиш Н.Н. Влияние характера трещинообразования на сопротивление железобетонных элементов поперечной силе// Совершенствование методов расчета и исследование новых типов железобетонных конструкций. Межвузовский тематический сборник трудов. - Ленинград: ЛИСИ, 1981, №10. – с. 19-25.

14. Гвоздев А.А., Залесов А.С., Зиганшин Х.А. Прочность элементов сдвухзначной зепюрой моментов на действие поперечных сил// Бетон и железобетон. – 1982, №3 - с. 38-39.
15. Гвоздев А.А., Залесов А.С., Титов И.А. Силы зацепления в наклонных трещинах// Бетон и железобетон. – 1975, №7 - с. 44-45.
16. Гвоздев А.А., Карпенко Н.И., Крылов С.М. Теоретическое и экспериментальное исследование работы железобетона с трещинами при плоском однородном и неоднородном напряженных состояниях./ Сб. трудов НИИЖБ: Совершенствование расчета статически неопределимых железобетонных конструкций.: М., Стройиздат, 1968 г.
17. Гутковский В.А. Прочность и деформативность контактов в предварительно напряженных тонкостенных сборно-монолитных балочных конструкциях, работающих в условиях однократных статических загрузений. Спец. 05.23.01, Минск, БПИ, 1984 – 160 с.
18. Зайцев В.В. О пониженном сопротивлении элементов из легких бетонов действию поперечных сил при изгибе// Бетон и железобетон. – 1975, №4 - с. 29-31.
19. Зайцев Л.Н., Горохов И.А. Исследование влияния наклонных трещин на деформации изгибаемых железобетонных балок/ В сб. ...
20. Зайцев Л.Н., Трынов В.Г. Учет влияния поперечных сил на прогибы железобетонных балок, имеющих трещины в бетоне.– В кн. Предельные состояния элементов железобетонных конструкций. М., Стройиздат, 1976 (НИИЖБ).
21. Залесов А.С., Попов Г.И., Усенбаев Б.У. Расчет прочности приопорных участков балок на основе двухблочной модели// Бетон и железобетон. – 1986, №2 - с. 34-35.
22. Залесов А.С. Деформационная расчетная модель железобетонных элементов при действии поперечных сил. – Инженерные проблемы современного железобетона. РААиС. Иваново, 1995. – с. 113-120.

23. Залесов А.С. Расчет прочности железобетонных элементов при действии поперечных сил и кручении// Бетон и железобетон. – 1976, №6 - с. 22-24.
24. Залесов А.С., Баранова Т.И. Новый подход к расчету коротких элементов при действии поперечных сил// Бетон и железобетон. – 1979, №2 - с. 22-24.
25. Залесов А.С., Воробьев Ю.А., Яшин А.В. Условия образования наклонных трещин в железобетонных балках из различных бетонов// Прочностные и деформативные характеристики элементов бетонных и железобетонных конструкций (сб. науч. тр.) / Под ред. Гвоздева А. А., Гуци Ю. П. – М.: НИИЖБ Госстроя СССР, 1981. – с. 90-97.
26. Залесов А.С., Зиганшин Х.А. Исследование прочности по наклонным сечениям элементов с двузначной эпюрой изгибающих моментов// Поведение бетонов и железобетонных конструкций при воздействии различной длительности. – М.; 1980. – с. 55-65.
27. Залесов А.С., Климов Ю.А. Прочность железобетонных конструкций при действии поперечных сил. Киев., Будивельник, 1989. – 104 с.
28. Залесов А.С., Климов Ю.А. Развитие физической модели работы железобетонного элемента при действии поперечных сил с учетом условий деформирования// Напряженно-деформированное состояние бетонных и железобетонных конструкций.– М.: НИИЖБ, 1986 – с. 92–105.
29. Залесов А.С., Климов Ю.А. Развитие физической модели работы железобетонного элемента при действии поперечных сил с учетом условий деформирования// Напряженно-деформированное состояние бетонных и железобетонных конструкций. М., НИИЖБ, 1986 – с. 92-97.

30. Залесов А.С., Маилян Р.Л., Шейна С.Г. Прочность элементов при поперечном изгибе с продольными сжимающими силами высокого уровня// Бетон и железобетон. – 1984, №3 - с. 34-35.
31. Залесов А.С., Старишко И.Н. Влияние преднапряжения на прочность элементов по наклонным сечениям// Бетон и железобетон. – 1987, №8 - с. 24-25.
32. Залесов А.С., Титов И.А. Исследование напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов в зоне действия поперечных сил// Строительные конструкции и теория сооружений. Минск, БПИ, 1977 – Вып. 2. – с. 42-47.
33. Залесов А.С., Хозяинов Б.П. Прочность элементов при кручении и изгибе со знакопеременной эпюрой изгибающих моментов// Бетон и железобетон. – 1989, №4 - с. 43-45.
34. Залесов А.С., Чистяков Е.А., Ларичева И.Ю. Деформационная расчетная модель железобетонных элементов при действии изгибающих моментов и продольных сил// Бетон и железобетон. – 1996, №5 - с. 16-18.
35. Залесов А.С., Чистяков Е.А., Ларичева И.Ю. Новые методы расчета железобетонных элементов по нормальным сечениям на основе деформационной расчетной модели// Бетон и железобетон. – 1997, №5 - с. 31-34.
36. Зинов К.А. Прочность железобетонных балок без поперечного армирования с двухзначной эпюрой изгибающих моментов: Автореф. ... канд. техн. наук: 05.23.01/ ЛИСИ – Ленинград., 1988. – 24 с.
37. Зорич А.С. Несущая способность внецентренно растянутых железобетонных элементов из обычного и высокопрочного бетонов при действии поперечных сил// Бетон и железобетон. – 1976, №11 - с. 34-37.
38. Зорич А.С. Несущая способность по наклонным сечениям железобетонных балок из высокопрочных бетонов.– «Строительные конструкции», вып. XIX, Киев, «Будівельник», 1972 г.

39. Карпенко Н.И. К построению теории деформаций железобетонных стержней с трещинами, учитывающей влияние поперечных сил// Исследование стержневых и плитных железобетонных статически неопределимых конструкций. НИИЖБ. М., Стройиздат, 1979. – с. 17-48.
40. Карпенко Н.И. К расчету железобетонных пластин и оболочек с учетом трещин.– «Строительная механика и расчет сооружений», 1971, № 1.
41. Карпенко Н.И. Методика расчета стержневых конструкций с учетом деформаций сдвига// Бетон и железобетон. – 1989, №3 - с. 14-17.
42. Карпенко Н.И. О двух общих условиях прочности железобетонных элементов с трещинами/ В сб. Расчет и конструирование железобетонных конструкций.– М.: Стройиздат, 1972 – с. 146–159.
43. Карпенко Н.И. О современных построениях критериев прочности бетонных и железобетонных элементов// Бетон и железобетон. – 1997, №3 - с. 4-7.
44. Карпенко Н.И. Общие методы механики железобетона.– М.: Стройиздат, 1996.– 416 с.
45. Карпенко Н.И. Теоретические и методические аспекты расчета железобетонных конструкций с учетом физической нелинейности// Российская архитектурно-строительная энциклопедия.– М., 1998.– Т.V.– С. 51–85.
46. Карпенко Н.И. Теория деформирования железобетона с трещинами.– М.: Стройиздат, 1976.– 208 с.
47. Карпенко Н.И., Мухамедиев Т.А., Петров А.Н. Диаграммы деформирования бетона, их трансформация в зависимости от различных факторов и использование в расчетах конструкций// Предельные состояния бетонных и железобетонных конструкций энергетических сооружений: Сб. ст. – Л.: Энергоатомиздат, 1987.– С. 170–180.
48. Карпенко Н.И., Хитерман А.В. К расчету одноосно армированных железобетонных конструкций с трещинами при плоском напряжен-

- ном состоянии// Влияние неупругих свойств железобетона на работу и перераспределение усилий в статически неопределимых системах: Сб. ст. НИИЖБ, М., Стройиздат, 1975 – вып. 20, С. 18–26.
49. Климов Ю.А. Внутренние усилия в наклонном сечении при расчете прочности железобетонных элементов// Бетон и железобетон. – 1990, №1 - с. 16-18.
50. Климов Ю.А. Совершенствование методов расчета железобетонных конструкций по предельным состояниям второй группы/ Инженерные проблемы современного бетона и железобетона, Минск, 1997 – с. 187–194.
51. Климов Ю.А. Методы расчета железобетонных элементов при совместном действии изгибающих моментов и поперечных сил// Бетон и железобетон. – 1992, №10 - с. 19-21.
52. Климов Ю.А. Развитие методов расчета железобетонных конструкций по предельным состояниям в рамках создания норм Украины. – Инженерные проблемы современного железобетона. РААиС. Иваново, 1995. – с. 143-147.
53. Климов Ю.А. Расчет прочности элементов при действии поперечных сил// Бетон и железобетон. – 1988, №4 - с. 33-35.
54. Колтунов А.И. Прочность и трещиностойкость по наклонным сечениям изгибаемых железобетонных элементов с поперечной арматурой класса Ат600с. Дисс. ... канд. техн. наук, спец. 05.23.01, ПГУ – Новополюцк, 1998 – 153 с.
55. Лукша Л.К., Шехадат А.М. Технологические проблемы обеспечения прочности бетона на срез при продавливании (Сб. научн. Трудов: Проблемы создания информационных технологий. Вып. 4.– Международная Академия Информационных Технологий, Москва, 1999 – с. 145–151.
56. Маилян Р.Л., Польской П.П., Залесов А.С. Влияние формы сечения и вида бетона на прочность наклонных сечений железобетонных

- балок// Вопросы прочности, деформативности и трещиностойкости железобетона. Ростов на Дону., Рост. инж. строит. ин-т, 1978 – с. 3-16.
57. Малиновский В.Н. Сопротивление предварительно напряженных железобетонных балок из высокопрочного бетона с отогнутой стержневой арматурой при изгибе с поперечной силой: Автореф. ... канд. техн. наук: 05.23.01/ ЛИСИ – Ленинград., 1988. – 24 с.
58. Михайлов В.В. Исследование сопротивления скалыванию бетонных, железобетонных и предварительно напряженных балок// Исследование в области предварительно напряженных железобетонных конструкций. М., Госстройиздат, 1958 – вып. 3 – С. 4–50.
59. Мордич А.И. Наклонные трещины в железобетонных балках при действии поперечной силы// Строительные конструкции, Минск. ИСИА., 1979 – с. 15-54.
60. Мянковский К. Образование наклонных трещин в обычных и преднапряженных балках// Бетон и железобетон. – 1974, №5 – С. 40–42
61. Новое в проектировании бетонных и железобетонных конструкций. Под ред. проф. А.А. Гвоздева.– М.: Стройиздат, 1978 – 204 с.
62. Новое в проектировании бетонных и железобетонных конструкций. Под ред. Гвоздева А.А. – М., Стройиздат, 1978. – 204 с.
63. Пирадов К.А., Пирадов А.Б. и др. Расчет железобетонных конструкций на основе методов механики разрушения.– Мецниереба, Тбилиси, 1999 – 249 с.
64. Прирадов К.А., Пирадов А.Б. долговечность, несущая способность и деформации нормальных и наклонных сечений железобетонных элементов/ Бетон и железобетон в третьем тысячелетии/ Ростов-на-Дону, 2000 – с. 297–300.
65. Рочняк О.А. Сопротивление поперечному изгибу железобетонных элементов с продольной и отогнутой арматурой (при наличии и отсутствии сцепления с бетоном): Автореф. ... канд. техн. наук: 05.23.01/НИИЖБ Госстроя СССР, М., 1994. – 46 с.

66. Сапожников Н.Я. Надежность конструкций по прочности наклонных сечений// Бетон и железобетон. – 1989, №4 - с. 40-43.
67. СНиП 2.03.01–84*. Конструкции бетонные и железобетонные. Нормы проектирования.– М., Стройиздат, 1985 г.
68. Тур В.В., Шалобыта Т.П., Шалобыта Н.Н. Прочностные и деформативные параметры контактных соединений сборно-монолитных конструкций/ Вестник БПИ. Строительство и архитектура, № 1, 2000 – с. 60–65.
69. Уткин В.С., Уткин Л.В. Определение надежности железобетонных элементов при наличии в них наклонных силовых трещин// Бетон и железобетон. – 1998, №4 - с. 16.
70. Харченко А.В., Рымар Ю.И. Исследование прочности контакта сборно-монолитных конструкций при действии многократно повторных нагрузок// Бетон и железобетон. – 1985, №12 - с. 14-15.
71. Шалобыта Т.П. Прочность и деформативность контактов сборно-монолитных самоупроченных железобетонных конструкций. Дисс. ... канд. техн. наук: 05.23.01/ БГПА – Минск, 2000 – 276 с.
72. Яромич Н.Н. Исследование влияния характера трещинообразования и сцепления арматуры с бетоном на несущую способность приопорных зон изгибаемых элементов: Дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01/ЛИСИ Ленинград., 1980 – 134 с.
73. AASHTO (American Association of State Highway and Transportation Officials) (1994): "LRFD Bridge Design Specifications."1st ed., Washington, D.C., 1091 pp.
74. ACI (American Concrete Institute) (1995): "ACI Building Code Requirements for Reinforced Concrete". ACI 318-95 and Commentary (318–95R), American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., 369 pp.
75. ACI Committee 363 (1992): "State of the Art Report on High-Strength Concrete." ACI 363R-92, 55pp.

76. ACI-ASCE Committee 326 (1962): "Shear and Diagonal Tension." ACI J., v. 59, no. 1 and 2, Jan. and Feb. 1962. See also Joint ASCE-ACI Committee.
77. ACI-ASCE Committee 326. Shear and Diagonal Tension/ ACI Journ., Proceedings, v. 59, Jan., Feb., March, 1973, pp. 1-30, 277-344, 352-396.
78. Adebar P., Collins M.P. Shear Strength Members without Transverse Reinforcement/ Canadian Journal of Civil Engineering, v. 23, N 1, Feb., 1996 – pp. 30-41.
79. Adebar, P. and Collins, M.P. (1994): "Shear Design of Concrete Offshore Structures." ACI St. J. v. 91, no. 3, May-June 1994, pp. 324-335.
80. Adebar, P. and Collins, M.P. (1991): "A Consistent Shear Design Model for Concrete Offshore Structures." IABSE Colloq. on Structural Concrete, IABSE Rep., v. 62, pp. 513-518.
81. Adebar, P. and Collins, M.P. (1996): "Shear Strength of Members without Transverse Reinforcement." Canadian J. Civil Eng. v. 23, pp. 30-41.
82. Adeghe I.N. A Finite Element Model for Studying Reinforced Concrete Detailing Problems/ PhD thesis, Department of Civil Engineering, University of Toronto, 1986 – 273 pp.
83. Ahmad, S.H., Khaloo, A.R., and Poveda, A. (1986): "Shear Capacity of Reinforced High Strength Concrete Beams." ACI J., v. 83, no. 2, Mar.-Apr. 1986, pp. 297-305.
84. Aoyagi, Y. (1992): "State of the Art Experimental Study Related to In-Plane Shear in Reinforced Concrete Shell Elements in Japan." Proc. Symp. on Concrete Shear in Earthquake, Houston, pp. 3-12.
85. Aoyama, H. (1992): " Design Philosophy for Shear in Earthquake Resistance in Japan." Proc. Symp. on Concrete Shear in Earthquake, Houston, pp. 407-418.

86. Arbesma B., Conte D.F. The Design and Testing to Failure of a Prestressed Concrete Beam Loaded in Flexure and Shear/ BaSc thesis, University of Toronto – 176 pp.
87. Architectural Institute of Japan. Design Guidelines for Earth Quake Resistant Reinforced Concrete Building Based on Ultimate Strength Concept, 1990 – pp. 112–149.
88. Ayou A., Filippou F.C. Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Shear Panels and Walls/ ASCE Journal of Struct. Engineering, v. 124, N 3, March, 1988 – pp. 298–308.
89. BAEL (Béton Armé aux Etats Limites) (1991): "Règles Techniques de Conception et de Calcul des Ouvrages et Constnctions en Béton Armé suivant la Méthode des Etats Limhes." CCTG (Cahier des Clauses Techniques Générales) fasc. 62 N.
90. Ba ant Z.P., Kim J. Size Effect in Shear Failure of Longitudinally Reinforced Beams/ ACI Journal, Proc. v. 81, Sept.–Oct., 1984 – pp. 456–468. Also, Discussion, Proc. v. 82, N 4, July–Aug., 1985 – pp. 579–583.
91. Ba ant Z.P., Tsubaki T. Slip-dilatancy model for cracked reinforced concrete| Journ. Struckt. Div., ASCE, N 106(a), 1980 – pp. 1947–1966.
92. Ba ant Z.P., Sun H.H. Size Effect in Diagonal Shear Failure: Influence of Aggregate Size and Stirrups/ ACI Material Journal, v. 21, N 6, 1987 – pp. 259–272.
93. Ba ant Z.P., Zden k P., Kim J. Author's Closure to Discussion of Size Effect in Shear Failure of Longitudinally Reinforced Beams/ ACI Journal, Proc. v. 81, N 4, July–Aug., 1985 – pp. 580–583.
94. Ba ant, Z. and Gambarova, P. (1980): "Rough Cracks in Reinforced Concrete" ASCE ST 4, v. 106, Apr.1980, pp. 819-841.
95. Belarbi A. Stress-strain Relationships of Reinforced Concrete in Biaxial Tension–Compression/ PhD dissertation, Report of Civil and Environmental Engineering, University of Houston, May, 1991 – 501 pp.

96. Belarbi A., Hsu T.T.C. Constitutive Laws of Concrete in Tension and Reinforcing Bars Stiffened by Concrete/ ACI Struct. Journ., v. 91, N 4, July–Aug., 1994 – pp. 465–473.
97. Belarbi A., Hsu T.T.C. Constitutive Laws of Softening Concrete in Biaxial Tension-Compression/ ACI Struct. Journ., v. 92, N 5, Sept.–Oct., 1995 – pp. 562–573.
98. Belarbi A., Hsu T.T.C. Stirrup Stresses in Reinforced Concrete/ ACI Struct. Journ., v. 87, N 5, Spt.–Oct., 1990 – pp. 530–538.
99. Belarbi, A., and Hsu, T.C. (1991): "Constitutive Laws of RC in Biaxial Tension-Compression." Research Report UHCEE 91-2, Univ. of Houston, Texas.
100. Belarbi, A., and Hsu, T.C. (1995): "Softened Concrete in Biaxial Tension-Compression." ACI St. J., v. 92, no. 5, Sep.-Oct. 1995, pp. 562–573.
101. Bennet E.W., Balasooriya B.M. Shear Strength of Prestressed Beams with Thin Webs Failing in Inclined Compression/ ACI Journ., Proc, v. 68, N 3, March, 1971 – pp. 204–212.
102. Bennet E.W., Debaikey S.Y. High-Strength Shell as Shear Reinforcement of Prestressed Concrete Beams/ Shear in Reinforced Concrete, SP–42, American Concrete Institute, 1974 – pp. 231–248.
103. Beton-Kalender 2000, p.1. Taschenbuch für Beton, Stahlbeton und Spannbeton sowie die verwandte Fächer. Ernst und Sohn, Verlag für Architektur und Technische Wissenschaften, Berlin, 2000.
104. Bhide, S.B. and Collins, M.P. (1989): "Influence of Axial Tension on the Shear Capacity of Reinforced Concrete Members." ACI St. J., Sep.-Oct.1989, pp. 570-581.
105. Bjerkeli, L., Dyngeland ,T., Drangsholt, G., Lenshow, R., Maage, M., Smeplass, S., Stemland, H. and Thorenfeldt, E. (1989): "High Strength Concrete: State of the Art." SINTEF Rep. PB89-220768 by the Norwegian University of Technology, Trondheim, for the Norwegian Hydro Technical Lab. Trondheim, Jan. 1989.

106. Biedermann J. The Design of Reinforced Concrete Shell Elements/ MASC thesis, University of Toronto, 1987 – 273 p.
107. BPEL (Béton Précontraint aux Etats Linates) (1991): "Règles Techniques de Conception et de Calcul des Ouvrages et Constructions en Béton Précontraint suivant la Methods des Etats Limhes." CCTG (Cahier des Clauses Techniques Generales) fasc. 62.
108. Braestrup, M.W. (1994): "Concrete Plasticity: The Copenhagen Shear Group, 1973-79." Concrete Plasticity. A Tribute to Professor Nielsen on his 60th Birthday. Danish J. of Structural Engineering, v.65, no. 2-3-4, pp. 33-87.
109. Brestler B., Scordelis A.C. Shear Strength of Reinforced Concrete Beams/ ACI Journal, Proc. v. 60, N 1, Jan.–Feb., 1983 – pp. 51–74.
110. CEB (Comité Euro-International du Béton, 1991): "CEB-FIP Model Code 1990." CEB Bull. d'Information, no. 203,204 and 205, July 1991.
111. Chung W., Ahmad S.H. Analytical Model for Shear Critical Reinforced Concrete Members/ ASCE Journ. Str. Eng., v. 121, N 6, 1995 – pp. 1023–1030.
112. Chana, P.S.(1987): "Investigation of the Mechanism of Shear Failure of Reinforced Concrete Beams." Mag. of Concrete Research, v. 39, no. 141, Dec. 1987, pp. 196-204.
113. Clark A. Diagonal Tension in Reinforced Concrete Beams/ ACI Journ., Proc. V. 48, N 10, Oct. 1951 – pp. 145–156.
114. Collins, M.P. (1978): "Towards a Rational Theory for RC Members in Shear." ASCE, v. 104, ST 4, Apr. 1978, pp. 649-666.
115. Collins, M.P. (1987): "Shear Design of Complex HSC Structures. Troc. Symp. on Utilization of High Strength Concrete, Stavanger, Norway, June 1987, pp. 345-364.
116. Collins, M.P. (1992): "The Response of Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear." Proc. Symp. on Concrete Shear in Earthquake, Houston, pp. 13-23.

117. Collins, M.P. (1993): "The Use of Rational Design Methods for Shear." ACI SP 157 Proc. Thomas Paulay Symp. Recent Developments in Lateral Force Transfer in Buildings, Univ. California San Diego, Sep. 1993, pp. 351-374.
118. Collins, M.P. and Mitchell, D. (1980): "Shear and Torsion Design of Prestressed and Non-Prestressed Concrete Beams. TCU., v. 25, no. 5, Sep.-Oct. 1980, pp. 32-100.
119. Collins, M.P. and Mitchell, D. (1986): "A Rational Approach to Shear Design: The 1984 Canadian Code Provisions." ACU., Nov.-Dec. 1986, pp. 925-933.
120. Collins, M.P. and Mitchell, D. (1991): Prestressed Concrete Structures. Prentice-Hall Inc, Englewood Cliffs, N.J., 1991, 766 pp.
121. Collins, M.P. and Porasz, A (1989): "Shear Design for High Strength Concrete." CEB Bull. d'Information no. 193 -.Design Aspects of High Strength Concrete, pp. 75-83. Presented at the 26th Plenary Session of CEB, Dubrovnik, Sep. 1988.
122. Collins, M.P., Mitchell, D. and MacGregor, J.G. (1993): "Structural Design Considerations for High-Strength Concrete." Concrete Int., May 1993, pp. 27-34.
123. Collins, M.P., Mitchell, D., Adebar, P. and Vecchio, F.J. (1996): "General Shear Design Method." ACI St. J., v. 93, no.1, Jan.-Feb.1996, pp. 36-45.
124. Collins, M.P., Vecchio, F.J., Adebar, P. and Mitchell, D. (1991): "A Consistent Shear Design Model." Colloq. on Structural Concrete, Stuttgart, IABSE Rep., v. 62, pp. 457-462.
125. Collins, MJ*. and Ancin, P.C. (1993): "Design and Construction Using High-Perfonnance Concrete: Some Lessons from Offshore Concrete Structures." Proc. Conf. on Structural Concrete, Toronto, May 1993.
126. Collins M.P., Stanik B.A. The Influence of Concrete Strength, Distribution of Longitudinal Reinforcement, Amount of Transverse Reinforcement and Member Size on Shear Strength of Reinforced

- Concrete Members/ MASC thesis, University of Toronto, 1998 – 711 pp.
127. Cook W.D., Mitchell D. Studies of Disturbed Regions near Discontinuities in Reinforced Concrete Members/ ACI Struct. Journ., V. 85, N 2, May–April, 1988 – pp. 206–216.
 128. CSA (Canadian Standards Association) (1994):" Design of Concrete Structures." CSA A23.3-94, Dec. 1994, 200 pp.
 129. D browski K. Metoda wmiarowania na t.zw. cinanie wg projektu nowej normy DIN 1045–1.12.1998/ In ynieryja I Budownictwo, N 7, 2000 – ss. 362–264.
 130. Dei Poli S., Gambarova P.G., Karakoc C. Aggregate Interlock Role in RC Thin-Webbed Beams in Shear/ Journ. of Struct. Engineering, ASCE, v. 113, N 1, Jan., 1987 – pp. 1–19.
 131. Dei Poli S., Prisco M.D., Gambarova P.G. Stress Field in Web Reinforced Concrete Thin-Webbed Beams Failing in Shear/ Journ. St. Eng., v. 116, N 9, Sept., 1990 – pp. 2496–2515.
 132. Di Prisco D., Gambarova P.G. Validation of Animproved Truss Model for Shear in R|C and P|C Beams/ Studi e Recerche, v. 15, Politecnico di Milano, 1994 – pp. 77–102.
 133. Di Prisco D., Romero J.A. Diagonal Shear in thin-webbed Reinforced Concrete Beams: Fibre and Stirrup Roles at Shear Collapse/ Magazine of Concrete Research, v. 48, N 174, March, 1996 – pp. 59–76.
 134. DIN 1045–1 (Entwurf) Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 1: Bemessung und Konstruktion/ [1]/ S. 513–614.
 135. Dulácska, Helen. Dowel Action of Reinforcement Crossing Crackes in Concrete/ ACI Journal, Proc. V. 69, N 12, Dec., 1972, pp. 754–757.
 136. Duthinh D. Sensitivity of Shear Strength of Reinforced Concrete and Prestressed Concrete Beams to Shear Friction and Concrete Softening According to Modified Compression Field Theory/ ACI Struct. Journ., v. 96, N 4, July–August, 1999 – pp. 495–508.

137. Duthinh D., Carino N.J. Shear Design of High-Strength Concrete Beams: A Review of the State-of-the-Art (NISTIR 5870) – Building and Fire Research Laboratory, 1996, August – 199 p.p.
138. Elstner R.C., Hognestadt E. Laboratory Investigation of Rigid Frame Failure/ ACI Journal, Proc. b. 53, N 1, Jan., 1957 – pp. 637–668.
139. El anaty A.H., Nilson A.H., Slate F.O. Shear Capacity of Prestressed Concrete Beams Using High-Strength Concrete/ ACI Struct. Journ., v. 83, N 3, May–June, 1986, pp. 359–368.
140. Elzanaty, A.H., Nilson, A.H. and Slate, F.O. (1986): "Shear Capacity of Reinforced Concrete Beams using High Strength Concrete." ACI J., v. 83, Mar.-Apr. 1986, pp. 290-296.
141. Eurocode No.2 (1991): Design of Concrete Structures. Part 1: General Rules and Rules for Buildings, Commission of the European Communities, ENV 1992-1-1, Dec. 1991, p.253.
142. Fardis, M.N., and Buyukozturk, O. (1979): "Shear Transfer Model for RC." Proc. ASCE EM 2, v.105, Apr. 1979, pp. 255-275.
143. Ferguson, P.M. (1973): Reinforced Concrete Fundamentals John Wiley, 3rd ed.
144. FIP-CEB Working Group on HSC (1990): "High Strength Concrete: State of the Art." Draft 5B CEB Bull. d'Information no. 197, Apr. 1990.
145. Fenwick R.C., Paulay T. Mechanisms of shear resistance of concrete beams/ J. Struct. Div., ASCE, N 94(10), 1968 – pp. 2325–2350.
146. Fréney, J.W. (1985): "Shear Transfer Across a Single Crack in Reinforced Concrete under Sustained Loading." Part I, Experiments, Stevin Report, 5-85-5, 114 pp.
147. Fréney, J.W. (1990): "Theory and Experiments on the Behavior of Cracks in Concrete Subjected to Sustained Shear Loading." Delft Univ. of Technology, Heron, v. 35, no. 1, 80 pp.
148. Fréney, J.W., Pruijssers, A.F., Reinhardt, H.W. and Walraven, J.C. (1987): "Shear Transfer in High Strength Concrete." Proc. Symp. on

- Utilization of High Strength Concrete, Stavanger, Norway, June 1987, pp. 225-235.
149. Fréney J.W., Reinhardt H.W., Walrawen J.C. Time Dependent Shear Transfer in Cracked Concrete, Part I, II/ Journ. Of Struct. Eng., vol. 117, N 10, Oct., 1991 – pp. 2919–2935.
 150. Fukuhara, M. (1985): "A Proposition about the Value Formula for the Ultimate Shear Strength of RC Beams with High Tension Shear Reinforcement." Proc. Japan Concrete Institute, no. 7, pp. 525-528.
 151. Fukuhara, M., Kokusho, S. (1982.12): "Effectiveness of High Tension Shear Reinforcement in Reinforced Concrete Members." J. Structural and Construction Engineering (Transactions of AD) no. 320, pp. 12-20.
 152. Gambarova, P. and Prisco. M. Di (1991): "Interface Behavior." CEB Bulletin d'Information no.210, v.1, ch.5, July 1991, pp. 161-209.
 153. Gaston J.R., Siess C.P., Newmark N.M. An Investigation of the Load-Deformation Characteristics of Reinforced Concrete Beams up to the Point of Failure/ Civil Engineering Studies, Structural Research Series N 40, University of Illinois, Urbana, Dec, 1952.
 154. Gregor T., Collins M.P. Test of Large Partially Prestressed Concrete Girders/ ACI Struct. Journ., v. 96, N 3, 1998 – pp. 39–45.
 155. Gupta P., Collins M.P. Behavior of Reinforced Concrete Members Subjected to Shear and Compression/ MASc thesis. Department of Civil Engineering, University of Toronto, 1993.
 156. Gustafson, P.J., and Hillerborg, A. (1988): "Sensitivity in Shear Strength of Longitudinally Reinforced Concrete Beams to Fracture Energy of Concrete." ACI St. J., May-June 1988, pp. 286-294.
 157. Gustafsson P.J., Hillerborg A. Sensitivity in Shear Strength of Longitudinally Reinforced Concrete Beams to Fracture Energy of Concrete/ ACI Struct. Journ., v. 21, N 3, 1988 – pp. 286–294.

158. Haddadin M.J., Hong T.S., Mattock A.H. Stirrup Effectiveness in Reinforced Concrete Beams with Axial Force/ Journ. of Structural Devison, ASCE, v. 97, N ST9, Sept., 1971 – pp. 2277–2297.
159. Han, K.J.. Mau, S.T. and Hsu, T.T. (1992): "Ductile and Brittle Failures of RC Wall Elements Subjected to Shear." Proc. Symp. on Concrete Shear in Earthquake, Houston, pp. 375-384.
160. Hillerborg, A. (1989): "Fracture Mechanics and the Concrete Codes." ACI SP 118.7: Fracture Mechanics: Application to Concrete, pp. 157-169.
161. Hofbeck J.A., Ibrahim I.O., Mattock A.H. Shear Transfer in Reinforced Concrete/ ACI Journal, Proc. V. 66, N 2, Feb. 1969 – pp. 119–128.
162. Hofbeck, J.A., Ibrahim, I.O. and Mattock, A.H. (1969): "Shear Transfer in Reinforced Concrete." ACU, v.66, no. 2, Feb. 1969, pp. 119-128.
163. Hognestad, E. (1951): "A Study of Combined Bending and Axial Load in RC Members." Univ. of Illinois Engrg. Exp. Station, Bulletin Series no. 399, Bull. no.1,28 pp.
164. Hognestad, E. (1952): "What do we know about Diagonal Tension and Web Reinforcement in Concrete ? " Univ. Of Illinois Engrg. Exp. Station, Circular Series no.64,47 pp.
165. Holand, I. (1989): "State of the Art of Design Aspects and Research Needs in the Future." CEB Bull. d'Information, no. 193: Design Aspects ofHSC, Dec 1989, pp. 145-163. Presented at the 26th Plenary Session of CEB, Dubrovnik, Sep. 1988.
166. Houde, J. and Mirza, M.S. (1974). "A Finite-Element Analysis of the Shear Strength of Reinforced Concrete Beams." ACI SP 42.5: Shear in Reinforced Concrete, pp. 103-128
167. Hsu T.T.C. Torsion of Reinforced Concrete/ Van Nostrand Reinhold Co., New York, 1984 – 516 pp.
168. Hsu T.T.C., Belarbi A., Pang X.B. A Universal Panel Tester/ Journal of Testing and Evaluation, ASTM, v. 23, N 1, Jan., 1995 – pp. 41–49.

169. Hsu T.T.C., Mau S.T., Bin Chen. Theory of Shear Transfer of Reinforced Concrete/ ACI Struct. Journ., March–April, 1987 – pp. 149–160.
170. Hsu T.T.C., Mo Y.I. Softening of Concrete in Low Rise Shear Walls/ ACI Journal, Proc. V. 82, N 6, Nov.–Dec., 1985 – pp. 883–889.
171. Hsu T.T.C., Mo Y.I. Softening of Concrete in Torsional Members – Design Recommendations/ ACI Journal, Proc. V. 82, N 4, July–August, 1985 – pp. 443–452.
172. Hsu T.T.C., Mo Y.I. Softening of Concrete in Torsional Members – Prestressed Concrete/ ACI Journal, Proc. V. 82, N 5, Sept.–Oct., 1985 – pp. 603–615.
173. Hsu T.T.C., Mo Y.I. Softening of Concrete in Torsional Members. Theory and Tests/ ACI Journal, Proc. V. 82, N 3, May–June, 1985 – pp. 290–303.
174. Hsu, T. (1988): "Softened Truss Model Theory for Shear and Torsion." ACI St. J., v. 85, no.6, Nov.-Dec. 1988, pp. 624-635.
175. Hsu, T. (1991): "Non-linear Analysis of Concrete Membrane Elements." ACI St. J., v. 88, no.5, Sep.-Oct. 1991, pp. 552-561.
176. Hsu, T. (1993): Unified Theory of Reinforced Concrete. CRC Press, 1993, 313 pp. Hsu, T. (1992): Discussion. Proc. Symp. on Concrete Shear in Earthquake, Houston, pp. 498-499.
177. Hsu, T., Zhang L. Nonlinear Analysis of Membrane Elements by Fixed Angle Softened-Truss Model/ ACI Struct. Journ., v. 94, N 5, Sept.–Oct., 1997 – pp. 483–492.
178. Hsu, T.C. and Mo, Y.L. (1985): "Softening of Concrete in Low-Rise Shear Walls." ACU., Nov.-Dec. 1985, pp. 883-889.
179. Hsu, T.C. and Zhang, L.X. (1996): "Tension Stiffening in RC Membrane Elements." ACU., v. 93, no. 1, Jan-Feb. 1996, pp. 108-115.

180. Hsu T.T.C., Zhang L. Behavior and Analysis of 100 Mpa Concrete Membrane Elements/ Journ. Of Struct. Div., v. 124, N 1, Jan., 1998 – pp. 24–34.
181. Izumo J., Shin H., Maekawa K., Okamura H. Analytical Model for Rc Panel Subjected to In-Plane Stressed/ Concrete Shear in Earth Quakes/ Proc. of International Workshop on Concrete Shear in Earth Quakes, Houston, Jan., 1991 – Elsevier Science Publishers Ltd., London, Jan., 1992 – pp. 206–215.
182. Jakobsen, B. (1989): "High Strength Concrete in Offshore Structures." CEB Bull. d'Information no. 193: Design Aspects of HSC, Dec. 1989.
183. Jenq, Y.S., and Shah, S.P. (1989): "Shear Resistance of Reinforced Concrete Beams: A Fracture Mechanics Approach," ACI SP 118.11: Fracture Mechanics: Application to Concrete, pp. 237-287.
184. Jensen, J.F. (1979): "Plastic Solutions for Reinforced Concrete Beams in Shear." IABSE Colloq. Plasticity in Reinforced Concrete, Copenhagen.
185. Jimenez, R., Gergely, P. and White. R.N. (1978): "Shear Transfer across Cracks in RC." Cornell University Report 78-4, 357 pp.
186. Jirsa, J., Breen, J., Beigmeister, K., Barton, D., Anderson, R. and Bouadi, H. (1991): "Experimental Studies of Nodes in Strut-and-Tie Models." IABSE Colloq. on Structural Concrete, IABSE Rep., v. 62, pp. 525-532.
187. Johnson, M.K., and Ramirez, J.A.(1989): "Minimum Shear Reinforcement in Beams with Higher Strength Concrete." ACI St. J., v.86, no.4, Jul.-Aug.1989, pp. 378-382.
188. Joint ASCE–ACI Task Committee 426 "The Shear Strength of Reinforced Concrete Members"/ Journ. Str. Div., ASCE ST6, v. 99, June, 1973 – pp. 1091–1187.

189. Joint ASCE-ACI Task Committee 426 on Shear and Diagonal Tension (1973,1990): "The Shear Strength of Reinforced Concrete Members." J. Struct. Div., ASCE ST6, June 1973, reapproved 1990.
190. Kani M.W., Huggins M.W., Wittkopp R.R. Kani on Shear in Reinforced Concrete/ Department of Civil Engineering, University of Toronto, 1979 – 225 pp.
191. Kaufmann W., Marti P. Structural Concrete: Cracked Membrane Model/ ASCE Journ. of Struct. Engineering, v. 121, N 6, June, 1995 – pp. 1023–1030.
192. Khalifa J.U., Collins M.P. Circular Reinforced Concrete Members Subjected to Shear/ Publ. N 81–08, University of Toronto, Dec. 1981 – 103 pp.
193. Khalifa J. Limit Analysis and Design of Reinforced Concrete Shell Elements/ Ph. Thesis, University of Toronto, 1986 – 237 pp.
194. Kolleger, J. and Mehlhorn, G. (1987): "Material Model for Cracked RC." IABSE CoUoq. on Computational Mechanics of Concrete Structures: Advances and Applications, Delft, Report no. 54, pp. 63-74.
195. Kolleger, J. and Mehlhorn, G. (1990): "Material Model for the Analysis of RC Surface Structures."
196. Kolleger, J.(1992): "Comparison of Fixed and Rotating Crack Models in the Analysis of Panels, Plates and Shells Subjected to Shear." Proc. Symp. on Concrete Shear in Earthquake, Houston, pp. 216-225.
197. König, G., Grimm, R. and Ramal, G. (1993): "Shear Behavior of Longitudinally Reinforced Concrete Members of High Strength Concrete." Darmstadt Concrete, v. 8, pp. 27-42.
198. Kotsovos, M. (1988): "Compressive Force Path Concept: Basis for Reinforced Concrete Ultimate Limit State Design." ACI St. J., Jan.-Feb. 1988, pp.68-75.
199. Kotsovos, M. (1991): "Shear in Structural Concrete: a Reappraisal of

- Current Concepts." TABSE Colloq. on Structural Concrete, IABSE Rep., v. 62, pp. 667-672.
200. Krauthammer, T. (1992): "Minimum Shear Reinforcement based on Interface Shear Transfer." ACI St. J., v. 89, no. 1, Jan.-Feb. 1992, pp. 99-105.
201. Kupfer H., Baumann T. Versuche zur Schubsicherung und Deutscher Ausschub für Stahlbeton, Ernst und Sohn, Berlin, 1972 – 271 pp.
202. Kupfer H.B., Gerstle K.H. Behavior of Concrete under Biaxial Stresses/ Journ. of Engineering Mechanics Division, ASCE, 1973 – pp. 853–866.
203. Kupfer, H., Mang, R. and Karavesyrogrou, M. (1983): "Ultimate Limit State of the Shear Zone of Reinforced and Prestressed Concrete Girders - An Analysis taking Aggregate Interlock into Account." Bauingenieur 58, pp. 143-149, (In German).
204. Kupfer, VL and Bulicek, H. (1992): "A Consistent Model for the Design of Shear Reinforcement in Slender Beams with I- or Box-Shaped Cross-Section," Proc. Symp. on Concrete Shear in Earthquake, Houston, pp. 256-265.
205. Laible, J.P., White, R.N. and Gergely, P. (1977): "Experimental Investigation of Seismic Shear Transfer across Cracks in Concrete Nuclear Containment Vessels." ACI SP 53: RC Structures in Seismic Zones, pp. 203-226.
206. Leivestad, S., Vik, B. and Ekeberg, P.K. (1987): "The Utilization of HSC: A Survey of International Codes and Regulations" Proc. Symp. on Utilization of High Strength Concrete, Stavanger, Norway, June 1987, pp.379-391.
207. Leonhardt F., Walter R. The Stuttgart Shear Test, 1961.– Library Translation, N 111, Cement and Concrete Association, London, 1964, 134 pp.

208. Leonhardt F., Walther R. Beiträge zur Behandlung der Schubprobleme in Stahlbetonbau/ Beton- und Stahlbetonbau (Derlin), March, 1962 – pp. 54–64, and June, 1962 – pp. 141–149.
209. Levi, F. and Marro, P. (1989): "Shear Tests up to Failure of Beams made with Normal and High Strength Concrete." CEB Bull. d'Information no. 193: Design Aspects of HSC, Dec 1989, pp. 11-24 Presented at the 26th Plenary Session of CEB, Dubrovnik, Sep. 1988.
210. Li B., Maekawa K., Okamura H. Modeling of Shear Transfer in Concrete Using Contact Density Function/ Intern. Workshop on Concrete Shear in Earthquake, Houston, Tex., 1991 – pp. 226–235.
211. Litzner H.U. Grundlagen der Bemessung nach DIN 1045–1 in Beispielen/ W [1]/ S. 381–512.
212. Loov, R.E. and Patnaik, A.K. (1994): "Horizontal Shear Strength of Composite Concrete Beams with a Rough Interface." PCU v.39, no. 1, Jan-Feb. 1994, pp.48-69.
213. Lumper P., Thürlimann B. Torsion Test of Reinforced Concrete Beams/ Bericht N 6506–2, Unstitute fur Baustik, ETH, Zurich, June, 1968 – p. 101.
214. MacGregor J.G. Challenges and Changes in the Design of Concrete Structures/ Concrete International: Design & Construction, v. 6, N 2, Feb., 1984 – pp. 48–52.
215. MacGregor J.G. Strength and Behavior of Prestressed Concrete Beams with Web Reinforcement/ PhD thesis, Department of Civil Engineering, University of Illinois, 1960 – 295 pp.
216. MacGregor, J.G. (1991): "Dimensioning and Detailing." Colloq. on Structural Concrete, Stuttgart, IABSE Rep., v. 62, pp. 391- 410.
217. MacGregor, J.G. (1992): Reinforced Concrete: Mechanics and Design, 2nd ed.. Prentice Hall, Englewood Cliff; NJ.. 1992, 848 pp.

218. MacGregor, J.G. and Gergely, P. (1977): "Suggested Revisions to ACI Building Code Clauses Dealing with Shear in Beams." ACU. v. 74, no. 10, Oct. 1977, pp. 493-500.
219. Man-o, P. (1987): "Bending and Shear Tests up to Failure of Beams made with High-Strength Concrete." Proc. Symp, on Utilization of High- Strength Concrete, Stavanger, Norway, June 1987, pp. 183-193.
220. Marti, P. (1982): "Strength and Deformations of Reinforced Concrete Members under Torsion and Combined Actions." CEB Bull. d'Infonnation no. 146, Jan. 1982, pp. 97-138.
221. Marti, P. (1991): "Dimensioning and Detailing." Colloq. on Structural Concrete, Stuttgart, IABSE Rep., v. 62, pp. 411-444.
222. Marti, P. (1992): "State of the Art of Membrane Shear Behavior - European Work." Proc. Symp. on Concrete Shear in Earthquake, Houston, pp. 187-195.
223. Marti, P.(1985): "Truss Models in Detailing." Concrete International, v. 7, no. 12, Dec. 1985, pp. 66-73.
224. Marti, P.Q985): "Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design." ACU. v. 82, no. 1, Jan.-Feb. 1985, pp. 46-56.
225. Mattock A., Hawkins N. Shear Transfer in Reinforced Concrete – Recent Research/ Journ. Prestressed Concrete Institute, v. 17, N 2, March–April, 1972 – pp. 55–75.
226. Mattock A.H. Diagonal Tension Cracking in Concrete Beams with Axial Forces/ Journ. of Struct. Devision, proc. ASCE, v. 95, N ST9, Sept., 1969 – pp. 1887–1990.
227. Mattock A.H. Diagonal Tension Cracking in Concrete Beams with Axial Forces. Proc. ASCE, v. 95, ST9, Sept., 1969 – pp. 1887–1900.
228. Mattock A.H., Wang, Zuhua. Shear Strength of Reinforced Concrete Members Subjected to High Axial Compressive Stress/ ACI Journal, Proc. V. 81, N3, May–June, 1984 – pp. 287–298.

229. Mattock H., Jhar L, Chow H.C. Shear Transfer in Reinforced Concrete with Moment or Tension Acting Across the Shear Plane/ Journal, Prestressed Concrete Institute, v. 20, N 4, July–August, 1975 – pp. 76–93.
230. Mattock, AH. (1988): Discussion of paper by Walraven, J.C., Frenay, J. and Pruijssers, A. (1987): "Influence of Concrete Strength and Load History on the Shear Friction Capacity of Concrete Members. TCU. v. 22, no. 1, Jan.-Feb. 1988, pp. 165-166.
231. Mattock, AH. and Hawkins, N.M. (1972): "Shear Transfer in RC - Recent Research." PCU. v. 17, no. 2, Mar.-Apr. 1972, pp. 55-75.
232. Mau S.T., Hsu T.T.C. Shear Design and Analysis of Low Rise Structural Walls/ ACI Journal, Proc. V. 83, N 2, March–April, 1986 – pp. 306–315.
233. Mau, S.T. and Hsu, T.T. (1988): Discussion of paper by Walraven, J.C., Frenay, J. and Pruijssers, A. (1987): "Influence of Concrete Strength and Load History on the Shear Friction Capacity of Concrete Members." PCU. v. 22, no. 1, Jan.-Feb. 1988, pp. 166-170.
234. Mehlhorn, G. (1988): "Two-Dimensional FE-Analysis of Reinforced Concrete Membrane Elements." Int. Conf. on Computational Engrg. Science, Atlanta, Apr. 10-14, 1988.
235. Mikame, A, Uchida, K. and Noguchi, H. (1991): "A Study of Compressive Deterioration of Cracked Concrete." Proc. Int. Workshop on FEA of RC, Columbia Univ., New York, N.Y.
236. Millard, S.G., and Johnson, R.P. (1984): "Shear Transfer across Cracks in Reinforced Concrete due to Aggregate Interlock and to Dowel Action." Mag. of Concrete Research, v. 36, no. 126, Mar. 1985, pp. 9-21.
237. Millard, S.G., and Johnson, R.P. (1985): "Shear Transfer in cracked Reinforced Concrete." Mag. of Concrete Research, v. 37, no. 130, Mar. 1985, pp. 3-15.
238. Mikame, K., and Kuramoto, H. (1987): "A Shear Design Equation for

- Reinforced Concrete Members." Proc. Japan Concrete Institute, v. 9, no. 2, June 1987, pp. 347-352.
239. Mitchell, D. and Bickley, J. (1993): "Code Implications: High Performance Concrete" Proc. CPCA/CSCE Conf on Structural Concrete, Toronto, May 1993.
240. Mitchell, D. and Collins, M.P. (1974): "Diagonal Compression Field Theory - A Rational Model for Structural Concrete in Pure Torsion." ACU. v. 71, Aug. 1974, pp. 396-408.
241. Mitchell, D. And Cook, W. (1991): "Design of Disturbed Regions." IABSE Colloq. on Structural Concrete, Stuttgart, IABSE Rep., v. 62, pp. 533-536.
242. Miyahara T., Kawakami T., Maekawa K. Nonlinear Behavior of Cracked Concrete Reinforced Concrete Plate Element under Uniaxial Compression/ Proc of JSCE, N 378, Aug., 1987 – pp. 249–258.
243. Miyahara, T., Kawakami, T. and Maekawa, K. (1988): "Non Linear Behavior of Cracked RC Plate Element under Uniaxial Compression." Proc. Japan Society of Civil Engineers, v. 11, pp. 306-319. Also in Concrete Library Int., JSCE, no.11, June 1988, pp. 131-144.
244. Mokhtarzadeh, A. and French, C.W. (1994): "Bibliography on HSC' PCU., May 1994, pp. 130-137.
245. Moody K.G., Viest M., Elsiner R.C., Hagnestadt E. Shear Strength of Reinforced Concrete Beams: Part 1 – Test of Simple Beams/ ACI Journ., Proc. v. 26, N 4, Dec., 1954 – pp. 317–332.
246. Moody K.G., Viest R.C., Hognestad E. Shear Strength of Reinforced Concrete Beams. Part 1 – Tests of Simple Beams/ ACI Journal, Proc. v. 51, N 3, Nov., 1954, pp. 317–332.
247. Mörsch E. Concrete-Steel Construction (Der Eisenbetonbau), English translation of the 3rd German edition, McGraw–Hill Book Co., New York, 1909 – 368 pp.
248. Mörsch, E. (1909): Concrete Steel Construction. McGraw-Hill, N.Y., 1909, 368 pp (English translation by E.P. Goodrich, from 3rd. ed.

- of Der Eisenbeton, 1st ed., 1902).
249. Mörsh E. Der Eisenbetonbau, 1st Ed., Wayssand Freytag, A.G. Neustadt, a.d. Haardt, May 1902, 118 pp.; 2nd Ed., Verlag von Konrad Wittmer, Stuttgart, 1906, 252 pp.; 3rd Ed. (Reinforced Concrete Construction, transl. E.P. Goodrich), Mc. Graw-Hill Book Co., New York, 1909 – 368 pp.
250. Mphonde A.G. Frantz G.C. Shear Tests of High-and-Low-Strength Concrete without Stirrups/ ACI Journal, Proc. v. 81, N 4, July–August, 1984 – pp. 350–357.
251. Mphonde, A.G. (1988): "Aggregate Interlock in High Strength Reinforced Concrete Beams." Proc. hist. Civil Engr., Part 2, v. 85, Sep. 1988, pp. 397-413.
252. Mphonde, A.G. and Frantz, G.C. (1984): "Shear Tests of High and Low Strength Concrete Beams without Stirrups." ACI J., v. 81, no. 4, Jul.-Aug. 1984, pp. 350-357.
253. Mphonde, A.G. and Frantz, G.C. (1985): "Shear Tests of High and Low Strength Concrete Beams with Stirrups." ACI SP 87.10 on High Strength Concrete, pp. 179-196.
254. MTO OHBDC Committee, Ontario Highway Bridge Design Code/ 3rd Edition, Ontario Ministry of Transportation, Downs view, 1991 – 370 pp.
255. Nakamura, H. and Higai, T. (1995): "Evaluation of Shear Strength of RC Beam Section Based on Extended Modified Compression Field Theory." Concrete Library of Japan Soc. of Civil Engineers, no. 25, June 1995, pp. 93-105.
256. Nielsen M.P., Braestrup M.W., Jensen B.C., Bach F. Concrete Plasticity – Beam Shear – Shear in Joint – Punching Shear/ Special Publ., Danish Society for Structural Science and Engineering, Technical University of Denmark, Copenhagen, 1978 – 129 pp.
257. Nielsen, M.P. (1984): Limit Analysis and Concrete Plasticity Prentice-Hall Inc, Englewood Cliffs, N.J., 1984, 620pp.

258. Nilson, A.H. (1985): "Design Implications of Current Research on High Strength Concrete." ACI SP 87.7 on High Strength Concrete, pp. 85-118.
259. Nilson, A.H. (1987): "High Strength Concrete: An Overview of Cornell Research." Proc. Symp. on Utilization of High Strength Concrete, Stavanger, Norway, June 1987, pp. 27-38.
260. Norwegian Council for Building Standardization (1992): Norwegian Standard NS 3473 E, 4th ed., Nov. 1992.
261. Okamura H., Maekawa K. Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete/ Proceeding of JSCE, N 360, Aug., 1987 – pp. 1–10.
262. Oleson S.Ø., Sozen M.A., Siess C.P. Investigation of Prestressed Reinforced Concrete for Highway Bridges: Part IV – Strength in Shear of Beams with Web Reinforcement/ Bulletin N 493, University of Illinois, Urbana, 1987 – 427 pp.
263. Pang X.B., Hsu T.T.C. Behavior of Reinforced Concrete Membrane Elements/ ACI Struct. Journ., v. 92, N 6, Niv.–Dec., 1995 – pp. 665–679.
264. Pang X.B., Hsu T.T.C. Fixed Angle Softened Truss Model for Reinforced Concrete/ ACI Struct. Journ., v. 93, N 2, March–April, 1996 – pp. 197–207.
265. Pang, X.B. and Hsu, T.C. (1996): "Fixed Angle Softened Truss Model for Reinforced Concrete." ACU. v. 93, no. 2, Mar.-Apr. 1996, pp. 197-207.
266. Palaskas M., Attiogbe E., Darwin D. Shear Strength of Lightly Reinforced T–Beams/ ACI Journal, Proc. V. 78, N 6, Nov.–Dec., 1981 – pp. 447–455.
267. Pasley G.P., Gogoi S., Darwin D., McCabe S.L. Shear Strength of Continuous Lightly Reinforced T–Beam/ SM Rep. N 26, University of Kansas, Dec., 1990 – 151 pp.

268. Paulay T., Loeber P.J. Shear Transfer by Aggregate Interlock/ Shear in Reinforced Concrete, Sp 42, American Concrete Institute, Detroit, 1974 – pp. 1–15.
269. Paulay, T., Loeber, P.J. (1974): "Shear Transfer by Aggregate Interlock." ACI SP 42.1: Shear in Reinforced Concrete, pp. 1-15.
270. Perdikaris, P.C., White, R.N. and Gergely, P. (1980): "Strength and Stiffness of Tensioned RC Panels Subjected to Membrane Shear, Two Way Reinforcing." Nuclear Regulatory Research Report NUREG/CR-1602, Washington, 393 pp.
271. Porasz A. An Investigation of Stress-Strain Characteristics of High Strength in Shear/ MASC thesis, University of Toronto, 1989 – 274 pp.
272. Poli, S.D., Gambarova, P.G. and Karakoç, C. (1987): "Aggregate Interlock: Role in Reinforced Concrete Thin-Webbed Beams in Shear." J. Struct. Engrg., v. 113, no. 1, Jan. 1987, pp. 1-19.
273. Poli, S.D., Prisco, M.D. and Gambarova, P.G. (1990): "Stress Fields In Web of Reinforced Concrete Thin-Webbed Beams Failing in Shear." J. Struct. Engrg., v. 116, no. 9, Sept. 1990, pp. 2496-2515.
274. Prisco, M.D. and Gambarova, P.G. (1992): "Optimum Design of Stirrups in RC and PC Thin-Webbed Beams Failing in Shear. Proc. Symp. on Concrete Shear in Earthquake, Houston, pp. 246-255
275. Prisco, M.D. and Gambarova, P.G. (1995): "Comprehensive Model for Study of Shear in Thin-Webbed RC and PC Beams." J. Struct. Engrg., v. 121, no. 12, Dec. 1995, pp. 1822-1831.
276. Pruijssers, A.F., and Liqui Lung, G. (1985): "Shear Transfer Across a Crack in Concrete Subjected to Repeated Loading - Experimental Results." Part I, Stevin Report 5-85-12, 178 pp.
277. Rangan B.V. Web Crushing of Reinforced and Prestressed Concrete Beams/ ACI Struct. Journ., v. 88, N 1, Jan.–Feb., 1991 – pp. 12–16.
278. Rahal K.N. Shear Strength of Reinforced Concrete: Part I – Membrane Elements Subjected to Pure Shear/ ACI Struct. Journ., v. 97, N 1, Jan.–Feb., 2000 – pp. 86–93.

279. Rahal K.N. Shear Strength of Reinforced Concrete: Part II – Beams Subjected to Shear Bending Moment, and Axial Load/ ACI Struct. Journ., v. 97, N 2, March–April, 2000 – pp. 219–224.
280. Rebeiz K.S. Shear of Reinforced Beams without Stirrups/ ASCE Struct. Eng. Div., N 3, 1999 – pp. 378–383.
281. Reineck, K.H. (1989): "Theoretical Considerations and Experimental Evidence on Web Comparison Failure of High Strength Concrete Beams." CEB Bull. d'Information no. 193: Design Aspects of HSC, Dec. 1989, pp. 59-74. Presented at the 26th Plenary Session of CEB, Dubrovnik, Sep. 1988.
282. Reineck, K.H. (1991b): "Modeling of Members without Transverse Reinforcement." IABSE Colloq. on Structural Concrete, Stuttgart, IABSE Rep., v. 62, pp. 643-648.
283. Reineck, K.H. (1991c): "Ultimate Shear of Members without Transverse Reinforcement." ACI St. J. v.88, no.5, Sep.- Oct. 1991, pp.592-602.
284. Reineck, K.H. (1991a): "Modeling of Members with Transverse Reinforcement." IABSE Colloq. on Structural Concrete, Stuttgart, IABSE Rep., v. 62, pp. 481-488.
285. Reinhardt H.W. Scale Effect in Shear Tests in the Light of Fracture Mechanics/ Beton- und Stahlbetonbau (Berlin), N 1, 1981 – pp. 19–21.
286. Reinhardt H.W. Similitude of Brittle Fracture of Structural Concrete/ Advanced Mechanics of Reinforced Concrete, IADSE Colloquium, Delft, 1981 – pp. 201–210.
287. Ritter W. Die Bauweise Hennebique. Schweizerische Bauzeitung (Zürich), Feb., 1899.
288. Rogowsky, D.M. and MacGregor, J.G. (1986): "Design of Reinforced Concrete Deep Beams." Concrete Int., v. 6, no.8, Aug. 1986, pp. 49-58.

289. Roller J., Russel H.G. Shear Strength of High-Strength Concrete Beams with Web Reinforcement/ ACI Struct. Journ., v. 87, N 2, March–April, 1990, pp. 191–198.
290. Roller, J.J. and Russell, H.G. (1990): "Shear Strength of High Strength Concrete Beams with Web Reinforcement." ACI St. J., v. 87, no. 2, Mar.-Apr. 1990, pp. 191-198.
291. Rüsч H., Haugli F.R., Mayer H. Schubversache an Stahlbeton-Rechteckbalken mit gleichmässig verteilter Belastung/ Bulletin N 145, Deutscher Asschuss für Stahlbeton, Berlin, 1962 – pp. 4–30.
292. Russell, H.G. (1987): "HSC in North America. "Proc. Symp. on Utilization of High Strength Concrete, Stavanger, Norway, June 1987, pp. 561-571.
293. Sakaguchi, N.Yamanobe, K., Kitada, Y., Kawachi, T. and Koda, S. (1990): "Shear Strength of High Strength Concrete Members." ACI 2nd Int. Symp. On HSC, ACI SP 121.9, pp. 155-178.
294. Sarsam, ICF. and Al-Musawi, JMS. (1992): "Shear Design of High and Normal Strength Concrete Beams with Web Reinforcement." ACI St. J., v. 89, no. 6, Nov.-Dec. 1992, pp. 658-664.
295. Schlaich J., Schäfer K., Jennewein M. Towards a Consistent Design of Reinforced Concrete Structures/ PCI Journ., v. 32, N 3, May–June, 1987 – pp. 74–150.
296. Schlaich, J, Schafer, K., and Jennewein, M. (1987): "Toward a Consistent Design of Structural Concrete." PCI J., v. 32, no. 3, May-June 1987, pp. 74-150.
297. Schlaich, J. (1991): "The Need for Consistent and Translucent Models." IABSE Colloq. on Structural Concrete, Stuttgart, IABSE Rep., v. 62, pp. 169-184.
298. Schlaich, M. and Anagnostou, G. (1989): "Stress Fields for Nodes of Strut and Tie Models "ASCE J. of Structural Engrg.,v. 116, no. 1, Jan. 1990, pp. 13-23.

299. Selby R.G., Vecchio F.J., Collins M.P. Analysis of Reinforced Concrete Members Subjected to Shear and Axial Compression/ ACI Struct. Journ., v. 93, N 3, May–June, 1996 – pp. 306–315.
300. Shahawy M., Robinson B., Batchelor B. Investigation of Shear Strength of Prestressed Concrete AASHTO Type II Girders/ Struct. Research Center, Florida, Dept. of Transportation, Jan., 1993 – 182 pp.
301. Shahawy, M.A and Batchelor, B. deV (1996). "Shear Behavior of Full-Scale Prestressed Concrete Girders: Comparison between AASHTO Specifications and LRFD Code," PCI J. v. 41, no.3, May-June 1996, pp. 48-53.
302. Shioya T. Shear Properties of Large Reinforced Concrete Member/ Special Report of Institute of Technology, Shimizu Corporation, N 25, Feb., 1989, 198 pp.
303. Shioya T., Iguro M., Nojiri Y., Akiyama H., Okada T. Shear Strength of Large Reinforced Concrete Beams/ Fracture Mechanics: Application to Concrete, SP–118, American Concrete Institute, Detroit, 1989, 209 pp.
304. Shirai, S. and Noguchi, H. (1989): "Compressive Deterioration of Cracked Concrete." Structures Congress: Design, Analysis and Testing, Proc. ASCE, New York, N.Y., pp. 1-10.
305. Sørensen K., Løset Ø., Olsen T.O. Investigation of the Influence of Axial Tensile Forces on the Transverse Shear Strength/ Report N PP–1–5, Det. Norske Veritas, Oslo, June, 1981 – 61 p. plus appendixes.
306. Stroband, J.(1995): "Biaxially Loaded Reinforced Panels in High Strength Concrete." Progress in Concrete Research, Delft Univ. of Technology, v. 4, pp. 67-74.
307. Takagi, H. and Kanoh.Y. (1991): "Use of Super High-Strength Rebars as Web Reinforcements." ACI Int. Symp. on Evaluation and Rehabilitation of Concrete Structures and Innovations in Design,

- Hongkong, ACI SP 128-65, pp. 1049-1063.
308. Tan, K.H, Kong, F.K., Teng, S. and Guan, L. (1995): "High Strength Concrete Deep Beams with Effective Span and Shear Span Variations." *ACI St. J.*, Jul.-Aug. 1995, pp. 395-405.
309. Tanabe, T., and Wu, Z. (1991): "Strain Softening under Biaxial Tension and Compression." *IABSE Colloq. on Structural Concrete*, Stuttgart, IABSE Reports, v. 62, pp. 623-636.
310. Tassios, T.P., and Vintz leou, E.N. (1987): "Concrete-to-Concrete Friction." *ASCE J. of Structural Engineering*, v. 113, no.4, April 1987, pp. 832-849.
311. Taylor R. Some Shear Tests on Reinforced Concrete Beams without Shear Reinforcement/ *Magazine of Concrete research* (London), v. 12, N 36, Nov, 1960 – pp. 145–154.
312. Thienel K.C., Shah S.P. Post peak Behavior of Laterally Reinforced Concrete Panels in Compression-Tension/ *ACI Struct. Journ.*, v. 93, N 6, Nov.–Dec., 1996 – pp. 685–695.
313. Thørenfeldt, E., and Drangshott, G. (1990):" Shear Capacity of Reinforced High Strength Concrete Beams" *ACI2ndInt. Symp. On HSC*, ACI SP 121.8, pp. 129-154.
314. Thørenfeldt, E., Tomaszewicz, A. and Jensen, J.J. (1987): "Mechanical Properties of HSC and Application in Design." *Proc. Symp. on Utilization of HSC*, Stavanger, Norway, June 1987, pp. 149-159.
315. Thürlimann, B. (1979):" Plastic Analysis of Reinforced Concrete Beams." *IABSE Colloq. Plasticity in Reinforced Concrete*, Copenhagen, pp. 71-90.
316. Tsoukantas S.G., Tassios T.P. Shear Resistance of Compressions between Reinforced Concrete Linear Precast Elements/ *ACI Struct. Journ.*, v. 86, N 3, May–June, 1989 – pp. 242–249.
317. Ueda, M., Noguchi, H., Shirai, N. and Morita, S. (1991): "Introduction to Activity of new RC." *Proc. Int. Workshop on FEA of RC*, Columbia

Univ., New York, N.Y.

318. Uemura, T., Sakurai, S., Hattori, T., Shibata, T., Ohno, K. (1978): "Investigation on the Equations of Ultimate Shear Strength of RC Columns." Annual Meeting of Hokkaido Branch, Architectural Institute of Japan, Sept. 1978, pp. 91-94.
319. Vecchio F.D. Analysis of Shear-Critical Reinforced Concrete Beams/ ACI Struct. Journ., v. 97, N 1, Jan.–Feb., 2000 – pp. 102–110.
320. Vecchio F.J. Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Membranes/ ACI Struct. Journ., v. 86, N 1, Jan.–Feb., 1989 – pp. 26–35.
321. Vecchio F.J. Reinforced Concrete Membrane Element Formulation/ ASCE Journ. of Struct. Engineering, v. 116, N 3, 1990 – pp. 730–750.
322. Vecchio F.J., Nieto M. Shear-Friction Test on Reinforced Concrete Panels/ ACI Str. Journ., v. 37, N 4, 1991 – pp. 371–379.
323. Vecchio F.J., Collins M.P. Predicting the Response of Reinforced Concrete Beams Subjected to Shear the Modified Compression Field Theory/ ACI Journal, v. 85, N 3, May–June, 1988 – pp. 258–268.
324. Vecchio F.J., Collins M.P. Predicting the Response of Reinforced Concrete Beams Subjected to Shear Using Modified Compression Field Theory/ ACI Struct. Journ., v. 85, N 3, May–June, 1988 – pp. 258–268.
325. Vecchio F.J., Emara M.B. Shear Deformation on Reinforced Concrete Frames/ ACI Struct. Journal, v. 89, N 1, Jan.–Feb., 1992 – pp. 45–56.
326. Vecchio F.J., Selby R.G. Towards Compression-Field Analysis of Reinforced Concrete Solids/ ASCE Journ. of Struct. Engineering, v. 117, N 6, June, 1991 – pp. 1740–1758.
327. Vecchio, F.J. (1991): " Analysis based on the Modified Compression Field Theory." IABSE Colloq. on Structural Concrete, Stuttgart, 1991, IABSE Report, v. 62, pp. 321-326.
328. Vecchio, F.J. and Collins, M.P. (1993):" Compression Response of Cracked Reinforced Concrete." ASCE J. St. Engrg., v. U9,no.12, Dec.

- 1993, pp. 3590-3610.
329. Vecchio, F.J. and Collins, M.P. (1986): "The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear." ACU. v. 83, no. 2, March-April 1986, pp. 219-231.
330. Vecchio, F.J. and De Roo, A. (1995): "Smeared-Crack Modeling of Concrete Tension Splitting." ASCE J. Engrg. Mech., June 1995, pp. 702-708.
331. Vecchio, F.J. and Collins, M.P. (1982): "The Response of Reinforced Concrete to In-Place Shear and Normal Stresses." Pub 82.03, Dept. of Civil Engineering, Univ. of Toronto, March 1982, 332 pp.
332. Vecchio, F.J., Collins, M.P. and Aspiotis, J. (1994): "High Strength Concrete Elements Subjected to Shear." ACI St. J., Jul.-Aug. 1994, pp. 423-433.
333. Wagner, H. (1929): "Metal Beams with Very Thin Webs." Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt, v. 20, no. 8 to 12, 1929 (in German).
334. Walraven J.C. Aggregate Interlock: A Theoretical and Experimental Analysis, Delft University Press, 1980 – 197 pp.
335. Walraven J.C. Experiments on Shear Transfer in Cracks in Concrete. Part 2: Analysis of Results. Report N 5-79-10, Stevin Laboratory, Delft University of Technology, 1979 – 132 pp.
336. Walraven J.C. The Influence of Depth on the Shear Strength of Lightweight Concrete/ Stevin Laboratory Report N 5-78-4, Delft University of Technology, 1978 – 36 pp.
337. Walraven, J.C. and Stroband, J. (1994): "Shear Friction in High-Strength Concrete." Proc. ACI Int. Conf. on High Performance Concrete, Singapore, ACI SP 149-17, pp. 311-330.
338. Walraven, J.C. (1981): "Fundamental Analysis of Aggregate Interlock." J. Struct. Div., ASCE, v. 107, ST11, November 1981, pp. 2245-2270.
339. Walraven, J.C. (1982): "Shear in Elements without Shear Reinforcement." Part 1 of Progress Report of Task Group IV/1 Shear

- in Prestressed Concrete, CEB Bull. d'Infonnation no. 146, Jan. 1982,41 pp.
340. Walraven, J.C. (1992): "Rough Cracks Subjected to Earthquake Loading." Proc. Symp. on Concrete Shear in Earthquake, Houston, pp. 236-245
341. Walraven, J.C. (1995): "High Performance Concrete: Exploring a New Material." Structural Engrg. Int., Mar. 1995, pp. 182-187.
342. Walraven, J.C. (1995): "Shear Friction in High Strength Concrete." Progress in Concrete Research, Delft University of Technology, v. 4, pp. 57-65.
343. Walraven, J.C. and Reinhardt, H.W.(1981): " Theory and Experiments on the Mechanical Behavior of Cracks in Plain and Reinforced Concrete Subjected to Shear Loading." Heron v. 26, no. 1A, 68 PP.
344. Walraven, J.C., Frenay, J. and Pruijssers, A. (1987): "Influence of Concrete Strength and Load History on the Shear Friction Capacity of Concrete Members." PCU. v. 32, no. 1, Jan.-Feb. 1987, pp. 66-85
345. Walraven J.C., Vos E., Reinhardt H.W. Experiments on Shear Transfer in Cracks in Concrete. Part 1: Description of Results/ Report N 5–79–3. Stevin Laboratory. Delft University of Technology, 1979 – 89 pp.
346. Walther, R. (1989) Potentiality of using High Strength Concrete in Structures." CEB Bull. d'Infonnation no.193 Design Aspects of HSC, Dec. 1989. Also in Proc. Symp. on Utilization of High Strength Concrete, Stavanger, Norway, June 1987, pp. 365-378.
347. Watanabe F. Strength and Ductility of Reinforced Concrete Columns under Bending and Shear Force/ PhD thesis, Dep. of Architectural Eng., Kyoto University, Japan, 1984 – 175 pp.
348. Watanabe F., Lee Y. Theoretical Prediction of Shear Strength and Failure Mode of Reinforced Concrete Beams/ ACI Struct. Journ., v. 95, N 6, Nov.– Dec., 1998 – pp. 749–757.

349. Watanabe F., Matsuzaki I., Masato I. Experimental Study on Effectiveness of Shear Reinforcement in RC Beams, Part 1 and Part 2/ Summaries of Technical Papers of Annual Meeting/ Architectural Institute of Japan, 1991 – pp. 275–278.
350. Watanabe, F., and Ichinose, T. (1992): " Strength and Ductility Design of Reinforced Concrete Members subjected to Combined Bending and Shear." Proc. Symp. on Concrete Shear in Earthquake, pp. 429-438.
351. White, R.N. and Holley, M.J. (1972): "Experimental Studies of Membrane Shear Transfer." ASCE J. St. Div., v. 98, ST8, Aug. 1972, pp. 1835-1852.
352. Yoon Y.S., Cook W.D., Mitchell D. Minimum Shear Reinforcement in Normal, Medium and High-Strength Concrete Beams/ ACI Struct. Journ., v. 36, N 2, 1997 – pp. 274–283.
353. Yoshikawa H., Wu Z., Tanabe T. Analytical Model for Shear Slip of Cracked Concrete/ Journ. of Struct. Eng., v. 115, N 4, April, 1989 – pp. 771–788.
354. Zararis P. Concrete Shear Failure in Reinforced-Concrete Elements/ Journ. Struct. Engineering, v. 122, N 9, Sept., 1996 – pp. 1006–1015.
355. Zilch K., Regge A. Bemessung der Stahlbeton und Spannbeton bauteile nach DIN 1045–1/ W [1], S. 171–311.
356. Zsutti, T. (1968): "Beam Shear Strength Prediction by Analysis of Existing Data." ACI Journal, v. 65, no. 11, Nov. 1968, pp. 942-951.

Научное издание

Тур В.В., Кондратчик А.А.

**РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ
ПРИ ДЕЙСТВИИ ПЕРЕРЕЗЫВАЮЩИХ СИЛ**



Редактор
Компьютерная верстка и дизайн

Т.В. Строкач
В.В. Мальха
В.А. Пригоровский

Подписано в печать 1.07.98. Формат 70×90_{/16}. Бумага Снегурочка. Гарнитура Arial. Уч. изд. л. 25,0. Усл. печ. л. 29,25. Заказ № 823. Тираж 200 экз. Отпечатано на ризографе Брестского государственного технического университета. 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.