

Павлова Инесса Павловна, канд. техн. наук, доцент,
доцент кафедры технологии бетона и строительных
материалов, Учреждение образования
«Брестский государственный технический
университет», г. Брест

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЖЕСТКОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЯЖЕЛОГО БЕТОНА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТРУКТУРНОЙ МОДЕЛИ

PARAMETRIC RESEARCH OF STIFFNESS CHARACTERISTICS FOR ORDINARY CONCRETE ON THE BASIS OF STRUCTURAL MODEL

Аннотация

В данной статье рассмотрены подходы по прогнозированию жесткостных параметров традиционных тяжелых бетонов на базе структурной модели. Применены основные положения теории эффективной среды с учетом влияния свойств транзитной зоны. Проведены параметрические исследования изменения свойств бетона во времени.

Abstract

The article reviews approaches based on structural model towards forecasting rigid parameters of heavy concrete containing composite inclusions. Basic statements of Effective Medium Theory subject to properties of through area are applied. Parametric tests of concrete properties change are held.

ВВЕДЕНИЕ

В публикации, посвященной вопросам развития методов расчета железобетонных конструкций [1], отмечалось, что поведение материалов с гетерогенной структурой при действии нагрузок вполне удовлетворительно может быть описано математическими моделями. Причем, если они в достаточной степени обоснованы, то могут послужить основой для прогнозирования практически всех механических характеристик бетона. Математическое моделирование свойств бетона постоянно осуществлялось по мере накопления опытных данных, в связи с этим все известные на данный

момент зависимости, описывающие характеристики материала, являются математическими моделями той или иной степени сложности. Большинство предложений в этой области основывается на феноменологическом подходе, когда для описания кратковременных и (или) долговременных процессов в композите используются результаты однофакторных и (или) многофакторных экспериментов. При этом широко используются вероятностно-статистические методы, в том числе методы математического планирования эксперимента [2].

Получили свое развитие и различные реологические модели, полученные на основе феноменологических теорий и служащие для описания линейных и нелинейных процессов длительного деформирования и разрушения бетона [3, 4]. Условно эти теории можно разделить на две группы. В первую группу входят теории наследственности (теории Больцмана, Вихтера, Вольтера, Беммера, Хойзе и др.). Во вторую группу входят теории, основанные на использовании механических моделей или схем, моделирующих упругость, вязкость и пластичность. В результате анализа работы модели из каждой схемы выводится дифференциальное уравнение, которое называют реологическим уравнением состояния. Составляя ту или иную реологическую модель, обычно стремятся отразить в ней наиболее характерные свойства рассматриваемого материала, основываясь при этом на экспериментальных данных. Естественно, возможность проявления второстепенных свойств в таких моделях не учитывается [1].

К сожалению, существенным недостатком этих теорий является их оторванность от системы физических представлений о процессах, происходящих в структуре бетона. Эти теории фиксируют лишь формальную причинно-следственную связь явлений, за пределами которой остаются очень важные закономерности.

Теоретической основой для решения задачи о прогнозировании свойств бетона могут быть только выводы, основанные на анализе поведения бетона как композитного материала. При этом необходимо комплексно использовать положения теории ползучести, теории упругости, механики разрушения, физики капиллярно-пористых тел и др.

Прогнозирование свойств композита следует осуществлять на основе структурно-механических моделей, рассматривающих бетон как неоднородный материал от нано- до макроуровня.

1. РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ БЕТОННОГО КОМПОЗИТА. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ МОДЕЛИ

В большинстве отечественных и зарубежных работ [1, 2, 3, 5, 6], посвященных моделированию структуры композита, бетон рассматривается как двухкомпонентный материал, состоящий из матрицы в виде окаменевшего цементно-песчаного раствора, в континууме которой дискретно распределены зерна крупного заполнителя. В последнее время в ряде исследований [7, 8] структура бетона была дополнена третьей компонентой – транзитной зоной (ТЗ) между матрицей и заполнителем. Несмотря на то что транзитная зона (ТЗ) является частью цементной матрицы, эффекты, сопутствующие ее структурообразованию, и, как результат, ее свойства не только позволяют, но и вызывают необходимость выделить ТЗ в отдельный элемент структуры бетона. Транзитная зона отвечает за прочность сцепления по контакту «цементный камень – включение» и по сути является наиболее слабым элементом структуры.

В данных исследованиях для определения изменения параметров жесткости системы, таких как модуль упругости, предложено использовать трехкомпонентную пространственную модель композита, состоящую из заполнителя, цементной матрицы и расположенной между ними транзитной зоны, схематически показанную на рис. 1.

Моделируемая система содержит равномерно распределенные по объему матрицы равновеликие шарообразные зерна заполнителя.

1.1. Геометрические характеристики модели

Характеристический радиус \bar{r} зерна заполнителя принимается интегрально из условия равенства удельной поверхности зерен

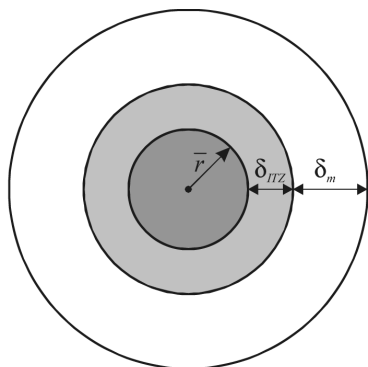


Рисунок 1. Схематическое изображение структуры напрягающего бетона в виде трехкомпонентной модели

модели фактической удельной поверхности заполнителя и определяется по следующей формуле:

$$\bar{r} = \frac{3}{S_{\text{уд}} \rho_0}. \quad (1)$$

Для определения фактической удельной поверхности заполнителя использованы данные ситового анализа и средний радиус зерна заполнителя для каждого сита.

Для оптимизации плотности упаковки заполнителя принята бинарная модель Toufar.

Данные модели базируются на ряде следующих допущений:

- в роли заполнителя выступают шары;
- заполнители моноразмерны;
- мелкий и крупный заполнители имеют различные размеры.

Первые два допущения могут быть компенсированы введением таких параметров, как определяющий диаметр (то есть диаметр фракции заполнителя, полный остаток на ситах которой соответствует либо 50, либо 36,8 %) и пустотность заполнителя. Третье предположение может вступить в противоречие с ситуацией, когда определенная часть фракции мелкого заполнителя совпадает с фракцией крупного заполнителя, в то время как определяющие диаметры значительно отличаются.

Степень упаковки:

$$\Phi = \frac{1}{\frac{y_1}{\phi_1} + \frac{y_2}{\phi_2} - y_2 \left(\frac{1}{\phi_2} - 1 \right) \cdot k_d \cdot k_s}, \quad (2)$$

где Y_1/ϕ_1 – объем мелкого заполнителя;

Y_2/ϕ_2 – объем крупного заполнителя;

$Y_2 \cdot (1/\phi_2 - 1)$ – объем пор между зернами крупного заполнителя;

k_d – коэффициент, учитывающий влияние определяющего диаметра;

k_s – статистический коэффициент

Важным этапом расчета геометрических характеристик модели является определение объемного содержания транзитной зоны в бетоне. Объем транзитной зоны определяют исходя из предположительного размера транзитной зоны $\delta_{\text{из}} \approx 30 \mu\text{м}$. Необходимо

отметить, что принятый размер транзитной зоны подтверждается экспериментальными исследованиями микроструктуры [9, 10]. Как показано в работах Monteiro [11], начиная с граничной объемной концентрации заполнителя $c_{agg} = 0,29$ в структуре бетона наблюдается явление перколяции транзитных зон.

Так как реальный бетон в своем составе содержит изначально большее количество заполнителя, объем транзитной зоны с учетом перколированных участков согласно Lu и Torquato [12] может быть рассчитан по формуле:

$$V_{itz} = 1 - e_v(\delta_{itz}) - c_{agg}. \quad (3)$$

Объем цементной матрицы V_m за вычетом объема, занимаемого транзитной зоной, может быть рассчитан:

$$V_m = 1 - c_{agg} - V_{itz}. \quad (4)$$

Тогда толщина прослойки цементной матрицы соответственно составит:

$$\delta_m = \left[\sqrt[3]{\frac{3}{4\pi N}} - (\bar{r} + \delta_{itz}) \right]. \quad (5)$$

1.2 Жесткостные характеристики элементов модели и их изменение во времени

В расчетной модели в качестве заполнителя рассматривается некоторый идеализированный сферический заполнитель с размером зерна, равным размеру зерна заполнителя с транзитной зоной вокруг него, и с усредненными, так называемыми эффективными, упругими характеристиками (рис. 2). Для определения эффективных деформативных характеристик идеализированного моноразмерного заполнителя использованы положения Дифференциальной Теории Эффективной Среды (англ. *Differential Effective Medium Theory*, в дальнейшем D–EMT) [13]. В соответствии с правилами, сформулированными в D–EMT, частица заполнителя с размером \bar{r} и деформативными характеристиками G_{agg} , K_{agg} , помещенная в транзитную зону размером $a = \bar{r} + \delta_{itz}$ с деформативными характеристиками G_{itz} , K_{itz} , заменяется новой эффективной частицей с размером $a = \bar{r} + \delta_{itz}$ и соответствующими деформативными характеристиками G_{id} , K_{id} . Модуль сдвига G и объемный

модуль K в зависимости от модуля упругости E и коэффициента Пуассона ν определяют по известным зависимостям.

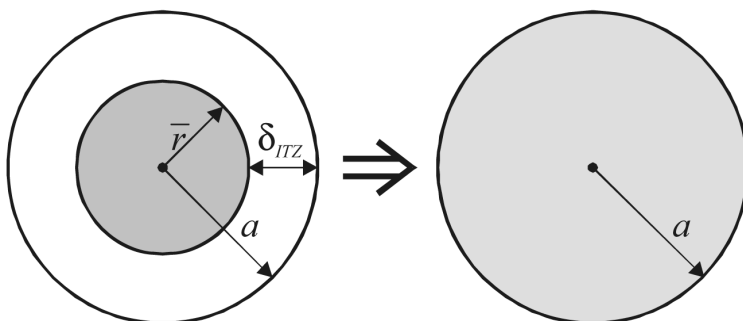


Рисунок 2. Трансформация композитного включения в эффективную частицу с размером a в соответствии с правилами D-EMT [14]

Для пространственной модели эффективный модуль сдвига G_{id} композитного включения с учетом транзитной зоны находят из решения соответствующего квадратного уравнения [13]:

$$A\left(\frac{G_{id}}{G_{itz}}\right)^2 + 2B\left(\frac{G_{id}}{G_{itz}}\right) + C = 0. \quad (6)$$

Эффективный объемный модуль K_{id} для данного «приведенного» заполнителя с учетом свойств транзитной зоны может быть рассчитан по зависимости, предложенной в работе Garboczi [13]:

$$K_{id} = K_{itz} + \frac{p(K_{agg} - K_{itz})}{1 + (1-p) \left[\frac{K_{agg} - K_{itz}}{K_{itz} + \frac{4}{3}G_{itz}} \right]}. \quad (7)$$

Пользуясь данными зависимостями, рассчитывают характеристики бетона к некоторому фиксированному моменту времени τ (как правило, к возрасту 28 суток). Однако процессы структурообразования в композите развиваются во времени, в течение которого в бетоне возникают как силовые, так и несиловые воздействия, приводящие к изменению в нем деформаций. В настоящее время к числу фундаментальных проблем, стоящих перед физикой и механикой бетона, относятся, в частности, адекватное описание явлений старения, установление вида функции $E(\tau)$. Для решения

данной проблемы в настоящих исследованиях использована функция, применяемая для описания упрочняющегося во времени материала, предложенная в работе [14] и имеющая вид:

$$E(\tau) = \beta(\tau)[1 - \delta(\tau)]E, \quad (8)$$

где E – модуль упругости материала, установленный без учета эффектов старения при $\beta = 1$ и $\delta = 0$;

$\beta(\tau)$ – степень упрочнения материала;

$\delta(\tau)$ – степень старения материала.

Параметры β и δ варьируются в пределах от 0 до 1 и монотонно возрастают с течением времени.

Для описания процессов упрочнения бетонного композита предложена функция $\beta(\tau)$, описывающая процесс упрочнения материала в зависимости от степени гидратации $\alpha(\tau)$:

$$\beta(\alpha) = \left[\frac{\alpha(\tau) - \alpha_0}{1 - \alpha_0} \right]^{2/3} \geq 0. \quad (9)$$

Для определения степени гидратации портландцементного вяжущего, отвечающей за формирование связей, обеспечивающих упрочнение материала, можно воспользоваться функциональной зависимостью, предложенной Vasma и Y. Abdel-Jawad [15]:

$$\alpha(\tau) = 0,357 + 0,111 \ln \tau + 0,005T + 0,084 w/c, \quad (10)$$

где τ – расчетный период времени, сут.;

T – температура хранения, °C.

Эффект «одностороннего роста» и эффект «стены», возникающие в процессе структурообразования в транзитной зоне, способствуют менее плотной упаковке зерен цемента в последней и, как следствие, более высокому водоцементному отношению по сравнению с остальной цементной матрицей.

Водоцементное отношение w/c в i -й фазе композита будет равно:

$$w/c = \frac{1 - \alpha_c}{\rho_{cem} \alpha_c}, \quad (11)$$

где α_c – радиальное распределение в объемной концентрации цемента для i -й фазы, для системы с моноразмерным заполнителем определяется согласно [9] по формуле (12):

$$\alpha_c(r) = \begin{cases} \alpha_c \left[1 + a_c \left(\frac{r - r - \delta_{itz}}{\delta_{itz}} \right)^2 \right] & \text{для ТЗ} \\ \bar{\alpha}_c & \text{для остальной цем. матрицы, (12)} \end{cases}$$

где $\bar{\alpha}_c$ – объемная концентрация цемента в цементной матрице (вне транзитной зоны),

a_c – константа, для данной системы принимаемая –0,5.

В связи с тем что в настоящих исследованиях принята к рассмотрению трехкомпонентная структурная модель, в которой, помимо матрицы, учитывают транзитную зону, необходимо оценить соотношение модулей упругости E_{itz}/E_m к некоторому фиксированному моменту времени, а также изменение соотношения во времени. Helmuth и Turk [16] для определения модуля упругости цементного камня предложили использовать зависимость следующего вида:

$$\bar{E} = E_{gel}(1 - V_c)^3, \quad (13)$$

где E_{gel} – средний модуль упругости продуктов гидратации цементного камня;

V_c – капиллярная пористость.

Таблица 1

Величины модулей упругости и коэффициентов Пуассона для основных продуктов гидратации цементного камня согласно [16]

Фазовый состав	$E \times 10^{-3}$, МПа	ν
C-S-H	14	0,27
C3S	75,9	0,3
CH	43	0,32

По результатам экспериментальных данных в возрасте 28 суток пористость транзитной зоны в бетонах на плотном заполнителе составляет в среднем 35 %, а оставшейся цементной матрицы – 7 %. С учетом результатов, полученных при помощи сканирующей электронной микроскопии, примерный фазовый состав транзитной зоны (рис. 3) и остальной цементной матрицы обеспечивает соотношение $\bar{E}_{itz}/E_m = 0,5$. Принятое соотношение является

достаточно грубой аппроксимацией, но в первом приближении позволяет оценить изменение соотношения $\frac{E_{из}}{E_m}$ во временном интервале Δt .

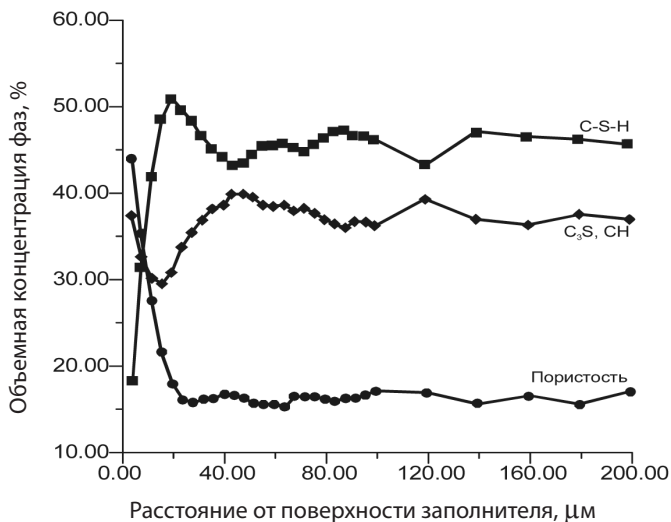


Рисунок 3. Изменение объемной концентрации фаз и пористости цементной матрицы в зависимости от расстояния до поверхности заполнителя

2. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

2.1. Исходные данные

При анализе моделируемой системы были приняты следующие варьируемые параметры:

- удельная поверхность заполнителя $S_{уд}$. Удельную поверхность заполнителя $S_{уд}$ варьировали в пределах от 0,15 до 20 м²/кг;

- концентрация заполнителя c_{agg} . Параметрические исследования проводились при начальной концентрации $c_{agg} = 0,05$ с учетом исключения эффекта перколяции и для реальных концентраций $c_{agg} = 0,5; 0,6; 0,7$ и 0,8 соответственно;

При выполнении параметрических исследований неизменными были приняты:

- водоцементное отношение w/c , равное 0,3;
- начальное соотношение модулей упругости транзитной зоны и цементной матрицы без учета эффектов старения (при $\beta = 1$ и $\delta = 0$) $\frac{E_{из}}{E_m} = 0,5$.

2.2. Результаты параметрических исследований и их анализ

2.2.1. Геометрические параметры

При моделировании твердеющей композитной системы одним из основных геометрических параметров, оказывающих влияние на процесс упрочнения или солидификации, является относительная толщина цементной матрицы $\delta_m/(\bar{r} + \delta_{из})$, косвенно характеризующая соотношение более прочной и более слабой компонент композита. Графики изменения данной величины в зависимости от удельной поверхности $S_{уд}$ и объемной концентрации c_{agg} заполнителя в композите представлены на рис. 4.

Если для начальной концентрации $c_{agg}=0,05$ величина $\delta_m/(\bar{r} + \delta_{из})$ колеблется в пределах от 1,0 до 1,75, то для реальных объемных концентраций заполнителя в бетоне $\delta_m/(\bar{r} + \delta_{из})$ достигает предельного значения 0,25 и стремится к нулю с ростом концентрации c_{agg} и удельной поверхности $S_{уд}$ заполнителя.

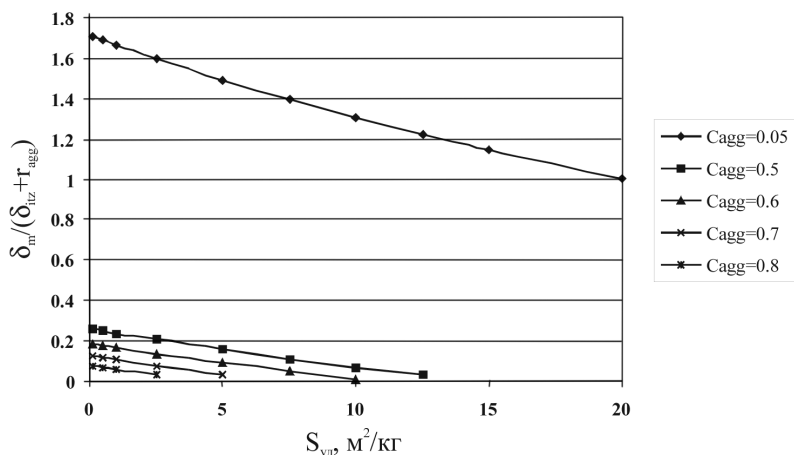


Рисунок 4. Изменение относительной толщины цементной матрицы в моделируемой системе в зависимости от удельной поверхности $S_{уд}$ и концентрации c_{agg} заполнителя в композите

При анализе моделируемой системы и назначении ее геометрических характеристик необходимо оценить реальный объем цементной матрицы как упрочняющей компоненты в композите. На рис. 5 представлены результаты расчета объема транзит-

ной зоны при изменении удельной поверхности S_{yd} и объемной концентрации c_{agg} заполнителя. Как указывалось выше, в бетоне при реальных объемных концентрациях заполнителя в пределах $c_{agg} = 0,5 \div 0,8$ наблюдается перколяция транзитных зон. Для того чтобы выявить степень влияния перколяции транзитных зон на изменение их объема, был проведен сравнительный анализ результатов расчета, полученных с учетом перколяции и, соответственно, без. Как видно из рис. 5, если для $c_{agg} = 0,05$ графики идентичны (при такой объемной концентрации заполнителя перколяция не наблюдается), то для реальных объемных концентраций, особенно с ростом удельной поверхности S_{yd} , возникают отличия, что, несомненно, влияет на итоговые значения деформаций расширения композитной системы.

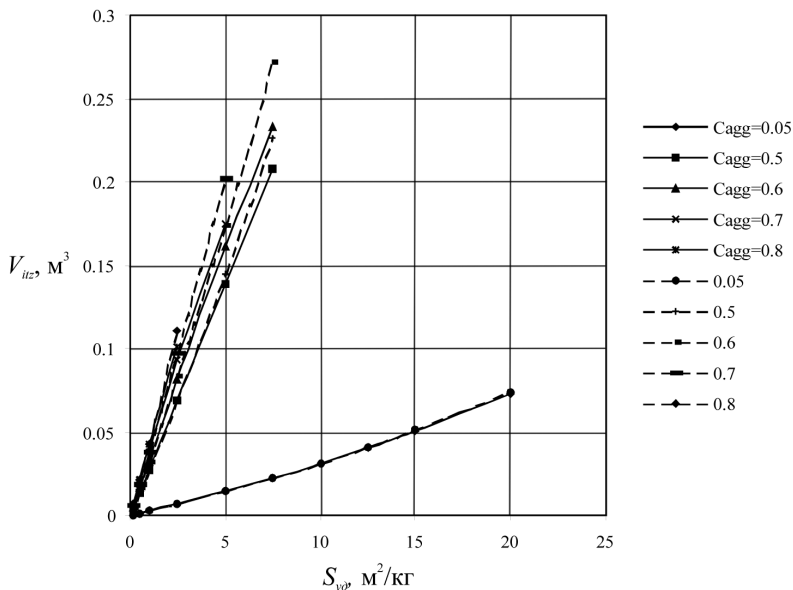


Рисунок 5. Изменение объема транзитной зоны $V_{итз}$ в зависимости от удельной поверхности S_{yd} и концентрации c_{agg} заполнителя в композите (— с учетом перколяции, - - - без учета перколяции)

2.2.2. Жесткостные характеристики моделируемого композита

Изменение жесткостных характеристик транзитной зоны и цементной матрицы моделируемой системы во времени представлено на рис. 6. В начальный период (до 7 суток) наблюдается более

активный рост модуля деформации транзитной зоны по сравнению с остальной цементной матрицей, что объясняется процессами, протекающими при структурообразовании указанных компонентов композита. Менее плотная упаковка зерен цемента и, как следствие, более высокое водоцементное отношение в транзитной зоне способствуют более высокой степени гидратации, чем в остальной цементной матрице. Отношение \bar{E}_{tz}/\bar{E}_m в этот период стремится к значению $\sim 0,51$. При дальнейшем твердении в более поздние сроки изменение модулей упругости как ТЗ, так и остальной цементной матрицы во времени практически одинаково и к моменту стабилизации процесса расширения отношение \bar{E}_{tz}/\bar{E}_m снижается до значения 0,5, что определено начальными условиями.

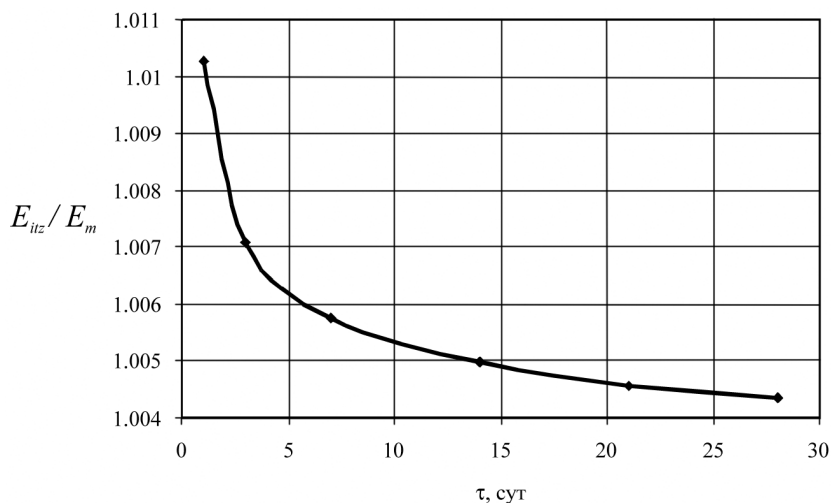


Рисунок 6. Зависимость изменения отношения модуля упругости транзитной зоны к модулю упругости цементной матрицы во времени для моделируемой системы при \bar{E}_c/\bar{E}_m и водоцементном отношении $w/c = 0,3$

Зависимость отношения модуля упругости бетона к модулю упругости цементного камня E_c/E_m во времени для различных концентраций заполнителя s_{agg} при удельной поверхности заполнителя S_{yo} показана на рис. 7. На всех графиках для реальных концентраций заполнителя в пределах $s_{agg} = 0,5 \div 0,8$ в моделируемой системе

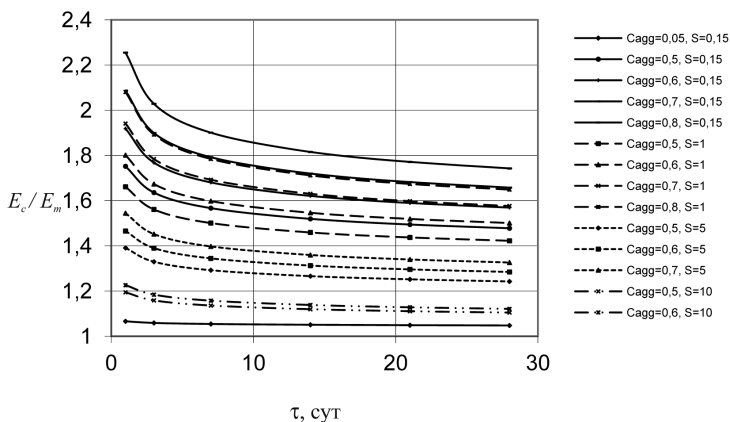


Рисунок 7. Изменение отношения модуля упругости моделируемой системы к модулю упругости цементного камня E_c/E_m во времени для различных концентраций заполнителя c_{agg} при удельной поверхности поверхности заполнителя $S_{y\partial} = 0,15 \text{ м}^2/\text{кг}$; $S_{y\partial} = 1 \text{ м}^2/\text{кг}$; $S_{y\partial} = 5 \text{ м}^2/\text{кг}$ и $S_{y\partial} = 10 \text{ м}^2/\text{кг}$

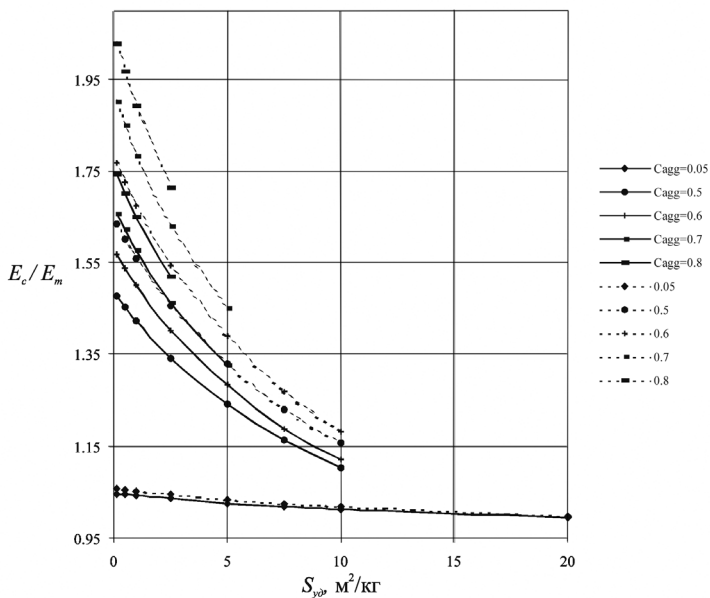


Рисунок 8. Изменение соотношения модуля упругости моделируемой системы к модулю упругости цементного камня E_c/E_m в зависимости от удельной поверхности заполнителя $S_{y\partial}$ для различных концентраций заполнителя c_{agg} (— — в момент стабилизации процесса расширения, - - - - в возрасте 3 сут.)

наблюдается максимальное значение соотношения E_c/E_m в первые сутки, с резким снижением этого соотношения к 7-суточному возрасту и постепенным выравниванием к более поздним срокам твердения. Все это вытекает, как неоднократно указывалось выше, из эффектов, сопутствующих микроструктурообразованию ТЗ и остальной цементной матрицы. С ростом объемной концентрации s_{agg} заполнителя в композите при одинаковой удельной поверхности S_{yo} отношение E_c/E_m возрастает, что объясняется увеличением содержания в системе элемента с более высокими жесткостными характеристиками. Изменение отношения E_c/E_m в зависимости от удельной поверхности заполнителя S_{yo} проиллюстрировано на рис. 8. С ростом удельной поверхности наблюдается значительное снижение отношения E_c/E_m , что очевидно следует объяснять резким увеличением объема транзитной зоны, которая, обладая более низкими жесткостными характеристиками по сравнению с остальными элементами системы, значительно ослабляет структуру композита в целом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Обоснованные результаты при прогнозировании свойств композита могут быть достигнуты на основе разработки структурно-механических моделей бетона как неоднородного материала от нано- до макроуровня. Предложенная структурная модель позволяет для заданных начальных геометрических и жесткостных характеристик исходных компонентов структуры спрогнозировать ожидаемые величины модуля упругости композита, а также исходя из требуемого значения данных показателей назначить требования к исходным материалам. Моделирование процесса набора жесткости во времени позволяет оценить прогнозируемые величины к моменту стабилизации процесса.

2. Параметрические исследования, выполненные с использованием предложенной модели, позволили определить особенности поведения композита в процессе твердения в зависимости от различных варьируемых исходных данных. Выявлен нелинейный характер изменения жесткостных характеристик во времени. Выявлено, что, наряду с активностью вяжущего, одним из результирующих факторов, влияющих на набор прочности композита, являются геометрические характеристики заполнителя, косвенно определяющие объем транзитной зоны и, что немаловажно, ее расположение в бетоне. Поэтому следует ожидать, что одним

из важнейших этапов при проектировании составов бетонов является назначение требований к качеству заполнителей.

Список использованных источников

1. Бондаренко, В.М. Методы учета длительных деформаций при расчете конструкций / В.М. Бондаренко [и др.] // Российская архитектурно-строительная энциклопедия. – М., 1998. – Т. V. – С.118–134.
2. Десов, А.Е. К макроструктурной гипотезе прочности бетона при одноосном сжатии / А.Е. Десов // Технология и повышение долговечности железобетонных конструкций : [сборник] / Центр. и Ленингр. обл. правл. Науч.-техн. о-ва стройиндустрии. НИИЖБ Госстроя СССР. VII Всесоюз. конф. по бетону и железобетону (состояние и перспективы развития). Ленинград, окт. 1972 г.; под ред. Б. А. Крылова – М., 1972. – С. 4–17.
3. Блещик, Н.П. Структурно-механические свойства и реология бетонной смеси и прессвакуумбетона / Н.П. Блещик. – Минск : Наука и техника, 1977. – 232 с.
4. Nielsen, L.F. Composite Analysis of Concrete: Creep, Relaxation, and Eigenstrain/Stress / L.F. Nielsen // HETEK Project, Report № 112., 1997. – 54 p.
5. Осетинский, Ю.В. О выборе модели для расчета собственных напряжений в бетоне / Ю.В. Осетинский, А.М. Подвальный // Механика композитных материалов. – 1982. – № 5. – С. 789–796.
6. Рак, Н.А. К построению методики расчета железобетонных конструкций с учетом неоднородности структуры бетона / Н.А. Рак // Вестник БГТУ. Строительство и архитектура. – 2001. – № 1. – С. 90–99.
7. Bourdette, B. Modelling of the Transition Zone Porosity / B. Bourdette, E. Ringot // Cem. and Concr. Res. – 1995. – V. 25. – PP. 741–751.
8. Garboczi, E.J. Computer Modeling of Interfacial Transition Zone: Microstructure and Properties / E.J. Garboczi, D.P. Bentz // RILEM Report № 20, Part 5, Chapter 20, 1999. – PP. 349–385.
9. Nadeau, J.C.A Multiscale Model for effective moduli of concrete incorporating ITZ water-cement ratio gradients, aggregate size distributions, and entrapped voids / J.C.A Nadeau // Cement and Concrete Research, Vol. 33,2003. – PP. 103–113.
10. Neubauer, C.M. A Three-Phase Model of the Elastic and Shrinkage Properties of Mortar / C.M. Neubauer, H.M. Jennings, E.J. Garboczi // Adv. Cem. Res. 4, (1996). – PP. 6–20.
11. Monteiro, P.J.M. Concrete: Microstructure, Properties and Materials / P.J.M. Monteiro., P.K. Mehta. – 2001.

12. Lu B., Torquato S. Phys. Rev. A, 45, 1992. – PP. 5530–5544.
13. Garboczi, E.J. Elastic Moduli of a Material Containing Composite Inclusions: Effective Medium Theory and Finite Element Computations / E.J. Garboczi, J.G. Berryman // Mechanics of Materials, 2001. – PP.455–470.
14. Jensen, O.M. Influence of cement composition on autogenous deformation and change of relative humidity / O.M. Jensen // Proc. Shrinkage 2000. / Int. RILEM Workshop on Shrinkage of Concrete, Paris (2000).
15. Basma, A.A. Probability Model for the Drying Shrinkage of Concrete / A.A. Basma, Y. Abdel-Jawad // ACI Materials Journal, 92, № 3, 1995 – PP. 246–25.1
16. Helmuth R.A., Turk D.H. Highw. Res. Board, Spec. Rep., 1966, 90. – PP. 135–144.

Статья поступила в редколлегию 06.11.2013