РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С ПОМОЩЬЮ СКА *MATHEMATICA*

Швычкина Е.Н. (БрГУ имени А.С. Пушкина, Брест)
Научный руководитель – Чичурин А.В., д-р ф.-м.наук (Украина), доцент

Рассмотрим систему трех дифференциальных уравнений вида

$$\frac{dx_i}{dz}=\frac{\sum\limits_{\tau_1,\tau_2,\tau_3=0}^{p_{i1},p_{i2},p_{i3}} P^{(i)}_{\tau_1,\tau_2,\tau_3} x_1^{\tau_1}x_2^{\tau_2}x_3^{\tau_3}}{\sum\limits_{\tau_1,\tau_2,\tau_3=0}^{q_{i1},q_{i2},q_{i3}} Q^{(i)}_{\tau_1,\tau_2,\tau_3} x_1^{\tau_1}x_2^{\tau_2}x_3^{\tau_3}} \quad (i=1,2,3) \tag{1}$$

где $x_i(z)$ $(i=1,2,3)$ – искомые функции, z – независимая комплекснозначная переменная; p_{ik}, q_{ik} $(i,\ k=1,2,3)$ – целые неотрицательные числа, причем

$$p_{i1}+p_{i2}+p_{i3}=p^{(i)},\quad q_{i1}+q_{i2}+q_{i3}=q^{(i)}.$$

Заметим, что одновременно все коэффициенты многочленов $P^{(i)}_{p^{(i)}}(x_1,x_2,x_3)$, $Q^{(i)}_{q^{(i)}}(x_1,x_2,x_3)$ не должны быть тождественными нулями.

Для системы (1) ищутся решения $x_i=x_i(z)$ $(i=1,2,3)$, обладающие бесконечными предельными свойствами

$$x_i(\mathrm{z})\to\infty (i=1,2,3) \text{ при } \mathrm{z}\to\mathrm{z}_0. \tag{2}$$

К вопросам существования и представления решений $x_i=x_i(z)$ $(i=1,2,3)$ со свойством (2) у нормальных систем трех дифференциальных уравнений посвящено много работ [1]–[2]. Однако условия существования решений с заданными свойствами записываются, как правило, в таком виде, что требуется еще немало времени на их проверку даже для довольно простых систем. В предлагаемой работе приводятся программный алгоритм в СКА *Mathematica* [4] для проверки данных условий и построение заданных решений.

Введем замену

$$x_1=\frac{1}{u^{\mu_1}},\ x_2=\frac{V_2}{u^{\mu_2}},\ x_3=\frac{V_3}{u^{\mu_3}}, \tag{3}$$

где μ_1,μ_2,μ_3 натуральные числа, которые получаются в результате решения системы уравнений

$$\sum_{k=1}^{3}\mu_k(p_{kj}-q_{kj})=1+\mu_j\quad(j=1,2,3). \tag{4}$$

Замена (3) сведет систему (1) к системе вида

$$\frac{dz}{du}=-\frac{Q^{(1)}_{q^{(1)}}(1,\overline{\beta})}{P^{(1)}_{p^{(1)}}(1,\overline{\beta})}\cdot u^{w_1-\gamma_1-\alpha-1}\cdot\{1+\Phi(u,\overline{\varphi})\}, \tag{5}$$

$$u\frac{d\varphi_j}{du}=a_{j2}\varphi_2+a_{j3}\varphi_3+F_j(u,\overline{\varphi})\quad(j=2,3), \tag{6}$$

где F_j, $\Phi(u,\overline{\varphi})$– голоморфные функции от u, $\overline{\varphi}=(\varphi_2,\varphi_3)$в окрестности точки $(0,0,0)$; – трехкратный степенной ряд, сходящийся в окрестности точки $(0,0,0)$. Используя результаты интегрирования систем Брио и Буке [3], а также теорему о неявной функции, получим условия гарантирующие существование решений системы (1), которые обладают предельными свойствами (2). В работе построен программный модуль в СКА *Mathematica*, который находит решения, которые обладают заданными бесконечными предельными свойствами данных дифференциальных систем. Рассмотренный метод является аналитическим, в котором содержатся программные модули, позволяющие находить явный вид решений, обладающих заданными предельными свойствами, не задавая при этом априори начальных условий.

Список литературы

1. Будько, Т.С. Об одном общем методе отыскания решений с бесконечными предельными значениями у автономных дифференциальных систем с рациональными правыми частями / Т.С. Будько, А.И. Яблонский // Дифференц. уравнения. – 1989. – Т. 25, № 11. – С. 1852–1856.

2. Чичурин, А.В. О решениях систем с заданными предельными свойствами у частных классов нормальных дифференциальных систем с рациональными правыми частями / А.В. Чичурин // Вестн. Белорус. ун-та. Сер. 1: Физ. Мат. Мех. – 1992. – № 2 – С. 62–66.

3. Horn, J. Uber die Reienenwichelung der Inteqrale lines Systems von Differentiagleichungen in der Umgeburg gewisser singularer stellen / J. Horn // J. fur M.,1896, 116. – P. 265–306; 1897, 117. – P. 104–128.

4. Wolfram Web Resources [Electronic resource] / ed. S. Wolfram. - Champaign, 2010. – Mode of access: www.wolfram.com. – Date of access: 1.09.2010.