

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ В ПРИПОВЕРХНОСТНОМ СЛОЕ ДЕТАЛЕЙ ПРИ ПЛАЗМЕННОМ УПРОЧНЕНИИ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Веремейчик А.И., Сазонов М.И., Хвисевич В.М.

Брестский государственный технический университет, Брест, Беларусь  
E-mail: vai\_mrtm@bstu.by

Применение обратных задач теплопроводности для определения температурных полей в приповерхностном слое обрабатываемой детали при поверхностном плазменном упрочнении обусловлено трудностями проведения экспериментальных исследований по непосредственному измерению температурных полей. Для проведения таких исследований сначала проводится эксперимент по определению температуры как функции времени в точках, достаточно удаленных от приповерхностного слоя, при известных граничных условиях на всех поверхностях обрабатываемой детали, кроме той поверхности, которая подвергается воздействию плазменной дуги (струи). На основе решения обратной задачи теплопроводности [1, 2] восстанавливаются характеристики теплового нагружения (поле температур или плотность теплового потока) на поверхности обрабатываемой детали. Затем на основе решения прямой задачи теплопроводности находится температурное поле в приповерхностном слое. Следует отметить, что некоторые методики решения обратной задачи теплопроводности позволяют уже на этом этапе определить температурное поле в приповерхностном слое. Тогда в качестве истинного температурного поля можно принять поле, получающееся усреднением температурных полей, получаемых при решении обратной задачи теплопроводности и последующего решения прямой задачи.

Рассмотрим задачу определения температурного поля в приповерхностном слое пластины с размерами  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , нагреваемой в плоскости  $y=b$  плазмотроном, движущимся со скоростью  $v$  вдоль оси  $x$ . При достаточно больших скоростях движения плазмотрона, имеющих место в реальных условиях, с достаточной степенью точности можно пренебречь распространением тепла в направлении оси  $Ox$ .

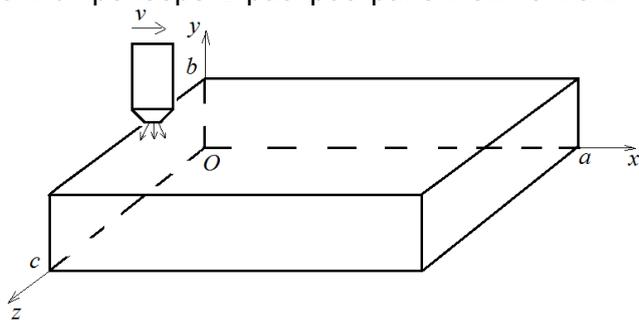


Рисунок 1 – Схема эксперимента

Тогда, считая, что нижняя поверхность адиабатически изолирована и что при экспериментальных исследованиях определяется температура на грани  $y=0$ , получаем двухмерную нестационарную краевую задачу теплопроводности с граничными условиями второго рода:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \cdot \left( \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad 0 < y < b, \quad 0 < z < c, \quad 0 < \tau \leq \tau_m, \quad T(x, y, z, 0) = \varepsilon(x, y, z),$$

$$\frac{\partial T(x, y, 0, \tau)}{\partial z} = \frac{\partial T(x, y, c, \tau)}{\partial z} = \frac{\partial T(x, 0, z, \tau)}{\partial y} = 0, \quad T(x, 0, z, \tau) = f(x, z, \tau), \quad (1)$$

где  $T$  – температура,  $a$  – коэффициент температуропроводности,  $\varepsilon, f$  – известные функции. Необходимо найти функцию  $q(x, z, \tau) = -\lambda \frac{\partial T(x, b, z, \tau)}{\partial y}$ , где  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности.

Таким образом, для определения плотности теплового потока проводятся экспериментальные исследования по определению поля температур на адиабатически изолированной нижней грани пластины при движении плазмотрона вдоль верхней грани. Если при этом использовать пластину с большими размерами  $b$  и  $c$ , то отпадает необходимость адиабатической изоляции боковых граней. В соответствии с [3], одним из перспективных направлений в решении обратных задач является использование экстремальных постановок с привлечением градиентных методов минимизации функционала невязки. На их основе достаточно просто строятся регуляризующие алгоритмы решения некорректно поставленных задач [4]. Кроме того, как показано в [5], при использовании методов скоростного спуска и сопряженных градиентов не требуется задание близкого начального приближения, ибо они устойчивы к ошибкам аппроксимации, округления и сглаживания.

Рассмотрим задачу (1) как задачу отыскания функции  $\Phi(x, z, \tau) = -\frac{q(x, z, \tau)}{\lambda}$ ,

минимизирующей функционал  $I(\Phi) = \int_0^{\tau_m} d\tau \int_0^c (T(0, z, \tau) - f(z, \tau))^2 dz$  при краевых условиях (1). Градиент функционала можно найти при рассмотрении сопряженной задачи:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} = -a \cdot \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right), \quad 0 < y < b, \quad 0 < z < c, \quad 0 < \tau \leq \tau_m, \quad \psi(y, z, \tau_m) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \psi(y, 0, \tau)}{\partial z} = \frac{\partial \psi(y, c, \tau)}{\partial z} = \frac{\partial \psi(b, z, \tau)}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \psi(0, z, \tau)}{\partial y} = 2 \cdot [T(0, z, \tau) - f(z, \tau)].$$

Минимизацию функционала производим с помощью метода сопряженных градиентов [6]. Построим итерационную последовательность вида  $P^{k+1}(z, \tau) = P^k(z, \tau) - \beta_k \xi^k(z, \tau)$ , где  $\xi^k(z, \tau)$  – функции, определяющие направление спуска,  $\beta_k$  – коэффициенты, определяющие глубину спуска при

переходе к следующему приближению, находятся из условия  $\frac{\partial J[P^{k+1}(z, \tau)]}{\partial \beta} = 0$  и

определяются выражением  $\beta_k = \frac{\int_0^{\tau_m} d\tau \int_0^c (T(0, z, \tau) - f(z, \tau)) \Delta T(\xi(z, \tau), z, \tau) dz}{\int_0^{\tau_m} d\tau \int_0^c (\Delta T(\xi(z, \tau), z, \tau))^2 dz}$ , где

приращение температуры  $\Delta T(\xi(z, \tau), z, \tau)$  определяется из решения следующей краевой задачи:

$$\frac{\partial \Delta T}{\partial \tau} = a \cdot \left( \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Delta T}{\partial z^2} \right), \quad 0 < y < b, \quad 0 < z < c, \quad 0 < \tau \leq \tau_m, \quad \Delta T(y, z, 0) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Delta T(y, 0, \tau)}{\partial z} = \frac{\partial \Delta T(y, c, \tau)}{\partial z} = \frac{\partial \Delta T(0, z, \tau)}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \Delta T(b, z, \tau)}{\partial y} = \Delta P(z, \tau).$$

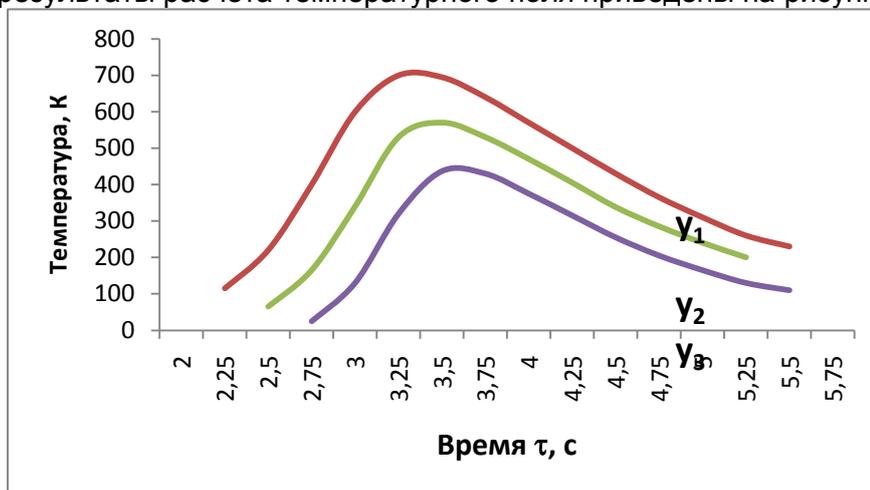
Зависимость  $q(x, z, \tau)$  может быть представлена в виде:

$$q(x, z, \tau) = q(x_0 + v\Delta\tau, z, \tau + \Delta\tau). \quad (5)$$

Полученные результаты для каждого значения  $z$  аппроксимировались при помощи суммы двух нормальных распределений, одно из которых приближенно описывает тепловой поток от струи, второе – тепловой поток от дуги:

$$q(x, \tau) = q_{\text{спруи}} + q_{\text{дуги}} = \frac{q_{01}}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_1^2}} + \frac{q_{02}}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma_2^2}} \quad (6)$$

Затем решалась прямая задача теплопроводности по определению температур в точках  $y_1 = b - 0,1$  мм,  $y_2 = b - 0,2$  мм,  $y_3 = b - 0,3$  мм для всех значений  $z$ . Некоторые результаты расчета температурного поля приведены на рисунке 2.



$v=30$  мм/с,  $I=90$  А,  $U=110$  В,  $z=0,08$  м,  $x=0,1$  м,  
 $y_1 = b - 0,1$  мм,  $y_2 = b - 0,2$  мм,  $y_3 = b - 0,3$  мм

Рисунок 2 – Зависимость температуры в приповерхностном слое от времени

Найденные значения  $q(x, z, \tau)$  являются исходными данными для решения прямой краевой задачи определения полей температур в прямоугольной пластине при реальных условиях наличия теплообмена на боковых и нижней грани.

Результаты проведенных расчетов сравнивались с численным решением, выполненным с использованием конечно-элементного вычислительного комплекса ANSYS.

Следует отметить, что изложенный подход может быть распространен на другие условия эксперимента, например, на случай другой геометрии или на исследования по известной плотности теплового потока на нижней грани.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Тёмкин, А. Г. Обратные задачи теплопроводности / А. Г. Темкин. – М. : Энергия, 1973. – 464 с.
2. Алифанов, О. М. Обратные задачи теплообмена / О. М. Алифанов. – М. : Машиностроение, 1988. – 280 с.
3. Пилипенко, Н. В. Методы и приборы нестационарной теплотметрии на основе решения обратных задач теплопроводности / Н. В. Пилипенко. – СПб. : СПбГУ ИТМО, 2011. – 180 с.
4. Алифанов, О. М., Румянцев С.В. Регуляризующие градиентные алгоритмы для решения обратных задач теплопроводности / О. М. Алифанов, С. В. Румянцев // ИФЖ. 1980. – Т. 39. – № 2. – С. 253–258.
5. Алифанов, О. М. Идентификация процессов теплообмена летательных аппаратов / О. М. Алифанов. – М. : Машиностроение, 1979. – 216 с.
6. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы для инженеров: Учеб. пособие / А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченова. – М. : Высш. шк., 1994. – 544 с.