

Реализация алгоритма возможна с привлечением компьютерного программирования. В данном случае использована компьютерная программа Mathematica. Таким образом возможно восстановить пропущенные значения среднемесячных УГВ в зависимости от критического значения коэффициента корреляции, который приведен в [1].

В результате того, что постоянно обновляется исходная база данных за счёт восстановленных значений, возможно реализовать данную задачу в полном объеме.

### Литература

1. Определение расчётных гидрологических характеристик: Пособие П1-98 к СНиП 2.01.14-83. – Минск, 2000 – 220с.

УДК 519.6

## МЕТОДЫ ДИСКРЕТИЗАЦИИ СЛОЖНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ОБЛАСТЕЙ

**Щеглов И.А.**

*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва, Россия*

В связи со значительным прогрессом в области вычислительной техники основным инструментом математического моделирования различных физических процессов стали численные методы, среди которых наибольшее распространение получили проекционно-сеточные методы, в частности метод конечных элементов (МКЭ) и его многочисленные варианты. Использование проекционно-сеточных методов предполагает предварительное построение т.н. расчетной сетки, т.е. ее дискретизацию на множество элементов определенной формы (в качестве элементов сетки, как правило, используются геометрические симплексы, т.е. треугольники в двумерном и тетраэдры в трехмерном случае).

Все методы триангуляции по принципу построения можно разбить на две большие группы: прямые методы [1] и итерационные методы [2]. В прямых методах сетка строится за один этап, причем ее топология (граф связей между узлами) и координаты всех узлов известны изначально. Как правило, такие методы основаны на использовании шаблона дискретизации области определенной формы (шар, куб, цилиндр и т.п.), поэтому не являются универсальными. Итерационные методы, напротив, универсальны и, как правило, применимы для областей достаточно произвольной формы. Сетка такими методами строится последовательно, элемент за элементом, причем координаты узлов и топология сетки могут меняться в процессе построения. Разработано несколько различных подходов, которые можно разделить на три класса: методы граничной коррекции, методы на основе критерия Делоне и методы исчерпывания.

Построение сеток в методах граничной коррекции осуществляется в два этапа. На первом этапе производится триангуляция некой простой "суперобласти", полностью включающей в себя заданную область. Как правило, эта суперобласть представляет собой прямоугольник или параллелепипед, триангуляция которого осуществляется на основе одного из многочисленных шаблонов. На втором этапе все узлы полученной сетки, лежащие вблизи границы заданной области, проецируются на поверхность границы; а узлы, лежащие вне заданной области - удаляются. Недостатками этих методов являются неизбежные геометрические искажения элементов сетки вблизи границ, а также невозможность дискретизации областей с заданной триангуляцией границы [3].

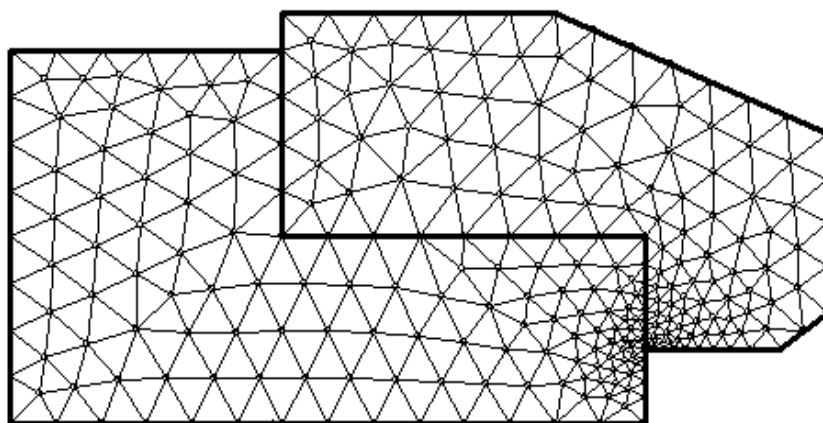
Сущность методов исчерпывания заключается в последовательном "вырезании" из заданной области фрагментов необходимой формы до тех пор, пока вся область не окажется "исчерпана". Исходными данными на каждой итерации является "фронт", то есть триангуляция границы еще не "исчерпанной" части области. Каждый элемент границы является основанием для построения нового элемента сетки. При этом на каждой итерации может изыматься либо один элемент, либо сразу целый слой элементов. После изъятия элемента (-ов) "фронт" обновляется, после чего происходит переход к следующей итерации. Методы исчерпывания универсальны и могут быть использованы для областей произвольной формы и конфигурации (даже для несвязных областей), что объясняет их популярность. Вместе с тем следует отметить их высокую ресурсоемкость и низкую скорость работы [4].

Методы на основе критерия Делоне часто называют просто методами Делоне, хотя это не совсем корректно, поскольку сам Б.Н. Делоне никаких методов не разрабатывал, а лишь предложил простой и эффективный критерий, использующийся при установке связей между узлами. Соответственно, идеей этого класса методов является размещение в заданной области узлов и последующая расстановка между ними связей согласно критерию Делоне (либо иному схожему критерию). В двумерном случае этот подход получил наибольшую популярность, поскольку он позволяет быстро и эффективно конструировать сетки с априори высоким качеством триангуляции. Однако при переходе к трем измерениям исследователи столкнулись с рядом проблем, затрудняющих использование этого критерия. Тем не менее, эти методы получили достаточно хорошее развитие и пользуются заслуженной популярностью [5].

Области решения многих задач современной вычислительной математики являются *сложными*, т.е. состоят из нескольких подобластей или имеют различные внутренние или поверхностные ограничения, обусловленные резким изменением свойств материала области, конструктивными особенностями моделируемого объекта или самой постановкой задачи. При построении расчетных сеток в таких областях необходимо учитывать эти особенности и использовать особые подходы к дискретизации. Например, при решении задачи об упруго-пластичной деформации композитного материала методом конечных элементов сетку в области требуется строить так, чтобы каждый элемент сетки целиком принадлежал либо матрице, либо включению. Это условие равнозначно тому, что ребра сетки не должны пересекать поверхности раздела между матрицей и включением. Для дискретизации таких областей требуется использовать особые подходы [6].

Всего можно предложить два основных подхода к решению этой проблемы. Первый подход заключается в предварительном построении сетки без учета ограничений и последующей локальной перестройке сетки для учета этих ограничений путем перемещения узлов (как в методе граничной коррекции) и/или разбиения пересекаемых ограничениями элементов на более мелкие. Второй подход основан на том факте, что входными данными для методов исчерпывания является триангуляция границы. Т.е. если предварительно все линии границы и ограничений разбить на отрезки, далее на основе этого разбиения триангулировать границу и поверхности ограничений (двумерным вариантом алгоритма исчерпывания) и использовать полученные триангуляции в качестве входных данных для дискретизации подобластей (трехмерным вариантом алгоритма исчерпывания), можно автоматически получить согласованную дискретизацию всей области.

Именно второй подход использован в разработанном автором программном комплексе под названием "Gridder". Комплекс позволяет строить сетки (в том числе со сгущением) в сложных двумерных и трехмерных областях, а также содержит утилиты для визуализации и оценки качества сеток.



**Рисунок 1 – Пример дискретизации сложной области (ПК "Gridder")**

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 09-01-00151).

### **Литература**

1. Галанин, М.П. Разработка и реализация алгоритмов трехмерной триангуляции сложных пространственных областей: прямые методы / М.П. Галанин, И.А. Щеглов – 2006. 32с. (Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН; № 10).
2. Галанин, М.П. Разработка и реализация алгоритмов трехмерной триангуляции сложных пространственных областей: итерационные методы / М.П. Галанин, И.А. Щеглов – 2006. 32с. (Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН; № 9).
3. Шайдуров, В.В. Многосеточные методы конечных элементов. – М.: Наука, 1989. – 288 с.
4. S.H. Lo. Volume Discretization into Tetrahedra - II. 3D Triangulation by Advancing Front Approach // *Computers and Structures*, Pergamon, Vol. 39, № 5, P. 501-511. – 1991.
5. T.J. Baker. Automatic Mesh Generation for Complex Three-Dimensional Regions Using a Constrained Delaunay Triangulation // *Engineering With Computers*, Springer-Verlag, № 5. – 1989. – P. 161-175.
6. Дворников, М.В. Триангуляция произвольной многосвязной области со сложной границей / М.В. Дворников, В.Ф. Тишкин, А.Ю. Филатов // М.: Инст. математ. моделир. РАН. – 1995. – №7.

УДК 621.391.83

## **ПЕРЕХОД ОТ НЕПРЕРЫВНОЙ МОДЕЛИ АЧХ МНОГОЛУЧЕВОЙ ИОНОСФЕРНОЙ КВ РАДИОЛИНИИ К ДИСКРЕТНОЙ МОДЕЛИ**

**Щирый А.О.**

*Марийский государственный университет, г. Йошкар-Ола, Россия*

Коротковолновым (КВ) ионосферным радиолиниям протяженностью сотни-тысячи километров присуща многолучевость распространения радиосигнала. Использование узкополосных каналов в традиционных системах связи не позволяет разделять по задержке принимаемые парциальные моды, соответствующие разным лучам, и они интерферируют между собой, в результате амплитудно - частотная характеристика (АЧХ) линии связи становится изрезанной. Ей присущи подъемы, соответствующие полосам конструктивной интерференции, и провалы, обусловленные деструктивной интерференцией. Для устойчивой работы радиотехнической системы ее радиоканал должен быть вложен в полосу конструктивной интерференции. Таким образом, возникает проблема определения АЧХ линии связи с высоким частотным разрешением. Использование широкополосных