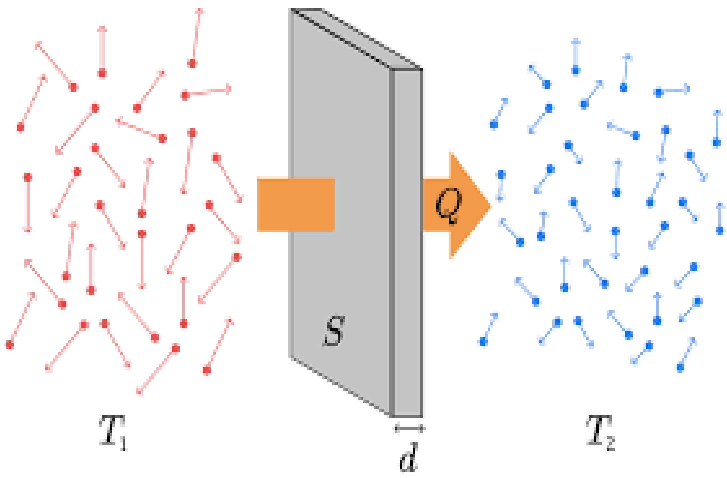
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра физики

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО РАЗДЕЛУ «СТАЦИОНАРНАЯ И НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ»

для студентов специальностей
1-70 04 02 Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна
1-36 01 03 Технологическое оборудование машиностроительного производства



Брест 2024

УДК 536.331, 537.321, 530.145.3

Методические указания содержат типовые задачи с решениями и задачи для самостоятельного решения по разделу "Стационарная и нестационарная теплопроводность" курса «Тепломассообмен». В методических указаниях приведены основные расчетные формулы, необходимые для решения задач.

Методические указания предназначены для студентов дневного и заочного факультетов, обучающихся по специальностям 1-70 04 02 Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна и 1-36 01 03 Технологическое оборудование машиностроительного производства.

Материал может быть использован использовать на аудиторных занятиях по решению задач по данной тематике, а также при самостоятельной работе по выполнению типовых проектов студентами дневной и заочной форм получения высшего образования.

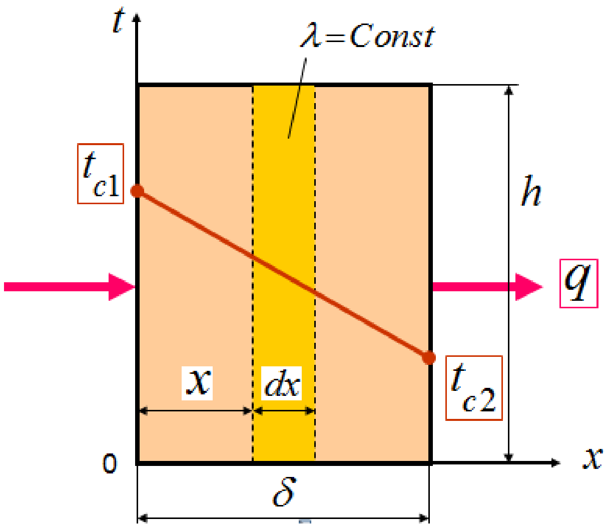
Составители: Пинчук А. И., к. ф.-м. н., доцент кафедры физики БрГТУ;
Борушко В. В., старший преподаватель кафедры физики БрГТУ

Рецензент: Новосельцев В. Г., к.т.н., доцент, заведующий кафедрой «Теплогазоснабжение и вентиляция» Учреждения образования «Брестский государственный технический университет»

СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

Теплопроводность однослойной плоской стенки

Имеется однослойная плоская стенка толщиной, при этом её толщина значительно меньше линейных размеров видимой поверхности. Температура на левой и правой гранях постоянны и равны соответственно t_{CT1} и t_{CT2}.



Величина удельного теплового потока q находится в формуле

$$\boxed{q = \frac{\lambda}{\delta}\left(T_1 - T_2\right).}$$

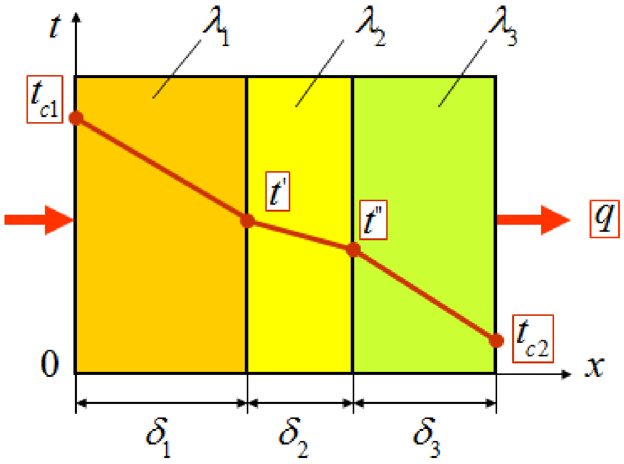
Отношение λ/δ называется тепловой проводимостью стенки, а обратная величина δ/λ – тепловым или термическим сопротивлением стенки. Размерность термического сопротивления $R = \dfrac{\delta}{\lambda}$ есть К·м/Вт.

Уравнение распределения температуры внутри плоской стенки

$$t = t_{CT1} + \frac{\left(t_{CT2} - t_{CT1}\right)}{\delta} x .$$

Теплопроводность многослойной плоской стенки

Формула выше для однослойной стенки не имеет практической ценности, поскольку любая однослойная стенка в реальных условиях работы в течение нескольких часов работы превращается в многослойную.



При *стационарном режиме удельный тепловой поток постоянен и одинаков для всех слоев*. Плотность потока теплоты через многослойную стенку в случае, когда исключаются дополнительные термические сопротивления переноса тепла на стыках слоёв (идеальный тепловой контакт):

$$\boxed{q = \frac{T_1 - T_{n+1}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}},} \text{ Вт/м}^2.$$

В форме закона Ома

$$\boxed{q = \frac{\Delta t}{R},}$$

где термическое сопротивление теплопроводности трехслойной плоской стенки

$$\boxed{R = \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}.}$$

Расчетные формулы для температур на границах слоев трехслойной плоской стенки:

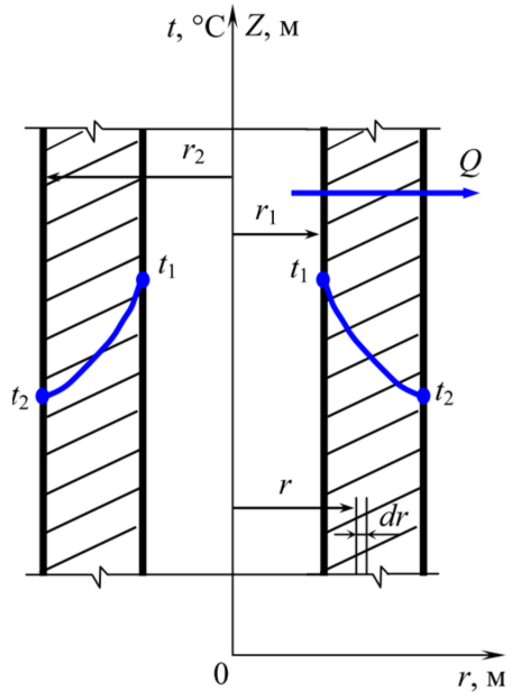
$$T_2 = T_1 - q\frac{\delta_1}{\lambda_1};$$

$$T_3 = T_2 - q\frac{\delta_2}{\lambda_2} = T_1 - q\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2}\right);$$

$$T_3 = T_4 + q\frac{\delta_3}{\lambda_3}.$$

Теплопроводность однослойной цилиндрической стенки

Задача относится к разряду задач о теплопотерях через ограждающую конструкцию или о поверхности теплообмена, состоящей из отдельных цилиндрических трубок. Температуры на обеих поверхностях цилиндрической стенки T_1 и T_2; значение коэффициента теплопроводности $\lambda_{ст}$ = const.



Тепловой поток равен

$$\boxed{Q = \frac{2\pi\lambda l}{\ln\frac{r_2}{r_1}}(T_1 - T_2) = \frac{2\pi\lambda l}{\ln\frac{d_2}{d_1}}(T_1 - T_2),}\ \text{Вт.}$$

Распределение температуры внутри цилиндрической стенки:

$$\boxed{t = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{\ln\frac{d_2}{d_1}} \ln\frac{d_x}{d_1},\ {}^0\text{C}}$$

Теплота, проходящая через стенку трубы, отнесенная к одному погонному метру:

$$\frac{Q}{l} = q_l = \frac{2\pi\lambda\Delta T}{\ln\frac{d_2}{d_1}},\ \text{Вт/м,}$$

где l – длина трубы, м.

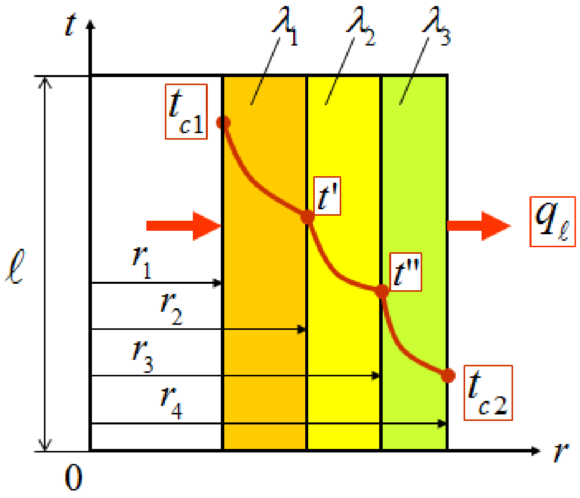
Соотношение между q и q_l

$$\boxed{q = q_l \pi d},\ \text{Вт/м}^2.$$

Теплопроводность многослойной цилиндрической стенки

Для цилиндрической стенки, состоящей из *n*-слоев, плотность теплового потока равна

$$\boxed{q_l = \frac{2\pi\left(T_1 - T_{n+1}\right)}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}}}, \text{ Вт/м.}$$



Температур на стыке слоев

$$T_2 = T_1 - \frac{q_l}{2\pi\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_1};$$

$$T_3 = T_4 + \frac{q_l}{2\pi\lambda_3} \ln \frac{d_4}{d_3}.$$

Для всех слоев при стационарном тепловом режиме в форме закона Ома:

$$\boxed{q_\ell = \frac{\pi \Delta t}{R_\ell}},$$

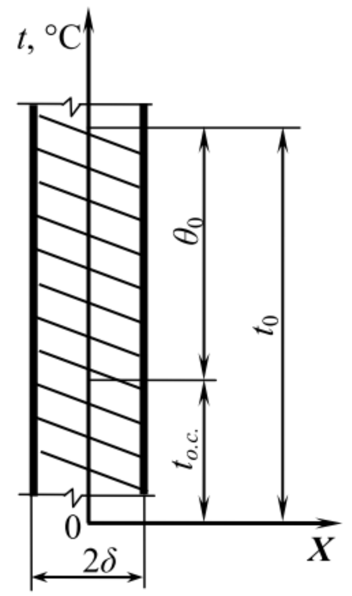
где линейное термическое сопротивление трехслойной цилиндрической стенки

$$\boxed{R_\ell = \frac{1}{2\lambda_1} \ell n \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2} \ell n \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{2\lambda_3} \ell n \frac{d_4}{d_3}}.$$

Охлаждение неограниченной пластины при нестационарном режиме

Имеется плоскопараллельная пластина толщиной 2δ (*характерный размер* l = δ). Размеры пластины в направлении осей Y и Z бесконечно велики. С обеих сторон пластина омывается жидкостью с температурой $t_{о.с.}$, причем коэффициент теплоотдачи α для обеих поверхностей имеет одинаковое и постоянное значение.

В начальный момент времени при $\tau = 0$ пластина имеет во всех своих точках постоянную температуру t_0 = const, поэтому избыточная температура $\theta_0 = t_0 - t_{о.с.}$ будет также постоянной для всех точек тела. Заданы коэффициент теплопроводности $\lambda_{ст}$, плотность тела ρ и его теплоемкость c, величины которых полагаются постоянными.



Безразмерная координата

$$X = x/\delta .$$

Безразмерная температура

$$\frac{t - t_{o.c.}}{t_0 - t_{o.c.}} = \frac{\theta}{\theta_0} .$$

Критерий Био (безразмерный комплекс, представляющий отношение внутреннего термического сопротивления теплопроводности к внешнему термическому сопротивление теплоотдачи):

$$\frac{\alpha l}{\lambda_{cm}} = \mathrm{Bi}.$$

Критерий Фурье (безразмерный комплекс, представляющий собой безразмерное время):

$$\frac{a\tau}{l^2} = \mathrm{Fo} .$$

Для $\mathrm{Fo} \geq 0.3$ формула для нахождения безразмерной температуры

$$\Theta(X, \tau) = \mathrm{N}_{\Pi} \cos(\mu_1 X) \exp(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}).$$

В центре пластины

$$\Theta(0, \tau) = \mathrm{N}_{\Pi} \exp(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}).$$

На поверхности пластины

$$\Theta(1, \tau) = \mathrm{N}_{\Pi} \cos(\mu_1) \exp(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}) = \mathrm{P}_{\Pi} \exp(-\mu_1^2 \mathrm{Fo}).$$

Функции N_{Π}, P_{Π}, μ_1, μ_1^2, зависящие от числа Био, Bi, табулированы и могут быть взяты из справочника.

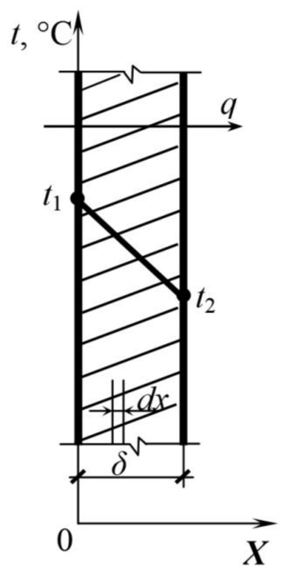
ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО РАЗДЕЛУ «СТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ»

Задача 1

Определить плотность теплового потока q, Вт/м^2 через плоскую шамотную стенку толщиной δ = 0,5 м и найти распределение температуры, если на наружных поверхностях температуры соответственно $t_1 = 1000$ °C, $t_2 = 0$ °C и коэффициент теплопроводности шамота $\lambda = (1 + 0.001t)$, Вт/(м·К).

Порядок решения

Изобразим однослойную плоскую стенку, через которую проходит удельный тепловой поток q, Вт/м^2.



Задачу о нахождении распределения температуры в стенке будем решать в приближении постоянного коэффициента теплопроводности. Сначала вычислим среднюю температуру стенки: $t = 0.5(t_1 + t_2)$.

$$t = \frac{1000 + 0}{2} = 500\ ℃$$

Затем подставим найденное значение средней температуры в формулу

$$\lambda = 1 + 0.001t = 1 + 0.001 \cdot 500 = 1.5\ \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot K}.$$

Плотность теплового потока для плоской стенки

$$q = \frac{\lambda}{\delta}(t_1 - t_2) = \frac{1.5}{0.5}(1000 - 0) = 3000\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Распределение температуры внутри плоской стенки при условии λ = const подчиняется линейному закону

$$t_x = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{\delta};\ \ t_1 = 1000 - \frac{1000 - 0}{0.5} \cdot 0 = 1000\ ℃;$$

$$t_2 = 1000 - \frac{100 - 0}{0.5} \cdot 0.5 = 900\ ℃$$

Текущая координата x находится в интервале от 0 до δ (см. рисунок). С учётом этого строится график изменения температур в однослойной плоской стенке.

Задача 2

Дана плоская железобетонная стенка a = 5 м, высотою h = 2,8 м и толщиной δ = 200 мм. Коэффициент теплопроводности материала стенки λ = 1,55 Вт/м·К. На расстоянии x_1 = 50 мм от левой грани стенки температура становится равной t_{X1} = 27 °С, а на расстоянии x_2 = 125 мм – t_{X2} = 23 °С. Найти температуры на левой ($t_{СТ1}$) и правой ($t_{СТ2}$) гранях стенки и количество тепла, которое проходит за единицу времени.

Порядок решения

Начало координат расположим на левой грани стенки. Согласно с условием задачи перенос тепла будет осуществляться от левой к правой грани. Для решения задачи воспользуемся уравнением:

$$\text{t} = t_{\text{ст}1} + (t_{\text{ст}2} - t_{\text{ст}1})\frac{x}{\delta}.$$

Составим систему из двух уравнений, откуда найдём неизвестные величины $t_{СТ1}$ и $t_{СТ2}$ для координат x_1 и x_2. Решим систему относительно неизвестных величин.

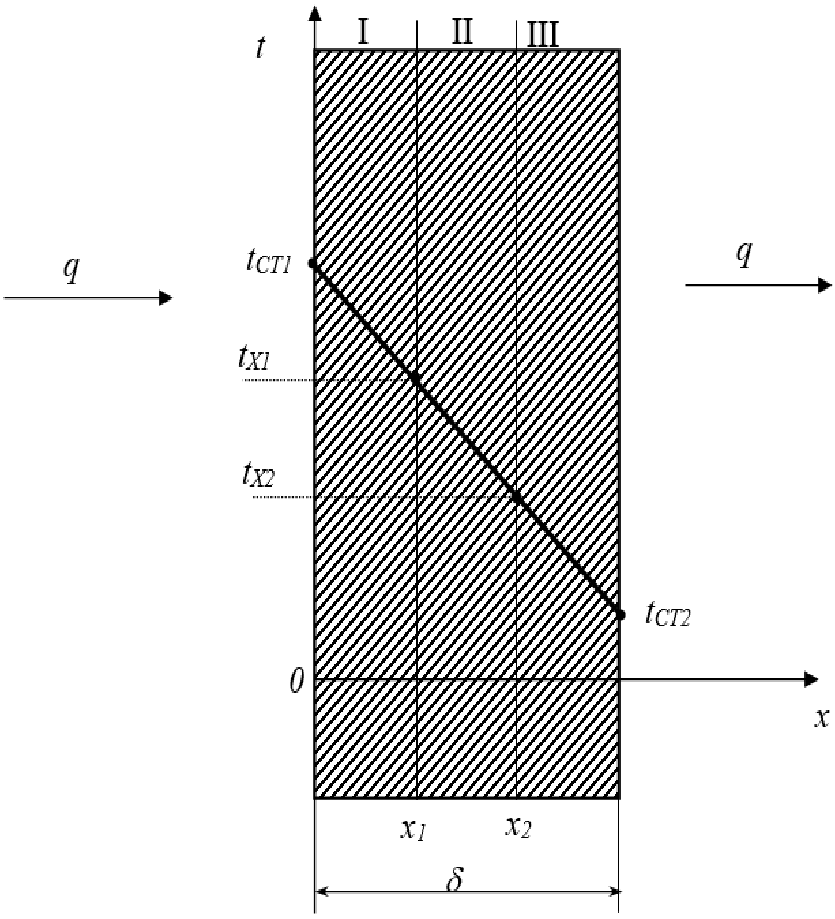
$$Q = F\rho = \frac{\lambda}{\delta}(t_1 - t_2)a \cdot h,\ t_{x1} = t_{\text{ст}1} + (t_{\text{ст}2} - t_{\text{ст}1})\frac{x_1}{\delta}$$

$$t_{x1} = t_{\text{ст}1} + (t_{\text{ст}2} - t_{\text{ст}1})\frac{x_1}{\delta},\ \frac{\delta}{\text{x}_1}\text{t}_{\text{x}1} = \frac{\delta}{\text{x}_1}\text{t}_{\text{ст}1+}t_{\text{ст}2} - t_{\text{ст}1}$$

$$t_{\text{ст}2} = \frac{\delta}{\text{x}_1}\text{t}_{\text{x}1} - \frac{\delta}{\text{x}_1}\text{t}_{\text{ст}1+}t_{\text{ст}1},\ \text{t}_{\text{x}2} = t_{\text{ст}1} + (t_{\text{ст}2} - t_{\text{ст}1})\frac{x_2}{\delta}$$

$$\text{t}_{\text{x}2} = t_{\text{ст}1} + \frac{x_2}{\delta}\frac{\delta}{x_1}t_{x1} - \frac{x_2}{\delta}\frac{\delta}{x_1}t_{\text{ст}1} + \frac{x_2}{\delta}t_{\text{ст}1} - \frac{x_2}{\delta}t_{\text{ст}1}$$

$$\text{t}_{\text{x}2} - \frac{x_2}{\delta}\frac{\delta}{x_1}t_{x1} = t_{\text{ст}1}(1 - \frac{x_2}{x_1})$$



$$t_{\text{ст1}} = \frac{\text{t}_{\text{x2}} - \frac{x_2}{x_1} t_{x1}}{1 - \frac{x_2}{x_1}} = \frac{23 - \frac{125}{50} 27}{1 - \frac{125}{50}} = 29.7\ ℃$$

$$t_{\text{ст2}} = \frac{\delta}{x_1}(t_{x1} - t_{\text{ст1}}) + t_{\text{ст1}} = \frac{200}{50}(27 - 29.7) + 29.7 = 18.9\ ℃$$

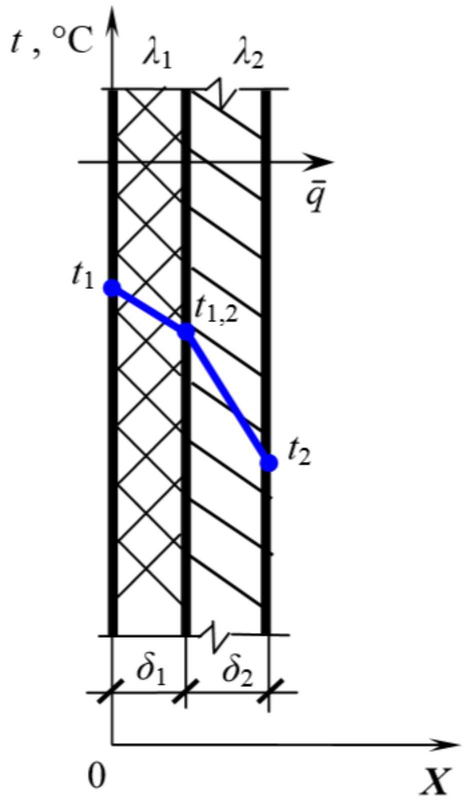
$$\text{Q} = \frac{1.55}{0.2}(29.7 - 18.9) \cdot 5 \cdot 2.9 = 1171.8 \frac{\text{Вт}}{\text{с}}$$

Задача 3

Стены сушильной камеры выполнены из слоя красного кирпича δ_1 = 250 мм и слоя строительного войлока толщиной δ_2, мм. Температура на внешней поверхности кирпичного слоя t_1 = 110 ºС и на внешней поверхности войлочного слоя $t2$ = 25 ºС. Коэффициенты теплопроводности красного кирпича λ_1 = 0,7 Вт/(м^2·ºС) и строительного войлока λ_2 = 0,0465 Вт/(м^2·ºС). Вычислить температуру $t_{1,2}$, ºС, в месте соприкосновения слоев (контакт считать идеальным) и толщину войлочного слоя δ_2, мм, при условии, что удельные тепловые потери q = 100 Вт/м^2. Нарисовать схему изменения температур в стенке.

Порядок решения

Изобразим двухслойную плоскую стенку, через которую проходит удельный тепловой поток q, Вт/м^2.



Из уравнения теплопроводности для первого слоя плоской стенки выразим и определим температуру $t_{1,2}$, ºС, в месте соприкосновения слоев кирпича и войлока:

$$\mathrm{q} = \frac{\lambda_1}{\delta_1}\left(\mathrm{t}_1 - \mathrm{t}_{1,2}\right) \Rightarrow \mathrm{t}_{1,2} = \mathrm{t}_1 - \frac{\mathrm{q}\delta_1}{\lambda_1} = 110 - \frac{100 \cdot 250 \cdot 10^{-3}}{0.7} = 74.3℃.$$

Зная температуру $t_{1,2}$, из уравнения теплопроводности для второго (войлочного) слоя можно определить его толщину:

$$q = \frac{\lambda_2}{\delta_2}\left(\mathrm{t}_{1,2} - \mathrm{t}_2\right) \Rightarrow \delta_2 = \frac{\lambda_2}{\mathrm{q}}\left(\mathrm{t}_{1,2} - \mathrm{t}_2\right) = \frac{0.0465}{100}(74.3 - 25) = 0.023.$$

Строим график изменения температур в двухслойной плоской стенке.

Задача 4

Плоская стенка изготовлена из шамотного кирпича толщиной δ = 250 мм. Температура поверхностей $t_{\text{СТ1}}$ = 1350 °С и $t_{\text{СТ2}}$ = 50 °С. Коэффициент теплопроводности шамотного кирпича изменяется по закону λ = 0.838(1 + 0,0007t). Найти плотность теплового потока через стенку и температуру в стенке на расстоянии 50 и 150 мм от левой грани. Построить график изменения температуры в стенке.

Порядок решения

Предварительно запишем формулу для коэффициента теплопроводности в общем виде $\lambda = \lambda_0(1 + bt)$.

Плотность теплового потока

$$q = \frac{\lambda_{ср}}{\delta}(t_{ст1} - t_{ст2}) = \frac{1{,}25}{0{,}25}(1350 - 50) = 6500, \text{Вт/м}^2,$$

где λ_{cp} – среднеинтегральный коэффициент теплопроводности стенки.

$$\lambda = \frac{1}{t_{ст1} - t_{ст2}}\left((t_{ст1} - t_{ст2}) + \frac{b}{2}(t_{ст1}^2 - t_{ст2}^2)\right)$$

$$= \frac{0{,}838}{1350 - 50}\left((1350 - 50) + \frac{0{,}0007}{2}(1350^2 - 50^2)\right) = 1{,}25\frac{Вт}{м \cdot °C}$$

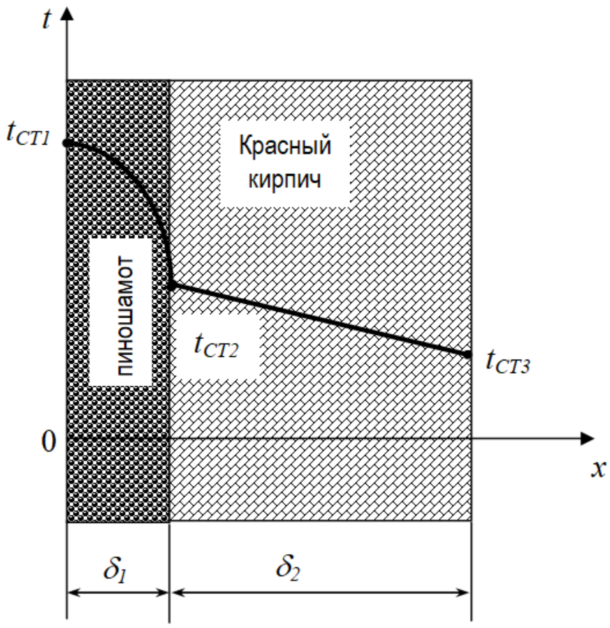
$$t_x = \sqrt{(\frac{1}{b} + t_{ст1})^2 - \frac{2 \cdot q \cdot x}{\lambda_0 b}} - \frac{1}{b}$$

$$t_1 = \sqrt{\left(\frac{1}{7 \cdot 10^{-4}} + 1350\right)^2 - \frac{2 \cdot 6500 \cdot 0.05}{0.836 \cdot 7 \cdot 10^{-4}}} - \frac{1}{7 \cdot 10^{-4}} = 1143°C;$$

$$t_2 = 668\ °C$$

Задача 5

Стенка сделана из слоя пиношамота толщиной δ_1 = 125 мм и слоя красного кирпича толщиной δ_2 = 500 мм. Температура на внешней поверхности $t_{СТ1}$ = 1100 °С, на внутренней – $t_{СТ3}$ =50 °С. Коэффициент теплопроводности красного кирпича $\lambda_к$ = 0,7 Вт/м·К, коэффициент теплопроводности пиношамота изменяется по закону $\lambda_{пш}$ = 0,28 + 0,00023 t. Определить тепловые потери через стенку и температуру на стыке слоёв $t_{СТ2}$.



Порядок решения

Вначале необходимо найти λ_0 и b. Для этого представим зависимость $\lambda_{пш}$ = 0,28 + 0,00028 t в виде $\lambda = \lambda_0(1 + bt)$. Отсюда $\lambda_0 = 0.28 b = 0.0008$

$$\lambda_{пш} = 0{,}28\left(1 + \frac{0{,}00023}{0{,}28}t\right) = 0.28(1 + 0.0008t)$$

Температуру на правой грани найдём из соотношения

$$t_x = \sqrt{(\frac{1}{b} + t_{ст1})^2 - \frac{2 \cdot q \cdot x}{\lambda_0 b}} - \frac{1}{b}$$

Отсюда

$$t_{ст2} = \sqrt{(\frac{1}{b} + t_{ст1})^2 - \frac{2 \cdot q \cdot \delta_1}{\lambda_0 b}} - \frac{1}{b}$$

Другой способ нахождения $t_{СТ2}$:

$$t_{ст2} = t_{ст3} + q\frac{\delta_2}{\lambda_к}.$$

Плотность теплового потока находится из соотношения

$$q = \frac{\lambda_к}{\delta_2}(t_{ст2} - t_{ст3}).$$

$$\frac{q\delta_2}{\lambda_к} + t_{ст3} = t_{ст2}$$

$$t_{ст2} = \frac{592 \cdot 0.5}{0.7} + 50 = 473 \text{ °C}.$$

Приравняв между собой два выражения для $t_{СТ2}$, получим

$$t_{ст3} + q\frac{\delta_2}{\lambda_к} = \sqrt{(\frac{1}{b} + t_{ст1})^2 - \frac{2 \cdot q \cdot \delta_1}{\lambda_0 b}} - \frac{1}{b}.$$

$$50 + \frac{q0.5}{0.7} = \sqrt{(\frac{1}{0.0008} + 1100)^2 - \frac{2 \cdot 0{,}125q}{0.28 \cdot 0.0008}} - \frac{1}{0.0008}$$

$$50 + 0{,}7q = \sqrt{5.5 - 10^6 - 1.116 \cdot 10^3 q} - 1250$$

Подставив численные значения величин, получим квадратное уравнение для нахождения q. Определив q, найдём температуру на стыке слоёв $t_{СТ2}$

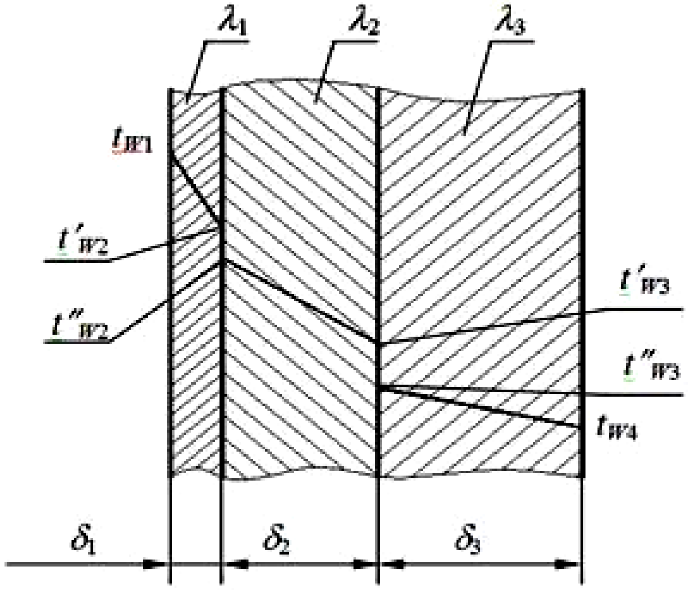
$$t_{ст2} = t_{ст3} + q\frac{\delta_2}{\lambda_2}, {}^0\text{C}.$$

Задача 6

Определить удельный тепловой поток с учетом и без учета теплового сопротивления контакта через многослойную плоскую стенку, состоящую из слоя окиси циркония толщиной d_1 =0,2 мм, слоя стали толщиной d_2 = 6 мм, слоя алюминия толщиной d_3 = 10 мм, если температуры на внешних поверхностях стенки поддерживаются постоянными и равными t_{W1} = 1200 °С и t_{W4} = 400 °С; коэффициент теплопроводности окиси циркония λ_1 = 1,15 Вт/м·К, стали λ_2 = 34,9 Вт/м·К и алюминия λ_3 = 422 Вт/м·К. Термическое сопротивление контакта между слоями окиси циркония и стали $R_{к1}$ = $0{,}258\cdot10^{-3}$ м^2·К/Вт, а между слоями стали и алюминия $R_{к2}$ = $0{,}266\cdot10^{-3}$ м^2·К/Вт. Определить температуры на контактирующих поверхностях каждого слоя.

Порядок решения

Изобразим характер изменения температуры в трёхслойной плоской стенке и скачки температуры на границах слоёв.



Для трехслойной стенки при стационарной теплопроводности с учетом теплового сопротивления контакта удельный тепловой поток определяется по формуле для n-слойной стенки:

$$q = \frac{t_{w1} - t_{w4}}{\sum_{i=1}^{i=3}\frac{\delta_i}{\lambda_i} + \sum_{i=1}^{i=2} R_{ki}} = \frac{1200 - 400}{\frac{2\cdot10^{-4}}{1115} + \frac{6\cdot10^{-3}}{3419} + \frac{10\cdot10^{-3}}{422} + 0.258\cdot10^{-3}}$$
$$= \frac{800}{1.7\cdot10^{-4} + 1.72\cdot10^{-4} + 0.24\cdot10^{-4} + 5.04\cdot10^{-4}} = 92\cdot10^{4}\,\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

Для трехслойной стенки без учета теплового сопротивления контакта удельный тепловой поток определяется формулой

$$q = \frac{t_{w1} - t_{w4}}{\sum_{i=1}^{i=3}\frac{\delta_i}{\lambda_i}}.$$

Температуры на контактирующих поверхностях можно по формулам:

$$t'_{w4} = t_{w1} - q\,\frac{\delta_i}{\lambda_i} = 1200 - 92\cdot10^{4}\,\frac{2*10^{-4}}{1115} = 1040℃,$$

$$t''_{w4} = t_{w1} - q\left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + R_{k1}\right) = 1200 - 92 \cdot 10^4 \left(\frac{2*10^{-4}}{1115} + 0.258 \cdot 10^{-3}\right) = 803℃.$$

$$t'_{w3} = t_{w1} - \left(\frac{\delta_i}{\lambda_i} + R_{k1} + \frac{\delta_2}{2}\right) = 1200 - 92 \cdot 10^4 \left(\frac{2 \cdot 10^{-4}}{1115} + 0.258 \cdot 10^{-3} + \frac{6 \cdot 10^{-3}}{34.9}\right) = 644℃,$$

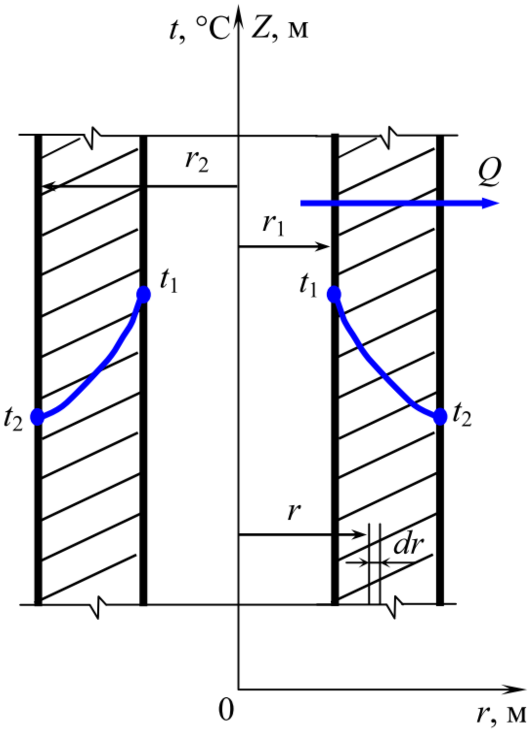
$$t'_{w3} = t_{w1} - \left(\frac{\delta_i}{\lambda_i} + R_{k1} + \frac{\delta_2}{2} + R_{k2}\right) = 1200 - 92 \cdot 10^4 \left(\frac{2 \cdot 10^{-4}}{1115} + 0.258 \cdot 10^{-3} + \frac{6 \cdot 10^{-3}}{34.9} + 0.266 \cdot 10^{-3}\right) = 400\ ℃.$$

Задача 7

Имеется цилиндрическая стенка диаметром 50/100 мм с коэффициентом теплопроводности λ = 0.1 Вт/(м·К). На внутренней стороне стенки температура t_1 = 100 ºС, на внешней стороне стенки t_1 = 50 ºС. Найти линейную плотность теплового потока q_l (теплоту, проходящую через стенку трубы, отнесенную к погонному метру). Построить график изменения температуры в однослойной цилиндрической стенке.

Порядок решения

Изобразим характер изменения температуры в однослойной цилиндрической стенке, через которую проходит тепловой поток Q.



Линейная плотность теплового потока q_l

$$q = \frac{\pi(T_1 - T_2)}{\frac{1}{2\lambda}\ln\frac{d_2}{d_1}} = \frac{3.14(100 - 50)}{\frac{1}{2 \cdot 0.1}\ln\frac{100}{50}} = 45.3\,\frac{\text{Вт}}{\text{м}}.$$

Внутри однослойной цилиндрической стенки температура изменяется по закону:

$$t = t_1 - \frac{t_1 - t_2}{\ln\frac{d_2}{d_1}} \ln\frac{d_x}{d_1}, \text{°C}.$$

Из рисунка видно, что текущий диаметр d_x находится в интервале от d_1 до d_2.

Строим график изменения температур по точкам в однослойной цилиндрической стенке.

Задача 8

Паропровод диаметром 160/170 мм покрыт двухслойной изоляцией. Толщина первого слоя $\delta_2 = 30$ мм и второго $\delta_3 = 50$ мм. Коэффициент теплопроводности материала трубы и изоляции соответственно равны λ_1= 50, λ_2 = 0,15 и λ_3 = 0,08 Вт/(м·К). Температура внутренней поверхности паропровода t_1 = 300 °С и внешней поверхности изоляции t_4= 50 °С. Определить линейную плотность теплового потока a, Вт/м и температуры t_2 и t_3 в плоскости соприкосновения слоев.

Порядок решения

Линейная плотность теплового потока находится по формуле:

$$q_l = \frac{\pi(t_1 - t_4)}{\frac{1}{2\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{2\lambda_3}\ln\frac{d_4}{d_3}}$$
$$= \frac{3.14(300 - 50)}{\frac{1}{2 \cdot 50}\ln\frac{0.18}{0.16} + \frac{1}{2 \cdot 0.15}\ln\frac{0.24}{0.18} + \frac{1}{2 \cdot 0.08}\ln\frac{100.24}{0.24}} = 250.3\,\frac{\text{Вт}}{\text{м}}.$$

Определив численное значение q_l = const, запишем эту формулу только *для первого слоя* и только для *второго слоя*:

$$q_l = \frac{\pi(t_1 - t_2)}{\frac{1}{2\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1}};$$

$$q_l = \frac{\pi(t_2 - t_3)}{\frac{1}{2\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2}}.$$

Отсюда находим температуры на стыках слоёв:

$$t_2 = t_1 - \frac{q_l}{2\pi\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1} = 300 - \frac{250.3}{2 \cdot 3.14 \cdot 50}\ln\frac{0.18}{0.16} = 300 \text{ °C};$$

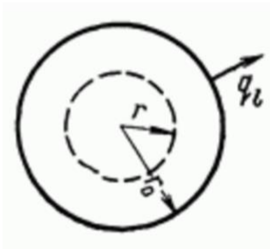
$$t_3 = t_2 - \frac{q_l}{2\pi\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2} = 300 - \frac{250.3}{2 \cdot 3.14 \cdot 0.15}\ln\frac{0.24}{0.18} = 223 \text{ °C}.$$

Задача 9

Имеется бесконечно длинный стержень (цилиндр) из нержавеющей стали с радиусом r_0 = 5 мм, коэффициент теплопроводности постоянен. Внутри этого стержня имеются равномерно распределённые источники теплоты тепловой мощностью $q_v = 2.4 \cdot 10^7$ Вт/м^3. На поверхности стержня поддерживается постоянная температура t_c = 30 ºC. Найти температуру на оси стержня t_0 и плотность теплового потока q на внешней поверхности стержня в окружающую среду, если коэффициент теплопроводности стали λ = 15 Вт/м·К.

<u>Порядок решения</u>

Изобразим потери теплоты круглого стержня при наличии внутренних источников теплоты.



Перепад температур определяется по формуле

$$t_0 - t_c = \frac{q_v r_0^2}{4\lambda} = \frac{2.4 \cdot 10^7 \cdot (5 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 15} = 10\ ℃$$

$$t_0 = 10 + 30 = 40\ ℃$$

Отсюда находим температуру на оси стержня t_0.

Уравнение теплового баланса для любого цилиндрического элемента внутри стержня радиуса r и длиной l имеет вид:

$$2\pi r l q = \pi r^2 l q_v.$$

Отсюда получаем, что тепловой поток q изменяется пропорционально радиусу и достигает своего максимального значения на внешней поверхности стержня

$$q = \frac{1}{2} r q_v = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 2.4 \cdot 10^7 = 6 \cdot 10^4 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО РАЗДЕЛУ «НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ»

Задача 10

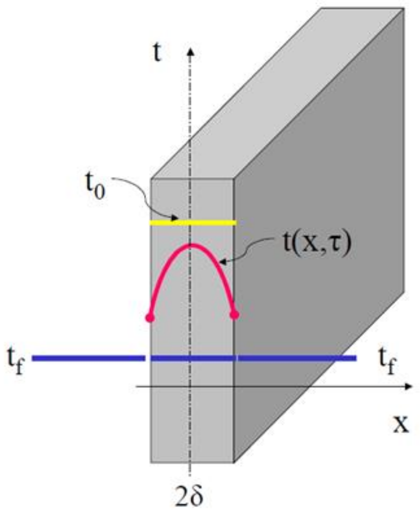
Стальная плита толщиной δ = 20 см с начальной температурой t_0 = 600 °C опущена в масляную ванну. Температура масла принимается постоянной и равной t_f = 80 °C. Коэффициент теплоотдачи равен α = 180 Вт/м^2·К. Пренебрегая в первом приближении зависимостью теплофизических свой свойств стали от температуры, принять в рассматриваемом интервале температур коэффициент теплопроводности λ = 20 Вт/м·К, коэффициент температуропроводности a = 4·10^{-6} м^2/с.

Найти: 1. Температуру в плоскости симметрии (в тепловом центре) и на поверхности плиты графическим методом (с помощью номограмм).

2. Температуру в плоскости симметрии (в тепловом центре) и на поверхности плиты аналитическим методом, полученные результаты сравните с результатами п. 1 и сделайте выводы. 3. Постройте график зависимости $t(x)$ для момента времени $\tau = 1$ час (масштаб задать самостоятельно). Вариант задания выберите из таблицы.

Порядок решения

Изобразим характер изменения температуры пластины в зависимости от времени охлаждения τ и координаты x.



1. Определяющие критерии Фурье и Био находятся по формулам: $\mathrm{Fo} = \dfrac{a\tau}{\delta^2}$, $\mathrm{Bi} = \dfrac{\alpha\delta}{\lambda}$. Зная данные критерии, по номограммам находятся безразмерные температуры $\Theta_Ц$ и Θ_W. Безразмерная температура в плоскости симметрии $\Theta_Ц = \dfrac{T_Ц - T_f}{T_0 - T_f}$, отсюда искомая $T_Ц = \Theta_Ц\left(T_0 - T_f\right) + T_f$. Безразмерная температура на поверхности плиты $\Theta_W = \dfrac{T_W - T_f}{T_0 - T_f}$, отсюда искомая $T_W = \Theta_W\left(T_0 - T_f\right) + T_f$.

2. При выполнении условия $\mathrm{Fo} \geq 1/3$ точное значение безразмерной температуры Θ в любой точке с координатой $X = 0 \div 1$ можно рассчитать по формуле

$$\Theta(\mathrm{X}, \mathrm{Fo}) = \mathrm{N}_\Pi \cos(\mu_1 X) e^{-\mu_1^2 \mathrm{Fo}},$$

где $X = x/R$ – безразмерная координата (R – характерный размер тела, для случая пластины при ее симметричном охлаждении/нагреве $R = \delta$); N_Π и μ_1 – табличные величины.

3. См. п. 2

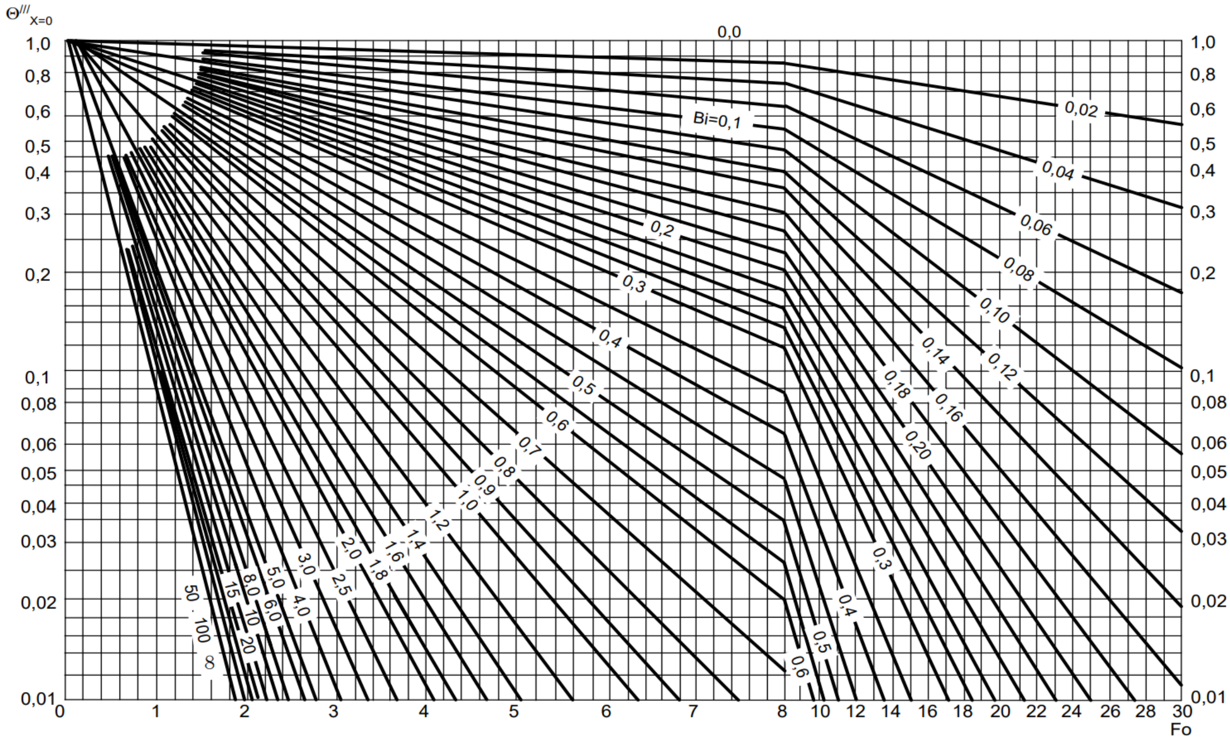
КОНТРОЛЬНАЯ ЗАДАЧА
НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

Стальная плита толщиной δ = 20 см с начальной температурой t_0 опущена в масляную ванну. Температура масла принимается постоянной и равной t_f = 80 °С. Коэффициент теплоотдачи равен α = 180 Вт/м^2·К. Пренебрегая в первом приближении зависимостью теплофизических свой свойств стали от температуры, принять в рассматриваемом интервале температур коэффициент теплопроводности λ = 20 Вт/м·К, коэффициент температуропроводности $a = 4 \cdot 10^{-6}$ м^2/с.

Найти: 1. Температуру в плоскости симметрии (в тепловом центре) и на поверхности плиты графическим методом (с помощью номограмм). 2. Температуру в плоскости симметрии (в тепловом центре) и на поверхности плиты аналитическим методом, полученные результаты сравните с результатами п. 1 и сделайте выводы. 3. Постройте график зависимости $t(x)$ для заданного момента времени τ час (масштаб задать самостоятельно).

Предпоследняя цифра шифра студента										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t_0, °C	750	740	730	720	710	700	690	680	670	660
Последняя цифра шифра студента										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
τ,	1ч 15 мин	1ч 30 мин	1ч 45 мин	2ч 00 мин	2ч 15 мин	2ч 30 мин	2ч 45 мин	3ч 00 мин	3ч 15 мин	3ч 30 мин

Номограмма 1. Безразмерная температура в тепловом центре неограниченной пластины



Номограмма 2. Безразмерная температура на поверхности неограниченной пластины

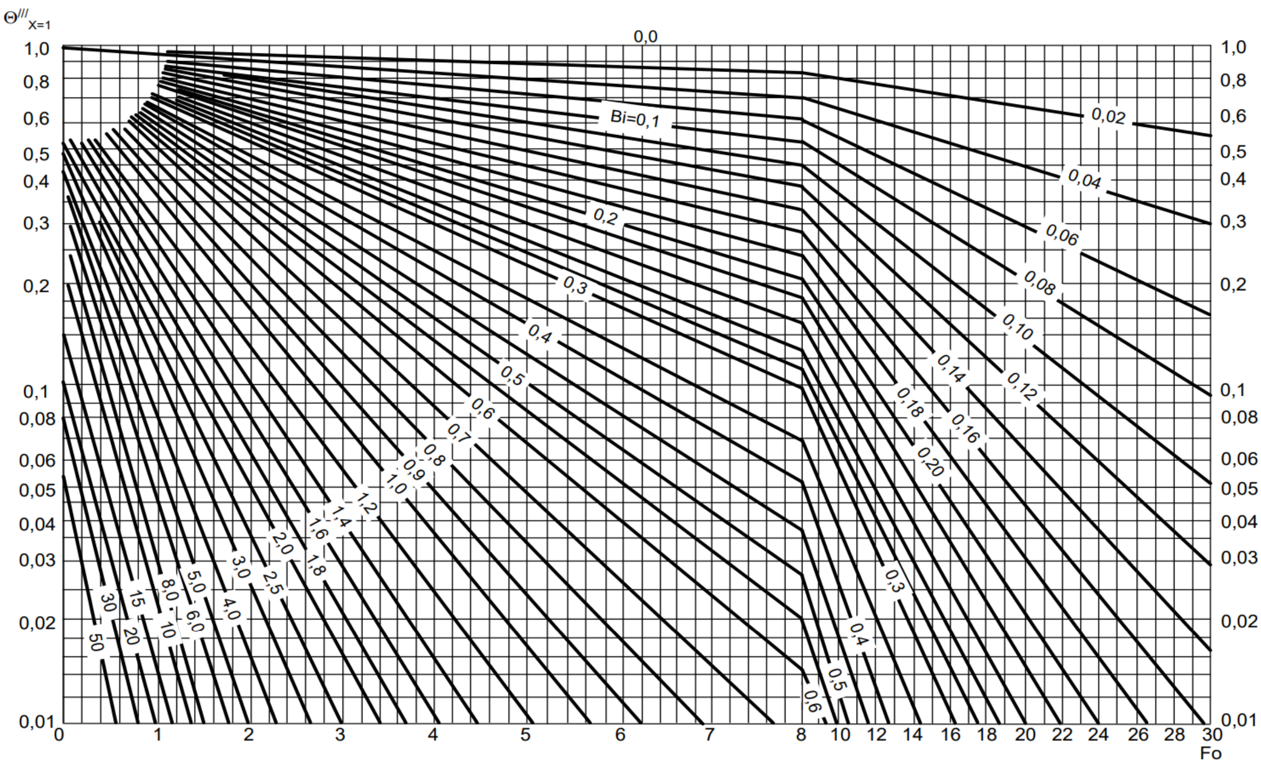


Таблица 1 – Коэффициенты уравнений

$$\Theta^{///}(0, Fo) = N_{п} \cdot \exp(-(\mu_1)^2 \cdot Fo),$$

$$\Theta^{///}(1, Fo) = P_{п} \cdot \exp(-(\mu_1)^2 \cdot Fo)$$

для расчета температуры в характерных точках неограниченной пластины при Fo ≥ 0,3

Bi	μ_1	μ_1^2	$N_п$	$P_п$	Bi	μ_1	μ_1^2	$N_п$	$P_п$
0,00	0,0000	0,0000	1,0000	1,0000	2,2	1,1052	1,2216	1,1864	0,5326
0,01	0,0998	0,0100	1,0017	0,9967	2,4	1,1306	1,2782	1,1934	0,5086
0,02	0,1409	0,0199	1,0033	0,9934	2,6	1,1533	1,3301	1,1997	0,4864
0,04	0,1987	0,0395	1,0066	0,9868	2,8	1,1738	1,3779	1,2052	0,4660
0,06	0,2425	0,0588	1,0098	0,9802	3,0	1,1925	1,4220	1,2102	0,4470
0,08	0,2791	0,0779	1,0130	0,9738	3,5	1,2323	1,5185	1,2206	0,4054
0,10	0,3111	0,0968	1,0161	0,9673	4,0	1,2646	1,5992	1,2287	0,3704
0,12	0,3396	0,1154	1,0192	0,9610	4,5	1,2913	1,6676	1,2351	0,3407
0,14	0,3657	0,1337	1,0222	0,9546	5,0	1,3138	1,7262	1,2402	0,3152
0,16	0,3896	0,1518	1,0252	0,9484	5,5	1,3330	1,7769	1,2444	0,2931
0,18	0,4119	0,1697	1,0282	0,9422	6,0	1,3496	1,8213	1,2479	0,2738
0,20	0,4328	0,1874	1,0311	0,9360	7,0	1,3766	1,8951	1,2532	0,2418
0,22	0,4525	0,2048	1,0340	0,9299	8,0	1,3978	1,9539	1,2570	0,2164
0,24	0,4711	0,2220	1,0368	0,9238	9,0	1,4149	2,0018	1,2598	0,1956
0,26	0,4888	0,2390	1,0396	0,9178	10	1,4289	2,0417	1,2620	0,1785
0,28	0,5057	0,2557	1,0423	0,9119	12	1,4505	2,1040	1,2650	0,1518
0,30	0,5218	0,2723	1,0450	0,9060	14	1,4664	2,1504	1,2669	0,1320
0,35	0,5592	0,3127	1,0517	0,8915	16	1,4786	2,1864	1,2683	0,1167
0,40	0,5932	0,3519	1,0580	0,8773	18	1,4883	2,2150	1,2692	0,1046
0,45	0,6244	0,3899	1,0642	0,8634	20	1,4961	2,2384	1,2699	0,0947
0,50	0,6533	0,4268	1,0701	0,8498	25	1,5105	2,2815	1,2710	0,0767
0,55	0,6801	0,4625	1,0759	0,8365	30	1,5202	2,3109	1,2717	0,0644
0,6	0,7051	0,4971	1,0814	0,8235	35	1,5272	2,3323	1,2721	0,0555
0,7	0,7506	0,5633	1,0918	0,7985	40	1,5325	2,3486	1,2723	0,0487
0,8	0,7910	0,6257	1,1016	0,7745	50	1,5400	2,3716	1,2727	0,0392
0,9	0,8274	0,6846	1,1107	0,7517	60	1,5451	2,3872	1,2728	0,0328
1,0	0,8603	0,7402	1,1191	0,7299	70	1,5487	2,3984	1,2729	0,0282
1,2	0,9178	0,8424	1,1344	0,6892	80	1,5514	2,4069	1,2730	0,0247
1,4	0,9665	0,9342	1,1477	0,6520	90	1,5535	2,4135	1,2731	0,0220
1,6	1,0084	1,0169	1,1593	0,6181	100	1,5552	2,4188	1,2731	0,0198
1,8	1,0449	1,0917	1,1695	0,5871	∞	1,5708	2,4674	1,2732	0,0000
2,0	1,0769	1,1597	1,1785	0,5587					

Список литературы

1. Александров, А. А. Таблицы теплофизических свойств воды и водяного пара. Справочник. / А. А. Александров, Б. А. Григорьев. – / – М. : Издательство МЭИ, 1999. – 168 с.
2. Михеев, М. А., Основы теплопередачи / И. М. Михеева, И. М. Микеева.– /– М. : Энергия, 1977. – 344 с.
3. Авчухов, В. В., Задачник по процессам тепломассообмена: Учеб. пособие для вузов / В. В. Авчухов, Б. Я. Паюсте. –/ – М, : Энергоатомиздат, 1986. – 144 с.
4. Воскресенский, К. Д. Сборник расчетов и задач по теплопередаче / К. Д. Воскресенский. –/ – М., 1959. – 336 с.
5. Задачник по технической термодинамике и теории тепломассообмена: учеб. пособие для энергомашиностроит. спец. вузов / под. ред. В. И. Крутова и Г. Б. Петражицкого. – М.: Высш. шк., 1986. – 383 с.
6. Краснощеков, Е. А. Задачник по теплопередаче: учеб. пособие для вузов / Е. А. Краснощеков. – / – М.: Энергия, 1980. – 288 с.
7. Сборник задач по технической термодинамике и теплопередаче/ под. ред. Б. Н. Юдаева. – изд. 2-е, перераб. и доп. – М. : Изд. Высшая школа, 1968. – 371 с.
8. Цветков, Ф. Ф. Задачник по тепломассобмену: учебное пособие/ Ф. Ф. Цветков, Р. В. Керимов, В. И. Величко. – 2-е изд., исправ. и доп. – М. : Издательский дом МЭИ, 2008. – 196 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

Составители:
Пинчук Александр Иванович
Борушко Вадим Васильевич

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ПО РАЗДЕЛУ «СТАЦИОНАРНАЯ И НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ»

для студентов специальностей
1-70 04 02 Теплогазоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна
1-36 01 03 Технологическое оборудование машиностроительного производства

Ответственный за выпуск: Пинчук А. И.
Редактор: Винник Н. С.
Компьютерная вёрстка: Горбач А. А.
Корректор: Дударук С. А.

Подписано в печать 26.07.2024 г. Формат 60x84 $^{1}/_{16}$. Бумага «Performer».
Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 1,4. Уч. изд. л. 1,5. Заказ № 750. Тираж 30 экз.
Отпечатано на ризографе учреждения образования «Брестский государственный технический университет». 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 3/1569 от 16.10.2017 г.