МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ФАКТОРОВ ПРОИЗВОДСТВА НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ РАБОТЫ РЕГИОНАЛЬНОЙ ИНТЕГРИРОВАННОЙ СТРУКТУРЫ УПРАВЛЕНИЯ ИНВЕСТИЦИОННО-СТРОИТЕЛЬНЫМ ПРОЦЕССОМ

НОСКО НАТАЛЬЯ ВИКТОРОВНА,
соискатель кафедры «экономика, организация строительства и управление недвижимостью»,
Белорусский национальный технический университет
(г. Минск, Беларусь)

В статье осуществлено моделирование влияния факторов производства на эффективность работы региональной интегрированной структуры управления инвестиционно-строительным процессом на основе организационной модели массового обслуживания в условиях ограниченности ресурсов, где строительное предприятие рассматривается как сеть массового обслуживания, состоящая из конечного числа систем массового обслуживания. Применение систем массового обслуживания в данном исследовании позволяет найти оптимальное решение при проектировании организационной структуры производственной системы под заданный объем работ с учетом организационно-технологических факторов.

The article simulates the impact of production factors on the efficiency of the regional integrated management structure of the investment and construction process based on the organizational model of mass service in conditions of limited resources, where the construction enterprise is considered as a mass service network consisting of a final number of mass service systems. The use of mass service systems in this study makes it possible to find the optimal solution when designing the organizational structure of the production system for a given scope of work taking into account organizational and technological factors.

Решение и исследование подавляющего большинства актуальных задач на всех стадиях проектирования систем управления строительством невозможно без организационного моделирования, которое представляет собой поиск, обоснование и выбор оптимальной структуры управления [1].

Разработка моделей организационных систем и процессов управления базируется на экономико-математическом моделировании, представляющем собой набор подходов и методов для построения, исследования и анализа математических моделей тех или иных физических либо технических объектов или процессов, применение которых позволяет получать достаточно точное численное решение без дополнительных усилий.

Из всех организационно-управленческих моделей за основу взята организационная модель массового обслуживания. Она отражает производственно-технологический, социально-психологический и организационно-административный аспекты управления. В ее основу положено математическое описание процесса функционирования системы управления с учетом регулярного выполнения регламентированных задач управления и случайного, незапланированного взаимодействия в ходе функционирования системы управления из-за отклонений при реализации ранее принятых решений.

Подсистема оперативного управления описывается в виде линейно-стохастической сети массового обслуживания с неоднородными потоками требований по перераспределению ресурсов и оптимизируется по критерию минимума суммы потерь, возникающих вследствие естественного запаздывания управляющих решений (регулярная составляющая), а также непредвиденных задержек в принятии и согласовании решений (случайная составляющая) [2].

Модель дает возможность оказать помощь в создании организационной структуры строительной организации и информационных связей функциональных служб, принимающих согласованные решения.

Применение систем массового обслуживания в данном исследовании позволяет выяснить, удовлетворяет ли строительное предприятие поступающий спрос на услуги. На основе использования данной модели можно определить, достаточно бригад для выполнения поступающего количества заказов или же, напротив, бригады простаивают, что сказывается на изменении показателя производительности труда.

Таким образом, разработка системотехнических, экономико-математических и методологических принципов моделирования и проектирования схем организационной структуры производственной системы с учетом организационно-технологических факторов может быть осуществлена на основе представления строительного предприятия как сети массового обслуживания, состоящей из конечного числа систем массового обслуживания.

Операционные характеристики такой модели позволяют расчетным путем уточнить сроки выполнения договорных обязательств и необходимые для этого ресурсы, т. е. осуществить проектирование схем организационной структуры строительного предприятия под заданный объем работ.

Большой вклад в применение систем массового обслуживания в строительной сфере внес российский доктор технических наук П. Н. Курочка. Основные положения его диссертации изложены в научных работах [3—6] и др.

Системы массового обслуживания (СМО) возникают тогда, когда происходит массовое появление заявок на то или иное обслуживание и их последующее удовлетворение. На производстве это: поступление сырья, материалов, изделий, полуфабрикатов на склад и их выдача со склада; обработка большой номенклатуры деталей на одном и том же технологическом оборудовании; транспортные операции; планирование резервных и страховых запасов.

Обслуживание заявок производят каналы обслуживания. СМО могут быть одно- и многоканальные. В строительстве чаще всего количество каналов соответствует количеству основных строительных машин, бригад рабочих.

Обслуживание заявок в СМО продолжается некоторое время. После выполнения заявки освободившийся канал вновь готов к приему новой. Если в СМО допускается формирование очереди, заявки, поступившие в момент, когда все каналы заняты, становятся в очередь и ожидают освобождения каналов. Задача СМО — выявить зависимость показателей эффективности системы от характера входящего потока, характера ограничения очереди (длины очереди), количества, производительности и условий функционирования каналов.

В качестве критерия оптимальности применяют максимум прибыли от эксплуатации СМО или минимум суммарных потерь, связанных с простоем каналов, заявок в очереди и уходом необслуженных заявок.

В зависимости от характера формирования очереди различают:

- СМО с отказами (формирование очереди не разрешено, поэтому заявка, пришедшая в момент, когда все каналы заняты, получает отказ);
- СМО с неограниченным ожиданием (разрешается создание очереди неограниченной длины);
- СМО смешанного типа (возможны различные ограничения: максимальная длина очереди, время пребывания заявки в очереди и т. п.) [7].

Современное строительное предприятие представляет собой сложную динамическую систему, которую можно изучить с позиции теории массового обслуживания: на вход системы поступает поток заявок на обслуживание (договоров на выполнение строительно-монтажных работ), на выходе имеется поток обслуженных заявок, т. е. договоров, по которым предприятие уже закончило работу.

Строительство большинства объектов выполняется подрядным способом. Это означает, что заказчик, юридическое или физическое лицо, который имеет инвестиционные возможности для реализации некоторого строительного проекта, нанимает генерального подрядчика, который берется в заданные сроки с надлежащим качеством и за подтвержденные сметными расчетами объемы денежных средств возвести требуемый объект. Генеральный подрядчик может выполнять весь объем работ сам, может только часть, наняв для выполнения оставшихся работ другую строительную организацию по договору субподряда, а может не выполнять вообще никаких работ, а только осуществлять координацию между нанятыми субподрядными фирмами.

В связи со сказанным характерная особенность системы данного вида — поступающие на вход производственной системы заявки требуют использования возможностей системы в разной степени: в потоке заявок существуют заявки как на выполнение всего комплекса строительно-монтажных работ, так и на выполнение некоторой части или даже какой-то одной строительной работы. Другими словами, поступающие заявки требуют различных ресурсов строительной организации, чем в какой-то степени строительное производство и отличается от машиностроительного, в котором производство одного и того же вида продукта требует прохождения одинакового маршрута.

Далее строительное предприятие будем рассматривать как сеть массового облуживания, состоящую из конечного числа систем массового обслуживания. Каждая элементарная система массового обслуживания, включенная в сеть, состоит из накопителя, в котором поступившие заявки ожидают обслуживания, и обслуживающих каналов. Источником заявок может служить как внешний поток, так и выходной поток от другой системы массового обслуживания, также включенной в сеть. Будем считать, что время пребывания заявки в очереди не ограничено и дисциплина в очереди подчиняется принципу: первый пришел — первый обслужился.

Поток требований (заявок) на обслуживание, представляющий собой портфель заказов строительного предприятия, поступает в сеть массового обслуживания с некоторой интенсивностью λ_0. При этом заявка может поступить на любую систему массового обслуживания, включенную в рассматриваемую сеть. Дальнейший маршрут заявки также может быть различным: заявка может последовательно пройти по всем системам массового обслуживания, включенным в сеть, а может покинуть сеть, пройдя только одну или несколько выборочных систем массового обслуживания. Заявки, проходящие последовательно все системы массового обслуживания, составляющие сеть, представляют собой проекты, которые строительное предприятие принимает к реализации на правах генерального подрядчика, а заявки, покидающие сеть после прохождения только части систем массового обслуживания, включенных в сеть (в частном случае только одну), представляют собой субподрядные договора или же договора на выполнение ремонтно-строительных работ.

Входной поток будет обладать свойством ординарности, т. е. в один и тот же момент времени в систему поступает только одна заявка на обслуживание (так как количество проектов, реализуемых предприятием зачастую невелико и вероятность одновременного поступления двух и более заявок ничтожна мала). Кроме того, входной поток будет обладать отсутствием последействия, так как вероятность поступления требований на обслуживание не зависит от того, сколько требований поступало в систему раньше. Поэтому этот поток заявок обладает свойствами пуассоновского потока.

Таким образом, будем рассматривать строительное предприятие как сеть массового обслуживания, состоящую из конечного числа систем массового обслуживания. В качестве систем массового обслуживания будем рассматривать специализированные бригады, например бригаду каменщиков, бригаду монтажников, бригаду отделочников, бригаду кровельщиков, бригаду нулевого цикла и т. д. Предположим, что каждая система массового обслуживания представляет собой одноканальную систему, т. е. будем считать, что предприятие располагает только одной специализированной бригадой каждого вида.

Требование, поступившее в j-ю систему массового обслуживания, может после завершения, может после обслуживания в этой системе покинуть сеть совсем или же поступить в $j+1$ систему. Таким образом, рассматриваемая сеть массового обслуживания будет характеризоваться вероятностями поступления требований из i-й системы в j-ю ρ_{ij}, при этом если $i = 0$, то это означает поступление требования из входного потока прямо в j-ю систему, а если $j = 0$, то это соответствует тому, что требование, закончив обслуживание в j-й системе, навсегда покидает сеть. Совокупность всех вероятностей ρ_{ij} составляет матрицу передач, которая в общем виде для m систем массового обслуживания представлена в формуле (1):

$$T = \begin{Vmatrix} 0 & \rho_{01} & \rho_{02} & \dots & \rho_{0m} \\ \rho_{10} & 0 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1m} \\ \rho_{20} & \rho_{21} & 0 & \dots & \rho_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{m0} & \rho_{m1} & \rho_{m2} & \dots & 0 \end{Vmatrix}. \qquad (1)$$

Здесь учтено, что нет смысла рассматривать перемещение заявок внутри первой системы массового обслуживания или же в приемном устройстве, поэтому все вероятности $\rho_{ii} = 0$, если же учесть, что выполнение работ может осуществляться с браком, то нулевым будет только элемент ρ_{00}, остальные же элементы ρ_{ii} при $i \neq 0$ будут показывать вероятность некачественного выполнения работ.

Предположим, что системы массового обслуживания, включенные в сеть, расположены в порядке, обеспечивающем соблюдение технологической последовательности операций. В этом случае вероятность поступления заявки из системы i в систему j, когда $i > j$, будет равна нулю, так как по технологии работы, выполняемые в системе i, должны быть выполнены ранее, чем работы, выполняемые в системе j. Кроме того, технологическая последовательность выполнения работ такова, что все работы должны выполняться без пропуска, т. е. нельзя, например, выполнив работы нулевого цикла, перейти сразу к выполнению кровельных или внутренних работ, до этого необходимо выполнить работы по возведению каркаса здания. Это приводит к тому, что элементы матрицы передач T, стоящие ниже главной диагонали и имеющие индексы не равные нулю, будут равны нулю. Равными нулю будут и элементы над главной диагональю, у которой разность между вторым индексом j и первым индексом i будет больше единицы, т. е. $i — j > 1$. Тогда матрица примет вид формулы (2):

$$T = \begin{Vmatrix} 0 & \rho_{01} & \rho_{02} & \dots & \rho_{0m} \\ \rho_{10} & 0 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1m} \\ \rho_{20} & 0 & 0 & \dots & \rho_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{m0} & \rho_{m1} & \rho_{m2} & \dots & 0 \end{Vmatrix}. \qquad (2)$$

Требование, поступающее в сеть, должно обязательно поступить на вход какой-либо системы массового обслуживания, составляющих сеть. Требование, покидающее систему массового обслуживания, должно либо поступить на вход следующей *j*-й системы, либо покинуть сеть совсем. Это возможно при выполнении следующего равенства:

$$\sum_{j=0}^{m} \rho_{ij} = 1, \quad i = 0, 1, 2, \ldots, m. \tag{3}$$

Учитывая, что среднее число заявок, поступающих в систему массового обслуживания, должно равняться среднему числу заявок, покидающих систему массового обслуживания, получаем систему уравнений (4) относительно интенсивностей потоков требований в каждой системе, включенной в сеть массового обслуживания:

$$\lambda_j = \sum_{i=0}^{m} \lambda_i \times \rho_{ij}, \quad j = 0, 1, 2, \ldots, m. \tag{4}$$

С учетом матрицы T для случая $m = 4$ вышеуказанное соотношение будет записано в виде уравнений:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \rho_{01} \times \lambda_0, \\ \lambda_2 &= \rho_{02} \times \lambda_0 + \rho_{12} \times \lambda_1, \\ \lambda_3 &= \rho_{03} \times \lambda_0 + \rho_{23} \times \lambda_2, \\ \lambda_4 &= \rho_{04} \times \lambda_0 + \rho_{34} \times \lambda_3. \end{aligned} \tag{5}$$

Решая последние соотношения, находим значения интенсивностей потоков требований в каждой системе массового обслуживания, включенной в сеть:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \rho_{01} \times \lambda_0, \\ \lambda_2 &= (\rho_{02} \times + \rho_{01} \times \rho_{12}) \times \lambda_0, \\ \lambda_3 &= (\rho_{03} + \rho_{02} \times \rho_{23} + \rho_{01} \times \rho_{12} \times \rho_{23}) \times \lambda_0, \\ \lambda_4 &= (\rho_{04} + \rho_{03} \times \rho_{34} + \rho_{02} \times \rho_{23} \times \rho_{34} + \\ &+ \rho_{01} \times \rho_{12} \times \rho_{23} \times \rho_{34}) \times \lambda_0. \end{aligned} \tag{6}$$

Принимая интенсивность обслуживания в *i*-й системе равной μ_i и учитывая, что для установившегося режима работы сети необходимо, чтобы для каждой системы массового облуживания, включенной в сеть, выполнялось соотношение $\lambda_i/\mu_i < 1$, получаем следующие неравенства:

$$\begin{aligned} &\frac{\rho_{01} \times \lambda_0}{\mu_i} < 1, \\ &\frac{(\rho_{02} \times + \rho_{01} \times \rho_{12}) \times \lambda_0}{\mu_i} < 1, \\ &\frac{(\rho_{03} + \rho_{02} \times \rho_{23} + \rho_{01} \times \rho_{12} \times \rho_{23}) \times \lambda_0}{\mu_i} < 1, \\ &\frac{(\rho_{04} + \rho_{03} \times \rho_{34} + \rho_{02} \times \rho_{23} \times \rho_{34} + \rho_{01} \times \rho_{12} \times \rho_{23} \times \rho_{34}) \times \lambda_0}{\mu_i} < 1. \end{aligned} \tag{7}$$

Если данные соотношения не будут выполняться, то в системе будет бесконечно рости очередь, т. е. система будет функционировать неэффективно, оставляя часть заявок не обслуженными.

Представленной сети массового обслуживания будет соответствовать граф передач, представленный на рис. 1.

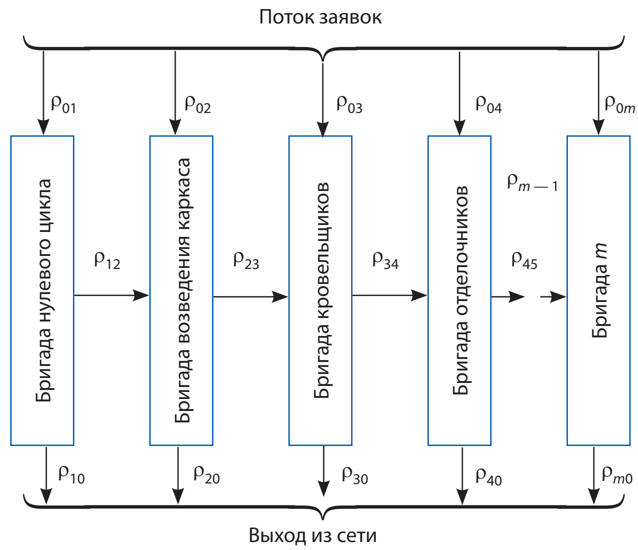

Рисунок 1. Граф передач
Источник: [3]

Используя известные соотношения для одноканальной системы массового обслуживания с ожиданием, находим вероятность того, что в *i*-й системе массового обслуживания будет находиться n_i заявок на обслуживание:

$$\begin{aligned} P_{n1}^{1} &= \left(1 - \frac{\rho_{01} \times \lambda_0}{\mu_1}\right) \times \left(\frac{\rho_{01} \times \lambda_0}{\mu_1}\right)^{n_1}, \\ P_{n2}^{2} &= \left(1 - \frac{(\rho_{02} \times + \rho_{01} \times \rho_{12}) \times \lambda_0}{\mu_2}\right) \times \left(\frac{(\rho_{02} \times + \rho_{01} \times \rho_{12}) \times \lambda_0}{\mu_2}\right)^{n_2}, \\ P_{n3}^{3} &= \left(1 - \frac{(\rho_{03} + \rho_{02} \times \rho_{23} + \rho_{01} \times \rho_{12} \times \rho_{23}) \times \lambda_0}{\mu_3}\right) \times \\ &\times \left(\frac{(\rho_{03} + \rho_{02} \times \rho_{23} + \rho_{01} \times \rho_{12} \times \rho_{23}) \times \lambda_0}{\mu_3}\right)^{n_3}, \\ P_{n4}^{4} &= \left(1 - \frac{(\rho_{04} + \rho_{03} \times \rho_{34} + \rho_{02} \times \rho_{23} \times \rho_{34} + \rho_{01} \times \rho_{12} \times \rho_{23} \times \rho_{34}) \times \lambda_0}{\mu_3}\right) \times \\ &\times \left(\frac{(\rho_{04} + \rho_{03} \times \rho_{34} + \rho_{02} \times \rho_{23} \times \rho_{34} + \rho_{01} \times \rho_{12} \times \rho_{23} \times \rho_{34}) \times \lambda_0}{\mu_3}\right)^{n_4}, \end{aligned} \tag{8}$$

где P_{ni}^{i} — вероятность того, что *i*-я система массового обслуживания, включенная в рассматриваемую сеть, будет содержать n_i заявок на обслуживание, т. е. требований, уже обслуживаемых, и требований, находящихся в очереди.

В целом состояние всей сети массового обслуживания может быть охарактеризовано вектором состояний, компоненты которого представляют количество заявок, находящихся в соответствующей системе массового обслуживания, включенной в рассматриваемую сеть. В установившемся режиме, т. е. когда будут выполняться соотношения (7), вероятность нахождения сети в некотором состоянии может быть найдена по формуле Джексона:

$$P_{n1, n2, \ldots, nm} = P_{n1}^{1} \times P_{n2}^{2} \times \ldots \times P_{nm}^{m}, \tag{9}$$

или в развернутом виде с учетом (8) примет следующий вид:

$$P_{n1,n2,n3,n4}=\left(1-\frac{\rho_{01}\times\lambda_0}{\mu_1}\right)\times\left(\frac{\rho_{01}\times\lambda_0}{\mu_1}\right)^{n1}\times$$
$$\times\left(1-\frac{(\rho_{02}\times+\rho_{01}\times\rho_{12})\times\lambda_0}{\mu_2}\right)\times$$
$$\times\left(\frac{(\rho_{02}\times+\rho_{01}\times\rho_{12})\times\lambda_0}{\mu_2}\right)^{n2}\times$$
$$\times\left(1-\frac{(\rho_{03}+\rho_{02}\times\rho_{23}+\rho_{01}\times\rho_{12}\times\rho_{23})\times\lambda_0}{\mu_3}\right)\times$$
$$\times\left(\frac{(\rho_{03}+\rho_{02}\times\rho_{23}+\rho_{01}\times\rho_{12}\times\rho_{23})\times\lambda_0}{\mu_3}\right)^{n3}\times$$
$$\times\left(1-\frac{(\rho_{04}+\rho_{03}\times\rho_{34}+\rho_{02}\times\rho_{23}\times\rho_{34}+\rho_{01}\times\rho_{12}\times\rho_{23}\times\rho_{34})\times\lambda_0}{\mu_4}\right)\times$$
$$\times\left(\frac{(\rho_{04}+\rho_{03}\times\rho_{34}+\rho_{02}\times\rho_{23}\times\rho_{34}+\rho_{01}\times\rho_{12}\times\rho_{23}\times\rho_{34})\times\lambda_0}{\mu_4}\right)^{n4}. \quad (10)$$

Используя соотношения для одноканальной системы массового обслуживания, находим операционные характеристики СМО (соотношения (11)) — среднее число заявок в каждой из систем $\overline{N}_i$, среднее время пребывания заявки в каждой системе $\overline{T}_1$ и среднее время ожидания обслуживания $\overline{W}_1$:

$$\overline{N}_1=\frac{\rho_{01}\times\lambda_0}{\mu_1-\rho_{01}\times\lambda_0},$$
$$\overline{N}_2=\frac{(\rho_{02}\times+\rho_{01}\times\rho_{12})\times\lambda_0}{\mu_2-(\rho_{02}\times+\rho_{01}\times\rho_{12})\times\lambda_0},$$
$$\overline{N}_3=\frac{(\rho_{03}+\rho_{02}\times\rho_{23}+\rho_{01}\times\rho_{12}\times\rho_{23})\times\lambda_0}{\mu_3-(\rho_{03}+\rho_{02}\times\rho_{23}+\rho_{01}\times\rho_{12}\times\rho_{23})\times\lambda_0},$$
$$\overline{N}_4=\frac{(\rho_{04}+\rho_{03}\times\rho_{34}+\rho_{02}\times\rho_{23}\times\rho_{34}+\rho_{01}\times\rho_{12}\times\rho_{23}\times\rho_{34})\times\lambda_0}{\mu_4-(\rho_{04}+\rho_{03}\times\rho_{34}+\rho_{02}\times\rho_{23}\times\rho_{34}+\rho_{01}\times\rho_{12}\times\rho_{23}\times\rho_{34})\times\lambda_0},$$
$$\overline{T}_1=\frac{1}{\mu_1-\rho_{01}\times\lambda_0},$$
$$\overline{T}_2=\frac{1}{\mu_2-(\rho_{02}\times+\rho_{01}\times\rho_{12})\times\lambda_0},$$
$$\overline{T}_3=\frac{(\rho_{03}+\rho_{02}\times\rho_{23}+\rho_{01}\times\rho_{12}\times\rho_{23})\times\lambda_0}{\mu_3-(\rho_{03}+\rho_{02}\times\rho_{23}+\rho_{01}\times\rho_{12}\times\rho_{23})\times\lambda_0},$$
$$\overline{T}_4=\frac{1}{\mu_4-(\rho_{04}+\rho_{03}\times\rho_{34}+\rho_{02}\times\rho_{23}\times\rho_{34}+\rho_{01}\times\rho_{12}\times\rho_{23}\times\rho_{34})\times\lambda_0},$$
$$\overline{W}_1=\frac{1}{\mu_1}\times\frac{\rho_{01}\times\lambda_0}{\mu_1-\rho_{01}\times\lambda_0},$$
$$\overline{W}_2=\frac{1}{\mu_2}\times\frac{(\rho_{02}\times+\rho_{01}\times\rho_{12})\times\lambda_0}{\mu_2-(\rho_{02}\times+\rho_{01}\times\rho_{12})\times\lambda_0},$$
$$\overline{W}_3=\frac{1}{\mu_3}\times\frac{(\rho_{03}+\rho_{02}\times\rho_{23}+\rho_{01}\times\rho_{12}\times\rho_{23})\times\lambda_0}{\mu_3-(\rho_{03}+\rho_{02}\times\rho_{23}+\rho_{01}\times\rho_{12}\times\rho_{23})\times\lambda_0},$$
$$\overline{W}_4=\frac{1}{\mu_4}\times\cdot$$
$$\times\frac{(\rho_{04}+\rho_{03}\times\rho_{34}+\rho_{02}\times\rho_{23}\times\rho_{34}+\rho_{01}\times\rho_{12}\times\rho_{23}\times\rho_{34})\times\lambda_0}{\mu_4-(\rho_{04}+\rho_{03}\times\rho_{34}+\rho_{02}\times\rho_{23}\times\rho_{34}+\rho_{01}\times\rho_{12}\times\rho_{23}\times\rho_{34})\times\lambda_0}, \quad (11)$$

Таким образом, операционные характеристики — число заявок, среднее время пребывания заявки в сети массового обслуживания, среднее время ожидания обслуживания — будут складываться из характеристик, полученных для каждой системы массового обслуживания, включенной в сеть, и определяемых соотношениями (11). Эти характеристики будут зависеть от маршрута продвижения заявки по сети: если заявка предусматривает прохождение всех этапов, то общее время пребывания ее в сети будет складываться из соответствующих характеристик всех систем массового обслуживания, включенных в сеть.

Расчет и анализ вышерассмотренных показателей дает возможность управлять повышением производительности труда на этапе формирования бригад строительного предприятия, позволяя формировать их в зависимости от имеющегося спроса на строительные услуги и минимизируя простои бригад или их переработку.

Рассмотрим практические аспекты применения рассмотренной методики на примере отечественного строительного предприятия, где строительно-монтажные работы выполняют четыре производственные бригады: нулевого цикла, возведения каркаса, кровельщиков и отделочников. В качестве единицы измерения выберем дни. В среднем каждые 14 дней предприятие получает один заказ на обслуживание по своему профилю, т. е. интенсивность поступления заявок на обслуживание

$$\lambda_0=\frac{1}{14}\approx 0{,}071.$$

При этом заказы могут быть разными: одни предусматривают последовательное выполнение фирмой всех четырех видов работ, другие — только некоторые. Соответствующая матрица передач приведена в табл. 1.

Таблица 1

Матрица передач

j \ i	0	1	2	3	4
0	0	0,14	0,15	0,17	0,54
1	0,5		0,5		
2	0,13			0,87	
3	0,35				0,65
4	1				

Источник: разработка автора

Согласно табл. 1 вероятность поступления заказа на выполнение работ нулевого цикла составляет всего 0,14, но вероятность того, что после выполнения этого вида работ заявка навсегда покинет сеть массового обслуживания, равна 0,50. Среди потока заявок всего одна пятнадцатая — заявки на выполнение работ нулевого цикла, но из этого количества 50 % заявок представляют собой субподрядные договоры, предусматривающие выполнение некоторых работ. С другой стороны, вероятность поступления заказов на выполнение кровельных работ 17 %, из этих заказов только 35 % предусматривает выполнение еще и отделочных работ, остальные же покидают сеть.

Используя соотношение (5), найдем значения интенсивностей поступления требований в каждую из систем массового обслуживания, включенных в сеть:

$$\lambda_1 = \rho_{01} \times \lambda_0 = 0,14 \times 0,071 = 0,010,$$
$$\lambda_2 = \rho_{02} \times \lambda_0 + \rho_{12} \times \lambda_1 =$$
$$= 0,15 \times 0,071 + 0,5 \times 0,010 = 0,016,$$
$$\lambda_3 = \rho_{03} \times \lambda_0 + \rho_{23} \times \lambda_2 =$$
$$= 0,17 \times 0,071 + 0,87 \times 0,016 = 0,026,$$
$$\lambda_4 = \rho_{04} \times \lambda_0 + \rho_{34} \times \lambda_3 =$$
$$= 0,54 \times 0,071 + 0,65 \times 0,026 = 0,055.$$

Интенсивность обслуживания заявки в каждой системе массового обслуживания, включенной в сеть, различна и составляет значение, обратное среднему времени обслуживания одной заявки. В данном случае крайний показатель 35 дн., 25 дн., 15 дн., 14 дн. соответственно для каждой из систем массового обслуживания. Тогда интенсивность обслуживания заявки в каждой системе массового обслуживания, включенной в сеть, вычисляется следующим образом:

$$\mu_1 = \frac{1}{35} = 0,029;\ \mu_2 = \frac{1}{25} = 0,040;\ \mu_3 = \frac{1}{15} = 0,067;$$
$$\mu_4 = \frac{1}{14} = 0,071.$$

Для удобства внесем данные в табл. 2. Будем анализировать данные для трех значений интенсивности поступления требований в сеть, учитывая, что заявки могут поступать с большей интенсивностью 1—2 дня:

$$\lambda_0 = \frac{1}{14} = 0,071;\ \lambda_0 = \frac{1}{13} = 0,077;\ \lambda_0 = \frac{1}{12} = 0,083.$$

Можно сделать вывод: вероятность простоя бригады нулевого цикла составляет в среднем 62,2 %, вероятность простоя бригады, возводящей каркас, — 57,5 %, вероятность простоя бригады, выполняющей кровельные работы, — 58,1 %, а вероятность простоя бригады, занимающейся отделкой, — 16,2 %.

В связи с этим предприятию нужно рассмотреть возможность специализации на отделке либо вхождение в корпоративные структуры.

Вероятность простоя всей рассматриваемой сети строительного предприятия определяется по формуле (9) и составит:

$$P_{n1,\,n2,\,n3,\,n4} = 0,650 \times 0,607 \times 0,613 \times 0,225 =$$
$$= 0,054 (=5,4\%),\ \text{для}\ \lambda_0 = \frac{1}{14} = 0,071;$$
$$P_{n1,\,n2,\,n3,\,n4} = 0,623 \times 0,577 \times 0,583 \times 0,165 =$$
$$= 0,035 (=3,5\%),\ \text{для}\ \lambda_0 = \frac{1}{13} = 0,077;$$
$$P_{n1,\,n2,\,n3,\,n4} = 0,592 \times 0,542 \times 0,548 \times 0,0960 =$$
$$= 0,017 (=1,7\%),\ \text{для}\ \lambda_0 = \frac{1}{12} = 0,083.$$

Таким образом, среднее время пребывания и время ожидания заявки, проходящей весь цикл работ, в рассматриваемой сети массового обслуживания составят:

$$\overline{T} = \overline{T}_1 + \overline{T}_2 + \overline{T}_3 + \overline{T}_4 = 53,846 + 41,176 + 24,478 +$$
$$+ 62,197 \approx 182\ \text{дн, для}\ \lambda_0 = \frac{1}{14} = 0,071;$$
$$\overline{T} = \overline{T}_1 + \overline{T}_2 + \overline{T}_3 + \overline{T}_4 = 56,173 + 43,333 + 25,729 +$$
$$+ 84,602 \approx 210\ \text{дн, для}\ \lambda_0 = \frac{1}{13} = 0,077;$$
$$\overline{T} = \overline{T}_1 + \overline{T}_2 + \overline{T}_3 + \overline{T}_4 = 59,155 + 46,154 + 27,360 +$$
$$+ 145,927 \approx 289\ \text{дн, для}\ \lambda_0 = \frac{1}{12} = 0,083.$$

Таблица 2

Расчет характеристик систем массового обслуживания

λ_0	λ_i	μ_i	$\Psi_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i}$	P_0^i	$\overline{N}$	$\overline{T}$	$\overline{W}$
0,071	0,010	0,029	0,350	0,650	0,538	53,846	18,846
	0,016	0,040	0,393	0,607	0,647	41,176	16,176
	0,026	0,067	0,387	0,613	0,632	24,478	9,478
	0,055	0,071	0,775	0,225	3,443	62,197	48,197
0,077	0,011	0,029	0,377	0,623	0,605	56,173	21,173
	0,017	0,040	0,423	0,577	0,733	43,333	18,333
	0,028	0,067	0,417	0,583	0,715	25,729	10,729
	0,060	0,071	0,835	0,165	5,043	84,602	70,602
0,083	0,012	0,029	0,408	0,592	0,690	59,155	24,155
	0,018	0,040	0,458	0,542	0,846	46,154	21,154
	0,030	0,067	0,452	0,548	0,824	27,360	12,360
	0,065	0,071	0,904	0,096	9,423	145,927	131,927

Источник: разработка автора

$$\overline{W} = \overline{W}_1 + \overline{W}_2 + \overline{W}_3 + \overline{W}_4 = 18{,}846 + 16{,}176 + 9{,}478 + $$
$$+ 48{,}197 \approx 93 \text{ дн, для } \lambda_0 = \frac{1}{14} = 0{,}071;$$

$$\overline{W} = \overline{W}_1 + \overline{W}_2 + \overline{W}_3 + \overline{W}_4 = 21{,}173 + 18{,}333 + 10{,}729 + $$
$$+ 70{,}602 \approx 121 \text{ дн, для } \lambda_0 = \frac{1}{13} = 0{,}077;$$

$$\overline{W} = \overline{W}_1 + \overline{W}_2 + \overline{W}_3 + \overline{W}_4 = 24{,}155 + 21{,}154 + 12{,}360 + $$
$$+ 131{,}927 \approx 190 \text{ дн, для } \lambda_0 = \frac{1}{12} = 0{,}083.$$

Следует отметить, что наиболее загруженным местом в данной строительной организации, согласно табл. 2, является бригада отделочников, для которой среднее число заявок в очереди изменяется в пределах от 3,443 до 9,423. Для ликвидации очереди введем в сеть второй обслуживающий канал, т. е. будем считать, что на строительном предприятии будут действовать две бригады отделочников.

Используем результаты для многоканальных систем массового обслуживания. В этом случае вероятность того, что многоканальная система будет свободна, т. е. будет простаивать, определяется формулой:

$$P_0 = \frac{1}{\frac{\psi_i^{s+1}}{s!(s-\psi)} + \sum_{n=0}^{s} \frac{\psi_i^s}{n!}}, \qquad (12)$$

где $\psi_i^s = \frac{\lambda_i}{\mu_i}$ — трафик — интенсивность, s — число обслуживающих устройств, в нашем случае равно 2.

$$P_0 = \frac{1}{\frac{0{,}775^3}{2\times(2-0{,}775)} + \frac{0{,}775^0}{1} + \frac{0{,}775^1}{1} + \frac{0{,}775^2}{2}} =$$
$$= 0{,}441 (=44{,}1\ \%), \text{ для } \lambda_0 = \frac{1}{14} = 0{,}077;$$

$$P_0 = \frac{1}{\frac{0{,}835^3}{2\times(2-0{,}835)} + \frac{0{,}835^0}{1} + \frac{0{,}835^1}{1} + \frac{0{,}835^2}{2}} =$$
$$= 0{,}40 (=40{,}0\ \%), \text{ для } \lambda_0 = \frac{1}{13} = 0{,}063;$$

$$P_0 = \frac{1}{\frac{0{,}904^3}{2\times(2-0{,}904)} + \frac{0{,}904^0}{1} + \frac{0{,}904^1}{1} + \frac{0{,}904^2}{2}} =$$
$$= 0{,}377 (=37{,}7\ \%), \text{ для } \lambda_0 = \frac{1}{12} = 0{,}083.$$

Остальные операционные характеристики будут определяться из соотношений вида:

$$\overline{N} = \frac{\psi^{s+1}}{(s-1)!(s-\psi)^2} \times P_0 + \psi,$$

$$\overline{T} = \frac{1}{\mu} \times \left(\frac{\psi^{s+1}}{(s-1)!(s-\psi)^2} \times P_0 + \psi \right) = \frac{\overline{N}}{\mu},$$

$$\overline{W} = \frac{P_0}{\mu} \times \left(\frac{\psi}{(s-1)!(s-\psi)^2} \right). \qquad (13)$$

Используя (13) для нахождения параметров системы массового обслуживания, рассматриваемой в работе (речь идет о четвертой бригаде, занимающейся работами по отделке), получим:

$$\overline{N} = \frac{0{,}775^{2+1}}{(2-1)!(2-0{,}775)^2} \times 0{,}441 + 0{,}775 = 0{,}843 \text{ дн,}$$
$$\text{для } \lambda_0 = \frac{1}{14} = 0{,}077;$$

$$\overline{T} = \frac{0{,}843}{0{,}071} = 11{,}873 \text{ дн, для } \lambda_0 = \frac{1}{14} = 0{,}077;$$

$$\overline{W} = \frac{0{,}441}{0{,}071} \times \left(\frac{0{,}775}{(2-1)!(2-0{,}775)^2} \right) = 1{,}604 \text{ дн,}$$
$$\text{для } \lambda_0 = \frac{1}{14} = 0{,}077;$$

$$\overline{N} = \frac{0{,}835^{2+1}}{(2-1)!(2-0{,}835)^2} \times 0{,}400 + 0{,}835 = 0{,}935 \text{ дн,}$$
$$\text{для } \lambda_0 = \frac{1}{13} = 0{,}063;$$

$$\overline{T} = \frac{0{,}935}{0{,}071} = 13{,}168 \text{ дн, для } \lambda_0 = \frac{1}{13} = 0{,}063;$$

$$\overline{W} = \frac{0{,}400}{0{,}071} \times \left(\frac{0{,}835}{(2-1)!(2-0{,}835)^2} \right) = 1{,}733 \text{ дн,}$$
$$\text{для } \lambda_0 = \frac{1}{13} = 0{,}063;$$

$$\overline{N} = \frac{0{,}904^{2+1}}{(2-1)!(2-0{,}904)^2} \times 0{,}377 + 0{,}904 = 1{,}045 \text{ дн,}$$
$$\text{для } \lambda_0 = \frac{1}{12} = 0{,}083;$$

$$\overline{T} = \frac{1{,}045}{0{,}071} = 14{,}718 \text{ дн, для } \lambda_0 = \frac{1}{12} = 0{,}083;$$

$$\overline{W} = \frac{0{,}377}{0{,}071} \times \left(\frac{0{,}904}{(2-1)!(2-0{,}904)^2} \right) = 1{,}998 \text{ дн,}$$
$$\text{для } \lambda_0 = \frac{1}{12} = 0{,}083.$$

При этом среднее время пребывания, время ожидания заявки в сети массового обслуживания в данном случае уменьшится и составит

$$\overline{T} = \overline{T}_1 + \overline{T}_2 + \overline{T}_3 + \overline{T}_4 = 53{,}846 + 41{,}176 + 24{,}478 + $$
$$+ 11{,}873 \approx 132 \text{ дн, для } \lambda_0 = \frac{1}{14} = 0{,}071;$$

$$\overline{T} = \overline{T}_1 + \overline{T}_2 + \overline{T}_3 + \overline{T}_4 = 56{,}173 + 43{,}333 + 25{,}729 + 13{,}168 \approx 139 \text{ дн, для } \lambda_0 = \frac{1}{13} = 0{,}077;$$

$$\overline{T} = \overline{T}_1 + \overline{T}_2 + \overline{T}_3 + \overline{T}_4 = 59{,}155 + 56{,}154 + 27{,}360 + 14{,}718 \approx 155 \text{ дн, для } \lambda_0 = \frac{1}{12} = 0{,}083;$$

$$\overline{W} = \overline{W}_1 + \overline{W}_2 + \overline{W}_3 + \overline{W}_4 = 18{,}846 + 16{,}176 + 9{,}478 + 1{,}604 \approx 47 \text{ дн, для } \lambda_0 = \frac{1}{14} = 0{,}071;$$

$$\overline{W} = \overline{W}_1 + \overline{W}_2 + \overline{W}_3 + \overline{W}_4 = 21{,}173 + 18{,}333 + 10{,}729 + 1{,}733 \approx 52 \text{ дн, для } \lambda_0 = \frac{1}{13} = 0{,}077;$$

$$\overline{W} = \overline{W}_1 + \overline{W}_2 + \overline{W}_3 + \overline{W}_4 = 24{,}155 + 21{,}154 + 12{,}360 + 1{,}998 \approx 60 \text{ дн, для } \lambda_0 = \frac{1}{12} = 0{,}083.$$

Таким образом, на основе применения модели СМО установлено, что на предприятии большее количество заявок поступает на отделочные работы, в связи с чем образуются очереди. Этим обусловлена необходимость введения второй бригады отделочников, вследствие чего параметры всей сети массового обслуживания значительно улучшились: время пребывания в сети сократилось в среднем на 88 дн., а среднее время ожидания — на 82 дн. Это способствует оптимальной загрузке бригады, что минимизирует ее простои (перегрузку) и ведет к существенному повышению производительности труда.

Следовательно, использование экономико-математического моделирования, где за основу взята организационная модель массового обслуживания в условиях ограниченности ресурсов, позволяет найти оптимальное решение и разработать методологические принципы моделирования и проектирования схем организационной структуры производственной системы с учетом организационно-технологических факторов.

Литература

1. Карпов, В. В. Математические модели задач строительного профиля и численные методы их исследования: учеб. пособие для вузов / В. В. Карпов, А. В. Коробейников. — 2-е изд., доп. и перераб. — М. : АСВ ; СПб. : СПбГАСУ, 1999. — 188 с.

2. Солдатенко, Л. В. Введение в математическое моделирование строительно-технологических задач : учеб. пособие / Л. В. Солдатенко. — Оренбург : ГОУ ОГУ, 2009. — 161 с.

3. Курочка, П. Н. Разработка моделей и механизмов организационно-технологического проектирования строительного производства : дис. ... канд. техн. наук : 05.23.08 / П. Н. Курочка. — Воронеж, 2004. — 353 с.

4. Курочка, П. Н. Моделирование задач организационно-технологического проектирования / П. Н. Курочка. — Воронеж : ВГАСУ, 2004. — 204 с.

5. Баркалов, С. А. Вариационное представление задачи календарного планирования строительного производства / С. А. Баркалов, П. Н. Курочка, В. Я. Мищенко // Изв. вузов. Строительство. — 1995. — № 12. — С. 69—74.

6. Курочка, П. Н. Механизм распределения ресурсов по рассредоточенным объектам строительства / П. Н. Курочка, А. М. Котенко, Ю. П. Лихотин // Изв. Тул. гос. ун-та. Сер.: Стр-во и архитектура. — 2004. — № 7. — С. 51—53.

7. Махнист, Л. П. Эконометрика и экономико-математические методы и модели: практикум / Л. П. Махнист, В. С. Рубанов, И. И. Гладкий, Г. В. Шамовская. — Брест : Изд-во БрГТУ, 2016. — 83 с.

Статья поступила в редколлегию: 18.05.2021