УДК 517.925.6

И.В. Пархомович

О [illegible] разрешимости одной краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения.

Методом последовательного сужения и расширения оператора на конечное число измерений [1] для интегро-дифференциального оператора

$$
Au: \begin{cases} u''(x) + p_1(x)u'(x) + p_2(x)u(x) + \int_a^b K(x,y)u''(y)dy \\ a_{10}u(a) + a_{11}u'(a) + b_{10}u(b) + b_{11}u'(b) + \int_a^b x^2u''(x)dx = 0 \quad (1) \\ a_{20}u(a) + a_{21}u'(a) + b_{20}u(b) + b_{21}u'(b) + \int_a^b x^2u''(x)dx = 0 \end{cases}
$$

коэффициенты $p_1(x)$, $p_2(x)$ и ядро $K(x,y)$ которого с интегрируемым квадратом, с определитель

$$
\Delta = \begin{vmatrix} a_{10} & a_{11} & b_{10} & b_{11} \\ a_{20} & a_{21} & b_{20} & b_{21} \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -a & -1 & b \end{vmatrix} \neq 0 \qquad (2)
$$

строится S-сопряженный оператор, с помощью которого доказывается

Теорема. Пусть в краевой задаче $Au=f$, где $A(1)$:

а) решения отыскиваются на линеале $L_2^2\,[a,b]$

б) коэффициенты и ядро ограничены

$$|p_1(x)|\leqslant N_1; \quad |p_2(x)|\leqslant N_2; \quad |K(x,y)|\leqslant M$$

в) краевые условия таковы, что $\Delta \neq 0$ (2)

г) $A = N_1 + (b-a)N_2$; $\quad B = M + \alpha_1N_1 + \alpha_2N_2$

$$\alpha_1 = \left|\frac{A_{34}}{\Delta}\right| + \left|\frac{A_{44}}{\Delta}\right|c$$

$$\alpha_2 = \left|\frac{A_{33}}{\Delta}\right| + \left|\frac{A_{34}}{\Delta}\right|(b-a) + \left|\frac{A_{43}}{\Delta}\right|c + \left|\frac{A_{44}}{\Delta}\right|c(b-a)$$

A_{ik} - алгебраические дополнения Δ (2)

$c = \max\{|a|,|b|\}$.

Тогда если $B(1+A(b-a)e^{A(b-a)})(b-a) < 1$, то краевая задача $Au=f$ разрешима при любых правых частях $f(x)$ $L_2[a,b]$.

Литература

1. Ю.К. Ландо. Краевые задачи для и.-д. уравнений. Докторская диссертация. Минск, 1969.