

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕСТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ФРАГМЕНТА СЕТЧАТОГО КУПОЛА ПРИ ДЕЙСТВИИ УЗЛОВОЙ НАГРУЗКИ¹

Драган В. И., Глушко К. К.

Введение. Для изучения действительного напряжённо-деформированного состояния сетчатого купола был проведён физический эксперимент. Для этой цели был изготовлен фрагмент двухъярусного однослойного сетчатого сферического купола, стержневая сеть которого построена по системе Кайвитта. Построение сети такого типа описано в работах [1, 2, 3], отношение высоты к диаметру основания составило $f/D=0.022$. Материал стержней купола – сталь 20, физический предел текучести определён по результатам испытаний образцов, вырезанных из труб стержней купола, составил 300,0 Мпа. На рисунке 1 изображена проекционная сеть и размеры сетчатого купола.

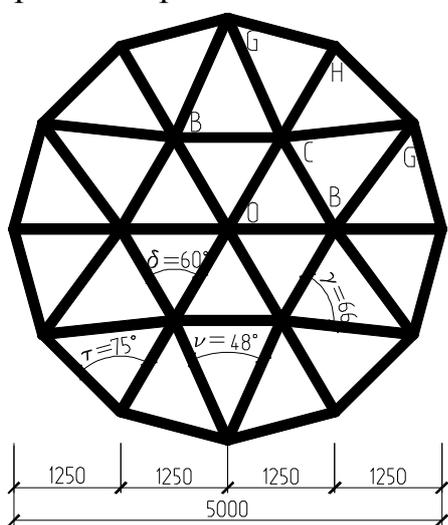


Рисунок 1 Размеры проекционной сети двухъярусного фрагмента сетчатого купола

Узловой элемент представлял собой стальной полый шар с внешним диаметром 160 мм, толщиной стенки 10 мм, сталь узлового элемента 09Г2С, крепление стержней к узловому элементу выполнено при помощи стальных фасонки с размером поперечного сечения 90x10 мм. Сварные соединения стержней и узла выполнены равнопрочными на растяжение-сжатие и изгиб в радиальной плоскости.

Экспериментальные исследования напряжённо-деформированного состояния фрагмента сетчатого купола проводились в три этапа. На первом этапе измерялись вертикальные перемещения узлов и деформации крайних волокон на концах стержней от действия внешней нагрузки, приложенной в центральный узел фрагмента. В ходе второй стадии внешняя нагрузка одного значения прикладывалась в шесть узлов типа С (В) фрагмента без приложения нагрузки в центральный узел. На этом же этапе измерялись вертикальные перемещения узлов фрагмента и деформации крайних волокон торцевых сечений стержней. В ходе третьего этапа экспериментальных исследований прикладывалась внешняя нагрузка на узел О и узлы типа С (В) фрагмента. В ходе испытаний измерялись деформации на крайних волокнах на каждом из концов стержней.

¹ Эта статья является продолжением работ «ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ И ПОПЕРЕЧНЫХ СИЛ В РАДИАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ В СТЕРЖНЯХ СЕТЧАТОГО КУПОЛА» и «ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ СИЛ В СТЕРЖНЯХ И КРИТИЧЕСКИХ НАГРУЗОК ВЫЗЫВАЮЩИХ МЕСТНУЮ ПОТЕРЮ УСТОЙЧИВОСТИ СЕТЧАТОГО КУПОЛА»

Измерение вертикальных перемещений производилось в узле O , в узлах типа $C(B)$, в опорных узлах при помощи прогибомеров 6ПАО с ценой деления 0,01мм. Деформации крайних волокон стержней измерялись при помощи тензорезисторов 2ПКП-20-200В с длиной базы 20мм, сопротивлением $R=199,4 - 200,0$ Ом, коэффициентом тензочувствительности $k=2,11$. Поверхность труб в местах установки тензорезисторов очищалась от краски и обезжиривалась, после чего приклеивался тензодатчик при помощи циакринового клея. Нагрузка на узловые элементы прикладывалась при помощи домкратов, величины усилий на конструкцию регистрировались при помощи динамометров ДОСМ 3-1 при приложении нагрузки в узлы типа $C(B)$, ДОСМ 3-3 и ДОСМ 3-1 при приложении нагрузки в узел O и узлы O и $C(B)$ одновременно. Приложение внешних нагрузок производилось пошагово. Шаг нагружения по мере увеличения нагрузки уменьшался.

Общий вид фрагмента сетчатого купола, подготовленного к испытаниям, представлен на рисунке 2.



Рисунок 2 – Общий вид двухъярусного фрагмента сетчатого купола

Общая часть. Описанный фрагмент диаметром 5,0 м рассматривается отдельно от целой конструкции купола более чем в 5 раз превышающей диаметр фрагмента, то необходимо учесть его действительное напряжённо-деформированное состояние. Необходимо определить жёсткости упругих заделок в точках H и G и влияния растяжения опорного кольцевого ряда стержней на величины продольных деформаций остальных стержней. Поскольку стержни типа GH (см. рис. 1) не получают вертикальных смещений торцов, то следует рассмотреть равновесие моментов в узле H , возникающих от поворота сечений стержней вблизи этого узла.

Здесь участвуют следующие величины: $4iq_H \cos t$ - момент в стержне GH в точке H , вызванный поворотом опоры H в плоскости OCH , $q_H \cos t$ - угол поворота опоры H в направлении стержня GH , r_H - величина моментной податливости заделки, $2iq_H \cos t$ - момент в стержне GH в точке H , вызванный поворотом опоры G в плоскости GOG , R_H - жёсткость упругой заделки стержня CH в точке H . Точно так же можно вычислить и величину жёсткости упругой заделки стержня CG в направлении CG , принимая, что углы поворота заделок в плоскостях OCH и GOG равны в силу симметрии рассматриваемой задачи. Отсюда следует, что $M_H^{CH} = 2M_G^{CG} \cos 0.5n$. Выражение для определения величины упругости заделки G в направлении CG можно записать в следующем виде:

$$M_H^{CH} = (4iq_H \cos t - 2iq_H \cos t)2i \cos t = 4iq_H \cos^2 t; R_H = \frac{iq_H}{M_H^{CH}} = \frac{1}{4 \cos^2 t} \quad (1)$$

Здесь участвуют следующие величины: $4iq_H \cos t$ - момент в стержне GH в точке H , вызванный поворотом опоры H в плоскости OCH , $q_H \cos t$ - угол поворота опоры H в направлении стержня GH , r_H - величина моментной податливости заделки, $2iq_H \cos t$ - момент в стержне GH в точке H , вызванный поворотом опоры G в плоскости GOG , R_H - жёсткость упругой заделки стержня CH в точке H . Точно так же можно вычислить и величину жёсткости упругой заделки стержня CG в направлении CG , принимая, что углы поворота заделок в плоскостях OCH и GOG равны в силу симметрии рассматриваемой задачи. Отсюда следует, что $M_H^{CH} = 2M_G^{CG} \cos 0.5n$. Выражение для определения величины упругости заделки G в направлении CG можно записать в следующем виде:

$$R_G = \frac{iq_G}{M_G^{CG}} = \frac{\cos 0.5n}{2 \cos^2 t} \quad (2)$$

Подставляя в обе формулы величины углов между стержнями, можно определить обе величины жёсткости заделок: $R_H = 3.73 \frac{\kappa H_M}{\kappa H_M} \text{ рад}$; $R_G = 6.83 \frac{\kappa H_M}{\kappa H_M} \text{ рад}$. В формулах, изложенных в теоретической части, для определения изгибающих моментов в рассматриваемых стержнях присутствуют выражения $\frac{1+2R_i}{1+4R_i}$, $\frac{1+3R_i}{1+4R_i}$. Подставляя полученные значения жесткостей заделок можно сравнить с значениями, соответствующим шарнирному соединению стержней в узлах H и G :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{R_i \rightarrow \infty} \frac{1+2R_H}{1+4R_H} / \lim_{R_i \rightarrow \infty} \frac{1+2R_H}{1+4R_H} = 1.064 \\ \lim_{R_i \rightarrow \infty} \frac{1+2R_G}{1+4R_G} / \lim_{R_i \rightarrow \infty} \frac{1+2R_G}{1+4R_G} = 1.021 \\ \lim_{R_i \rightarrow \infty} \frac{1+3R_H}{1+4R_H} / \lim_{R_i \rightarrow \infty} \frac{1+3R_H}{1+4R_H} = 1.03 \\ \lim_{R_i \rightarrow \infty} \frac{1+3R_G}{1+4R_G} / \lim_{R_i \rightarrow \infty} \frac{1+3R_G}{1+4R_G} = 1.017 \end{array} \right. \quad (3)$$

Поскольку значения жесткостей заделок отличаются от шарнирных на величины от 1,7% до 6,4%, можно считать эти опоры шарнирными, поскольку погрешность измерения деформаций крайних волокон стержней превосходит каждое из этих значений.

Поскольку опорный кольцевой ряд стержней не нагружен внешними силами, можно оценить влияние его продольных деформаций на величины продольных деформаций всех остальных стержней. Величину относительной продольной деформации стержня CH можно записать в виде следующего выражения:

$$e_{CH} = 9b^2h \left(1 - \frac{1}{2}h \right) - \frac{a}{c} - \frac{b}{c} \quad (4)$$

Здесь приняты следующие обозначения: h - доля угла поворота хорды в процессе деформирования стержня CH к его начальному положению относительно горизонтальной плоскости, a - перемещение узла C , b - перемещение узла H . Перемещение узла H вызвано растяжением опорного кольцевого ряда стержней, учитывая, что поперечные силы в плоскости проекции отсутствуют в силу симметрии рассматриваемой задачи, можно утверждать, что выполняется следующее уравнение равновесия узла H :

$$N_{CH} = 2N_{GH} \cos t \Rightarrow e_{CH} = 2e_{GH} \cos t \quad (5)$$

Аналогично можно записать уравнение равновесия для узла G :

$$2N_{CG} \cos \frac{n}{2} = 2N_{GH} \cos t \Rightarrow e_{CG} = e_{GH} \frac{\cos t}{\cos \frac{n}{2}} \quad (6)$$

Остальные выражения для вычисления продольных деформаций других стержней останутся неизменными. Составляя уравнение равновесия в горизонтальной плоскости в точке C (B), можно вычислить величину продольной деформации стержня BC , которая входит в уравнения продольных деформаций всех остальных стержней.

$$\bar{e}_{BC} = 2 \cos d \cos \frac{n}{2} \frac{9h \left(1 - \frac{1}{2}h\right) \left(1 + \frac{\cos g}{\cos \frac{n}{2}}\right) - c \left(1 - \frac{1}{2}c\right) (1 + 4 \cos^2 t)}{4 \cos \frac{n}{2} \cos^2 d (1 + 4 \cos^2 t) + 2 \cos \frac{n}{2} + 4 \cos^2 t \cos \frac{n}{2} + \cos g} \quad (7)$$

Выражение для определения закона изменения продольных деформаций стержня CO (7) следует применять для подстановки в следующие формулы:

$$\bar{e}_{OC} = c(1 - 0.5c) + \frac{e_{BC}}{2 \cos d} \quad (8)$$

$$\bar{e}_{CH} = 9h(1 - 0.5h) - \frac{e_{BC}}{2 \cos d} \quad (9)$$

$$\bar{e}_{CG} = \frac{9h(1 - 0.5h)}{2 \cos 0.5u} - \frac{e_{BC}}{4 \cos 0.5u \cos d} \quad (10)$$

Законы изменения поперечных сил останутся неизменными и могут быть записаны в виде следующих уравнений:

$$\bar{Q}^{CO} = -12 \frac{c}{n} + 6 \frac{\Theta_C}{n} \quad (11)$$

$$\bar{Q}^{CH} = -9 \frac{h}{n} + 3 \frac{\Theta_C}{n} \quad (12)$$

$$\bar{Q}^{CG} = -9 \frac{h}{n} + 3 \frac{\Theta_C}{n} \cos g \quad (13)$$

Построение диаграмм деформирования стержневых многогранников следует начинать с отыскания величины параметра прогиба стержней второго яруса h , задаваясь параметром c . Выражение, связывающие оба параметра прогибов, можно представить в виде формулы:

$$\Omega = \frac{P_C}{P_O} = \frac{3(\bar{e}_{CH} + 2\bar{e}_{CG})(1-u) - \bar{e}_{CO}(1-c) + \bar{Q}_{CO} - \bar{Q}_{CH} - 2\bar{Q}_{CG}}{k(\bar{e}_{CO} - \bar{Q}_{CO})} \quad (14)$$

Результаты вычислений следует подставлять в выражение для нагрузки в узле O :

$$P_O = 6b^3 EA(\bar{e}_{CO} - \bar{Q}_{CO}) \quad (15)$$

На рисунке 3 изображена диаграмма деформирования верхнего центрального многогранника при приложении нагрузки в верхний центральный узел O . Перемещения на диаграмме соответствуют отношению разности вертикальных перемещений узлов O и C (B).

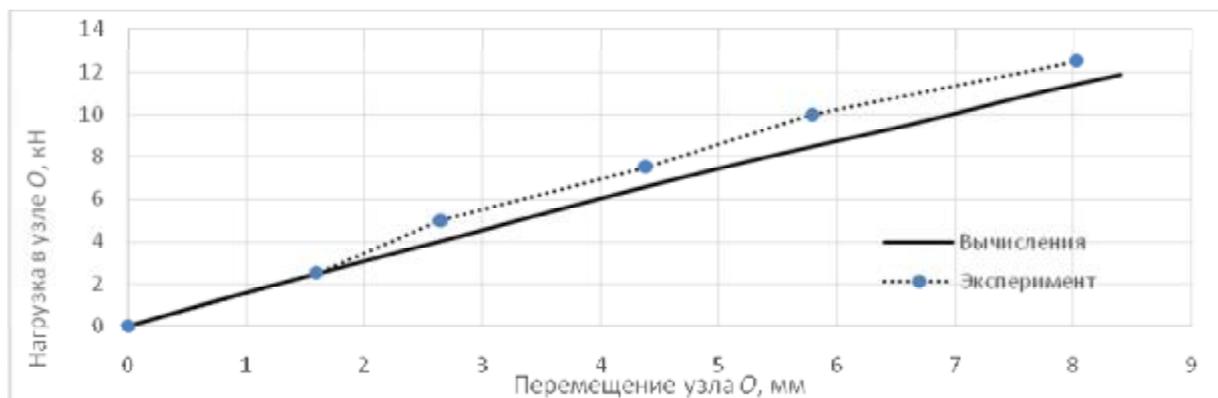


Рисунок 3 – Диаграммы перемещений узла O относительно узлов C

Максимальное значение нагрузки, приложенной в узел O , составило 12,5 кН. Дальнейшее нагружение было прекращено из-за возникновения напряжений на крайних волокнах стержней, близких к пределу текучести. Из представленных диаграмм можно сделать вывод, что центральный шестигранный фрагмент сетчатого купола при приложении сосредоточенной нагрузки в одном лишь центральном узле не может быть «прощёкнут» в упругой стадии, поскольку приращение напряжений на крайних волокнах стержня вблизи торцов возникает в значительной мере от действия изгибающих моментов в радиальной плоскости. Поскольку закон изменения поперечных сил, возникающих в стержнях также близок к линейному и их значения довольно значительны по сравнению с вертикальными проекциями продольных сил, то внешняя нагрузка также изменяется по закону, близкому к линейному. Геометрическая нелинейность поэтому проявляется в незначительной мере.

Также было рассмотрено деформирование фрагмента при приложении внешней нагрузки одного значения в 6 узлов типа C (B). Диаграмма «нагрузка-прогиб» для сетчатого купола при приложении нагрузки в узлы C при отсутствии нагрузки в узле O показана на рисунке 4.

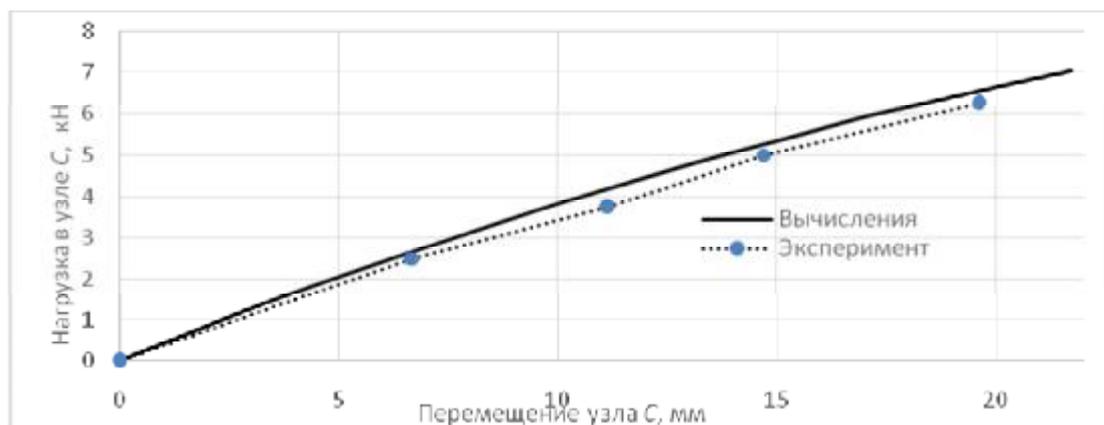


Рисунок 4 – Диаграммы перемещений узла C относительно опорных узлов при отсутствии нагрузки в узле O

В этом случае наблюдаются те же явления, что и в предыдущем. Изгибающие моменты вызывают наибольший прирост напряжений в торцевых сечениях стержней. Максимальное значение узловой нагрузки в каждый узел составило 6.25 кН. Следует отметить, что изгибающие моменты в торцевых сечениях стержней направлены в противоположную сторону, по сравнению с выше рассмотрен-

ным случаем. Очевидно, если нагрузку прикладывать в центральный узел и окружающие его шесть узлов совместно, то результирующие изгибающие моменты будут иметь меньшие значения, чем в каждом отдельном рассмотренном случае.

Было произведено нагружение купола внешней нагрузкой одинакового значения в узле O и шести узлах типа C (B). На рисунке 5 изображены диаграммы «нагрузка-прогиб» для центрального многогранника при действии узловой нагрузки одинакового значения в центральном и шести окружающих его узлах.

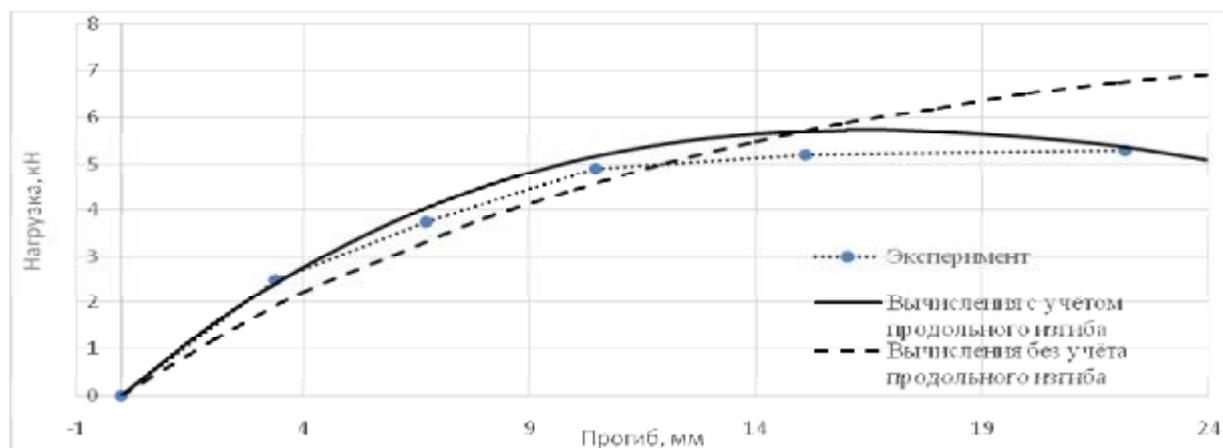


Рисунок 5 – Диаграммы перемещений узла O относительно узлов C

Нагружение осуществлялось с переменным шагом увеличения внешней нагрузки. Шаг нагружения уменьшался по мере приближения к критическому значению. При достижении величины внешней нагрузки близкой к критической, её значение было увеличено на 0.2 кН и усилия в каждом из домкратов оставались постоянными. При этом наблюдался процесс перехода верхнего стержневого многогранника из выпуклого состояния в вогнутое (при перемещениях более 10,69мм на экспериментальной диаграмме). При последующих нагружениях на 0.2 кН произошёл значительный рост деформаций, которые развивались вплоть до касания нижней траверсы центральным узлом, после чего испытания были прекращены. Скорость приращения прогибов при этом увеличивалась, что свидетельствует о нахождении рассматриваемого стержневого многогранника в положении безразличного равновесия. В этом случае проявилось начало наступления процесса потери устойчивости 2-го рода, приближение к неустойчивому состоянию исследуемого стержневого многогранника.

По виду представленных диаграмм можно сделать вывод, что процесс деформирования верхней шестигранной стержневой пирамиды происходил геометрически нелинейно. Это можно объяснить тем, что внешняя нагрузка в значительной мере была уравновешена проекциями продольных сил в стержнях, изменение которых в процессе деформирования не сопровождается линейной зависимостью от перемещений. При сравнении экспериментальной и вычисленной с учётом продольной изгиба диаграмм «нагрузка-прогиб» с диаграммой, вычисленной без учёта продольного изгиба стержней, можно заметить, что последняя диаграмма не имеет ниспадающей ветви, которая свидетельствует о переходе верхнего многогранника из устойчивого положения в неустойчивое. Имея такое решение исследуемой задачи, можно сделать ошибочный вывод о том, что происходит только лишь изменение формы многогранника, но не происходит потери устойчивости.

Наибольшая разница между экспериментальными значениями нагрузок и вычисленными, представленными на всех трёх сериях диаграмм, составила 14%. Вычисленное в последнем случае вертикальное перемещение узла O относительно узлов типа C (B), при котором должно было произойти явление потери устойчивости второго рода верхнего многогранника равен 16 мм. При проведении эксперимента потери устойчивости верхнего многогранника не удалось достичь, однако по виду экспериментальной диаграммы можно сделать вывод, что ниспадающая ветвь экспериментальной диаграммы «нагрузка-прогиб» хоть и отсутствует, но имеется почти горизонтальный участок экспериментальной диаграммы, который свидетельствует о достижении критической нагрузки. Дальнейшее деформирование стержней верхней пирамиды происходило с ростом пластических деформаций на крайних волокнах торцевых сечений, расположенных вблизи центрального узла.

Вместе с тем весь процесс деформирования предложенная математическая модель описывает с хорошей точностью. Максимальное вертикальное перемещение верхнего узла составило 22 мм, что превышает стрелу подъёма верхнего стержневого многогранника, которая равна 20 мм. В связи с этим можно судить о том, что верхний многогранник был «прощёлкнут» практически без приращения внешней нагрузки.

После снятия внешней нагрузки конструкция вернулась практически в исходное состояние. Остаточные вертикальные деформации составили 2 мм в центральном узле и составляет 1,82%. Возврат в первоначальное положение можно объяснить несовершенствами формы фрагмента сетчатого купола и погрешностями, возникшими при приложении внешней нагрузки.

Выводы. При приложении внешней нагрузки на жёстко-узловой сетчатый купол в одном лишь верхнем узле местная потеря устойчивости не может возникнуть в упругой стадии работы материала стержней. «Прощёлкивание» верхней стержневой пирамиды может наступить только после достижения пластических деформаций в стержнях.

Предложенная математическая модель с удовлетворительной точностью описывает геометрически нелинейный процесс деформирования стержневых многогранников в двух верхних поясах сетчатого купола.

В том случае, если не учитывать явление продольного изгиба в стержнях, т.е. поворот поперечных сечений, возникающий при действии продольной силы, можно сделать ошибочный вывод о том, что потеря устойчивости 2-го рода невозможна при действии внешней нагрузки одного значения на узлы сетчатого купола, поскольку на диаграмме сопротивления конструкции (вычисленная) отсутствует ниспадающая ветвь, свидетельствующая о переходе системы в неустойчивое состояние.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Инженерные конструкции : учебное пособие : под ред. В. В. Ермолова.– М. : Высш. школа, 1991. – 408 с.
2. Журавлёв А. А. Пространственные деревянные конструкции : А. А. Журавлёв , Г. Б. Вержбовский, Н. Н. Ерёменко. – Ростов-на-Дону. :РГСУ, 2003. – 518 с.
3. Металлические конструкции : учебное пособие : в 3 т. / В. В. Горев [и др.]. – 3-е изд., стер. – М. : Высш. школа, 2004. – Т. 2 : Конструкции зданий. – 528 с.