Чичурин А.В., Швычкина Е.Н.
ВНУ имени Леси Украинки, г.Луцк; КУЛ, г. Люблин, БрГУ, г. Брест
achichurin@gmail.com

Компьютерное моделирование построения решений с заданными предельными свойствами у систем дифференциальных уравнений третьего порядка

А.В. Чичурин, Е.Н. Швычкина

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений вида

$$\frac{dx_i}{dz} = \frac{\sum_{\tau_1,\tau_2,\tau_3=0}^{p_{i1},p_{i2},p_{i3}} P_{\tau_1,\tau_2,\tau_3} {x_1}^{\tau_1} {x_2}^{\tau_2} {x_3}^{\tau_3}}{\sum_{\tau_1,\tau_2,\tau_3=0}^{q_{i1},q_{i2},q_{i3}} Q_{\tau_1,\tau_2,\tau_3} {x_1}^{\tau_1} {x_2}^{\tau_2} {x_3}^{\tau_3}} \ (i = 1, 2, 3), \tag{1}$$

где $x_1(z), x_2(z), x_3(z)$ – искомые функции, z– независимая комплекснозначная переменная; p_{ik}, q_{ik} $(i, k = 1, 2, 3)$– целые неотрицательные числа, причем $p_{i1} + p_{i2} + p_{i3} = p^{(i)}$, $q_{i1} + q_{i2} + q_{i3} = q^{(i)}$.

Для системы (1) ищутся решения, обладающие бесконечными предельными свойствами

$$x_i \to \infty \ (i = 1, 2, 3) \ \text{ при } \ z \to z_0, \tag{2}$$

$$x_i \to \infty \ (i = 1, 2), \ x_3 \to x_{30} \ \text{ при } \ z \to z_0, \tag{3}$$

$$x_1 \to \infty, \ x_2 \to x_{20}, \ \ x_3 \to x_{30} \ \text{ при } \ z \to z_0. \tag{4}$$

При решении задачи об отыскании решений систем (1), удовлетворяющих одному из условий (2)-(4) используется метод, изложенный в работе [1], который включает в себя редукцию к системе Брио и Буке. На основе этого метода строится ряд модулей [2], аналогичных приведенным в работе [3], в кодах системы *Mathematica*. Используя построенные модули удается найти решение задач (1), (2)-(4) в виде сходящихся степенных рядов и сделать его визуализацию. Приведены модельные примеры, для которых установлен в окрестности точки z_0 характер решения (голоморфность, простой полюс или критическая точка) в зависимости от параметра, возникающего при решении системы Брио и Буке. Например, для системы

$$x_1' = \frac{x_1^3}{x_1 + x_2}, \ x_2' = \frac{x_1^3 - x_1^2 - \frac{1}{2}x_1^2 x_2}{x_1 + x_3}, \ x_3' = \frac{x_1^3 x_2 x_3 - \frac{1}{2}x_1^4 x_3}{x_1^3 + x_1 x_2^2 - x_3}$$

решение, обладающее свойством (2) имеет вид $(\tau \equiv z - z_0)$

$$x_1 = -\frac{4}{\sqrt{22\tau + 121} - 11}, \ x_2 = \frac{44 - 16\sqrt{22\tau + 121}}{11(\sqrt{22\tau + 121} - 11)}, \ x_3 = \frac{264 - 4\sqrt{22\tau + 121}}{33(\sqrt{22\tau + 121} - 11)}.$$

1. *Чичурин А.В.* О решениях с заданными предельными свойствами у частных классов нормальных дифференциальных систем с рациональными правыми частями // Вестник Белорус. ун-та, Сер. 1, Физ. Мат. Мех., – 1992. – № 2. – С. 62-66.
2. *Trott M.* The Mathematica GuideBook for Symbolics. Springer Science+Business Media, Inc., New York – 2006. – 1453 p.
3. *Чичурин А.В.* Решение системы Шази и интегирование дифференциального уравнения Шази с шестью постоянными полюсами с помощью системы Mathematica // Веснік Брэсцкага дзяржаўнага універсітэта. Серыя 4. Фізіка. Матэматыка. – 2010. – № 2, С.134-141.