

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ УРОВНЕЙ ВОДЫ НА ПРИМЕРЕ ОЗЕРА БАЛКАШ

А.А. Волчек*, **С.И. Парфомук****

*Полесский аграрно-экологический институт НАН Беларуси, Брестский государственный технический университет, Брест, Беларусь, *volchak@tut.by*

**Брестский государственный технический университет, Брест, Беларусь

Средние годовые значения уровней воды в озере Балкаш с 1879 по 2010 гг. разложены на 3 составляющие: полиномиальную регрессию 7-го порядка, периодическую составляющую синусоидального характера и остаточную последовательность независимых случайных величин. С их применением проведено моделирование траектории колебаний уровня озера Балкаш. Смоделированная траектория длиной 200 значений продемонстрировала низкую вероятность снижения уровня воды в озере ниже 341 м над уровнем моря, равную 1.5 %.

Введение

Особенностью природных водных ресурсов в современных условиях является то, что вода участвует не только в естественном, но и в антропогенном круговороте, а это может оказать существенное влияние на установившееся в природной среде экологическое равновесие [8].

В настоящее время Казахстан начинает испытывать нехватку водных ресурсов и по прогнозам к 2040 году может столкнуться с существенным дефицитом водных ресурсов в объеме 50% от потребности. Как было отмечено в Государственной программе управления водными ресурсами Казахстана на 2014-2020 гг., крайне важно укреплять принципы и практики интегрированного управления водными ресурсами [5].

Балкаш-Алакольский бассейн (рисунок 1) является одним из крупнейших озерных экосистем планеты и представляет собой уникальный природный комплекс, по площади превышающий размеры многих государств [13]. В бассейне проживает пятая часть населения Казахстана, половину которой составляют сельские жители. Бассейн занимает обширную территорию на юго-востоке Казахстана и Китая, его площадь составляет 450 тыс. км². В казахстанскую часть Балкашского бассейна попадает территория Алматинской области, Мобинкумского, Кордайского и Шуского районов Жамбылской области, Актогайского, Шетского и Каркаралинского районов, городов Приозерск, Балкаш Карагандинской области, Урджарского, Аягоского районов Восточно-Казахстанской области, а также северо-западная часть Синьцзян-Уйгурского автономного района Китая. В бассейне расположен крупный мегаполис – город Алматы. Озеро Балкаш является третьим по величине в Казахстане бессточным водоемом. Котловина озера вытянута и расчленена. Сужением котловины и подводным порогом озеро делится на Западную и Восточную части, соединенные узким проливом Узунарал (шириной до 1970 г. около 12 км, а в настоящее время – около 3,5-4 км). В Западном Балкаше вода слабо солоноватая, а в восточной части – соленая, с высоким уровнем минерализации [3].

Основным потребителем водных ресурсов в Казахстане, как и в других странах Центрально-Азиатского региона, является орошение, на долю которого приходится свыше 90% всего потенциала поверхностного стока. На орошаемых землях широко распространен ручной способ полива воды по полосам и бороздам, не всегда соблюдаются севообороты, нормы и режим поливов. Особенно велик водозабор на выращивание риса. Например, на Акдалинском орошаемом массиве фактический водозабор достигал в среднем 70 тыс. м³/га. Применение прогрессивных методов полива (дождевание, капельное и почвенное орошение) затрудняется неправильной формой и мелкоконтурностью участков, плохой спланированностью поверхности [9].



Рисунок 1 – Балкаш-Алакольский бассейн

При этом главными факторами негативного воздействия на водные ресурсы являются нерациональное использование воды, а также загрязнение и разрушение экосистем бассейна. Для решения проблем необходимо совершенствовать систему управления водными ресурсами и принимать совместные решения по оптимизации водопользования в регионе. Помимо этого, в мировой практике особенно остро ставятся вопросы о трансграничном переносе загрязняющих веществ по речным системам, как в свете оценки роли отдельных регионов и водопользователей в загрязнении трансграничных рек, так и в смысле общих вопросов урегулирования межгосударственных интересов и проблем в области использования и охраны поверхностных вод [4].

В настоящее время основными проблемами двухсторонних отношений Республики Казахстан и Китайской Народной Республики в плане совместного использования водных ресурсов является вопрос увеличения водозаборов на территории КНР из трансграничных рек Или и Иртыша [12]. Река Или является крупнейшей водной артерией озера Балкаш и обеспечивает около 80% притока свежих речных вод, благодаря чему уровень озера находился в экологически устойчивом состоянии и предотвращал процессы опустынивания в этом регионе Центральной Азии. Однако дальнейший, постоянно увеличивающийся водозабор китайской стороной и ухудшение качества воды в реке может привести к экологической катастрофе в Балкаш-Алакольском бассейне. В связи с этим вопросы, связанные с рациональным использованием земельных и водных ресурсов, защиты подземных и поверхностных вод от истощения и загрязнения являются весьма актуальными [2].

Целью настоящей работы является моделирование возможных колебаний средних годовых уровней воды озера Балкаш.

Методика и объекты исследования

Если рассматривать колебания уровня озера в плоскости (приращение уровня), то исключается явная зависимость колебаний уровня от времени, т. к. исходные данные на плоскости представляются множеством точек [6]. Для этого множества точек можно построить выборочную регрессию, показывающую меру разброса экспериментальных точек вокруг некоторой функции $g(x)$, называемой регрессией. Чаще всего мера разброса для непрерывной на заданном отрезке функции $g(x)$ определяется формулой

$$Q(g) = \sum_{j=1}^n (y_j - g(x_j))^2, \quad (1)$$

где y_j – ордината; x_j – абсцисса экспериментальных наблюдений.

Теорема Вейерштрасса гласит, что любая непрерывная на конечном отрезке функция может быть приближена алгебраическим полиномом с любой заданной точностью, поэтому ее можно применять для анализа колебаний уровня воды с применением параметрической модели вида [6]:

$$\Delta H = \Phi(H) + \gamma(t), \quad (2)$$

где H – уровень водоема; ΔH – его приращения; $\gamma(t)$ – случайная возмущающая сила; $\Phi(H)$ – алгебраический полином, называемый автономной (не зависящей от времени) регрессией.

В автономное уравнение или систему автономных уравнений явно не входит независимая переменная (время), что означает, что закон изменения неизвестных функций, описываемых автономным уравнением или системой автономных уравнений, не меняется с течением времени [10]. Поэтому, полученное решение этого уравнения дает возможность проводить моделирование уровня воды за пределами рассматриваемого отрезка времени.

Для проведения расчетов и последующего моделирования исходные данные наблюдений нормируются с помощью преобразования:

$$Z(t) = \frac{2H(t) - H_{\max} - H_{\min}}{H_{\max} - H_{\min}}, \quad (3)$$

где $Z(t)$ – нормированная величина уровня водоема; $H(t)$ – исходный уровень в момент времени $t = 1, \dots, N$; $H_{\max} = \max_{1 \leq t \leq N} H(t)$ – максимальный уровень; $H_{\min} = \min_{1 \leq t \leq N} H(t)$ – минимальный уровень водоема.

Метод построения параметрической регрессии основан на использовании следующей линейной относительно параметров дифференциально-разностной модели [1]:

$$Z(t+1) - Z(t) = \Phi(Z(t)) + \gamma^{(k)}(t), \quad (4)$$

где $\gamma^{(k)}(t)$ – остаточная последовательность модели регрессии порядка k , а $\Phi(Z(t))$ определяется из соотношения:

$$\Phi(Z(t)) = \sum_{i=0}^k a_i Z^i(t).$$

Будем предполагать, что эта последовательность имеет постоянное математическое ожидание и дисперсию, а ее значения некоррелированы. Оценки параметров a_i определяются из условия минимума функции Q методом наименьших квадратов:

$$Q(a_0, a_1, \dots, a_k) = \sum_{t=1}^{N-1} \left[Z(t+1) - Z(t) - \sum_{i=0}^k a_i Z^i(t) \right]^2, \quad (5)$$

где k – степень полинома; N – число статистических данных наблюдений.

Функция $Q(a_0, a_1, \dots, a_k)$ достигает минимума в точках, где производные по соответствующим переменным обращаются в ноль. Полученные уравнения являются линейными относительно параметров и решаются обычным способом. Степень полинома

k выбирается при условии стабилизации суммы квадратов остаточной последовательности.

При решении уравнения $\Phi(Z(t)) = 0$ получают равновесные положения уровня для нормированных данных, а соответствующие им равновесные абсолютные положения уровня при рассмотрении производной в полученных точках означают устойчивое (знак “-”) или неустойчивое (знак “+”) состояние [10]. Для наглядности движения идеальной точки под действием случайной вынуждающей силы рассматривают потенциал

$$U(H) = -\int \Phi(H) dH. \quad (7)$$

Минимумы потенциала соответствуют устойчивым состояниям равновесия, а максимумы – неустойчивым.

Для моделирования траектории исследуется остаточная последовательность. Если исследуемая функция $Y(t)$ есть сумма периодической функции $f_p(t)$ с периодом P_0 и шума $\varepsilon(t)$, то при наложении отрезков ряда Y_k длиной P_0 друг на друга выявляется вид периодической функции $f_p(t)$. Для этого необходимо свернуть временной ряд с периодом P_0 и рассмотреть фазовую диаграмму этого периода. Фазовая диаграмма представляет собой зависимость Y_k от X_k , где абсцисса X_k определяется следующим выражением [11]:

$$X_k = fr\left(\frac{t_k - t_*}{P_0}\right), k = 1, \dots, N, \quad (8)$$

где $fr(z)$ – дробная часть числа z ; t_k – моменты времени наблюдений; t_* – произвольно выбранный момент времени.

Результаты и их обсуждение

В основу исследования положены материалы наблюдений за средними годовыми значениями уровней воды в озере Балкаш с 1879 по 2010 гг. Для проведения анализа имеющегося ряда данных наблюдений построен график колебаний уровня воды озера Балкаш на исследуемом интервале на высоте 340 м над уровнем моря, изображенный на рисунке 2.

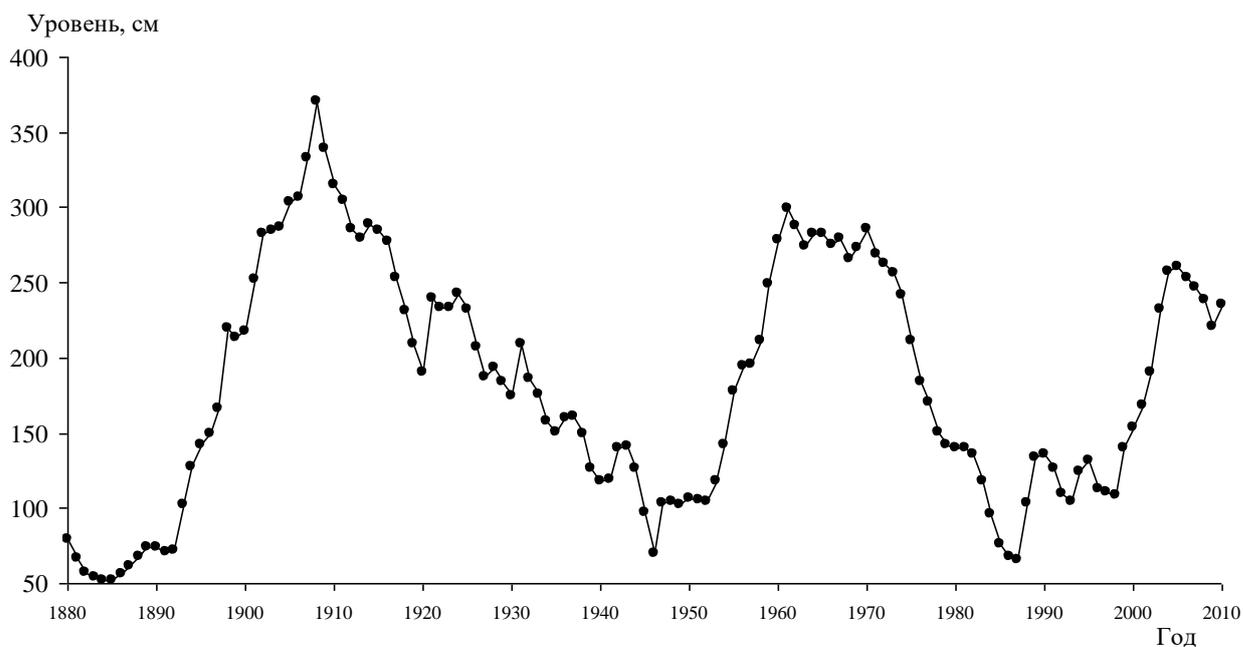


Рисунок 2 – Колебания уровня озера Балкаш, 1879–2010 гг.

Для моделирования колебаний уровня во избежание ошибок при округлении в вычисления исходные данные были нормированы с помощью преобразования (3). При использовании для нормированных данных модели (4)–(5) были рассчитаны суммы квадратов остаточной последовательности $\gamma^{(k)}(t)$ для степени полинома k , равной числам от 3 до 9 включительно. Полученные результаты свидетельствуют о стабилизации остаточной суммы квадратов нормированных данных при $k = 7$, поэтому дальнейшего увеличения порядка регрессии не требуется (рисунок 3).

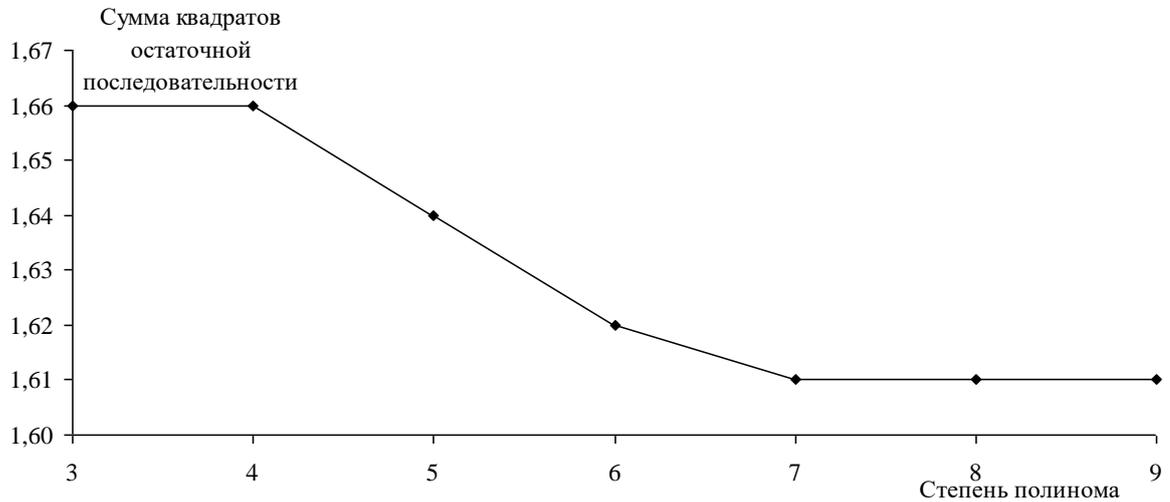


Рисунок 3 – Зависимость суммы квадратов остаточной последовательности от степени полинома

Далее методом наименьших квадратов была рассчитана функция $\Phi(Z(t))$, описывающая колебания нормированных данных наблюдений и представленная в виде полиномиальной регрессии 7-й степени:

$$\Phi(Z(t)) = 0.6751Z^7(t) - 0.6185Z^6(t) - 1.5607Z^5(t) + 0.6909Z^4(t) + 0.9412Z^3(t) - 0.1869Z^2(t) - 0.1588Z(t) + 0.0147. \quad (9)$$

Равновесные положения уровня являются корнями уравнения $\Phi(Z(t)) = 0$ и принимают для нормированных данных значения $Z_1 = 0.088$, $Z_2 = 0.522$, что соответствует двум значениям уровня $H_1 = 225.461$ см, $H_2 = 294.806$ см, являющихся положениями равновесия (рисунок 4).

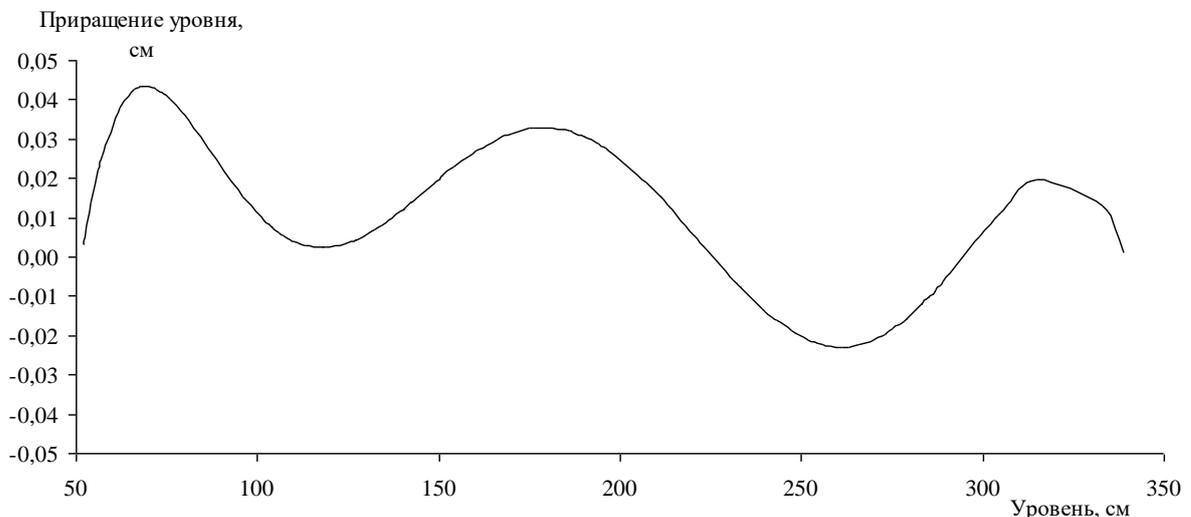


Рисунок 4 – Полиномиальная регрессия 7-го порядка в абсолютном масштабе

Используя выражение (7), исследован потенциал уровня озера Балкаш (рисунок 5). Точки экстремумов потенциала совпадают с корнями уравнения $\Phi(Z(t))=0$. При этом для озера Балкаш характерно наличие одного минимума $H_1 = 225.461$ см (устойчивое состояние равновесия) и одного максимума $H_2 = 294.806$ см (неустойчивый уровень).

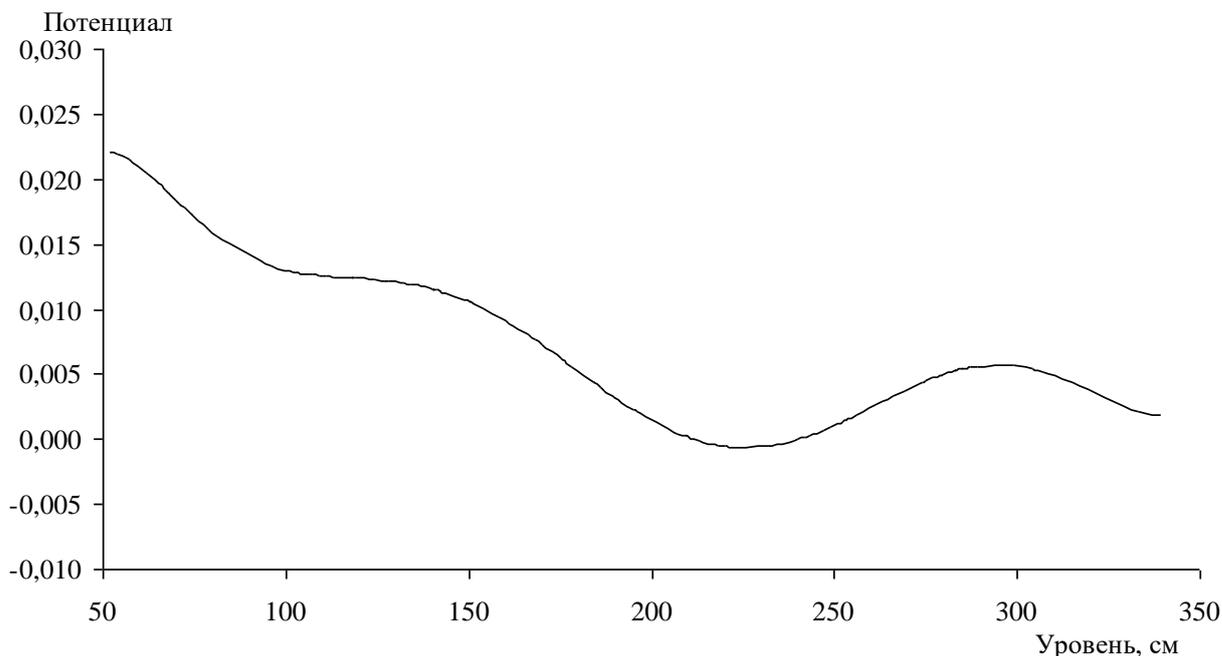


Рисунок 5 – Потенциал регрессии 7-го порядка

Для моделирования траектории колебаний уровня была исследована остаточная последовательность. Период P_0 остаточной последовательности определен с применением спектрально-временного анализа, в основу которого положено вычисление спектров вариации на скользящих временных отрезках [7]. Для уровня озера Балкаш выявлен 2-летний цикл, что положено в основу построения фазовой диаграммы на основании соотношения (8), изображенной на рисунке 6.

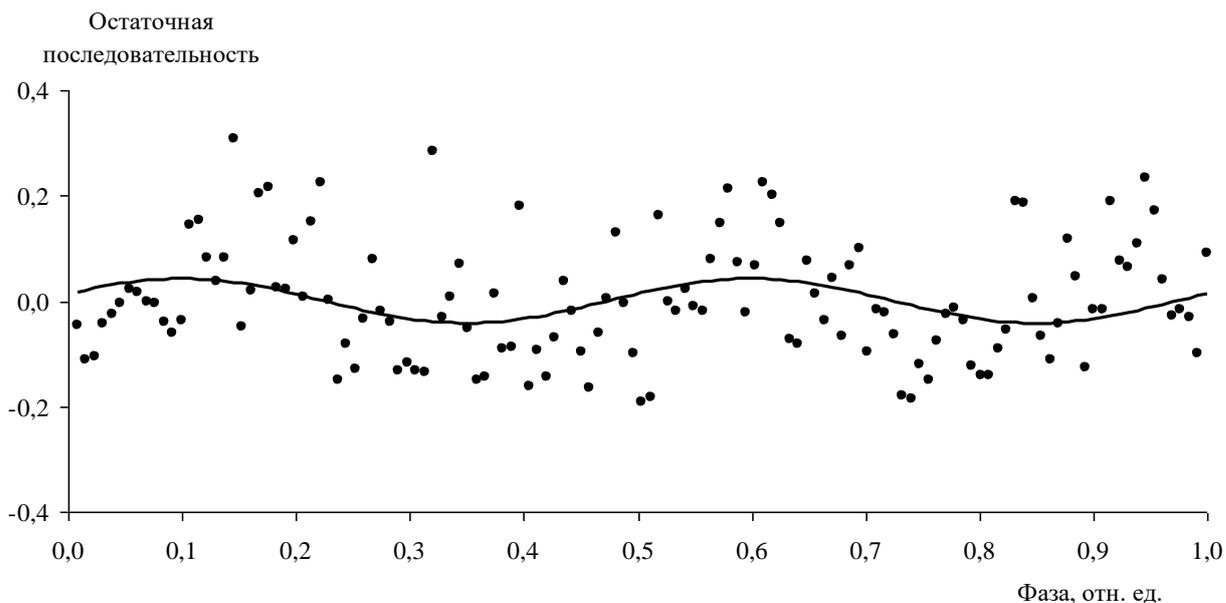


Рисунок 6 – Фазовая диаграмма остаточной последовательности

Предположим, что фазовая диаграмма остаточной последовательности имеет характерную для сезонных колебаний синусоидальную форму, тогда ее можно представить следующим образом:

$$\gamma^{(7)}(t) = A_0 + A_1 \sin 4\pi t + A_2 \cos 4\pi t + \varepsilon(t), \quad t = 1, 2, \dots, N, \quad (10)$$

где $\varepsilon(t)$ – последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин.

Значения неизвестных параметров выражения (10) получены методом наименьших квадратов и имеют следующие значения: $A_0 = 0$, $A_1 = 0.04010$, $A_2 = 0.01327$. После удаления из остаточной последовательности периодической составляющей рассчитаны параметры последовательности $\varepsilon(t)$, имеющие следующие значения: математическое ожидание $M_k = 0$ и стандартное отклонение $\sqrt{D_k} = 0.1073$.

Для моделирования траектории колебаний уровня озера Балкаш выражение (9) преобразуется к следующему выражению:

$$Z(t+1) = 0.6751Z^7(t) - 0.6185Z^6(t) - 1.5607Z^5(t) + 0.6909Z^4(t) + 0.9412Z^3(t) - 0.1869Z^2(t) + 0.8412Z(t) + 0.0147 + A_0 + A_1 \sin 4\pi t + A_2 \cos 4\pi t + \varepsilon(t), \quad (11)$$

где $\varepsilon(t)$ – остаточная последовательность, имеющая нормальное распределение с параметрами $N(0; 0.1073)$.

На рисунке 7 представлена траектория, смоделированная с помощью автономного дифференциально-разностного уравнения и периодической составляющей. Траектория демонстрирует переходы от верхнего уровня к нижнему, резкие либо постепенные подъемы и падения. Такая траектория позволяет получить вероятностный прогноз методом математического моделирования – построения достаточно большого числа траекторий и расчета на их основе вероятностей достижения того или иного уровня.

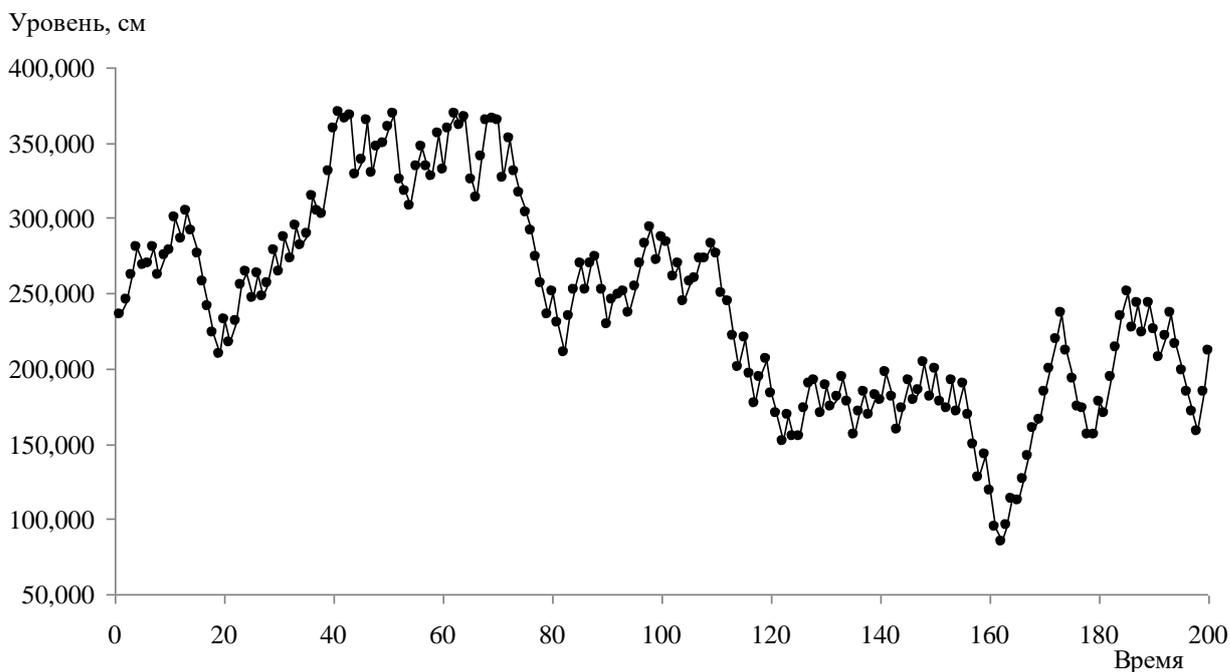


Рисунок 7 – Моделированная траектория колебаний уровня озера Балкаш

Моделирование по формуле (11) траектории длиной 200 значений показало, что ниже предела 100 см, что в абсолютном выражении соответствует 341 м над уровнем моря, выходят 3 значения или 1.5 %. Это позволяет говорить о том, что вероятность достижения минимального годового уровня озера Балкаш маловероятна.

Выводы

В результате проведенных исследований колебаний уровня озера Балкаш исходные данные разложены на 3 составляющие: полиномиальную регрессию, позволяющую определить не зависящий от времени закон траектории, периодическую составляющую синусоидального характера и остаточную последовательность независимых случайных величин. Моделирование траектории колебаний основано на детерминированной части, состоящей из регрессии 7-го порядка и периодической составляющей, а также случайной части, состоящей из независимых одинаково распределенных величин.

С применением предложенной модели можно моделировать траектории колебаний уровня озера Балкаш. Смоделированная траектория длиной 200 значений продемонстрировала низкую вероятность снижения уровня воды в озере ниже 341 м над уровнем моря, равную 1.5 %.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Айвазян, С. А. Прикладная статистика. Исследование зависимостей / С. А. Айвазян, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин. – М. : Финансы и статистика, 1985. – 487 с.
- 2 Проблемы загрязнения основных трансграничных рек Казахстана / М. Ж. Бурлибаев [и др.]. – Алматы : Изд. «Каганат», 2014. – Т.1. – 742 с.
- 3 Современное экологическое состояние экосистем Иле-Балкашского бассейна. Монография / Бурлибаев [и др.] ; под редакцией Бурлибаева М. Ж. – Алматы, 2009. – 100 с.
- 4 Джабасов, М. Х. Геолого-гидрогеологические условия Южно-Прибалхашской впадины в свете новых данных / М. Х. Джабасов, П. Ф. Карагодин, Г. Г. Ошлаков // Региональные гидрогеологические исследования в Казахстане. – Алма-Ата : Наука, 1971. – С.51–57.
- 5 Информационный бюллетень: Материалы 18-го заседания Балкаш-Алакольского Бассейнового Совета и тренингов по водосберегающим технологиям (25-26 июня, 2014 г., г. Алматы) / сост. Жакенова С. А., Хон О. В. – Алматы, 2014 – 114 с.
- 6 Кожевникова, И. А. Моделирование колебаний уровня озера Кинерет / И. А. Кожевникова, В. И. Швейкина // Водные ресурсы. – 2014. – Том 41, № 1. – С. 565–572.
- 7 Логинов, В. Ф. Спектрально-временной анализ уровня режима озер и колебаний расходов воды крупных рек Беларуси / В. Ф. Логинов, В. Ф. Иконников // Природопользование: сб. научн. тр. / Нац. акад. наук Беларуси, Ин-т проблем использования природ. ресурсов и экологии; под ред. И. И. Лиштвана, В. Ф. Логинова. – Минск, 2003. – Вып. 9. – С. 25–33.
- 8 Оганесян К. А. К проблеме использования трансграничных водных ресурсов / К. А. Оганесян, Г. А. Тадевосян // Вода: экология и технология: мат-лы VI Междунар. конгресса «ЭКВАТЭК-2004», Москва, 1–4 июня 2004 г., Ч.1. – М., 2004. – С. 52.
- 9 Бурлибаев, М. Ж. О проблемах использования и загрязнения поверхностных вод в экосистеме озера Балхаш / М. Ж. Бурлибаев // Современные проблемы геоэкологии и созологии: Доклады к междунар. науч.-практ. конф. – Алматы: Шартарап, 2001. – С. 308–311.
- 10 Понтрягин, Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л. С. Понтрягин. – М. : Наука, 1965. – 331 с.
- 11 Тербиж, В. Ю. Анализ временных рядов в астрофизике / В. Ю. Тербиж. – М. : Наука, 1992. – 389 с.
- 12 Трансграничные воды в Казахстане: наш ограниченный ресурс. ЭкоВести, № 2-3 (40-41), февраль 2005. – С. 2–5.
- 13 Турсунова, А. А. Водные ресурсы Иле-Балхашского бассейна с учетом международных принципов совместного использования / А. А. Турсунова, А. Б. Мырзахметов // Европейская наука XXI века: мат-лы междунар. научн. конф. – Пшемьсль, Польша, 2012, – С. 23–34.

MODELING WATER LEVEL FLUCTUATIONS ON THE EXAMPLE OF THE LAKE BALKASH Volchak A.A., Parfomuk S.I.

The average annual values of the water levels in the Balkhash Lake for the period 1879– 2010 are divided into 3 components: a polynomial regression of 7-th order, the periodic component of sinusoidal type and the residual sequence of independent random values. Their application is used for modeling fluctuations of the Balkhash Lake. Simulated trajectory with a length of 200 values showed a low probability (equal to 1.5 %) of lowering of the water level in the lake below 341 m above sea level.