

# **ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ КОНСТРУКЦИИ**

**основы теории, расчета  
и конструирования**

---

---

**ПОД РЕДАКЦИЕЙ**

**заслуженного деятеля науки РБ  
профессора, д.т.н. Пецольда Т.М.  
и профессора, д.т.н. Тура В.В.**

---

---

**Допущено Министерством образования Республики Беларусь  
в качестве учебного пособия для студентов специальности  
«Промышленное и гражданское строительство»  
высших учебных заведений**

**Издательство БГТУ 2003**

**УДК 624.012.3/.4**  
**ББК 38.53**  
**ПЗ1**

**Железобетонные конструкции. Основы теории, расчета и конструирования//**  
Учебное пособие для студентов строительных специальностей. Под ред. проф. Т.М. Пецоляда и проф. В.В. Тура.– Брест, БГТУ, 2003 – 380 с., с илл.

**Авторы:** Н.П. Блещик, Д.Д. Жуков, Д.Н. Лазовский, В.Г. Казачек, А.А. Кондратчик, Т.М. Пецоляд, Д.П. Подобед, Н.А. Рак, В.В. Тур, И.М. Шуберт.

**ISBN 985–6584–59–0**

В учебном пособии представлены основы теории сопротивления железобетонных конструкций действию усилий от внешних нагрузок, изложены методы их расчета и конструирования при различных видах напряженно-деформированного состояния. Рассмотрены основные положения и методы практической реализации деформационной модели для расчета сечений, принятой в качестве базовой в новых строительных нормах Республики Беларусь СНБ 5.03.01–02 «Бетонные и железобетонные конструкции».

Главы учебного пособия изложены в соответствии с содержанием учебной программы дисциплины «Железобетонные конструкции».

Учебное пособие предназначено для студентов строительных специальностей высших учебных заведений, аспирантов, инженеров-проектировщиков.

#### **Рецензенты:**

Заведующий кафедрой «Строительные конструкции, основания и фундаменты» Белорусского государственного университета транспорта, д.т.н., профессор *И.А. Кудрявцев*

Кафедра «Строительные конструкции, здания и сооружения» государственного учреждения высшего профессионального образования Белорусско-Российский Университет (заведующий кафедрой к.т.н., доцент *С.Д. Семенюк*)

**УДК 624.012.3/.4**  
**ББК 38.53**

**ISBN 985–6584–59–0**

© Т.М. Пецоляд 2003

© В.В. Тур 2003

Учреждение образования

© «Брестский государственный технический университет» 2003

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ПРЕДИСЛОВИЕ</b> .....	<b>8</b>
--------------------------	----------

<b>ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ, УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ, ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ</b> .....	<b>10</b>
--------------------------------------------------------------------------------	-----------

<b>1. ОСНОВЫ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА</b> .....	<b>19</b>
1.1. Сущность железобетона.....	19
1.2. Предварительно напряженные железобетонные конструкции.....	21
1.3. Технологические особенности изготовления железобетонных конструкций.....	23
1.3.1. Сборные конструкции.....	24
1.3.2. Монолитные конструкции.....	24
1.3.3. Сборно-монолитные конструкции.....	27

<b>2. ИСТОРИЧЕСКИЙ ОЧЕРК И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ</b> .....	<b>28</b>
2.1. Основные этапы развития железобетона.....	28
2.2. Перспективы развития бетонных и железобетонных конструкций.....	37

<b>3. ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ БЕТОННЫХ И ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ</b> .....	<b>40</b>
3.1. Общие требования, предъявляемые при проектировании железобетонных кон- струкций.....	40
3.2. Метод предельных состояний.....	40
3.2.1. Расчетные условия метода предельных состояний.....	40
3.2.2. Нормирование частных коэффициентов безопасности в методе предель- ных состояний.....	42
3.3. Идеализация железобетонных конструкций.....	44
3.4. Воздействия на железобетонные конструкции в методе предельных состояний.....	47
3.4.1. Классификация воздействий.....	47
3.4.2. Нормативные и расчетные значения воздействий.....	47
3.4.3. Расчетные комбинации (сочетания) воздействий.....	51
3.5. Нормативные и расчетные характеристики материалов в методе предельных со- стояний.....	55
3.6. Методы расчетов конструкций.....	58
3.7. Долговечность конструкций.....	63
3.7.1. Конструктивные требования для обеспечения долговечности железобе- тонных элементов. Защитный слой бетона.....	65

<b>4. ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА БЕТОНА</b> .....	<b>66</b>
4.1. Общие сведения о сопротивлении бетона.....	66
4.2. Диаграмма деформирования бетона как обобщенная характеристика его меха- нических свойств. Параметрические точки диаграммы деформирования.....	69
4.3. Прочностные характеристики бетона.....	75
4.4. Деформативность бетона.....	80
4.4.1. Объемные деформации бетона.....	80

4.4.1.1. Усадка и набухание.....	80
4.4.1.2. Температурные деформации бетона .....	84
4.4.2. Силовые деформации бетона .....	84
4.4.2.1. Деформации бетона при однократном кратковременном нагружении .....	85
4.4.2.2. Деформации бетона при длительном действии нагрузки. Ползучесть бетона .....	89
4.5. Диаграммы деформирования бетона при нелинейных расчетах конструкций .....	94
4.5.1. Нормативные и расчетные диаграммы деформирования бетона при сжатии .....	94
4.5.2. Диаграммы деформирования бетона при осевом растяжении .....	97
4.5.3. Трансформированные диаграммы деформирования бетона для расчета элементов с диагональными трещинами (плоское напряженное состояние «сжатие–растяжение»).....	97
4.6. Бетоны нового поколения.....	99

## **5. АРМАТУРА ДЛЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ..... 103**

5.1. Требования, предъявляемые к арматуре .....	103
5.2. Механические свойства арматурных сталей .....	106
5.3. Классы арматуры, соответствующие им нормативные и расчетные сопротивления .....	107
5.3.1. Арматура для конструкций без предварительного напряжения.....	107
5.3.2. Арматура для предварительно напряженных конструкций.....	109
5.4. Деформативные характеристики арматуры .....	109
5.5. Совместная работа арматуры с бетоном .....	109

## **6. РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ДЕЙСТВИИ ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ И ПРОДОЛЬНЫХ СИЛ..... 115**

6.1. Экспериментально-теоретические основы сопротивления железобетонных элементов при действии изгибающих моментов и продольных сил .....	115
6.2. Классификация методов расчета железобетонных конструкций при действии изгибающих моментов и продольных сил .....	125
6.3. Общий метод расчета железобетонных конструкций при действии изгибающих моментов и продольных сил.....	128
6.4. Упрощенные деформационные методы расчета по прочности сечений железобетонных элементов при действии продольных усилий и изгибающих моментов.....	141
6.4.1. Предпосылки и допущения метода .....	141
6.4.2. Изгибаемые железобетонные элементы .....	145
6.4.2.1. Прямоугольное сечение с одиночным армированием .....	145
6.4.2.2. Прямоугольное сечение с двойным армированием.....	155
6.4.2.3. Тавровые и двутавровые сечения.....	160
6.4.3. Сжатые железобетонные элементы.....	165
6.4.3.1. Внецентренно сжатые элементы .....	165
6.4.3.2. Учет влияния продольного изгиба при расчете внецентренно сжатых элементов по прочности .....	176
6.4.4. Сжатые бетонные элементы.....	190
6.4.5. Растянутые элементы.....	193
6.4.5.1. Центральные растянутые элементы .....	193
6.4.5.2. Внецентренно растянутые элементы .....	194

6.5. Расчет железобетонных конструкций по прочности сечений, нормальных к продольной оси элемента, по методу предельных усилий.....	197
6.5.1. Общие положения .....	197
6.5.2. Критерий, определяющий расчетный случай разрушения в методе предельных усилий .....	199
6.5.3. Расчетные уравнения метода предельных усилий .....	201
6.5.3.1. Изгибаемые элементы .....	201
6.5.3.2. Внецентренно сжатые элементы .....	203
6.5.3.3. Растянутые элементы .....	204
<u>Примеры расчета .....</u>	<u>206</u>

## ***7. РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО ПРОЧНОСТИ НА ДЕЙСТВИЕ ПОПЕРЕЧНЫХ СИЛ .....***

7.1. Сопротивление железобетонного элемента срезу и формы разрушения наклонного сечения .....	225
7.2. Напряженно-деформированное состояние железобетонного элемента с диагональными трещинами .....	228
7.3. Упрощенный вариант общего метода расчета железобетонных конструкций по прочности действие изгибающих моментов, продольных и поперечных сил .....	233
7.3.1. Предпосылки и допущения метода .....	233
7.3.2. Расчетные уравнения общего метода .....	235
7.3.3. Расчет поперечного армирования в рамках общего метода .....	238
7.4. Расчет железобетонных элементов без поперечного армирования по прочности наклонных сечений .....	243
7.5. Расчет железобетонных элементов на действие поперечной силы на основе расчетной модели наклонных сечений (модель наклонных сечений) .....	245
7.5.1. Расчет элементов на действие поперечной силы для обеспечения прочности по наклонной трещине .....	245
7.5.1.1. Определение расчетной длины проекции наклонной трещины .....	248
7.5.1.2. Практические методы расчета элементов, армированных поперечными стержнями без отгибов, по прочности наклонных сечений при действии равномерно распределенной нагрузки .....	249
7.5.2. Расчет элементов на действие изгибающего момента для обеспечения прочности по наклонной трещине .....	252
7.6. Метод ферменной аналогии (стержневая модель) .....	253
7.6.1. Проверка железобетонных элементов по прочности наклонного сечения .....	256
7.6.2. Расчет поперечного армирования .....	258
7.6.3. Срез железобетонных элементов с переменной высотой сечения .....	262
7.6.4. Срез между стенкой и полкой в тавровых сечениях .....	263
<u>Примеры расчета .....</u>	<u>265</u>

## ***8. РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ МЕСТНОМ ДЕЙСТВИИ НАГРУЗКИ .....***

8.1. Расчет прочности железобетонных элементов на местное сжатие (смятие) .....	277
8.1.1. Расчет прочности на смятие неармированных элементов .....	277
8.1.2. Расчет прочности на смятие элементов с косвенным армированием .....	279
8.2. Продавливание (местный срез) .....	280
8.2.1. Общие положения и определения .....	280
8.2.2. Положение критического сечения для плит переменной толщины (капители колонн) .....	282

8.2.3. Расчетные условия при проверке прочности на продавливание (местный срез) .....	283
Примеры расчета .....	285

**9. РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПО ПРОЧНОСТИ НА ДЕЙСТВИЕ КРУТЯЩИХ МОМЕНТОВ ..... 289**

9.1. Расчетная модель пространственного сечения .....	289
9.2. Модель пространственной фермы .....	292
9.2.1. Прочность элементов на кручение .....	298
9.2.2. Прочность элементов на кручение в сочетании с изгибом, осевыми усилиями и срезом .....	299
Примеры расчетов .....	302

**10. РАСЧЕТ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ..... 306**

10.1. Сопротивление железобетонного элемента раскрытию трещин, нормальных к продольной оси элемента .....	308
10.1.1. Средние деформаций растянутой арматуры .....	308
10.1.2. Расстояние между трещинами .....	312
10.1.3. Расчет ширины раскрытия трещин .....	314
10.1.4. Минимальная площадь армирования с позиций ограничения ширины раскрытия трещин .....	318
10.2. Расчет ширины раскрытия наклонных трещин .....	319
Примеры расчета .....	321

**11. РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО ДЕФОРМАЦИЯМ ..... 323**

11.1. Предельно допустимые прогибы .....	323
11.2. Расчетные модели для определения прогибов .....	324
11.3. Прогибы железобетонных элементов без трещин .....	325
11.4. Прогибы железобетонных элементов с трещинами .....	328
11.4.1. Определение кривизны железобетонного элемента .....	328
11.4.2. Определение изгибной жесткости элемента .....	330
11.4.3. Упрощенный способ проверки прогибов .....	331
Пример расчета .....	334

**12. ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫЕ КОНСТРУКЦИИ ..... 335**

12.1. Общие сведения .....	335
12.2. Классификация предварительно напряженных конструкций .....	336
12.3. Методы и способы создания предварительного напряжения в конструкциях .....	338
12.4. Железобетонные и предварительно напряженные конструкции. Сущность предварительно напряженных конструкций .....	339
12.5. Назначение величины предварительного напряжения арматуры .....	344
12.6. Потери предварительного напряжения .....	345
12.6.1. Виды потерь предварительного напряжения .....	345
12.6.2. Определение потерь предварительного напряжения .....	346
12.6.2.1. Потери от внутреннего трения в натяжных устройствах .....	346
12.6.2.2. Потери, вызванные трением арматуры о стенки каналов или о поверхность бетона конструкции .....	346
12.6.2.3. Потери, вызванные проскальзыванием напрягаемой арматуры в анкерных устройствах .....	349

12.6.2.4.	Потери в результате упругих деформаций бетона.....	351
12.6.2.5.	Потери от релаксации стали.....	352
12.6.2.6.	Потери от температурного перепада.....	353
12.6.2.7.	Потери, вызванные деформацией анкеров.....	353
12.6.2.8.	Потери, вызванные деформациями стальной формы.....	354
12.6.2.9.	Потери, вызванные усадкой, ползучестью бетона и длительной релаксацией стали.....	354
12.6.2.10.	Потери предварительного напряжения от смятия бетона.....	355
12.6.2.11.	Потери, вызванные деформациями обжатия стыков.....	355
12.7.	Усилие предварительного обжатия.....	356
12.8.	Нормальные напряжения в бетоне при обжатии.....	357
12.9.	Определение основных параметров самонапряжения при физико-химическом способе предварительного напряжения конструкций.....	357
12.10.	Особенности расчета предварительно напряженных конструкций.....	360
12.10.1.	Общие положения.....	360
12.10.2.	Особенности расчета по предельным состояниям первой группы.....	361
12.10.2.1.	Расчет элементов по прочности на действие изгибающих моментов и продольных сил.....	361
12.10.2.2.	Особенности расчетов при действии поперечной силы (среза).....	366
12.10.3.	Особенности расчетов по предельным состояниям второй группы.....	366
12.10.3.1.	Расчет при действии изгибающих моментов и продольных сил.....	366
12.10.3.2.	Расчет ширины раскрытия трещин.....	368
12.10.3.3.	Расчет прогибов.....	368
12.10.4.	Расчет при передаче усилия предварительного обжатия (начальная ситуация).....	369
12.10.4.1.	Ограничение напряжений в бетоне.....	369
12.10.4.2.	Прочность элемента в момент передачи усилия обжатия.....	369
12.10.4.3.	Трещинообразование и прогибы.....	369
12.10.5.	Требования к анкеровке напрягаемой арматуры.....	370
12.10.6.	Конструктивные требования при проектировании предварительно напряженных железобетонных конструкций.....	371
12.10.6.1.	Общие положения.....	371
12.10.6.2.	Размещение арматуры в сечении.....	371
12.10.6.3.	Защитный слой бетона.....	371
<u>Примеры расчета.....</u>		<u>373</u>

<b>ПРИЛОЖЕНИЕ.....</b>	<b>376</b>
------------------------	------------

<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....</b>	<b>378</b>
----------------------------------------------	------------

# ПРЕДИСЛОВИЕ

---

Издание настоящего учебного пособия обусловлено изменением методов расчета обычных и предварительно напряженных железобетонных конструкций, разработанных на базе новых научных данных в области материаловедения, технологии бетона, сопротивления бетона и арматуры внешним воздействиям.

Внесение в нормативные документы диаграмм деформирования, связывающих напряжения : деформации материалов в процессе нагружения (в том числе и при сложных видах напряженно-деформированного состояния), позволили существенно усовершенствовать методы расчета железобетонных и предварительно напряженных конструкций, приблизить расчетные модели к действительной физической работе элементов из железобетона, сделать их общими и избавить от целого ряда условностей, а порой труднообъяснимых, эмпирических зависимостей.

С 1 июля 2003 года введены в действие первые Строительные Нормы Республики Беларусь СНБ 5.03.01–02 «Бетонные и железобетонные конструкции» (взамен СНиП 2.03.01–84\*), положения которых практически не обновлялись в течение почти 20 лет, в силу чего целый ряд его разделов требует уточнения, дополнения или полной переработки. Вместе с тем, мировой опыт нормотворчества свидетельствует о том, что нормативные документы по проектированию железобетонных конструкций претерпевают постоянные изменения, дополнения и переиздаются каждые 5..10 лет. При этом, хотя и непросто, идет процесс гармонизации нормативных документов различных стран.

Показательным примером гармонизации нормативных документов является разработка в рамках Европейского сообщества единых европейских норм по проектированию строительных конструкций – *Еврокодов (Eurocodes)*, которых к настоящему времени насчитывается девять, в том числе *Еврокод–2 (Eurocode–2)* по проектированию бетонных и железобетонных конструкций. Разработка единых европейских норм направлена на обеспечение возможностей свободного перемещения между государствами продукции, материалов, технологий, услуг и научной мысли в области строительства.

Еще в начале восьмидесятых годов прошлого столетия проф. *А.А. Гвоздев* указывал на необходимость гармонизации СНиП с зарубежными нормами (в первую очередь европейскими), в части буквенных обозначений, выработки единых подходов к нормированию характеристик свойств материалов, назначению коэффициентов безопасности. Однако этот важный этап по совершенствованию СНиП до настоящего времени, к сожалению, не был реализован. В рамках СНГ так и не удалось приступить к разработке единых норм проектирования бетонных и железобетонных конструкций, которые, являясь общим межгосударственным нормативным документом, могли бы заменить действующий СНиП 2.03.01–84\*. В значительной степени этот процесс сдерживается тем обстоятельством, что в государствах, входящих в состав СНГ, приняты разные концептуальные подходы как к созданию национальной нормативной базы в строительстве, так и конкретно к построению и содержанию нормативных документов по проектированию железобетонных конструкций.

В настоящее время выпускникам ВУЗов, ученым, специалистам Республики Беларусь, работающим в строительной отрасли, в своей практической деятельности приходится сталкиваться с едиными европейскими нормами (*Еврокодами*), программным обеспечением, построенным на их основе, пользоваться научной и технической литературой других стран, получаемой через сеть Интернет. Гармонизация нормативных документов будет в значительной степени способствовать повышению качества строительства, расширению возможностей проектных и строительных организаций при работе по совместным проектам с зарубежными фирмами и инвесторами, облегчит процесс адаптации молодых специалистов, ученых и аспирантов при использовании опубликованных результатов зарубежных исследований.

В настоящем курсе лекций рассмотрены основы теории расчета и конструирования железобетонных конструкций с подробным изложением и анализом положений, принятых в нормах СНБ 5.03.01 «Бетонные и железобетонные конструкции», Еврокоде–2 и нормах других стран.

Принятое построение курса лекций будет способствовать, на наш взгляд, более глубокому пониманию и усвоению материала, который авторы стремились изложить в доходчивой форме, с иллюстрациями и примерами расчетов.



Настоящее учебное пособие предназначено для студентов строительных специальностей высших учебных заведений, изучающих теорию, методы расчета и конструирования железобетонных конструкций, положенные в основу первых Строительных Норм Беларуси СНБ 5.03.01–02, разработанных техническим комитетом по стандартизации ТКС–8 (руководитель проф. *Н.П. Блецик*) в рамках программы создания национального комплекса нормативно-технических документов в строительстве. Над первыми Строительными Нормами Беларуси под руководством проф. *Т.М. Пецольда* и проф. *В.В. Тура* работала творческая группа, в состав которой входили *Н.П. Блецик*, *В.Н. Деркач*, *Д.Д. Жуков*, *В.Г. Казачек*, *А.А. Кондратчик*, *Д.Н. Лазовский*, *А.И. Мордич*, *Г.П. Пастушков*, *Д.П. Подобед*, *Н.А. Рак*, *О.А. Рочняк*, *В.В. Терин* и *И.М. Шуберт*.

Программное обеспечение расчетов на ЭВМ к СНБ 5.03.01–02 разработано проф. *Д.Н. Лазовским* и доцентом *Д.О. Глуховым*.

Предисловие, главы 1 и 2 написаны проф. *Т.М. Пецольдом*; главы 2, 3, 4, 6 – проф. *В.В. Туром*, *Т.М. Пецольдом* и доц. *Н.А. Раком* совместно; главы 7, 10, 11 – проф. *В.В. Туром*; глава 8 – доц. *Н.А. Раком*; глава 9 – доц. *Д.Д. Жуковым* и доц. *И.М. Шуберт* совместно; глава 12 – проф. *В.В. Туром* и проф. *Т.М. Пецольдом* совместно.

Разделы 4.1–4.3 главы 4 написаны проф. *В.В. Туром* и проф. *Н.П. Блециком* совместно; разделы 5.1–5.4 главы 5 – проф. *Т.М. Пецольдом*; раздел 5.5 главы 5 – проф. *В.В. Туром*; раздел 6.1 главы 6 – проф. *В.В. Туром*, проф. *Д.Н. Лазовским*, доц. *Н.А. Раком* совместно; п. 6.3.3.2 главы 6 – проф. *В.Г. Казачком*; разделы 7.4–7.6 главы 7 – проф. *А.А. Кондратчиком*, разделы 12.10.2–12.10.4 – проф. *В.В. Туром*, проф. *Д.П. Подобедом*; примеры расчетов к главе 6 выполнены доц. *Н.А. Раком*, к главам 7 и 12 – проф. *А.А. Кондратчиком*, доц. *В.С. Басовым* и инж. *А.В. Щербачем*.

Редактирование всех глав курса лекций выполнено заслуженным деятелем науки РБ, д.т.н., проф. *Т.М. Пецольдом* и д.т.н., проф. *В.В. Туром*.

Авторы выражают глубокую благодарность рецензентам – зав. каф. «Строительные конструкции, основания и фундаменты» БелГУТ д.т.н., профессору *И.А. Кудрявцеву* и зав. каф. «Строительные конструкции, здания и сооружения» УПО «Белорусско-Российский университет» к.т.н., доценту *С.Д. Семешоку*, а также сотрудникам БГТУ и БНТУ (*В.В. Малыха* и *И.В. Дашленко*) за большую помощь при подготовке рукописи лекций.

Брест–Минск, 2003 г.

проф. *Т.М. Пецольд*  
проф. *В.В. Тур*

# ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ, УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ, ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ

## *Определения и термины*

В настоящем курсе лекций использованы следующие основные термины с соответствующими определениями, принятые в соответствии с разделом 3 СНБ 5.03.01 «Конструкции бетонные и железобетонные» [1]:

**Арматура** – линейно протяженные элементы в железобетонной конструкции, предназначенные для восприятия растягивающих (главным образом) и сжимающих усилий. В зданиях и сооружениях применяют стальную арматуру в виде проволоки, стержней и витых канатов.

**Арматура конструктивная** – арматура, устанавливаемая по конструктивным соображениям без расчета.

**Арматура монтажная** – арматура, определяемая исходя из требований монтажа конструкции.

**Арматура напрягаемая** – арматура, подвергаемая предварительному натяжению перед либо в процессе передачи усилия обжатия на бетон.

**Арматура рабочая** – арматура, назначаемая по расчету.

### **Воздействия:**

– силы, приложенные непосредственно к конструкции и вызывающие в элементах конструкции напряжения, либо их перемещения, определяемые термином «*воздействие непосредственное или прямое*» или «*нагрузка*»;

– деформации элементов конструкций, вызванные перемещениями связей, соединяющих их с другими элементами, осадками оснований либо собственными деформациями (например, неравномерные осадки, усадка, ползучесть бетона, температурные изменения), вызывающими реактивные силы, которые определяют как «*косвенные или не прямые воздействия*».

**Каркас арматурный** – объемный арматурный элемент, образованный путем соединения арматурных сеток или отдельных стержней. Способ соединения и взаимное расположение арматурных сеток должны соответствовать требованиям проектной документации.

**Класс арматуры** – показатель, характеризующий ее механические свойства согласно требованиям соответствующих стандартов, обозначаемый буквой S и числом, соответствующим нормативному сопротивлению арматуры в МПа ( $\text{Н/мм}^2$ ) (например, S240).

**Класс бетона по прочности** – количественная величина, характеризующая качество бетона, соответствующая его гарантированной прочности на осевое сжатие, обозначаемая буквой С и числами, выражающими значения нормативного сопротивления и гарантированной прочности в  $\text{Н/мм}^2$  (МПа), например,  $C^{12}/_{15}$  (перед чертой – значение нормативного сопротивления  $f_{ck}$ ,  $\text{Н/мм}^2$ , после черты – гарантированная прочность бетона  $f_{c,cube}^G$ ,  $\text{Н/мм}^2$ ).

**Конструкции бетонные** – конструкции, выполненные из бетона без арматуры или с арматурой, устанавливаемой по конструктивным соображениям и не учитываемой в расчете; расчетные усилия от всех воздействий в бетонных конструкциях должны восприниматься бетоном.

**Конструкции железобетонные** – конструкции, выполненные из бетона с рабочей и конструктивной арматурой (армированные бетонные конструкции); расчетные усилия от всех воздействий в армированных бетонных конструкциях должны восприниматься бетоном и рабочей арматурой.

**Конструкции железобетонные сборно-монолитные** – конструкции, получаемые при обеспечении совместной работы одного или нескольких ранее изготовленных сборных железобетонных элементов и объединяющего их монолитного бетона, выполняемого, как правило, в условиях строительной площадки.

**Конструкции предварительно напряженные железобетонные** – конструкции, в которых начальное натяжение напрягаемой арматуры обеспечивает необходимую степень обжатия бетона в процессе их изготовления и эксплуатации. Следует различать:

– конструкции предварительно напряженные с натяжением арматуры на упоры – конструкции, в которых натяжение напрягаемой арматуры выполняют до их бетонирования, а усилие предварительного обжатия передают на затвердевший бетон, имеющий требуемую начальную прочность, главным образом, посредством сил сцепления арматуры с бетоном конструкции;

– конструкции предварительно напряженные с натяжением арматуры на бетон – конструкции, в которых натяжение арматуры выполняют непосредственно на затвердевший бетон заданной прочности, а усилие предварительного обжатия передается на конструкцию при помощи механического закрепления арматуры с возможным последующим инъецированием каналов раствором или другими материалами;

– конструкции самонапряженные – конструкции, в которых натяжение арматуры осуществляется при расширении напрягающего бетона в процессе его твердения, а усилие предварительного обжатия передается на конструкцию посредством сил сцепления арматуры с бетоном либо за счет механического закрепления.

Кроме того, различают:

– конструкции предварительно напряженные без сцепления арматуры с бетоном, располагаемой в каналах, в которых антикоррозионную защиту арматуры обеспечивают при помощи специальных покрытий;

– конструкции предварительно напряженные с внешним армированием, в которых рабочее армирование размещают вне бетонного сечения со специальной защитой арматуры от коррозии и воздействия огня;

– конструкции предварительно напряженные со смешанным армированием, в которых лишь часть рабочей арматуры подвергают предварительному напряжению.

**Коэффициент безопасности для арматуры частный**  $\gamma_s$  – коэффициент, учитывающий возможные отклонения физического или условного предела текучести арматурной стали ниже, чем  $f_{yk}$  ( $f_{pk}$ ), а так же отклонения размеров сечения стержня.

**Коэффициент безопасности для бетона частный**  $\gamma_c$  – коэффициент, учитывающий возможность отклонения прочностей бетона  $f_{ck}$ ,  $f_{ctk}$  ниже нормативных значений, отклонения в геометрических размерах сечений (не превышающие, однако, допустимых) и разницу между прочностью бетона, определяемую на опытных образцах, и прочностью бетона в конструкции; в случае неармированных конструкций значение  $\gamma_c$  учитывает возможность наступления хрупкого разрушения.

**Марка бетона по водонепроницаемости** отвечает гарантированному значению давления воды, выдерживаемому бетоном без ее просачивания; обозначается буквой W и числом, соответствующим давлению, в атмосферах (например, W12) и устанавливаемому в соответствии с требованиями стандартов.

**Марка бетона по морозостойкости** – установленное нормами минимальное число циклов замораживания и оттаивания образцов бетона, испытанных по базовым методам, при которых сохраняются первоначальные физико-механические свойства в нормируемых пределах; обозначается буквой F и числом, выражающим количество циклов (например, F100).

**Марка бетона по плотности** отвечает гарантированному значению объемной массы бетона в кг/м<sup>3</sup>, обозначается буквой D и числом, выражающим значение объемной массы бетона (например, D2000) и устанавливаемой в соответствии с требованиями стандартов.

**Марка напрягающего бетона по самонапряжению** представляет собой гарантированное значение предварительного напряжения сжатия в бетоне (самонапряжения, в Н/мм<sup>2</sup>), создаваемого в результате расширения бетона в условиях внешнего ограничения, эквивалентного армированию  $\rho_l = 1\%$ ; обозначается Sp и числом, выражающим значение самонапряжения (например, Sp2,0), определяемого в соответствии с требованиями стандартов.

**Модель расчетная** – идеализация конструктивной системы, используемая с целью анализа конструкции либо ее элемента.

**Надежность конструкции** – свойство конструкции выполнять заданные функции, сохраняя во времени значения установленных эксплуатационных показателей в заданных пределах, соответствующих требуемым режимам и условиям использования, технического обслуживания, ремонтов, хранения и транспортировки.

**Прочность бетона на осевое сжатие**  $f_c$  – максимальные сжимающие напряжения в бетоне при одноосном напряженном состоянии, соответствующие пиковой точке диаграммы деформирования.

**Прочность бетона на осевое сжатие гарантированная**  $f_{c,cube}^G$  – прочность, определяемая при осевом сжатии кубов размером 150×150×150 мм с учетом статистической изменчивости при обеспеченности 0,95, гарантируемая производителем в соответствии с действующими стандартами.

**Сетка арматурная** – плоский арматурный элемент, составленный из продольных и поперечных стержней, соединенных между собой; форма и размер, шаг и сечение, способ соединения составляющих ее стержней должны соответствовать требованиям проектной документации с учетом технологии изготовления.

**Система конструктивная** – совокупность несущих элементов (конструкций), образующих по определенным правилам пространственную систему, обеспечивающую заданные эксплуатационные функции здания или сооружения.

**Ситуация расчетная** – совокупность физических условий, касающихся определенного периода времени, для которого следует подтверждать расчетом, что предельное состояние конструкции не будет превышено.

При расчете конструкций должны рассматриваться расчетные ситуации, установленные в соответствии с ГОСТ 27751.

**Соппротивление арматуры нормативное**  $f_{yk}(f_{0,2k} = f_{pk})$  – гарантируемое производителем значение физического либо условного предела текучести арматуры с обеспеченностью 0,95 согласно соответствующим стандартам.

**Соппротивление арматуры расчетное**  $f_{yd}$  – прочность арматуры, принимаемая при расчетах конструкций и получаемая делением нормативного соппротивления  $f_{yk}$  на частный коэффициент безопасности для арматуры  $\gamma_s$ .

**Соппротивление бетона осевому растяжению нормативное**  $f_{ctk}(f_{ctk,0,05})$  – 5 % квантиль статистического распределения прочности бетона на осевое растяжение.

**Соппротивление бетона осевому сжатию нормативное**  $f_{ck}$  – соппротивление осевому сжатию призм или цилиндров, определенное с учетом статистической изменчивости при обеспеченности 0,95, которое допускается принимать равным  $f_{ck} = 0,8 f_{c,cube}^G$ .

**Соппротивление бетона осевому сжатию среднее**  $f_{cm}$  – прочность, определяемая при осевом сжатии призм или цилиндров без учета статистической изменчивости свойств бетона.

**Соппротивление бетона расчетное (сжатию –  $f_{cd}$ , растяжению –  $f_{ctd}$ )** – соппротивление бетона, принимаемое при расчетах конструкции по I и II группам предельных состояний и получаемое путем деления нормативных значений прочности на частный коэффициент безопасности для бетона  $\gamma_c$ .

**Соппротивление напрягаемой арматуры расчетное**  $f_{0,2d}(f_{pd})$  – значение  $f_{0,2}(f_{pk})$ , деленное на частный коэффициент безопасности для напрягаемой арматуры  $\gamma_s$ .

**Состояние предельное** – это такое состояние, при достижении которого конструктивная система или составляющий ее элемент перестают удовлетворять предъявляемым к ним требованиям.

**Эксплуатация нормальная** – эксплуатация, осуществляемая без ограничений в соответствии с технологическими или бытовыми условиями, предусмотренными в нормах и заданиях на проектирование.

### Условные обозначения

Использованные в настоящем курсе лекций основные символы и условные обозначения приняты в соответствии с разделом 4 СНБ 5.03.01–02 и ISO 3898 [10].

#### Основные символы

##### Прописные буквы латинского алфавита

- A** – площадь;
- B** – жесткость изгибаемого железобетонного элемента;
- C** – фиксированное значение, константа, класс бетона;
- E** – модуль упругости;
- F** – сила, воздействие;
- G** – модуль сдвига, постоянное воздействие;
- I** – момент инерции;
- M** – момент, изгибающий момент;
- N** – осевая (продольная) сила;
- P** – усилие предварительного напряжения;
- Q** – переменное воздействие;
- R** – соппротивление;
- S** – статический момент, внутреннее усилие;
- T** – крутящий момент;
- V** – поперечная (перерезывающая) сила;
- W** – момент соппротивления;
- X** – значение, характеризующее свойства материала.

##### Строчные буквы латинского алфавита

- a** – расстояние, геометрический размер;
- b** – ширина (например, сечения);
- c** – толщина защитного слоя;

<i>d</i>	– диаметр, глубина, рабочая высота (сечения);
<i>e</i>	– эксцентриситет;
<i>f</i>	– прочность (материала);
<i>g</i>	– равномерно распределенная постоянная нагрузка;
<i>h</i>	– высота;
<i>i</i>	– радиус инерции;
<i>k</i>	– коэффициент, кривизна;
<i>l</i>	– длина, пролет;
<i>m</i>	– масса, удельный изгибающий момент;
<i>n</i>	– число;
<i>q</i>	– равномерно распределенная переменная нагрузка;
<i>r</i>	– радиус, коэффициент;
<i>t</i>	– толщина;
<i>u, v, w</i>	– компоненты вектора перемещений в точке;
<i>x, y, z</i>	– координаты.

### **Строчные буквы греческого алфавита**

$\alpha$	– угол, отношение;
$\beta$	– угол, коэффициент, отношение;
$\gamma$	– частный коэффициент безопасности;
$\varepsilon$	– относительная деформация;
$\lambda$	– отношение;
$\mu$	– коэффициент трения;
$\nu$	– коэффициент поперечных деформаций бетона (Пуассона);
$\rho$	– плотность;
$\sigma$	– нормальные напряжения;
$\tau$	– касательные напряжения;
$\psi$	– коэффициент.

### **Индексы**

<i>a</i>	– конструкционная сталь;
<i>c</i>	– бетон, сжатие;
<i>cr</i>	– трещинообразование;
<i>crit</i>	– критический;
<i>d</i>	– расчетное значение;
<i>dir</i>	– прямое значение;
<i>eff</i>	– эффективное значение;
<i>ext</i>	– внешний;
<i>int</i>	– внутренний;
<i>k</i>	– нормативное значение;
<i>l</i>	– нижнее значение;
<i>m</i>	– материал, среднее значение, изгиб;
<i>max</i>	– максимум;
<i>min</i>	– минимум;
<i>nom</i>	– номинальное значение;
<i>p</i> (или <i>P</i> )	– усилие обжатия;
<i>pl</i>	– пластический;
<i>s</i>	– арматурная сталь;
<i>sup</i>	– верхнее значение;
<i>t</i> (или <i>ten</i> )	– растяжение;
<i>tor</i>	– кручение;
<i>u</i>	– предельное значение.

**Обозначения**  
**Прописные буквы латинского алфавита**

$A$	– площадь сечения;
$A_c$	– площадь сечения бетона;
$A_{cc}$	– площадь сечения бетона в сжатой зоне;
$A_{c,eff}$	– эффективная площадь растянутой зоны сечения;
$A_{c0}$	– площадь смятия;
$A_{c1}$	– площадь распределения при расчете на смятие;
$A_{core}$	– площадь сечения в пределах косвенного (кольцевого) армирования;
$A_{crit}$	– критическая площадь, заключенная внутри критического сечения;
$A_{ct}$	– площадь сечения бетона растянутой зоны;
$A_d$	– расчетное значение особого воздействия;
$A_{load}$	– площадь поверхности, к которой приложена сосредоточенная сила;
$A_p$	– площадь сечения напрягаемой арматуры;
$A_{p1}$	– площадь сечения напрягаемой арматуры в растянутой или менее сжатой зоне сечения;
$A_{p2}$	– площадь сечения напрягаемой арматуры в сжатой (от действия нагрузок) зоне сечения;
$A_s$	– площадь сечения ненапрягаемой арматуры;
$A_{s1}$	– площадь сечения растянутой либо наименее сжатой арматуры;
$A_{s2}$	– площадь сечения сжатой либо наименее растянутой арматуры;
$A_{sf}$	– площадь сечения арматуры в полке элемента таврового сечения;
$A_{s,tot}$	– полная площадь продольной арматуры в сечении;
$A_{sw}$	– площадь сечения поперечной арматуры;
$B$	– жесткость изгибаемого железобетонного элемента;
$E_{c,eff}$	– эффективный модуль упругости бетона (с учетом длительного действия нагрузки);
$E_{cm}$	– модуль упругости бетона;
$E_s$	– модуль упругости арматуры;
$F$	– сила, воздействие;
$F_c$	– равнодействующая усилий в сжатой зоне бетона;
$F_s$	– равнодействующая усилий в арматуре;
$H$	– горизонтальное усилие (распор);
$I$	– момент инерции сечения;
$I_c$	– момент инерции сечения бетона относительно центра тяжести сечения элемента;
$I_s$	– момент инерции площади сечения арматуры относительно центра тяжести сечения элемента;
$M$	– изгибающий момент;
$M_{cr}$	– момент, соответствующий образованию трещин;
$M_{Rd}$	– прочность сечения при изгибе;
$M_{Sd}$	– расчетный изгибающий момент, вызванный действием внешней нагрузки;
$M_{Sd,x}$	– расчетный изгибающий момент от внешней нагрузки, определенный относительно оси $x$ ;
$M_{Sd,y}$	– то же относительно оси $y$ ;
$N$	– продольная сила;
$N_{cr}$	– осевая сила, приводящая к образованию трещин;
$N_{crit}$	– условная критическая продольная сила;
$N_p$	– продольное усилие предварительного обжатия;
$N_{Rd}$	– прочность при действии продольного усилия;
$N_{Sd}$	– расчетная продольная сила от внешнего воздействия;
$N_{Sd,z}$	– продольная сила от внешней нагрузки по направлению оси $z$ ;
$N_{Sd,t}$	– расчетная продольная сила от постоянной нагрузки;
$P_d$	– расчетное значение усилия предварительного напряжения;
$P_{k,inf}$	– нижний предел усилия предварительного напряжения в эксплуатационной стадии;
$P_{k,sup}$	– верхний предел усилия предварительного напряжения в эксплуатационной стадии;
$P_{m,0}$	– среднее значение усилия предварительного напряжения в момент времени $t = t_0$ ;
$P_{m,t}$	– среднее значение усилия предварительного напряжения к моменту времени $t > t_0$ ;
$P_{m,\infty}$	– среднее значение усилия предварительного напряжения с учетом полных потерь;
$P_0$	– начальное значение усилия предварительного напряжения (без учета потерь);
$\Delta P_c$	– потери усилия предварительного напряжения, вызванные упругими деформациями бетона;
$\Delta P_{ir}$	– потери усилия предварительного напряжения, вызванные релаксацией напряжений в напрягаемой арматуре;
$\Delta P_{st}$	– потери усилия предварительного напряжения, вызванные проскальзыванием напрягаемой арматуры в анкерных устройствах;

- $\Delta P_A$  – потери усилия предварительного напряжения от деформации анкеров;  
 $\Delta P_i(t)$  – потери усилия предварительного напряжения к моменту времени  $t$ , вызванные усадкой и ползучестью бетона, а также релаксацией напряжений в напрягаемой арматуре;  
 $\Delta P_{\Delta T}$  – потери усилия предварительного напряжения, вызванные температурным перепадом;  
 $\Delta P_{\mu(x)}$  – потери усилия предварительного напряжения из-за трения арматурных элементов о стенки конструкций, приспособлений;  
 $Q$  – переменное воздействие;  
 $S$  – статический момент;  
 $S_1; S_{p1}$  – обозначение продольной арматуры и напрягаемой арматуры соответственно:  
 а) при наличии сжатой и растянутой от действия внешней нагрузки зон сечения – расположенной в растянутой зоне;  
 б) при полностью сжатом от действия внешней нагрузки сечении – расположенной у менее сжатой грани сечения;  
 в) при полностью растянутом от действия внешней нагрузки сечении:  
   – для внецентренно растянутых элементов – расположенной у более растянутой грани сечения;  
   – для центрально-растянутых элементов – всей в поперечном сечении элемента;  
 $S_2; S_{p2}$  – обозначение продольной арматуры и напрягаемой арматуры соответственно:  
 а) при наличии сжатой и растянутой от действия внешней нагрузки зон сечения – расположенной в сжатой зоне;  
 б) при полностью сжатом от действия внешней нагрузки сечении – расположенной у более сжатой грани сечения;  
 в) при полностью растянутом от действия внешней нагрузки сечении и внецентренно растянутых элементов – расположенной у менее растянутой грани сечения;  
 $S_c$  – статический момент сжатой зоны сечения бетона, рассчитанный относительно центра тяжести растянутой арматуры;  
 $S_{cN}$  – статический момент сжатой зоны сечения бетона, рассчитанный относительно оси действия силы  $N_{sd}$ , приложенной с эксцентриситетом  $e_{od}$ ;  
 $T_d$  – расчетное растягивающее усилие в продольной арматуре при проверке прочности наклонного сечения;  
 $T_{Rd1}$  – предельный крутящий момент, воспринимаемый сжатыми бетонными подкосами (прочность элемента на кручение по бетону);  
 $T_{Rd2}$  – предельный крутящий момент, воспринимаемый арматурой (прочность элемента на кручение по арматуре);  
 $T_{Sd}$  – расчетный крутящий момент, вызванный нагрузкой;  
 $V_{cd}$  – расчетная поперечная сила, воспринимаемая бетоном;  
 $V_{Rd,c}$  – составляющая поперечной силы, воспринимаемая бетоном, в элементе, имеющем поперечное армирование;  
 $V_{Rd,ct}$  – расчетная поперечная сила, воспринимаемая элементом, не имеющим поперечного армирования;  
 $V_{Rd,max}$  – расчетная поперечная сила, воспринимаемая сжатыми подкосами при расчете наклонного сечения;  
 $V_{Rd,sy}$  – составляющая поперечной силы, воспринимаемая арматурой в элементе, имеющем поперечное армирование;  
 $V_{Sd}$  – расчетная поперечная сила, вызванная нагрузкой;  
 $W_c$  – момент сопротивления бетонного сечения, рассчитанный как для линейного упругого материала.

#### Строчные буквы латинского алфавита

- $a_{lim}$  – предельный (допустимый) прогиб;  
 $a_p$  – проскальзывание арматурного стержня в анкере;  
 $b'_{eff}$  – эффективная ширина полки тавровых сечений;  
 $b_j$  – ширина поверхности соединения (стыка) сборного элемента и монолитной части в сборно-монолитной конструкции;  
 $b_w$  – ширина стенки таврового сечения; расчетная ширина балки при расчетах на действие перерезывающих сил;  
 $d_g$  – максимальная крупность заполнителя;  
 $e_a$  – случайный эксцентриситет;  
 $e_c$  – расчетный эксцентриситет;

$e_o$	– начальный эксцентриситет продольной силы (без учета влияния прогиба) относительно центра тяжести приведенного сечения;
$e_{s1}$	– эксцентриситет продольной силы относительно центра тяжести растянутой арматуры;
$e_{s2}$	– эксцентриситет продольной силы относительно центра тяжести сжатой арматуры;
$f_c$	– прочность бетона на сжатие при одноосном напряженном состоянии;
$f_c^G$	– гарантированная прочность бетона;
$f_{cd}$	– расчетное сопротивление бетона сжатию для железобетонных и предварительно напряженных конструкций;
$f_{ck}$	– нормативное (характеристическое) сопротивление бетона осевому сжатию;
$f_{cm}$	– средняя прочность бетона на осевое сжатие;
$f_{ctd}$	– расчетное сопротивление бетона растяжению для железобетонных и предварительно напряженных конструкций;
$f_{ctk}$	– нормативное сопротивление бетона осевому растяжению, соответствующее 5 % квантилю статистического распределения прочности $f_{ctk,0,05}$ ;
$f_{ctk,0,95}$	– 95 % квантиль статистического распределения прочности бетона на осевое растяжение;
$f_{ctm}$	– средняя прочность бетона на осевое растяжение;
$f_{ctd}$	– расчетное сопротивление бетона смятию;
$f_{pd}$	– расчетное сопротивление напрягаемой арматуры;
$f_{pk}$	– нормативное сопротивление высокопрочной арматуры;
$f_{yd}$	– расчетное сопротивление ненапрягаемой арматуры;
$f_{yk}(f_{0,2k})$	– нормативное сопротивление ненапрягаемой арматуры;
$f_{ywd}$	– расчетное сопротивление поперечной арматуры;
$h'_f$	– высота (толщина) полки таврового сечения;
$k_f$	– коэффициент, учитывающий неравномерность бокового обжатия бетона при расчете на смятие;
$k_u$	– коэффициент эффективности бокового обжатия бетона при расчете на смятие;
$l_b$	– базовая длина анкеровки арматуры;
$l_{bp}$	– расчетная длина анкеровки напрягаемой арматуры;
$l_{col}$	– расстояния между точками закрепления стойки (колонны);
$l_{core}$	– диаметр ядра бетонного кольцевого сечения;
$l_{eff}$	– расчетный пролет;
$l_n$	– пролет в свету между опорами;
$l_o$	– расчетная длина стойки;
$n_w$	– число поперечных стержней в сечении;
$r_{inf}$	– коэффициент, определяющий нижнее значение усилия предварительного напряжения в стадии эксплуатации;
$r_{sup}$	– коэффициент, определяющий верхнее значение усилия предварительного напряжения в стадии эксплуатации;
$s$	– шаг поперечной арматуры;
$s_e$	– расстояние между стержнями арматуры в свету;
$s_f$	– расстояние между стержнями поперечной арматуры в полке таврового сечения;
$s_n$	– расстояние между каркасами (сетками) косвенного армирования в зоне сжатия или шаг спирали;
$s_{rm}$	– среднее расстояние между трещинами;
$t$	– ширина опоры; продолжительность действия нагрузки; эффективная толщина стенки коробчатого сечения;
$u$	– периметр;
$v$	– единичная поперечная сила;
$v_{sd}$	– расчетная поперечная сила на единицу длины;
$w_k$	– расчетная ширина раскрытия трещин;
$w_{lim}$	– предельно допустимая ширина раскрытия трещин;
$x$	– высота сжатой зоны сечения, а также расстояние от рассматриваемого сечения до точки приложения усилия;
$x_{eff}$	– эффективная высота условной сжатой зоны сечения, рассчитанная при допущении прямоугольной эпюры распределения напряжений в сжатой зоне;
$x_{eff,lim}$	– граничное значение высоты условной сжатой зоны;
$z$	– плечо внутренней пары сил;
$z_{cp}$	– расстояние от точки приложения усилия предварительного обжатия до центра тяжести бетонного сечения.



### Буквы греческого алфавита

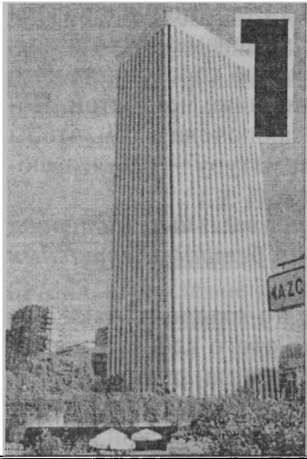
$\alpha$	– угол, коэффициент, а также отношение модуля упругости стали $E_s$ к модулю упругости бетона $E_{cm}$ ;
$\alpha_e$	– отношение модуля упругости стали $E_s$ к эффективному модулю упругости бетона $E_{c,eff}$ ;
$\alpha_k$	– коэффициент, учитывающий влияние условий нагружения и опирания элемента при расчете прогибов;
$\alpha_t$	– коэффициент линейного температурного расширения;
$\gamma$	– частный коэффициент безопасности;
$\gamma_c$	– частный коэффициент безопасности для бетона;
$\gamma_s$	– частный коэффициент безопасности для арматуры;
$\gamma_F$	– частный коэффициент безопасности для воздействия;
$\gamma_P$	– частный коэффициент безопасности для усилия предварительного напряжения;
$\delta$	– отношение моментов до и после перераспределения, а также — коэффициент;
$\varepsilon_c$	– относительная деформация бетона;
$\varepsilon_{c1}$	– относительная деформация бетона, соответствующая прочности на сжатие $f_c$ ;
$\varepsilon_{c2}, \varepsilon_{c3}$	– относительная деформация бетона, соответствующая расчетному сопротивлению бетона $\alpha \cdot f_{cd}$ ;
$\varepsilon_{cs,\infty}$	– предельное значение усадки бетона;
$\varepsilon_{cu1}, \varepsilon_{cu2}, \varepsilon_{cu3}$	– относительные деформации, соответствующие предельной сжимаемости бетона;
$\varepsilon_s$	– относительная деформация арматуры;
$\varepsilon_{sm}$	– средняя относительная деформация арматуры для элемента с трещинами;
$\varepsilon_{cs}(t, t_0)$	– значение усадки бетона к моменту времени $t > t_0$ ;
$\varepsilon_{sR}$	– относительные деформации арматуры, соответствующие разрыву;
$\varepsilon_{su}$	– предельное значение относительной деформации арматуры при растяжении;
$\varepsilon_{yd}$	– относительные деформации арматуры, соответствующие пределу текучести;
$\zeta$	– отношение $x/d$ , а также коэффициент;
$\eta$	– коэффициент;
$\theta$	– угол;
$\nu_c$	– коэффициент поперечных деформаций бетона (Пуассона);
$\nu_{cu}$	– корректирующий коэффициент для определения расчетной прочности бетона в случае действия местных нагрузок;
$\rho_l$	– коэффициент продольного армирования;
$\rho_p$	– коэффициент продольного армирования напрягаемой арматуры;
$\rho_r$	– коэффициент армирования, отнесенный к эффективной площади растянутого бетона;
$\rho_w$	– коэффициент поперечного армирования;
$\sigma$	– нормальные напряжения;
$\sigma_c$	– нормальные сжимающие напряжения в бетоне;
$\sigma_{cg}$	– напряжения в бетоне на уровне центра тяжести напрягаемой арматуры от собственного веса конструкции;
$\sigma_{cN}$	– напряжения в бетоне, вызванные внешней продольной силой;
$\sigma_{cNp}$	– напряжения в бетоне, вызванные усилием предварительного напряжения;
$\sigma_{cp,0}$	– начальные напряжения в бетоне на уровне центра тяжести напрягаемой арматуры, вызванные усилием обжатия;
$\sigma_{cR}$	– допускаемые напряжения в бетоне при действии многократно-повторяющейся нагрузки;
$\sigma_{ctm}$	– средние растягивающие напряжения в бетоне;
$\sigma_N$	– напряжения, вызванные внешней силой, нормальной к плоскости стыка в сборно-монолитной конструкции;
$\sigma_{o,max}$	– максимальное напряжение в напрягаемой арматуре;
$\sigma_p$	– напряжение в напрягаемой арматуре;
$\sigma_{p,mo}$	– начальные напряжения в напрягаемой арматуре непосредственно после передачи натяжения на бетон;
$\Delta\sigma_{p,c+s+r}$	– потери предварительного напряжения в напрягаемой арматуре, вызванные усадкой, ползучестью бетона и длительной релаксацией напряжений в момент времени $t > t_0$ ;
$\sigma_{pr}$	– потери предварительного напряжения в напрягаемой арматуре от релаксации напряжений;
$\sigma_s$	– напряжения в арматуре;
$\Delta\sigma_{sR}$	– допустимая область изменения напряжений в арматуре при многократно-повторяющихся нагружениях;

$\tau$	– касательные напряжения;
$\tau_{Rd}$	– расчетное сопротивление бетона срезу;
$\tau_{Rdj}$	– расчётное сопротивление сдвигу стыкового соединения (контакта);
$\tau_{Sdj}$	– продольные сдвигающие напряжения в плоскости стыкового соединения (контакта) сборно-монолитных конструкций, вызванные действием расчетных нагрузок;
$\Phi(t, t_0)$	– коэффициент ползучести для бетона в интервале времени от $t_0$ до $t$ ;
$\Phi(\infty, t_0)$	– предельное значение коэффициента ползучести для бетона;
$\varphi$	– коэффициент, учитывающий влияние эксцентриситета и гибкости;
$\omega_u$	– коэффициент, учитывающий повышение прочности бетона при смятии;
$\omega_{u,max}$	– предельное значение коэффициента повышения прочности бетона при смятии;
$\varnothing$	– диаметр арматурного стержня;
$\varnothing_d$	– диаметр канала в предварительно напряженной конструкции.

### ***Единицы измерения***

В расчетах, выполняемых в соответствии с требованиями СНБ 5.03.01 [1], следует использовать следующие единицы измерения:

- силы и нагрузки – кН, кН/м, кН/м<sup>2</sup>;
- плотность – кг/м<sup>3</sup>;
- напряжения и прочность – Н/мм<sup>2</sup> (МПа);
- момент (изгибающий, крутящий) – кН·м.



# ОСНОВЫ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА

## 1.1. Сущность железобетона

Бетон, приготавливаемый из смеси вяжущего (в основном портландцемента), заполнителей природного и искусственного происхождения, воды затворения, а при необходимости химических и минеральных добавок, является композитным материалом, обладающим в затвердевшем состоянии наперед заданными свойствами. Несмотря на интенсивное развитие современных технологий, позволяющих получить бетон с прочностью при сжатии до 300 МПа (т.н. *Ultra High Performance Concrete*, см. главу 4), последний по прежнему остается искусственным камнем, для которого прочность и деформативность при растяжении примерно в 10..20 раз меньше, чем при сжатии.

Поэтому из неармированного бетона, как правило, выполняют конструкции, которые при эксплуатации работают на восприятие сжимающих усилий: массивные фундаменты, сваи, стены, колонны, подпорные стенки и др. В редких случаях допускается работа бетона в элементах с незначительными растягивающими напряжениями, которые не должны превышать его предела прочности при растяжении (например, балки на упругом основании).

Экспериментальные исследования показали, что разрушение изгибаемой бетонной балки начинается с крайних растянутых волокон бетона, в то время как в сжатой зоне сечения напряжения составляют не более 5..10 % от предела прочности бетона при сжатии. Разрушение балки происходит хрупко по сечению, в котором появилась первая трещина. При этом прочность бетона при сжатии оказывается недоиспользованной (рис. 1.1а).

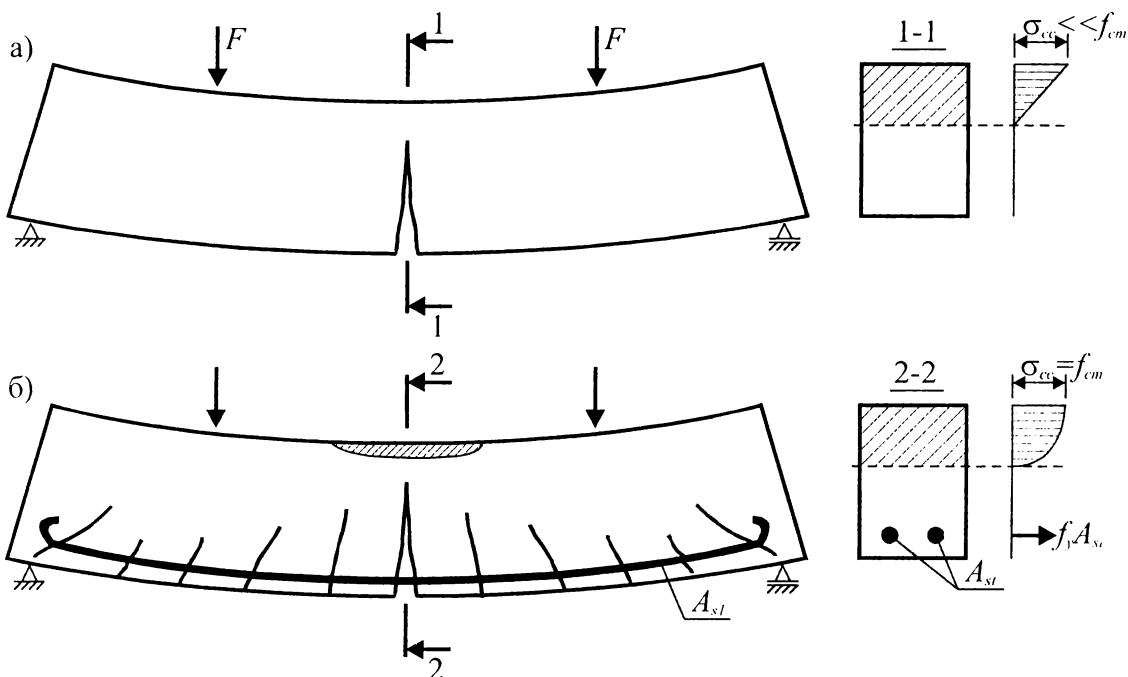


Рис. 1.1.

Характер образования трещин и разрушения бетонной (а) и железобетонной (б) изгибаемых балок

Если растянутую зону сечения (рис. 1.16) усилить с помощью стальных стержней, проволоки или прокатного профиля, обеспечив их совместную работу с бетоном, то при неизменных геометрических размерах балки можно значительно (в 15..20 раз) повысить ее несущую способность. Это связано с тем, что сталь имеет в десятки раз большее сопротивление растяжению, чем бетон. Поэтому основная идея объединения названных материалов в едином сечении заключена в том, чтобы максимально использовать бетон для восприятия сжимающих усилий, а арматуру – растягивающих.

Таким образом **железобетон представляет собой комплексный строительный материал в виде рационально объединенных для совместной работы в конструкции бетона и стальных стержней.**

Название **железобетон** сохранилось в строительной практике скорее по традиции, так как в современном железобетоне применяют не **железо**, в общепринятом смысле этого слова, а маркированную сталь, и поэтому вполне возможным было бы использование термина **«сталебетон»** (как например, в немецком языке **«stahlbeton»**). При изложении для обозначения стальных стержней, проволоки, канатов, будем пользоваться общепринятым в отечественной технической литературе термином **«арматура»** (от латинского слова **«armatura»** – вооружение).

Наиболее эффективным видом армирования является стальная арматура, которая одинаково хорошо сопротивляется растяжению и сжатию. Поэтому, часто, чтобы повысить несущую способность балок не изменяя геометрических размеров ее сечения, стержневую арматуру устанавливают не только в растянутой зоне сечения, но и в сжатой.

Наличие арматуры в растянутой зоне сечения железобетонного изгибаемого или внецентренно сжатого элемента кардинально меняет картину трещинообразования растянутой зоны (рис. 1.16). В железобетонном элементе раскрытию трещин препятствует арматура, имеющая сцепление с бетоном, количество трещин увеличивается, их распределение становится практически равномерным по длине балки. Кроме того, в приопорных зонах балки, работающих в условиях плоского напряженно-деформированного состояния, при совместном действии изгибающих моментов и поперечных сил возможно образование наклонных трещин (рис. 1.16). Как правило, в момент образования трещин нагрузка на балку составляет всего 15..20 % от предельной, при которой наступает ее разрушение. В сечениях с трещиной бетон выключается из работы, а растягивающие усилия воспринимает арматура.

Изменяя количество арматуры, располагаемой в растянутой зоне сечения балки (при прочих равных условиях), можно легко изменить характер ее разрушения: добиться разрушения по сжатой зоне сечения при достижении бетоном предельных деформаций (переармированное сечение) или по растянутой зоне при достижении предельных деформаций растянутой арматурой (сечения с низким и нормальным содержанием растянутой арматуры).

Железобетон является эффективным материалом для различных типов конструкций зданий и сооружений, таких как фундаменты, колонны, балочные и рамные системы, пространственные и другие конструкции. В настоящее время железобетон вышел за рамки его применения только в строительстве. Имеется множество примеров его успешного применения в машиностроении, приборостроении, при возведении платформ для добычи нефти и газа, и др. (см. рис. 2.7).

Рассмотрим, какие же **преимущества** способствовали столь широкому и эффективному применению железобетона.

Работа бетона и арматуры, материалов с различными свойствами и характеристиками, стала возможной благодаря хорошему сцеплению арматуры с бетоном, что обеспечивает их совместную деформацию до определенного уровня напряжений. Бетон и сталь при изменении температуры в пределах 100 °С (что отвечает требованиям эксплуатации большинства строительных конструкций) имеют близкие коэффициенты температурного линейного расширения (для стали, приблизительно 0,000012, а для бетона в пределах от 0,000007 до 0,00001 в зависимости от вида бетона). Это позволяет избежать внутренних напряжений, которые могут привести к нарушению сцепления арматуры с бетоном.

Важным преимуществом является и то, что бетон надежно защищает арматуру от воздействия агрессивных сред, которые способны вызвать ее коррозию, предохраняет от воздействия огня при пожаре. Щелочной характер химической реакции твердения вяжущего, с образованием на поверхности стальной арматуры пассивирующей пленки, уменьшает опасность ее коррозии.

К основным **недостаткам** железобетонных конструкций следует отнести большой собственный вес, т.е. массивность конструкций, по сравнению, например, с металлическими конструкциями, раннее образование трещин в растянутой зоне сечения, что способствует быстрому росту прогибов элементов.

К моменту образования трещин в окружающем бетоне напряжения в арматуре составляют всего 20..30 МПа, а при достижении предельно допустимой ширины раскрытия трещин (0,3÷0,4 мм) – 150..250 МПа. Учитывая то, что модуль упругости арматуры изменяется незначительно, в

обычном железобетоне не рационально применять высокопрочную арматурную сталь, так как ее прочностные характеристики будут недоиспользованы и, как правило, предельные усилия, которые способна воспринять конструкция будут оцениваться исходя из предельно допустимых значений ширины раскрытия трещин и прогибов, а не по прочности.

### 1.2. Предварительно напряженные железобетонные конструкции

Конкуренция с металлическими конструкциями и расширение областей применения железобетона, стремление максимально уменьшить влияние перечисленных выше недостатков, привели к созданию предварительного напряжения бетона железобетонных конструкций.

Создание и внедрение предварительно напряженных конструкций явилось *вторым рождением* железобетона на качественно более высоком уровне. Предварительное напряжение позволило повысить трещиностойкость, жесткость и значительно уменьшить собственный вес конструкций, сделав их не только конкурентоспособными с металлическими конструкциями, но и более экономичными при изготовлении и эксплуатации.

Идея предварительно напряженного железобетона заключается в том, что в процессе изготовления конструкции до приложения нагрузки в бетоне создается искусственное напряженное состояние, которое можно целенаправленно регулировать. Как правило, предварительное напряжение элемента выполняют таким образом, чтобы бетон, который в процессе эксплуатации будет работать на растяжение, имел начальные сжимающие напряжения.

Характер распределения предварительных напряжений в бетоне элементов зависит от положения в сечении напрягаемой арматуры, степени ее предварительного напряжения, физико-механических свойств бетона и геометрии сечения элементов.

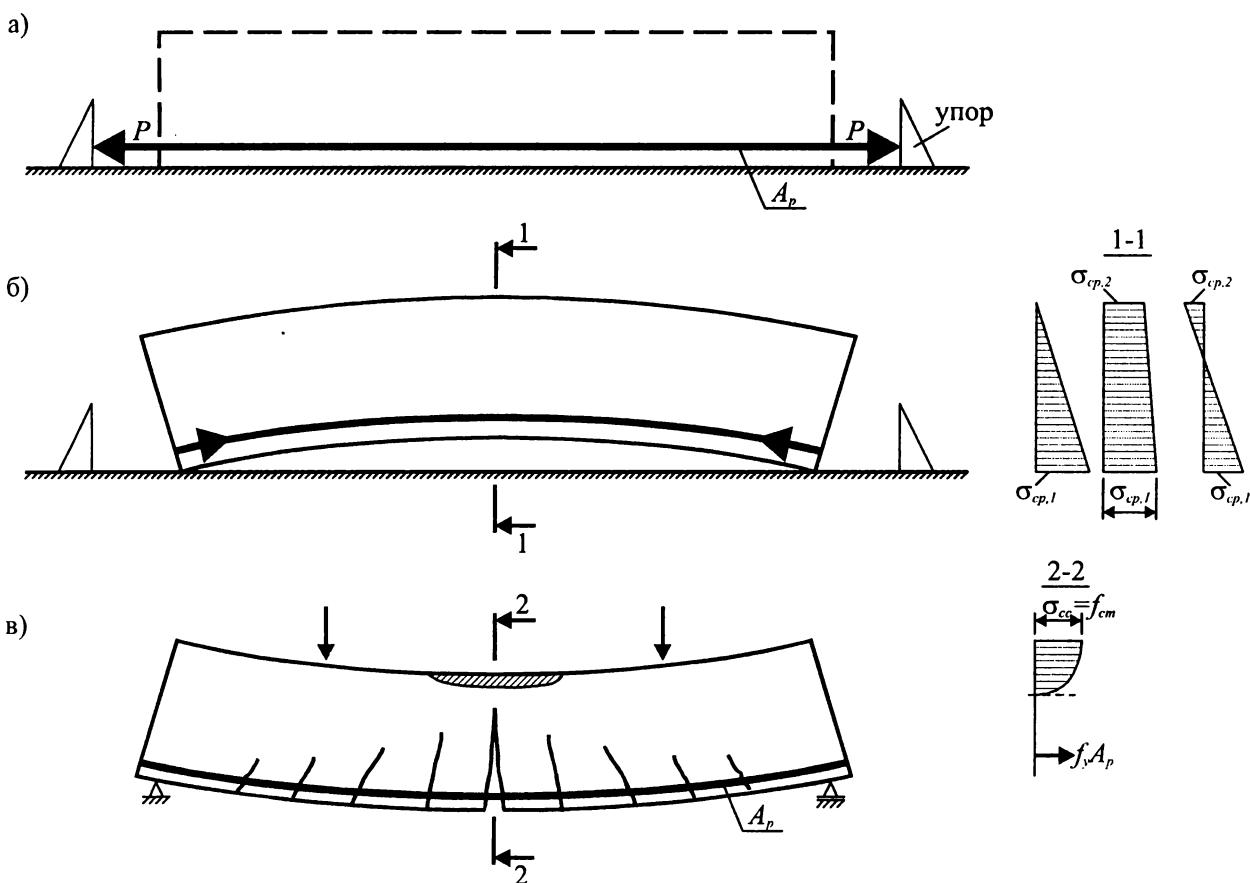


Рис. 1.2.

Стадии изготовления и работы предварительно напряженной балки: натяжение арматуры на упоры (а); передача усилия и возможные эпюры напряжений в бетоне (б); стадия разрушения (в)

Например, в изгибаемых элементах, наиболее рационально напрягаемую арматуру размещать в растянутой при эксплуатации зоне сечения балок (рис. 1.2).

После того, как бетон конструкции набирает необходимую прочность, натянутую арматуру освобождают с упоров (см. рис. 1.2б) и она, стремясь возвратиться в начальное состояние, создает обжатие элемента. Такой способ преднапряжения принято называть «с натяжением на упоры». Обжатие может передаваться как силами сцепления арматуры с бетоном, так и с помощью специальных анкеров, закрепляемых по торцам элементов.

Если предварительное напряжение конструкции создают при натяжении арматуры, располагаемой в ранее выполненных каналах, то такой способ принято называть «натяжением на бетон». Усилие обжатия передается на элемент при помощи специальных анкерных устройств, либо посредством сил сцепления, возникающих при последующем инъецировании каналов цементным раствором.

В настоящее время предварительное напряжение можно создавать в элементах, конструкциях и их частях не только при помощи традиционных способов натяжения высокопрочной арматуры, но и путем применения напрягающего бетона [33].

Эффект предварительного напряжения может быть обеспечен только при применении высокопрочной арматурной стали, так как после передачи усилия обжатия и при эксплуатации развиваются потери напряжений в арматуре от упругого обжатия бетона, усадки, ползучести, релаксации стали и т.д. Эффективным становится применение в предварительно напряженных конструкциях высокопрочных бетонов, что позволяет уменьшить геометрические размеры сечения элементов и конструкций, увеличить длину перекрываемых пролетов и эксплуатационные нагрузки, снизить потери предварительного напряжения.

Предварительное напряжение в 2..3 раза повышает трещиностойкость и жесткость конструкций по сравнению с обычным железобетоном без предварительного напряжения.

Прочность предварительно напряженных конструкций практически не зависит от величины предварительного напряжения арматуры. Однако в случае постановки напрягаемой арматуры в сжатой при эксплуатации конструкции зоне сечения (например, с целью уменьшения выгиба и повышения трещиностойкости при обжатии растянутой зоны сечения) предварительное напряжение может отрицательно повлиять на прочность конструкции в случае ее разрушении по бетону сжатой зоны.

Очевидно, что предварительно напряженные конструкции явились следствием совершенствования традиционных железобетонных конструкций. Их создание связано со стремлением к ликвидации недостатков, присущих обычному железобетону, а главным образом, низкой трещиностойкости. Несмотря на то, что как железобетонные, так и предварительно напряженные конструкции предполагают применение одних и тех же материалов (бетона и арматурной стали) их конечные свойства существенно отличаются (табл. 1.1).

**Таблица 1.1.**

Ориентировочное сравнение свойств обычных железобетонных и предварительно напряженных конструкций [35]

Свойство	Обычная железобетонная конструкция	Предварительно напряженная конструкция
Прочность бетона $f_c$ , МПа	от 15 до 40	от 40 до 100 и более
Вид стали	низкоуглеродистая	высокоуглеродистая
Прочность арматурной стали $f_{xy}$ ( $f_{py}$ ), МПа	от 190 до 500	от 800 до 1800
Собственный вес конструкции (расход бетона)	100 %	40..70 %
Рабочее армирование (расход арматуры)	100 %	30..50 %
Трещиностойкость	допускается образование и развитие трещин, остаются при эксплуатации	полное отсутствие трещин, либо ограниченное их раскрытие, возможность зажатия при снижении нагрузки
Огнестойкость	очень хорошая или хорошая	хорошая
Сопротивление действию циклических нагрузжений	хорошее до образования трещин	хорошее
Пролет балок, м	до 30	до 300

Как свидетельствуют результаты экспериментальных исследований в изгибаемых железобетонных элементах сжатая зона составляет примерно  $1/3$  высоты сечения. Поэтому бетон в растянутой части сечения, составляющей  $2/3$  ее высоты, является по существу, балластом, имеющим второстепенное значение. В предварительно напряженных изгибаемых элементах сечения внецентренно обжаты, в силу чего на значительной части высоты конструкции действуют сжимающие напряжения. Это позволяет эффективно использовать в таких конструкциях материалы, обладающие высокой прочностью.

Прогресс в металлургии и технологии бетона привел к тому, что в настоящее время при несколько более высоких затратах, получают арматурные стали и бетоны высокой прочности. Так, прочность арматуры достигает 2500 МПа, а бетоны, применяемые на практике, имеют прочность при сжатии до 100 МПа. При этом в лабораторных условиях и при возведении уникальных объектов получают бетоны с прочностью при сжатии до 300 МПа. Безусловно, что такие материалы вообще не могут быть эффективно применены в традиционных железобетонных конструкциях. С одной стороны допущение более высоких напряжений в арматуре железобетонных конструкций в эксплуатационной стадии не оправдано с точки зрения чрезмерного раскрытия трещин и развития прогибов. С другой стороны, применение бетонов высокой прочности в таких конструкциях, как правило, нецелесообразно, т.к. ведет лишь к незначительному уменьшению размеров сечения (исключения составляют короткие сжатые элементы).

Как было показано выше (см. табл. 1.1), предварительно напряженные конструкции позволяют за счет применения высокопрочной арматуры получить экономию стали в среднем до 70 %, особенно при применении в качестве напрягаемой арматуры высокопрочной проволоки и канатов, отдалить момент образования трещин, повысить жесткость элементов и уменьшить их прогибы, повысить выносливость и сейсмостойкость конструкций.

Ценным является и то, что в процессе перевозки и монтажа предварительно напряженные конструкции, обладая повышенной трещиностойкостью и жесткостью, значительно менее чувствительны к динамическим нагрузкам.

Основными недостатками предварительно напряженных конструкций являются повышенная трудоемкость и металлоемкость оснастки для их изготовления. Этот недостаток, в основном, относится к поточно-агрегатному методу изготовления предварительно напряженных конструкций.

Однако при изготовлении массового сборного железобетона, например многопустотных плит, этот недостаток легко преодолевается при применении современных технологий безопалубочного формирования конструкций. Несколько понижается, по сравнению с ненапрягаемым железобетоном, огнестойкость конструкций, хотя и этот недостаток может быть практически полностью исключен при применении специальных конструктивных мероприятий, например, путем увеличения защитного слоя бетона. Повышается чувствительность к воздействию агрессивной среды, влияющей на коррозионную стойкость предварительно напряженной конструкции. Однако и этот недостаток можно свести до минимума при помощи расчетно-конструктивных требований. Например, при применении высокопрочной проволочной арматуры и канатов при эксплуатации в конструкциях не допускается длительное раскрытие трещин и ограничивается ширина их раскрытия. Широко применяется и, так называемая, вторичная защита бетона путем пропитки поверхности мономерами и полимерными материалами.

Таким образом, перечисленные недостатки легко преодолеваются как на стадии проектирования, так и в процессе эксплуатации предварительно напряженных конструкций. С начала массового внедрения (40-е годы XX века) предварительно напряженные железобетонные конструкции эффективно применяются при строительстве любых зданий и сооружений, обеспечивая необходимую их надежность и долговечность.

***XXI век – это век сборного, и в первую очередь, предварительно напряженного железобетона.***

### ***1.3. Технологические особенности изготовления железобетонных конструкций***

Железобетонные конструкции в зависимости от технологии изготовления могут быть сборными, изготавливаемыми, как правило, в заводских условиях, монолитными, формирование которых ведется непосредственно в условиях строительной площадки, и сборно-монолитными, представляющими собой сочетание сборных элементов и монолитного железобетона, укладываемого в процессе возведения конструкций.

Выбор вида железобетонных конструкций для конкретного объекта строительства зависит от многих факторов, таких, как развитие индустриальной базы в районе строительства, энергоемкость, надежность и долговечность, архитектурно-конструктивные особенности и технико-экономические показатели объекта строительства.

### **1.3.1. Сборные конструкции**

Сборными являются железобетонные конструкции, которые предварительно изготовлены, как правило, на специальных заводах, а на строительной площадке ведется их укрупнительная сборка и (или) монтаж.

Несмотря на то, что сборные железобетонные конструкции, в том числе и предварительно напряженные, начали применяться в массовом строительстве только в конце 30-х годов XX века, сегодня они стали основным видом конструкционного железобетона, далеко не исчерпав всех своих возможностей.

Для климатических условий Республики Беларусь применение сборного железобетона позволяет вести круглогодичное строительство, с высокими темпами монтажа конструкций.

Сборные железобетонные изделия и конструкции позволяют высоко механизировать и автоматизировать весь процесс их изготовления, максимально снизить затраты на оснастку и формовочное оборудование. Но самое главное то, что в заводских условиях можно достаточно просто и с высоким качеством изготавливать предварительно напряженные конструкции различного назначения (например, плиты, балки и фермы больших пролетов, в том числе из высокопрочного бетона). Все это позволяет сократить расход арматурной стали по сравнению с конструкциями без предварительного напряжения в 2..3 раза. В настоящее время наиболее массовые предварительно напряженные конструкции, такие как многопустотные плиты, шпалы, балки и др. элементы изготавливаются способом безопалубочного формования на длинных стендах методом экструзии. Применение технологии безопалубочного формования позволяет в два раза снизить трудозатраты, уменьшить расход стали и цемента, получать изделия высокого качества. При заводском изготовлении железобетонных изделий и конструкций широко применяются различные химические добавки, что позволяет в ряде случаев отказаться от тепловой обработки бетона, обеспечить экономию цемента и перейти на безвибрационные литьевые технологии.

Установлено, что стоимость железобетонных конструкций массового производства ниже, чем металлоконструкций.

Недостаток сборного железобетона заключается в необходимости создания специальных заводов по их производству, повышенных транспортных и монтажных расходах, металлоемкости стыков. Членение на отдельные сборные элементы нарушает неразрезность (статическую неопределимость) конструкций, что ведет к дополнительным затратам при установке связей для обеспечения пространственной жесткости зданий и сооружений.

Вместе с тем, дальнейшие перспективы применения железобетонных конструкций специалисты связывают с развитием и совершенствованием сборного железобетона, в первую очередь, предварительно напряженного.

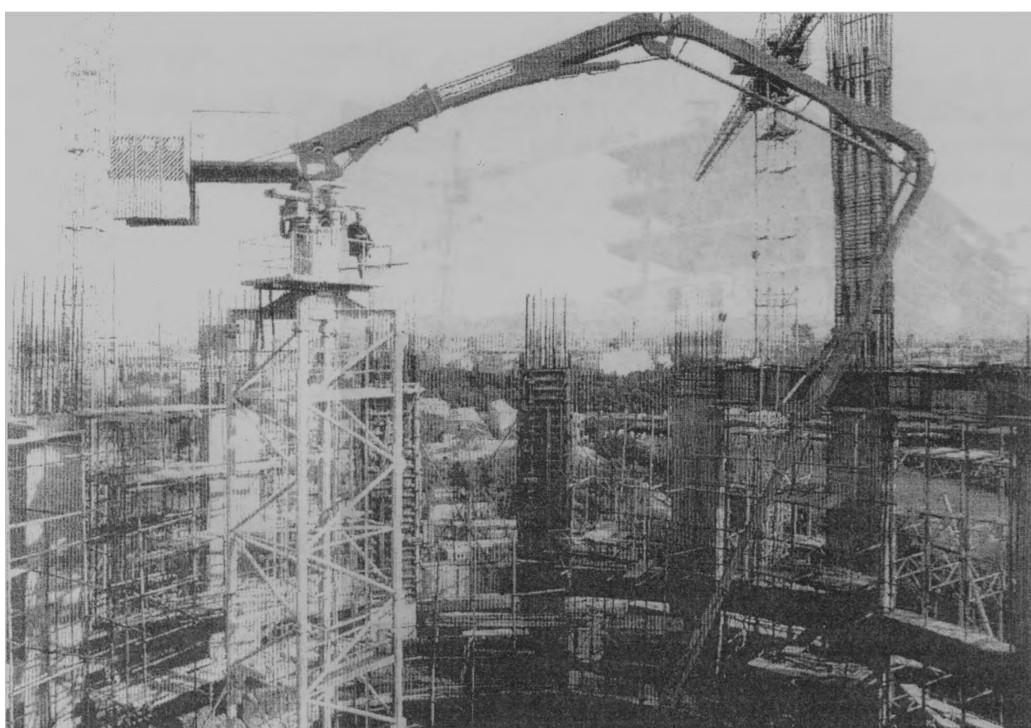
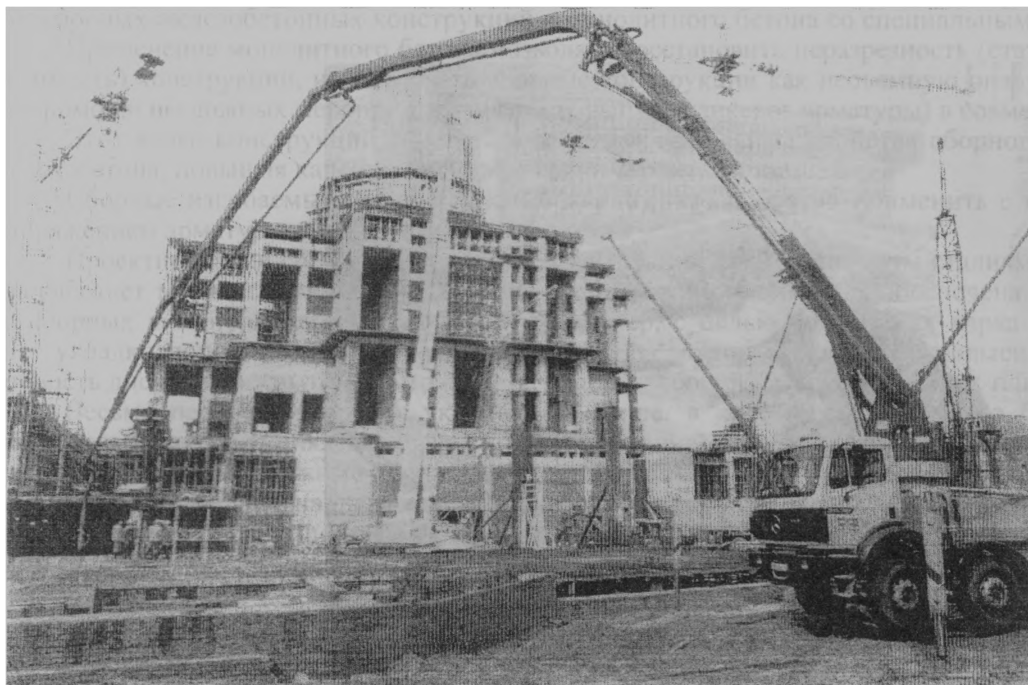
### **1.3.2. Монолитные конструкции**

Монолитные железобетонные конструкции изготавливаются на строительной площадке при возведении объектов. Бетонная смесь может быть приготовлена непосредственно на площадке строительства или доставлена бетоновозами со специальных заводов и укладывается в опалубку с заранее установленной арматурой (каркасами, сетками, закладными деталями и т.д.). За счет высокой механизации, применения современных опалубочных систем, различных химических добавок – ускорителей твердения бетона, этот способ изготовления железобетонных конструкций по качеству и срокам строительства стал приближаться к сборному железобетону. Но монолитные железобетонные конструкции имеют ряд недостатков, таких как удорожание при зимнем производстве работ, устройство сложных опалубочных систем с невысокой их оборачиваемостью.

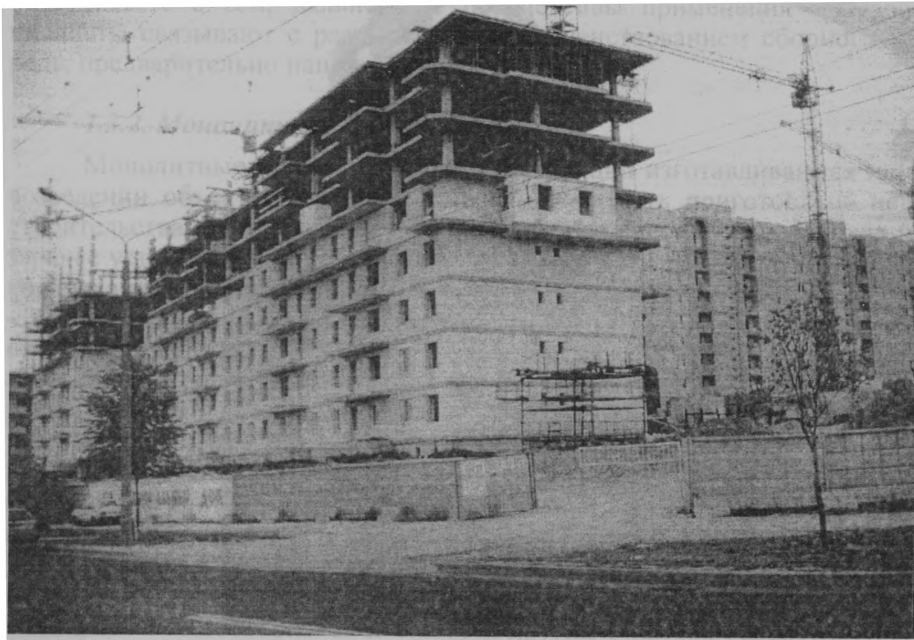
Основной недостаток монолитного железобетона – это увеличение, по сравнению со сборными конструкциями, расхода арматурной стали и бетона, так как непосредственно в условиях массового строительства сложно применить предварительное напряжение арматуры. Поэтому, например, в жилищном строительстве, расход стали на устройство монолитных дисков перекрытий увеличивается в 2..3 раза и бетона, по сравнению с многопустотными плитами при ячейке, например, 6×6 м – до 40 %. Практика показала, что в фундаментостроении эффективно применение монолитного железобетона. Есть много и других областей строительства, где монолитный железобетон незаменим, в частности при возведении уникальных объектов (рис. 1.3).

Для изготовления монолитных конструкций весьма перспективным является применение напрягающего бетона, позволяющего в условиях строительной площадки осуществить предварительное напряжение арматуры. Исследования в этом важном направлении сегодня успешно ведутся специалистами Брестского государственного технического университета.





**Рис. 1.3.**  
Бетонирование монолитных конструкций при строительстве Храма Христа Спасителя (г. Москва, Россия)



**Рис. 1.4.**  
Сборно-монолитный каркас с самонапряженными ригелями

### ***1.3.3. Сборно-монолитные конструкции***

Сборно-монолитные конструкции представляют собой экономически обоснованное сочетание сборных железобетонных конструкций и монолитного бетона со специальным армированием.

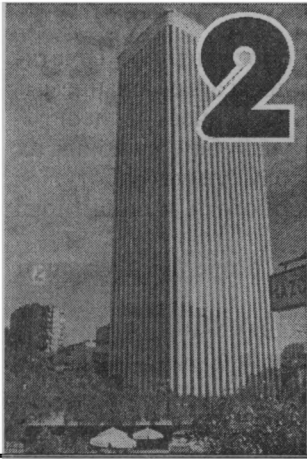
Применение монолитного бетона позволяет восстановить неразрезность (статическую неопределимость) конструкций, использовать сборные конструкции как несъемную опалубку, включив их при помощи несложных мероприятий (шпонки, выпуски анкеров арматуры) в совместную работу.

Этот класс конструкций сочетает в себе положительные свойства сборного и монолитного железобетона, повышая качество и снижая сроки строительства.

Сборные изгибаемые элементы, как правило, целесообразно применить с предварительным напряжением арматуры.

Проектирование сборно-монолитных конструкций ведется по двум стадиям: монтажной, когда работает только сборный железобетон и эксплуатационной, когда обеспечена совместная работа сборных и монолитных конструкций. Например, с целью сохранения парка бортоснастки, за счет укладки дополнительного монолитного бетона можно значительно повысить несущую способность дисков перекрытий, состоящих из типовых сборных многопустотных плит.

Весьма перспективно, как указывалось выше, в качестве монолитного бетона в сборно-монолитных конструкциях использовать напрягающийся бетон и высокопрочную арматурную сталь. Жилые девятиэтажные каркасные здания с монолитными ригелями из напрягающегося бетона и предварительно напряженными многопустотными плитами дисков перекрытий впервые в мировой практике были построены в Белоруссии с хорошими технико-экономическими показателями (рис. 1.4).



# ИСТОРИЧЕСКИЙ ОЧЕРК И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

## 2.1. Основные этапы развития железобетона

По сравнению с другими материалами, железобетон стал применяться в строительстве сравнительно недавно – в конце XIX века, когда началось интенсивное развитие промышленности и, в силу этого, строительство фабрик, заводов, многоэтажных зданий, транспортных сооружений и т.д. Благодаря своим качествам этот материал стал одним из наиболее массово применяемых в строительстве XX века.

Разработка технологии изготовления портландцемента в 1817–1824 г.г. Аспиным (Англия) и Е.Г. Чалеевым (Россия) способствовало началу широкого применения бетонов и растворов в строительстве.

В начальный период применения железобетона его армирование стержнями и профильным железом осуществлялись без должного понимания роли и места расположения металла в сечении элементов.

Ламбо в 1850 г. построил лодку из цементного раствора, армированную железом, которая демонстрировалась на Всемирной выставке в Париже в 1855 году.

В течение сороковых–пятидесятых годов XIX столетия в Англии и в Америке Т. Гаутом (1855 г.) были испытаны железобетонные балки. Результаты этих первых опытов были опубликованы в 1877 г., т.е. к этому времени можно считать, что появились первые железобетонные конструкции с осмысленным размещением металла в сечении элементов.

В 1861 г. парижский садовник Ж. Монье начал изготавливать переносные кадки для цветов, а в 1867 г. получил патент на армированные бетонные плиты. В этих конструкциях арматура размещалась в середине высоты сечения, что говорит о непонимании Ж. Монье сущности работы железобетона. Вместе с тем английский штукатур В. Уилкинсон в 1884 г. в патентной заявке указал, что металлическая арматура должна размещаться у растянутой грани сечения.

В 1861 г. французский инженер Куанье сделал большой шаг вперед, подытожив в своей книге опыт по изготовлению различных железобетонных конструкций (балок, сводов, труб и т.д.) для строительства жилых домов, указав, что металлические стержни работают с бетоном совместно, тем самым, повышая несущую способность перекрытий. Его конструкции демонстрировались на Всемирной выставке в Париже в 1867 г.

В семидесятых–восемидесятых годах в разных странах был внесен ряд предложений по армированию железобетонных плит, но только в начале восьмидесятых годов XIX столетия сложилось определенное представление о возможностях и перспективах применения железобетона.

В период с 1870 до 1880 г.г. создаются и внедряются различные конструктивные системы из железобетонных конструкций.

Большое значение для совершенствования технологии возведения монолитных конструкций сыграло предложение британского инженера Диконса (1872 г.) по организации заводского производства бетонных смесей растворов и их доставке на объекты строительства. Это были первые идеи по индустриализации строительства из монолитного железобетона.

Строительная фирма инженера Вайса в 1886 г., купив патенты Ж. Монье, под руководством профессора Баушингера (Германия) провела большие систематические испытания различных бе-

\* Проф. Н.К. Лахтин, проф. Н.А. Кашкаров. Железобетон. Часть I. г. Москва, 1927, стр. 7-9.

\*\* Б.В. Якубовский. Железобетонные и бетонные конструкции. «Высшая школа». Москва. 1970 г. стр. 11-21.

\*\*\* Рудольф Залигер. Железобетон. Его расчет и проектирование. Москва-Ленинград. 1928 г. с 4-6.

тонных и железобетонных конструкций плит, балок и сводов, оценив их прочность, сцепление арматуры с бетоном, огнестойкость и коррозию металла, находящегося в бетоне.

Эти опыты позволили Кеннону (Германия) в 1886 г. предложить метод расчета железобетонных конструкций.

В 1892 г. француз Ф. Геннебик запатентовал конструктивную систему каркасного здания с ребристым железобетонным перекрытием (плиты, балки, колонны и фундаменты) (рис. 2.1), которая легла в основу всех дальнейших разработок в этом направлении.

Особенностью монолитной системы было то, что бетон был с крупным заполнителем, а армирование выполнялось вязаными каркасами с замкнутыми хомутами.

После Всемирной выставки в Париже 1855 г. идеи применения железобетона в строительстве проникли в Россию. В 1879..1900 г.г. было осуществлено строительство ряда уникальных по тем временам объектов: артиллерийского городка в г. Батуми, ткацкой фабрики в Реутово, конструкций ГУМа в г. Москве (1893), пешеходного моста пролетом 45 м на Нижегородской ярмарке и др.

В 1886 г. на Московских бойнях были испытаны до разрушения железобетонные плиты и своды.

В 1891 г. под научным руководством проф. Н.А. Белелюбского в Санкт-Петербурге на Преображенской площади были проведены публичные испытания целого ряда конструкций: плит, труб, цилиндрических резервуаров, моста и др. конструкций.

Эти публичные испытания явились отправной точкой к широкому применению железобетона в строительстве России. В 1896 г. инженер Груннер издал брошюру «Производство работ из смешанных материалов». Под руководством проф. Н.А. Белелюбского в 1898 г. была начата разработка первых «Технических условий для железобетонных сооружений», которые официально были утверждены в 1908 г.

Таким образом к концу XIX столетия были сформулированы и закреплены в первых нормативных документах основные предпосылки практического метода расчета железобетонных конструкций по допускаемым напряжениям.

В основу методики расчета изгибаемых балок была положена гипотеза Навье, и использовался так называемый переходный коэффициент « $m$ ».

Всемирная выставка в Париже в 1900 г. показала огромные возможности бетонных и железобетонных конструкций при строительстве зданий и сооружений.

Уже в те годы было ясно, что совместная работа двух материалов с различными физико-механическими характеристиками не позволяет рассчитывать железобетонные конструкции с использованием зависимостей сопротивления материалов.

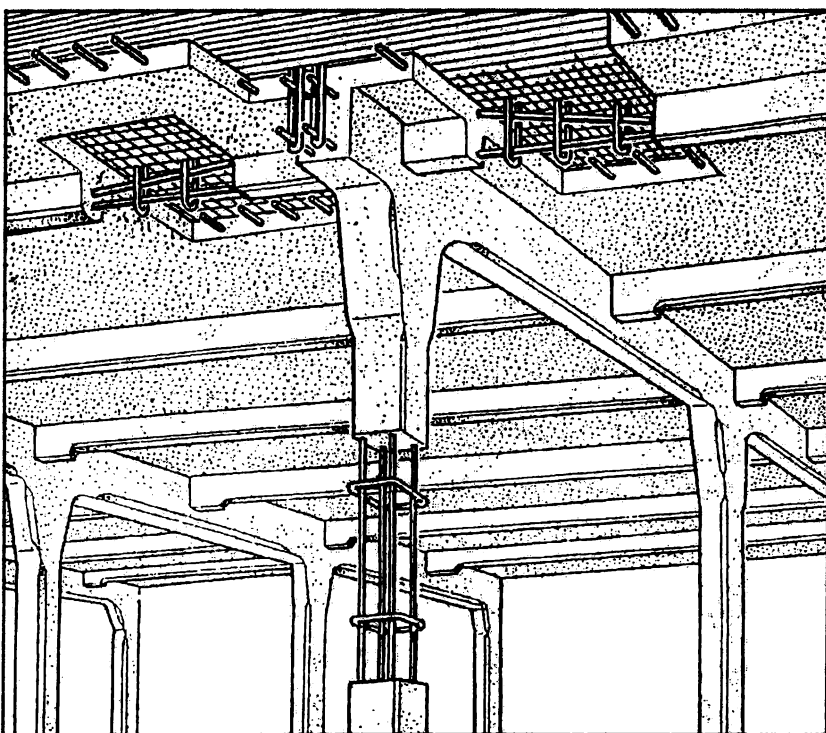


Рис. 2.1.

Многоэтажное каркасное здание с ребристыми перекрытиями из монолитного железобетона системы Ф. Ганнебика

Благодаря разработкам талантливых ученых и специалистов до 1917 года в России было возведено большое количество уникальных зданий и сооружений, таких как железобетонный маяк в г. Николаеве (1904 г.) высотой до 40 м (инж. Н. Пятницкий и А. Барышников и эксперт Н.А. Белелюбский); 4-х этажное каркасное здание в Санкт-Петербурге (1905 г.); перекрытие Политехнического музея; железнодорожный мост над ул. Московской в г. Минске (1905 г.); фортификационные сооружения в г. Бресте и др.

Появилась и первая техническая литература по железобетонным конструкциям и технологии строительства, такая как книги Д.Ф. Жарницына «Железобетонные сооружения» (1893 г.), Груннера «Производство работ из смешанных материалов» (1896 г.), С.И. Рудницкого «Железно-цементная конструкция» (1897 г.), Н.А. Житкевича «Плоские железобетонные покрытия и их расчет» (1900 г.), А.Ф. Лолейта «Система Монье, ее применение, промышленное значение и вопросы, связанные с распространением железобетона» (1903 г.), Б.Н. Акимова «Железобетон» (1905 г.), Ю. Кристофа «Железобетон и его применение» (перевод с французского под ред. Г.П. Передерия, 1903 г.).

В России появились и крупные научные центры – механические лаборатории по вопросам технологии бетона и железобетонных конструкций, которыми руководили проф. Н.А. Белелюбский, И.Г. Малюга и С.И. Дружинин.

Создавались новые и совершенствовались различные конструктивные системы из железобетона, способы армирования, такие как: бетон в обойме (Н.М. Абрамов); непрерывное спиральное армирование колонн (А.Ф. Лолейт); сетки косвенного армирования (В.П. Некрасов) и др. Несомненным успехом было строительство в 1908 г. склада для молочных продуктов в г. Москве, безбалочное перекрытие которого запроектировал А.Ф. Лолейт. В Швейцарии подобная конструктивная система безбалочных перекрытий появилась только в 1910 г.

Российские инженеры оказали огромное влияние на мировое развитие теории и практики железобетона.

В период империалистической войны и революции в России на десятилетие практически полностью прекратились научные исследования и проектные работы по железобетону.

Однако уже в двадцатые–тридцатые годы в СССР развернулось строительство крупных сооружений, таких как Волховская ГЭС, ДнепроГЭС и Нижнесвирская ГЭС. Были созданы и первые проектные организации, научно-исследовательские институты и лаборатории: ЦНИПС, позже НИИЖБ и ЦНИИСК, ЦНИИС МПС и др. Возводятся тонкостенные пространственные конструкции: оболочки, складки, купола и др.

В связи с большим объемом строительства железобетон становится основным материалом, все более заменяя стальные конструкции. Зарождается и реализуется идея строительства из сборного железобетона.

В 1933 г. ЦНИПС обобщил опыт строительства из сборного железобетона во «Временной инструкции по сборным железобетонным конструкциям», в которой были заложены принципы индустриального строительства, стандартизации конструктивных элементов и т.д. Этот документ сыграл в будущем огромную роль в развитии индустрии сборного железобетона в СССР. С 1921 по 1934 г. НТИУ «Нормы и технические условия проектирования железобетонных конструкций» перетерпели четыре переработки.

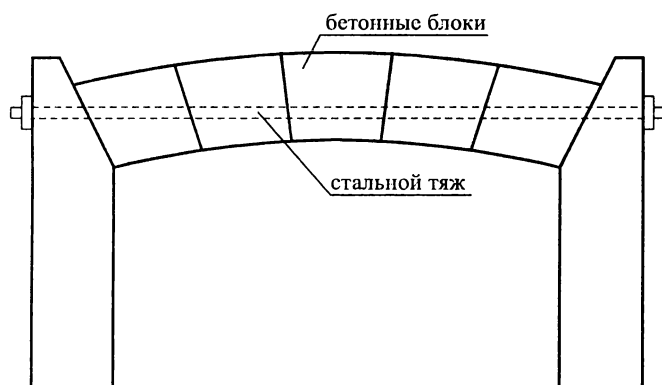
В НТИУ 1934 г. был введен переменный коэффициент  $m = E_{ж} / E_b$  в зависимости от марки бетона и стали, принята методика расчета колонн с продольной арматурой и хомутами и коэффициент запаса был снижен с 3 до 2.

Проф. В.З. Власов и проф. А.А. Гвоздев разработали теорию расчета и конструирования различных тонкостенных конструкций и перекрытий. Итогом этой работы явилось издание в 1937 г. первой в мире «Инструкции по расчету и проектированию тонкостенных покрытий и перекрытий».

В 1939 г. впервые в мировой практике в НТИУ (ОСТ 9000338) была включена теория расчета железобетонных конструкций по стадии разрушения, предложенная проф. А.Ф. Лолейтом в 1932 г. и блестяще доведенная до практического применения А.Ф. Лолейтом, А.А. Гвоздевым, Я.В. Столяровым, В.И. Мурашевым, В.В. Михайловым, П.Л. Пастернаком, В.А. Бушковым и др.

В 20-е годы XX столетия железобетонные конструкции широко применяются при возведении зданий и сооружений различного назначения. Однако из-за большого собственного веса наиболее массовых линейных элементов пролет и несущая способность конструкций (плиты, балки, ригеля и др.) были ограничены. Особенно этот недостаток проявлялся в сборных железобетонных конструкциях, преимущество которых уже было оценено специалистами разных стран, особенно при строительстве зданий по типовым проектам.

Возможность повышения трещиностойкости и жесткости железобетонных элементов за счет применения предварительного напряжения арматуры высказывалась еще в XIX столетии. В 1886 г. Мандель (Австрия) и П.Г. Джексон (США) (рис. 2.2), а в 1888 г., К. Деринг (Германия) получили патенты на предварительное напряжение арматуры, которые были основаны на понятии, что бетон хорошо работает на сжатие и плохо – на растяжение.



**Рис. 2.2.**

Иллюстрация к первому патенту, относящемуся к предварительному напряжению конструкции (Р.Г. Джексон, США, 1886 г.)

В 1908 г. К. Р. Штейнер (США) предложил осуществить повторное натяжение арматуры после проявления части усадки и ползучести бетона с целью уменьшения потерь.

Экспериментальные работы Э. Фрэйсене (Франция), Лунда (Норвегия), Кенека (Германия) выполнялись с арматурной сталью небольшой прочности и эффект предварительного напряжения исчезал из-за потерь еще на стадии изготовления конструкций. Идея передачи предварительного напряжения за счет сцепления арматуры с бетоном без ее анкеровки на концах была осуществлена Э. Фрэйсене и Э. Хойером (Германия). Причем Э. Хойер является первым, кто реализовал на практике идею стенового

способа изготовления предварительно напряженных конструкций с натяжением арматуры на опоры стенда длиной 100 м, с установкой разделительных диафрагм-форм и перерезанием арматуры после набора бетоном необходимой передаточной прочности.

Однако широкое практическое применение предварительно напряженных конструкций оказалось возможным только в 30-х годах XX столетия благодаря работам Э. Фрейсине (Франция) и В.В. Михайлова (СССР), когда металлургическая промышленность освоила производство высокопрочных сталей.

В 1935 г. Р.Э. Дилл (США) создал конструкции с натяжением высокопрочной стальной арматуры с ее анкеровкой при помощи гаек.

Этот период, когда началось промышленное освоение производства предварительно напряженного железобетона, когда теоретический уровень расчета железобетонных конструкций был достаточно высоким, благодаря работам А.Ф. Лолейта, А.А. Гвоздева, П.Л. Пастернака и др., можно считать началом второго этапа развития железобетона, или, как объективно считают многие специалисты, **вторым рождением железобетона**.

В области создания теории расчета и технологии изготовления предварительно напряженных железобетонных конструкций известны труды немецких инженеров Ф. Дешингера, Е. Хойера, Ф. Леонгарда, Т.И. Лина (США) и российских А.А. Гвоздева, В.В. Михайлова, С.А. Дмитриева, А.П. Коровкина, К.С. Завриева, И.Г. Иванова-Дятлова, С.Е. Фрайфельда, Э.Г. Ратца и др.

В 1943 г. была издана «Инструкция по проектированию предварительно напряженных железобетонных конструкций», разработанная в ЦНИПС под руководством А.А. Гвоздева.

В начале 40-х годов XX века В.И. Мурашев создает теорию трещиностойкости и жесткости железобетонных конструкций [28].

В 50-е годы сборный предварительно напряженный железобетон начал интенсивно применяться в Германии (Ф. Леонгард), США (Т.И. Лин и Б. Гервик), Норвегии, Англии (П.В. Абельс), Бельгии (Г. Маньель) и других странах\*\*.

Состоявшаяся в 1948 г. в г. Тбилиси IV конференция по бетону и железобетонным конструкциям в своем решении отметила значительное отставание в применении обычного и предварительно напряженного железобетона, отсутствие современного технологического оборудования для заводов сборного железобетона. Решающее значение для развития индустрии сборного железобетона сыграло постановление от 19 августа 1954 г. «О развитии производства сборных железобетонных конструкций и деталей для строительства», в котором отмечалась исключительно важная роль сборного железобетона, как наиболее экономичного, позволяющего осуществлять круглогодичное строительство. Последующие директивные документы в области строительства дали толчок к

\* В 1964 г. ФИП наградила профессора В.В. Михайлова, высшей наградой – золотой медалью имени Э. Фрейсене за большие достижения в области теории и практики железобетона и, в первую очередь, – предварительно напряженного. В 1976 г. золотой медалью имени Э. Фрэйсене был награжден профессор А.А. Гвоздев за выдающийся вклад в развитие теории и практики железобетона

\*\* В 1952 году был создан Международный комитет по предварительно напряженному бетону (FIP), который рассматривал и популяризировал мировые достижения в области предварительно напряженных конструкций. Его конгрессы проходили каждые четыре года в различных странах мира. В мае 1998 года состоялось слияние FIP с Международным комитетом по бетону (CEB) в одну организацию – Международный комитет бетона (fib), объединившего национальные группы 39 стран.

дальнейшему развитию индустрии сборного и монолитного железобетона, расширению научных исследований, совершенствованию теории расчета железобетона и проектного дела.

В этот период начали формироваться крупные научно-исследовательские институты и научные центры в области исследования железобетонных конструкций: в Москве (НИИЖБ, ВНИИЖе-лезобетон и ЦНИИС Минтрансстроя), Киеве (НИИСК), Минске (ИСИА), Санкт-Петербурге, Харькове, Тбилиси и др. Большая научная работа велась на кафедрах железобетонных и строительных конструкций вузов.

В развитие теории железобетона внесли огромный вклад ученые НИИЖБ: А.А. Гвоздев, В.В. Михайлов, К.В. Михайлов, С.А. Дмитриев, С.М. Крылов, А.П. Васильев, Г.И. Бердичевский, В.И. Мурашев, С.В. Александровский, Н.И. Карпенко, Ю.П. Гуца, А.С. Залесов, Н.М. Мулин, С.А. Мадатян, Н.А. Маркаров, Ю.В. Чиненков, Г.К. Хайдуков, И.Г. Людковский, В.А. Клевцов, В.В. Шугаев, Ф.А. Иссерс, Е.А. Гузеев, А.И. Звездов и многие другие специалисты. Следует отметить большую роль НИИЖБ в создании национальной нормативной базы в области бетонных и железобетонных конструкций, подготовке докторов и кандидатов технических наук для многих вузов и НИИ бывшего СССР.

Созданная комиссия по унификации методов расчета (В.А. Балдин, А.А. Гвоздев, И.И. Гольденблат, Ю.А. Иванов, В.М. Келдыш, Л.И. Онищик, Н.С. Стрелецкий, К.Э. Таль) разработала основные положения норм проектирования строительных конструкций и оснований на основе метода их расчета по предельным состояниям.

Дальнейшее совершенствование методики расчета сечений по стадии разрушения и переход к единой методике расчета обычных и предварительно напряженных конструкций по расчетным предельным состояниям впервые был объединен в одном нормативном документе СНиП II.В.1–62. В дальнейшем в разработанных под руководством А.А. Гвоздева нормах СНиП II–21–75 были установлены две группы предельных состояний железобетонных конструкций: по несущей способности и по пригодности к нормальной эксплуатации.

Этот нормативный документ обобщил результаты большого объема научных исследований и на десятилетия опередил мировую практику нормирования железобетонных конструкций. В эти годы ученые и специалисты бывшего СССР принимали активное участие в работе международных организаций по совершенствованию теории расчета и нормирования железобетонных конструкций, создания новых видов арматуры, технологии изготовления конструкций, огнестойкости и т.д.

В конце 70-х – начале 80-х годов проф. А.А. Гвоздев неоднократно указывал на необходимость гармонизации отечественных норм проектирования с зарубежными нормами. К сожалению, в последней редакции СНиП 2.03.01–84\* эти положения не были учтены.

Переход к расчету железобетонных конструкций по предельным состояниям, массовое применение сборного обычного и предварительно напряженного железобетона высокой степени унификации и типизации, монолитных и сборно-монолитных конструкций можно считать *третьим этапом* в развитии теории и практики железобетона. Этот этап характерен ещё и массовой химизацией бетона, что существенно повысило его качество и эффективность и снизило энергоёмкость.

Наряду с большими достижениями были и определенные просчеты в выборе стратегии развития индустрии массового сборного железобетона. Яркий пример – это ликвидация в начале 60-х годов стенов системы Шеффер (Германия) безопалубочного формования предварительно напряженных многпустотных плит и последующий переход на изготовление массового сборного железобетона по поточно-агрегатной технологии с использованием электротермического способа натяжения стержневой арматуры.

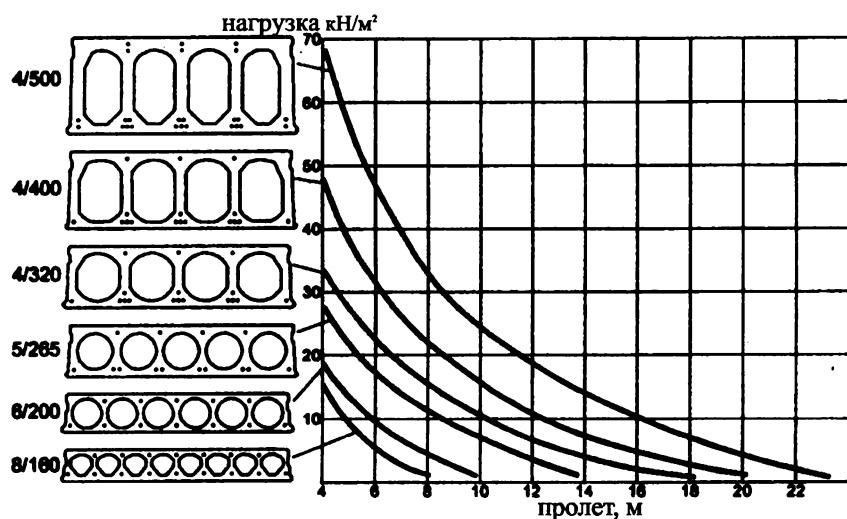
Понимая все преимущества безопалубочного формования наиболее массовых предварительно напряженных изделий и конструкций в начале 70-х годов была закуплена усовершенствованная технология Макс-Рот (Германия), на которой, например, в г. Минске изготавливается до сегодняшнего дня многпустотный настил.

В 80-е годы финские инженеры создали экструзионную технологию формования железобетонных конструкций, значительно усовершенствовав технологию Макс-Рот, которая позволяет формировать конструкции высокого качества, в том числе из высокопрочных бетонов без вибрации методом прессования (рис. 2.3, 2.4).

Распад СССР существенно повлиял на темпы развития теории и практики железобетона в нашей стране. Созданные межнациональные комиссии по стандартизации в рамках СНГ, оказались, в силу ряда причин, не способными объединить усилия ученых Республик в области нормирования и стандартизации, в том числе и железобетонных конструкций. Практически, вопросы создания и совершенствования нормативной базы сегодня ведутся государствами, входящими в СНГ, самостоятельно.

Вместе с тем положительным примером международного сотрудничества является разработка в рамках Европейского союза единых норм проектирования строительных конструкций, в том числе бетонных и железобетонных (Еврокод–2). Европейские страны, участники ЕС, смогли пре-





**Рис. 2.3.**

Номенклатура плит пустотного настила шириной 1200 мм, выпускаемых по технологии финской фирмы PCE Engineering (рядом с элементом указано количество отверстий / высота в мм)



**Рис. 2.4.**

Монтаж большепролетных плит пустотного настила (Тромсø, Норвегия)

одолеть национальные барьеры и создать единый нормативный документ с высокой степенью гармонизации, в том числе и с последними нормами бывшего СССР – СНиП 2.03.01–84\*.

Необходимо отметить, что в последние годы наметились определенные положительные тенденции к возрождению научной школы железобетона в рамках СНГ. В сентябре 2001 г. на базе НИИЖБ была проведена 1-ая Всероссийская конференция по проблемам бетона и железобетона.

Белорусская научная школа в области теории и практики железобетона сравнительно молодая. Она формировалась под влиянием Московских, Ленинградских и Киевских научных школ. В подготовке кандидатов наук для Республики Беларусь оказали огромную помощь К.В. Михайлов, В.В. Михайлов, Г.И. Бердичевский, Е.А. Чистяков, В. А. Клевцов, Н.И. Карпенко, П. И. Васильев, Я.Д. Лившиц, П.М. Варвак, Е.А. Гузеев, А.П. Васильев, О.Я. Берг, С.А. Дмитриева и др.

В конце 40-х годов все исследования в области железобетона были сосредоточены на кафедре строительных конструкций Белорусского политехнического института (зав. каф. М.Е. Шавельский). В этот период в Республике было всего три кандидата технических наук в области бетонных и железобетонных конструкций (М.Е. Шавельский, Н.П. Фролов, И.М. Ветрюк). В разные годы ученые кафедры проводили исследования в области предварительно напряженных мостовых конструкций (зав. кафедрой Я.И. Дрозд, А.Т. Лобанов, Г.П. Пастушков), в том числе из легких бетонов (Ю.А. Булай, И.И. Неверович, В. Л. Косарев, Плетнев М.М., В.Ф. Зверев) и центрифугированных конструкций кольцевого сечения для стоек ЛЭП (И.А. Ворошилов, Д.П. Подобед, Э.С. Шидлов-

ский). Исследования проводились комплексно, изучая не только работу конструкций и уточняя методики их расчета, в том числе при динамических воздействиях (А.А. Давидович), кручении с изгибом (Г.Г. Мадалинский), внецентренно сжатые элементы (М.М. Плетнев), сжатые элементы с арматурой больших диаметров (Ф.П. Босовец), но и технологические вопросы. Велись исследования и внедрение сталежелезобетонных конструкций (И.Л. Хаютин, Ю.С. Мартынов, Е.И. Хаютин, В.Б. Сергеев, В.Ф. Фомичев). Сотрудники кафедры проводили большую работу в области обследования и усиления железобетонных конструкций. На кафедре оснований и фундаментов велись исследования по фундаментостроению, сваям и свайным фундаментам (Ю. Макарович, Ю.А. Соболевский, Н.А. Ловыгин и др.). Кафедра мостов (Н.А. Ткаченко, В.А. Чернолясов) проводила исследования различных конструктивных систем железобетонных мостов.

Отвечая на запросы развивающейся строительной отрасли республики, учитывая и необходимость научного обеспечения строительной индустрии, в 1957 г. при АН БССР был создан Институт строительства и архитектуры (ИСИА, директор С.С. Атаев). Исследования в ИСИА велись по различным направлениям, в том числе в области фундаментостроения (Е.Ф. Винокуров); заводской технологии бетона и железобетона (И.Н. Ахвердов, Н.П. Блещик, В.В. Шапиро, Т.Е. Шалимо, М.А. Шалимо, А.А. Чече, Н.И. Шепелевич и др.); армоцементных и стеклопластбетонных конструкций (Н.П. Фролов, В.М. Бессонов, В.Ф. Залого, А.Е. Смольский, И.В. Смех, Ю.В. Дегтярь, С.С. Жаврид, Т.М. Пецольд, И.Н. Кедич и др.); пространственных конструкций (К.В. Сикержицкий, Л.Ф. Березовский, Г.А. Геращенко и др.); индустриального домостроения из сборного железобетона (Н.П. Блещик, В.И. Скрибо, И.В. Смех, И.Н. Кедич); предварительно напряженных конструкций (Т.М. Пецольд, И.И. Подмостко, И.В. Смех); теории прочности бетона и трубобетона (Л.К. Лукша, И.И. Кулик, С.И. Корзун, П.М. Бич). Экспериментальная база института была хорошо оснащена испытательным оборудованием, включая силовой пол, на котором проводились испытания практически всех осваиваемых в Республике новых железобетонных конструкций.

С 1958 г. в ИСИА начал работать д.т.н., профессор И.Н. Ахвердов и к.т.н., доцент Н. Фролов, которые сыграли большую роль в формировании научной школы в области теории и практики бетона и железобетона.

Проф. И.Н. Ахвердов разработал новую технологию безопалубочного формования предварительно напряженных плит многопустотного настила на длинном стенде конструкции Шеффер (Германия), которая в дальнейшем частично была реализована немецкими инженерами при разработке стендовой технологии Макс-Рот. Под руководством И.Н. Ахвердова была создана национальная индустрия по изготовлению обычных и предварительно напряженных центрифугированных труб разного диаметра, формуемых на гироскопических ременных центрифугах. Эта технология в дальнейшем была усовершенствована для центробежного формования тонкостенных несущих конструкций (колонн, балок, ригелей и др.).

В семидесятые годы под руководством Н.П. Блещика была создана автоматизированная технологическая линия вертикального формования изделий КПД методом прессования с вакуумированием бетонной смеси, которая на десятилетия опередила зарубежные разработки в этой области.

Велись глубокие исследования в области физики бетона (И.Н. Ахвердов, Н.П. Блещик и др.), была создана национальная школа бетоноведения.

В восьмидесятые годы в Республике широко применялись различные предварительно напряженные конструкции, объем выпуска которых достигал 27..29 % от общего объема применения железобетонных конструкций (в 1992 г. было изготовлено 6,7 млн. м<sup>3</sup> конструкционного железобетона).

Большой вклад в создание индустриальной базы сборного и предварительно напряженного железобетона в республике внесли А.Г. Тонаян, Н.П. Фролов, С.Н. Равков, М.В. Ляшкевич, В.Г. Ласточкин, Н.С. Заровкина, Г.А. Павлюкевич, И.И. Перович, Н.В. Маркин, Г.Ф. Шуков, Ю.А. Пупликов, В.И. Передерий, А.М. Телеш, А.Н. Гламаздин, А.И. Шатило, Б.С. Марголин и др.

Начиная с 60-х годов в Научно-исследовательском институте строительных материалов (НИИСМ, директор Гончарик В.Н.) проводятся исследования легких бетонов и различных типов конструкций, в том числе предварительно напряженных, изготавливаемых с их применением (М.М. Израелит, Плетнев М.М., Г.С. Галузо и др.).

В 70-х годах в г. Минске была возведена оболочка покрытия рынка 103×103 м из сборно-монолитного железобетона с аглопоритобетонными предварительно напряженными ребристыми плитами, аналога которой нет в мире (рис. 2.5).

В г. Минске проводились крупные конференции по бетону и железобетону, семинары в рамках ФИП и т.д., что явилось признанием достижений Белорусской науки.

---

\* И.Н. Ахвердов. Технология железобетонных изделий и конструкций специального назначения. Минск, «Наука и техника», 1993 г.



**Рис. 2.5.**

Оболочка Комаровского рынка в г. Минске (руководитель проекта профессор В.Н. Аладов)

С 1972 г. кафедра строительных конструкций (с 1978 г. кафедра железобетонных и каменных конструкций, зав. кафедрой Т.М. Пецольт) продолжает активно работать в области теории и практики эффективных центрифугированных конструкций для зданий и сооружений широкого назначения (Т.М. Пецольт, Г.П. Пастушков, В.Г. Казачек, И.В. Смех, Д.П. Подобед, Н.А. Рак, В.В. Тарасов, И.М. Шуберт, Д.Д. Жуков, Т.П. Минченя, А.К. Лапчинский, С.Н. Леонович, А.Е. Шилов и др.).

Исследования, проектные работы и внедрение центрифугированных конструкций велись совместно с НИИЖБ (Г.И. Бердичевский, Л.Н. Зикеев, В.А. Клевцов); ПИ-1 г. Ленинграда (Р.А. Гершанок), Белпромпроект (С.Г. Смирнов, В.И. Шипица) и др.

В г. Орше на ЗСЖБК создан первый в бывшем СССР цех с несколькими технологическими линиями по выпуску центрифугированных конструкций кольцевого и прямоугольного сечения для строительства одноэтажных и многоэтажных зданий широкого назначения, технологических эстакад оригинальной конструктивной схемы (В.Г. Ласточкин, К.С. Сугак, Г.П. Пастушков, Б.С. Маргонин, В.В. Тарасов). Продолжаются исследования по предварительно напряженным опорам ЛЭП (Д.П. Подобед). До 1990 г. в Республике было возведено более 500 зданий и сооружений с применением центрифугированных конструкций кольцевого, квадратного и прямоугольного сечения (колонны, стойки и ригеля) (рис. 2.6). Ведутся исследования по морозостойкости центрифугированного бетона, механике разрушения бетона (С.Н. Леонович) и огнестойкости, что стало возможным благодаря наличию хорошо развитой производственной базы и высококвалифицированных ученых и инженерных кадров.

В 60.80-е годы Белоруссия была строительным полигоном в бывшем СССР, где в строительство внедрялись все последние достижения в области железобетонных конструкций и технологии, новых конструктивных систем зданий и сооружений.

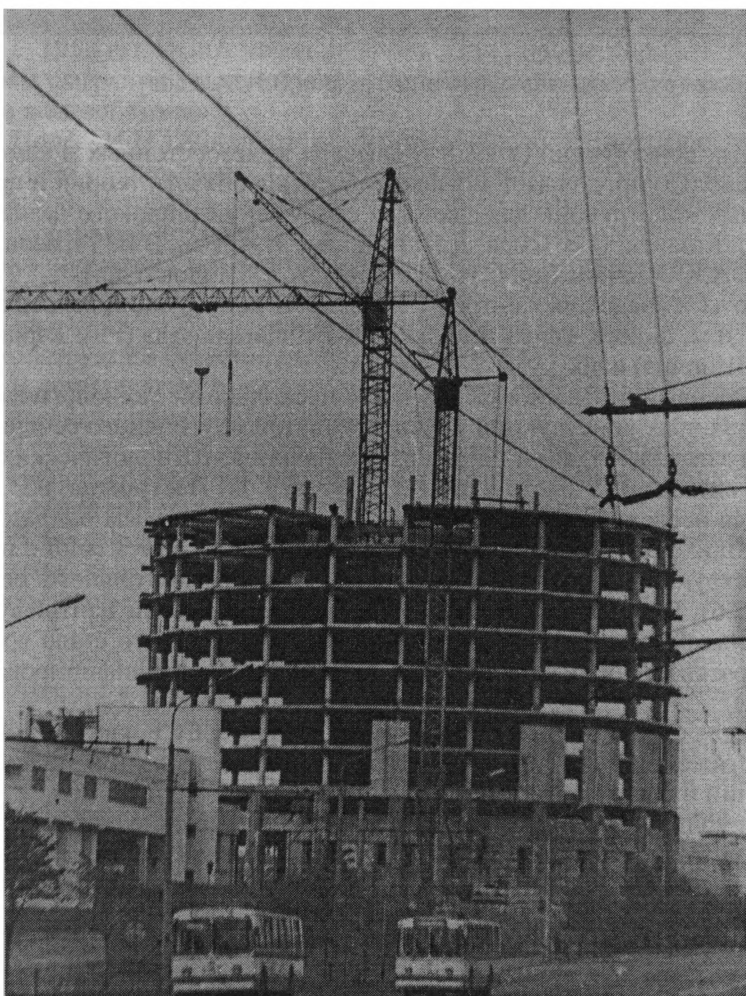
Начиная с 90-х годов в Республике была принята программа по созданию национального комплекса нормативных документов в строительстве. В 1995 г. в составе вновь образованного Министерства архитектуры и строительства был создан ГП «Стройтехнорм» с техническими комитетами по стандартизации (ТКС).

Технический комитет ТКС-8 (председатель Н.П. Блещик, зам. председателя по конструкциям Т.М. Пецольт) объединил в своем составе ведущих специалистов в области технологии, теории и практики бетона и железобетона. В рамках работ, выполняемых ТКС-8 были разработаны строительные нормы Беларуси СНБ 5.03.01-02 «Бетонные и железобетонные конструкции» (руководитель Т.М. Пецольт, ответственный исполнитель проф. В.В. Тур), гармонизированные с Еврокодом-2. В основу СНБ положен расчет конструкций с учетом диаграмм деформирования бетона и арматуры. Разделы СНБ подготовлены с применением последних мировых достижений, а также результатов исследований белорусских ученых в области теории и практики бетона и железобетона.

a)



б)



**Рис. 2.6.**

Применение центрифугированных конструкций в Беларуси

а) производственное здание с центрифугированными крановыми колоннами;

б) многоэтажное каркасное здание с центрифугированными колоннами

Появились научные школы: в Брестском государственном техническом университете (теория сопротивления железобетонных конструкций срезом – О.А. Рочняк, Л.В. Образцов, В.Н. Малиновский, Н.Н. Яромич, В.Н. Деркач, К.А. Зинов; напрягающие цементы и бетоны, теория расчета железобетонных конструкций из напрягающего бетона – В.В. Тур, В.Д. Будюк, А.А. Кондратчик, В.С. Басов и др.); в Полоцком Государственном университете (теория прочности и деформативности бетона – Л.Н. Фомица, создание эффективных видов арматуры – А.И. Семенов, В.Д. Терин, теория и практика реконструкции зданий и сооружений – Д.Н. Лазовский); в Белорусском государственном университете транспорта (фундаментостроение – И.А. Кудрявцев и вопросы реконструкции – Ю.Д. Золотухин); в Могилевском государственном техническом университете – С.Д. Семенюк и др.

В 80-е годы Институт строительства и архитектуры (ИСиА) был реорганизован в два института: БелНИИС и НИПТИС, которые сегодня активно работают над созданием и внедрением новых конструктивных систем каркасных сборных, сборно-монолитных и монолитных зданий и зданий КЖД со свободной планировкой квартир (А.И. Мордич, В. А. Потерщук, Т.М. Пецольд и др.).

Под руководством проф. Н.П. Блещика выполняются крупные исследования по разработке основ реологии и структурной теории прочности и деформативности бетона, интенсивной энерго-сберегающей технологии производства сборных и возведения монолитных конструкций из модифицированного бетона, технологии изготовления поризованных безавтоклавных изделий и др..

Большой вклад в развитие всех направлений теории и практики современного железобетона внесли работы многих выдающихся ученых бывшего СССР, Германии, Англии, США, Канады и др. стран.

Завершая краткий исторический очерк авторы считают своим долгом отметить огромный вклад многих поколений выдающихся ученых в развитие теории и практики бетона и железобетона.

Общие вопросы теории расчета железобетона нашли отражение в трудах А.Ф. Лолейта, А.А. Гвоздева, Я.В. Столярова, С.А. Дмитриева, С.М. Крылова, Г.А. Гениева, Н.Н. Попова, П.И. Васильева, А. П. Кириллова, А.Я. Барашикова, Е.А., Гузеева и др.

Теория ползучести и нелинейная теория бетона и железобетона исследовалась Н.Х. Арутюняном, Н.И. Гольдешлатом, А.А. Гвоздевым, С.В. Александровским, И.Е. Прокоповичем, А.Б. Гольшевым, Я.Д. Лившицем, В.М. Бондаренко, И.И. Улицким, В.Н. Мурашевым, П.И. Васильевым, О.Я. Бергом, Ю.П. Гущей и др.

Сложное напряженное состояние железобетона при различных силовых воздействиях исследовали А.А. Гвоздев, Н.И. Карпенко, Л.К. Лукша, В.Н. Байков, Б.С. Соколов, Х.Х. Лауль, А.С. Залесов, А.П. Кудзис, А.В. Яшин, Е.Н. Щербаков, С.В. Александровский, Ю.А.Климов и др.

Результаты экспериментально-теоретических исследований и практического применения стальной и стеклопластиковой арматуры, сцепления арматуры с бетоном изложены в трудах К.В. Михайлова, С.А. Мадатяна, Н.М. Мулина, А.Н. Семенова, Н.А. Маркарова, Г.И. Бердичевского, Ф.Е. Клименко, М.М. Холмянского, А.А. Оатула, Н.П. Фролова, А.Л. Шагина и др.

Специальные бетоны, добавки и бетоны на легких заполнителях исследовались М.З. Симоновым, И.Н. Ахвердовым, Н.П. Блещиком, А.И. Звездовым, В.В. Михайловым, К.Е. Карапетяном, Ю.В. Чиненковым, С. С. Давыдовым, Р. Л. Маилином, А.С. Пинаджаном, В.Н. Соломатовым, А.Б. Пирадовым, Г.Н. Шоршневым, Я.И. Дроздом, М.М. Израелитом, В.А. Пахомовым, В.В. Туром и др.

В области совершенствования бетонных и железобетонных конструкций и создания на их основе новых конструктивных систем зданий и сооружений неопределимый вклад внесли Г.К. Хайдуков, В.Н. Байков, А.П. Васильев, Г.И. Бердичевский, И.Г. Людковский, В.А. Клевцов, А.П. Кудзис, В. В. Шугаев, В.М. Баташев, Р.А. Гершанок, А.Я. Розенблум, Э.Н. Кодыш, А.Д. Либерман, Т.М. Пецольд, Г.П. Пастушков, С. Г. Смирнов, В.В. Тарасов, В.Г. Казачек, А.И. Зысман, В.А. Потерщук, Л.Б. Волчецкий, Г.А. Мадалинский, А.М. Телеш, Н.П. Герасимчик, А.И. Шатило, В.Ф. Ляуно, Д.Н. Лазовский, М.Ф. Марковский, А.И. Мордич, В.В. Тур, Н.А. Рак и др.

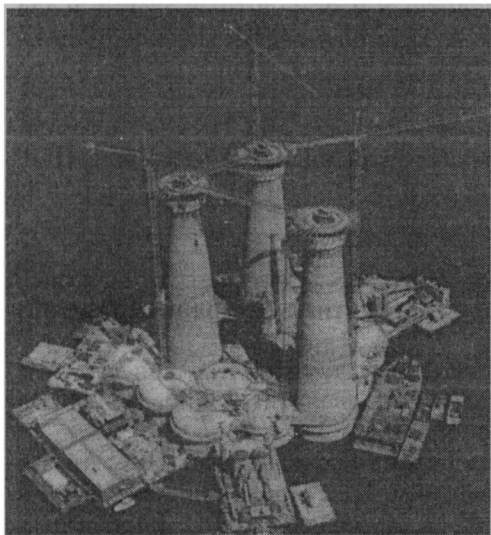
## ***2.2. Перспективы развития бетонных и железобетонных конструкций***

Железобетон во всем мире признан одним из самых экономичных, экологически чистых, надежных и долговечных строительных материалов. И хотя за последние пятьдесят лет область применения бетона и железобетона в строительстве осталась практически неизменной, материал начал активно внедряться в машиностроении, кораблестроении, при возведении платформ для добычи нефти и газа на шельфах и в других областях (рис. 2.7–2.9).

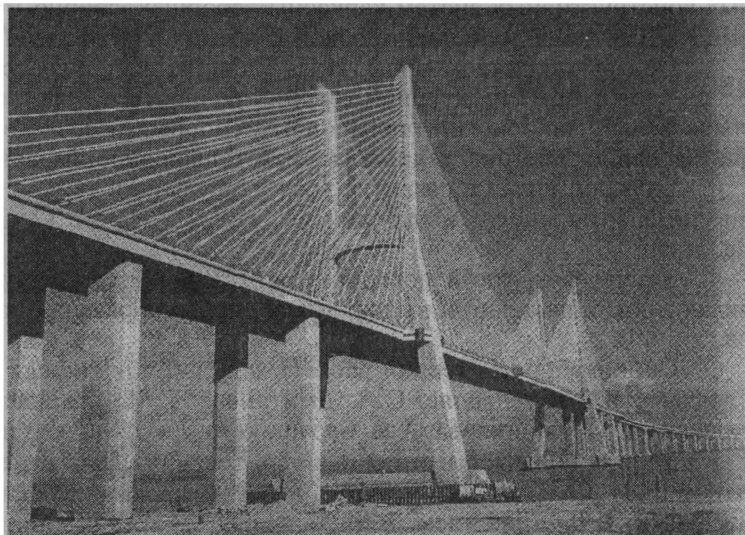
Основным потребителем бетона и железобетона несомненно является строительная отрасль. Помимо промышленного и гражданского строительства железобетон широко применяется в энергетическом строительстве при возведении атомных, тепловых и гидроэлектростанций (плотины и здания ГЭС), опоры линий электропередач, в транспортном, автомобильном и железнодорожном строи-

тельстве, в сельском строительстве, при строительстве метрополитенов, шахт, аэродромов, водном транспорте: причалы, эстакады, судоходные шлюзы, плавучие пристани, баржи, суда и доки, морские платформы для добычи нефти, и других сооружений. Железобетон широко применяется в военной отрасли при строительстве различных фортификационных сооружений, пусковых шахт баллистических ракет и т.д. Некоторые из примеров применения железобетона при возведении уникальных конструкций последнего десятилетия показаны на рис. 2.7–2.9.

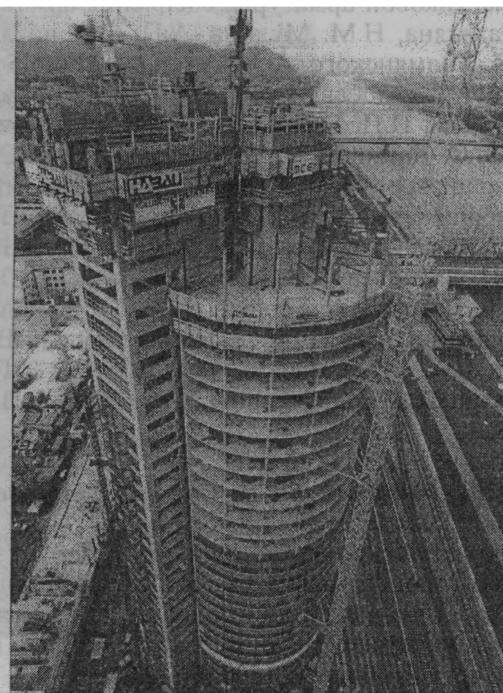
В 2001 г. в мире было произведено до 2 млрд. м<sup>3</sup> бетона. В начале 90-х годов Беларусь имела мощности по выпуску 8000 тыс. м<sup>3</sup> изделий в год, в том числе изделий индустриального домостроения – 2600 тыс. м<sup>3</sup> или 3410 тыс. кв. метров площади жилья в год. При этом объем выпуска предварительно напряженных конструкций достигал 27..29 % от общего объема производства железобетонных изделий.



**Рис. 2.7.** Возведение платформы для добычи нефти, фаза «плавучего строительства» (GulfaksA, Норвегия)



**Рис. 2.8.** Мост Васко да Гама (Португалия) – самый длинный мост в Европе

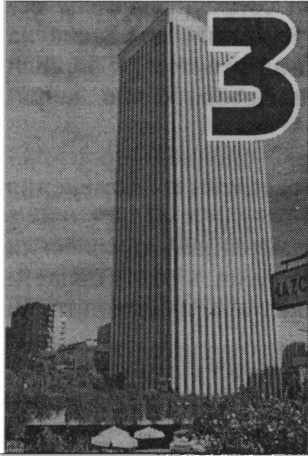


**Рис. 2.9.** Применение сборного и монолитного железобетона в современном высотном строительстве – «Башня тысячелетия» («Millennium Tower», Вена), высотой 202 м

В последние годы объем производства железобетонных конструкций сократился и его основным потребителем является жилищное и гражданское строительство. Как было отмечено на двух последних конгрессах ФИБ (fib) в 1994 и 1998 г.г., которые прошли под девизом «Сборный железобетон в будущем столетии», сборные конструкции, а в частности предварительно напряженные, будут дальше развиваться и совершенствоваться.

Несомненно бетон и железобетон сохранят свои ведущие позиции как основной строительный материал в XXI веке и основными приоритетными направлениями его развития и применения на современном этапе продолжают оставаться:

- разработка высокопрочных, легких и коррозионностойких бетонов с применением химических добавок. Особая роль здесь отводится напрягающим бетонам. Исследования в этой области ученых БГТУ показали возможность их применения в сборно-монолитном и монолитном строительстве каркасных зданий и других сооружений;
- разработка новых видов сборных, сборно-монолитных и монолитных железобетонных конструкций с высокой степенью унификации изделий и создание прогрессивных конструктивных систем зданий и сооружений на их основе;
- создание новых типов стальной и неметаллической арматуры;
- создание прогрессивных, высокомеханизированных и автоматизированных технологий бетонных и арматурных работ, внедрение безопалубочного формования массовых предварительно напряженных конструкций на длинных стендах с минимальным расходом энергоносителей и использованием высокопрочной арматурной стали и высокопрочных бетонов;
- совершенствование опалубок и технологии возведения монолитного железобетона;
- повышение долговечности и надежности бетонных и железобетонных конструкций;
- совершенствование методов контроля качества бетона и арматуры, методов обследования и усиления конструкций зданий и сооружений;
- снижение отрицательного воздействия производства железобетона на окружающую среду;
- совершенствование на базе новых экспериментальных исследований теории расчета и конструирования железобетонных конструкций, в том числе с использованием современного программного обеспечения расчетов на ЭВМ.



# ОСНОВЫ РАСЧЕТА БЕТОННЫХ И ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

## 3.1. Общие требования, предъявляемые при проектировании железобетонных конструкций

В соответствии с требованиями, изложенными в нормах по проектированию железобетонных конструкций [1, 6], последние должны рассчитываться и конструироваться так, чтобы они:

- с назначенным уровнем безопасности воспринимали все воздействия в процессе возведения (изготовления), эксплуатации и реконструкции;
- удовлетворяли предъявляемым к ним требованиям по обеспечению условий нормальной эксплуатации, обладая соответствующей долговечностью в сочетании с *минимальной стоимостью* эксплуатации (технического обслуживания).

Надежность конструкции\* следует обеспечить соответствующим выбором материалов, рациональных конструктивных систем и проверочными расчетами, показывающими, что расчетные условия метода предельных состояний (см. п. 3.2) не превышены. Кроме того, надежность конструкции обеспечивается выполнением конструктивных требований, а также производственным контролем качества при возведении строительного объекта.

## 3.2. Метод предельных состояний

### 3.2.1. Расчетные условия метода предельных состояний

В общем случае за меру безопасности принимают вероятность  $P$  того, что мгновенное состояние конструкции  $S(t)$  в любой момент времени  $t$  принадлежит системе допустимых состояний  $\{S_{dop}\}$  в течение всего планируемого периода эксплуатации объекта  $T$ , т.е. выполняется условие:

$$B = P[S(t) \in \{S_{dop}\}_{0 \leq t \leq T}]. \quad (3.1)$$

Необходимо отметить, что полностью вероятностные подходы к проектированию строительных конструкций, интенсивно развиваемые в последние годы, хотя и приводят к весьма интересным утверждениям общего характера, но являются малопригодными для практического применения. В связи с этим при проектировании железобетонных конструкций используют упрощенные (полувероятностные) методы, которые вводят эквивалент вероятностной меры безопасности в виде системы детерминистических неравенств *метода предельных состояний*, основные положения которого в соответствии с ГОСТ 27751 направлены на обеспечение безопасной работы конструкции с учетом изменчивости свойств материалов, нагрузок и воздействий, геометрических характеристик конструкций, условий их работы, а также степени ответственности (значимости) проектируемых объектов, определяемой материальным и социальным ущербом при нарушении их работоспособности.

При расчете по методу предельных состояний четко выделены предельные состояния конструкции, использована система частных коэффициентов безопасности, введение которых гаранти-

\* Международные нормы [7] определяют надежность как сумму следующих составляющих: 1) безопасности; 2) пригодности к нормальной эксплуатации; 3) долговечности. При этом безопасность рассматривается как выполнение условий предельных состояний первой группы для конструкций в момент введения объекта в эксплуатацию.



рует, что предельное состояние конструкции не наступит при самых неблагоприятных значениях и сочетаниях нагрузок и минимальных значениях прочностных характеристик материалов.

Согласно нормам [1], **предельным состоянием** является такое состояние, при достижении которого конструктивная система или составляющий ее элемент перестают удовлетворять заданным требованиям.

При расчетах железобетонных конструкций выделяют две группы предельных состояний:

- **предельные состояния первой группы**, связанные с потерей прочности, устойчивости и другими формами разрушения конструктивной системы или ее элементов, создающего опасность для жизни людей;
- **предельные состояния второй группы**, затрудняющие нормальную эксплуатацию конструкций и связанные с ограничением: а) чрезмерных деформаций и перемещений, неблагоприятно воздействующих на внешний вид конструкции, затрудняющих протекание технологических процессов, создающих повреждения отделки и других неконструктивных (декоративных и вспомогательных) элементов; б) недопустимого трещинообразования в бетоне конструкции, неблагоприятно влияющего на ее внешний вид и долговечность; в) вибрационных воздействий, создающих дискомфорт для людей, повреждения зданий или их частей.

**Расчеты по предельным состояниям первой группы**, являются наиболее важными и ответственными, т.к. они определяют безопасность конструкции и включают:

- расчеты по прочности;
- расчеты по устойчивости формы и устойчивости положения (опрокидывание, скольжение, всплытие и т.д.);
- расчеты на выносливость при действии многократно повторяющейся нагрузки.

Расчет по предельным состояниям первой группы производят из условия, по которому усилия от расчетных воздействий не превышают предельных усилий, которые может воспринять конструкция в расчетном сечении с трещиной. Расчетным критерием исчерпания несущей способности конструкций и систем из них при действии изгибающих моментов, продольных и поперечных сил следует считать исчерпание прочности сечений, влекущее за собой потерю геометрической неизменяемости конструкции, системы или отдельного элемента.

Расчетные условия метода предельных состояний в общем случае имеют вид:

$$E_d \leq R_d, \quad (3.2)$$

где  $E_d$  – расчетное значение эффекта от воздействия (внутреннего усилия или вектора внутренних усилий);

$R_d$  – расчетное значение предельного усилия (вектора предельных усилий), которое способно воспринимать конструкция.

Расчетное значение эффекта от воздействия (например, внутреннего усилия или вектора внутренних усилий, вызванные действием внешней нагрузки) в общем виде может быть записано:

$$E_d = \gamma_{Sd} \cdot E \left\{ \gamma_{f,i} F_{rep,i}; a_d \right\}, \quad i \geq 1 \quad (3.3)$$

где  $a_d$  – расчетные значения геометрических характеристик конструкции;

$\gamma_{Sd}$  – частный коэффициент, учитывающий погрешности (ошибку) расчетной модели, применяемой для определения эффекта от воздействия (например, внутренних усилий в расчетном сечении), а также возможные ошибки при моделировании собственно воздействий;

$\gamma_{f,i}$  – частный коэффициент безопасности для воздействия, учитывающий возможность неблагоприятного отклонения от его репрезентативного значения  $F_{rep,i}$ , определяемого по формуле:

$$F_{rep,i} = \psi F_{ki}, \quad (3.4)$$

здесь  $F_k$  – нормативное значение воздействия (эффекта воздействия);

$\psi$  – коэффициент сочетаний для воздействия, учитывающий вероятность их совместного появления в расчетной ситуации (см. п. 3.4).

Как правило, выражение (3.3) представляют в упрощенной записи вида:

$$E_d = E \left\{ \gamma_{F,i} F_{rep,i}; a_d \right\}, \quad i \geq 1 \quad (3.5)$$

---

\* Проект Единых Европейских норм Eurocode–2 содержит несколько отличное определение предельного состояния [6, 11]. Предельное состояние (*Limit State*) – это такое состояние, при достижении которого конструкция только в чрезвычайно коротком интервале времени по отношению к назначенному сроку эксплуатации удовлетворяет заданным требованиям.

где  $\gamma_{F,i} = \gamma_{sd} \cdot \gamma_{f,i}$ .

В свою очередь расчетное значение предельного усилия (вектора предельных усилий), которое способна воспринять конструкция, может быть записано в следующей обобщенной форме:

$$R_d = \frac{1}{\gamma_{Rd}} R\{x_{d,i}; a_d\} = \frac{1}{\gamma_{Rd}} R\left\{\eta_i \frac{x_{k,i}}{\gamma_{m,i}}; a_d\right\}, i \geq 1, \quad (3.6)$$

где  $x_{k,i}$  – нормативное значение характеристики свойств материала;

$\gamma_{Rd}$  – частный коэффициент, учитывающий погрешности (ошибку) расчетной модели, применяемой при определении предельных усилий;

$\eta_i$  – среднее значение корректирующего коэффициента, учитывающего влияние масштабного фактора, эффектов от температуры, влажности и т.д. на характеристики материала в стандартном образце и конструкции;

$\gamma_{m,i}$  – частный коэффициент безопасности для материала, учитывающий возможность неблагоприятного отклонения характеристики свойства материала от ее нормативного значения.

Выражение (3.6) представляют подобно (3.5) в упрощенной записи:

$$R_d = R\left\{\eta_i \frac{x_{k,i}}{\gamma_{M,i}}; a_d\right\}, i \geq 1, \quad (3.7)$$

где  $\gamma_{M,i} = \gamma_{Rd} \cdot \gamma_{m,i}$ .

При проверке предельного состояния конструкции по статическому равновесию используют условие:

$$E_{d,dst} \leq E_{d,stab}, \quad (3.8)$$

где  $E_{d,dst}$  – расчетный эффект воздействий дестабилизирующих конструктивную систему (например, опрокидывающий момент, действующий на подпорную стенку);

$E_{d,stab}$  – стабилизирующий эффект воздействий (например, момент, удерживающий подпорную стенку в равновесии).

**Расчеты по предельным состояниям второй группы** включают:

- расчеты по образованию, раскрытию и закрытию (зажатию) трещин;
- расчеты по деформациям (прогибам, перемещениям).

При расчете по предельным состояниям второй группы проверяется общее условие, согласно которому значения расчетных эффектов, вызванных воздействиями  $E_d$  (например, ширина раскрытия трещин или прогибы) не должны превышать допустимых значений, установленных нормативным документом:

$$E_d \leq C_d, \quad (3.9)$$

где  $C_d$  – допустимое значение эффекта (прогиба, ширины раскрытия трещин), установленное нормативным документом с точки зрения обеспечения нормальных условий эксплуатации конструкции.

### 3.2.2. Нормирование частных коэффициентов безопасности в методе предельных состояний

При назначении частных коэффициентов безопасности метода предельных состояний ( $\gamma_F$ ,  $\gamma_M$ ), участвующих в выражениях (3.5) и (3.7), нормативные документы [7, 9] допускают два подхода:

- а) по соглашению специалистов, основываясь на долговременном инженерном опыте проектирования и строительства объектов (метод экспертных оценок);
- б) по результатам статистического моделирования на базе экспериментальных данных и полевых наблюдений, исходя из назначенной меры безопасности конструкции.

Меру безопасности строительных конструкций в соответствии с [7, 9] принято выражать в виде формальной вероятности разрушения (отказа)  $P_f$ , либо так называемого индекса надежности  $\beta$ , связанных следующей зависимостью:

$$P_f = \Phi(-\beta), \quad (3.10)$$

где  $\Phi(\bullet)$  – функция Лапласа;

$\beta$  – индекс надежности;

$P_f$  – вероятность разрушения (отказа) конструкции, определяемая

$$P_f = P(g \leq 0) = P(R_d - E_d \leq 0). \quad (3.11)$$

Если функция  $g$  подчиняется закону нормального распределения, то вероятность разрушения (отказа)  $P_f$  можно представить в виде:

$$P_f = P(g \leq 0) = P(g \leq \mu_g - \beta \cdot \sigma_g), \quad (3.12)$$

где  $\mu_g$  – среднее значение  $g$ ;

$\sigma_g$  – среднеквадратичное отклонение  $g$ .

В таблице 3.1 представлены значения индексов надежности  $\beta$ , соответствующие вероятности отказа  $P_f$ .

**Таблица 3.1.**

Взаимосвязь между индексом надежности  $\beta$  и вероятностью отказа  $P_f$

$P_f$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$
$\beta$	1,28	2,32	3,09	3,72	4,27	4,75	5,20

Нормы [7, 9] устанавливают три класса надежности строительных конструкций, разделяемые в зависимости от последствий, вызываемых разрушением, присваивая каждому из классов свои значения индексов надежности (см. табл. 3.2).

**Таблица 3.2.**

Рекомендуемые минимальные значения индекса надежности  $\beta$  (при расчете по предельным состояниям первой группы) согласно [7, 9]

Класс надежности	Минимальное значение $\beta$	
	для расчетного периода $t = 1$ год	для расчетного периода $t = 50$ лет
RC3	5,2	4,3
RC2	4,7	3,8
RC1	4,2	3,3

Исходя из назначенных индексов надежности  $\beta$  выполняют калибровку (подбор) частных коэффициентов безопасности  $\gamma_{xi}$ , соответствующих принятому классу надежности для проектируемых конструкций. Для упрощения расчетной процедуры общую меру безопасности  $\beta$  разделяют на две составляющие:  $\beta_E$  и  $\beta_R$ , отнесенные соответственно к эффектам от внешних воздействий  $E_d$  и расчетным значениям предельных усилий  $R_d$  (рис. 3.1), меры безопасности которых могут быть выражены:

$$\beta_E = \alpha_E \cdot \beta \text{ при } P(E > E_d) = \Phi(+\alpha_E \cdot \beta); \quad (3.13)$$

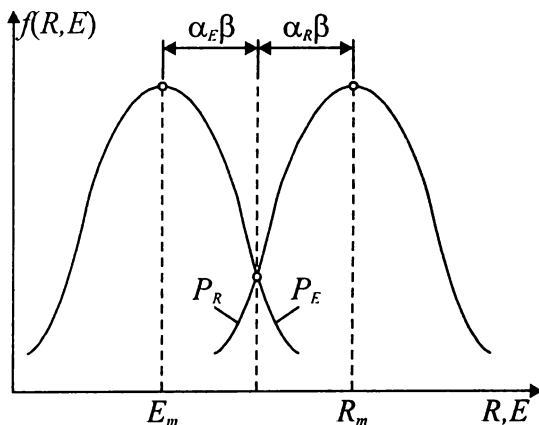
$$\beta_R = \alpha_R \cdot \beta \text{ при } P(R < R_d) = \Phi(-\alpha_R \cdot \beta), \quad (3.14)$$

где  $\alpha_R, \alpha_E$  – т.н. коэффициенты чувствительности, принимаемые согласно [9]  $\alpha_E = -0,7, \alpha_R = 0,8$ .

Используя представленный метод калибровки могут быть получены соответствующие значения частных коэффициентов безопасности  $\gamma_M$  и  $\gamma_F$ , используемые в расчетных условиях метода предельных состояний для назначенного класса надежности конструкции. Как показывает анализ,

принятая в нормативных документах система частных коэффициентов безопасности (см. разделы 3.4, 3.5) позволяет производить расчет по первой группе предельных состояний конструкций, относящихся в основном ко второму классу надежности согласно [7, 9].

При расчетах по предельным состояниям второй группы используют нормативные значения воздействий и нормативные значения характеристик свойств материалов, принимая значения частных коэффициентов безопасности равными единице.



**Рис. 3.1.**

К определению индексов  $\beta_E$  и  $\beta_R$  согласно [9]

### 3.3. Идеализация железобетонных конструкций

Целью статического расчета железобетонных конструкций является определение значений и характера распределения внутренних усилий (моментов, продольных и поперечных сил), используемых далее при расчетах сечений. Статическому расчету всегда предшествует принятие расчетных положений и допущений, в соответствии с которыми фактический конструктивный элемент заменяется некоторым идеализированным элементом, для которого следует затем сформулировать теоретическую расчетную модель (аналитическую или численную), учитывающую:

- геометрическую идеализацию конструктивной системы (геометрическая модель);
- идеализацию поведения материалов при действии нагрузок (физическая модель);
- идеализацию нагрузок (модель нагрузок).

Концепция геометрической идеализации вытекает из размеров, геометрической формы элементов, а также их взаимного расположения в пространстве в пределах конструктивной системы. Основой классификации геометрических моделей, соответствующих фактическим строительным объектам, является выполнение установленных геометрических пропорций для рассматриваемых элементов, подвергаемых идеализации (табл. 3.3).

**Таблица 3.3.**

Условия геометрической идеализации конструктивных элементов согласно [7]

Вид элемента	Геометрические условия
Балка пролетом $l$ , имеющая высоту поперечного сечения $h$	$l/h \geq 2$
Стойка высотой $H$ и высотой поперечного сечения $h$	$H/h \geq 2$
Плита с наименьшей стороной $l_{min}$ и толщиной $h$	$l_{min}/h \geq 4$

Так, в железобетонных тавровых балках, когда стенка монолитно соединена с полкой, принимаемая к расчету ширина полки, взаимодействующая с ребром, зависит от ее геометрических размеров, вида и условий нагружения, условий опирания и армирования опорных участков. Согласно требованиям норм по проектированию железобетонных конструкций [1, 6] эффективную ширину  $b'_f$  полки, вводимую при расчете сечений тавровых балок, расположенных с шагом  $b$  (рис. 3.2), следует определять:

$$b'_f = \sum_{i=1}^2 b'_{f,i} + b_w \leq b \quad (3.15)$$

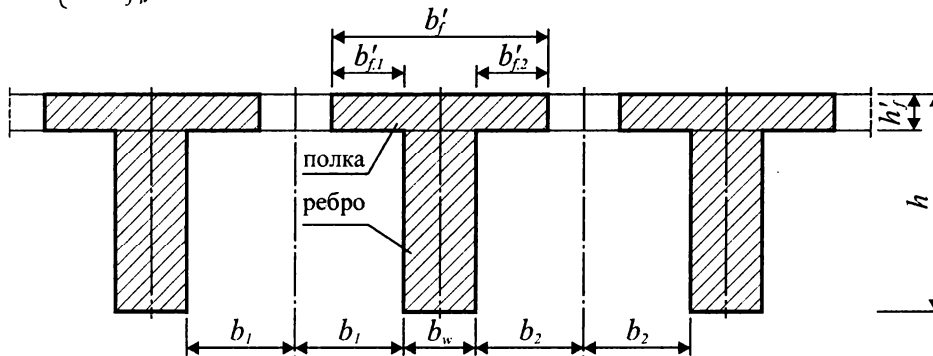
при  $b'_{f,i} = 0,2b_i + 0,1l_0 \leq 0,2l_0 \quad (3.16)$

Кроме того, полученная расчетом по формуле (3.16), величина эффективного свеса  $b'_{f,i}$  должна удовлетворять следующим условиям:

$$\left\{ \begin{array}{l} \leq b_i \\ \leq 6h'_{f,i} \end{array} \right. \quad \text{– для тавровых балок с вухсторонни вылетом полки} \quad (3.17)$$

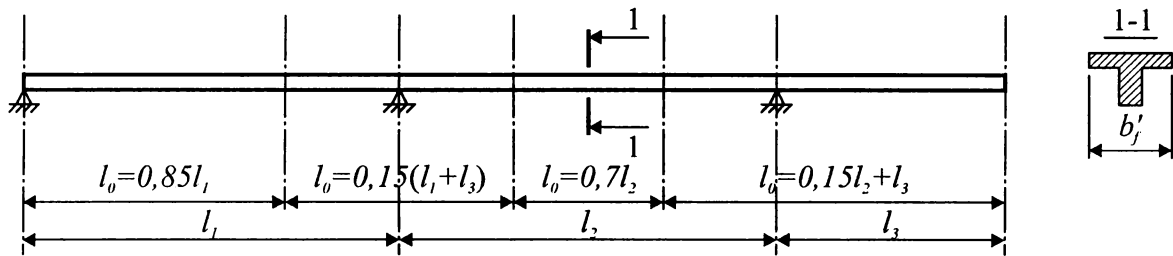
$$\leq 6h'_{f,i} \quad \text{– для тавровых балок с вухсторонни вылетом полки} \quad (3.18a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \leq 4h'_{f,i} \end{array} \right. \quad \text{– при одностороннем (консольном) вылете полки} \quad (3.18b)$$



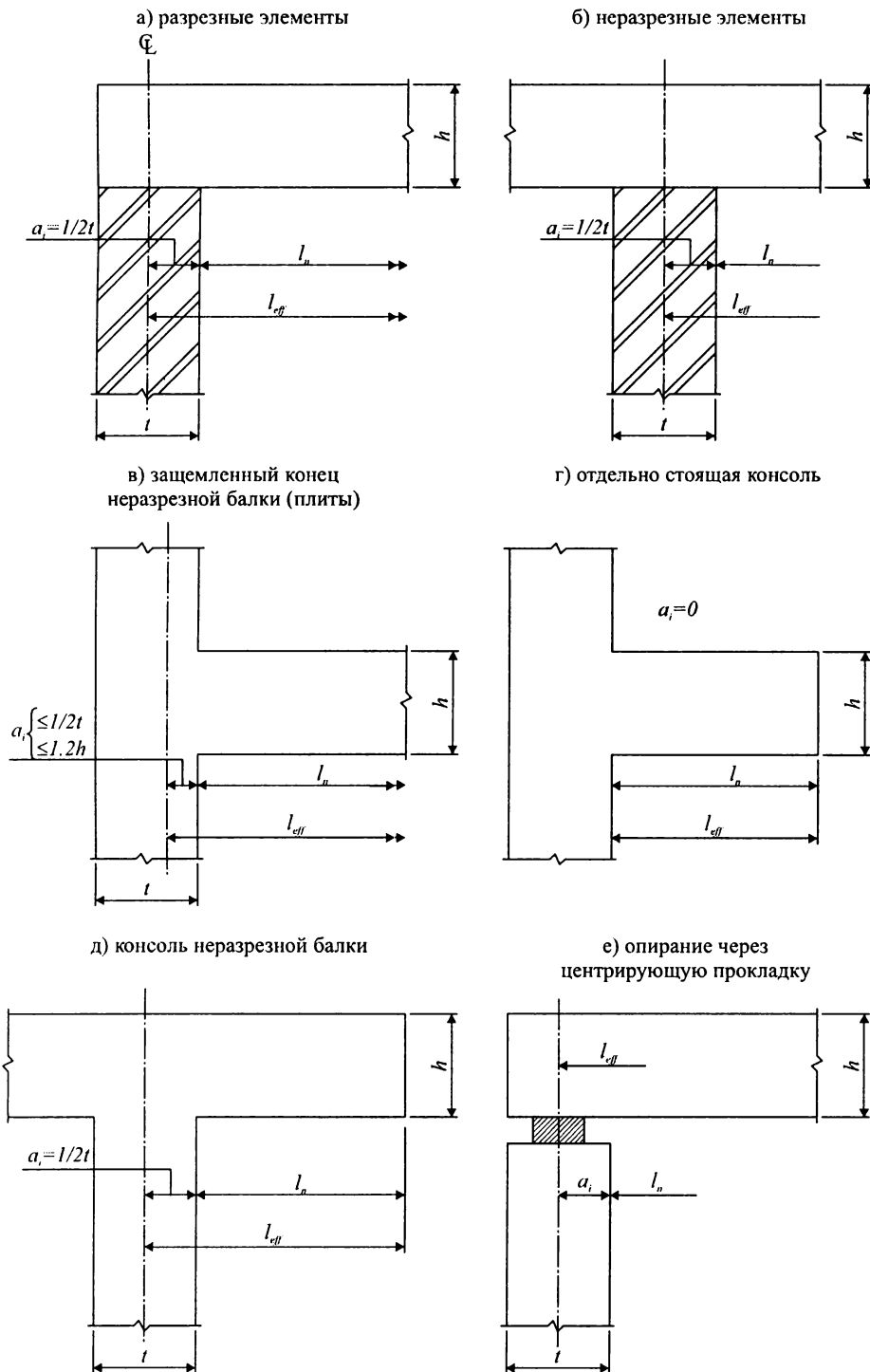
**Рис. 3.2.**

Геометрическая идеализация размеров тавровой балки, вводимой в расчет согласно [7]



**Рис. 3.3.**

К определению расчетных длин  $l_0$  балки таврового сечения при расчете эффективной ширины полки  $b'_f$  по формуле (3.16)



**Рис. 3.4.**

К определению пролетов  $l_{eff}$  при различных условиях опирания элементов на опорах согласно [4]

В формулах (3.15)..(3.18):

$l_0$  – расстояние между нулевыми точками на эпюре изгибающих моментов. В соответствии с [1] для балок таврового сечения допускается принимать  $l_0$  по схеме, показанной на рис. 3.3.

При построении геометрической модели конструкции необходимо назначать величину эффективного (или расчетного) пролета элемента. При этом учитывается фактическая ширина опор  $t$ , поддерживающих элемент, и условия закрепления элементов на опоре. Согласно требованиям норм [1, 6] величину эффективного пролета определяют по формуле:

$$l_{eff} = l_n + a_1 + a_2, \quad (3.19)$$

где  $l_n$  – пролет элемента в свету опор;

$a_1, a_2$  – дополнительные участки опирания, зависящие от ширины опоры и условий опирания элемента (рис. 3.4).

В представленной выше геометрической модели, имеющие фактическую ширину опоры, приводят к идеализированным точечным опорам. Расположение точек опирания определяют с учетом ширины опоры  $t$  и участка  $a_i$  (см. рис. 3.4). На крайней опоре балки (или плиты), а также на промежуточной опоре неразрезных элементов (см. рис. 3.4), дополнительные участки  $a_i$  принимают равными:

$$a_i = \frac{1}{2}t \text{ и } a_i \leq \frac{1}{2}h. \quad (3.20)$$

В местах жесткого защемления балки или плиты (рис. 3.4):

$$a_i \leq \frac{1}{2}t \text{ и } a_i \leq \frac{1}{2}h, \quad (3.21)$$

где  $h$  – высота сечения балки или толщина плиты.

Для отдельно стоящих изгибаемых консолей (рис. 3.4б) эффективный пролет (вылет) следует назначать как расстояние, отсчитываемое от грани опоры ( $l_{eff} = l_n$ ).

В случае опирания балок на шарнирные опоры эффективный пролет элементов определяют между осями шарниров (рис. 3.4е).

Вопросы идеализации свойств материалов и воздействий при расчетах железобетонных конструкций рассмотрены в соответствующих разделах (см. разделы 3.4, 3.5).

#### Пример

Рассчитать ширину полки сечения монолитной балки перекрытия, показанного на рис. П.1 (размеры в метрах) при  $l_0 = 5,0$  м.

По формуле (3.16):

$$b'_{f,1} = 0,2b_f + 0,1l_0 = 0,2 \cdot 3,0 + 0,1 \cdot 5,0 = 0,6 + 0,5 = 1,1 \text{ м,}$$

но не более  $0,2l_0 = 1,0$  м.

Принимаем  $b'_{f,1} = 1,0$  м.

Проверяем условие (3.17 и (3.18):

$$b'_{f,1} = 1,0 \text{ м} < b_f;$$

$$b'_{f,2} = 0,9 \text{ м} < b_2;$$

$$b'_{f,1} = 1,0 < 6h'_f = 6 \cdot 0,2 = 1,2 \text{ м.}$$

По формуле (3.15):

$$b'_f = b'_{f,1} + b'_{f,2} + b_w = 1,0 + 0,9 + 0,3 = 2,2 \text{ м} < b.$$

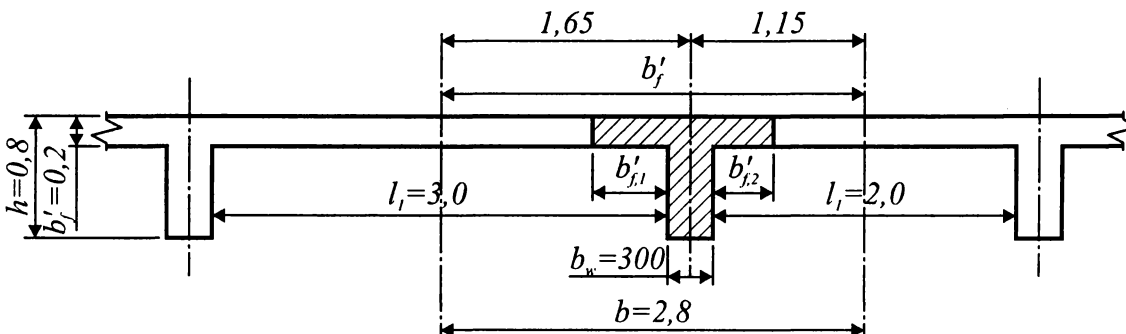


Рис. П.1.

### 3.4. Воздействия на железобетонные конструкции в методе предельных состояний

#### 3.4.1. Классификация воздействий

В соответствии с требованиями норм [7], воздействия на элементы конструктивных систем классифицируют в зависимости от:

- 1) **источника их происхождения:** а) «прямые» воздействия или «нагрузка» – силы приложенные непосредственно к конструкциям и вызывающие в элементах напряжения и перемещения; б) «непрямые» или «косвенные» воздействия – реактивные силы, вызванные перемещениями связей, соединяющих конструктивные элементы, неравномерными осадками опор, собственными деформациями (например, температурно-усадочными) при их ограничении;
- 2) **изменения их величины во времени (продолжительности действия):** а) *постоянные* воздействия ( $G$ ), например, собственный вес конструкции; вес стационарного оборудования; не прямые воздействия, вызванные усадкой, кроме того, сохраняющиеся в конструкции усилия от предварительного напряжения следует учитывать в расчетах как усилия от постоянных нагрузок; б) *переменные* (или временные) воздействия ( $Q$ ), например, полезная нагрузка, действующая на конструкции перекрытий, крановые, ветровые и снеговые нагрузки; в) *особые* (аварийные) воздействия ( $A$ ), вызванные, например, взрывным воздействием, или нагрузки от столкновения транспортных средств с частями зданий и сооружений;
- 3) **изменения их положения в пространстве:** а) *стационарные* (неподвижные) воздействия; б) *нестационарные* (подвижные) воздействия, вызывающие изменения в распределении усилий, например, подвижные эксплуатационные нагрузки;
- 4) **физической природы:** статические и динамические.

Следует отметить, что п. 1.4 СНиП 2.01.07 [7] вводит классификацию нагрузок только в зависимости от продолжительности их действия. При этом нагрузки, как и в случае EN 1990:2001 [7] подразделяются на постоянные и переменные (временные). Однако, в отличие от норм [7], к временным нагрузкам относят длительные, кратковременные и особые. Как было показано выше в концепции EN 1990 [7] особые нагрузки вынесены в отдельную классификационную группу.

Некоторые несоответствия между СНиП [3] и EN 1990 [7] имеют место и при отнесении отдельных видов нагрузок к классификационным подгруппам. Так, согласно п. 1.7 СНиП нагрузки от стационарного оборудования следует причислять к длительным (но, временным) нагрузкам, в то время как согласно EN 1990 [7] они относятся к постоянным. Необходимо отметить, что согласно концепции, принятой в EN 1990 деление временных (переменных) нагрузок на кратковременные и длительные не производится. Вместе с тем соответствующие доли переменных (временных) нагрузок учитываются в расчетных комбинациях исходя из вероятностных подходов [7, 45] (см. раздел 3).

#### 3.4.2. Нормативные и расчетные значения воздействий

Основными характеристиками постоянных и переменных воздействий (нагрузок), установленных в нормах [4, 7], являются их нормативные значения. В соответствии с требованиями норм [1, 6] нормативные значения постоянных воздействий  $\{G_k\}$  следует принимать пользуясь следующими правилами:

- если изменчивость постоянного воздействия  $G$  во времени незначительна (т.е. коэффициент вариации составляет  $0,05 \div 0,10$  в зависимости от типа конструкции), в расчетах используют одно нормативное значение  $G_k$ , численно равное среднему значению  $\bar{G}_m$ . В этом случае нормативные значения постоянных нагрузок принимают с учетом указаний п. 2.1 СНиП 2.01.07 [4];
- если изменчивость постоянного воздействия  $G$  значительна и ею нельзя пренебречь, в расчет вводится два нормативных значения  $G_{k,sup}$  и  $G_{k,inf}$ . Необходимо отметить, что два нормативных значения постоянного воздействия вводится в расчет и в том случае, если конструкция чувствительна к изменению собственного веса (например, некоторые большепролетные предварительно напряженные конструкции), даже при незначительном коэффициенте вариации. Верхнее  $G_{k,sup}$  и нижнее  $G_{k,inf}$  нормативные значения постоянной нагрузки определяют используя нормальный закон статистического распределения (Гаусса) для величины постоянного воздействия  $G$  при обеспеченности  $0,95$  [7].

Определение нормативных значений переменных воздействий  $\{Q_k\}$  согласно [7, 45] связано с выявлением среднего периода времени  $t_r$  между превышениями назначенного уровня  $Q_k$  (см. рис. 3.5). Нормативным значением переменного воздействия при данном подходе принято считать значение  $Q$ , имеющее период превышения  $t_r$ , связанный с нормативным сроком службы объекта  $T_n$  следующей зависимостью:

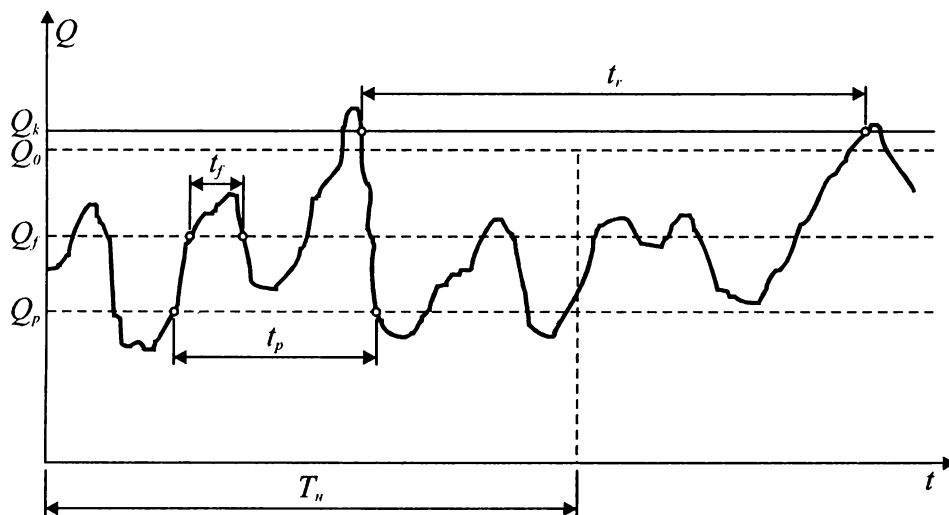


Рис. 3.5. К определению нормативной нагрузки  $Q_k$  и ее репрезентативных значений

$$t_r(Q_k) = \frac{1}{\ln\left(\frac{1}{p}\right)} T_n, \quad (3.22)$$

где  $T_n$  – нормативный срок службы объекта;

$p$  – вероятность превышения переменной (временной) нагрузкой нормативного значения переменного воздействия (нагрузки)  $Q_k$  в течение планируемого нормативного срока службы объекта.

Так, принимая вероятность  $p = 0,5$ , получаем, что нормативное значение переменной нагрузки  $Q_k$  является по существу медианой максимальной нагрузки в интервале времени  $T_n$ . Из зависимости (3.22) при  $p = 0,5$  получаем  $t_r(Q_k) = 1,44 \cdot T_n$ , т.е. временной горизонт, обеспечивающий достоверное прогнозирование нормативной нагрузки. Следует отметить, что для случая, когда не известен закон статистического распределения величины переменной нагрузки  $\{Q\}$ , в качестве нормативного допускается принимать ее номинальное значение.

В соответствии с положениями, принятыми в СНБ 5.03.01 [1], нормативные значения переменных нагрузок следует принимать по СНИП 2.01.07 [3]. При этом в расчет принимают полные значения переменных (временных) нагрузок. Кроме того СНБ 5.03.01 [1] допускает, что нормативные значения переменных нагрузок  $\{Q_k\}$  могут быть назначены заказчиком или проектировщиком по согласованию с заказчиком. В этом случае принятые значения нормативных нагрузок не должны превышать полных значений, установленных СНИП 2.01.07 [3].

Если в расчетах по методу предельных состояний учитывается несколько переменных нагрузок, тогда помимо полных нормативных значений переменных воздействий  $\{Q_k\}$  вводят их **репрезентативные** значения  $F_{rep}$ , используемые при составлении расчетных сочетаний (комбинаций). Необходимость выделения репрезентативных значений  $F_{rep} = \psi_i \cdot F_k$  обусловлена тем, что часто при расчетах требуется учитывать наиболее неблагоприятное для данной расчетной ситуации суммарное влияние нескольких независимых переменных воздействий (либо усилий, вызванных этими воздействиями), одновременное появление которых характеризуется очень малой вероятностью. В качестве репрезентативных значений переменных воздействий, участвующих в расчетных комбинациях, принято рассматривать:

- **редкое** комбинационное значение  $Q_0$ , используемое при расчетах конструкций по первой группе предельных состояний и при расчете необратимых состояний конструкций в эксплуатационной стадии;
- **частое** комбинационное значение  $Q_f$ , используемое при расчетах по первой группе предельных состояний при наличии особых воздействий;
- **практически постоянное** (длительно действующее) значение  $Q_p$ , используемое при расчетах по первой группе предельных состояний для комбинаций, включающих особое воздействие, и при расчетах с учетом длительных эффектов (усадки и ползучести бетона).

Редкие комбинационные значения переменных воздействий  $Q_0$  определяют на базе статистического моделирования согласно положений, изложенных в [7]. Основой определения репрезентативных значений переменных нагрузок, включаемых в расчетные сочетания (комбинации) при



расчетах по второй группе предельных состояний, является т.н. коэффициент относительной продолжительности превышения (см. рис. 3.5), определяемый:

- для частого комбинационного значений  $c_f = \sum t_f / T$ ;
- для практически постоянного (длительно действующего) значения  $c_p = \sum t_p / T$ .

Так, принимая согласно [7] для конструкций зданий  $c_f \approx 0,01$  и  $c_p \approx 0,5$  для планируемого нормативного срока эксплуатации  $T_n = 80$  лет, нормативная нагрузка  $Q_k$  определяется значением, появляющимся в среднем 1 раз в 115 лет ( $1,44 \times 80$ ), частое значение  $Q_f$  будет превышено в общей сложности в течение 0,8 лет ( $0,01 \times 80$ ), а продолжительность превышения практически постоянных (длительно действующих) значений  $Q_p$  составит 40 лет ( $80 \times 0,5$ ). На практике представленные репрезентативные значения переменных воздействий (нагрузок) выражают в долях от полного нормативного значения  $Q_k$  при помощи системы коэффициентов  $\psi_i$ :

- а) редкое комбинационное значение в виде произведения  $\psi_0 \cdot Q_k$ ;
- б) частое комбинационное значение –  $\psi_1 \cdot Q_k$ ;
- в) практически постоянное (длительно действующее) значение –  $\psi_2 \cdot Q_k$ .

Значения коэффициентов  $\psi_0, \psi_1, \psi_2$  определяют на базе статистического моделирования согласно [7, 45, 47], а их рекомендуемые значения для различных переменных воздействий, включенные в СНБ 5.03.01 [1], содержатся в табл. 3.4.

**Таблица 3.4.**

Рекомендуемые значения коэффициентов  $\psi_i$  для переменных воздействий

№ п/п	Нагрузка, воздействие	Значение коэффициента		
		$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$
1	2	3	4	5
1	Временные нагрузки на перекрытия:			
1.1	Квартиры жилых зданий; спальные помещения детских дошкольных учреждений и школ-интернатов; жилые помещения домов отдыха и пансионатов, общежитий и гостиниц; палаты больниц и санаториев; террасы	0,7	0,5	0,35
1.2	Служебные помещения административного, инженерно-технического, научного персонала организаций и учреждений; классные помещения учреждений просвещения; бытовые помещения (гардеробные, душевые, умывальные, уборные) промышленных предприятий и общественных зданий и сооружений	0,7	0,5	0,35
1.3	Кабинеты и лаборатории учреждений здравоохранения, лаборатории учреждений просвещения, науки; помещения электронно-вычислительных машин; кухни общественных зданий; технические этажи; подвальные помещения	0,7	0,5	0,5
1.4	Залы: а) читальные; б) обеденные (в кафе, ресторанах, столовых); в) собраний и совещаний, ожидания, зрительные и концертные, спортивные; г) торговые, выставочные и экспозиционные	0,7	0,7	0,6
1.5	Книгохранилища, архивы	1,0	0,9	0,8
1.6	Сцены зрелищных предприятий	0,7	0,7	0,6
1.7	Трибуны: а) с закрепленными сидениями; б) для стоящих зрителей	0,7	0,7	0,6
1.8	Чердачные помещения	0,7	0,5	0
1.9	Покрытия на участках: а) с возможным скоплением людей (выходящих из производственных помещений, залов, аудиторий и т.п.); б) используемых для отдыха; в) прочих	0,7	0,7	0,6
1.10	Балконы (лоджии)	0,7	0,7	0,6
1.11	Участки обслуживания и ремонта оборудования в производственных помещениях	0,7	0,5	0

Окончание таблицы 3.4.

1	2	3	4	5
1.12	Вестибюли, фойе, коридоры, лестницы (с относящимися к ним проходам), примыкающие к помещениям, указанным в позициях а) 1, 2 и 3; б) 4, 5, 6 и 11; в) 7	0,7	0,7	0,6
1.13	Перроны вокзалов	0,7	0,7	0,6
1.14	Помещения для скота	0,5	0,5	0,3
1.15	Складские помещения	1,0	0,9	0,8
1.16	Транспортные проезды при а) весе транспортного средства не более 30 кН; б) то же более 30 кН но менее 160 кН;	0,7 0,7	0,7 0,5	0,6 0,3
2	Снеговая нагрузка	0,7	0,5	0,3
3	Ветровая нагрузка	0,6	0,2	0
4	Температурное воздействие (за исключением пожара)	0,6	0,5	0
5	Другие, включая крановые а) для групп режимов кранов 4К–6К*) б) то же для 7К в) то же для 8К	0,8	0,7	0,5 0,6 0,7
6	Крыши	0	0	0

\*) Группы режимов работы кранов по ГОСТ 25546

Следует отметить, что в представленном виде (см. табл. 3.4) значения коэффициентов  $\psi_i$  в СНиП 2.01.07 [3] не содержатся. Вместе с тем, аналогом коэффициента  $\psi_0$  является коэффициент сочетаний  $\psi_1$  согласно п. 1.12 СНиП 2.01.07 [3], а комбинационного коэффициента  $\psi_2$  – коэффициент, определяющий долю длительно действующей временной нагрузки в ее полном значении согласно п. 1.7 [3].

Расчетные значения воздействий  $F_d$  определяют путем умножения их нормативного значения  $F_k$  на частный коэффициент безопасности по нагрузке  $\gamma_F$ :

$$F_d = F_k \gamma_F, \quad (3.23)$$

что выражается для

- постоянных нагрузок произведением

$$G_d = \gamma_G \cdot G_k, \quad (3.24)$$

- переменных нагрузок

$$Q_d = \gamma_Q \cdot Q_k \text{ или } Q_d = \gamma_Q \cdot \psi_i \cdot Q_k, \quad (3.25)$$

- особых нагрузок (если непосредственно  $A_d$  не установлено)

$$A_d = \gamma_A \cdot A_k, \quad (3.26)$$

Значения частных коэффициентов безопасности  $\gamma_G$  и  $\gamma_Q$  для определения расчетных значений воздействий при расчетах по первой группе предельных состояний представлены в табл. 3.5 и 3.6.

Таблица 3.5.

Значения частных коэффициентов безопасности  $\gamma_F$  для нагрузок

Эффект от воздействия	Вид нагрузки	Постоянная		Переменная нагрузка $Q_k, \gamma_Q$	
		$G_k$	$\gamma_G$	одна из временных нагрузок с нормативным значением	остальные с их комбинационными значениями
неблагоприятный		1,35	1,50	1,50	1,50
благоприятный		1,00	0	0	0

Примечания: 1. Значения коэффициентов  $\gamma_F$  для веса стационарного оборудования принимать по СНиП 2.07.01.

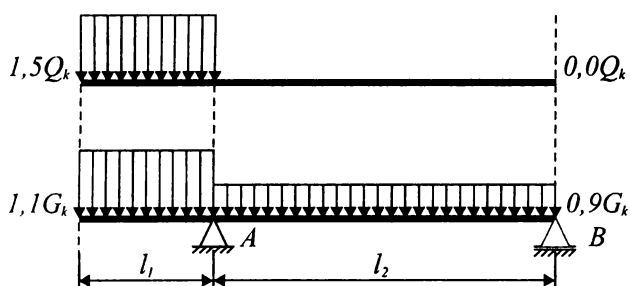
2. Значения коэффициента  $\gamma_Q$  для крановых нагрузок принимать в зависимости от режима работы крана по СНиП 2.01.07, но не менее указанных в табл. 2.

3. При определении расчетных значений постоянных нагрузок от собственного веса конструкций заводского изготовления при обеспеченной системе контроля качества допускается принимать  $\gamma_G = 1,15$ .

**Таблица 3.6.**

Значения частных коэффициентов безопасности  $\gamma_F$  для нагрузок при проверке условий статического равновесия против опрокидывания

Нагрузки	Частный коэффициент безопасности $\gamma_F$	
	основная комбинация	особая комбинация
а) постоянные (собственный вес конструкции или ее элементов, напор воды, давление грунта) при эффекте: <ul style="list-style-type: none"> <li>• неблагоприятном</li> <li>• благоприятном</li> </ul>	1,1 0,9	1,0 1,0
б) временные при эффекте: <ul style="list-style-type: none"> <li>• неблагоприятном</li> <li>• благоприятном</li> </ul>	1,5 0	1,0 0
в) особые	—	1,0



**Рис. 3.5а.**

Схема распределения постоянных ( $G_k$ ) и временных ( $Q_k$ ) нагрузок при проверке возможности отрыва опоры B

Значения частных коэффициентов безопасности  $\gamma_F$ , представленные в табл. 3.5 и 3.6, получены с использованием статистического моделирования для заданного класса надежности конструкций RC-2, проектируемых по СНБ 5.03.01 [1]. Подробно вопросы, связанные с калибровкой коэффициентов безопасности по нагрузке  $\gamma_F$ , рассмотрены в наших работах [46, 47].

Если результаты расчета в значительной мере зависят от величины постоянного воздействия, действующего на различных участках конструкции, наиболее неблагоприятное и благоприятные части этого воздействия следует рассматривать как отдельные воздействия.

Это касается главным образом проверки условий статического равновесия против опрокидывания. На рис. 3.5а показана расчетная схема распределения постоянных и временных нагрузок при проверке возможности отрыва опоры B неразрезной балки с консольным участком.

Постоянная нагрузка в пролете A–B, повышающая устойчивость балки и создающая благоприятный эффект, принята согласно табл. 3.6 с пониженным значением коэффициента  $\gamma_G = 0,9$ , а временная с  $\gamma_Q = 0,0$ . В то же время для нагрузок, действующих на консольном участке балки приняты  $\gamma_G = 1,1$  и  $\gamma_Q = 1,5$ .

### 3.4.3. Расчетные комбинации (сочетания) воздействий

В соответствии с п. 1.10 СНиП 2.01.07 [3] расчет конструкций по предельным состояниям первой и второй групп следует выполнять с учетом наиболее неблагоприятных сочетаний **нагрузок** или **соответствующих им усилий**. Эти сочетания устанавливаются из анализа реальных вариантов одновременного действия различных воздействий для рассматриваемой стадии работы конструкции с учетом возможности появления различных схем приложения временных нагрузок или при отсутствии некоторых из них.

В общем случае при расчете **по первой группе предельных состояний** расчетное значение эффекта от внешнего воздействия в условии (3.3) может быть записано с учетом репрезентативных значений переменных нагрузок:

$$E_d = E \left\{ \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j}; \gamma_P \cdot P; \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1}; \gamma_{Q,i} \cdot \Psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}; j \geq 1; i > 1. \quad (3.27)$$

Основная комбинация воздействий, приведенная в скобках (см. табл. 3.7), используется при расчете конструкций при постоянных и переходных (временных) расчетных ситуациях, за исключением расчетов на действие многократно повторяющихся нагрузок или при расчете конструкций на действие усилия предварительного напряжения в стадии изготовления и может быть записана в следующем виде: «+»

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} \text{ «+» } \gamma_P \cdot P \text{ «+» } \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} \text{ «+» } \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \Psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \cdot \quad (3.28)$$

Особая комбинация, включающая особое воздействие

Таблица 3.7.

Расчетные значения нагрузок, используемых в основной и особой комбинациях

Расчетная комбинация	Постоянная нагрузка $G_d$	Переменные нагрузки		Особые нагрузки
		доминирующая со своими нормативными значениями	остальные со своими комбинационными значениями	
Основная	$\gamma_G G_k$	$\gamma_Q Q_k$	$\psi_0 \gamma_Q Q_k$	–
Особая	$\gamma_{GA} G_k$	$\psi_1 Q_k$	$\psi_2 Q_k$	$\gamma_A A_k^*$

\*Если непосредственно не установлено значение  $A_d$ .

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{GA,j} \cdot G_{k,j} \llcorner + \ggcorner A_d \llcorner + \ggcorner \psi_{1,i} \cdot Q_{k,i} \llcorner + \ggcorner \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \cdot \quad (3.29)$$

В выражениях (3.28) и (3.29):

- $G_{k,j}$  – нормативные значения постоянных воздействия по СНиП 2.01.07 [3];  
 $Q_{k,1}$  – нормативное значение доминирующего переменного воздействия по СНиП 2.01.07 [3];  
 $Q_{k,i}$  – нормативные значения сопутствующих переменных воздействий по СНиП 2.01.07 [3];  
 $A_d$  – расчетное значение особого воздействия;  
 $\gamma_{G,j}$  – частный коэффициент безопасности для постоянных воздействий по табл. 3.5;  
 $\gamma_{GA,j}$  – то же для особой комбинации;  
 $\gamma_{Q,i}$  – то же для переменных воздействий по табл. 3.5;  
 $\psi_0, \psi_1, \psi_2$  – коэффициенты, принимаемые по табл. 3.4.

Следует отметить, что знак «+» и суммы « $\Sigma$ » в выражениях (3.28) и (3.29) условны и обозначают, что к конструкции следует одновременно приложить все нагрузки, входящие в расчетное сочетание. При этом действует общее правило составления сочетаний (комбинирования) нагрузок, в соответствии с которым необходимо получить наиболее неблагоприятный эффект для рассматриваемого предельного состояния конструкции.

В качестве доминирующего переменного воздействия следует рассматривать не обязательно воздействие большее по величине, а характеризуемое большей продолжительностью (периодом) действия в процессе эксплуатации. При этом, если в расчетное сочетание входят коррелируемые нагрузки (например, давление и торможение крана), в выражении (3.28) может быть принято два доминирующих воздействия с полными нормативными значениями, а остальные сопутствующие переменные нагрузки вводятся со своими комбинационными значениями. В некоторых случаях выражение (9) записывают в следующем виде:

$$\underbrace{\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j}}_{\text{все постоянные воздействия}} \llcorner + \ggcorner \underbrace{\gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1}}_{\text{доминирующее переменное воздействие}} \llcorner + \ggcorner \underbrace{\gamma_{Q,2} \cdot \psi_{0,2} \cdot Q_{k,2}}_{\text{следующее за ним переменное воздействие на комбинационном уровне}} \llcorner + \ggcorner \underbrace{\sum_{i=3}^n \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}}_{\text{длительные части сопутствующих переменных воздействий}} \quad (3.30)$$

Следует отметить, что запись выражения (3.30) обоснована тем, что учет оставшихся переменных воздействий (при  $i > 2$ ) на комбинационном уровне с  $\psi_0$  не имеет особого смысла, так как вероятность совпадения трех редких событий достаточно мала.

Как следует из выражения (1) в особой комбинации переменные нагрузки участвуют с коэффициентом безопасности по нагрузке  $\gamma_F = 1$ . Это обусловлено тем, что особое воздействие – событие катастрофического характера – является столь редким, что прочность конструкции допускается проверять при пониженном запасе безопасности. Вместе с тем, в особой комбинации всегда участвует совместно с постоянным воздействием  $G_k$  практически постоянные (длительно действующие) части  $\psi_{2,i} Q_{k,i}$  переменных воздействий.

При расчете конструкций по предельным состояниям второй группы рассматриваются следующие комбинации воздействий (см. табл. 3.7а):

- **нормативная** или **редкая** комбинация, применяемая для расчета в том случае, когда в эксплуатационной стадии конструкция переходит в необратимое состояние:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} \llcorner + \ggcorner P \llcorner + \ggcorner Q_{k,1} \llcorner + \ggcorner \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} ; \quad (3.31a)$$

- **частая** комбинация, когда в эксплуатационной стадии состояние конструкции является обратимым:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} \langle \langle + \rangle \rangle P \langle \langle + \rangle \rangle \psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} \langle \langle + \rangle \rangle \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}; \quad (3.31б)$$

- **практически постоянная** или длительно действующая комбинация, применяемая в том случае, когда в расчетах учитываются длительные процессы (усадка и ползучесть бетона):

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} \langle \langle + \rangle \rangle P \langle \langle + \rangle \rangle \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}. \quad (3.31в)$$

При расчете конструкций зданий нормативная (редкая) комбинация воздействий может быть упрощена следующим образом:

- для расчетных ситуаций, когда действует одна временная нагрузка  $Q_{k,1}$ :

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} \langle \langle + \rangle \rangle P \langle \langle + \rangle \rangle Q_{k,1};$$

- когда действуют две или более временных нагрузки  $Q_{k,i}$ :

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} \langle \langle + \rangle \rangle P \langle \langle + \rangle \rangle \sum_{i \geq 1} Q_{k,i}.$$

Принятые комбинации воздействий применяются для проверки соответствующих предельных состояний второй группы. Так, согласно СНБ 5.03.01 [1] проверка ширины раскрытия трещин, нормальных к продольной оси элемента, в железобетонных конструкциях производится при практически постоянной комбинации нагрузок, а предварительно напряженных элементов – используя частую комбинацию. Практически постоянная (длительно действующая) комбинация нагрузок используется также согласно п. 10.7 СНиП 2.01.07 [3] для проверки прогибов конструкций зданий (балок, ферм, ригелей, прогонов, плит, настилов) исходя из предъявляемых к ним эстетико-психологических требований.

**Таблица 3.7а.**

Расчетные комбинации воздействий при расчете конструкций по предельным состояниям второй группы

Расчетная комбинация	Постоянные воздействия $G$ при эффекте неблагоприятном		Переменные воздействия $Q$	
	благоприятном	благоприятном	доминирующее	другие
Нормативная (редкая)	$G_{kj,sup}$	$G_{kj,inf}$	$Q_{k,1}$	$\psi_{0,i} \cdot Q_{k,i}$
Частая	$G_{kj,sup}$	$G_{kj,inf}$	$\psi_{1,1} \cdot Q_{k,1}$	$\psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$
Практически постоянная (длительно действующая)	$G_{kj,sup}$	$G_{kj,inf}$	$\psi_{2,1} \cdot Q_{k,1}$	$\psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$

#### Пример расчета

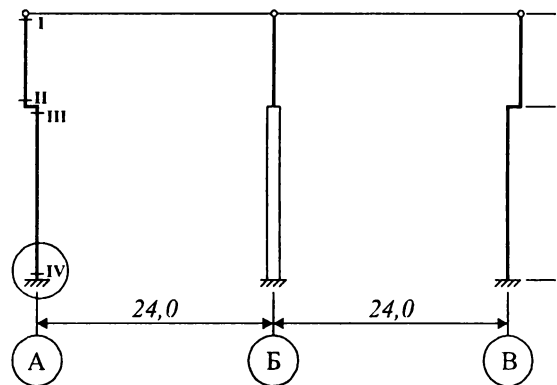
В качестве примера рассмотрим составление комбинаций расчетных усилий при проектировании стойки по оси А двухпролетной рамы поперечника одноэтажного промышленного здания (см. рис. П–1). Исходные данные для статического расчета и значения расчетных усилий приняты по данным примера 6.4 [48]. Полученные в примере 6.4 [48] результаты статического расчета рамы для каждого вида загрузки (постоянные нагрузки, ветровая, снеговая, крановые нагрузки) представлены в табл. П–1, а расчетные усилия для сечения IV крайней колонны по оси А – в табл. П–2.

Согласно п. 1.10 СНиП 2.01.07 [3] выполняем расчетные сочетания не воздействий, а усилий, вызванных этими воздействиями.

При расчете по первой группе предельных состояний основная комбинация усилий имеет вид:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i};$$

Принимаем согласно табл. 3.5 для постоянной нагрузки  $\gamma_G = 1,15$  (для конструкций заводского изготовле-



**Рис. П–1.**

Расчетная схема двухпролетной рамы промышленного здания (исходные данные в примере 6.4 [48])

Таблица П-1.

Расчетные усилия в сечении IV стойки по оси А от каждого вида загрузки согласно [48]

Расчетное сечение (см. рис. П-1)	Усилие	Постоянная нагрузка	Переменные (временные) нагрузки								
			Снеговая	Крановые			Ветровая		слева	справа	
				$D^{max}$ по оси А	$D^{max}$ по оси Б, пролет АБ (см. рис. П-1)	$D^{max}$ по оси Б, пролет БВ (см. рис. П-1)	$T$ по оси А	$T$ по оси Б			
№ нагружения		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
IV	$M_{Sd}$ , кН·м	$\gamma_F > 1,0$	-53,0	+21,0	+55,0	-33,2	+46,5	$\pm 102,0$	$\pm 19,1$	+350,0	-327,2
		$\gamma_F = 1,0$	-48,2	+15,1	+45,9	-27,7	+38,8	$\pm 85,0$	$\pm 15,9$	+292,0	-273,0
	$N_{Sd}$ , кН	$\gamma_F > 1,0$	1328,0	202,0	965,0	291,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
		$\gamma_F = 1,0$	1207,0	144,0	805,0	242,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Примечание: В знаменателе приведены значения усилий при  $\gamma_F = 1,0$

- ния),  $\gamma_Q = 1,5$ . Комбинационные коэффициенты по табл. 3.4:
- для снеговой нагрузки  $\psi_0 = 0,7$ ;
  - для ветровой нагрузки  $\psi_0 = 0,6$ ;
- для крановой нагрузки (средний режим работы крана)  $\psi_0 = 0,8$ .

В качестве доминирующих приняты усилия от крановых нагрузок, учитывая то обстоятельство, что суммарный период их действия  $T_i$  в течение срока эксплуатации является максимальным. Кроме того принято во внимание, что усилия, вызванные давлением  $D^{max}$  и торможением  $T$  крана, являются коррелируемыми и учитываются совместно (при  $\psi_0 = 1,0$ ).

Для основной расчетной комбинации (см. табл. 3.7) получено:

1	1 + 2 + 3 + 6 + 8
	$M_{Sd}^{max} = -48,2 \cdot 1,15 + 15,1 \cdot 1,5 \cdot 0,7 + 1,5(45,9 + 85) + 0,6 \cdot 292 \cdot 1,5 = 441,92 \text{ кН}\cdot\text{м}$ $N_{Sd}^{cooms} = 1207 \cdot 1,15 + 144 \cdot 1,5 \cdot 0,7 + 1,5(805 + 0) + 0,6 \cdot 0 \cdot 1,15 = 2746,75 \text{ кН}$
2	1 + 3 + 6 + 9
	$M_{Sd}^{min} = -48,2 \cdot 1,15 + 45,9 \cdot 1,5 - 85 \cdot 1,5 - 273 \cdot 0,6 \cdot 1,5 = -359,78 \text{ кН}\cdot\text{м}$ $N_{Sd}^{cooms} = 1207 \cdot 1,15 + 805 \cdot 1,5 + 0 + 0 = 2595,6 \text{ кН}$
3	1 + 2 + 3 + 6 + 9
	$M_{Sd}^{cooms} = -48,2 \cdot 1,15 + 15,1 \cdot 1,5 \cdot 0,7 + 1,5 \cdot (45,9 - 85) - 273 \cdot 0,6 \cdot 1,5 = -321,23 \text{ кН}\cdot\text{м}$ $N_{Sd}^{max} = 1207 \cdot 1,15 + 144 \cdot 1,5 \cdot 0,7 + 1,5(805 + 0) = 2746,75 \text{ кН}$

Результаты расчетов усилий по сравнению с усилиями, полученными в сочетаниях при  $\psi_1 = 0,9$  (согласно СНиП 2.01.07 [3]), представлены в табл. П–2.

**Таблица П–2.**

Расчетные усилия в сечении IV колонны по оси А

Сечение	Усилие	Расчетные усилия		
		Основная комбинация, включающая две и более переменных (временных) нагрузки		
		$M_{Sd}^{max} \leftrightarrow N_{Sd}^{cooms}$	$M_{Sd}^{min} \leftrightarrow N_{Sd}^{cooms}$	$N_{Sd}^{max} \leftrightarrow M_{Sd}^{cooms}$
	Сочетание	1 + 2 + 3 + 6 + 8	1 + 3 + 6 + 9	1 + 2 + 3 + 6 + 9
IV (рис. П–1)	$M_{Sd}$ , кН·м	422,2	-380,0	-361,1
		441,92	-359,78	-321,23
	$N_{Sd}$ , кН	2379,0	2197,0	2379,0
		2746,75	2595,6	2746,75
Примечание: В числителе расчетные усилия с $\psi_1 = 0,9$ (по СНиП 2.01.07 [3]), в знаменателе – основная комбинация по СНБ 5.03.01 [1].				

### 3.5. Нормативные и расчетные характеристики материалов в методе предельных состояний

Прочностные характеристики бетона и арматуры, как и большинства материалов, не являются постоянными величинами в пределах назначенных классов. Так, например, прочность бетона, изготовленного из одной исходной смеси, может изменяться в значительных пределах в зависимости от целого ряда технологических факторов, размера и формы изделия, условий и сроков твердения, характера приложения и длительности действия нагрузки.

Для того, чтобы обеспечить требуемую надежность конструкции, необходимо для бетона или арматурной стали данного класса назначить такие величины расчетных сопротивлений, которые в подавляющем большинстве случаев были бы не ниже возможных фактических сопротивлений бетона и арматуры в конструкции. Из опыта известно, что изменчивость прочностных характеристик бетона и арматуры имеет случайный характер и подчиняется вероятностно-статистическим законам. Поэтому для оценки прочностных характеристик бетона и арматуры, внесенных в методы расчета железобетонных конструкций используют вероятностный подход.

Изменчивость прочности бетона и арматуры принято характеризовать так называемыми кривыми распределения прочности, представляющими собой график, по оси абсцисс которого откладывают прочностную характеристику (бетона или арматуры), получаемую из испытаний выборки образцов, а на оси ординат – частоту (количество) случаев появления того или иного значения прочностной характеристики (рис. 3.6а).

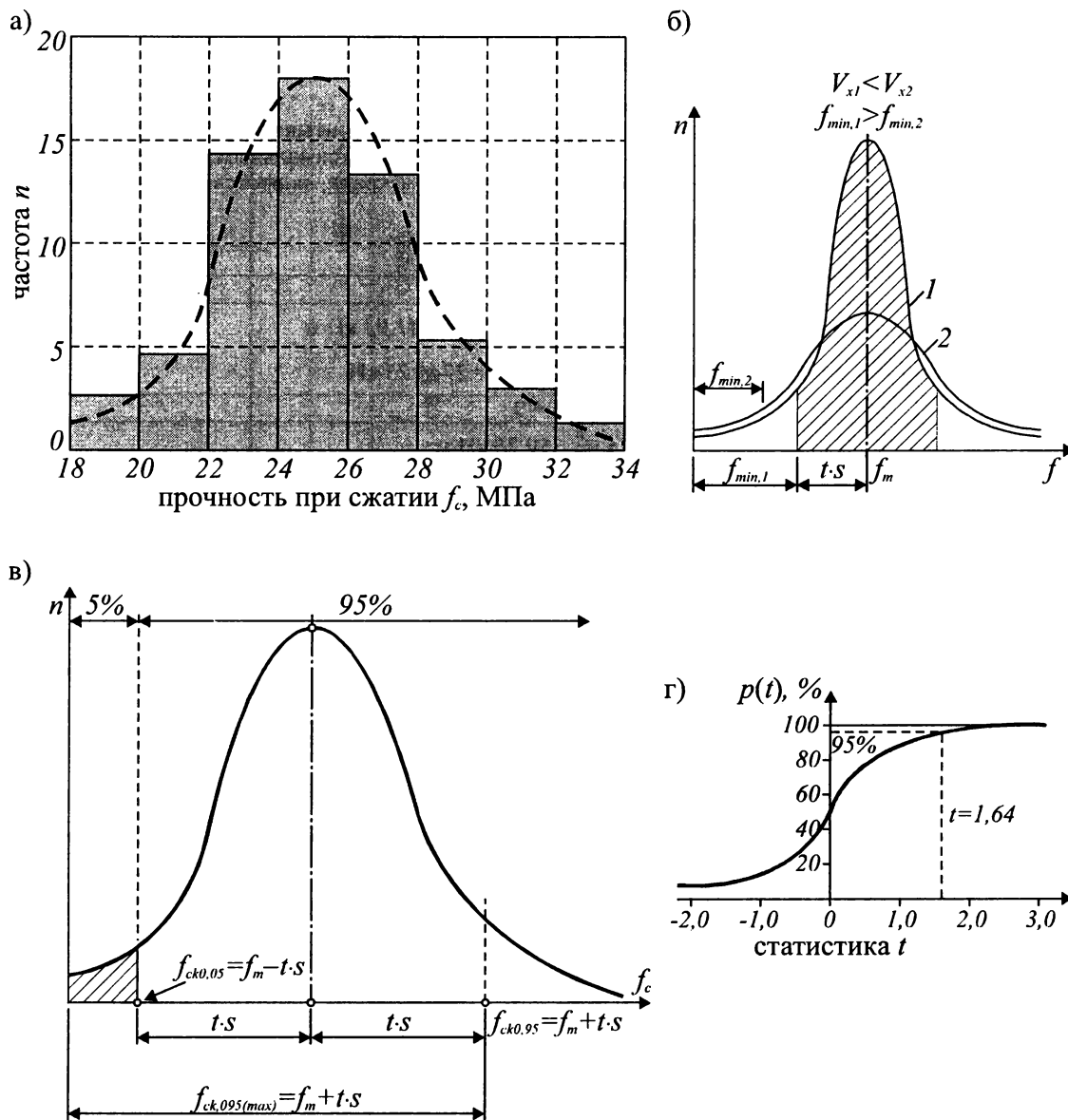


Рис. 3.6.

Гистограмма опытных результатов при испытании прочности бетона (а), кривые нормального распределения прочностей материала (б, в) и зависимость « $p-t$ » (г)

На основании полученной кривой распределения могут быть выведены следующие обобщенные статистические характеристики:

– средняя прочность

$$f_m = \frac{f_1 \cdot n_1 + f_2 \cdot n_2 + \dots + f_n \cdot n_n}{n_1 + n_2 + \dots + n_n}, \quad (3.32)$$

которая в соответствии с законом больших чисел при увеличении числа испытаний будет приближаться к математическому ожиданию;

– дисперсия, определяющая рассеивание случайной величины относительно математического ожидания:

$$D(f) = \frac{(f_1 - f_m)^2 \cdot n_1 + (f_2 - f_m)^2 \cdot n_2 + \dots + (f_n - f_m)^2 \cdot n_n}{n_1 + n_2 + \dots + n_n}, \quad (3.33)$$

– среднее квадратичное отклонение (стандарт), определяемое как положительное значение квадратного корня из дисперсии:

$$S = \sqrt{D(f)}. \quad (3.34)$$



Дисперсия и стандарт характеризуют отклонение случайной величины от ее среднего значения.

Кривые распределения прочности бетона и арматуры имеют, как правило, симметричный характер, поскольку причины, вызывающие отклонение прочностной характеристики от среднего значения в ту либо другую сторону действуют в одинаковой мере. Такие кривые (см. рис. 3.6б) принято называть кривыми нормального распределения. Следует отметить, что кривые распределения прочностных характеристик асимптотически приближаются к оси абсцисс, не пересекая ее. Поэтому в принципе не существует определенной граничной (минимальной или максимальной) величины прочности материала. В качестве теоретической функции распределения случайной величины принята функция нормального распределения Гаусса:

$$n(f) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(f_i - f_m)^2}{2S^2}\right]. \quad (3.35)$$

Из графика нормального распределения (рис. 3.6в), следует, что средняя прочность  $f_m$  соответствует пику этой кривой, т.е. наибольшей частоте случаев. Остальные значения отклоняются от среднего в ту либо иную сторону. Причем, чем больше отклонение, тем реже оно наблюдается в испытаниях. Таким образом, для использования в расчетах следует назначать такое сопротивление материала, выраженное через отклонение от средней прочности, частота появления которого была бы заранее задана (рис. 3.6в):

$$f = f_{min} = f_m - t \cdot S, \quad (3.36)$$

где  $t$  – статистика распределения или число, характеризующее площадь, ограниченную осью абсцисс и кривой распределения.

Характеристику прочности можно выразить в относительных величинах:

$$\frac{f}{f_m} = \frac{f_m - t \cdot S}{f_m} = 1 - t \left(\frac{S}{f_m}\right). \quad (3.37)$$

Отношение  $V_x = S/f_m$  называется коэффициентом изменчивости или коэффициентом вариации. Таким образом, несложно заметить, что кривые распределения, имея одинаковую среднюю прочность  $f_m$ , могут отличаться по своей форме (рис. 3.6б), которая характеризуется коэффициентом вариации  $V_x$ . Более пологие кривые распределения имеют высокий коэффициент изменчивости и, следовательно, характеризуют большой разброс результатов. Напротив, более крутые кривые имеют низкий коэффициент вариации  $V_x$  и результаты, близкие к среднему значению.

Поэтому для некоторой минимальной частоты случаев нормативное сопротивление материала для более пологой кривой распределения должно быть принято значительно ниже, чем для крутой (рис. 3.6б).

Как показано в монографии [24] кривые распределения, полученные из опыта, носят эмпирический характер и не могут дать точной вероятности появления той или иной величины прочности материала. Для определения этих значений и используется закон нормального распределения Гаусса. Исходя из этого закона устанавливают **нормативное значение** прочности  $f_k$ , которое бы отвечало некоторой заданной обеспеченности  $P$ , определяющей относительное число случаев, при которых прочность материала окажется выше нормативной.

Для определения нормативных прочностных характеристик материалов принимают значение обеспеченности не менее 0,95, обозначающее, что не менее чем в 95 случаях из 100 прочность материала будет выше нормативной. Как следует из [24] такая обеспеченность является весьма высокой и дает ощутимый запас прочности конструкции. Тогда связь между нормативным и средним значениями прочности при  $t = 1,64$  (см. рис. 3.6г) выражается формулой:

$$f_k = f_m(1 - 1,64V_x), \quad (3.38)$$

где  $f_k$  – нормативное значение прочности;

$f_m$  – средняя прочность;

$V_x$  – коэффициент вариации прочности, принимаемый по результатам статистических оценок.

Принцип определения нормативных сопротивлений арматуры несколько отличается от описанного выше. Вместо контролируемого среднего значения при определении нормативного сопротивления арматурных стержней в формуле (3.38) принимают контролируемый браковочный минимум предела текучести (физического или условного), соответствующего обеспеченности 0,95.

Как было показано выше, изменчивость прочности бетона учитывается вероятностным методом. Вместе с тем, на дальнейших этапах изготовления конструкции (при транспортировке, укладке, уплотнении, твердении бетонной смеси и т.д.) многочисленные факторы могут привести к отклонениям фактической прочности от нормативного значения. Кроме того, в силу неоднородности

бетона, наблюдаются отклонения в прочности, как по сечению, так и по длине конструкции. Учесть эти отклонения статистическим путем пока не представляется возможным, поскольку отсутствует достаточное количество точных данных о прочности бетона в конструкции\*. В связи с этим возможные отклонения прочности бетона в конструкции учитывают путем введения специальных частных коэффициентов безопасности по материалу  $\gamma_M$ , большим единицы (см. раздел 3.2).

Значения частных коэффициентов безопасности для бетона и арматуры, принятые в нормах [1, 6, 11], приведены в табл. 3.8.

**Таблица 3.8.**

Значения частных коэффициентов безопасности для материалов согласно [1, 6, 11] (основное сочетание нагрузок)

Тип конструкции	Частный коэффициент безопасности (предельные состояния первой группы)		
	бетон $\gamma_c$	арматура, $\gamma_s$	
		ненапрягаемая S240, S240, S500	напрягаемая S800, S1200, S1400
1. Бетонные конструкции	1,8	–	–
2. Железобетонные конструкции	1,5	1,1	–
3. Предварительно напряженные конструкции	1,5	–	1,2
4. Железобетонные и предварительно напряженные конструкции заводского изготовления при обеспеченной системе контроля качества	1,4	1,1	1,2

При расчете конструкций в особых (аварийных) расчетных ситуациях допускается принимать значение  $\gamma_c = 1,3$ .

При определении расчетных сопротивлений для высокопрочных бетонов (классов по прочности на сжатие более  $C^{50}/_{60}$  МПа) частный коэффициент безопасности по бетону  $\gamma_c$  согласно [1] следует рассчитывать по формуле:

$$\gamma_c = 1,5\gamma_{HSC} \quad (3.39)$$

где  $\gamma_{HSC}$  – коэффициент, учитывающий хрупкий характер разрушения высокопрочных бетонов, который следует рассчитывать по формуле

$$\gamma_{HSC} = \frac{1}{1,1 - \frac{f_{ck}}{500}}, \quad (3.40)$$

где  $f_{ck}$  – нормативное сопротивление высокопрочного бетона.

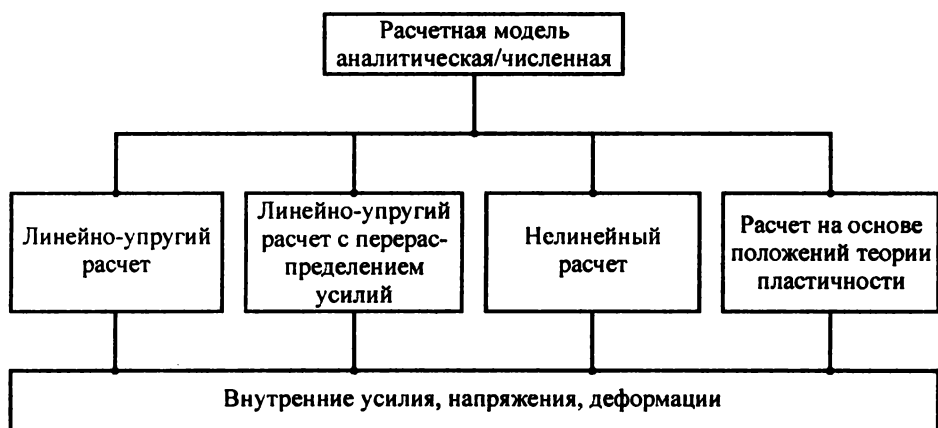
При расчете конструкций по предельным состояниям второй группы частные коэффициенты безопасности по бетону и арматуре принимают равными  $\gamma_c = 1,0$ ,  $\gamma_s = 1,0$ , т.е. в расчетах используют нормативные сопротивления материалов.

### 3.6. Методы расчетов конструкций

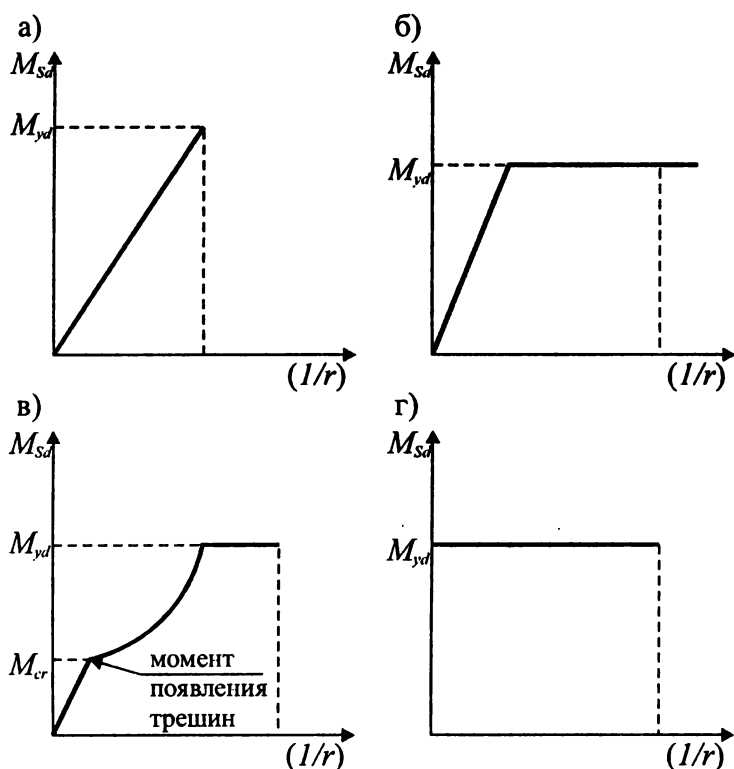
Выбор расчетного метода зависит от вида напряженно-деформированного состояния конструкции, физических, механических и реологических свойств материалов, предельного состояния, для которого выполняется расчет, а также специфических условий проектирования. Идеализируя железобетонную конструкцию, проектировщик, по существу, заменяет ее некоторым описанием, соответствующим теоретической модели поведения конструкции при внешнем воздействии. В зависимости от принятой техники расчетов это может быть как аналитическая, так и численная модель. Классификация расчетных моделей, применяемых при проектировании железобетонных конструкций, показана на рис. 3.7.

Например, при выполнении расчетов по предельным состояниям первой группы, соответствующих состоянию конструкции непосредственно перед разрушением, нормы [1, 6] допускают применение всех моделей, перечисленных на рис. 3.7, в то время как при расчетах по предельным состояниям второй группы используется, как правило, линейно-упругий метод расчета.

\* В настоящее время закончена разработка и находится в стадии обсуждения очередная версия Норм по проектированию железобетонных конструкций, основанная на полностью вероятностном подходе [8].



**Рис. 3.7.** Модели, применяемые при расчете железобетонных конструкций, согласно [40]



**Рис. 3.8.** Зависимости между изгибающим моментом и кривизной элемента [40] для расчетных моделей: а) линейно-упругой; б) линейно-упругой с перераспределением; в) нелинейной; г) пластической.

Специфику каждой из перечисленных моделей в случае расчета стержневых систем достаточно наглядно отражают зависимости «момент–кривизна», показанные на рис. 3.8 ( $M_{yd}$  – изгибающий момент, соответствующий появлению пластических деформаций в расчетном сечении конструкции).

В *линейно-упругом* методе расчета, основанном на классических положениях теории сопротивления материалов, принята линейная зависимость между напряжениями и относительными деформациями для материалов (выполнение закона Гука), что обуславливает введение линейной зависимости «момент–кривизна» (рис. 3.8а).

Для стержневых систем можно записать следующие базовые уравнения линейного метода расчета конструкции:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E \text{ или } M = y''(EJ), \quad y'' = 1/r, \quad (3.41)$$

где  $\sigma, \varepsilon$  – соответственно напряжения и относительные деформации в сечении стержня;

$y''$  – вторая производная функции, описывающей деформированную ось элемента;  
 $E, J$  – соответственно модуль деформаций материала (модуль упругости) и момент инерции сечения.

Применение линейно-упругого метода расчета является выгодным с точки зрения возможности использования принципа суперпозиции, то есть суммирования эффектов, вызванных различными комбинациями воздействий. Этот подход основывается на независимом расчете конструкции при каждом отдельном виде воздействия и последующем суммировании внутренних усилий, являющихся результатом этих воздействий.

Внутренние усилия, определенные в конструкции линейно-упругим методом, используются далее для расчета сечений. При использовании линейно-упругого метода расчета в рамках принятого в нормах [1, 6] метода предельных состояний, появляются некоторые несоответствия. Это связано с тем, что при расчетах прочности сечений (по предельным состояниям первой группы) используются нелинейные модели, описывающие работу бетона и арматуры (нелинейные диаграммы деформирования, см. п. 4.4.2). Отсюда появляется несоответствие в описании поведения конструкции на определенных этапах ее проектирования: упруго-линейный расчет на этапе определения внутренних усилий и нелинейный – на этапе расчета сечений. Однако, как показывает анализ, выполненный в работе [40], выявленное несоответствие в случае расчета стержневых систем приводит к несущественным ошибкам в безопасную сторону, т.к. результаты расчетов определяют некоторый нижний предел прочности элемента.

**Линейный расчет с ограниченным перераспределением моментов** используется, главным образом, при проектировании статически неопределимых элементов, подверженных действию изгибающих моментов и продольных сил (например, неразрезные балки, ригели несмещаемых рам и т.д.). Для таких элементов вводят ограниченное перераспределение моментов, определенных из линейно-упругого расчета. Перераспределение моментов оказывает влияние не только на распределение внутренних усилий в отдельных сечениях (изгибающих моментов, поперечных сил), но и на деформации системы (ширину раскрытия трещин, прогибы).

Метод перераспределения усилий, основанный на положениях теории пластичности, допускает ограниченное снижение величины изгибающих моментов в критических сечениях элемента в соответствии со следующей зависимостью:

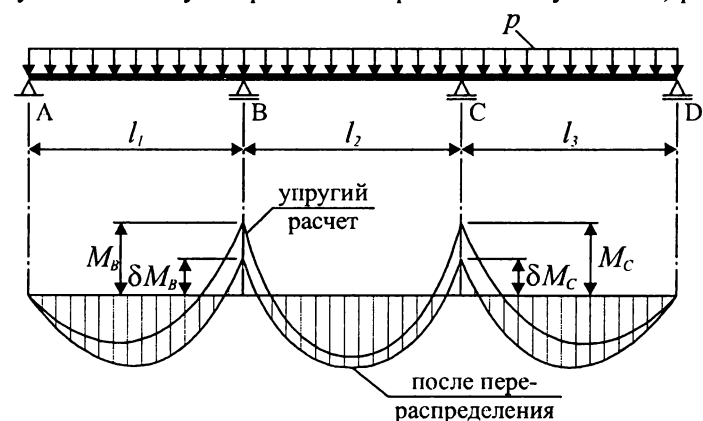
$$M_{e,r} = \delta \cdot M_e, \quad (3.42)$$

где  $M_e, M_{e,r}$  – соответственно изгибающие моменты до и после перераспределения;  
 $\delta$  – коэффициент, ограничивающий перераспределение моментов.

Согласно принятой концепции коэффициент перераспределения  $\delta$  в формуле (3.42) выражает отношение момента после перераспределения к моменту, определенному из упругого расчета (рис. 3.9).

При этом нормы по проектированию [1, 6, 11] устанавливают требование выполнения условия  $\delta > \delta_{\min}$ , означающего, что в критическом сечении существует т.н. пластический шарнир, обеспечивающий пластический поворот сечения.

Понятие пластического шарнира, обеспечивающего поворот в критическом сечении, является определенной идеализацией поведения системы при достижении предельных деформаций в бетоне и арматуре. В действительности этот эффект не проявляется в одном сечении, а является результатом чрезмерных деформаций, сконцентрированных на малой длине элемента, что ведет к существенному возрастанию кривизны на участках, располагающихся в непосредственной близости к критическому сечению.



**Рис. 3.9.** Ограниченное перераспределение моментов в неразрезной балке [40]

Экспериментальные исследования показали, что механизм образования пластического шарнира, обеспечивающего поворот в критическом сечении, связан с появлением в таком сечении густо расположенных трещин, имеющих чрезмерную ширину раскрытия. Способность критического сечения к повороту зависит, главным образом, от высоты сжатой зоны сечения  $x$ . Поэтому существенное значение имеет в данном случае коэффициент армирования сечения. Далее в главе 6 будет показано, что с ростом коэффициента армирования высота сжатой зоны сечения увеличивается до определенного предела.

В соответствии с положениями, из-

ложенными в нормах [1, 6, 11], значение коэффициента  $\delta$  в формуле (3.42) следует принимать равным:

$$\delta \geq 0,44 + \left[ 0,6 + \left( \frac{0,0014}{\varepsilon_{cu,l}} \right) \right] \frac{x}{d}; \quad (3.43)$$

где  $x$  – высота сжатой зоны сечения при расчете прочности сечений на действие перераспределенного усилия;

$d$  – рабочая высота сечения (см. главу 6);

$\varepsilon_{cu,l}$  – предельная относительная деформация бетона при сжатии, определяемая по табл. 4.3.

Кроме того, дополнительные условия по ограничению перераспределения усилий связаны с деформативными свойствами арматуры:

- для арматурных сталей, имеющих повышенную деформативность ( $\varepsilon_{uk} \geq 7,5 \%$ )

$$\delta \geq 0,7; \quad (3.44a)$$

- для арматурных сталей, обладающих обычной деформативностью ( $\varepsilon_{uk} > 5,0 \%$ )

$$\delta \geq 0,85. \quad (3.44b)$$

В случае, когда приведенные выше условия не выполняются, перераспределение моментов может быть выполнено, если рассчитанный (аналитически или численно) угол поворота  $\theta_{pl}$  в пластическом шарнире удовлетворяет критериям, показанным на рис. 3.10.

**Нелинейные методы расчета** учитывают упруго-пластические (т.е. нелинейные) характеристики конструкции, благодаря чему позволяют более реально оценить распределение усилий в отдельных сечениях. В соответствии с положениями норм [1, 6, 11] нелинейные методы расчета позволяют не только учитывать физическую нелинейность зависимостей, описывающих работу материалов под нагрузкой, но могут одновременно учитывать и т.н. эффекты геометрической нелинейности. Как будет показано далее в главах 4 и 5, нормативные документы [1, 6] устанавливают нелинейные зависимости между напряжениями и относительными деформациями материалов – диаграммы деформирования (состояния), являющиеся обобщающими характеристиками их механических свойств. Принятые положения приводят к тому, что при нелинейных расчетах не применим принцип суперпозиций усилий, вызванных различными видами воздействий.

В силу нелинейных зависимостей, описывающих поведение материалов, и зависимость « $M-l/r$ » становится нелинейной. Переменный характер зависимостей « $M-l/r$ », представленный на рис. 3.8, вытекает из необходимости учета трещинообразования, работы бетона совместно с арматурой на участках между трещинами (см. раздел 6.1).

Основы нелинейного метода расчета железобетонных конструкций приведены в главе 6.

При выполнении нелинейных статических расчетов, которые могут быть использованы для определения внутренних усилий, как для первой, так и для второй группы предельных состояний, используют средние, а не расчетные характеристики материалов (бетона и арматуры).

Поэтому при нелинейных расчетах по методу предельных состояний предельное усилие, воспринимаемое конструкцией, записывают в виде:

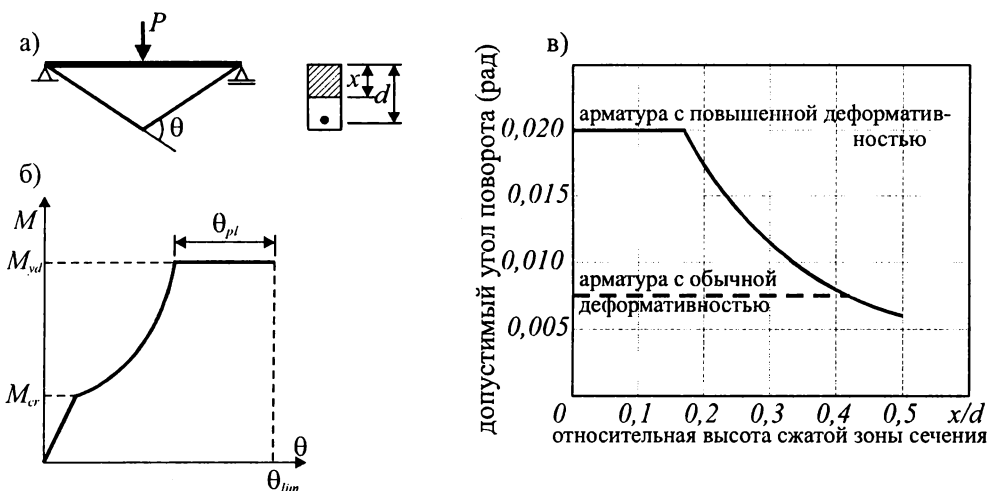


Рис. 3.10.

Ограничение угла пластического поворота в критическом сечении согласно [6, 11]

а) обозначение угла поворота; б) зависимость « $M-\theta$ »; в) графики допустимого угла пластического поворота.

$$R_d = R / \gamma_{sR} \left\{ \bar{x}_{m,i}; a_d \right\}, i \geq 1, \quad (3.45)$$

где  $\bar{x}_{m,i}$  – средние значения характеристик свойств материалов;

$\gamma_{sR}$  – коэффициент безопасности, принимаемый согласно [1, 6, 11] при нелинейных расчетах равным 1,35.

Нелинейные методы статических расчетов применимы в том случае, если в рассматриваемой конструкции действуют неупругие деформации (наблюдается пластический поворот в критических сечениях). В этих случаях необходимо выполнять расчет угла пластического поворота и сравнивать его с допустимым значением, что было показано выше ( $\theta \leq \theta_{min}$ ).

Угол пластического поворота в критических сечениях (например, под опорой неразрезной балки) может быть рассчитан методом интегрирования средней кривизны ( $1/r$ ) балки:

$$\theta = 2 \int_0^l \left[ \left( \frac{1}{r} \right)_m \cdot \bar{M}_x \right] dx, \quad (3.46)$$

где  $\bar{M}_x$  – момент от единичной силы в рассматриваемом сечении.

Выражение (3.46) может быть заменено численным интегрированием, применяя, например, метод Симпсона.

Так как в нелинейных методах расчета не допускается применение принципа суперпозиций для суммирования эффектов от различных воздействий, необходимо производить отдельные расчеты конструкции для каждой из возможных комбинаций внешних воздействий.

**Пластические методы расчета** описывают поведение конструкции в предельном состоянии по прочности. Разрушение железобетонной конструкции в этих методах рассматривается как потеря способности к восприятию нагрузок или же как превращение конструктивной системы в механизм.

При построении пластических методов расчета исходят из того, что в предельном состоянии по прочности полные деформации материалов (бетона, стали) настолько велики по сравнению с упругими, что последними можно пренебречь. Это ведет к тому, что в расчетах рассматривается механизм разрушения некоторого идеально жестко-пластического тела (рис. 3.11). Механизм деформирования для такой модели является таковым, что при  $M < M_{yd}$  конструкция не подвергается никаким деформациям, т.е. ведет себя как идеально жесткое тело. При достижении момента  $M_{yd}$  развиваются неограниченные деформации без прироста усилия, что определяет переход в пластическое состояние. Базовым законом для материалов в пластических методах расчета является закон пластического течения. Принято, что достижение материалом предела пластичности при произвольном трехосном напряженном состоянии может быть описано некоторой функцией, зависящей только от составляющих компонент напряжений и не зависящей от деформаций:

$$F(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \sigma_u) = 0, \quad (3.47)$$

где  $\sigma_u$  – напряжение, соответствующее достижению предела пластичности.

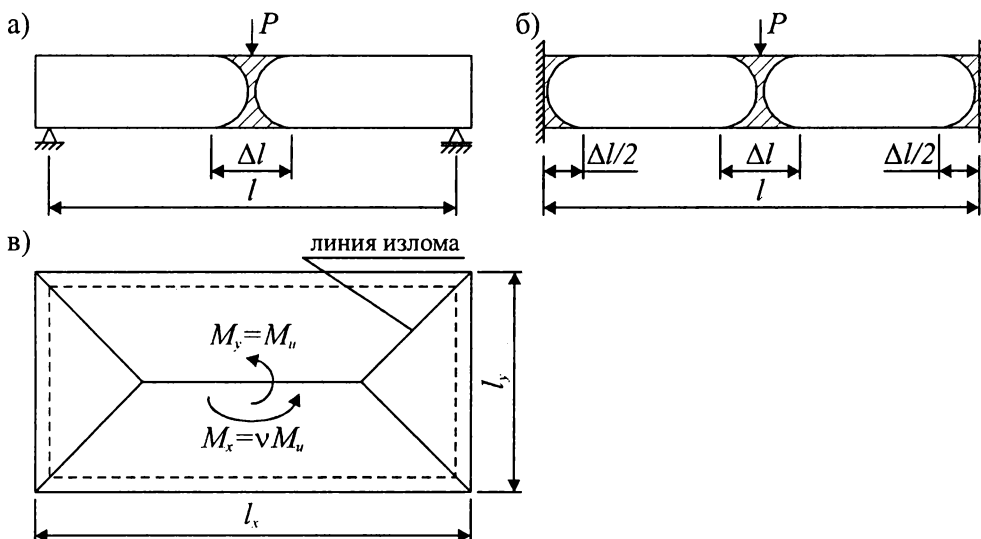


Рис. 3.11.

Размещение и формы пластических шарниров согласно [40]

а, б) пластические шарниры в балках; в) линейные пластические шарниры в плитах.

Расчет конструкций на основе положений теории пластичности выполняют, используя следующие зависимости:

- уравнения статического равновесия;
- кинематические уравнения, связывающие скорость пластических деформаций и скорость перемещений (прогибов);
- условия не превышения предельного состояния  $(\Phi(F_i, F_{iu}))$ ;

- закон пластического течения  $\left( q_i = v \frac{\partial \Phi}{\partial F_i}, v \geq 0 \right)$ .

В практических решениях, базирующихся на положениях теории пластичности применительно к железобетонным конструкциям, используют два подхода: статический и кинематический.

Статический подход основан на определении т.н. нижнего (безопасного) предела прочности конструкции. В соответствии с этим подходом находят такое значение нагрузки  $P_s$ , при котором распределение внутренних усилий удовлетворяет условиям статического равновесия не вызывая разрушения, а обеспечивает достижение предельного состояния по прочности, соответствующего конфигурации предельной нагрузки  $P_u$ , т.е.

$$P_s \leq P_u. \quad (3.48)$$

В кинематическом подходе находят возможное наименьшее значение нагрузки  $P_k$ , которое соответствует кинематически допустимому механизму разрушения конструкции, обладающей свойствами жестко-пластического тела, что определяется неравенством:

$$P_k \geq P_u. \quad (3.49)$$

При кинематическом расчете следует проверять возможность появления различных механизмов разрушения конструкции. В расчетах используют при этом расчетные характеристики материалов.

В конструктивных системах, состоящих из стержневых изгибаемых элементов, пластические деформации концентрируются в небольших областях, определенных ранее как места появления (образования) *пластических шарниров*. В плитных конструкциях принято говорить о концентрации пластических деформаций вдоль линий, по которым происходит разрушение, называемых *линиями излома*. Если в критическом сечении балки (или на линии излома плиты) образовался пластический шарнир (для плит – линейный пластический шарнир), тогда даже при самом минимальном приращении нагрузки конструктивная система превращается в механизм, достигая предельного состояния. Примерное размещение и формы пластических шарниров в балках и плитах показаны на рис. 3.11.

Нормы по проектированию железобетонных конструкций [1, 6, 11] следующим образом определяют случаи, в которых можно применять пластический метод расчета конструкций:

- если для армирования конструкции использованы «мягкие» стали с большой деформативностью (см. главу 5);
- если в неразрезных плитах отношение пролетных и опорных моментов находится в пределах от 0,5 до 2,0;
- площадь сечения растянутой арматуры должна быть ограничена таким образом, чтобы в расчетных сечениях выполнялись условия:  $x_u/d \leq 0,25$  для элементов из бетона классов  $\leq C^{50}/_{60}$ ;  $x_u/d \leq 0,15$  для бетонов классов  $\geq C^{55}/_{67}$ .

С использованием пластического подхода в рамках норм [1, 6, 11] производится расчет прочности железобетонных конструкций по нормальным и наклонным сечениям, а также при кручении (метод сечений, метод ферменной аналогии).

### 3.7. Долговечность конструкций

В соответствии с требованиями норм по проектированию железобетонных конструкций [1, 6] расчет бетонных и железобетонных конструкций по долговечности следует производить по обоснованным расчетным моделям из условия, что при заданных характеристиках конструкции и начальных показателях качества (размерах сечения, количестве арматуры и т.п.) и показателях качества бетона (прочностных, деформационных, морозостойкости и т.п.) продолжительность межремонтного периода и срока службы конструкции, здания и сооружения должны быть не менее установленных соответствующими нормами.

Расчеты конструкций должны производиться с учетом влияния окружающей среды (климатических воздействий), а в необходимых случаях – с учетом воздействия пожара, технологических, температурных и влажностных воздействий и агрессивных химических сред.

Требования по долговечности бетонных и железобетонных конструкций обеспечиваются выполнением расчетных условий предельных состояний, а также конструктивными требованиями, изложенными ниже, в зависимости от классов по условиям эксплуатации конструкции, приведенных в табл. 3.9.

Под условиями эксплуатации принято понимать физические и химические условия окружающей среды, в которой эксплуатируется как вся конструкция, так и ее отдельные элементы. Условия эксплуатации не включают эффектов от действия нагрузки.

**Таблица 3.9.**

Классы по условиям эксплуатации конструкций в зависимости от характеристики окружающей среды и минимальные классы бетона по прочности на сжатие

Класс по условиям эксплуатации	Характеристика окружающей среды, влажностный режим	Примеры для условий окружающей среды	Минимальный класс бетона по прочности на сжатие
1	2	3	4
<b>1 Агрессивные воздействия отсутствуют</b>			
X0	Отсутствуют попеременное замораживание-оттаивание, химические воздействия, истирание и т. д. Очень сухой воздушно-влажностный режим ( $RH \leq 30\%$ )	Конструкции, находящиеся внутри помещений с сухим режимом согласно СНБ 2.04.01	$C^{12}/_{15}^*$
<b>2 Коррозионные повреждения, вызванные карбонизацией бетона</b>			
XC1	Сухой воздушно-влажностный режим ( $30\% < RH \leq 60\%$ ) или постоянная эксплуатация в водонасыщенном состоянии	Конструкции, находящиеся внутри помещений с нормальным режимом согласно СНБ 2.04.01; конструкции, постоянно находящиеся в грунте или под водой	$C^{16}/_{20}$
XC2	Водонасыщенное состояние при эпизодическом высушивании	Конструкции, поверхности которых продолжительное время контактируют с водой	$C^{20}/_{25}$
XC3	Умеренный воздушно-влажностный режим ( $60\% < RH \leq 75\%$ ), эксплуатация в условиях эпизодического влагонасыщения	Конструкции, находящиеся внутри помещений с влажным режимом согласно СНБ 2.04.01; конструкции, подвергающиеся атмосферным воздействиям (дождю)	$C^{25}/_{30}$
XC4	Попеременное увлажнение и высушивание	Конструкции, поверхности которых контактируют с водой, но не соответствующие классу XC2	$C^{30}/_{37}$
<b>3 Коррозионные повреждения, вызванные действием хлоридов</b>			
XD1	Влажный, в условиях воздушно-влажностного состояния ( $RH > 75\%$ ) при отсутствии эпизодического водонасыщения	Конструкции, поверхности которых контактируют с газообразными средами, содержащими хлор-ионы	$C^{30}/_{37}$
XD2	В водонасыщенном состоянии	Железобетонные конструкции, контактирующие с технической водой, содержащей хлор-ионы; плавательные бассейны	
XD3	Попеременное увлажнение и высушивание	Элементы мостовых конструкций; трубопроводы; плиты автостоянок и др.	$C^{35}/_{45}$
<b>4 Коррозионные повреждения, вызванные попеременным замораживанием-оттаиванием</b>			
XF1	Эпизодическое водонасыщение, воздействие отрицательных температур при отсутствии антиобледенителей	Конструкции, вертикальные поверхности которых подвергаются атмосферным воздействиям	$C^{30}/_{37}$



**Окончание таблицы 3.9.**

1	2	3	4
XF2	То же в присутствии антиобледенителей	Конструкции, вертикальные поверхности которых подвергаются атмосферным воздействиям и попаданию антиобледенителей, содержащихся в воздухе	C <sup>25</sup> / <sub>30</sub>
XF3	Водонасыщенное состояние, антиобледенители не применяются	Конструкции, горизонтальные поверхности которых подвергаются атмосферным воздействиям	C <sup>30</sup> / <sub>37</sub>
XF4	Водонасыщенное состояние, применяются антиобледенители	Конструкции, горизонтальные поверхности которых подвергаются прямому воздействию антиобледенителей; проезжие части мостов, дороги	
<b>5 Коррозионные повреждения, вызванные химическим и биологическим воздействиями</b>			
XA1	Слабоагрессивная среда	По СНиП 2.03.11	C <sup>30</sup> / <sub>37</sub>
XA2	Среднеагрессивная среда		C <sup>35</sup> / <sub>45</sub>
XA3	Сильноагрессивная среда		
* Для бетонных конструкций допускается принимать минимальный класс бетона по прочности C <sup>8</sup> / <sub>10</sub> .			

**3.7.1. Конструктивные требования для обеспечения долговечности железобетонных элементов. Защитный слой бетона**

Толщину защитного слоя бетона принимают из условий защиты арматуры от коррозии, воздействия огня и обеспечения ее совместной работы с бетоном. Минимальное расстояние между поверхностью стержней продольной арматуры и ближайшей поверхностью бетона элемента (защитный слой бетона) ограничивается величинами, указанными в табл. 3.10 с учетом класса по условиям эксплуатации (см. табл. 3.9). Для сборных конструкций допускается снижать размер защитного слоя бетона на 5 мм по сравнению с указанными в таблице 3.10, но он не должен быть меньше 20 мм.

**Таблица 3.10.**

Минимально допустимая толщина защитного слоя для железобетонных конструкций

Показатели	Класс по условиям эксплуатации						
	X0	XC1	XC2, XC3, XC4	XD1, XD2, XD3, XF1, XF2, XF3, XF4	XA1	XA2	XA3
Минимальный размер защитного слоя, мм	20	25	30	40	25	30	40
Примечания:							
1) Значения из таблицы 3.10 применять при установке в конструкцию арматуры без предварительного напряжения.							
2) Минимально допустимая толщина защитного слоя бетона для арматуры предварительно напряженных конструкций приведена в табл. 12.7							

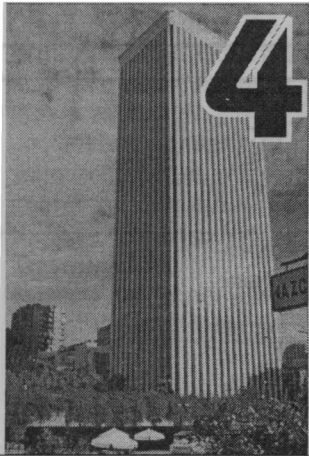
Для фундаментов следует принимать толщину защитного слоя бетона не менее: при выполнении из монолитного железобетона

- при отсутствии бетонной подготовки – 80 мм,
- при наличии бетонной подготовки – 45 мм;
- из сборного железобетона – 45 мм.

Толщина защитного слоя бетона не должна быть менее

- диаметра арматуры (если он не превышает 40 мм);
- максимального размера заполнителя (если он меньше 32 мм)
- максимального размера заполнителя плюс 5 мм (если он больше 32 мм).

Толщину защитного слоя бетона поперечной и распределительной арматуры конструкций, работающих в условиях нормальной и слабоагрессивной среды, соответствующих классам X0, XC1, XA1 (см. табл. 3.9), следует принимать не менее 20 мм. При увеличении степени агрессивности среды на каждую ступень размер защитного слоя бетона следует дополнительно увеличивать на 5 мм.



# ФИЗИКО- МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА БЕТОНА

## 4.1. Общие сведения о сопротивлении бетона

Бетон, являясь искусственным композитным материалом, состоит одновременно из трех материальных фаз (твердой, жидкой и газообразной), образующихся на стадии протекания физико-химических процессов твердения минерального вяжущего вещества, в качестве которого традиционно применяются различные виды цемента.

Твердую фазу или жесткий скелет структуры формируют зерна крупного и мелкого заполнителя, непрогидратировавшие зерна цемента, объединенные кристаллическим сростками, являющимися продуктами гидратации цемента. Жесткий скелет заполнен коллоидальным раствором продуктов гидратации цемента (жидкая фаза), а также воздухом (газообразная фаза), содержащимся в структурных порах. Структурные поры (гелевые и капиллярные) формируются в процессе приготовления и укладки бетонной смеси в конструкцию, а также в процессе формирования структуры продуктов гидратации цемента.

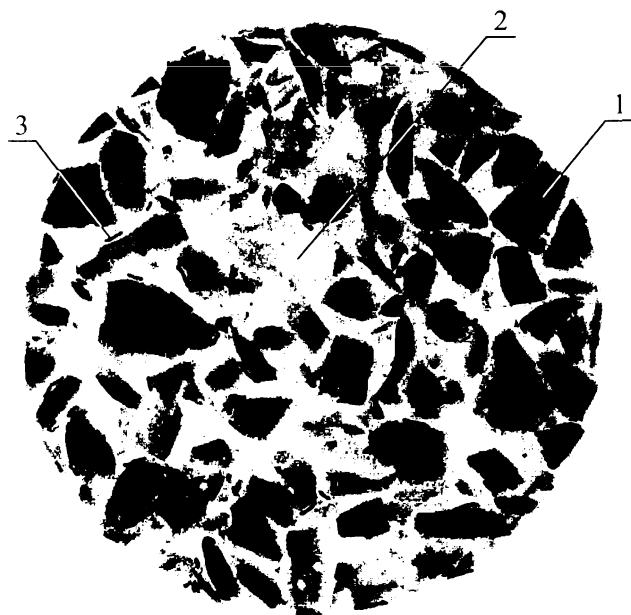
Вопросы структурообразования бетона, подбора его составов, технологии приготовления и укладки в конструкцию выходят за рамки настоящего курса лекций и рассматриваются в специальной литературе.

Прочность бетона, его деформативность, а также физические свойства (водонепроницаемость, морозо- и жаростойкость, огнестойкость и т.д.) определяющим образом зависят от качества структуры, сформировавшейся в процессе твердения вяжущего, ее однородности, наличия начальных дефектов и повреждений (микротрещин, различных типов структурных пор, состояния контактов между цементной матрицей и включениями в виде зерен заполнителя). Если гипотетически допустить, что структура бетона лишена начальных дефектов и однородна, следует ожидать ощутимого возрастания физико-механических характеристик такого материала\*.

Однако, как свидетельствуют результаты экспериментальных исследований, структура бетона в затвердевшем состоянии характеризуется высокой неоднородностью (рис. 4.1). Заполнитель и цементная матрица различаются как по прочности, так и упругим и реологическим свойствам. Кроме того, седиментация свежесуложенной бетонной смеси (особенно для бетонных смесей, имеющих высокую подвижность) сопровождается отжатием воды, что приводит к образованию ее скоплений под зернами крупного заполнителя, а при ее удалении в процессе твердения вяжущего – образованию небольших пустот, увеличивающих анизотропию материала. При этом и цементный камень неоднороден, так как в нем содержатся непрогидратированные зерна цемента, поры, образованные вовлеченным воздухом, и незаполненная новообразованиями часть объема, ранее занятая водой затвердения. К «врожденной» неоднородности бетона добавляются микротрещины, обусловленные протеканием в цементном камне усадочных явлений.

Таким образом, структура бетона содержит начальные дефекты и повреждения, определяющие в значительной мере его поведение под нагрузкой, а также при различных физических и химических воздействиях.

\* В подтверждение тому можно привести несложный, но показательный, опыт, выполненный в 1920 г. академиком А. Иоффе, описанный в монографии [31]. В опыте определяли прочность кристалла каменной соли, которая составила 40..50 МПа. После того, как кристалл был погружен в горячую воду, которая растворила поверхностный слой с трещинами, царапинами некоторой толщины, кристалл был испытан повторно. На этот раз прочность кристалла составила 2000 МПа. Вывод оказался следующим: увеличение прочности произошло из-за того, что лишенный поверхностного слоя кристалл освободился от многочисленных дефектов – трещин, царапин, являющихся концентраторами напряжений.



**Рис. 4.1.**

Структура затвердевшего бетона на основе портландцемента

1 – заполнитель;

2 – цементный камень;

3 – усадочные микротрещины на поверхности контактов зерен заполнителя и цементного камня

Исследования бетона, выполненные под электронным микроскопом, показывают, что микротрещины, ориентированные по границе контакта между зернами заполнителя и цементной матрицей, регистрируются уже до того, как образец подвергается нагружению. Эти микротрещины являются, главным образом, результатом действия растягивающих напряжений, вызванных температурно-усадочными явлениями, сопровождающими процесс твердения цементного камня.

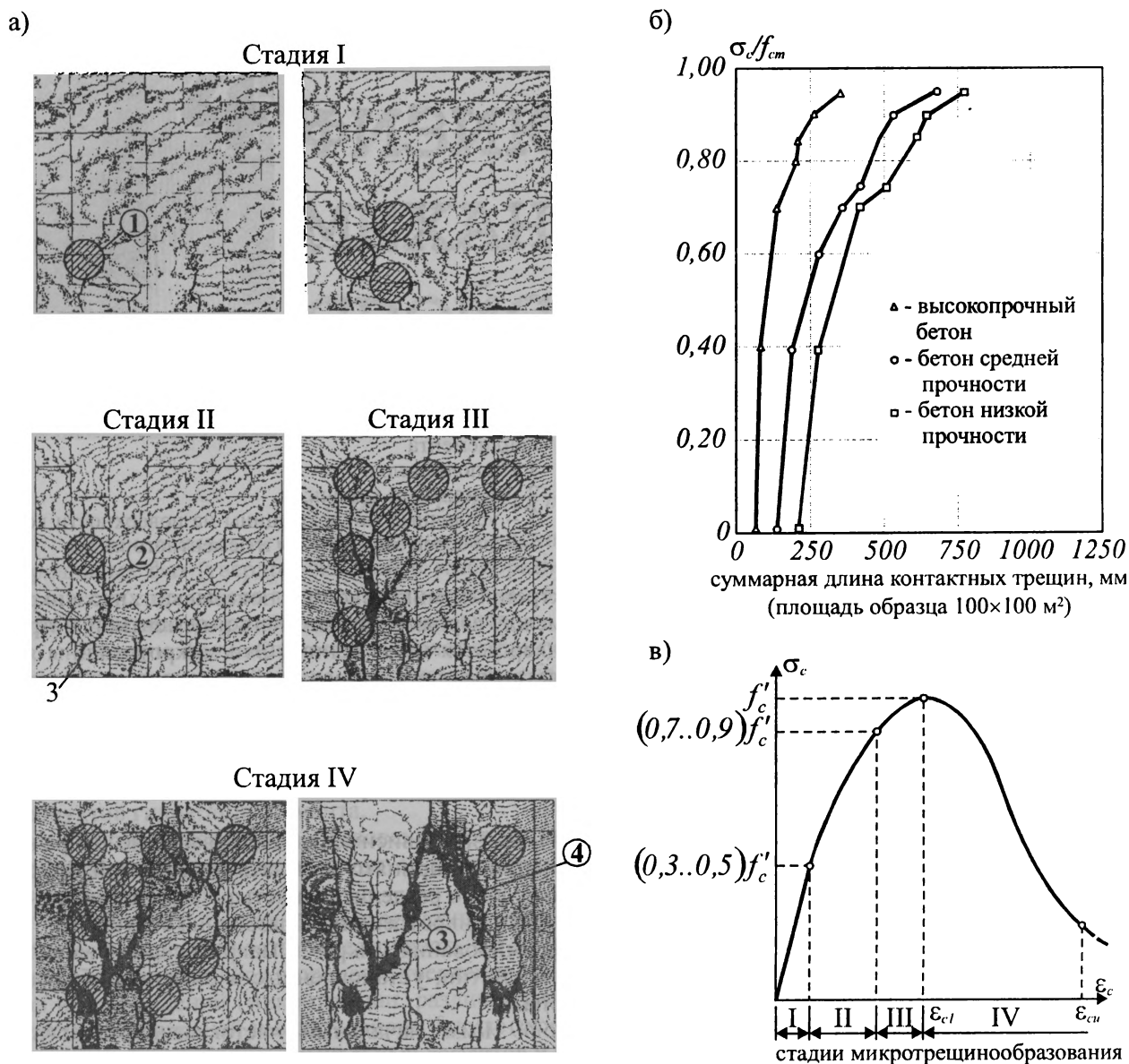
Бетоны низких классов, имея большое объемное содержание заполнителя, имеют, как правило, большее количество так называемых контактных трещин. При этом с увеличением водоцементного отношения снижается прочность сцепления по контакту между цементным камнем и зернами заполнителя.

При действии кратковременной сжимающей нагрузки зависимость, связывающую напряжения и относительные деформации бетона (эту зависимость принято называть диаграммой деформирования (состояния) бетона (см. рис. 4.2в) можно условно разделить на четыре характерных участка, соответствующих определенным стадиям процесса микротрещинообразования структуры.

На рис. 4.2а показаны характерные стадии формирования микро- и макротрещин в модельной структуре бетона при осевом кратковременном сжатии, установленные в опытных образцах при помощи электронного сканирующего микроскопа.

В бетонах, имеющих прочность при сжатии до  $60 \text{ Н/мм}^2$ , начальный участок зависимости (при  $\sigma_c \leq (0,3..0,5)f'_c$  ( $f'_c$  – напряжения в пиковой точке диаграммы деформирования) можно считать практически линейными. На этой стадии наблюдается незначительное увеличение числа контактных микротрещин на границе частиц заполнителя и матрицы. опыты показывают, что при уровне сжимающих напряжений  $\sigma_c \approx 0,4 f'_c$  прирост суммарной длины трещин (контактных, в матрице и комбинированных или объединительных) в выделенной единице объема структуры бетона не превышает 29 % от начальных, существующих до нагружения – в случае бетонов средней и низкой прочности – и 13 % – при испытании высокопрочных бетонов. Из рис. 4.2б следует, что увеличение суммарной длины так называемых контактных микротрещин в структуре высокопрочного бетона является незначительным вплоть до напряжений, составляющих  $(0,6..0,7)f'_c$ .

На второй стадии микротрещинообразования (при  $0,3..0,5 f'_c < \sigma_c \leq (0,7..0,9)f'_c$ ) наблюдается интенсивное увеличение длины, ширины раскрытия и числа контактных микротрещин, что приводит к появлению нелинейного участка на графике зависимости «напряжения – относительные деформации» (см. рис. 4.2в). Эта стадия характеризуется незначительным количеством микротрещин в матрице. Вместе с тем на второй стадии начинают появляться комбинированные микротрещины, пересекающие прослойки матрицы между зернами заполнителя и формирующие глобальные трещины, объединяющие, главным образом, контактные микротрещины вокруг зерен заполнителя. Следует отметить, что формирование этих трещин, хотя и не нарушает стабильного состояния системы, приводит к скольжению зерен заполнителей относительно матрицы. Этим обусловлено проявление ярко выраженных неупругих свойств бетона на участке II диаграммы деформирования (см. рис. 4.2в). Для бетонов средней и низкой прочности вторая стадия завершается при уровне напряжений  $(0,7..0,75)f'_c$ , а для высокопрочных – может достигать  $(0,85..0,9)f'_c$ .



**Рис. 4.2.**

Формирование и развитие микротрещин в модельной структуре бетона (а), изменение длины контактных микротрещин (б) и зависимость, связывающая напряжения и относительные деформации бетонного образца при осевом сжатии (в)

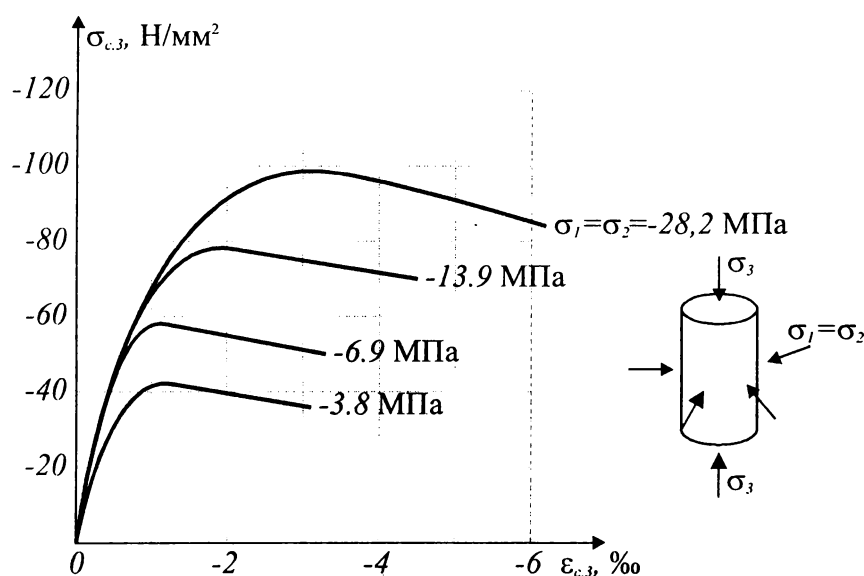
1 – контактные микротрещины; 2 – комбинированные (объединяющие) микротрещины; 3 – микротрещины в растворной матрице; 4 – глобальная или магистральная трещина

В третьей стадии увеличивается число и суммарная длина комбинированных трещин, возрастает их ширина раскрытия. На этой стадии начинают формироваться ярко выраженные микротрещины в матрице. Однако интенсивное развитие комбинированных микротрещин не ведет к немедленному исчерпанию прочности материала. Это связано с тем, что структура бетона, пронизанная микротрещинами, ведет себя подобно много раз статически неопределимой системе, в которой постоянно происходит перераспределение внутренних напряжений.

Появление нисходящей ветви на диаграмме деформирования бетона (участок IV, рис. 4.2в) обусловлено интенсивным развитием глобальных или магистральных трещин, приводящих, в конечном итоге, к физическому разрушению материала.

В зависимости от вида напряженно-деформированного состояния, которое испытывает образец бетона при испытаниях (двух-, трехосное сжатие, сжатие–растяжение и т.д.), изменяются усло-

\* Один из вариантов принципа Ле-Шателье–Брауна гласит: «Любая сложная система, подвергнутая внешнему воздействию, стремится перестроиться таким образом, чтобы максимально уменьшить результат этого воздействия».



**Рис. 4.3.**  
 Диаграммы деформирования бетона в условиях объемного сжатия при различных уровнях напряжений  $\sigma_1 = \sigma_2$

вия формирования и развития структурных микротрещин и, как следствие, его прочностные и деформативные характеристики.

При этом соответствующая комбинация напряжений, определяющая вид напряженного состояния, оказывает влияние на величину как пиковых напряжений в вершине диаграммы  $f'_{c,3}$ , так и на численные значения относительных деформаций в ее параметрических точках  $\varepsilon_{c1,3}$  и  $\varepsilon_{cu,3}$ . В качестве примера, изменения параметров диаграмм деформирования для бетона одной прочности в условиях объемного сжатия можно проследить по рис. 4.3.

Численные значения временного сопротивления бетона, соответствующего пиковой точке диаграммы деформирования  $f'_{c,3}$  в условиях сложного напряженного состояния, могут быть установлены с использованием классических гипотез (критериев) прочности. Практически все гипотезы прочности носят феноменологический характер и описывают макроскопическое поведение материала. Экспериментальная проверка сформулированных критериев прочности для бетона до настоящего времени является достаточно сложной проблемой. Подробно вопросы, связанные с разработкой гипотез прочности для бетона, рассмотрены в специальных монографиях [21, 26].

На рис. 4.4 в форме кривых, связывающих главные напряжения и относительные деформации, показаны результаты испытаний образцов бетона в условиях двухосного сжатия, двухосного растяжения и растяжения-сжатия.

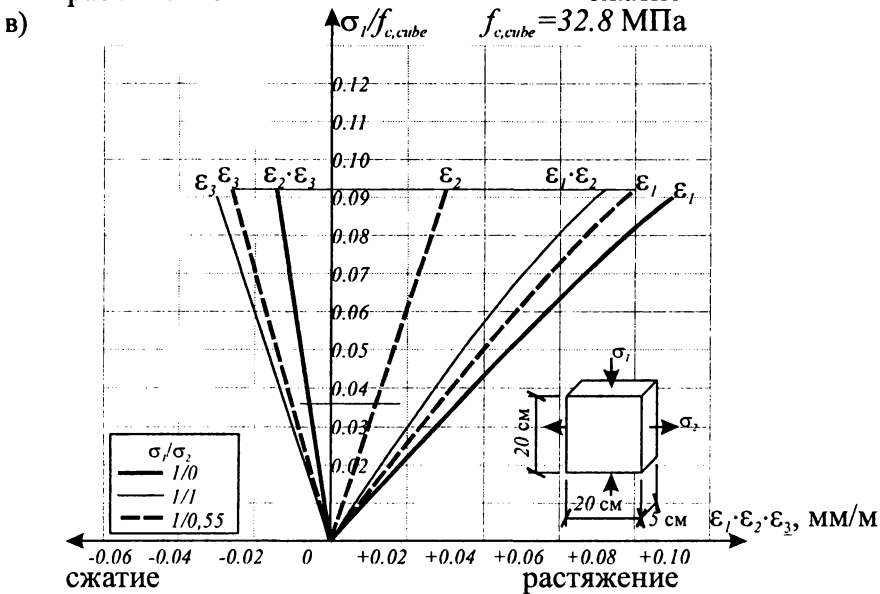
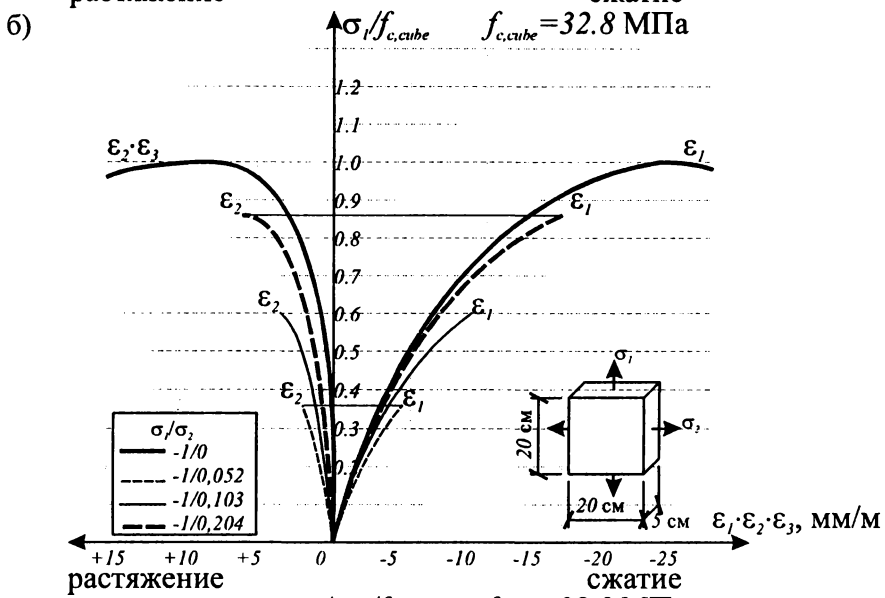
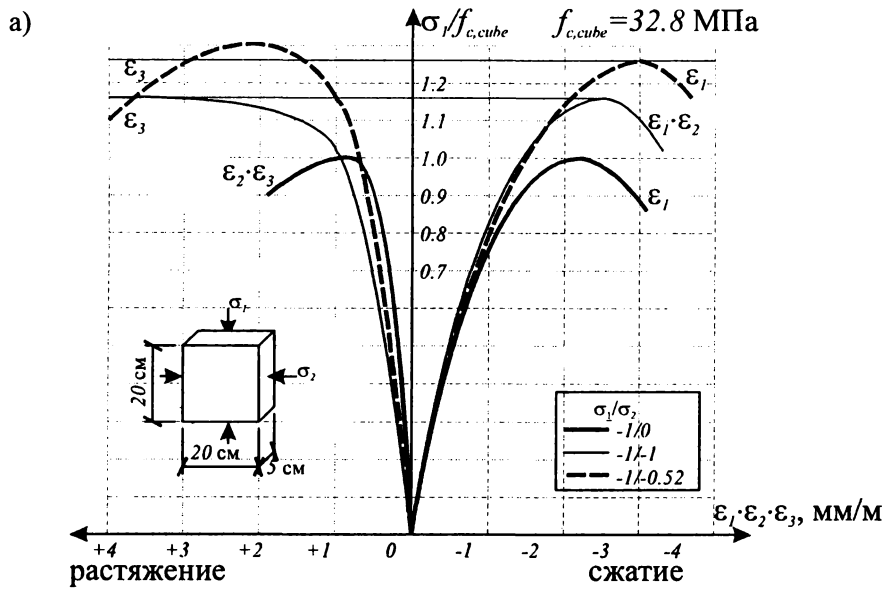
В последние годы продолжает интенсивно развиваться общая теория прочности для бетона, опираясь на положения структурной механики композитных систем, механики разрушения, с использованием т.н. микроструктурных подходов, отталкиваясь от физических явлений, происходящих в структуре материала при его нагружении.

В общем случае можно отметить, что прочность и деформативность бетона зависят от целого ряда факторов, основными из которых являются: структура бетона, вид напряженного состояния, длительность действия нагрузки, ее цикличность и знакопеременность, скорость нагружения, порядок приложения усилий разных знаков и направлений, условия эксплуатации. Однако из перечисленных факторов наибольшее влияние имеет вид напряженно-деформированного состояния.

Учитывая всю сложность проблемы, при расчетах железобетонных конструкций в качестве базовых используют прочностные и деформационные характеристики бетона, получаемые в условиях осевого кратковременного сжатия и растяжения. Учет дополнительных факторов (других видов напряженно-деформированного состояния, длительности действия нагрузки и т.д.) выполняют путем трансформаций исходных зависимостей, полученных в условиях осевого кратковременного нагружения. Как правило трансформацию исходных зависимостей выполняют, опираясь на результаты экспериментальных исследований.

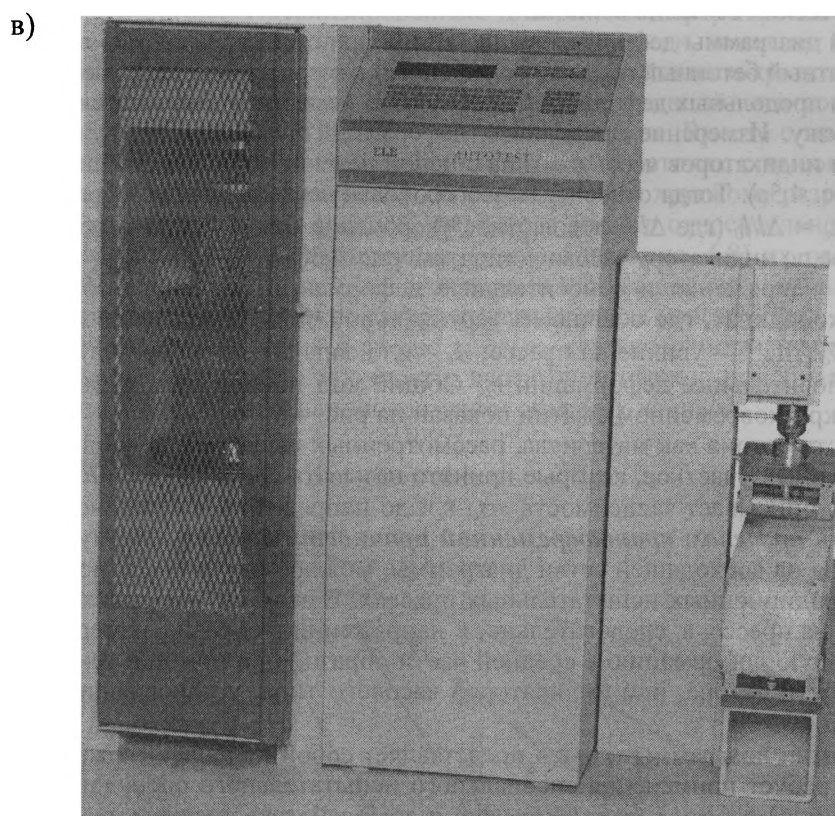
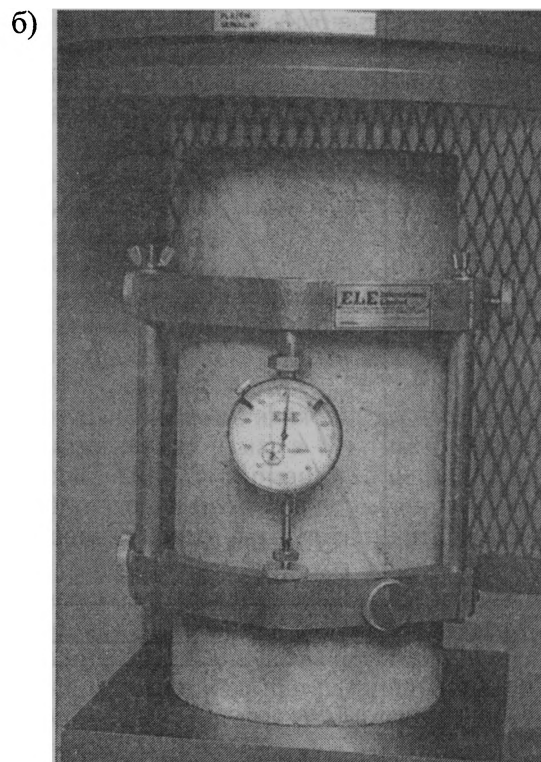
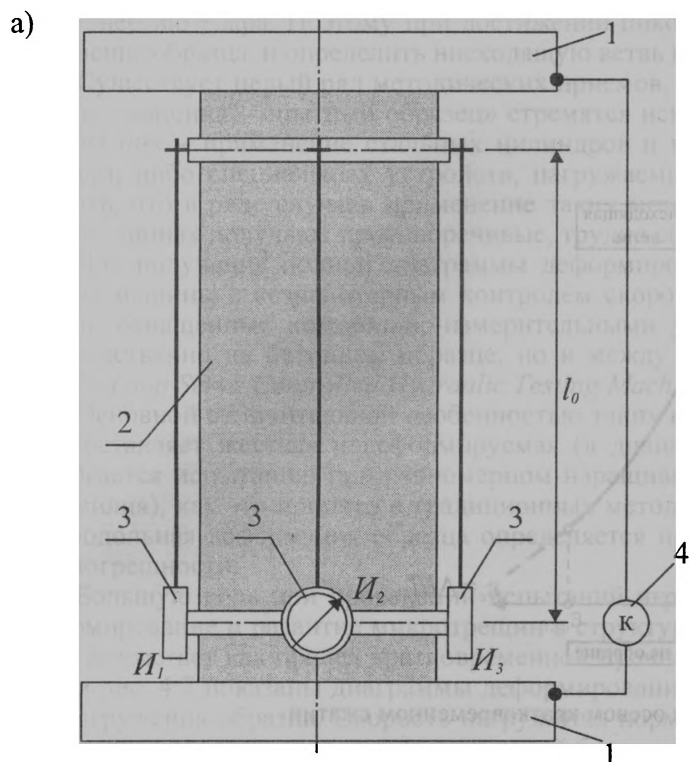
#### 4.2. Диаграмма деформирования бетона как обобщенная характеристика его механических свойств. Параметрические точки диаграммы деформирования

В соответствии с положениями норм по проектированию железобетонных конструкций [1] диаграмму деформирования (состояния) бетона, устанавливающую связь между напряжениями и продольными относительными деформациями бетона при кратковременном действии однократ-



**Рис. 4.4.**

Зависимости «напряжения – относительные деформации»: а) в условиях двухосного сжатия; б) в условиях двухосного растяжения; в) в условиях комбинации напряжений сжатие-растяжение согласно [34].



**Рис. 4.5.**

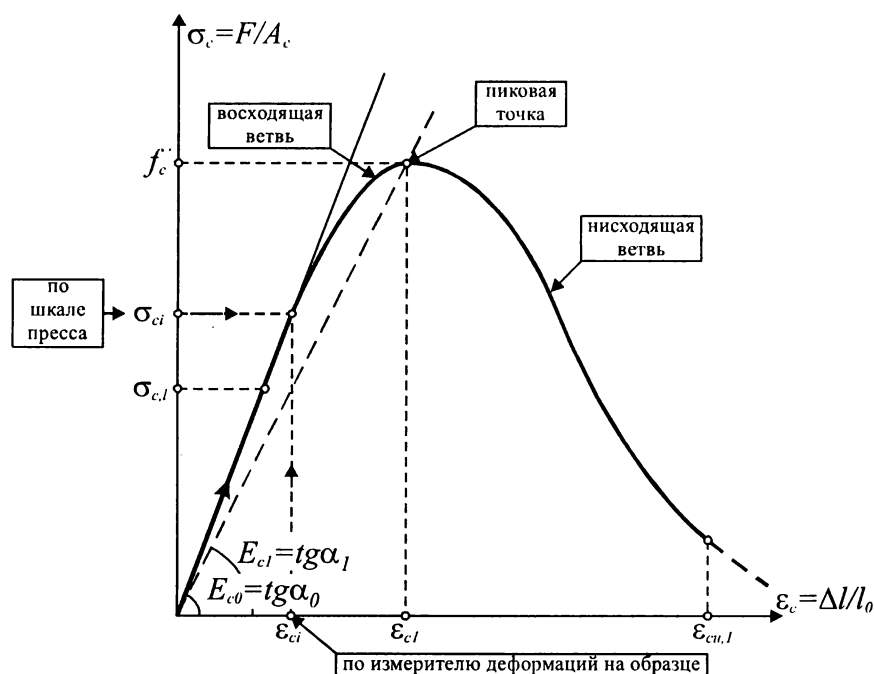
Методика получения полных диаграмм деформирования бетона

а) схема измерения деформаций; б) общий вид образца, оснащенного индикатором часового типа;

в) общий вид испытательной машины

1 – пластины испытательной машины; 2 – опытный образец; 3 – индикаторы часового типа;

4 – контрольно-измерительное устройство, фиксирующее перемещения пластин испытательной машины



**Рис. 4.6.** Общий вид диаграммы деформирования бетона при осевом кратковременном сжатии

но приложенной нагрузки вплоть до установленных ее предельных значений, отвечающих разрушению бетона при однородном напряженном состоянии, следует рассматривать в качестве *обобщенной характеристики механических свойств бетона*.

Процедура получения полной диаграммы деформирования бетона при сжатии на первый взгляд выглядит несложной. Для этого опытный бетонный образец, оснащенный измерительными приборами, предназначенными для регистрации продольных деформаций необходимо поместить в испытательную машину, создающую осевую нагрузку. Измерение продольных деформаций в процессе нагружения производят, например, при помощи индикаторов часового типа с ценой деления  $0,001$  мм, устанавливаемых на базовой длине  $l_0$  (см. рис. 4.5а). Тогда относительную продольную деформацию образца в процессе нагружения определяют  $\epsilon_c = \Delta l/l_0$  (где  $\Delta l$  – абсолютное укорочение базовой длины образца при действии нагрузки, фиксируемое по индикатору часового типа; см. рис. 4.5б).

Зависимость, связывающую напряжения и относительные деформации бетонного образца строят в прямоугольной системе координат, где обычно на вертикальной оси откладывают значения напряжений в бетоне  $\sigma_c = F/A_c$  (где  $F$  – усилие на прессе;  $A_c$  – площадь сечения образца), а на горизонтальной – продольные относительные деформации  $\epsilon_c$ . Общий вид полной диаграммы деформирования бетона при осевом кратковременном сжатии показан на рис. 4.6.

В силу специфических свойств бетона как материала, рассмотренных выше (см. п. 4.1.1), его диаграмма состоит из двух характерных участков, которые принято называть *восходящей* и *нисходящей* ветвями. Восходящая ветвь описывает зависимость « $\sigma_c$ – $\epsilon_c$ » до напряжений в вершине диаграммы, которые принято называть *пределом кратковременной прочности бетона*. Форму кривой, представляющей работу бетона на восходящей ветви диаграммы, можно получить с использованием стандартных методов на традиционных испытательных прессах. В этом случае производят равномерное наращивание усилия на прессе, а, следовательно, и напряжений в образце, измеряя на каждом этапе нагружения продольную деформацию в средней части образца при помощи тензорезисторов, наклеенных на поверхности бетона, или индикаторов часового типа, установленных на определенной базе (см. рис. 4.5 а, б).

Исследования нисходящей ветви диаграммы « $\sigma_c$ – $\epsilon_c$ » представляет собой наиболее сложную и трудоемкую часть эксперимента, требует применения специального испытательного оборудования. На этом этапе существенное влияние на работу бетона оказывает взаимодействие системы «испытательная машина – опытный образец», а появление продольных трещин делает затруднительным измерение действительных деформаций бетона. В силу того, что традиционные испытательные прессы, позволяющие производить испытания при равномерном приращении нагрузки, обладают определенной деформативностью (податливостью) к моменту достижения пиковой точки диаграммы деформирования (рис. 4.6), соответствующей пределу кратковременной прочности, испытательная машина накапливает значительную потенциальную энергию деформации, которая затем мгновенно реализу-



ется в энергию удара. Поэтому при достижении пиковой точки диаграммы наблюдается внезапное разрушение образца, и определить нисходящую ветвь не представляется возможным.

Существует целый ряд методических приемов, посредством которых взаимодействие «испытательная машина – опытный образец» стремятся исключить или снизить до приемлемого уровня. Один из них – применение стальных цилиндров и колонн, нагружаемых параллельно основным образцам, либо специальных устройств, нагружаемых параллельно основному образцу. Следует отметить, что в ряде случаев применение таких методических подходов ведет к погрешностям и при испытаниях получают противоречивые, трудно сопоставимые данные.

Для получения полной диаграммы деформирования бетона созданы специальные испытательные машины с компьютерным контролем скорости нагружения (деформации) от 0,01 до 1,0 мм/мин, оснащенные контрольно-измерительными устройствами, зафиксированными не только непосредственно на бетонном образце, но и между плитами пресса (по аналогии с т.н. *Danison Closed – Loop Servo Controlled Hydraulic Testing Machine – 300 kN*, см. рис. 4.5в).

Основной отличительной особенностью таких испытательных машин является то, что их основу составляет жесткая недеформируемая (в диапазоне нагружения) рама, а опытный образец подвергается испытанию при равномерном наращивании продольной деформации, а не напряжения (усилия), как это принято в традиционных методиках. При этом в процессе испытания истинная продольная деформация образца определяется при помощи специального метода, исключающего погрешности.

Большую роль при проведении испытаний играет скорость нагружения образца, влияющая на формирование и развитие микротрещин в структуре материала. С увеличением скорости нагружения возрастает как предел кратковременной прочности, так и упругие свойства бетона, и наоборот. На рис. 4.7 показаны диаграммы деформирования бетона, испытанного при различных скоростях нагружения образца. Скорость нагружения нормируется соответствующими стандартами, содержащими методику проведения испытаний бетонных образцов.

Экспериментальные исследования показывают, что форма кривой, представляющей зависимость «напряжения – относительные деформации» существенно зависит от кратковременной прочности бетона. Идеализированные диаграммы деформирования, полученные путем аппроксимации опытных данных для бетонов разной прочности, показаны на рис. 4.8.

Как видно из графиков (см. рис. 4.8), с возрастанием кратковременной прочности увеличивается упругая составляющая относительных деформаций, что соответствует характеру микротрещинообразования структуры, рассмотренному выше. Вместе с тем, после достижения пиковых напряжений при последующем деформировании в бетонах с высокой прочностью наблюдается довольно крутая нисходящая ветвь, соответствующая хрупкому разрушению материала.

Бетоны низкой и средней прочности имеют относительно пологую нисходящую ветвь. В случае применения высокопрочных бетонов (см. рис. 4.8) их расчетные характеристики должны вводиться в расчет с большими значениями коэффициентов безопасности, что позволит предотвратить нежелательное хрупкое разрушение материала конструкции.

Учитывая различия в форме кривых, связывающих напряжения и относительные деформации для бетонов разной прочности, достаточно сложно подобрать единую математическую зависимость, пригодную для аппроксимации опытных данных.

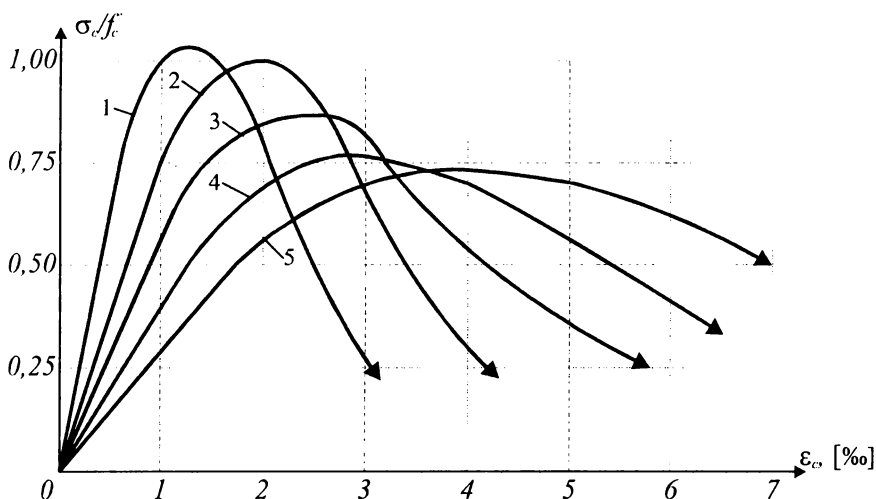
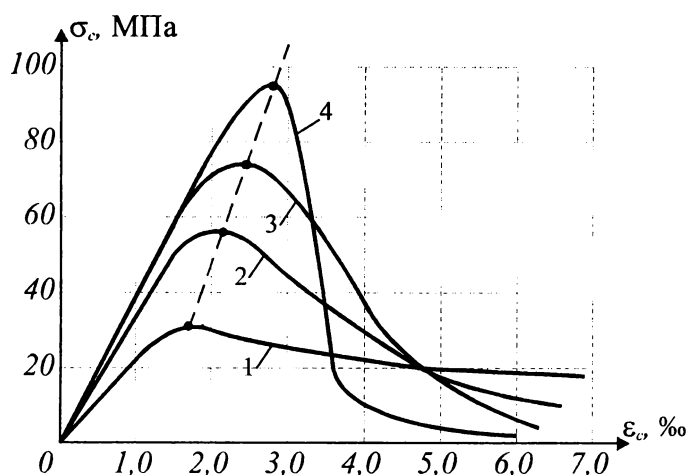


Рис. 4.7.

Влияние скорости нагружения образца на форму кривой и параметрических точек диаграммы деформирования бетона при сжатии [40]

1 – 1 %/0,6 сек.; 2 – 1 %/мин.; 3 – 1 %/100 мин.; 4 – 1 %/7 дней; 5 – 1 %/700 дней.



**Рис. 4.8.**

Зависимость « $\sigma_c$ - $\epsilon_c$ » для бетонов разной прочности

1 -  $f'_c = 30$  МПа; 2 -  $f'_c = 55$  МПа;

3 -  $f'_c = 70$  МПа; 4 -  $f'_c = 90$  МПа.

граммы деформирования одинаково легко выражаются как через напряжения, так и через относительные деформации;

- 3) возможность простой перестройки (трансформирования) диаграммы при учете различных дополнительных факторов (длительного действия нагрузки, сложного напряженно-деформированного состояния и т.д.).

Поэтому полные диаграммы деформирования бетона, удовлетворяющие перечисленным требованиям, являются по существу идеализацией фактических зависимостей, связывающих напряжения и относительные деформации бетона при нагружении. Идеализированные полные диаграммы деформирования, используемые в нелинейных расчетах железобетонных конструкций, должны удовлетворять следующим общим критериям:

- 1) при напряжениях, равных пределу кратковременной прочности  $\sigma_c = f'_c$ , относительные деформации должны равняться относительным деформациям  $\epsilon_{c1}$ , соответствующим пиковой точке фактической диаграммы деформирования, или  $\sigma_c(\epsilon_{c1})/f'_c = 1$ ;

- 2)  $\left(\frac{d\sigma_c(\eta)}{d\eta \cdot f'_c}\right)_{\eta=1} = 0$  – тангенс угла наклона касательной в пиковой точке диаграммы, отвечающей кратковременной прочности бетона  $f'_c$ , равен нулю при  $\eta = \epsilon_c/\epsilon_{c1} = 1$ ;

- 3)  $\lim_{\eta \rightarrow \infty} \frac{\sigma_c(\eta)}{f'_c} = 0$  – при возрастании относительной деформации относительные напряжения стремятся к нулю;

- 4) принятая функция для описания диаграммы деформирования не имеет корней и вертикальной асимптоты в интервале  $[\epsilon_{c1}; \infty]$ ;

- 5) для предельных деформаций  $\eta = \eta_2$  или  $\frac{\sigma_c(\eta_2)}{f'_c} = k_f$  при  $\eta_2 = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{c1}}$ ,

здесь  $\epsilon_{cu}$  – предельные относительные деформации бетона, соответствующие устойчивому деформированию сечения конструкции.

При проектировании железобетонных конструкций нормы [1, 6] используют условную полную **идеализированную** диаграмму деформирования бетона (с учетом нисходящей ветви, см. рис. 4.6), удовлетворяющую перечисленным критериям, аналитическое описание которой в интервале  $0 \leq |\epsilon_c| \leq |\epsilon_{cu}|$  имеет вид:

$$\sigma_c = f'_c \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta}, \quad (4.1)$$

где  $\eta$  – параметр, определяемый соотношением относительных деформаций  $\eta = \epsilon_c/\epsilon_{c1}$  ( $\epsilon_{c1}$  – относительная деформация, соответствующая пиковой точке диаграммы деформирования);

Поэтому при выборе аналитических зависимостей, описывающих диаграмму деформирования, авторы с большей или меньшей степенью точности стремятся повторить вид фактической кривой, установленной опытным путем. Различные предложения по описанию диаграмм деформирования для бетона, подробно рассмотрены в монографии [34].

Вместе с тем при выборе аналитического описания диаграммы деформирования, пригодного для использования в инженерных расчетах конструкций, должны быть выполнены следующие требования:

- 1) возможность наиболее полного отображения через форму кривой деструктивных процессов в структуре бетона при действии напряжений (см. п. 4.1);
- 2) сравнительная простота аналитической зависимости, что соответствует условию, по которому элементы диа-

$k$  – параметр, определяемый по формуле:

$$k = 1,1 E_{c,nom} \frac{|\epsilon_{cl}|}{f_c'} \quad (4.2)$$

здесь  $E_{c,nom}$  – номинальное значение модуля упругости, принимаемое равным при нелинейных расчетах конструкций  $E_{c,nom} = E_{c,m}$  ( $E_{c,m}$  – модуль упругости бетона, установленный нормами [1, 6]).

Таким образом, для математического описания базовой диаграммы деформирования бетона при сжатии, принятой в нормах [1, 6, 11], необходимо иметь обоснованные значения следующих нормируемых параметрических точек:

- величину напряжений  $f_c'$  в пиковой точке диаграммы деформирования, соответствующих пределу кратковременной прочности бетона при осевом сжатии;
- величину относительной продольной деформации  $\epsilon_{cl}$ , соответствующей напряжениям в пиковой точке диаграммы;
- величину относительной продольной деформации  $\epsilon_{cu}$ , принятой в качестве предельной деформации бетона при сжатии, соответствующую назначенному уровню напряжения  $\sigma_{cu} = k_f \cdot f_c'$ ;
- величину модуля упругости бетона  $E_{cm}$ .

### 4.3. Прочностные характеристики бетона

Прочность на сжатие является важнейшим **классификационным** показателем, характеризующим технические свойства бетона, как строительного материала. Нормативные документы [1, 6] определяют прочность бетона на сжатие  $f_c$ , как максимальное сжимающее напряжение в бетоне при одноосном напряженном состоянии. Среднее значение прочности, получаемое по результатам испытаний серии опытных образцов, обозначают  $f_{cm}$ . Следующими величинами, непосредственно вытекающими из таким образом определенной средней прочности бетона на сжатие являются:

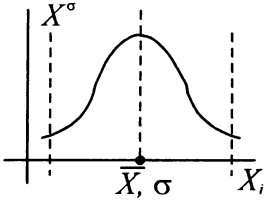
- **гарантированная прочность бетона**, определяемая как прочность бетона на осевое сжатие, установленная с учетом статистической изменчивости в соответствии с требованиями действующих стандартов на кубах со стороной 15 см, гарантируемая предприятием производителем и обозначаемая  $f_{c,cube}^G$  (см. главу 3);
- мера качества бетона, определяемая как **класс по прочности на сжатие**, соответствующая его гарантированной прочности и обозначаемая согласно [1, 6] буквой  $C$  и числами, выражающими значения нормативного (характеристического) сопротивления и гарантированной прочности в Н/мм<sup>2</sup> (МПа); например  $C^{12}/_{15}$  (перед чертой – значение нормативного сопротивления  $f_{ck}$ , после черты – гарантированная прочность бетона  $f_{c,cube}^G$ );
- **нормативное сопротивление бетона сжатию ( $f_{ck}$ )** – контролируемая прочностная характеристика бетона, определяемая с учетом статистической изменчивости. Обеспеченность нормативных значений прочностных характеристик бетона устанавливаются соответствующими нормативными документами для отдельных видов строительных конструкций с учетом их массивности. В качестве базового числового значения обеспеченности нормативных значений прочностных характеристик принимается величина 0,95 (см. главу 3).
- расчетная прочность бетона или его **расчетное сопротивление**, которое определяют как величину, получаемую в результате деления нормативного сопротивления  $f_{ck}$  на коэффициент безопасности для бетона  $\gamma_c$ .

При переходе от класса бетона к соответствующему расчетному сопротивлению нормы [1, 6] используют существенное упрощение по отношению к СНиП 2.03.01–84\* [2]. Оно основано на введении нормативного сопротивления бетона как базовой характеристики для определения расчетного сопротивления  $f_{cd}$ , минуя гарантированную прочность. Схема определения расчетных сопротивлений для бетона представлена в табл. 4.1.

При контроле конкретных значений классов по прочности бетона появляется проблема выбора геометрии стандартного образца, используемого при определении показателей прочности. В табл. 4.2 приведены основные виды образцов, используемые нормами различных стран для контроля прочности бетона при сжатии.

**Таблица 4.1.**

Схема определения расчетного сопротивления бетона сжатию согласно СНиП 2.03.01–84\* и концепции СНБ 5.03.01 (на основе положений ЕС–2)

Параметр	Согласно СНиП 2.03.01–84* [2]	Согласно пр. СНБ 5.03.01 [1]
	$R_1, R_2, R_3 \dots R_n$ (МПа)	$f_{c1}, f_{c2}, f_{c3} \dots f_{cn}$ (МПа)
Параметры распределения прочности	$\bar{R}, \bar{S}_R$ МПа	 $f_{cm}, S_{fc}$ МПа
Гарантированная прочность	$R_b^G = \bar{R} - t \cdot S_R = \bar{R} - 1,64 \cdot S_R$ $R_{bn} = (0,77 - 0,001 \cdot R_b^G) \cdot R_b^G$	$f_{ck} = f_{cm} - 1,64 \cdot (S_{fc})^{*})$
Расчетное сопротивление	$R_b = \frac{R_{bn}}{\gamma_c}; \gamma_c = 1,3$	$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}; (\gamma_c = 1,35)$

\*)  $S_{fc}$  – стандартное отклонение.

**Таблица 4.2.**

Геометрическая форма и размеры опытных образцов, принимаемых при оценке прочностных и деформационных характеристик бетона

Нормативный документ	Вид образца; контролируемая характеристика	Размеры, мм	Нормативная характеристика
СНиП 2.03.01–84*; PN–88/B–06250	Куб; средняя прочность $\bar{R}_{15}$	$150 \times 150 \times 150$ – базовый; $100 \times 100 \times 100$ , $200 \times 200 \times 200$ – альтернативные	Гарантированная прочность (класс)
ЕС–2; ENV 206 (ISO 1920, 4012); DIN 1045–1:1999–2; PN–B–03264:1999; E–BS–8110; ACI 318–95	Цилиндр; средняя прочность, минимальная прочность	$\varnothing 150/300$ – базовый; $\varnothing 100/200$ – альтернативный	Нормативное сопротивление $f_{cyl} = f_{ck}$
СНБ 5.03.01	Куб; средняя прочность, минимальная прочность	$150 \times 150 \times 150$ – альтернативная	Гарантированная прочность (класс) $f_{c,cube}^G$
	Куб; средняя прочность, минимальная прочность	$150 \times 150 \times 150$ – базовый	Гарантированная прочность (класс) $f_{c,cube}^G$
	Цилиндр; средняя прочность, минимальная прочность	$\varnothing 150/300$ – базовый	Нормативное сопротивление $f_{ck}$

Следует отметить, что вопрос о выборе формы и размеров опытных образцов достаточно остро стоит не только при нормировании прочностных характеристик бетона, но и в связи с разработкой единой стандартной методики получения полных диаграмм деформирования для бетона. В большинстве случаев испытанию подвергаются образцы цилиндрической и призматической формы. При этом имеют место различия, как в площади поперечного сечения, так и в соотношении размеров сторон образца. Как правило призмы изготавливаются в горизонтальном положении, в то время как цилиндры – бетонируют вертикально. Эти различия в форме и размерах образцов, а также в направлении их бетонирования могут в ряде случаев оказывать существенное влияние как на вели-

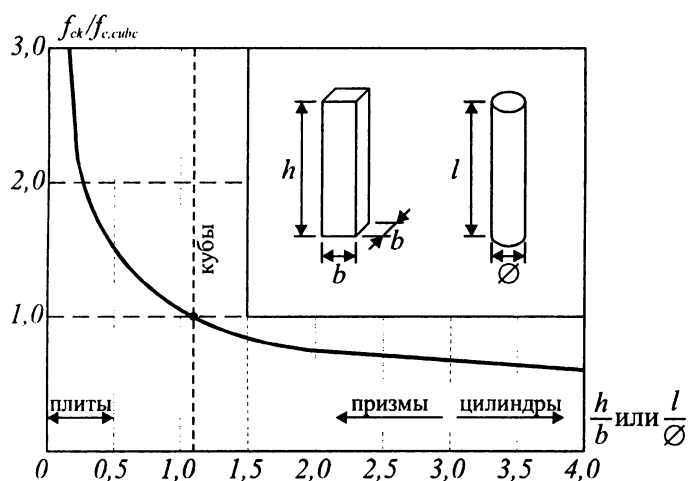


Рис. 4.9.

Влияние отношения ( $h/b$ ;  $l/\varnothing$ ) на прочность бетонных образцов в условиях одноосного сжатия [41]

вают помимо более высокого сопротивления лучшую деформативность. Наблюдаемые эффекты связывают с тем, что поперечные деформации образца с  $l/\varnothing \leq 1$  являются более или менее равномерными вдоль всей высоты цилиндра, в то время как для образцов с  $l/\varnothing \geq 2$  наблюдается резко неравномерное распределение поперечных деформаций. При этом части образца, контактирующие при нагружении с испытательной машиной остаются практически в пассивном состоянии. Такая локализация поперечных деформаций для длинных образцов, в меньшей степени отражаясь на величине предела кратковременной прочности, может оказать существенное влияние на характер нисходящей ветви результирующей диаграммы деформирования. Кроме того, локальное разрушение материала при увеличении длины образца приводит к погрешностям и в определении фактических продольных деформаций образца.

Многие исследователи обоснованно доказывали, что образцы цилиндрической формы диаметром 150 мм и высотой 300 мм достаточно хорошо аппроксимируют прочность традиционных бетонов в сжатой зоне конструкции.

Выполненные в последние годы численные исследования с использованием структурно-механических моделей для бетона [34] подтвердили, что цилиндрические образцы, кроме некоторого неравномерного распределения напряжений вдоль высоты, дают достаточно объективную оценку прочности бетона в условиях одноосного сжатия.

Однако при составлении нормативных документов по проектированию железобетонных конструкций [1] принимали во внимание то обстоятельство, что испытание кубов остается в ближайшем будущем основным способом контроля прочности бетона на производстве. В связи с этим, в обозначении класса бетона по прочности в нормах [1] содержится два числа: одно из них (над чертой) обозначает нормативное сопротивление бетона, определяемое на цилиндрах или призматических образцах, а второе (под чертой) – его гарантированную прочность, установленную на кубических образцах.

При этом следует еще раз подчеркнуть, что **гарантированная прочность бетона, установленная при испытании стандартных кубов, характеризующая его качество, и необходимая для производственного контроля не применяется при проектировании бетонных и железобетонных конструкций.**

Для перехода от гарантированной прочности к нормативному сопротивлению бетона служит т.н. **коэффициент призматной или цилиндрической прочности**, характеризующий отношение прочности, установленной на призмах или цилиндрах к кубиковой прочности. К сожалению, в отношении этой величины, которую, казалось бы, нетрудно определить нет достаточной ясности в связи с тем, что она имеет существенный разброс (от 0,6 до 1,0). Как следует из обобщения опытных данных [34], в основе большого разброса значений этого переходного коэффициента, даже для одинакового бетона, лежит несовершенство способов испытаний кубов, которые при их большой простоте и доступности изготовления могут давать разные результаты в зависимости от качества форм, неконтролируемого эксцентриситета приложения силы к образцу, скорости нагружения, а так же от определенных условий взаимодействия в системе «испытываемый образец – пластины пресса» и т.д.

В соответствии с требованиями норм [1, 6] нормативное сопротивление бетона определяется в зависимости от его гарантированной прочности при постоянном значении переходного коэффициента  $k_p = 0,8$ :

чину коэффициента, определяющего переход от гарантированной прочности, получаемой на кубических образцах к прочности цилиндрических и призматических образцов (коэффициент призматной или цилиндрической прочности), так и на результирующую диаграмму деформирования.

Экспериментальными исследованиями установлено, что для образцов с равной площадью поперечного сечения пиковые напряжения в вершине диаграммы, связывающей напряжения и относительные деформации бетона, соответствующие кратковременному пределу прочности, уменьшаются с возрастанием высоты образца (рис. 4.9). В то же время, когда соотношение  $l/\varnothing$  остается постоянным, образцы малых размеров показы-

вают помимо более высокого сопротивления лучшую деформативность. Наблюдаемые эффекты связывают с тем, что поперечные деформации образца с  $l/\varnothing \leq 1$  являются более или менее равномерными вдоль всей высоты цилиндра, в то время как для образцов с  $l/\varnothing \geq 2$  наблюдается резко неравномерное распределение поперечных деформаций. При этом части образца, контактирующие при нагружении с испытательной машиной остаются практически в пассивном состоянии. Такая локализация поперечных деформаций для длинных образцов, в меньшей степени отражаясь на величине предела кратковременной прочности, может оказать существенное влияние на характер нисходящей ветви результирующей диаграммы деформирования. Кроме того, локальное разрушение материала при увеличении длины образца приводит к погрешностям и в определении фактических продольных деформаций образца.

Многие исследователи обоснованно доказывали, что образцы цилиндрической формы диаметром 150 мм и высотой 300 мм достаточно хорошо аппроксимируют прочность традиционных бетонов в сжатой зоне конструкции.

Выполненные в последние годы численные исследования с использованием структурно-механических моделей для бетона [34] подтвердили, что цилиндрические образцы, кроме некоторого неравномерного распределения напряжений вдоль высоты, дают достаточно объективную оценку прочности бетона в условиях одноосного сжатия.

Однако при составлении нормативных документов по проектированию железобетонных конструкций [1] принимали во внимание то обстоятельство, что испытание кубов остается в ближайшем будущем основным способом контроля прочности бетона на производстве. В связи с этим, в обозначении класса бетона по прочности в нормах [1] содержится два числа: одно из них (над чертой) обозначает нормативное сопротивление бетона, определяемое на цилиндрах или призматических образцах, а второе (под чертой) – его гарантированную прочность, установленную на кубических образцах.

При этом следует еще раз подчеркнуть, что **гарантированная прочность бетона, установленная при испытании стандартных кубов, характеризующая его качество, и необходимая для производственного контроля не применяется при проектировании бетонных и железобетонных конструкций.**

Для перехода от гарантированной прочности к нормативному сопротивлению бетона служит т.н. **коэффициент призматной или цилиндрической прочности**, характеризующий отношение прочности, установленной на призмах или цилиндрах к кубиковой прочности. К сожалению, в отношении этой величины, которую, казалось бы, нетрудно определить нет достаточной ясности в связи с тем, что она имеет существенный разброс (от 0,6 до 1,0). Как следует из обобщения опытных данных [34], в основе большого разброса значений этого переходного коэффициента, даже для одинакового бетона, лежит несовершенство способов испытаний кубов, которые при их большой простоте и доступности изготовления могут давать разные результаты в зависимости от качества форм, неконтролируемого эксцентриситета приложения силы к образцу, скорости нагружения, а так же от определенных условий взаимодействия в системе «испытываемый образец – пластины пресса» и т.д.

В соответствии с требованиями норм [1, 6] нормативное сопротивление бетона определяется в зависимости от его гарантированной прочности при постоянном значении переходного коэффициента  $k_p = 0,8$ :

$$f_{ck} = 0,8 f_{c,cube}^G, \quad (4.3)$$

где  $f_{ck}$  – нормативное сопротивление бетона, соответствующее прочности бетонных цилиндров или призм, установленной с учетом статистической изменчивости свойств материала (см. раздел 3.5);

$f_{c,cube}^G$  – гарантированная прочность бетона, установленная при испытании кубов по стандартной методике.

Среднюю прочность бетона на сжатие  $f_{cm}$  определяют исходя из следующих соображений. Как было показано ранее (см. раздел 3.5), нормативное сопротивление бетона с учетом статистической изменчивости свойств бетона, определяется по формуле:

$$f_{ck,005} = f_{ck} = f_{cm} - t \cdot s, \quad (4.4)$$

где  $f_{cm}$  – средняя прочность бетона на сжатие;

$s$  – среднеквадратичное (стандартное) отклонение, определяемое по формуле (3.34);

$t$  – параметр распределения (статистика); при принятой обеспеченности нормативных значений 0,95, параметр  $t = 1,64$  (см. рис. 3.6).

Тогда средняя прочность  $f_{cm}$  может быть выражена из формулы (4.4):

$$f_{cm} = f_{ck} + 1,64s.$$

Учитывая, что стандарты, по которым осуществляется контроль прочности бетона [19], устанавливают требование, чтобы  $s \leq 5$  МПа, произведение  $1,64s$  дает примерно 8 МПа.

Поэтому нормы [1, 6] с некоторым запасом предлагают определять среднюю прочность бетона по формуле:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ (МПа)}. \quad (4.5)$$

При проектировании бетонных, железобетонных и предварительно напряженных конструкций нормы [1, 6, 11] устанавливают следующие классы конструктивных бетонов по прочности на осевое сжатие:

- для тяжелых, в том числе напрягающих:  $C^8/10$ ;  $C^{12}/15$ ;  $C^{16}/20$ ;  $C^{20}/25$ ;  $C^{25}/30$ ;  $C^{30}/37$ ;  $C^{35}/45$ ;  $C^{40}/50$ ;  $C^{45}/55$ ;  $C^{50}/60$ ;  $C^{55}/67$ ;  $C^{60}/75$ ;  $C^{70}/85$ ;  $C^{80}/95$ ;  $C^{90}/105$ ;
- для легких (при  $\rho \geq 1000 \text{ кг/м}^3$ ):  $LC^8/10$ ;  $LC^{12}/15$ ;  $LC^{16}/20$ ;  $LC^{20}/25$ ;  $LC^{25}/30$ ;  $LC^{30}/37$ ;  $LC^{35}/45$ ;  $LC^{40}/50$ ;  $LC^{45}/50$ ;
- для мелкозернистых группы А (естественного твердения или подвергнутые тепловой обработке при атмосферном давлении на песке с модулем крупности более 2,0):  $C^8/10$ ;  $C^{12}/15$ ;  $C^{16}/20$ ;  $C^{20}/25$ ;  $C^{25}/30$ ;  $C^{30}/37$ ;  $C^{35}/45$ ;
- для мелкозернистых группы Б (то же с модулем крупности 2,0 и менее):  $C^8/10$ ;  $C^{12}/15$ ;  $C^{16}/20$ ;  $C^{20}/25$ ;  $C^{25}/30$ .

Отметим, что параметрический ряд классов тяжелого и напрягающего бетонов содержит в нормах [1] характеристики **высокопрочных бетонов**, к которым согласно определению, данному Международным комитетом по бетону (FIB) [19], следует относить **бетоны, имеющие цилиндрическую прочность на сжатие не менее 60 МПа и не более 130 МПа, полученные при использовании традиционных заполнителей и портландцементного вяжущего**.

В табл. 4.3 представлены нормативные сопротивления бетона, значения его средней прочности на сжатие, соответствующие нормируемым классам по прочности для тяжелого и мелкозернистого бетонов.

Расчетные сопротивления бетона на сжатие  $f_{cd}$  определяют путем деления нормативных сопротивлений  $f_{ck}$  на частные коэффициенты безопасности по бетону, установленные в разделе 3.5. Принятое обозначение класса бетона по прочности на сжатие удобно при выполнении расчетов, т.к. несет необходимую исходную информацию. Так, например, при заданном классе бетона  $C^{30}/37$  нормативное сопротивление бетона, выраженное числом над чертой, равно  $f_{ck} = 30$  МПа. При нормируемом коэффициенте безопасности по бетону  $\gamma_c = 1,5$ , расчетное сопротивление бетона сжатию составит  $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c = 30/1,5 = 20$  МПа.

В табл. 4.3 помимо прочностных характеристик бетона на сжатие содержатся нормативные и средние сопротивления бетона растяжению, соответствующие принятому параметрическому ряду классов по прочности на сжатие. Определение прочности бетона прямым растяжением образцов трудоемко и требует специального оборудования. При этом, как было показано в п. 4.1, даже при

\* Условное обозначение класса тяжелых и мелкозернистых бетонов  $C \frac{f_{ck}}{f_{c,cube}^G}$ , легких –  $LC \frac{f_{ck}}{f_{lc,cube}^G}$

Буквенное сокращение: С – бетон (англ. «concrete»), LC – легкий бетон (англ. «light concrete»).

**Таблица 4.3.**

Прочностные и деформационные характеристики тяжелых и мелкозернистых бетонов согласно [1, 6]

Характеристики	Классы бетона по прочности на сжатие														
	C <sup>8</sup> /10	C <sup>12</sup> /15	C <sup>16</sup> /20	C <sup>20</sup> /25	C <sup>25</sup> /30	C <sup>30</sup> /37	C <sup>35</sup> /45	C <sup>40</sup> /50	C <sup>45</sup> /55	C <sup>50</sup> /60	C <sup>55</sup> /67	C <sup>60</sup> /75	C <sup>70</sup> /85	C <sup>80</sup> /95	C <sup>90</sup> /105
$f_{ck}$ (МПа)	8	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
$f_{c,cube}^G$ (МПа)	10	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105
$f_{cm}$ (МПа)	16	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98
$f_{ctm}$ (МПа)	1,2	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0
$f_{ctk,0.05}$ (МПа)	0,84	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5
$f_{ctk,0.95}$ (МПа)	1,56	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6
$\epsilon_{c1}$ (‰)	-1,7	-1,8	-1,9	-2,0	-2,1	-2,2	-2,25	-2,3	-2,4	-2,45	-2,5	-2,6	-2,7	-2,8	-2,8
$\epsilon_{cu1}$ (‰)						-3,5					-3,2	-3,0	-2,8	-2,8	-2,8
$\epsilon_{c2}$ (‰)						-2,0					-2,2	-2,3	-2,4	-2,5	-2,6
$\epsilon_{cu2}$ (‰)						-3,5					-3,1	-2,9	-2,7	-2,6	-2,6
$n$						2,0					1,75	1,60	1,45	1,40	1,40
$\epsilon_{c3}$ (‰)						-1,75					-1,8	-1,9	-2,0	-2,2	-2,3
$\epsilon_{cu3}$ (‰)						-3,5					-3,1	-2,9	-2,7	-2,6	-2,6

Примечание: для мелкозернистых бетонов, приготовленных с применением песков, имеющих модуль крупности  $M_k = 2,0$  и менее (группа Б), значения прочностных характеристик из табл. 4.3  $f_{ctm}$ ,  $f_{ctk,0.05}$ ,  $f_{ctk,0.95}$  следует умножать на поправочный коэффициент  $k_t = 0,65 + 6 \cdot 10^{-3} f_{c,cube}^G$

обеспеченных технических возможностях по проведению испытаний не всегда удается достигнуть желаемого результата, т.е. создать однородное равномерное растяжение бетонного образца. Поэтому, с определенным допущением, при выполнении инженерных расчетов прочность бетона на растяжение принято определять в зависимости от его прочности на сжатие. В основном взаимосвязь между средней прочностью бетона на растяжение и его средней прочностью на сжатие принимают по предложению *Ферет (Feret)* в виде:

$$f_{ctm} = \alpha_r \cdot f_{cm}^{2/3}, \quad (4.6)$$

где  $f_{ctm}, f_{cm}$  – соответственно средняя прочность бетона на растяжение и на сжатие;  
 $\alpha_r$  – опытный (эмпирический) коэффициент.

Как следует из [34], принимая сравнимость уровней коэффициента вариации при определении  $f_{ck}$  и  $f_{ctk}$ , значение коэффициента  $\alpha_r$  может быть принято равным  $\alpha_r = 0,3$ . Тогда нормативное сопротивление бетона растяжению составит:

$$f_{ctk} = 0,7 f_{ctm} = 0,7 \cdot 0,3 f_{cm}^{2/3} = 0,21 f_{cm}^{2/3}. \quad (4.7)$$

Как видно, нормы [1, 6] определяют нормативное сопротивление бетона растяжению при  $\alpha_r = 0,21$ .

Для легких бетонов ( $\rho \geq 1000 \text{ кг/м}^3$ ) нормативные и средние сопротивления растяжению (см. табл. 4.3) определяют по формуле (4.7) с умножением полученных значений на поправочный коэффициент:

$$\eta = 0,30 + 0,70 \frac{\rho}{2400}, \quad (4.8)$$

где  $\rho$  – плотность легкого бетона в сухом состоянии (в  $\text{кг/м}^3$ ).

Для напрягающих бетонов значения нормативных и расчетных сопротивлений растяжению по табл. 4.3 следует умножать на поправочный коэффициент, равный 1,2.

Учитывая сложности, возникающие при испытании образцов прямым растяжением, нормативные документы допускают контролировать прочность бетона на растяжение косвенными методами – как прочность на растяжение при изгибе ( $f_{ct,fl}$ ) и раскалывании ( $f_{ct,sp}$ ) (см. табл. 4.4). При этом установлена взаимосвязь между прочностью бетона на осевое растяжение ( $f_{ct,ax}$ ) и его прочностью на растяжение, полученной косвенными методами:

$$f_{ct,ax} = 0,9 f_{ct,sp}, \quad (4.9)$$

$$f_{ct,ax} = 0,5 f_{ct,fl}. \quad (4.10)$$

В формулах (4.9) и (4.10):

- $f_{ct,ax}$  – прочность бетона на осевое растяжение;
- $f_{ct,sp}$  – прочность бетона на растяжение при раскалывании образцов (см. табл. 4.4);
- $f_{ct,fl}$  – прочность бетона на растяжение при изгибе.

#### 4.4. Деформативность бетона

В бетоне принято различать деформации двух видов:

- а) **объемные**, развивающиеся во всех направлениях под влиянием усадки, набухания, расширения (физико-химического или (и) температурного);
- б) **силовые**, развивающиеся, главным образом, вдоль направления действующих усилий; силовым продольным деформациям соответствуют вполне определенные поперечные деформации, характеризующиеся коэффициентом поперечной деформации (коэффициентом *Пуассона*).

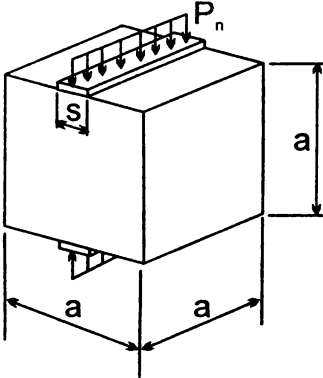
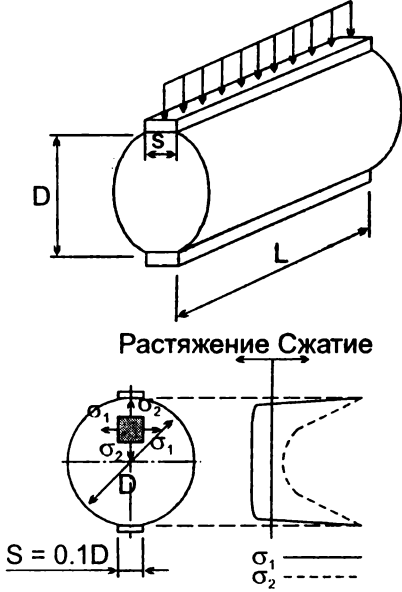
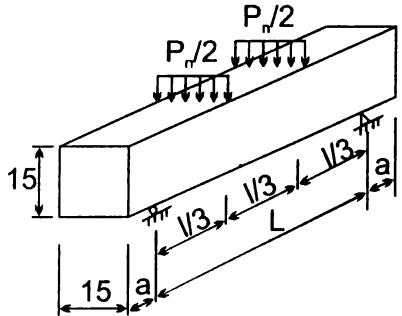
##### 4.4.1. Объемные деформации бетона

**4.4.1.1. Усадка и набухание.** Под усадкой в общем случае принято понимать объемное сокращение бетона (раствора, цементного камня) в результате физико-химических процессов, происходящих при взаимодействии цемента с водой, изменения влажности цементного камня и карбонизации бетона. Согласно сформировавшимся представлениям, усадку бетона следует рассматривать как свойство микроструктуры твердеющего цементного камня. Величина деформации усадки во времени зависит от многих факторов.



Таблица 4.4.

Определение прочности бетона при растяжении на опытных образцах

№	Схема испытаний	Расчетная формула	Нормативный документ
1		$f_{ct,sp} = \frac{2 \cdot P_n}{\pi \cdot a^2}$	$f_{ct,ax} = 0.9 \cdot f_{ct,sp}$ ISO 4108
2		$f_{ct,sp} = \frac{2 \cdot P_n}{\pi \cdot D \cdot l}$	
3		$f_{ct,fe} = \frac{P_n \cdot l}{b \cdot h^2}$	$f_{ct,ax} = 0.5 \cdot f_{ct,fe}$ ISO 4013

Усадку принято подразделять на две составляющие:

- **химическую усадку**, связанную с потерей воды при протекании процессов гидратации вяжущего. При схватывании и твердении портландцемента происходит изменение объема гидратирующего вяжущего, так как молекулы воды, входящие в состав новообразований (гидросиликатов и гидроалюминатов кальция) располагаются значительно плотнее, чем в свободном состоянии. На стадии формирования структуры рассматривают дополнительные эффекты от т.н. аутогенной усадки, связанные с действием поверхностного натяжения воды в порах и капиллярах;
- **физическую усадку**, обусловленную потерей части свободной влаги бетона при ее испарении из открытых пор и капилляров в атмосферу (при сухих условиях эксплуатации).

Химическая и аутогенная составляющая усадки проявляется особенно интенсивно при схватывании в первые часы твердения бетона. При этом химическая усадка весьма значительна и при твердении бетона в воде. Если затвердевший бетон поместить в сухие атмосферные условия (т.е. создать условия высыхания бетона), проявляется физическая усадка, которую часто называют усадкой при высыхании (англ. *drying shrinkage*). При хранении бетона во влажных или водных условиях будет происходить физическое набухание, т.е. некоторое увеличение объема образца (рис. 4.10). Когда жидкая фаза затвердевшего цементного камня находится в равновесии с влажностью окружающего воздуха, никаких изменений в объеме цементного камня не происходит. В общем случае величина усадочной деформации на макроскопическом уровне зависит от следующих основных факторов:

- количества, вида цемента и его активности;
- количества воды затворения или, другими словами, водоцементного отношения;
- температурно-влажностных условий окружающей среды;
- крупности заполнителя и его физико-механических свойств (как фактор, определяющий задерживающее влияние по отношению к свободным деформациям усадки цементного камня);
- объемного содержания цементного камня в бетоне;
- межзерновой пустотности заполнителей бетона;
- присутствия добавок и ускорителей твердения, оказывающих влияния на условия формирования структуры бетона (процессы структурообразования).

В соответствии с положениями норм [1, 6] величину относительных деформаций полной усадки бетона в произвольный момент времени  $t$  следует определять по формуле:

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \varepsilon_{cs,d}(t, t_0) + \varepsilon_{cs,a}, \quad (4.11)$$

где  $\varepsilon_{cs,d}(t, t_0)$  – часть усадки бетона к моменту времени  $t$ , обусловленная испарением из него влаги;

$\varepsilon_{cs,a}$  – часть усадки, обусловленная процессами твердения бетона.

Величину усадки бетона  $\varepsilon_{cs,a}$  в формуле (4.11) согласно [1, 6] допускается определять по эмпирической зависимости вида:

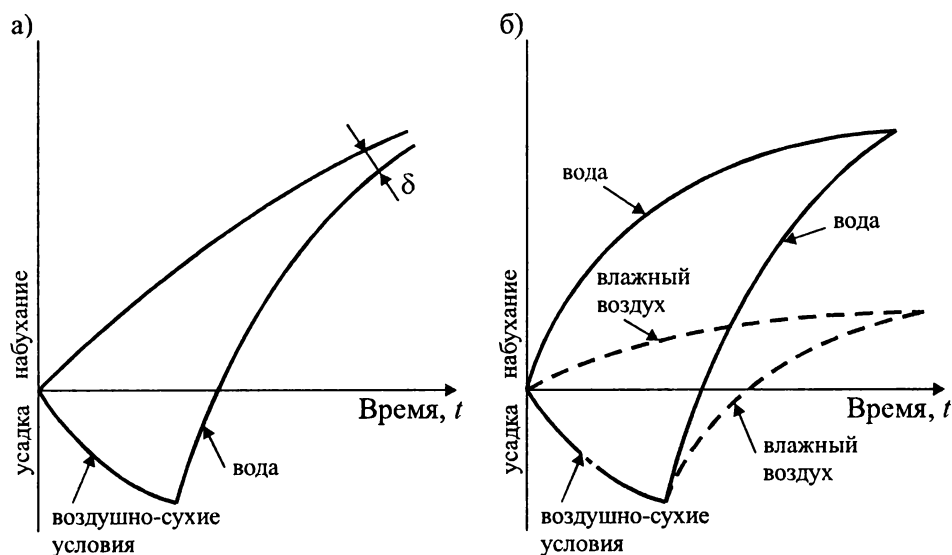


Рис. 4.10.

Обратимость процессов усадки и набухания цементного бетона в различные периоды твердения согласно [27]: а) необратимость в раннем периоде твердения; б) обратимость процессов после завершения структурообразования бетона.

$$\varepsilon_{cs,a} = \beta_{ds}(t) \cdot \varepsilon_{cs,a,\infty}, \quad (4.12)$$

где  $\varepsilon_{cs,a,\infty} = -2,5(f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6}$ ; (4.13)

$$\beta_{ds}(t) = 1 - \exp(-0,2t^{0,5}). \quad (4.14)$$

В формуле (4.14) время  $t$  в сутках.

Как видно из формулы (4.13), величина относительных деформаций химической усадки выражена через нормативное сопротивление бетона  $f_{ck}$ , что косвенно характеризует его состав, а главным образом водоцементное отношение.

Для определения относительной деформации физической составляющей усадки  $\varepsilon_{cs,d}$  используется эмпирическая модель, учитывающая основные факторы, влияющие на развитие процесса.

Составляющую, описывающую физическую усадку для тяжелого бетона классов по прочности от  $C^8/10$  до  $C^{50}/60$  при относительной влажности от 40 % до 100 % и температуре окружающего воздуха от 10°C до 20°C в соответствии с требованиями норм [1, 6] определяют по формуле:

$$\varepsilon_{cs,d}(t, t_0) = \varepsilon_{cs,d(\infty)} \cdot \beta_{ds}(t - t_s), \quad (4.15)$$

где  $\varepsilon_{cs,d,\infty}$  – предельные значения физической усадки бетона;

$\beta_{ds}$  – функция развития усадки во времени, определяемая по формуле:

$$\beta_{ds} = \sqrt{\frac{(t - t_s)/t_1}{350(h_0/h_1)^2 + (t - t_s)/t_1}}, \quad (4.16)$$

здесь  $h_0$  – приведенный размер сечения элемента (мм), определяемый по формуле:

$$h_0 = \frac{2A_c}{u}, \quad (4.17)$$

$A_c, u$  – соответственно площадь и периметр поперечного сечения элемента;

$h_1 = 100$  мм;

$t_1 = 1$  сут.

Базовые относительные деформации усадки в формуле (4.15) определяют по формуле:

$$\varepsilon_{cs,d,\infty} = \beta_{RH} \left[ (220 + 110\alpha_{ds1}) \exp\left(-\alpha_{ds2} \frac{f_{cm}}{f_{cm0}}\right) \right] \cdot 10^{-6}, \quad (4.18)$$

где  $\beta_{RH} = -1,55 \left[ 1 - \left( \frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right]$  при  $RH < 99\% \cdot \beta_{sl}$ ; (4.19a)

$$\beta_{RH} = 0,25 \text{ при } RH > 99\% \cdot \beta_{sl}; \quad (4.19b)$$

$$\beta_{sl} = \left( \frac{3,5 f_{cm,0}}{f_{cm}} \right)^{0,1} \quad (4.20)$$

В формулах (4.18)..(4.20):

$f_{cm}$  – средняя прочность бетона в возрасте 28 суток (МПа), определяемая по табл. 4.3);

$\alpha_{ds1}, \alpha_{ds2}$  – коэффициенты, учитывающие вид цемента и принимаемые по табл. 4.5;

$f_{cm,0} = 10$  МПа;

$RH$  – влажность в %;  $RH_0 = 100\%$ .

**Таблица 4.5.**

Значения коэффициентов  $\alpha_{ds1}$  и  $\alpha_{ds2}$  согласно [1, 6]

Вид цемента	$\alpha_{ds1}$	$\alpha_{ds2}$
Медленно твердеющий	3,0	0,13
Нормально и быстротвердеющий	4,0	0,11
Быстротвердеющий высокопрочный	6,0	0,12

Предельную величину относительных деформаций физической усадки  $\varepsilon_{cs,d,\infty}$  (при  $t \rightarrow \infty$ ) для тяжелого бетона допускается согласно норм [1] определять по табл. 4.6.

**Таблица 4.6.**

Предельные значения физической усадки  $\varepsilon_{cs,d,\infty}$  (в %) согласно [1, 6]

$f_{ck}/f_{c,cube}^G$	$\varepsilon_{cs,d,\infty}$ при относительной влажности RH (в %)					
	20	40	60	80	90	100
20/25	-0,75	-0,70	-0,59	-0,20	-0,20	0,12
40/50	-0,60	-0,56	-0,47	-0,29	-0,16	0,10
60/75	-0,48	-0,45	-0,38	-0,24	-0,13	0,08
80/95	-0,39	-0,36	-0,30	-0,19	-0,11	0,06
90/105	-0,35	-0,33	-0,27	-0,17	0,06	0,06

Знак «плюс» в табл. 4.6 означает набухание бетона

Предельные значения физической усадки  $\varepsilon_{cs,d,\infty}$ , приведенные в табл. 4.6, применимы в случае бетонных смесей, имеющих марку по удобоукладываемости П2 и П3 согласно [4]. Для бетонных смесей, имеющих другие марки по удобоукладываемости, значения из табл. 4.6 следует умножать на поправочные коэффициенты, равные:

0,7 – для жестких бетонных смесей при марке по удобоукладываемости П1, жесткости Ж1–Ж3, СЖ1–СЖ3;

1,2 – для подвижных смесей с маркой по удобоукладываемости П4, П5.

При использовании суперпластификаторов марки по удобоукладываемости следует устанавливать на базовых смесях до введения суперпластификатора. Предельную относительную деформацию физической усадки для легких бетонов допускается определять по табл. 4.6 с умножением полученных значений на поправочный коэффициент  $\eta_3$ :

$$\varepsilon_{cs,d,\infty,L} = \varepsilon_{cs,d,\infty} \cdot \eta_3, \quad (4.21)$$

где для классов бетонов от LC<sup>8</sup>/<sub>10</sub> до LC<sup>16</sup>/<sub>20</sub>  $\eta_3 = 1,5$ , от LC<sup>16</sup>/<sub>20</sub> и выше –  $\eta_3 = 1,2$ .

Химическую часть усадки  $\varepsilon_{cs,a}$  для легких бетонов определяют по формуле (4.12) в случае, когда для их приготовления используют легкие заполнители, предварительно не насыщенные водой. В случае если легкие заполнители хотя бы частично насыщены водой, относительные деформации  $\varepsilon_{cs,a}$ , определенные по формуле (4.12), уменьшают на 10 %.

**4.4.1.2. Температурные деформации бетона.** Нормы [1, 6] по проектированию железобетонных конструкций в интервале температур от -20 до +100 °C рекомендуют принимать значения коэффициента температурного расширения равным  $\alpha_t = 1 \times 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$ . В наиболее часто встречаемых эксплуатационных ситуациях это значение мало отличается от коэффициента температурного расширения стали ( $1,2 \times 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$ ).

При наиболее детальном анализе, приведенном в работе [44] установлено, что коэффициент  $\alpha_t$  для бетона претерпевает колебания в пределах от 0,75 до  $1,45 \times 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$ . Существенное влияние здесь оказывает концентрация крупного заполнителя и его минералогический состав. В предельных случаях для бетонов на кварцевом песке следует принимать  $\alpha_t = 1,18 \times 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$ , тогда как тот же коэффициент на известняковом заполнителе составляет всего  $\alpha_t = 0,68 \times 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$ .

Коэффициент температурного линейного расширения для легкого бетона зависит от вида заполнителей и может изменяться от  $0,4 \cdot 10^{-5}$  до  $1,4 \cdot 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$ . В случае, когда при расчетах конструкции температурные деформации не имеют определяющего значения, допускается принимать средние значения коэффициента температурного расширения равного  $0,8 \cdot 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$ .

#### 4.4.2. Силовые деформации бетона

Как было показано ранее (см. п. 4.1), бетон работает подобно упругому телу только в небольшом диапазоне напряжений или при «мгновенном» (очень быстром) нагружении. Начиная с низких уровней напряжений в нем помимо упругих деформаций развиваются неупругие или пластические деформации. Если бетон подвергнуть попеременно нагрузке и разгрузке (циклическим нагружениям), то на полученном графике (рис. 4.11) отчетливо выделяется участок остаточных относительных деформаций, который увеличивается с ростом количества циклов нагружения.

Силовые относительные деформации в зависимости от характера приложения нагрузки и длительности ее действия подразделяют на:

- относительные деформации при однократном загрузении кратковременной нагрузкой;
- относительные деформации при длительном действии однократно приложенной нагрузки;
- относительные деформации при многократно повторяющемся действии нагрузки.

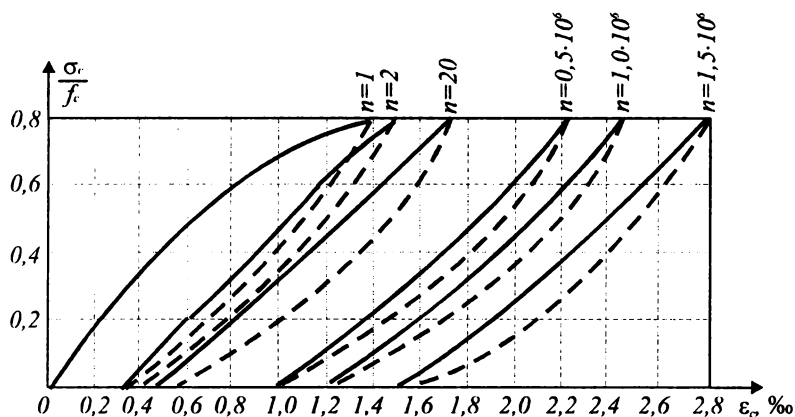


Рис. 4.11.

Зависимость « $\sigma$ – $\epsilon$ » при циклических нагружениях бетона

#### 4.4.2.1. Деформации бетона при однократном кратковременном нагружении

##### а) Модуль деформаций бетона

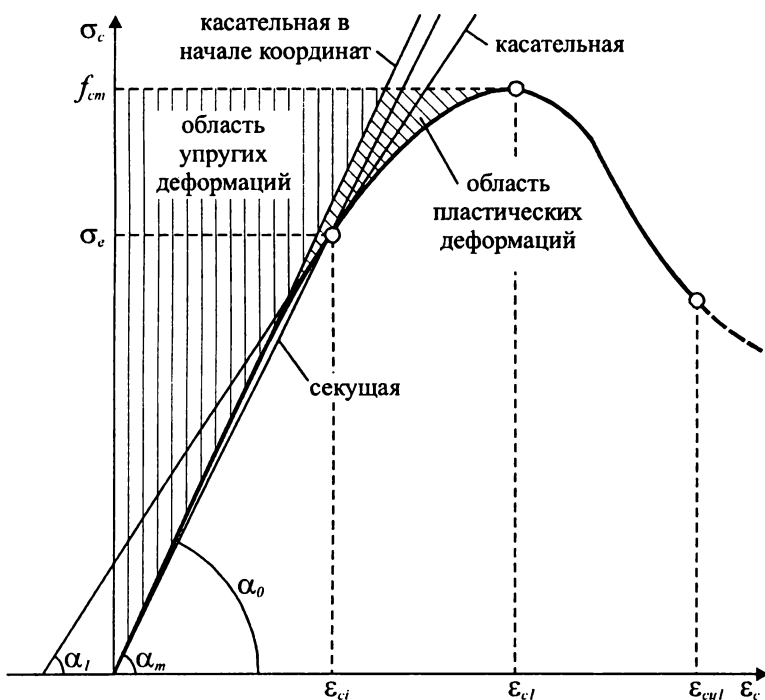
Характеристикой упруго-пластических свойств бетона является его модуль деформаций, устанавливающий зависимость между напряжениями и относительными деформациями в любой точке диаграммы деформирования (состояния).

Характер диаграммы деформирования « $\sigma$ – $\epsilon$ » свидетельствует об изменчивости модуля деформаций. При  $\sigma = 0$  он имеет максимальное значение (начальный или динамический модуль упругости бетона). Там, где напряжения  $\sigma_c = f_{cm}$ , модуль упругости уменьшается до нуля. Практическое значение для расчетов железобетонных конструкций имеет т.н. модуль упругости бетона  $E_{cm}$ , выражаемый тангенсом угла наклона секущей  $\alpha_m$  в точке  $\sigma_c = 0,4 f_{cm}$ .

Учитывая нелинейную связь между напряжениями и относительными деформациями (см. рис. 4.12) обычно при определении модуля продольных деформаций используют:

– мгновенный (секущий) модуль полных деформаций  $E_c$ , выражаемый тангенсом угла наклона касательной к кривой, описывающей диаграмму « $\sigma$ – $\epsilon$ » в ее произвольной точке

$$\left( E_c = \lim_{\Delta \epsilon \rightarrow 0} \frac{\Delta \sigma}{\Delta \epsilon} = \operatorname{tg} \alpha_l \right);$$



$$\begin{aligned} E_c &= \tan \alpha_l \\ E_{cm} &= \tan \alpha_m \\ E_{c0} &= \tan \alpha_0 \end{aligned}$$

Рис. 4.12.

К определению модуля деформаций бетона

- модуль упругости  $E_{cm}$ , выражаемый тангенсом угла наклона секущей, проходящей через начало координат ( $\sigma = 0$ ) и точку на кривой при  $\sigma_c = 0,4f_{cm}$ ;
- начальный модуль упругости  $E_{c0}$ , выражаемый тангенсом угла наклона касательной к кривой, описывающей диаграмму « $\sigma$ – $\epsilon$ », и проходящей в начале координат ( $\sigma_c = 0$ ).

Величину модуля упругости для тяжелого и мелкозернистого бетонов в соответствии с нормами [6, 11] определяют по эмпирической формуле вида:

$$E_{cm} = 9,5(f_{ck} + 8)^{1/3} \cdot 10^3 \text{ (МПа)}. \quad (4.22)$$

Формула (4.22) позволяет определить численное значение среднего модуля упругости для бетонов, выполненных на гранитном и кварцевом щебне. Для других видов крупного заполнителя модуль упругости, рассчитанный по формуле (4.22) следует умножать на поправочный коэффициент:

- для бетонов, приготовленных с использованием крупного заполнителя из базальта, плотного известняка –  $\eta_E = 1,2$ ;
- то же из песчаника –  $\eta_E = 0,7$ .

Для легких бетонов ( $\rho \geq 1000 \text{ кг/м}^3$ ) значение модуля упругости  $E_{cm}$ , установленное по формуле (4.22), следует умножать на поправочный коэффициент

$$\eta_E = \left( \frac{\rho}{2400} \right)^2, \quad (4.23)$$

где  $\rho$  – плотность легкого бетона в сухом состоянии ( $\text{кг/м}^3$ ).

Нормы по проектированию железобетонных конструкций [1] устанавливают значения модуля упругости  $E_{cm}$  (см. табл. 4.7) по предложению проф. Н.П. Блещика [20], сформулированному на основе применения структурно-механической модели бетона с учетом технологических свойств бетонной смеси.

#### **б) Значения относительных деформаций в параметрических точках диаграммы деформирования бетона при осевом сжатии**

Как было показано выше, при расчетах железобетонных конструкций диаграмма деформирования (состояния) рассматривается как обобщенная характеристика механических свойств бетона. Для ее аналитического описания, а также для определения критерия наступления предельного состояния конструкции, необходимо иметь обоснованные значения относительных деформаций в параметрических точках:

$\epsilon_{c1}$  – относительной деформации, соответствующей пиковым напряжениям диаграммы;

$\epsilon_{cu}$  – предельной относительной деформации бетона при сжатии.

Экспериментальные исследования, выполненные при изучении полных диаграмм деформирования показывают, что при изменении класса бетона по прочности при сжатии (даже при одинаковых начальных технологических условиях) относительные деформации, соответствующие пиковой точке диаграммы деформирования  $\epsilon_{c1}$  не остаются величиной постоянной (табл. 4.8). При этом установлена общая тенденция к смещению в сторону увеличения значения параметрической точки  $\epsilon_{c1}$  при возрастании предела кратковременной прочности бетона на сжатие. С ростом прочности бетона на сжатие увеличивается участок упругого деформирования на восходящей ветви диаграммы, что обуславливает склонность материала к хрупкому разрушению как в случае высокопрочных бетонов. В широком диапазоне классов по прочности (от  $C^8/10$  до  $C^{110}/120$ ) продольная относительная деформация  $\epsilon_{c1}$  изменяется от 1,45 до 2,75 % в зависимости от исходных технологических параметров бетонной смеси при прочих равных условиях. Кроме того, значения относительных деформаций  $\epsilon_{c1}$ , полученных опытным путем существенно зависят от методики измерений относительных деформаций при испытаниях.

Нормы [1, 6] устанавливают значения относительной деформации  $\epsilon_{c1}$  в зависимости от класса бетона (см. табл. 4.8), соблюдая установленную тенденцию к ее возрастанию с ростом прочности материала. При этом численные значения, внесенные в табл. 4.3, приняты с некоторым обоснованным запасом в сторону обеспечения безопасности конструкции. Особенно это характерно для высокопрочных бетонов (выше  $C^{50}/60$ ).

Если принятые в нормах [1, 6] численные значения относительной деформации  $\epsilon_{c1}$  (см. табл. 4.3) отражают единую тенденцию возрастания этой величины с ростом прочности бетона, то в отношении назначения предельной относительной деформации (предельной сжимаемости)  $\epsilon_{cu}$  у специалистов нет единого мнения.

Отличия в подходах к назначению величины предельных деформаций бетона  $\epsilon_{cu}$  в т.н. критической области деформирования в значительной степени зависят даже не столько от принятой

**Таблица 4.7.**

Модули упругости тяжелых и мелкозернистых бетонов согласно [1]

Марка бетонной смеси по удобоукладываемости	Средний модуль упругости бетона $E_{cm}$ (ГПа) классов:														
	C <sup>8/10</sup>	C <sup>12/15</sup>	C <sup>16/20</sup>	C <sup>20/25</sup>	C <sup>25/30</sup>	C <sup>30/37</sup>	C <sup>35/45</sup>	C <sup>40/50</sup>	C <sup>45/55</sup>	C <sup>50/60</sup>	C <sup>55/67</sup>	C <sup>60/75</sup>	C <sup>70/85</sup>	C <sup>80/95</sup>	C <sup>90/105</sup>
ЖЗ..Ж4 СЖ1..СЖ3	–	–	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	49	50	52
Ж1..Ж2	–	31	35	37	38	40	41	42	43	44	45	46	47	49	51
П1..П2	24	27	31	32	35	37	38	39	40	41	42	43	45	46	48
П3..П5	21	24	28	29	32	33	35	37	38	39	–	–	–	–	–
П5-Л1..П5-Л5	19	22	25	26	28	29	32	35	–	–	–	–	–	–	–

Примечания:

1. При назначении модуля упругости бетона марка бетонной смеси по удобоукладываемости принимается в соответствии с рекомендациями СНиП 3.09.01 с учетом СТБ 1035.
2. Значения модуля упругости приведены для бетонов естественного твердения. Для бетонов, подвергнутых тепловой обработке, приведенные значения следует умножать на коэффициент *0.9*.
3. Приведенные значения модуля упругости действительны для бетонов, приготовленных с применением гравия и гранитного щебня с крупностью зерен до 40 мм. Для мелкозернистых бетонов приведенные значения следует умножать на коэффициент *0.85*.
4. Для бетонов, подвергающихся попеременному замораживанию и оттаиванию, значения  $E_{cm}$ , указанные в табл. 4.7, следует умножать на поправочный коэффициент, принимаемый равным:

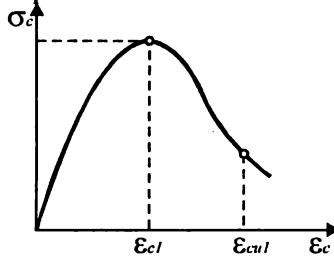
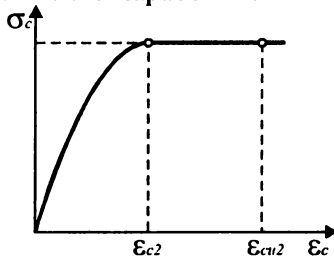
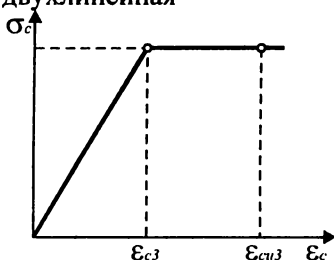
а) при эксплуатации конструкции в водонасыщенном состоянии при температуре:

- ниже минус 20 °С до минус 40 °С включительно – *0.85*;
- ниже минус 5 °С до минус 20 °С включительно – *0.90*;
- минус 5 °С и выше – *0.95*.

При повышении марки бетона по морозостойкости по сравнению с требуемой согласно табл. 5.3 [1] приведенные выше коэффициенты могут быть увеличены на *0.05* соответственно каждой ступени превышения, однако не могут быть больше единицы.

**Таблица 4.8.**

Численные значения относительных деформаций в параметрических точках в зависимости от вида диаграммы деформирования согласно [1, 6]

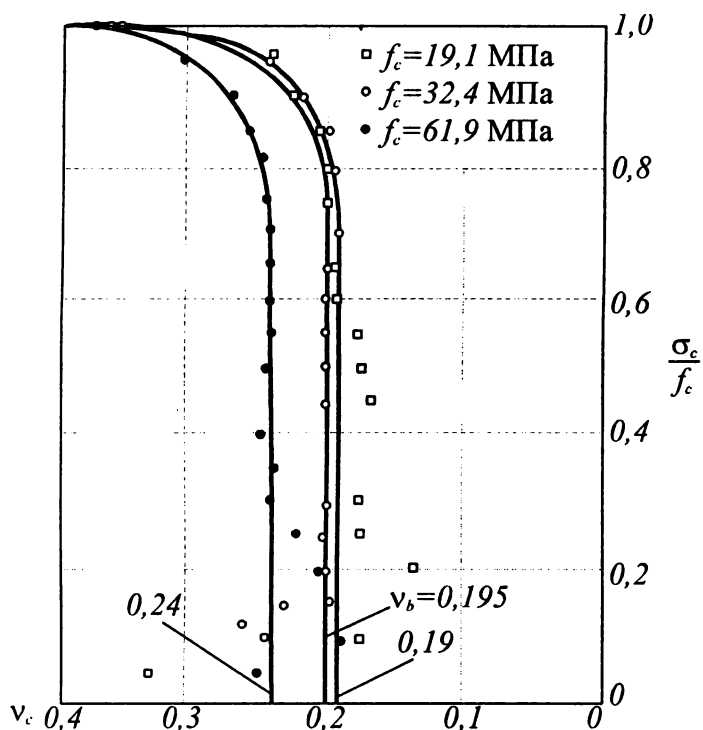
Вид диаграммы	Класс бетона по прочности	
	до $C^{50}/60$	$C^{50}/60$ и более
<p>параболическая</p> 	$\epsilon_{c1}(\text{‰}) = -0,7 f_{cm}^{0,31}$ $\epsilon_{cu1} = -3,5 \text{ ‰}$	$\epsilon_{c1}(\text{‰}) = -2,8 - 2,7[(98 - f_{cm})/100]^4$ $\epsilon_{cu1} = -3,5 \text{ ‰}$
<p>линейно-параболическая</p> 	$\epsilon_{c2} = -2,0 \text{ ‰}$ $\epsilon_{cu2} = -3,5 \text{ ‰}$	$\epsilon_{c2}(\text{‰}) = -2,0 - 0,085(f_{ck} - 50)^{0,53}$ $\epsilon_{cu2}(\text{‰}) = -2,6 - 35[(90 - f_{ck})/100]^4$
<p>двухлинейная</p> 	$\epsilon_{c3} = -1,75 \text{ ‰}$ $\epsilon_{cu3} = -3,5 \text{ ‰}$	$\epsilon_{c3}(\text{‰}) = -1,75 - 0,55(f_{ck} - 50)/40$ $\epsilon_{cu3}(\text{‰}) = -2,6 - 35[(90 - f_{ck})/100]^4$

методики испытаний (что было рассмотрено ранее, см. п. 4.2), но от определения самого понятия «предельная сжимаемость».

В научно-технической и учебно-методической литературе приводятся, как правило, значения предельной относительной деформации  $\epsilon_{cu}$ , соответствующие произвольно выбранному уровню напряжений на нисходящей ветви диаграммы. При этом в различных источниках значения коэффициента  $k_f = \sigma_{cu} / f'_c$  принимают от 0,5 до 0,85 ( $\sigma_{cu}$  – напряжения на нисходящей ветви, соответствующие относительной деформации  $\epsilon_{cu}$ ). Следует отметить, что величина предельной относительной деформации  $\epsilon_{cu}$ , нормируемая в качестве параметрической точки полной идеализированной диаграммы деформирования, не означает максимальной продольной деформации бетона, регистрируемой при полном разрушении образца, а имеет вполне определенный физический смысл. По определению проф. Г.В. Несветаева под **предельной сжимаемостью бетона следует понимать границу устойчивого деформирования сечения, равную деформации  $\epsilon_{cu}$ , соответствующей предельной потенциальной энергии структуры**. Исходя из условия, что количество энергии, соответствующей границе устойчивого деформирования в закритической области, равно количеству энергии упругого деформирования в момент достижения пиковой деформации  $\epsilon_{c1}$ , установлено, что предельную относительную деформацию следует назначать при уровне напряжений  $\sigma_{cu} / f'_c$  от 0,45 до 0,8 в зависимости от прочности бетона. Нормы [1, 6] предлагают принимать предельную относительную деформацию для бетонов нормальной прочности (до  $C^{50}/60$  включительно) постоянной и равной  $\epsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$ , а для бетонов более высоких классов рассчитывать по формулам, приведенным в табл. 4.8.

Для высокопрочных бетонов (более  $C^{50}/60$ ) подход, принятый в нормах [1, 6], сознательно недооценивает их пластические свойства. При этом, численные значения предельных относительных деформаций  $\epsilon_{cu}$ , включенные в табл. 4.3, изменяются таким образом, что с возрастанием класса бетона по прочности при сжатии предельная относительная деформация  $\epsilon_{cu}$  уменьшается, стремясь





**Рис. 4.13.** Изменение коэффициента Пуассона при различных уровнях нагружения образца

0,167. Результаты опытов различных исследователей показывают достаточно широкий диапазон изменения коэффициента поперечных деформаций бетона от 0,15 до 0,30. В практике для диапазона напряжений, не превышающих  $0,5 \div 0,6 f_{ck}$ , значения  $\nu$  находятся в пределах  $0,15 \div 0,24$  (см. рис. 4.13). Принятое в нормах [1, 6] значение коэффициента Пуассона на уровне  $\nu_c = 0,2$  соответствует рекомендациям Европейского комитета по бетону [19]. В случае, когда допускается образование трещин в бетоне растянутой зоны, коэффициент Пуассона принимают равным  $\nu_c = 0$ .

#### 4.4.2.2. Деформации бетона при длительном действии нагрузки. Ползучесть бетона

Опыты показывают, что если сжимающая нагрузка действует на бетонный образец длительное время, его деформация возрастает, стремясь при достаточно продолжительном нагружении (в течение нескольких лет) к некоторому пределу. Такую медленно нарастающую деформацию при неизменном (постоянном) уровне напряжений принято называть *ползучестью*.

Изменение величины деформаций ползучести в зависимости от скорости начального нагружения показано на рис. 4.14. В общем случае величина деформации ползучести бетона зависит от целого ряда факторов, главными из которых принято считать:

- возраст бетона в момент нагружения;
- относительный уровень напряжений, действующих на бетонный образец;
- температура и влажность окружающей среды;
- технологические параметры бетонной смеси (объемное содержание цементного камня, водоцементное отношение, активность и вид цемента, вид заполнителей, способ уплотнения и тепловой обработки);
- геометрические размеры поперечного сечения элемента.

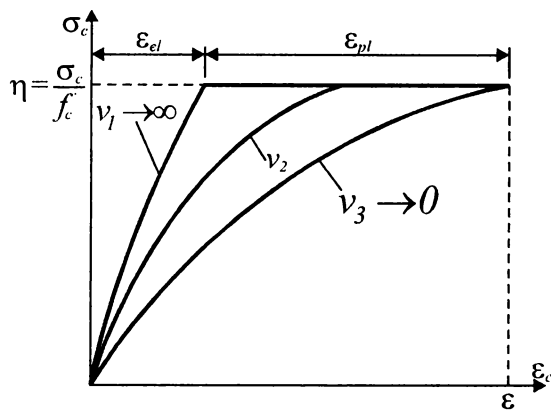
Воспользовавшись графиком, приведенным на рис. 4.15, проследим за изменением деформаций бетонного образца непосредственно с момента его изготовления.

В течение времени  $t_1$  образец не нагружен и в бетоне развиваются относительные деформации усадки  $\epsilon_{cs}(t, t_0)$ . Приложение нагрузки в момент времени  $t_1$  вызывает мгновенную упругую составляющую деформации  $\epsilon_{el}$  и соответствующую пластическую деформацию  $\epsilon_{pl}$ . При этом некоторая часть пластической деформации (в зависимости от уровня нагружения) реализуется в момент кратковременного нагружения, а остальная – в течение длительного времени при постоянном уровне напряжений  $\sigma_c / f'_c$ . Если в возрасте  $t_2$ , когда проявление пластических деформаций полу-

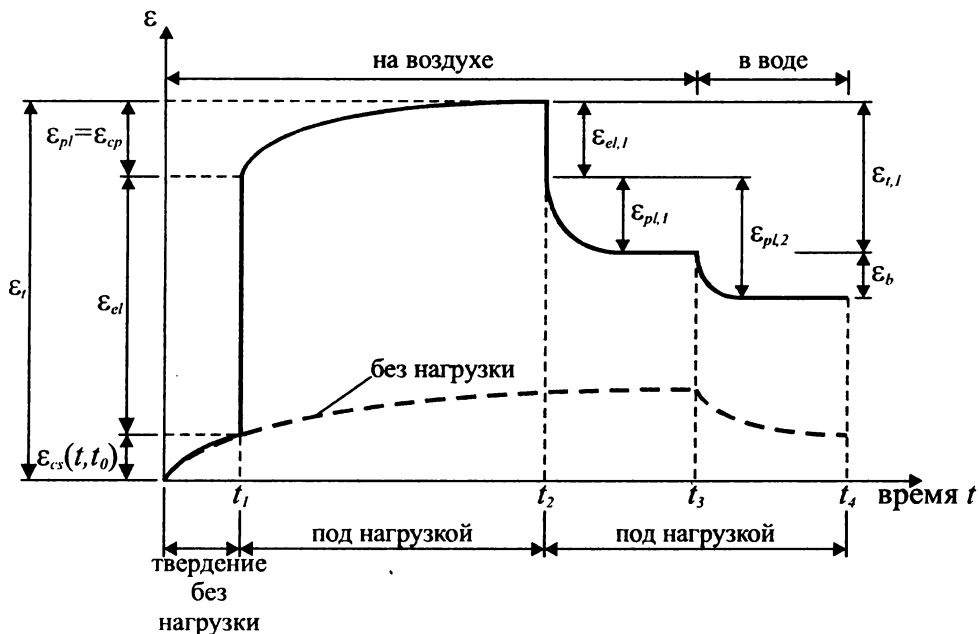
к значению  $\epsilon_{cl}$  (см. табл. 4.8). При принятом подходе диаграмма деформирования для бетона класса  $C^{90}/_{105}$  имеет практически только восходящую ветвь, что характеризует упругую работу материала на всем диапазоне деформирования и последующее хрупкое разрушение. Такой подход, хотя и не в полной мере отражает реальные деформационные свойства высокопрочных бетонов в закритической области диаграммы, может быть оправдан с позиции обеспечения безопасности конструкций, выполненных из таких бетонов. Численные значения относительных продольных деформаций  $\epsilon_{cl}$  и  $\epsilon_{cu}$ , используемых при описании полной диаграммы деформирования (рис. 4.12), представлены в табл. 4.3.

#### в) Поперечные деформации бетона

Коэффициент поперечных деформаций бетона при сжатии или так называемый коэффициент Пуассона принимают равным  $\nu_c = 0,20$ . Вместе с тем, в ряде норм (например ЕС-2 [6] и др.) принимают значение коэффициента поперечных деформаций  $\nu_c = 1/6 =$



**Рис. 4.14.**  
Изменение деформаций ползучести бетона от скорости начального нагружения образца



**Рис. 4.15.**  
Проявление усадки и ползучести в условиях нагружения и разгрузки на воздухе и в воде

чести стабилизируется и полная относительная деформация составляет  $\varepsilon_t = \varepsilon_{cs}(t, t_0) + \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl}$ , снять нагрузку, образец изменит свою длину на величину мгновенной деформации  $\varepsilon_{el,1}$ . Однако она не сохраняется неизменной, а увеличивается, приводя в момент времени  $t_3$  к появлению дополнительной деформации  $\varepsilon_{pl,1}$ . Это явление принято называть упругим последствием бетона.

Если же образец опустить в воду в возрасте  $t_3$ , проявится дополнительная деформация вследствие набухания  $\varepsilon_b$ . Как показывают экспериментальные исследования, деформация набухания будет тем больше, чем больше деформация  $\varepsilon_t$  (см. рис. 4.15). Таким образом, полная относительная деформация бетона складывается из относительных деформаций: упругой  $\varepsilon_{el}$ , ползучести  $\varepsilon_{pl}$  и усадки  $\varepsilon_{cs}$ . При этом относительные деформации усадки и ползучести действуют совместно, хотя в большинстве расчетных моделей условно рассматриваются как независимые процессы. Следует отметить, что до настоящего времени общая теория ползучести не разработана. Поэтому для расчета параметров ползучести используют в основном феноменологические расчетные модели.

Расчетная модель ползучести, принятая в нормах [1, 6], базируется на положении, что деформация ползучести пропорциональна многочлену монотонно убывающей функции, зависящей от возраста бетона к моменту нагружения  $t_0$ , и монотонно возрастающей функции, описывающей развитие ползучести во времени под действием нагрузки в интервале времени от  $t_0$  до  $t$ :

$$\varepsilon_{cc} \approx g_1(t_0) \cdot f_1(t - t_0). \quad (4.24)$$

Такая модель хорошо описывает изменение деформаций ползучести во времени при постоянных напряжениях. При ее построении принято допущение, согласно которому считается, что для каждого приращения нагрузки (напряжения) материал рассматривается как нагружаемый в первый

раз. Эта модель приспособлена для прогнозирования средних относительных деформаций неармированного бетона в условиях одноосного напряженного состояния.

В расчетах железобетонных конструкций ползучесть учитывается при помощи т.н. коэффициента (или характеристики) ползучести, под которым принято понимать отношение относительных деформаций ползучести в момент времени  $t$  к упругой относительной деформации, возникающей от нагрузки, приложенной в момент времени  $t_0$ , т.е.

$$\Phi(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cc}(t)}{\varepsilon_{cc}(t_0)}$$

Величину коэффициента ползучести  $\Phi(t, t_0)$  как функцию времени определяют по формуле:

$$\Phi(t, t_0) = \Phi_0 \cdot \beta_c, \quad (4.25)$$

где  $\beta_c$  – коэффициент, описывающий развитие деформаций ползучести во времени от  $t_0$  (сут.), соответствующего сроку приложения нагрузки, до  $t$  – возрасту бетона, в котором производится расчет ползучести;

$\Phi_0$  – условный коэффициент ползучести, определяемый в зависимости от средней прочности бетона  $f_{cm}$  по формуле:

$$\Phi_0 = \Phi_{RH} \frac{16,8}{(0,1 + t_0^{0,2}) \sqrt{f_{cm}}}. \quad (4.26)$$

В формуле (4.26) коэффициент  $\Phi_{RH}$  учитывает влияние относительной влажности окружающего воздуха  $RH$  (%) и приведенный размер сечения  $h_0$ :

$$\Phi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH/100}{0,10 \sqrt[3]{h_0}} \text{ при } f_{cm} \leq 35 \text{ МПа}; \quad (4.27a)$$

$$\Phi_{RH} = \left[ 1 + \frac{1 - RH/100}{0,10 \sqrt[3]{h_0}} \alpha_1 \right] \alpha_2 \text{ при } f_{cm} > 35 \text{ МПа}. \quad (4.27b)$$

Коэффициент  $\beta_c$  в формуле (4.25) определяют по формуле:

$$\beta_c = \left( \frac{t - t_0}{\beta_H + t - t_0} \right)^{0,3}, \quad (4.28)$$

где параметр  $\beta_H$  определяют по формуле:

$$\beta_H = 1,5 \left[ 1 + (0,012RH)^{18} \right] h_0 + 250 \leq 1500 \text{ при } f_{cm} \leq 35 \text{ МПа}; \quad (4.29a)$$

$$\beta_H = 1,5 \left[ 1 + (0,012RH)^{18} \right] h_0 + 250 \alpha_3 \leq 1500 \alpha_3 \text{ при } f_{cm} > 35 \text{ МПа}. \quad (4.29b)$$

Коэффициенты  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  учитывают влияние прочности бетона и приняты равными:

$$\alpha_1 = \left( \frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,7}; \alpha_2 = \left( \frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,2}; \alpha_3 = \left( \frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,5}$$

Влияние вида цемента на величину коэффициента ползучести допускается учитывать путем модификации времени  $t_0$  в формуле (4.28):

$$t_0 = t_{0,т} \left[ \frac{9}{2 + t_{0,т}^2} + 1 \right]^\alpha \geq 0,5, \quad (4.30)$$

где  $t_{0,т}$  – возраст бетона к моменту нагружения (сут.), модифицированный с учетом влияния изменения температуры, определяемый по формуле (4.32);

$\alpha$  – коэффициент, учитывающий вид цемента и принимаемый равным:

$\alpha = -1$  – для медленно твердеющих цементов;

$\alpha = 0$  – для нормального и быстротвердеющего цементов;

$\alpha = 1$  – для быстротвердеющих высокопрочных цементов.

Влияние изменения температуры (в интервале от  $0^\circ$  до  $80^\circ\text{C}$ ) на величину деформаций ползучести учитывают путем модификации времени  $t_{0,т}$  по формуле:

$$t_{0,T} = \sum_{i=1}^n \{ \exp[-(4000/[273 + T(\Delta t_i)] - 13,65)] \cdot \Delta t_i \}, \quad (4.31)$$

где  $T(\Delta t_i)$  – средняя температура (в °С), действующая на временном интервале  $\Delta t_i$ ;  
 $\Delta t_i$  – временной интервал (сут.), для которого считают постоянным значение температуры  $T(\Delta t_i)$ .

Если не требуется высокая точность вычислений, то в расчетах можно использовать предельное значение коэффициента ползучести  $\Phi(\infty, t_0)$  при  $t \rightarrow \infty$ . Предельные значения коэффициента ползучести  $\Phi(\infty, t_0)$  допускается определять по графикам, показанным на рис. 4.16. Значения коэффициентов ползучести  $\Phi(\infty, t_0)$ , определенные из графиков рис. 4.16 относятся к уровню напряжений  $\sigma_c < 0,45f_{ck}$ , что характеризует т.н. линейную ползучесть. Если сжимающие напряжения в момент времени  $t_0$  превышают  $0,45f_{ck}$ , следует выполнять модификацию значений коэффициента ползучести  $\Phi(\infty, t_0)$  с учетом нелинейной ползучести по формуле:

$$\Phi_k(\infty, t_0) = \Phi(\infty, t_0) \exp[1,5 - (k_\sigma - 0,45)], \quad (4.32)$$

где  $\Phi_k(\infty, t_0)$  – предельное значение модифицированного (нелинейного) коэффициента линейной ползучести;

$k_\sigma$  – коэффициент, зависящий от уровня нагружения бетона  $\sigma_c/f_{ck}$  ( $\sigma_c$  – сжимающие напряжения в бетоне в момент времени  $t_0$ ).

Предельные значения коэффициента ползучести  $\Phi(\infty, t_0)$ , принятые по графическим зависимостям (рис. 4.16), применимы при расчетах конструкций для сезонных колебаний температуры от минус 20°С до плюс 40°С и влажности от  $RH = 20\%$  до  $RH = 100\%$ . Кроме того, предельные значения коэффициента ползучести  $\Phi(\infty, t_0)$  могут быть использованы при расчете конструкций, выполненных из бетонов классов по прочности на сжатие не более  $C^{50}/60$  из смесей, имеющих согласно [4] марку по удобоукладываемости П2 и П3. Для бетонных смесей, имеющих другую подвижность значения коэффициента  $\Phi(\infty, t_0)$  следует умножать на поправочные коэффициенты:

- при малоподвижных жестких смесях П1, Ж1–Ж4, СЖ1–СЖ3 – 0,70;
- при подвижных смесях П4, П5 – 1,20.

Для бетонов, имеющих прочность при сжатии, характеризуемую классом более  $C^{50}/60$ , значения коэффициента  $\Phi(\infty, t_0)$  следует умножать на поправочный коэффициент, равный 1,2. При этом для бетонных смесей, приготовленных с использованием суперпластификаторов, марку по удобоукладываемости контролируют на базовых смесях до введения суперпластификатора.

Для легких бетонов ( $\rho \geq 1000$  кг/м<sup>3</sup>) предельные значения коэффициента ползучести  $\Phi(\infty, t_0)$  допускается определять по графикам, показанным на рис. 4.16 с последующим умножением на поправочные коэффициенты:

- для классов не более  $LC^{16}/20$  –  $\eta_2 = 1,3$ ;
- для классов не менее  $LC^{20}/25$  –  $\eta_2 = 1,0$ .

Кроме того, в зависимости от плотности легкого бетона вводятся дополнительные коэффициенты  $\eta_L$ :

$$\eta_L = (\rho/2400)^2 \text{ при плотности бетона } \rho > 1800 \text{ кг/м}^3;$$

$$\eta_L = 1,3(\rho/2400)^2 \text{ при плотности бетона } 1000 \leq \rho \leq 1500 \text{ кг/м}^3.$$

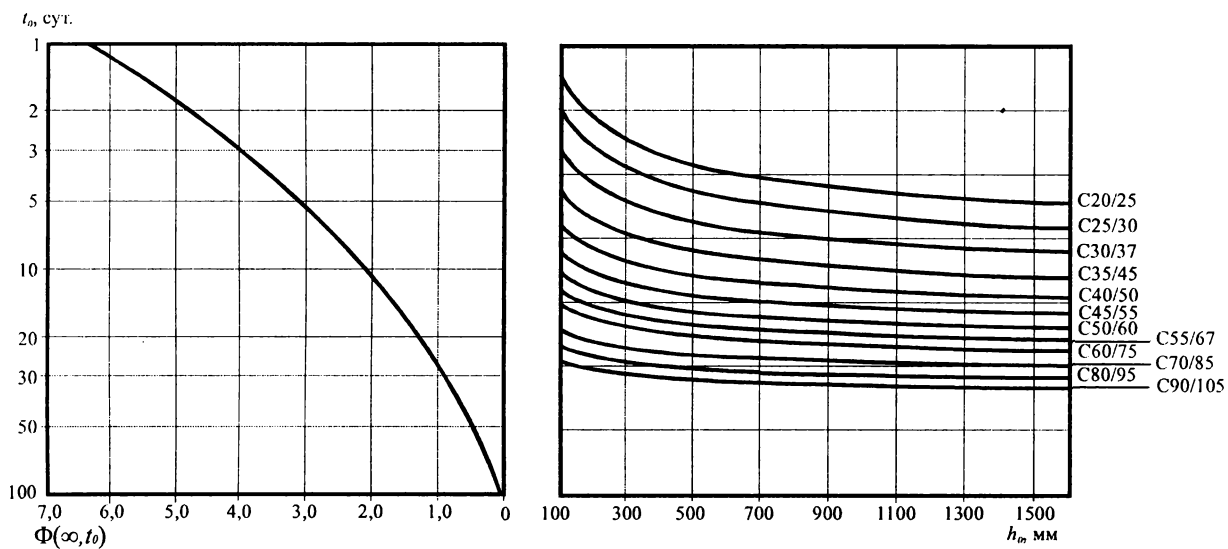
Тогда предельное значение коэффициента ползучести  $\Phi_L(\infty, t_0)$  для легкого бетона составит:

$$\Phi_L(\infty, t_0) = \Phi(\infty, t_0) \cdot \eta_2 \cdot \eta_L. \quad (4.33)$$

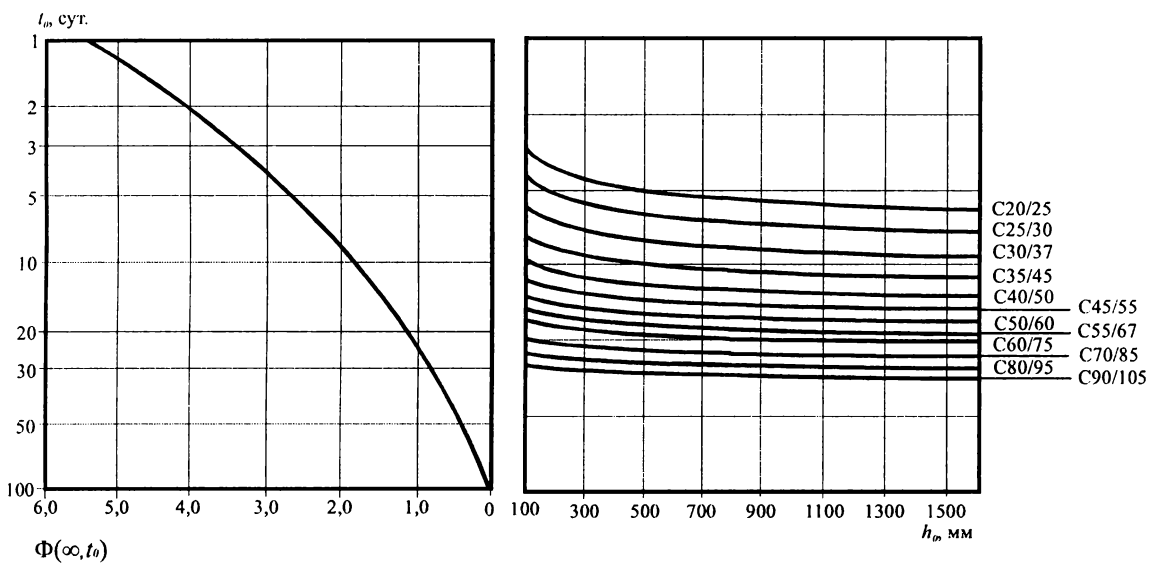
Ползучесть влияет на величину модуля продольных деформаций бетона. В результате развития ползучести модуль упругости бетона уменьшается. Для учета этого явления в расчетах используют т.н. «эффективный» модуль упругости бетона, определяемый по упрощенной формуле:

$$E_{c,eff} = \frac{E_c(t_0)}{1 + \Phi(t, t_0)}, \quad (4.34)$$

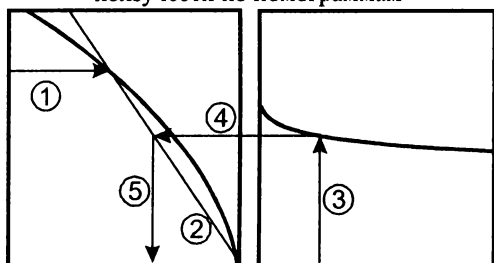
а)



б)



Порядок действий при определении предельных значений коэффициента ползучести по номограммам



Примечания

- 1 Для  $t_0 > 100$  сут. принимать значения  $\Phi(\infty, t_0)$  как для  $t_0 = 100$  сут.;
- 2  $h_0 = 2A/u$ , где  $A$ ,  $u$  соответственно площадь и периметр поперечного сечения элемента.

Рис. 4.16.

Графики для определения значения коэффициента ползучести  $\Phi(\infty, t_0)$  (возраст 70 лет)

где  $E_c(t_0)$  – модуль упругости бетона в момент нагружения конструкции  $t_0$ , который может быть определен по формуле (4.22) с учетом прочности бетона к моменту приложения нагрузки по формуле:

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm}, \quad (4.35)$$

$$\text{здесь } \beta_{cc}(t) = \exp \left\{ s \left[ 1 - \left( \frac{28}{t/t_1} \right)^{1/2} \right] \right\}. \quad (4.36)$$

В формулах (4.35) и (4.36):

$f_{cm}(t)$  – средняя прочность бетона в возрасте  $t$ , сут.;

$f_{cm}$  – средняя прочность бетона в возрасте 28 сут.;

$t$  – возраст бетона к моменту нагружения  $t_0$ ;

$t_1 = 1$  сутки;

$s$  – коэффициент, учитывающий вид применяемого цемента и равный:

0,20 – для быстротвердеющих цементов;

0,25 – для нормальных цементов;

0,38 – для медленно твердеющих цементов.

Допускается определять значение модуля упругости  $E_{cm}(t)$  по формуле:

$$E_{cm}(t_0) = \left( \frac{f_{cm}(t_0)}{f_{cm}} \right)^{0,3} E_{cm}.$$

Если расчеты не требуют высокой точности вычислений, значение эффективного модуля упругости допускается определять по значению коэффициента  $\Phi(\infty, t_0)$ :

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}(t_0)}{1 + \Phi(\infty, t_0)}. \quad (4.37)$$

#### 4.5. Диаграммы деформирования бетона при нелинейных расчетах конструкций

##### 4.5.1. Нормативные и расчетные диаграммы деформирования бетона при сжатии

В общем случае в качестве нормативной диаграммы деформирования бетона при расчете бетонных и железобетонных конструкций принято рассматривать полную идеализированную диаграмму с нисходящей ветвью, для которой значения напряжений в пиковой точке принимают равными нормативному сопротивлению бетона ( $f'_c = f_{ck}$ ) соответствующего класса по прочности при осевом сжатии. Параметрические точки диаграммы деформирования ( $\varepsilon_{c1}$ ,  $\varepsilon_{cu1}$ ) определяют либо по расчетным зависимостям как функцию от нормативного сопротивления, либо принимают по табл. 4.3, содержащейся в нормах [1, 6], в зависимости от класса бетона по прочности.

Переход от нормативной к расчетной диаграмме деформирования, используемой в расчетах прочности сечений, производят путем замены нормативных сопротивлений расчетными, определяемыми по формуле:

$$\alpha f_{cd} = \frac{\alpha f_{ck}}{\gamma_c}, \quad (4.38)$$

где  $\alpha$  – коэффициент, учитывающий длительное действие нагрузки, неблагоприятный способ ее приложения и принимаемый равным:

- для тяжелого и мелкозернистого бетонов классов по прочности при сжатии не более  $C^{50/60}$ , в том числе и напрягающего – 0,85;
- для высокопрочных бетонов классов по прочности при сжатии  $C^{70/85}$  и выше – 0,80;
- для легкого бетона – 0,75.

В последней версии единых европейских норм [6] рекомендуется принимать для бетонов, имеющих  $f_{ck} \leq 50$  МПа, значение  $\alpha = 1$ , а при  $50 < f_{ck} \leq 90$  МПа рассчитывать по формуле:

$$\alpha = 1,0 - \left( \frac{f_{ck} - 50}{200} \right). \quad (4.39)$$

Для высокопрочных бетонов (классов более  $C^{50}/_{60}$  и выше) расчетное сопротивление  $f_{cd}$  следует умножить на дополнительный поправочный коэффициент  $\lambda$ , учитывающий хрупкий характер разрушения и определяемый по формуле:

$$\lambda = \frac{0,78}{\beta}, \quad (4.40)$$

где значения коэффициента  $\beta$  следует принимать по табл. 4.9.

При расчете конструкций в переходных (временных) расчетных ситуациях нормы [1] допускают принимать  $\alpha = 1$ .

**Таблица 4.9.**

Значения коэффициента  $\beta$

Класс бетона	$C^{70}/_{85}$	$C^{80}/_{95}$	$C^{90}/_{105}$
$\beta$	0,82	0,84	0,86

Значения параметрических точек расчетной диаграммы ( $\epsilon_{cl}$ ,  $\epsilon_{cul}$ ) принимают по табл. 4.3 без корректировки.

Безусловно, что такой подход содержит определенные допущения и является идеализацией реальной диаграммы деформирования.

Нормы [1, 6] рекомендуют использовать полную идеализованную диаграмму деформирования с нисходящей ветвью (см. рис. 4.12, 4.17а) при выполнении нелинейных расчетов конструкций, например, при учете геометрической нелинейности (эффектов второго рода). Этот вид расчетов будет рассмотрен в главе 6. В этом случае в описании диаграммы деформирования используют среднюю прочность бетона  $f_{cm}$  и его модуль упругости  $E_{cm}$ . Для бетонов классов по прочности при сжатии до  $C^{50}/_{60}$  включительно значение относительной деформации  $\epsilon_{cl}$  принимают по табл. 4.3.

Отдельного комментария требует применение нелинейных численных расчетов конструкций в методе предельных состояний.

При нелинейных расчетах конструкций нет разделения между этапом определения внутренних усилий от расчетных нагрузок и этапом расчета сечения при расчетных характеристиках материалов. Для сложных, статически неопределимых конструкций, разделяемых в процессе дискретизации на большое число отдельных элементов любая попытка изменения или корректировки расчетных характеристик диаграммы деформирования материалов для сечения или даже фрагмента конструкции перед расчетом прочности (несущей способности) не имеет смысла. При выполнении расчетов невозможно предвидеть заранее, какая модификация свойств материала, и в каком элементе (сечении) даст наиболее неблагоприятную конфигурацию. Поэтому при применении нелинейных методов расчетов является обоснованным использование средних (т.е. действительных, не имеющих вероятностного характера) прочностных и деформативных характеристик материалов. Итерационным расчетом при монотонно возрастающей нагрузке (или деформации) определяют несущую способность (прочность) конструкции при средних значениях прочностных и деформационных характеристиках материалов. По окончании расчетов эта несущая способность (прочность) может быть уменьшена (снижена) при использовании частного коэффициента безопасности, учитывающего неблагоприятные отклонения в характеристиках материалов. Одновременно, к определенной таким образом прочности (несущей способности) можно непосредственно применить коэффициент безопасности, связанный со стохастическим характером внешних нагрузок.

Очевидно, использование двух отдельных коэффициентов, относящихся к одной и той же величине, на том же этапе расчета, не имеет смысла. Одним из возможных путей решения задачи может быть линеаризационная процедура, когда к полученным результатам применяют **глобальный коэффициент безопасности**. В этом случае расчетное условие метода предельных состояний записывают в виде:

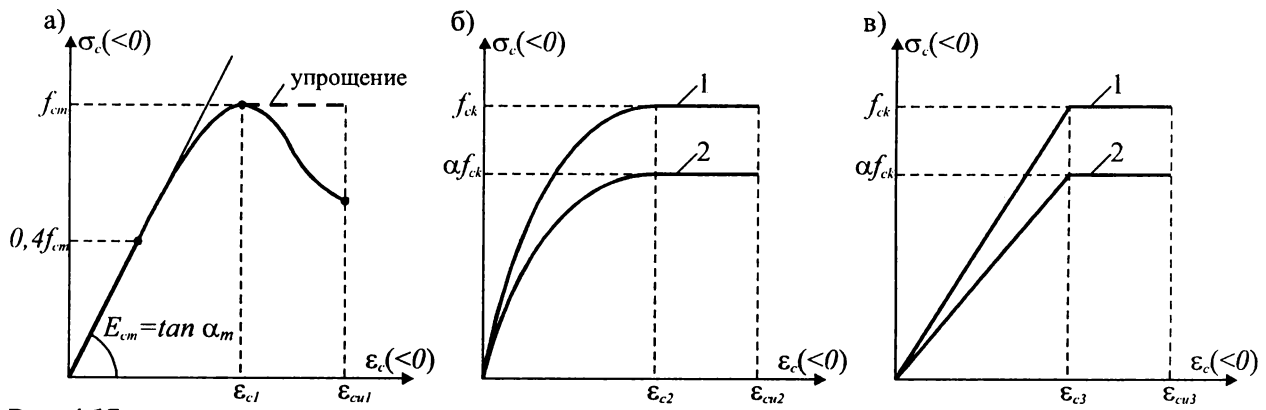
$$S_d \leq \frac{R_d}{\gamma_{SR}} (f_{cm}, f_{yR}, f_{PR}), \quad (4.41)$$

где  $\gamma_{SR}$  – глобальный коэффициент безопасности, принимаемый, например, равным 1,3 согласно [1];

$f_{yR} = 1,1 f_{yk}$  – для ненапрягаемой арматуры;

$f_{PR} = 1,0 f_{pk}$  – для напрягаемой арматуры.

Аналогичный подход может быть принят при проверке конструкций при аттестационных испытаниях, либо при обработке результатов опытов, но в этом случае  $\gamma_{SR} = 1,0$ .



**Рис. 4.17.**

Идеализированные диаграммы деформирования бетона

- а) полная идеализированная диаграмма для расчета конструкций;  
 б) упрощенная линейно-параболическая диаграмма для расчета сечений;  
 в) упрощенная билинейная диаграмма для расчета сечений;  
 1 – нормативная; 2 – расчетная.

При расчете элементов по прочности при действии продольных сил и изгибающих моментов, действующих в плоскости симметрии сечения, полные расчетные диаграммы деформирования используют крайне редко. Это обусловлено двумя обстоятельствами: а) существенным усложнением математических вычислений в процессе расчета; б) незначительным увеличением точности конечного результата. Поэтому при расчетах элементов, имеющих сечение простой геометрической формы, при усилиях, действующих в плоскости симметрии, используют упрощенные расчетные диаграммы деформирования для бетона:

- линейно-параболическую с горизонтальным участком (рис. 4.17б);
- билинейную, состоящую из двух линейных участков (рис. 4.17в);
- прямоугольный блок (жесткопластическая модель для бетона).

При использовании линейно-параболической диаграммы (рис. 4.17б) зависимость, связывающая напряжения и деформации на восходящей ветви при  $0 \leq |\epsilon_c| \leq |\epsilon_{c2}|$  имеет вид:

$$\sigma_c = \alpha f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (4.42a)$$

а при  $|\epsilon_{c2}| \leq |\epsilon_c| \leq |\epsilon_{c2u}|$

$$\sigma_c = \alpha f_{cd} \quad (4.42б)$$

В формулах (4.42а) и (4.42б):

$\epsilon_{c2}$  – относительные деформации бетона, соответствующие расчетным сопротивлениям (табл. 4.3);

$\epsilon_{c2u}$  – расчетные предельные относительные деформации бетона (табл. 4.3);

$n$  – показатель степени (табл. 4.3).

Численные значения показателей степени  $n$  в табл. 4.3 для бетонов классов по прочности более  $C^{50}/60$  рассчитаны согласно [1, 6] по формуле:

$$n = 1,4 + 23,4 \left[ \frac{90 - f_{ck}}{100} \right]^4 \quad (4.43)$$

Как видно из данных, представленных в табл. 4.3, для высокопрочных бетонов показатель степени  $n$  убывает с возрастанием класса бетона по прочности при сжатии от 2,0 до 1,6. Тем самым для высокопрочных бетонов учитывается увеличение участка упругого деформирования на восходящей ветви диаграммы.

При расчете конструкций из легких бетонов ( $\rho \geq 1000 \text{ кг/м}^3$ ) значения относительных деформаций в параметрических точках диаграмм деформирования (рис. 4.17) принимают по табл. 4.3. При этом коэффициент  $\alpha$ , учитываемый при определении расчетных сопротивлений для легких бетонов, следует принимать:

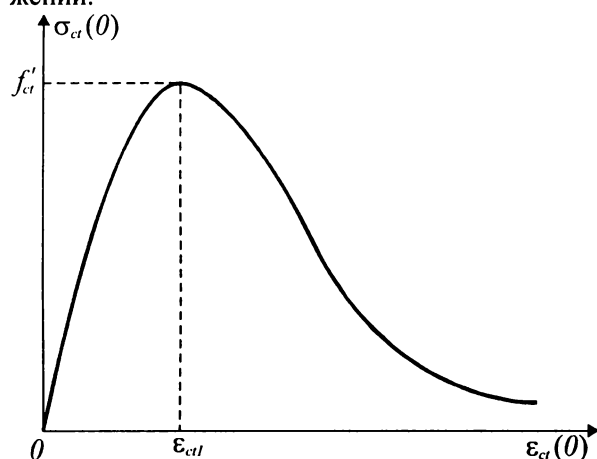
$\alpha = 0,75$  – для линейно-параболической диаграммы деформирования (рис. 4.17б);

$\alpha = 0,80$  – для билинейной диаграммы деформирования (рис. 4.17в).



#### 4.5.2. Диаграммы деформирования бетона при осевом растяжении

Несмотря на обширные исследования, диаграммы деформирования бетона при осевом растяжении не включены ни в один нормативный документ по расчету железобетонных конструкций. Поэтому расчетные методы, принятые в нормативных документах, основаны на допущении о том, что сопротивление бетона, располагаемого в растянутой зоне сечения, не учитывается в расчетных уравнениях. Некоторые расчетные модели используют единую кривую для описания зависимости между напряжениями и относительными деформациями бетона, как при сжатии, так и при растяжении.



**Рис. 4.18.** Диаграмма деформирования бетона при осевом растяжении

Несмотря на то, что вид кривой, описывающей диаграмму деформирования бетона при растяжении (см. рис. 4.18), напоминает диаграмму деформирования бетона при сжатии, однако существенные различия наблюдаются как в описании нисходящей ветви, так и в зависимостях, по которым рассчитываются значения относительных деформаций в параметрических точках.

Как следует из результатов исследований, рассмотренных в монографии [34], для описания диаграммы деформирования при осевом растяжении может быть предложена следующая зависимость, хорошо согласующаяся с опытными данными в широком диапазоне прочностей бетона:

– на восходящей ветви при  $\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ct1}} \leq 1,0$ :

$$\frac{\sigma_{ct}}{f'_{ct}} = 1,2 \left( \frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ct1}} \right) - 0,2 \left( \frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ct1}} \right)^6; \quad (4.43a)$$

– на нисходящей ветви при  $\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ct1}} > 1,0$ :

$$\frac{\sigma_{ct}}{f'_{ct}} = \frac{\left( \frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ct1}} \right)}{\alpha_{ct} \left[ \left( \frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ct1}} \right) - 1 \right]^{1,7} + \left( \frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ct1}} \right)}. \quad (4.43b)$$

В формулах (4.43a) и (4.43б):

$\varepsilon_{ct1}$  – относительная деформация, соответствующая пиковой точке диаграммы деформирования (рис. 4.18), рассчитываемая по формуле:

$$\varepsilon_{ct1} = (44 f'_{ct}) \cdot 10^{-6}; \quad (4.44)$$

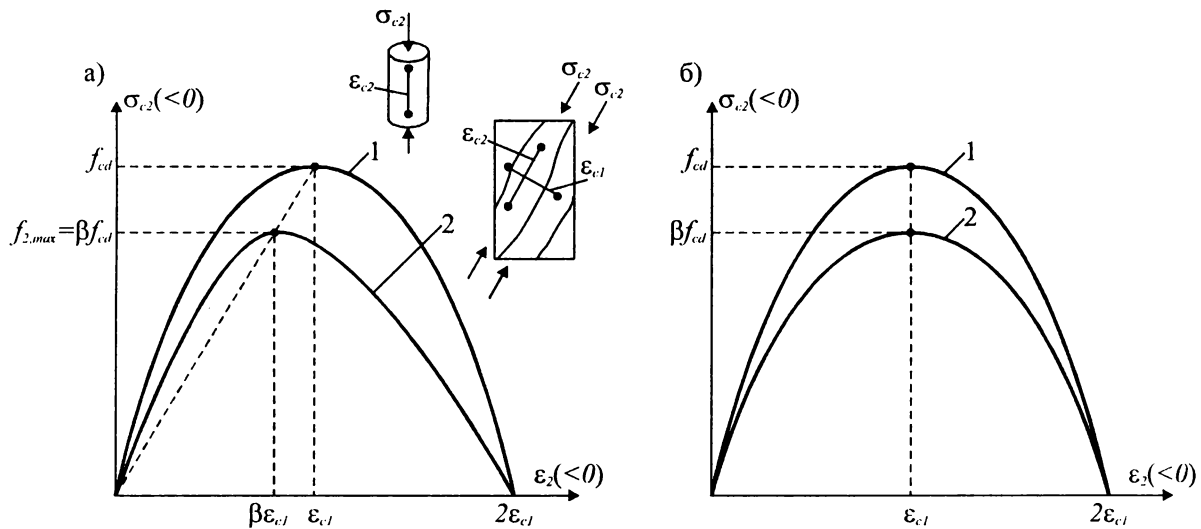
$\alpha_{ct}$  – корректирующий коэффициент, учитывающий влияние прочности бетона на растяжение, который определяется по формуле:

$$\alpha_{ct} = 0,312 (f'_{ct})^2; \quad (4.45)$$

$f'_{ct}$  – прочность бетона на растяжение, принимаемая равной  $f_{ctk,005}$  по табл. 4.3.

#### 4.5.3. Трансформированные диаграммы деформирования бетона для расчета элементов с диагональными трещинами (плоское напряженное состояние «сжатие–растяжение»)

В общем методе расчета железобетонных конструкций на срез, принятом в нормах [1, 6], одновременно с условиями равновесия и совместности деформаций применяют зависимости, связывающие напряжения и относительные деформации для бетона, пронизанного диагональными трещинами. Учитывается, что в зоне совместного действия изгибающих моментов, продольных и поперечных сил стенка железобетонного элемента находится в условиях плоского напряженно-деформированного состояния («сжатие–растяжение»). При этом после образования диагональных трещин, главные растягивающие деформации (действующие «поперек» трещин) способствуют



**Рис. 4.19.**

Трансформированные диаграммы деформирования, связывающие главные сжимающие напряжения и относительные деформации для элемента с диагональными трещинами

1 – базовая диаграмма для осевого кратковременного сжатия;

2 – трансформированная диаграмма для плоского напряженно-деформированного состояния.

снижению прочности на сжатие бетона, заключенного между трещинами. Этот эффект, наблюдающийся в бетоне сжатой диагональной полосы, назван в международной практике эффектом разупрочнения бетона (англ. *softening effect*). Подробно методика получения диаграмм деформирования бетона в условиях плоского напряженного состояния представлена в монографии [32].

В соответствии с требованиями норм [17] аналитическое описание трансформированной диаграммы деформирования сжатого бетона (рис. 4.19), заключенного между диагональными трещинами, имеет вид:

$$\sigma_{c2} = f_{2,max} \left[ \left( \frac{\varepsilon_2}{\beta \varepsilon_{c1}} \right) - \left( \frac{\varepsilon_2}{\beta \varepsilon_{c1}} \right)^2 \right], \quad (4.46)$$

где  $\varepsilon_2$  – средние значения главных относительных деформаций сжатия, действующих вдоль бетонной полосы, заключенной между диагональными трещинами;

$\beta$  – коэффициент разупрочнения бетона в плоском напряженном состоянии «растяжение–сжатие», определяемый по формуле (4.47);

$f_{2,max}$  – максимальные напряжения в пиковой точке трансформированной диаграммы деформирования, принимаемые равными  $\beta f_{cd}$ .

Значение коэффициента разупрочнения бетона  $\beta$  в общем случае допускается определять в зависимости от величины главных растягивающих относительных деформаций по формуле:

$$\beta = \frac{1}{0,8 - 0,34 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{c1}}}, \quad (\varepsilon_{c1} < 0), \quad (4.47)$$

где  $\varepsilon_1$  – средние значения главных относительных деформаций растяжения, действующих в направлении «поперек» сжатой полосы между диагональными трещинами.

Нормы [17] допускают также применять упрощенную трансформированную диаграмму деформирования (рис. 4.19б), в которой корректировке подвергают только максимальные напряжения в пиковой точке:

$$\sigma_{c2} = f_{2,max} \left[ \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{c1}} \right) - \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 \right]. \quad (4.48)$$

При этом при описании параметрических точек упрощенной трансформированной диаграммы деформирования коэффициент разупрочнения  $\beta$  допускается определять при  $\varepsilon_{c1} = -2 \text{ ‰}$  по формуле:

$$\beta = \frac{1}{0,8 + 170\varepsilon_1}. \quad (4.49)$$

При расчете по методу предельных усилий (например, модель ферменной аналогии) максимальные напряжения, воспринимаемые сжатым бетоном в условиях плоского напряженно-деформированного состояния (с учетом эффекта разупрочнения) могут быть определены по эмпирической формуле:

$$\sigma_{Rd,max} = \nu f_{cd}, \quad (4.50)$$

где  $\nu$  – коэффициент разупрочнения, аналогичный по своей сути коэффициенту  $\beta$ , принимаемый равным:

– для тяжелых и мелкозернистых бетонов  $\nu = 0,6[1 - f_{ck}/250]$ ;

– для легких бетонов ( $\rho \geq 1500$  кг/м<sup>3</sup>)  $\nu = 0,5\eta_1[1 - f_{ck}/250]$  при

$$\eta_1 = 0,4 + 0,6\left(\frac{\rho}{2200}\right).$$

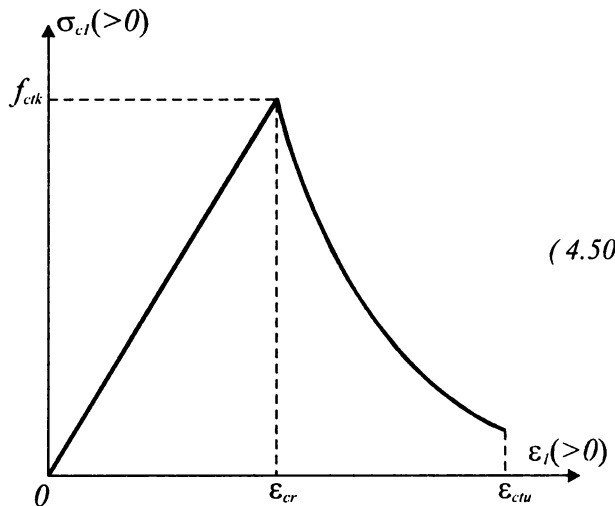


Рис. 4.20.

Диаграмма, связывающая средние главные растягивающие напряжения и относительных деформации в направлении «поперек» трещины

Зависимость, связывающую средние значения главных растягивающих напряжений  $\sigma_1$  и средние значения главных относительных деформаций растяжения  $\varepsilon_1$  (рис. 4.20), принимают в виде:

$$\sigma_{c1} = \varepsilon_1 \cdot E_{cm} \text{ при } \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{cr}; \quad (4.51)$$

$$\sigma_{c1} = \frac{\beta_1 \cdot \beta_2 \cdot f_{ctk}}{1 + \sqrt{500\varepsilon_1}} \text{ при } \varepsilon_1 > \varepsilon_{cr}; \quad (4.52)$$

где  $f_{ctk}$  – нормативное сопротивление бетона осевому растяжению;

$\varepsilon_{cr}$  – относительные деформации, соответствующие нормативному сопротивлению бетона, которые допускается принимать равными  $\varepsilon_{cr} = f_{ctm} / E_{cm}$ ;

$\beta_1, \beta_2$  – коэффициенты, определяемые в соответствии с указаниями главы 9.

#### 4.6. Бетоны нового поколения

Прогресс в получении новых видов бетонов долгое время отождествляли, главным образом, с их более высокой прочностью на сжатие. Термин «бетон высокой прочности» (или «высокопрочный бетон») ранее использовался по отношению к бетонам классов В30..В50, соответствующих в современных нормах [1, 6, 11, 14, 19] классам  $C^{25}/_{30}$ .. $C^{40}/_{50}$  и характеризующих бетоны т.н. нормальной прочности. В настоящее время практически во всех европейских нормах прочность бетона на сжатие по-прежнему остается основной классификационной характеристикой. Вместе с тем, американские нормы (ACI-319) отказались от назначения параметрического ряда классов бетона по прочности на сжатие. При этом все больше внимания помимо прочности уделяется и другим важным конструктивно-технологическим характеристикам свойств бетонов (показателям долговечности, удобоукладываемости, плотности и т.д.).

Выражением нового взгляда на свойства бетонов является изменение терминологии (англ. *High-Strength Concrete – HSC*) повсеместно в технической литературе начали применять термин «высококачественный бетон (англ. *High-Performance Concrete – HPC*), хотя достаточно часто используют комбинированное сокращение *HSC/HPC*\*. Дискуссия о правомерности применения одного либо другого термина, как и критерии, которым должны отвечать эти бетоны, продолжается специалистами до настоящего времени.

В соответствии с требованиями европейских норм [1, 6, 11, 14, 19] к высокопрочным бетонам относят бетоны, имеющие прочность на сжатие более  $f_{c,cube}^G = 60$  МПа ( $f_{ck} = 50$  МПа), приготовленные по традиционным технологиям на портландцементном вяжущем и качественных рядовых заполнителях.

\* В современной зарубежной научно-технической литературе зачастую применяют термин «бетон высокой функциональности»

Американские нормы [12] устанавливают нижний предел, соответствующий понятию высококачественных бетонов при  $f_{ck} = 55$  МПа.

В Японских нормах [18] установлено три группы бетонов, исходя из значения их нормативного сопротивления  $f_{ck}$ : обычные конструкционные бетоны (18..36 МПа), высокопрочные бетоны «1» (36..60 МПа), высокопрочные бетоны «2» (более 60 МПа). Канадские нормы [17] используют другую классификацию, согласно которой установлено пять классов высококачественных бетонов в зависимости от средней прочности на сжатие  $f_{cm}$  (см. табл. 4.10).

**Таблица 4.10.**

Классы высококачественных бетонов в зависимости от их средней прочности на сжатие согласно [17]

Средняя прочность $f_{cm}$ , МПа	50	75	100	125	150
Класс	I	II	III	IV	V

В последнее время высококачественные бетоны подвергли дальнейшему разделению на группы, среди которых выделяют т.н. **очень высококачественный бетон** (англ. *Very High-Performance Concrete – VHPC*) и ультравысококачественный бетон (англ. *Ultra High-Performance Concrete – UHPC*). Это материалы, получаемые, главным образом, в специальных условиях и применяемые на практике пока в небольших объемах.

Очень высококачественный бетон – это бетон, получаемый в условиях строительства из составляющих исключительно высокого качества, но по традиционным технологиям с использованием портландцементного вяжущего. Различные источники приводят разные граничные значения прочности таких бетонов на сжатие, однако в большинстве случаев к ним относят бетоны классов от C100 до C150.

Несмотря на достигнутую высокую прочность, высококачественный бетон по-прежнему остается искусственным камнем, показывающим относительно низкую прочность при растяжении. Кроме того, высококачественным бетонам свойственно хрупкое разрушение (практически полное отсутствие нисходящей ветви на диаграмме деформирования), что требует применения более высоких значений коэффициентов безопасности по материалу при расчетах железобетонных конструкций. Высококачественные бетоны имеют повышенные значения деформаций усадки (главным образом аутогенной) и ползучести.

Таким образом, основные направления работы по совершенствованию высококачественных бетонов связаны с повышением их прочности на растяжение и деформативности, т.е. исключения или снижения влияния факторов, приводящих к хрупкому разрушению структуры.

Ультравысококачественный бетон относится к последнему поколению материалов на основе портландцемента. Термин «*ультравысококачественный бетон*» был впервые использован американскими и французскими исследователями. Составы таких бетонов существенно отличаются от традиционных и, как правило, данный материал невозможно получить без применения дисперсного армирования структуры. Условно принято, что UHPC – это бетоны, показывающие прочность при сжатии более 150 МПа. Очевидно, что эта группа бетонов в дальнейшем подвергнется еще более детальной классификации по мере развития их технологий, т.к. в различных вариантах производства существенно отличаются как составы, так и способы их получения.

Сейчас в публикациях, посвященных UHPC, выделяют три группы таких материалов:

1. Бетоны, получаемые с использованием реакционно-способных порошкообразных добавок высокой дисперсности (согласно термина, введенного специалистами французского концерна *Bouygues – «Béton de Poudres Réactive»*). В базовом варианте без применения дисперсного армирования такие бетоны способны показывать прочность при сжатии до 300 МПа, тогда как при использовании дисперсного микроармирования стальными волокнами и применении автоклавной обработки – до 810 МПа.
2. Уплотненный армоцементный композит (*CRC – Compact Reinforced Composite*), известный под коммерческим названием *COMPRESIT*, получен скандинавскими исследователями (фирма *Alborg Portland*, Дания). Сущность получения этого материала заключена в применении большого содержания стальных микроволокон (от 5 до 15 % объема структуры), мелкозернистых высококачественных заполнителей, дополнительных технологических операций.
3. Композит *SIFCON* – соединение концепции армоцемента и микродисперсного армирования (англ. *Slurry Infiltrated Fibred Concrete*). В разработанном решении основа, представляющая собой каркас из арматурных стальных сеток, заполняется стальными микроволокнами, а затем под давлением нагнетается мелкозернистый бетон. Вариантом этой концепции является композит *SIMCON* (англ. *Slurry Infiltrate Mat Concrete*), в котором вместо сеток используют маты из стальных микроволокон, произвольно ориентированных в пространстве.

Несколько более подробно остановимся на влиянии микроармирования структуры на прочность бетонов при растяжении и его деформативность (повышение пластических свойств). Рассмотрим схематическую диаграмму деформирования для бетона при растяжении (см. рис. 4.21) и кратко охарактеризуем вклад различных видов армирования в сопротивление бетона при данном напряженно-деформированном состоянии.

Традиционное армирование стальными стержнями, имеющими относительно большой диаметр и расположенных на значительных расстояниях (по отношению к масштабу микротрещинообразования структуры), практически не влияет на появление и развитие микротрещин в структуре и, поэтому, не повышает прочности при растяжении. Однако наличие арматуры полезно в фазе 4 (рис. 4.21), когда необходимо ограничить развитие и ширину раскрытия трещин.

Традиционное армирование стальной фиброй, содержащейся в количестве до 1 % от объема структуры бетона и имеющей диаметр около 1 мм, длину 20..30 мм, усиливает материалы главным образом в фазе 3, препятствуя развитию микротрещин и их переходу в глобальные трещины. Стальные микроволокна, имеющие диаметр 15 мкм, длину до 6 мм (при содержании в структуре от 5 до 15 % ее объема), случайным образом ориентированные в пространстве, располагаются на малых расстояниях и усиливают структуру бетона практически от самого начала нагружения, эффективно сопротивляясь развитию микротрещин в фазе 2.

Все перечисленные бетоны нового поколения имеют общие отличительные признаки, к которым можно отнести:

- низкое водовязущее отношение, т.е. отношение количества воды затворения к сумме цемента и активной микродобавке;
- большое содержание микрокремнезема (silica fume) или других высокодисперсных активных микродобавок;
- ограничение крупности заполнителя; как правило используются мелкозернистые бетоны, где в качестве заполнителя применяют высококачественные пески;
- большое содержание высококачественных пластифицирующих добавок.

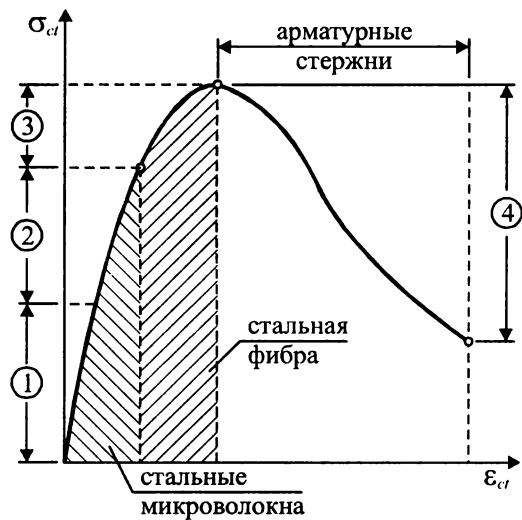
Сравнение основных свойств традиционных и высококачественных бетонов представлено в табл. 4.11.

Кроме перечисленных выше в настоящее время интенсивно развиваются технологии получения т.н. самоуплотняющихся высокопрочных бетонов (англ. Self-Compacting HSC), основным классификационным признаком которых является исходная подвижность бетонной смеси, а не показатель прочности. Такие бетоны характеризуются стандартным распылом не менее 500..700 мм, что позволяет укладывать их в конструкции сложной формы, насыщенные арматурой, без вибрационного уплотнения. При относительно малом содержании заполнителя и большом содержании цемента (до 600 кг/м<sup>3</sup>) эффект подвижности достигается при применении очень качественных пластификаторов в комплексе с другими добавками, уменьшающими сегрегацию бетонной смеси, тепловыделение при гидратации портландцемента.

**Таблица 4.11.**

Сравнение некоторых свойств традиционных бетонов и бетонов нового поколения [35]

	Обычный бетон	Высококачественный бетон (НПС)	Ультравысококачественный бетон (УНПС)
	1	2	3
Прочность на сжатие (МПа)	< 50	≈ 100	≈ 200
Модуль упругости (ГПа) в зависимости от вида заполнителей	25..35	40..50	50..80
Водовязущее отношение	≥ 0,40	≈ 0,30	< 0,20

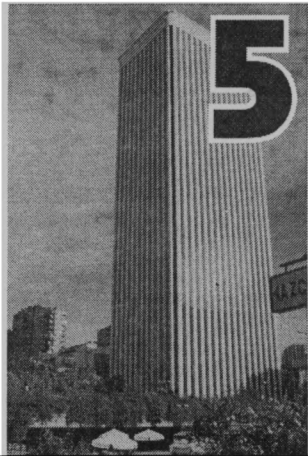


**Рис. 4.21.**

Иллюстрация влияния различных видов армирования на сопротивление растяжению бетона [35]

Окончание таблицы 4.11.

1	2	3	4
Химическая добавка	Необязательна	Пластификатор или суперпластификатор	Суперпластификатор высокого качества
Высокодисперсная минеральная добавка	Необязательна	Микрокремнезем (silica fume), зола-унос	Микрокремнезем, микронаполнители
Дисперсное армирование	Полезно, но обязательно	Полезно	Необходимо
Уход	Традиционный	Традиционный	Тепловая обработка при повышенном давлении
Коэффициент истираемости	4,0	2,8	1,3
Глубина карбонизации (мм)	10	2	0
Диффузия хлор-ионов [ $\times 10^{-12}$ м <sup>2</sup> /с]	1,1	0,6	0,02



# АРМАТУРА ДЛЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

## 5.1. Требования, предъявляемые к арматуре

Под арматурой\* традиционно понимают гибкие стальные стержни, размещаемые в массе бетона таким образом, чтобы они эффективно воспринимали растягивающие усилия, вызванные внешними нагрузками и воздействиями. Кроме того, в некоторых случаях арматура может быть установлена для усиления сжатой зоны бетона в изгибаемых и внецентренно нагруженных элементах, либо в условно центрально сжатых элементах.

Гибкую арматуру в железобетонных конструкциях применяют в виде отдельных стальных стержней, проволоки или выполненных из них разнообразных арматурных изделий (сварные сетки, каркасы, канаты, пучки, пакеты и т.д.).

Необходимое количество рабочей арматуры, размещаемой в конструкции, определяется расчетом характерных сечений на действие усилий, вызванных нагрузками и воздействиями или устанавливается по конструктивным требованиям.

К арматуре, применяемой в железобетонных и предварительно напряженных конструкциях, предъявляют следующие требования:

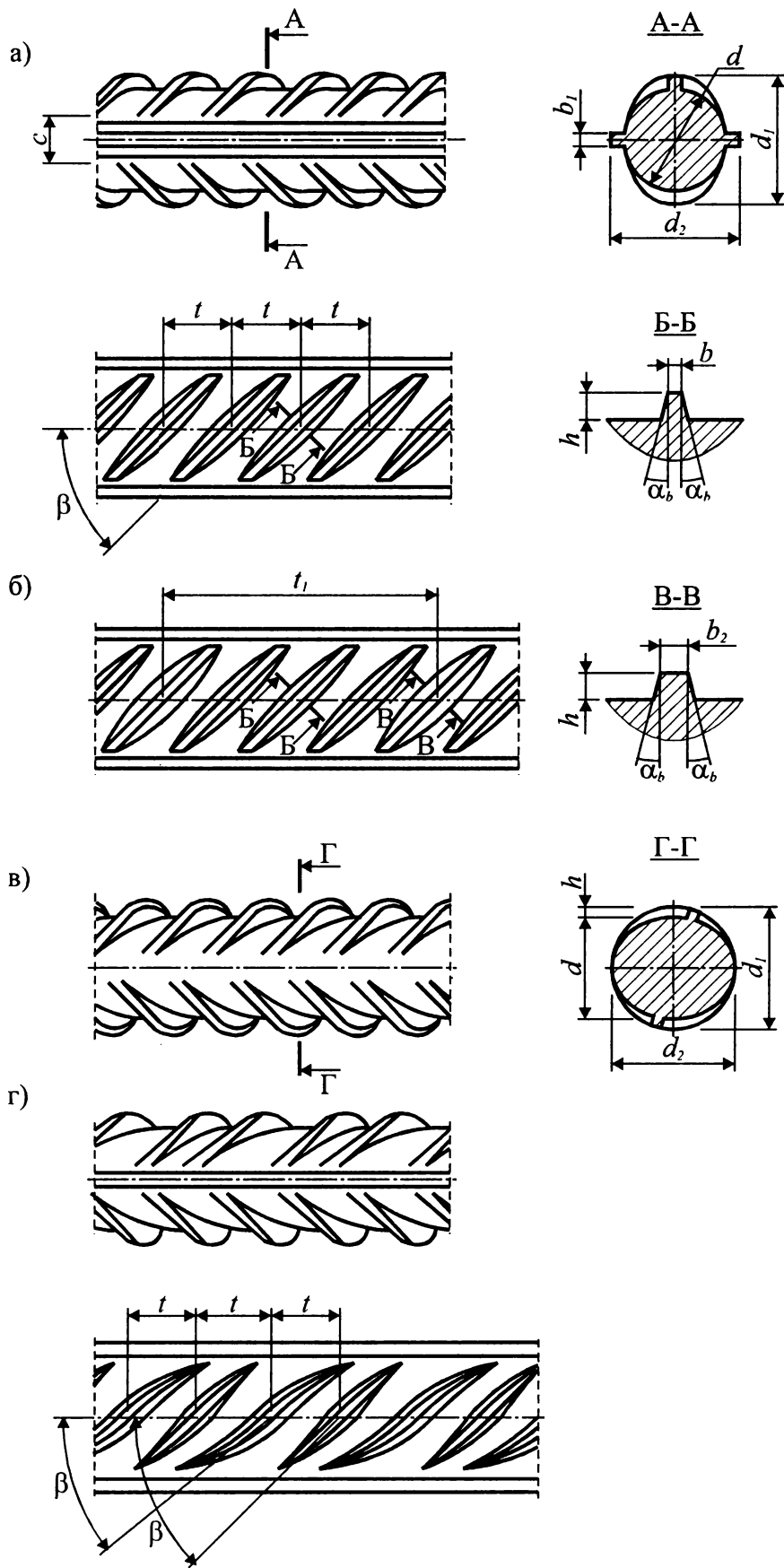
- максимально высокое нормативное сопротивление (физический или условный предел текучести), напрямую характеризующее экономические показатели данного вида стали;
- хорошие упругие свойства (высокие значения характеристики предела упругости и пропорциональности), что важно для снижения потерь предварительного напряжения от релаксации и ползучести стали;
- высокие пластические свойства, характеризующиеся величиной удлинения при разрыве, что гарантирует конструкцию от преждевременного хрупкого разрушения по растянутой арматуре;
- высокая вязкость, характеризующая наибольшим практически необходимым числом безопасных перегибов, что позволяет избежать снижения прочностных характеристик арматуры в процессе изготовления конструкции;
- способность арматуры к наилучшему сцеплению с бетоном, для чего поверхности арматуры придают соответствующее очертание и профиль (рис. 5.1).

Кроме того, арматурные стали должны обладать:

- свариваемостью, характеризующейся образованием надежных соединений без трещин и других пороков металла в швах и прилегающих зонах;
- стойкостью против хладноломкости или склонностью к хрупкому разрушению под напряжением при отрицательных температурах (ниже минус  $30^{\circ}\text{C}$ );
- пределом выносливости, т.е. прочностью, при которой не наблюдается хрупкого разрушения стали при действии многократно повторяющейся нагрузки (при числе циклов  $n = 1 \cdot 10^5$ );
- реологическими свойствами, к которым относят ползучесть и релаксацию стали.

Под **ползучестью** арматурной стали понимают, как и для бетона, рост деформаций во времени при постоянном уровне напряжений. Ползучесть стали увеличивается с ростом уровня растягивающих напряжений и температуры.

\* От латинского *armature* – вооружение



**Рис. 5.1.** Основные геометрические размеры периодического серповидного профиля арматуры согласно [5]

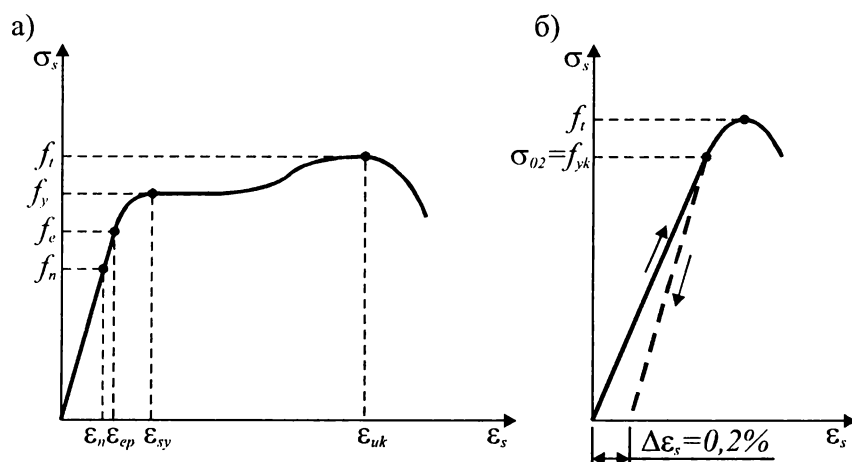


**Таблица 5.1.**

Основные геометрические размеры периодического профиля арматуры согласно [5]

Номер профиля	Площадь поперечного сечения стержня, мм <sup>2</sup>	Масса 1 м профиля		d, мм	h, мм не менее	d <sub>1</sub> , мм		t*, мм	b, мм	b <sub>1</sub> , мм	c, мм не более	b <sub>2</sub> , мм
		теор., кг	пред. откл., %			ном.	пред. откл.					
6	23,3	0,222	+8,0	5,8	0,4	7,0	+0,8	5	0,6	1,0	1,9	–
8	50,3	0,395		7,7	0,6	9,3	-1,0	6	0,8	1,25	2,5	4
10	78,5	0,617	+5,0	9,5	0,8	11,5	+0,9 -1,6	7	1,0	1,5	3,1	4
12	113,1	0,888		11,3	1,0	13,7		8	1,2	2,0	3,8	4
14	154,0	1,210		13,3	1,1	15,9	9	1,4	2,0	4,4	4	
16	201,0	1,580		15,2	1,2	18,0	10	1,6	2,0	5,0	5	
18	254,0	2,000	+4,0	17,1	1,3	20,1	+1,2 -1,8	11	1,8	2,0	5,6	5
20	314,0	2,470		19,1	1,4	22,3		12	2,0	2,0	6,3	5
22	380,0	2,980		21,1	1,5	24,5	14	2,2	2,0	6,9	5	
25	491,0	3,850		24,1	1,6	27,7	15	2,5	2,0	7,9	5	
28	616,0	4,830	+1,7 -2,5	27,0	1,8	31,0	17	2,8	2,5	8,8	5	
32	804,0	6,310		30,7	2,0	35,1	18	3,2	3,0	10,0	6	
36	1018,0	7,790		34,5	2,3	39,5	19	3,6	3,0	11,3	6	
40	1257,0	8,870		38,4	2,5	43,8	20	4,0	3,0	12,5	6	

\*Предельные отклонения размера составляют +15 %



**Рис. 5.2.**

Схематические зависимости « $\sigma_s$ – $\epsilon_s$ » для арматуры с физическим (а) и условным (б) пределом текучести

Под **релаксацией** арматурной стали понимают снижение во времени начального уровня напряжений при постоянной величине деформации. Ползучесть и релаксация связаны со структурными изменениями материала, происходящими под действием напряжений и окружающей среды. В общем случае реологические явления зависят от прочности и химического состава стали, технологии изготовления, температуры, геометрии поверхности, уровня напряжений и условий применения. Явления релаксации и ползучести стали описывают с использованием эмпирических зависимостей, полученных на основании опытов.

## 5.2. Механические свойства арматурных сталей

Механические свойства (прочностные и деформативные) арматурных сталей устанавливают по диаграммам деформирования («напряжения–деформации»), полученным при испытании прямым растяжением опытных образцов, вырезаемых непосредственно из арматурного стержня.

В зависимости от механических свойств арматурные стали традиционно принято разделять на две группы: так называемые «мягкие» стали, имеющие физический предел текучести (рис. 5.2а), и «твердые» стали, не имеющие физического предела текучести (рис. 5.2б).

Для «твердых» сталей, для которых наблюдается постепенный, плавный переход в пластическую стадию и на кривой « $\sigma_s$ – $\epsilon_s$ » (рис. 5.2б) отсутствует ярко выраженная площадка текучести, вводят понятие условного предела текучести.

Тогда, для «мягких» сталей напряжение  $f_{yk}$ , при котором деформации развиваются без заметного прироста нагрузки, называют **физическим пределом текучести**, а напряжение  $f_t$ , предшествующее разрыву – носит название **временного сопротивления** арматуры.

Для высокопрочных сталей устанавливают условный предел текучести  $\sigma_{0,2} = f_{yk}$  – напряжение, при котором остаточные деформации  $\Delta\epsilon_s$  составляют 0,2 % (рис. 5.2б).

Для арматурных сталей, имеющих физический предел текучести, рассматривают следующие относительные деформации, характеризующие основные этапы их работы под нагрузкой (рис. 5.2а):

- упругие деформации  $\epsilon_n$ , соответствующие напряжению  $f_n$ , определяемому как предел пропорциональности;
- упруго-пластические деформации  $\epsilon_{ep}$ , соответствующие напряжению  $f_e$ , определяемому как предел упругости;
- пластические деформации  $\epsilon_{sy}$ , соответствующие пределу текучести  $f_y$ ;
- деформации  $\epsilon_{su}$ , соответствующие временному сопротивлению арматуры  $f_t$ .

Для высокопрочных сталей установлен условный предел пропорциональности  $\sigma_{0,02} = f_n$ , соответствующий напряжению, при котором остаточное удлинение составляет 0,02 %, а также предел упругости, принимаемый равным  $f_e = 0,8f_y$ .

### 5.3. Классы арматуры, соответствующие им нормативные и расчетные сопротивления

#### 5.3.1. Арматура, применяемая для конструкций без предварительного напряжения

В соответствии с требованиями норм [1] в качестве ненапрягаемой арматуры железобетонных конструкций следует применять гладкую стержневую арматуру класса S240 и арматуру периодического профиля S400, S500. Основные размеры периодического профиля арматуры приведены на рис. 5.1.

По способу производства ненапрягаемая арматура может быть горячекатанной, термомеханически упрочненной и холоднодеформированной. Требования к механическим свойствам арматуры регламентируются соответствующими стандартами и технологическими условиями [5]. В отличие от СНиП 2.03.01–84\* [2] в нормах [1] изменено как обозначение классов, так и их количество. Уменьшение классов ненапрягаемой арматуры до двух соответствует общей тенденции, имеющей место в странах Европы и Америки (см. табл. 5.2).

Принятое условное обозначение класса арматуры является в достаточной степени информативным, так как в нем после буквенного обозначения (S) указана величина *нормативного сопротивления арматуры*, выраженная в МПа.

Для арматурных сталей, применяемых в железобетонных конструкциях, установлены следующие прочностные характеристики:

- а) мгновенная прочность на растяжение или *временное сопротивление* при разрыве  $f_t$ , определяемое непосредственно при испытании образцов, отобранных из партии арматурных стержней, и рассчитываемое по формуле:

$$f_t = \frac{F_n}{A_{sn}}, \quad (5.1)$$

где  $F_n$  – усилие, регистрируемое при разрыве стержня в испытательной машине;  
 $A_{sn}$  – номинальная площадь сечения стержня;

- б) *нормативное временное сопротивление*  $f_{tk}$ , определяемое по результатам испытания серии образцов (но не менее 15 штук) одного диаметра из одной марки стали с учетом статистической изменчивости с обеспеченностью не менее 0,95;  
 в) *нормативное сопротивление арматуры*  $f_{yk}$  ( $f_{02k}$ ) – наименьшее контролируемое значение физического или условного предела текучести; указанные контролируемые характеристики гарантируются заводами-изготовителями с обеспеченностью не менее 0,95;  
 г) *расчетное сопротивление арматуры*  $f_{yd}$ , определяемое путем деления нормативных сопротивлений  $f_{yk}$  ( $f_{02k}$ ) на частный коэффициент безопасности по арматуре, принимаемый равным 1,1.

При расчете прочности железобетонных элементов по наклонным сечениям расчетные сопротивления поперечной арматуры (хомутов и отогнутых стержней)  $f_{ywd}$  снижают по сравнению с расчетным сопротивлением  $f_{yd}$  путем умножения на коэффициенты условий работы  $\gamma_{s1}$  и  $\gamma_{s2}$ :

- а)  $\gamma_{s1} = 0,8$  – для учета неравномерности распределения напряжений в арматуре по длине рассматриваемого расчетного наклонного сечения;  
 б)  $\gamma_{s2} = 0,9$  – для стержневой арматуры диаметром менее 1/3 диаметра продольных стержней в сварных каркасах для учета возможности хрупкого разрушения сварного соединения.

Характеристики ненапрягаемой арматуры, применяемой в железобетонных конструкциях, приведены в табл. 5.3.

Таблица 5.3.

Характеристики ненапрягаемой арматуры согласно [1]

Класс арматуры	Номинальный диаметр	Вид поверхности	$k=f_{tk}/f_{yk}$	Нормативное сопротивление $f_{yk}$ ( $f_{02k}$ ), Н/мм <sup>2</sup>	Расчетное сопротивление $f_{yd}$ ( $f_{02d}$ ), Н/мм <sup>2</sup>	Расчетное сопротивление поперечной арматуры $f_{ywd}$ , Н/мм <sup>2</sup>
S240	5,5–40	гладкая	1,08	240	218	174,4* 157
S400	6,0–40	периодич. профиля	1,05	400	365	290* 263
S500	3–40	гладкая и периодич. профиля	1,05	500	450	360* 324

\* Для случая применения в вязанных каркасах

Таблица 5.2.

Требования к механическим свойствам и химическому составу арматуры по стандартам различных стран

Страна	Стандарт	Класс арматуры; диаметр, мм	Механические свойства				Химический состав					
			$\sigma_{0,2}$ , МПа	$\sigma_u$ , МПа	$\sigma_u/\sigma_{0,2}$	$\delta_{10}(\delta_5)$ , %	C, %	Mn, %	Si, %	S, %	P, %	C экв, %
			не менее				не более					
США	ANSI A 706	415/550 8-40	415 (42)	550 (56)	1,32	10 (14)	0,3	1,5	0,5	0,045	0,035	0,55
Великобритания	BSI 4449	460/425 8-40	425- 460 (43-47)	490- 530 (50-54)	1,15	12 (14)	0,25	-	-	0,05	0,05	0,51
Япония	JIS G 3112	SD50 6-51	490 (50)	620 (63)	1,27	12 (14)	0,32	1,8	0,55	0,05	0,05	0,6
Финляндия	SFS 1215	A-500H 6-32	500	550	1,1	12	0,22	1,8	0,6	0,06	0,07	0,5
Германия	DIN 488	BST500 6-28	500	550	1,1	10	0,2	-	0,6	0,05	0,06	0,65
Стандарт ЕС	EN 10080	B500H 4-40	500	540	1,08	5	0,22	1,6	0,6	0,05	0,05	0,5
СНГ	ГОСТ 10884-94	Ат500С 6-40	500	600	1,2	14	0,32	0,5-1,5	0,65	0,045	0,045	0,4
	СТО АСЧМ 7-93 ТУ 14-1-5254-94	А500С 6-40	500	600 (550)	1,2 (1,1)	14	0,22 (0,24)	1,6 (1,7)	0,9 (0,95)	0,05 (0,055)	0,05 (0,055)	0,5 (0,52)
РБ	ТУ РБ 04778771-001-93	Ат500С 6-40	500	600		14	0,32	0,5-1,5	0,9	0,045	0,045	0,4

### 5.3.2. Арматура для предварительно напряженных конструкций

В качестве напрягаемой арматуры предварительно напряженных конструкций в соответствии с требованиями норм [1] следует применять стержни и канаты классов S800, S1200, S1400. По способу производства арматура может быть горячекатанной, термомеханически упрочненной и холоднодеформированной. Требования к механическим свойствам арматуры регламентируются соответствующими стандартами.

**Нормативное сопротивление высокопрочной напрягаемой арматуры  $f_{02k}$**  – это наименьшее контролируемое значение условного предела текучести, равного значению напряжения, соответствующего остаточному относительному удлинению 0,2 %. Указанная характеристика гарантируется заводом-изготовителем с обеспеченностью не менее 0,95.

**Расчетное сопротивление напрягаемой арматуры  $f_{02d}$**  определяют путем деления нормативного сопротивления  $f_{02k}$  на частный коэффициент безопасности по арматуре  $\gamma_s$ , принимаемый равным 1,2.

Характеристики напрягаемой арматуры, применяемой в предварительно напряженных конструкциях, представлены в табл. 5.4.

**Таблица 5.4.**

Характеристики напрягаемой арматуры согласно [1]

Класс арматуры	Номинальный диаметр	$k = f_{tk}/f_{yk}$	Нормативное сопротивление $f_{yk}(f_{02k})$ , Н/мм <sup>2</sup>	Расчетное сопротивление $f_{yd}(f_{02d})$ , Н/мм <sup>2</sup>
S800	10–32	1,1	800	665
S1200	6–32	1,1	1200	1000
S1400	3–15	1,1	1400	1165

### 5.4. Деформативные характеристики арматуры

Для ненапрягаемой арматуры, применяемой в железобетонных конструкциях, зависимость, связывающую напряжения и относительные деформации, в общем случае следует принимать при расчете железобетонных конструкций в виде диаграммы « $\sigma_s$ – $\epsilon_s$ », приведенной на рис. 5.3а. Для арматуры, имеющей физический предел текучести, зависимость « $\sigma_s$ – $\epsilon_s$ » допускается принимать с горизонтальным участком от относительных деформаций  $f_{yk}/(\gamma_s E_s)$  до  $\epsilon_{s,uk} = 10 \text{ ‰}$  (рис. 5.3б). Модуль упругости ненапрягаемой арматуры  $E_s$  в интервале температур от минус 30°C до плюс 200°C следует принимать равным 200 кН/мм<sup>2</sup>.

Зависимость, связывающая напряжения и относительные деформации, для напрягаемой арматуры предварительно напряженных конструкций следует принимать в соответствии с диаграммой, приведенной на рис. 5.3а. Модуль деформаций для горячекатанной, термически упрочненной и холоднодеформированной арматуры следует принимать равным 200 кН/мм<sup>2</sup>, а для арматурных канатов – 190 кН/мм<sup>2</sup>.

### 5.5. Совместная работа арматуры с бетоном

Основным фактором, обеспечивающим совместную работу арматуры и бетона в конструкции и позволяющим работать железобетону как единому монолитному телу, является надежное сцепление арматуры с бетоном. Снижение сцепления арматуры с бетоном приводит к чрезмерному раскрытию трещин, уменьшению жесткости и прочности конструкции.

Работая совместно с гибкими арматурными стержнями, бетон, кроме того, обеспечивает их защиту от коррозии и от действия высоких температур. Совместная работа бетона и арматуры в железобетонной конструкции становится возможной благодаря выполнению следующих условий:

- бетон и арматура имеют достаточно близкие значения коэффициента температурного расширения (см. главу 1);
- силы сцепления, возникающие по границе контакта между бетоном и арматурой обеспечивают выполнение условия равенства деформаций арматуры и бетона  $\epsilon_c = \epsilon_s$  при действии усилий от нагрузок.

Совместная работа арматуры и бетона обусловлена, кроме того, правильным определением необходимого количества арматуры, размещаемой в конструкции. Это означает, что должны соблюдаться требования по размещению арматурных стержней в сечении элемента и выдержан минимальный коэффициент армирования сечения, определяемый отношением площади арматуры ( $A_s$ ) к площади бетона ( $A_c$ ):

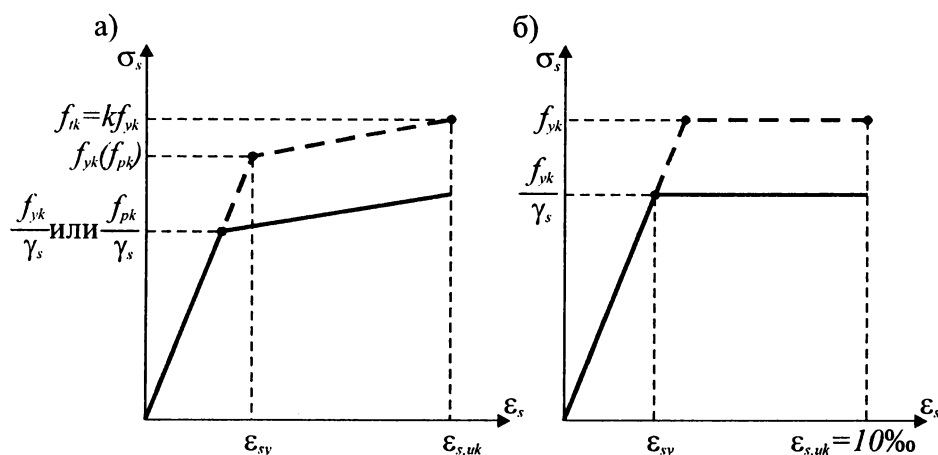


Рис. 5.3.

Расчетные диаграммы для арматуры « $\sigma_s - \epsilon_s$ »

а) для напрягаемой арматуры; б) для арматуры, имеющей физический предел текучести

$$\rho_l = \frac{A_s}{A_c} \geq \rho_{l,min} \quad (5.2)$$

Если условие (5.2) не выполняется, конструкцию следует рассматривать как бетонную.

Силы сцепления, приходящиеся на единицу поверхности арматуры, обуславливают напряжения сцепления арматуры с бетоном по длине элемента. Количественно сцепление оценивают величиной соответствующих сдвигающих напряжений.

Можно выделить следующие факторы, влияющие на величину напряжений сцепления арматурной стали и бетона:

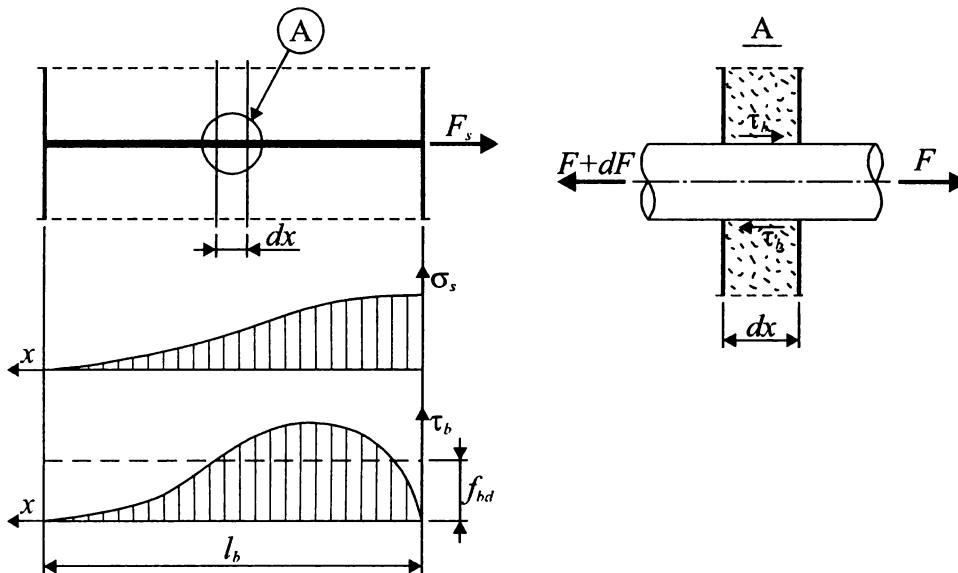
- трение арматуры о бетон, появляющееся в результате контракционной усадки бетона (см. главу 4). В результате этого явления по контакту между арматурным стержнем и окружающим его бетоном возникают сжимающие напряжения, повышающие силы сцепления за счет составляющей трения. Как следует из опытных данных, напряжения сцепления за счет трения могут составлять от 0,6 до 1,5 МПа;
- структурные и искусственно созданные неровности (шероховатость) на поверхности арматурного стержня, вызывающие механическое зацепление. В гладких стержнях шероховатость оценивается неровностями на микроскопическом уровне, а в стержнях периодического профиля – целенаправленно созданными для увеличения напряжений сцепления неровностями (выступы, рифления) макроскопического уровня;
- адгезия (склеивание) или взаимное притяжение между частицами на стыке двух контактирующих материалов;
- химические взаимодействия между сталью и бетоном.

Силы сцепления по контакту двух материалов зависят от целого ряда конструктивно-технологических факторов, в том числе от прочности бетона и технологических параметров бетонной смеси (количества цемента, водоцементного отношения, направления бетонирования, способа уплотнения, условий твердения и т.д.). Важную роль для обеспечения сцепления арматуры с бетоном играет вид и форма поверхности арматурного стержня: наибольшим сцеплением обладают круглые рифленые стержни, в то время как стержни, имеющие квадратную либо прямоугольную форму сечения, характеризуются меньшим сцеплением (в ряде случаев до 40 %). Так, стержни периодического профиля S500 имеют сцепление примерно на 50 % большее, чем гладкие стержни S240.

Существенное влияние на величину сцепления оказывает вид напряженного состояния по контакту арматурного стержня с бетоном. Сжимающие напряжения, вызванные внешними нагрузками и действующие в направлении, перпендикулярном к арматурному стержню, существенно повышают напряжения сцепления. Влияние на сцепление оказывает также направление действия усилия в арматурном стержне (так, усилия, вдавливающие стержень в бетон (продольное сжатие), являются большими, чем усилия, выдергивающие стержень из бетона).

Как показывают экспериментальные исследования, распределение напряжений сцепления по длине стержня не является равномерным. Это положение имеет важное значение при определении длины анкеровки арматурного стержня в конструкции.

Напряжения  $\tau_b$ , действующие по периметру забетонированного стержня, могут быть определены из уравнения равновесия сил, действующих на участке длиной  $dx$  (рис. 5.4) при выдергивании



**Рис. 5.4.**  
К определению длины анкеровки  $l_b$  арматурного стержня [40]

его растягивающим усилием  $F$ . Для бесконечно малого участка длиной  $dx$  можно записать условие равновесия в виде:

$$\tau_b \cdot u \cdot dx = dF. \quad (5.3)$$

Тогда

$$\tau_b = \frac{1}{u} \frac{dF}{dx}.$$

При известном законе распределения касательных напряжений по длине стержня усилие  $F$  можно определить:

$$F = u \int_0^{l_b} \tau_b \cdot dx. \quad (5.4)$$

Распределение касательных напряжений на концевом участке стержня  $l_b$  показано на рис. 5.4.

Усилие  $F$  вызывает появление растягивающих напряжений  $\sigma_s$  в стержне, имеющем площадь сечения  $A_s$  и касательных напряжений сцепления  $\tau_b$ , действующих по поверхности контакта арматурного стержня с бетоном. Нормальные напряжения  $\sigma_s$  уменьшаются до нуля на некоторой длине  $l_b$ , причем их максимальное значение может равняться  $\sigma_s = f_{yd}$ .

Из граничных условий следует, что на конце и в начале искомого участка  $l_b$  напряжения сцепления равны нулю. Усредненное значение этих напряжений определяется как предельное напряжение сцепления  $f_{bd}$  (расчетное значение).

Из условий равновесия в предельном состоянии (при  $\sigma_s = f_{yd}$  и  $\tau = f_{bd}$ ) получаем:

$$F = A_s \cdot f_{yd} = u \cdot l \cdot f_{bd}. \quad (5.5)$$

Тогда в общем случае при расчете по предельным состояниям первой группы можно определить т.н. базовую длину анкеровки арматурного стержня:

$$l_b = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{u \cdot f_{bd}}. \quad (5.6)$$

Для круглого стержня диаметром  $\varnothing$  получаем:

$$A_s = \frac{\pi \varnothing^2}{4} \text{ и } u = \pi \varnothing.$$

Тогда:

$$l_b = \frac{\varnothing \cdot f_{yd}}{4 \cdot f_{bd}}. \quad (5.7)$$

Из зависимости (5.7) следует, что длина анкеровки  $l_b$  увеличивается с ростом расчетного сопротивления арматуры и диаметра арматурного стержня. Поэтому, для уменьшения длины анкеровки целесообразно использовать стержни меньшего диаметра.

Расчетную длину анкеровки ненапрягаемых стержней  $l_{bd}$  нормы [1, 6] рекомендуют рассчитывать по формуле:

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 l_b \frac{A_{s,req}}{A_{s,prov}} \geq l_{b,min} \quad (5.8)$$

где  $A_{s,req}$  – площадь продольной арматуры, требуемая по расчету;  
 $A_{s,prov}$  – принятая по сортаменту площадь продольной арматуры;  
 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  – коэффициенты, определяемые по табл. 5.5;  
 $l_b$  – базовая длина анкеровки, определяемая по формуле (5.7) или табл. 5.7;  
 $l_{b,min}$  – минимальная длина анкеровки, принимаемая равной:  
– для растянутых стержней

$$l_{b,min} > \max\{0.6l_b; 15\varnothing; 100\text{мм}\} \quad (5.9)$$

– для сжатых стержней

$$l_{b,min} > \max\{0.3l_b; 15\varnothing; 100\text{мм}\} \quad (5.10)$$

Произведение  $(\alpha_1 \alpha_2 \alpha_4)$  в формуле (5.8) следует ограничивать для стержней периодического профиля  $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_4 \geq 0,7$ .

Величину базовой длины анкеровки в общем случае следует определять по формуле (5.7), в которой:

$f_{bd}$  – предельное напряжение сцепления по контакту арматуры с бетоном  $f_{bd}$ , определяется по формуле

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd} \quad (5.11)$$

**Таблица 5.5.**

Значения коэффициентов  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  в формуле (5.8)

Коэффициент	Условия анкеровки	Арматурные стержни	
		растянутые	сжатые
$\alpha_1$	линейные стержни	$\alpha_1 = 1 - 0,15(c_d - \varnothing)/\varnothing$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_1 = 1,0$
	отличные от линейных	$\alpha_1 = 1 - 0,15(c_d - 3\varnothing)/\varnothing$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_1 = 1,0$
$\alpha_2$		$\alpha_2 = 1 - k\lambda$	$\alpha_2 = 1,0$
$\alpha_3$	независимо от условий	$\alpha_3 = 0,7$	$\alpha_3 = 0,7$
$\alpha_4$		$\alpha_4 = 1 - 0,04p$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_4 = 1,0$

Примечания:

1) Значения коэффициента  $\alpha_3$  по табл. 5.5 в общем случае принимают для стержней периодического профиля, имеющих не менее трех поперечных стержней на длине анкеровки. В противном случае  $\alpha_3 = 1,0$ .

$$2) \lambda = \frac{\sum A_{st} - \sum A_{st,min}}{A_s}$$

где  $\sum A_{st}$  – суммарная площадь сечения поперечных стержней на расчетной длине анкеровки  $l_{bd}$ ;  
 $\sum A_{st,min}$  – минимальная суммарная площадь сечения поперечных стержней, принимаемая равной:  
для балок –  $0,25A_s$ ;  
для плит –  $0$ ;

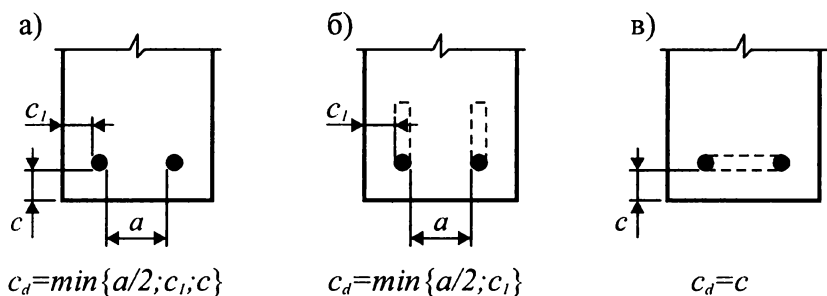
$A_s$  – площадь одного анкеруемого стержня большого диаметра.

3)  $p$  – давление, приложенное перпендикулярно к линии скольжения анкерного стержня и действующее на расчетной длине анкеровки (МПа).

4) Расчетную толщину защитного слоя  $c_d$  следует принимать по рис. 5.5.

5) Значения коэффициентов  $k$  следует принимать по рис. 5.6.

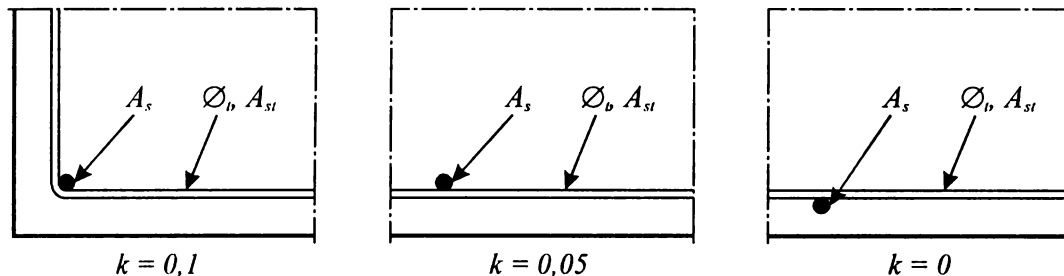




**Рис. 5.5.**

К определению расчетной толщины защитного слоя  $c_d$

а) линейные стержни; б) отогнутые стержни, крюки; в) петли



**Рис. 5.6.**

Значения коэффициентов  $k$  для балок и плит

$f_{ctd}$  – расчетное сопротивление бетона растяжению (при  $\gamma_c = 1,5$ ). Для бетонов, у которых  $f_{ck}$  более  $55 \text{ Н/мм}^2$ , при расчете по формуле (5.11) расчетное сопротивление  $f_{ctd}$  следует принимать как для бетона с  $f_{ck} = 55 \text{ Н/мм}^2$ ;

$\eta_1$  – коэффициент, учитывающий влияние условий сцепления и положение стержней при бетонировании;  $\eta_1 = 0,7$ , за исключением случаев, показанных на рис. 5.7;

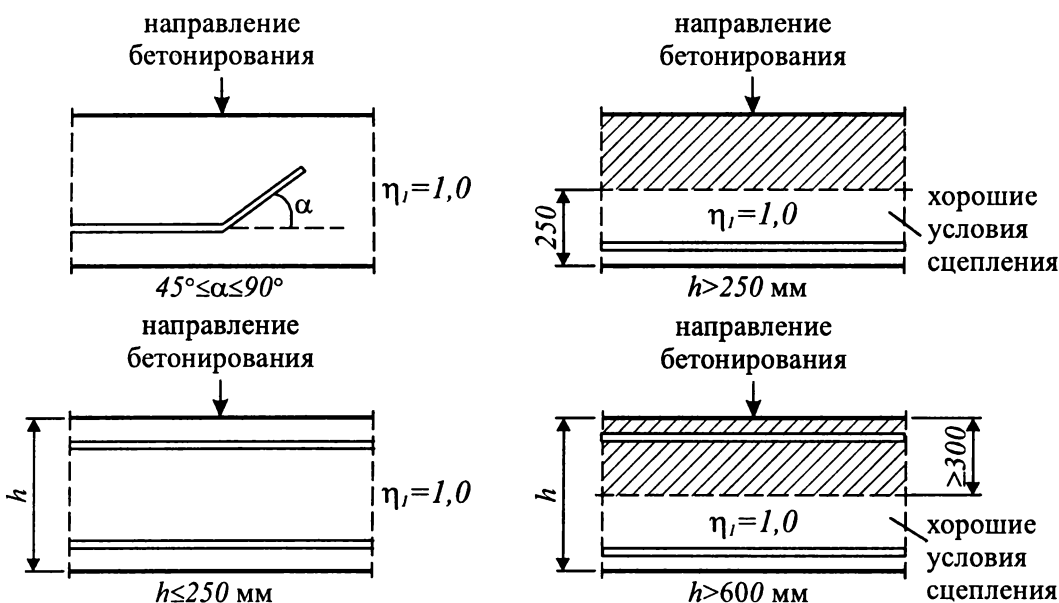
$\eta_2$  – коэффициент, учитывающий влияние диаметра стержня:

- при  $\varnothing \leq 32 \text{ мм}$   $\eta_2 = 1,0$ ;
- при  $\varnothing > 32 \text{ мм}$   $\eta_2 = (132 - \varnothing)/100$ ;

$\eta_3$  – коэффициент, учитывающий профиль арматурного стержня и принимаемый равным:

- для гладких стержней –  $1,5$ ;
- для стержней периодического профиля –  $2,25$ .

Для стержней периодического профиля диаметром менее  $32 \text{ мм}$  величину  $f_{bd}$  допускается принимать по табл. 5.6.



**Рис. 5.7.**

Случаи, для которых в формуле (5.11) следует принимать  $\eta_1 = 1,0$

**Таблица 5.6.**

Расчетные значения  $f_{bd}$  (Н/мм<sup>2</sup>) при  $\eta_l = 1,0$  и  $\gamma_c = 1,5$

Класс бетона по прочности при сжатии	C <sup>12/15</sup>	C <sup>16/20</sup>	C <sup>20/25</sup>	C <sup>25/30</sup>	C <sup>30/37</sup>	C <sup>40/45</sup>	C <sup>40/50</sup>	C <sup>45/55</sup>	C <sup>50/60</sup>	>C <sup>55/70</sup>
Арматура периодического профиля $\varnothing \leq 32$ мм	1,7	2,0	2,3	2,7	3,0	3,4	3,7	4,0	4,3	4,6

**Таблица 5.7.**

Расчетные значения базовой длины анкеровки  $l_b/\varnothing$  для арматуры класса S500

Класс бетона по прочности при сжатии	C <sup>12/15</sup>	C <sup>16/20</sup>	C <sup>20/25</sup>	C <sup>25/30</sup>	C <sup>30/37</sup>	C <sup>40/45</sup>	C <sup>40/50</sup>	C <sup>45/55</sup>	C <sup>50/60</sup>	>C <sup>55/70</sup>
$l_b/\varnothing$	66	54	47	40	36	32	30	27	25	24

Для арматуры периодического профиля класса S500 расчетное значение базовой длины анкеровки допускается принимать по табл. 5.7.

Длина анкеровки ( $l_{bd}$ ) концов отогнутой арматуры (рис. 5.8) должна быть не менее:

- в растянутом бетоне –  $20\varnothing$ ;
- в сжатом бетоне –  $10\varnothing$ .

Обрывающиеся в пролете стержни арматуры следует заводить за точку теоретического обрыва:

- в растянутой зоне – не менее  $0,5h + 20\varnothing$  и не менее  $l_{bd}$  где  $h$  – высота конструкции в точке теоретического обрыва;
- в сжатой зоне – не менее  $20\varnothing$  и не менее 250 мм.

Для обеспечения анкеровки стержней продольной арматуры, заводимых за внутреннюю грань свободной опоры их длина должна быть не менее:

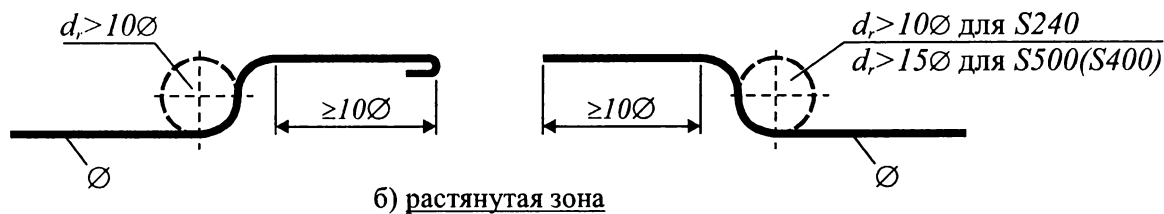
- в элементах, где арматура ставится на восприятие поперечной силы конструктивно –  $5\varnothing$ ;
- в элементах, где поперечная арматура ставится по расчету, а до опоры доводится не менее  $1/3$  сечения арматуры, определенной по наибольшему моменту в пролете –  $15\varnothing$ ;
- тоже, если до опоры доводится  $2/3$  сечения арматуры –  $10\varnothing$ ;

Для арматуры, имеющей дополнительные анкерные элементы (отгибы, петли и т.д.) значение  $l_{bd}$ , определенное по формуле (5.8), принимают равным не менее 70% значения  $l_b$ , определенного по формуле (5.7).

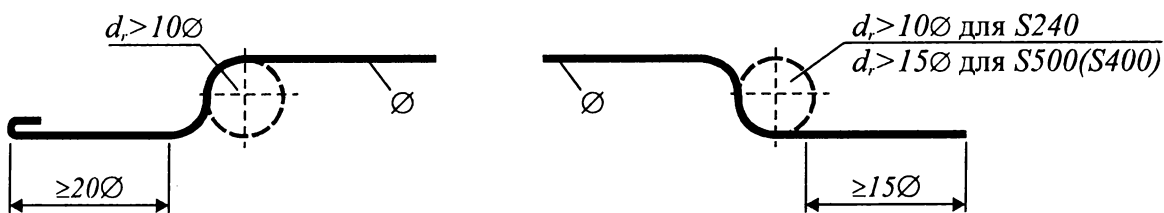
Требования по анкеровке напрягаемой арматуры рассмотрены в главе 12.

а) сжатая зона

гладкая ← арматура → рифленая

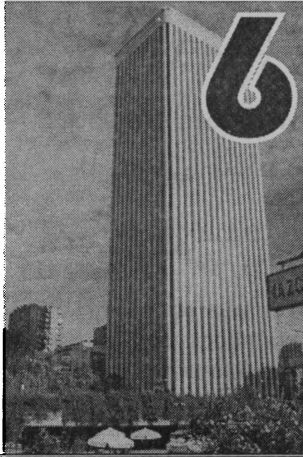


б) растянутая зона



**Рис. 5.8.**

Условия анкеровки арматуры при отгибе и обрыве



# РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ДЕЙСТВИИ ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ И ПРОДОЛЬНЫХ СИЛ

## 6.1. Экспериментально-теоретические основы сопротивления железобетонных элементов при действии изгибающих моментов и продольных сил

Экспериментальными исследованиями железобетонных элементов, подвергнутых действию изгибающих моментов и продольных сил (растягивающих или сжимающих), установлено, что все они в процессе нагружения имеют двучленную (или неравномерную) эпюру распределения относительных деформаций по высоте сечения проходят характерные стадии напряженно-деформированного состояния.

В качестве иллюстрации рассмотрим последовательность изменения напряженно-деформированного состояния сечения, нормального к продольной оси, однопролетной свободно опертой балки, нагруженной двумя сосредоточенными силами в третях пролета (рис. 6.1). Принятая классическая схема нагружения позволяет получить при испытании на участке между сосредоточенными силами в пролете т.н. «зону чистого изгиба» ( $M_{Sd} = const; V_{Sd} = 0$ ), тем самым исключив влияние поперечных сил на напряженно-деформированное состояние анализируемого сечения.

Оснастим до начала испытаний нагрузкой опытную балку (рис. 6.1) следующими приборами:

- для измерения продольных относительных деформаций ( $\Delta l_b$ ) в разных уровнях по высоте сечения, что необходимо для построения эпюры распределения относительных деформаций, величина которых может быть легко вычислена

$$\varepsilon_{cn} = \frac{\Delta l_{b,c(n)}}{l_b}, \quad (6.1)$$

$$\varepsilon_{sk} = \frac{\Delta l_{b,s(k)}}{l_b}, \quad (6.2)$$

где  $\Delta l_{b,c}, \Delta l_{b,s}$  – абсолютные приращения базовой длины  $\Delta l_b$ , на которой выполняют измерения прибором удлинения (укорочения) соответственно бетона и арматуры;

$l_b$  – база измерения;

Относительные продольные деформации бетона и арматуры могут быть измерены непосредственно при использовании, например, тензорезисторов, наклеиваемых на их поверхность [23];

- для измерения вертикальных перемещений балки. Измерения прогибов производят прогибомерами в абсолютных единицах (мм, см).

Для анализа напряженно-деформированного состояния сечения балки на очередном этапе нагружения необходимо привлечь диаграммы деформирования для бетона и арматуры, полученные методами, рассмотренными ранее в главе 4.

Пользуясь диаграммами деформирования для бетона (рис. 6.3а,б) и арматуры (рис. 6.3в,г), осуществляют переход от зафиксированных в опыте деформаций к относительным деформациям по формулам (6.1) и (6.2) и, далее, к напряжениям в каждом из уровней по высоте сечения балки, для которых выполняются измерения. Напряжения в бетоне для каждого уровня по высоте сечения определяют (см. главу 4):

- для бетона сжатой зоны

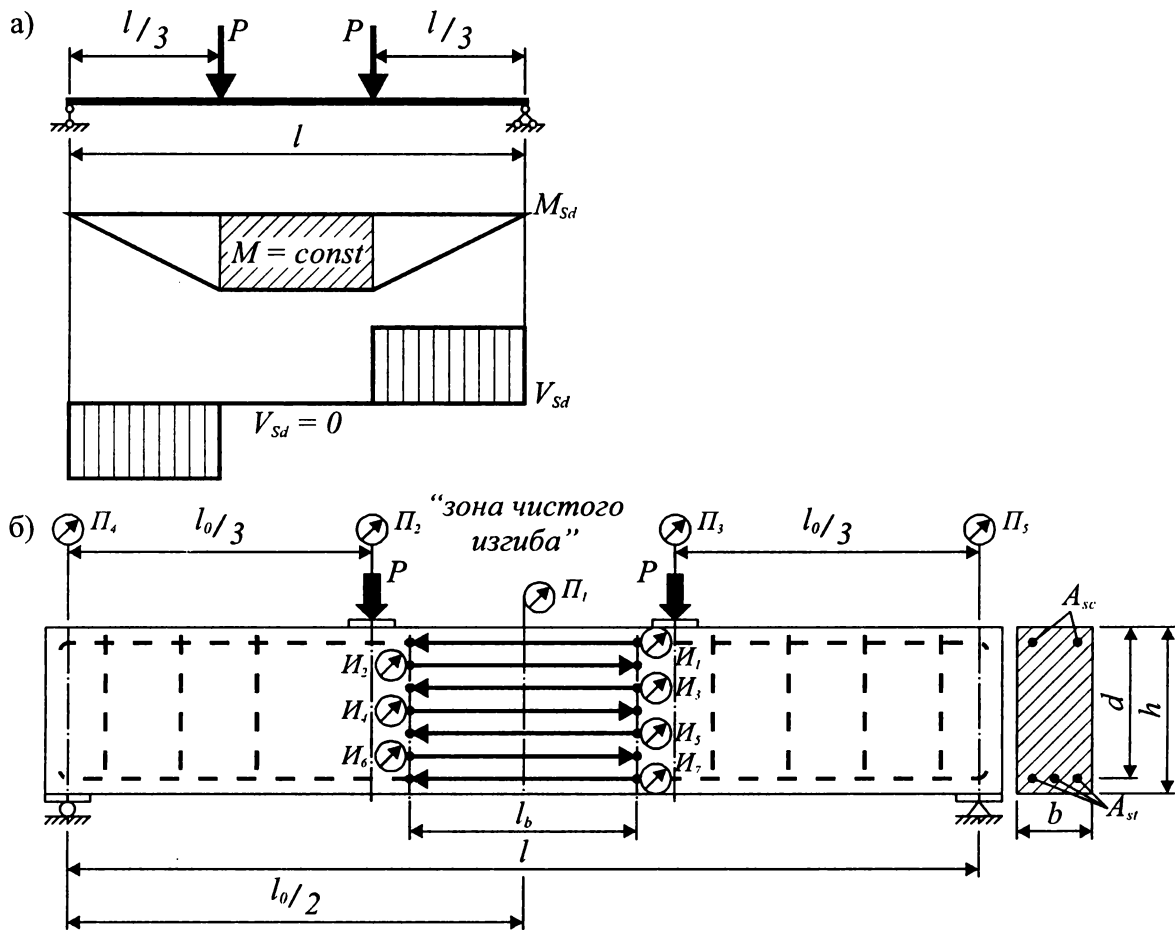


Рис. 6.1.

Эпюры распределения усилий (а) и схема испытания опытной балки (б)

$I_1..I_7$  – измерительные приборы для определения деформаций бетона и арматуры (например, индикаторы часового типа);  $\Pi_1.. \Pi_5$  – прогибомеры для определения прогиба (вертикального перемещения).

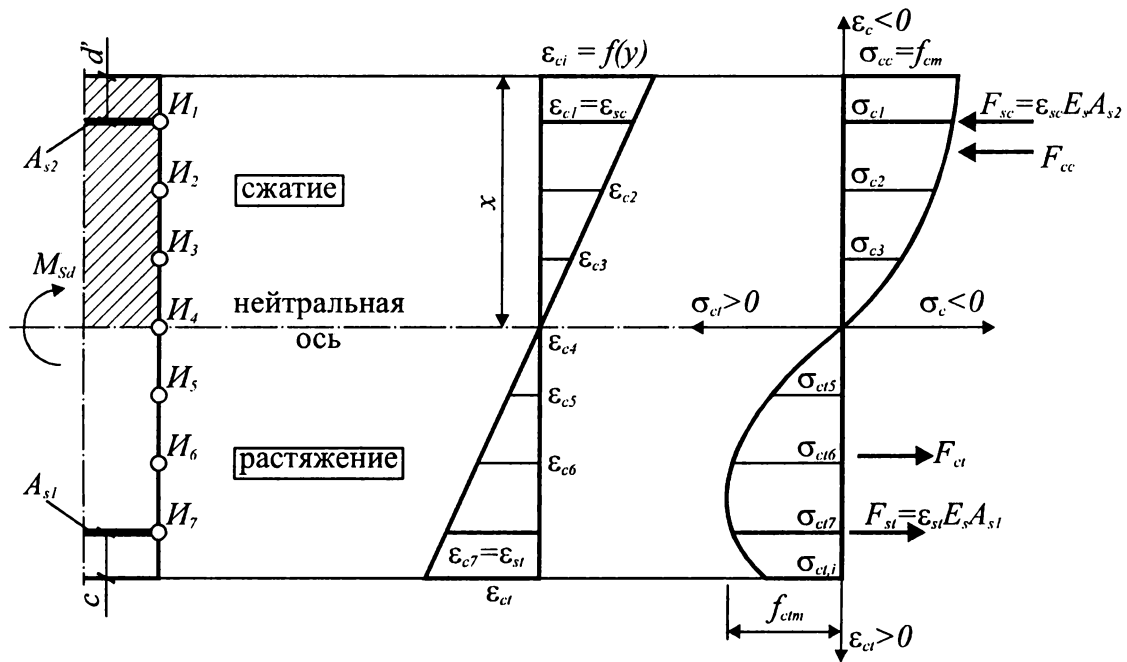


Рис. 6.2.

Схема определения напряжений в сечении по зафиксированным в опыте продольным относительным деформациям.

$$\sigma_{c(i)} = f_{cm} \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta}; \quad (6.3a)$$

– для бетона растянутой зоны

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} \cdot (1,2\eta_t - 0,2\eta_t^6) \text{ при } \varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_{ct,l}; \quad (6.3б)$$

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} \frac{\eta_t}{\alpha_{ct}(\eta_t - 1)^B + \eta_t} \text{ при } \varepsilon_{ct} > \varepsilon_{ct,l}. \quad (6.3в)$$

При нагружении балки монотонно возрастают деформации и напряжения в бетоне и арматуре. Например исследования железобетонных элементов показали, что соотношение между деформациями в сжатом бетоне и продольной растянутой арматуре определяется условиями деформирования, которое можно представить себе в виде плоского поворота сечения, нормального к продольной оси балки, (*гипотезы плоских сечений*). По зафиксированным относительным деформациям устанавливают значения напряжений, действующих в бетоне и арматуре как показано на рис. 6.2.

При этом в соответствии с диаграммами деформирования бетон и арматура проходят последовательно упругую, упруго-пластическую, а затем пластическую области работы. Разрушение элемента по сечению, нормальному к продольной оси, наступит тогда, когда бетон или продольная арматура достигнут своих предельных относительных деформаций, определяемых соответствующей параметрической точкой диаграммы деформирования (см. главу 4).

Арматура, применяемая в железобетонных конструкциях, обладает, как правило, значительно большими предельными относительными деформациями, чем бетон. Поэтому, как отмечается в [24, 27–29], в большинстве случаев первым достигает предельных относительных деформаций сжатый бетон и предельное состояние балки определяется разрушением сжатого бетона. Продольная растянутая арматура, в зависимости от величины ее относительных деформаций и характера диаграммы « $\sigma_s$ – $\varepsilon_s$ », может иметь различные напряжения, равные пределу текучести (условному или физическому), ниже или выше его.

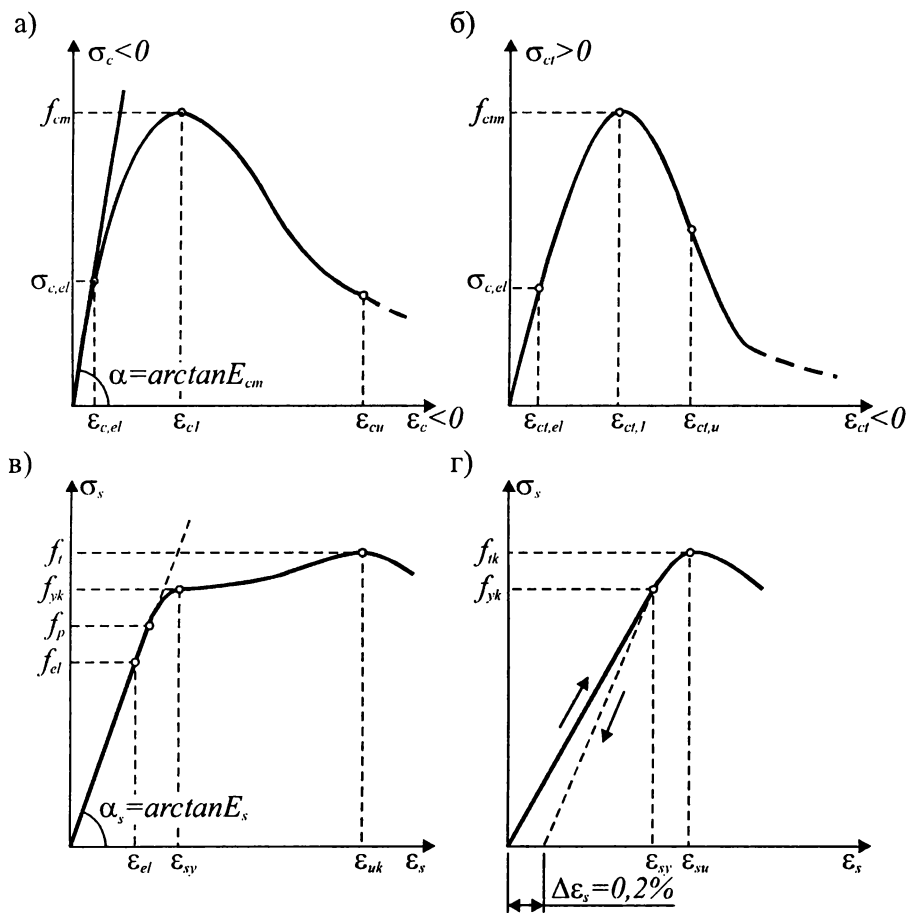


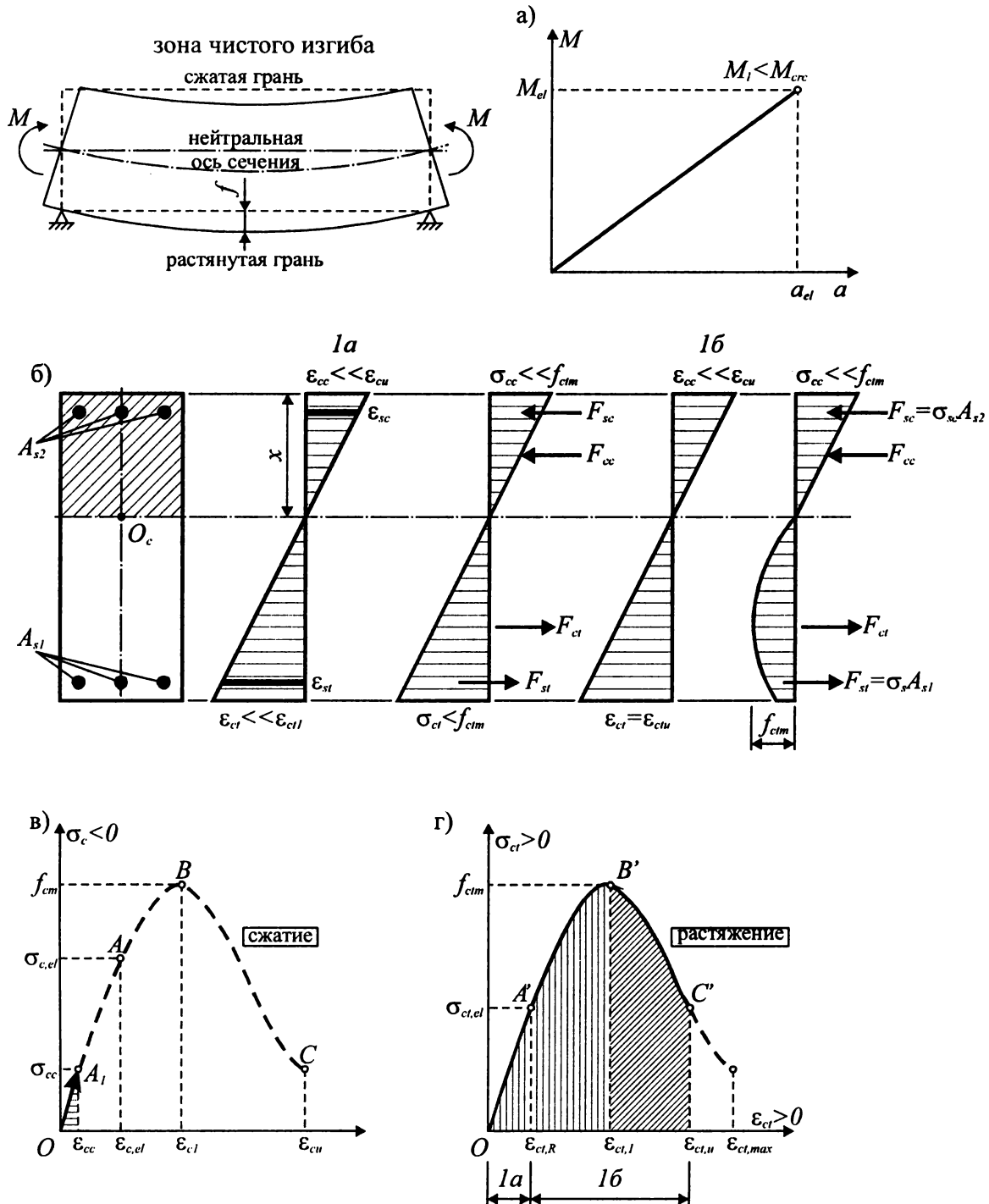
Рис. 6.3.

Диаграммы деформирования бетона при сжатии (а), бетона при растяжении (б), арматурной стали с физическим (в) и условным (г) пределом текучести.

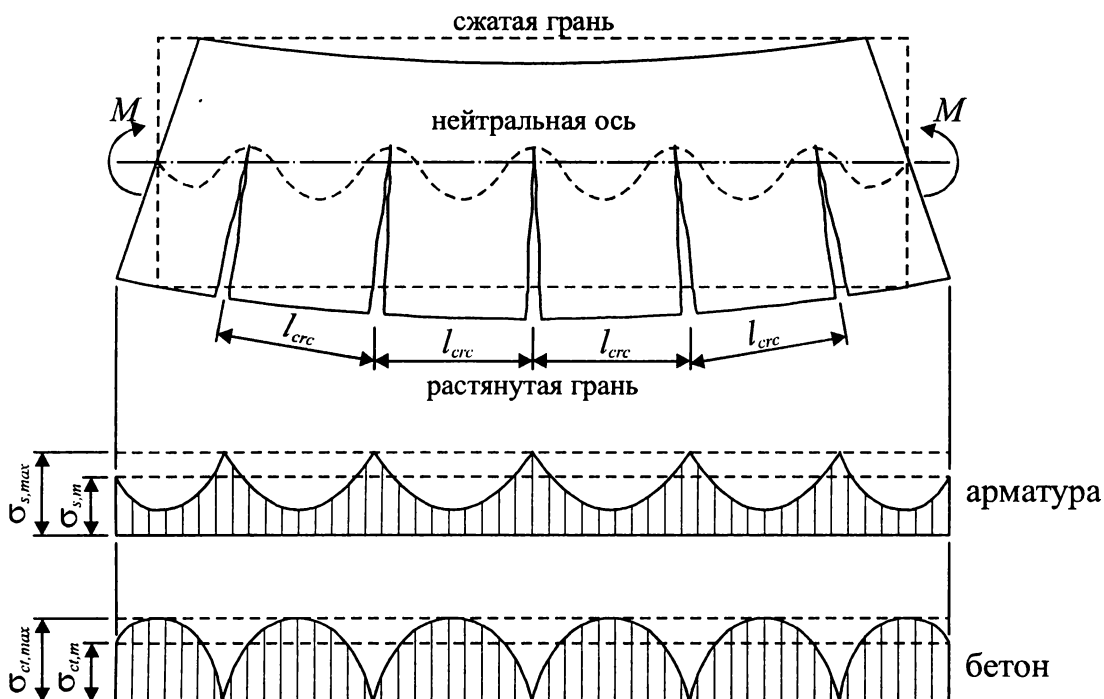
Последовательное нагружение элемента вплоть до его разрушения позволяет выявить несколько характерных стадий напряженно-деформированного состояния, возникающих в сечениях, нормальных к его продольной оси.

**Стадия 1** напряженно-деформированного состояния сечения характеризует сопротивление железобетонного элемента, работающего без трещин. При этом удобно рассматривать два промежуточных состояния (*стадия 1а* и *1б*) сечения в зависимости от величины относительных деформаций его наиболее растянутой грани.

**Стадия 1а** имеет место на начальных этапах нагружения, когда величина изгибающего момента в зоне чистого изгиба невелика, бетон как в сжатой, так и в растянутой зонах сечения работает в области упругих деформаций (т.е. наблюдается линейная зависимость между напряжениями и относительными деформациями (рис. 6.4).



**Рис. 6.4.** Распределение деформаций и напряжений по высоте сечения в стадии 1 напряженно-деформированного состояния.



**Рис. 6.5.**

Распределение напряжений в растянутой арматуре и растянутом бетоне для железобетонной конструкции в стадии 2.

При этом сохраняется практически линейная зависимость между моментом ( $M$ ), действующим в сечении, нормальном к продольной оси балки, и прогибом ( $a$ ), фиксируемым по прогибомерам (рис. 6.4а). Нейтральная ось сечения, разделяющая сжатую и растянутую зоны, располагается примерно на уровне центра тяжести приведенного сечения (рис. 6.4б).

Относительные деформации бетона наиболее растянутой грани не превышают упругих ( $\epsilon_{ct,el} \approx 0,05 \div 0,1 \%$  в зависимости от класса по прочности бетона), а модуль деформаций как для сжатого, так и для растянутого бетона равен начальному модулю упругости  $E_{c0}$ . По мере увеличения нагрузки возрастают продольные относительные деформации бетона. Если бетон в сжатой зоне все еще продолжает работать в области упругого деформирования (участок  $OA_1$  диаграммы рис. 6.4в), то в бетоне растянутой зоны развиваются значительные пластические деформации (рис. 6.4г). Связь между напряжениями и относительными деформациями становится нелинейной и в пределах растянутой зоны сечения практически полностью реализуется диаграмма деформирования бетона при растяжении (участок  $OB'$  рис. 6.4г). При приближении к предельным деформациям  $\epsilon_{ct,u}$  (участок  $B'C'$  рис. 6.4г) наступает стадия 1б, предшествующая образованию нормальных трещин в растянутой зоне сечения.

Стадия 1 считается завершенной, когда при достижении бетоном на наиболее растянутой грани сечения предельных деформаций  $\epsilon_{ct,u}$  образуются трещины и происходит перераспределение внутренних усилий между арматурой и бетоном.

Несложно показать, что до момента образования трещин роль арматуры в восприятии усилий, действующих в растянутой зоне сечения, незначительна. Так, принимая среднюю величину предельных относительных деформаций бетона при растяжении  $\epsilon_{ct,u} \approx 30 \cdot 10^{-5}$  и учитывая, что на рассматриваемой стадии арматура и окружающий бетон работают совместно, т.е.  $\epsilon_s = \epsilon_{ct,u}$ , напряжения в растянутой арматуре составят:

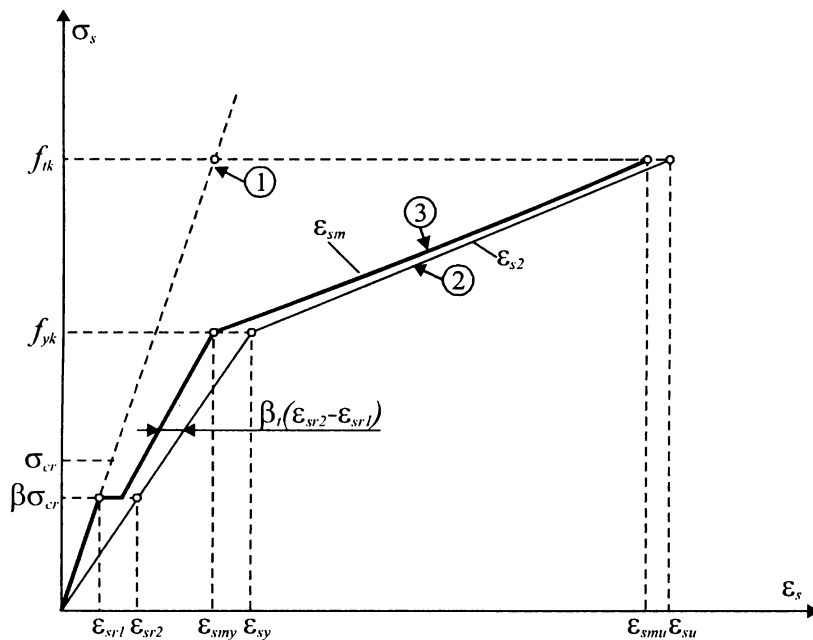
$$\sigma_{st} = \epsilon_s \cdot E_s = 30 \cdot 20 \cdot 10^{-5} \cdot 10^4 = 60 \text{ Н/мм}^2,$$

что соответствует всего 10..12 % от предельных напряжений.

Момент образования трещин будет отмечен изменением угла наклона графика зависимости « $M-f$ » (рис. 6.7б) в результате снижения изгибной жесткости сечения и возрастанием деформаций растянутой арматуры из-за перераспределения усилий в растянутой зоне сечения.

Таким образом характерными чертами стадии 1 напряженно-деформированного состояния сечения являются:

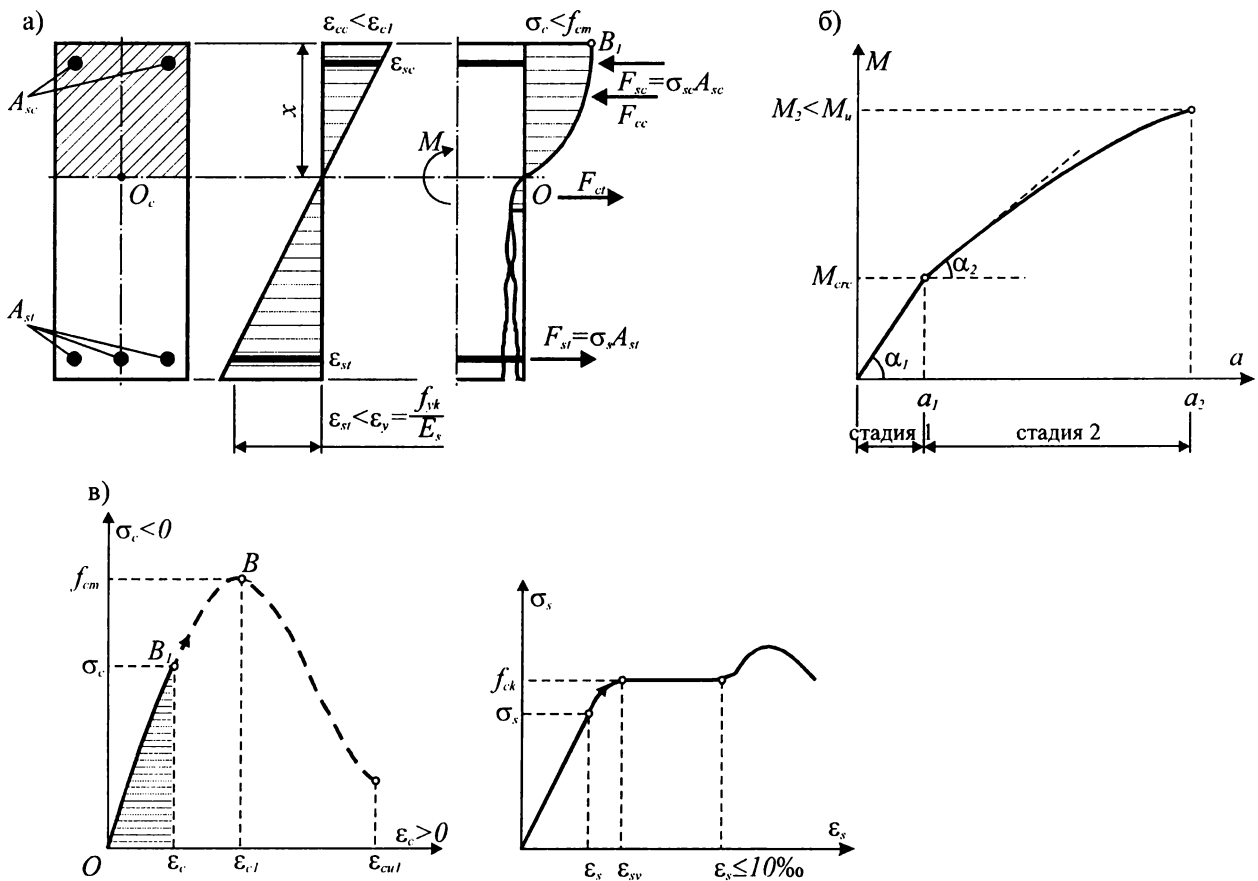
- отсутствие трещин в растянутой зоне сечения;
- линейное распределение относительных деформаций по высоте сечения, т.е. практически строгое выполнение гипотезы плоских сечений до момента появления трещин;
- совместная работа арматуры и окружающего ее бетона без нарушения сцепления.



**Рис. 6.6.**

Трансформированная диаграмма деформирования арматуры с учетом совместной работы с бетоном на участках между трещинами («*tension-stiffening*» эффект)

1 – гипотетическая зависимость « $\sigma_s - \varepsilon_s$ » при отсутствии трещин в растянутом бетоне (арматура в растянутом бетоне без трещин); 2 – идеализированная диаграмма « $\sigma_s - \varepsilon_s$ » для арматурного стержня; 3 – трансформированная диаграмма « $\sigma_{sm} - \varepsilon_{sm}$ », связывающая средние напряжения и относительные деформации в арматуре;  $\sigma_{cr}$  – напряжения в растянутой арматуре к моменту образования нормальной трещины.



**Рис. 6.7.**

Распределение напряжений и относительных деформаций по высоте сечения в стадии 2 напряженно-деформированного состояния (а), зависимость « $M - a$ » (б) и текущие значения напряжений в бетоне и арматуре (в)



**Стадия 2** характеризует сопротивление сечения железобетонной конструкции, имеющей трещины. В сечении с трещиной нейтральная ось смещается по направлению к наиболее сжатой грани, уменьшая высоту сжатой зоны ( $x$ ).

В то же время на участках между трещинами, где арматура продолжает сопротивляться совместно с бетоном и сцепление не нарушено, положение нейтральной оси в меньшей степени отклоняется от начального, соответствующего упругой работе материала. Таким образом нейтральная ось по длине зоны чистого изгиба занимает некоторое волнообразное положение. При этом деформации и напряжения в растянутой арматуре и сжатом бетоне по длине элемента распределяются неравномерно. Так, для растянутой арматуры напряжения в сечении с трещиной достигают максимальных значений  $\sigma_{s,max}$  убывая по мере приближения к середине участка между трещинами  $l_{cr}/2$  (рис. 6.5). Для бетона растянутой зоны наблюдается обратная картина: напряжения в сечении с трещиной равны нулю и возрастают до максимального значения  $\sigma_{ct,max}$  по мере приближения к середине участка между нормальными трещинами (рис. 6.5).

Неравномерно распределены по длине зоны чистого изгиба с трещинами и деформации сжатого бетона. Как показывают экспериментальные исследования количество образующихся трещин и соответственно расстояния между ними ( $l_{cr}$ ) зависит от целого ряда факторов конструктивно-технологического характера, среди которых можно выделить: количество и дисперсность армирования в растянутой зоне, диаметр арматуры, условия сцепления по поверхности арматурного стержня и окружающего бетона (см. главу 10). Учитывая то обстоятельство, что ширина раскрытия трещин определяется не только деформациями арматуры в сечении с трещиной, но и проскальзыванием арматуры относительно бетона у берегов трещины, для сечения, проходящего через трещину, гипотеза плоского сечения очевидно будет нарушаться.

Однако для некоторого среднего сечения по длине зоны чистого изгиба (а в процессе опыта измерения выполняются на некоторой базовой длине  $l_b$ , в пределах которой может образовываться несколько нормальных трещин) гипотезу плоских сечений можно считать справедливой. При расчете конструкций в стадии 2 используют трансформированную диаграмму деформирования арматуры (рис. 6.6), связывающую средние напряжения в арматуре  $\sigma_{sm}$  со средними относительными деформациями  $\varepsilon_{s,m}$ . Физический смысл представленной трансформации будет подробно рассмотрен в главе 10. Для определения средних напряжений в растянутой арматуре проф. В.И. Мурашев [28, 29] был выведен коэффициент  $\psi_s$ , связывающий средние и максимальные деформации арматуры.

$$\psi_s = \frac{\varepsilon_{s,m}}{\varepsilon_{s,max}} \leq 1,$$

где:  $\varepsilon_{s,m}$  – средние относительные деформации арматуры;

$\varepsilon_{s,max}$  – максимальные относительные деформации арматуры для сечения с трещиной.

По существу коэффициент  $\psi_s$  учитывает работу растянутого бетона на участках между трещинами, нормальными к продольной оси элемента.

Распределение относительных деформаций и напряжений по высоте сечения в стадии 2 показано на рис. 6.7.

Таким образом, в сечении с трещиной существенно возрастает роль арматуры, в основном воспринимающей растягивающее усилие ( $F_{st}$ ), которое уравнивает усилие в сжатой зоне бетона  $F_{cc}$ , а при наличии арматуры  $A_{sc}$  – и дополнительное усилие в сжатой арматуре  $F_{sc}$ .

Первоначально в стадии 2 развитие нормальных трещин по высоте сечения не столь существенно, распределение относительных деформаций и напряжений в сжатой зоне близко к линейному, либо показывает начало нелинейной работы (рис. 6.7в). При этом бетон в растянутой зоне над вершиной нормальной трещины до нейтральной оси продолжает воспринимать растягивающие усилия, хотя его участие в сопротивлении растянутой зоны незначительно.

По мере увеличения нагрузки образовавшиеся трещины нормального отрыва развиваются в глубь сечения, нейтральная ось смещается к сжатой грани сечения, сокращая высоту сжатой зоны ( $x$ ). При этом волокна сжатого бетона по мере удаления от нейтральной оси находятся в различных областях деформирования в соответствии с диаграммой рис. 6.7в. Пренебрегая тем фактом, что по мере удаления от нейтральной оси различные волокна по высоте сжатой зоны сечения деформируются с разной скоростью, можно утверждать, что распределение напряжений по высоте сечения повторяет затемненный участок диаграммы деформирования (рис. 6.7в), соответствующий достигнутому деформированному состоянию сжатой зоны сечения.

Учитывая то, что связь между напряжениями и относительными деформациями бетона в сжатой зоне сечения становится нелинейной, изменяется и модуль деформаций бетона. Например, в непосредственной близости к нейтральной оси сечения он равняется начальному модулю упругости  $E'_c = E_{c0}$ , уменьшаясь при приближении к наиболее сжатой грани сечения. Увеличение количества нормальных трещин по длине зоны чистого изгиба, их развитие по высоте растянутой зоны

сечения, уменьшение модуля деформаций бетона сжатой зоны приводят к тому, что зависимость между моментом и прогибом становится нелинейной (см. рис. 6.7б).

При этом с каждым новым этапом нагружения относительные деформации бетона наиболее сжатой грани сечения приближаются к относительным деформациям, соответствующим пиковой точке диаграммы деформирования ( $\epsilon_{cl}$ ), а в арматуре стремятся к деформациям  $\epsilon_{sy}$ .

Стадия 2 характеризует сопротивление конструкции при эксплуатационном нагружении и используется при расчете конструкций по раскрытию трещин и прогибам.

Таким образом, для стадии 2 характерными признаками являются:

- в растянутой зоне сечения развиваются трещины, имеющие ширину раскрытия, зависящую от уровня нагружения конструкции, т.е. средних относительных деформаций растянутой арматуры;
- относительные продольные деформации и напряжения в бетоне и арматуре по длине элемента распределены неравномерно. В сечении с трещиной растягивающие усилия в основном воспринимает арматура, а на участке между трещинами – совместно бетон и арматура. В середине участка между трещинами обеспечена совместная работа бетона и арматуры, а по мере приближения к берегам трещины может наблюдаться проскальзывание арматуры относительно бетона;
- гипотеза плоских сечений остается справедливой для некоторого среднего сечения по длине зоны чистого изгиба. В отдельном сечении, проходящем через трещину в виду депланации ее краев, гипотеза плоских сечений может нарушаться.

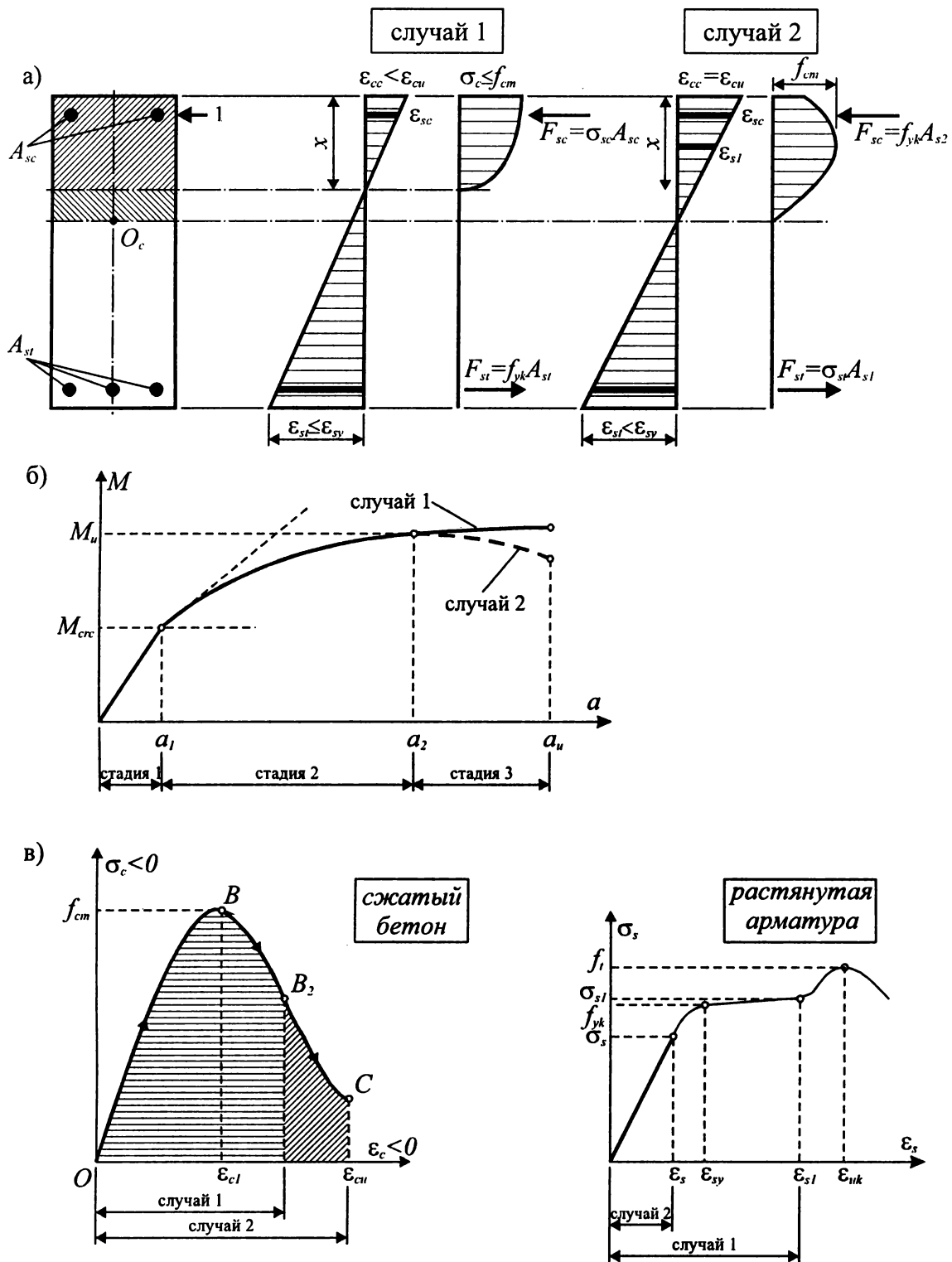
Дальнейшее увеличение нагрузки приводит к переходу испытываемой балки в стадию 3, характеризующую наступление в сечении предельного состояния по прочности – разрушения. При этом возможны два случая разрушения железобетонного элемента по сечению, нормальному к продольной оси балки.

**В первом случае** относительные деформации растянутой арматуры достигают предельных значений  $\epsilon_{sy}$ , соответствующих напряжениям, равным физическому или условному пределу текучести (англ. *tension failure*). При этом относительные деформации бетона наиболее сжатой грани сечения к этому моменту не достигают величины предельной сжимаемости  $\epsilon_{cu}$ . В этом случае прогибы элемента развиваются без прироста нагрузки, трещины раскрываются и развиваются вглубь по высоте сечения, сокращая высоту сжатой зоны. Разрушение, начинающееся по растянутой арматуре с увеличением деформаций арматуры  $\epsilon_s > \epsilon_{sy}$ , может завершаться по сжатому бетону, когда его относительные деформации достигают предельных значений  $\epsilon_{cu}$ .

**Во втором случае** относительные деформации сжатого бетона достигают предельных значений  $\epsilon_{cu}$  ранее, чем растянутая арматура (англ. *compression failure*) достигает относительных деформаций, соответствующих физическому или условному пределу текучести. Разрушение сечения по сжатому бетону происходит хрупко (особенно в случае применения высокопрочных бетонов) с раздроблением бетона сжатой зоны. Такой вид разрушения характерен для перearмированных сечений, элементов, имеющих небольшую высоту сечения, воспринимающих значительные по величине изгибающие моменты, а также внецентренно сжатых элементов при малых эксцентриситетах приложения продольной силы (см. раздел 6.3.3). При этом арматура, применяемая для армирования растянутой зоны сечения, полностью не используется. Такой случай разрушения является опасным, так как разрушение может произойти даже без чрезмерного раскрытия трещин в растянутой зоне сечения.

Необходимо стремиться к тому, чтобы при проектировании конструкция должна быть гарантирована от наступления разрушения по сжатой зоне сечения. Для перearмированных элементов зависимость «*M-a*» (рис. 6.8б) может иметь нисходящий участок, обусловленный развитием деформаций в сжатой зоне бетона (повышенной деформативностью сжатой зоны). В этом случае эпюра напряжений в сжатом бетоне, построенная по зафиксированным средним относительным деформациям сечения (рис. 6.8а), практически полностью повторяет диаграмму деформирования для бетона (рис. 6.8в).

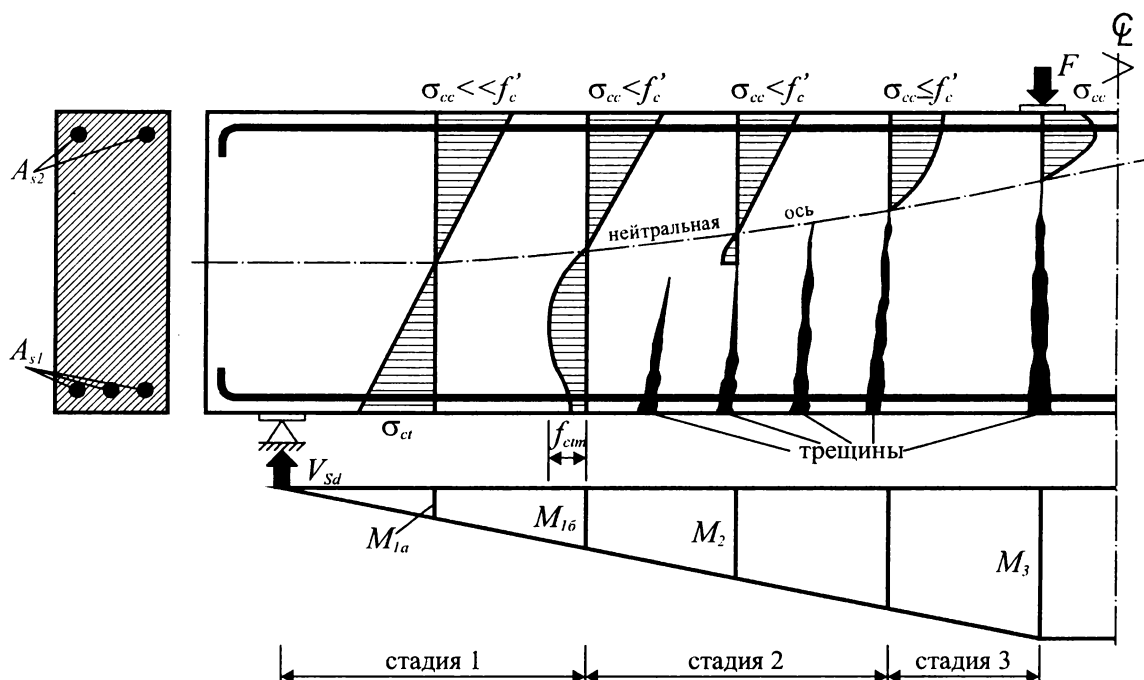
В стадии 3 следует отдельно остановиться на работе арматуры, располагаемой в сжатой зоне сечения. На этом этапе арматура  $A_{sc}$  играет важную роль, воспринимая часть усилия, действующего в сжатой зоне сечения. Учитывая то обстоятельство, что арматура работает совместно с бетоном вплоть до наступления предельного состояния, ее деформации обусловлены деформативностью окружающего бетона (деформации арматуры следуют за деформациями бетона). Если бетон наиболее сжатой грани сечения достигает деформаций, соответствующих его предельной сжимаемости, то в сжатой арматуре в зависимости от ее физико-механических характеристик и расстояния, на котором она располагается от сжатой грани, достигаются напряжения меньше либо равные пределу текучести. Если для железобетонных элементов предельные относительные деформации сжатого бетона (менее  $C^{50}/60$ ) составляют  $\epsilon_{cu} = 3,5\%$ , арматура класса S500 в сжатой зоне достигает относительных деформаций  $\epsilon_{sy} = f_{yd}/E_s = 2,5\%$ , что позволяет ее использовать с полным сопротивлением. Наличие арматуры в сжатой зоне сечения позволяет изменить характер разрушения балки.



**Рис. 6.8.**

Распределение относительных деформаций и напряжений по высоте сечения в стадии 3 напряженно-деформированного состояния (а), зависимость « $M$ - $a$ » (б) и текущие значения напряжений в бетоне и арматуре (в)

Так, в случае, когда сжатый бетон достигает предельных относительных деформаций  $\epsilon_{cu}$  прежде, чем растянутая арматура, и разрушения следует ожидать по сжатой зоне, размещение в ней требуемого количества арматуры сразу же приводит к изменению ситуации. Теперь равнодействующая усилий в сжатом бетоне  $F_c = F_{sc} + F_{cc}$  (где:  $F_{sc}$  – усилие в сжатой арматуре,  $F_{cc}$  – усилие в сжатом бетоне) должна быть уравновешена несколько большим усилием в растянутой арматуре  $F_{st}$ . Деформации арматуры, расположенной в растянутой зоне, достигают относительных деформаций  $\epsilon_s \geq \epsilon_{sy}$ , что характеризует начало разрушения по растянутой зоне.



**Рис. 6.9.**  
Изменение характерных стадий напряженно-деформированного состояния по длине балки

Необходимое минимальное количество арматуры  $A_{sc}$ , располагаемой в сжатой зоне сечения, назначают расчетом в соответствии с положениями, изложенными в разделе 6.3.

Таким образом, характеризуя стадию 3 напряженно-деформированного состояния следует подчеркнуть:

1. Данная стадия определяет предельное состояние сечения по прочности. При этом в зависимости от характера распределения по сечению продольных относительных деформаций возможно два характерных случая разрушения сечения. Если относительные деформации растянутой арматуры достигают предельных значений, соответствующих напряжениям, равным условному или физическому пределу текучести раньше, чем бетон наиболее сжатой грани достигает предельной сжимаемости  $\epsilon_{cu}$ , разрушение начинается по растянутой зоне. В противном случае разрушение происходит по бетону сжатой зоны сечения при достижении предельных деформаций бетона при сжатии  $\epsilon_{cu}$ . Такой характер разрушения является нежелательным и должен быть исключен в процессе проектирования. Оптимальным является случай, когда в стадии разрушения одновременно напряжения в арматуре достигают предела текучести ( $f_y$ ), а бетон сжатой зоны достигает предельных значений относительных деформаций сжатия ( $\epsilon_{cu}$ ).
2. Для среднего сечения по длине элемента с определенным допущением выполняется гипотеза плоских сечений. Здесь следует сделать одно замечание, относящееся к расчету прочности сечений при действии изгибающих моментов и продольных сил. Далее в разделах 6.3, 6.4, где рассматриваются методы расчета прочности сечений будет показано, что все они строятся на допущении о том, что в расчетном сечении выполняется гипотеза плоских сечений. При этом деформации  $\epsilon_s$ , рассчитанные в растянутой арматуре, сравнивают с относительными деформациями  $\epsilon_{sy}$  из диаграммы деформирования, полученной из испытаний арматурного стержня. Очевидно, корректнее в данном случае было сравнить их со средними деформациями арматуры  $\epsilon_{sm}$  из трансформированной диаграммы, показанной на рис. 6.6. Принятое упрощение снижает трудоемкость расчетов, внося некоторую погрешность в сторону обоснованного запаса прочности сечения.

По длине пролета рассмотренной железобетонной балки одновременно при одном уровне нагружения имеют место все рассмотренные стадии напряженно-деформированного состояния для сечения, нормального к продольной оси элемента, в зависимости от изменения величины изгибающего момента (рис. 6.9).

Если пренебречь влиянием поперечной силы  $V_{Sd}$  в приопорной зоне, где изгибающий момент  $M_l$  незначителен, сечение работает в стадии 1. По мере приближения к линии, по которой действует сила  $F$ , приложенная в пролете, наблюдается переход из стадии 1 в стадию 2, а далее и в стадию 3.

При выполнении расчетов по методу предельных состояний на стадии 3 производят расчеты по прочности, а по стадиям 1 и 2 – по обеспечению требований пригодности к нормальной эксплуатации (трещиностойкость, прогибы).

Стадии напряженно-деформированного состояния сечения, рассмотренные на примере балки, подвергнутой действию только изгибающего момента, будут иметь место и для случаев совместного действия изгибающего момента и продольной силы. При этом в зависимости от соотношения величины изгибающего момента  $M_{sd}$  и продольной силы  $N_{sd}$  будет изменяться характер распределения относительных деформаций по сечению, а следовательно и случай разрушения в стадии 3. Так, для элементов, в которых преобладающим является изгибающий момент (изгибаемые, внецентренно сжатые и внецентренно растянутые элементы с большим эксцентриситетом), в процессе нагружения будет иметь место двузначная эпюра относительных деформаций и напряжений, сечение будет разделено на сжатую и растянутую зону. В этом случае последовательно реализуются все рассмотренные выше стадии напряженно-деформированного состояния (рис. 6.10а). Как было показано выше, разрушение может произойти как по сжатой, так и по растянутой зоне сечения.

Для элементов, в которых преобладающим является продольное усилие (растягивающее и сжимающее), напряженно-деформированное состояние характеризуется однозначной неравномерной эпюрой распределения деформаций (рис. 6.10б), когда все сечение оказывается либо сжатым, либо растянутым. В этом случае сечение на всех стадиях напряженно-деформированного состояния находится в условиях однородного сжатия или растяжения. При этом, если внецентренно сжатый элемент, нагруженный с малым эксцентриситетом, может сопротивляться вплоть до наступления предельного состояния без образования трещин (когда все сечение неравномерно сжато), то внецентренно растянутый элемент после завершения стадии 1 сопротивляется с трещинами, не имея в условиях неравномерного растяжения сжатой зоны сечения. Для таких элементов случай разрушения однозначно предопределен заранее (по сжато-бетону или по растянутой арматуре).

Очевидно, при гипотетических условиях центрального приложения продольной силы (отсутствие изгибающего момента, действующего в сечении) элемент будет сопротивляться в условиях равномерного распределения по сечению продольных относительных деформаций и напряжений (сжатия или растяжения). Тогда прочность центрально растянутого элемента, рассчитываемая по стадии 3 напряженно-деформированного состояния, определяется предельным усилием, воспринимаемым растянутой арматурой (разрушение по арматуре, случай 1), а центрально сжатых – предельным усилием, воспринимаемым сжатым бетоном (разрушение по бетону, случай 2).

Таким образом, в процессе нагружения железобетонного элемента при переходе от одного к другому качественно новому состоянию постоянно происходит перераспределение усилий, воспринимаемых бетоном и арматурой в сечении, нормальном к продольной оси элемента.

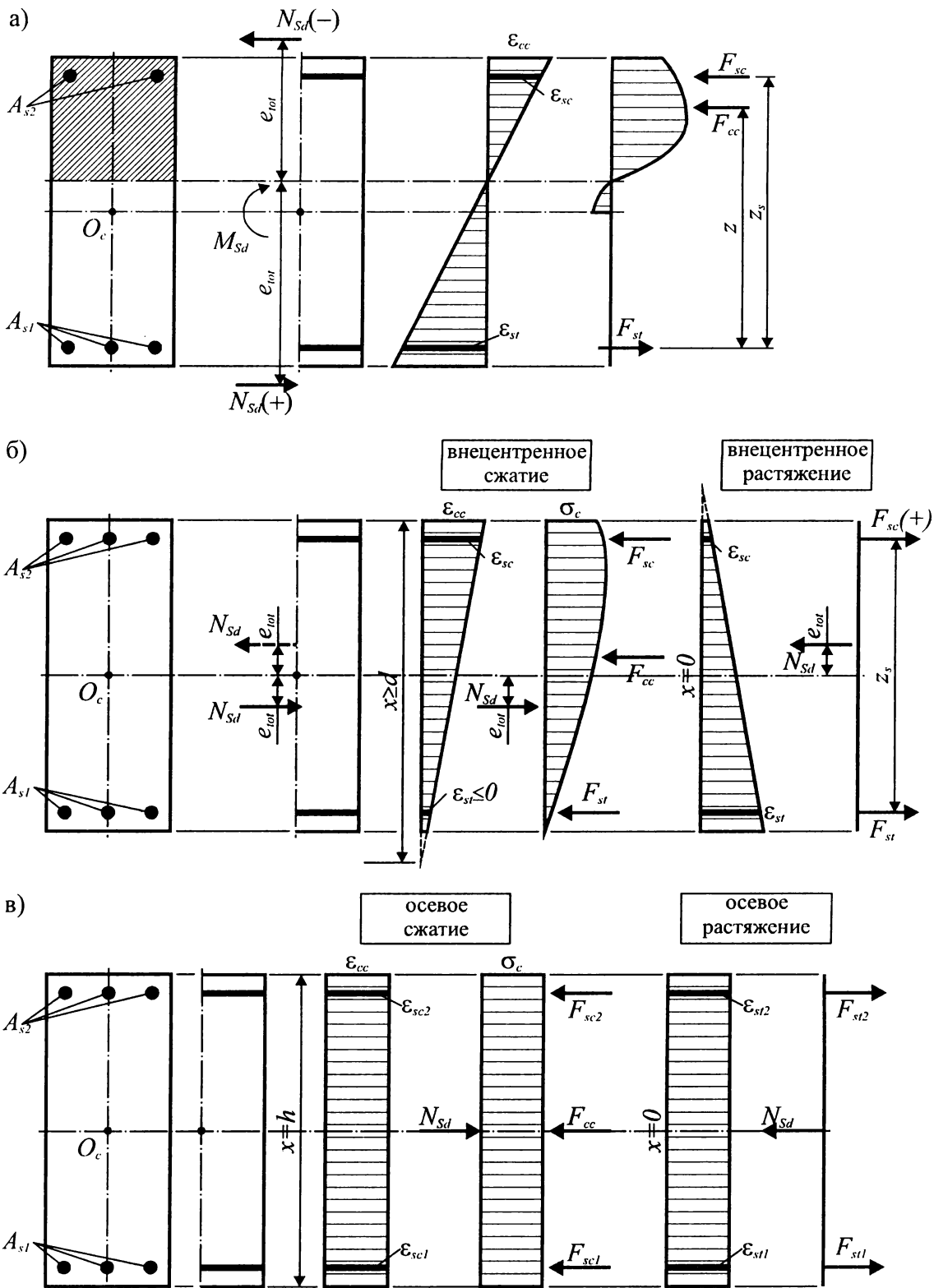
При нагружении центрально сжатых железобетонных элементов продольное усилие воспринимается совместно сжатым бетоном и установленной в сечении арматурой. Поэтому напряжения в сжатой арматуре, работающей совместно с бетоном, будут зависеть от относительных деформаций окружающего сжатого бетона и максимальные относительные деформации сжатой арматуры будут определяться величиной предельной сжимаемости бетона  $\varepsilon_{cu}$ . Если для армирования сжатого железобетонного элемента использовать высокопрочную арматурную сталь, у которой значения  $\varepsilon_{sy}$ , соответствующие условному пределу текучести, превышают предельную сжимаемость бетона  $\varepsilon_{cu}$  (по диаграмме « $\sigma_c - \varepsilon_c$ »), то к моменту разрушения элемента она не будет работать с полным сопротивлением, т.е. не будет использована полностью.

Проблематично использовать высокопрочные стали и для армирования центрально растянутых железобетонных элементов (без предварительного напряжения). Рассматривая стадию 2 напряженно-деформированного состояния центрально растянутого элемента несложно показать, что в силу значительной деформативности высокопрочной стали (главным образом в упругой стадии) будет иметь место значительная ширина раскрытия трещин еще задолго до наступления предельного состояния по прочности.

## **6.2. Классификация методов расчета железобетонных конструкций при действии изгибающих моментов и продольных сил**

Согласно положениям норм проектирования [1] расчет железобетонных конструкций по прочности сечений нормальных к продольной оси при действии изгибающих моментов и продольных сил может выполняться с использованием нескольких методов, область применения которых приведена в табл. 6.1.

Расчеты конструкций на действие изгибающих моментов и продольных сил (сжимающих и растягивающих), по несущей способности (прочности) при любой форме поперечных сечений, лю-



**Рис. 6.10.**

Характерное распределение относительных деформаций и напряжений в сечении железобетонного элемента при совместном действии изгибающего момента и продольной силы

- а) изгиб, внецентренное сжатие (растяжение) при двузначной эпюре относительных деформаций и напряжений (случай больших эксцентриситетов);
- б) внецентренное сжатие (растяжение) при однозначной эпюре относительных деформаций и напряжений (случай малых эксцентриситетов);
- в) центральное (осевое) сжатие и растяжение ( $M_{sd} = 0$ ).

**Таблица 6.1.**

Классификация методов расчета железобетонных элементов по прочности сечений, нормальных к продольной оси элемента, при действии изгибающих моментов и продольных сил

Метод расчета	Вид диаграммы деформирования бетона	Характер эпюры напряжений сжатой зоны	Область применения метода расчета
Общий деформационный	Параболическая с ниспадающей ветвью (см. рис. 4.17а)	Криволинейная	Расчет конструкций по прочности сечения любой формы с произвольным расположением арматуры при любой схеме приложения продольной силы и изгибающих моментов
Упрощенный деформационный	Параболически линейная (см. рис. 4.17б)	Криволинейная	
	Билинейная (см. рис. 4.17в)	Трапецеидальная	
Предельных усилий	Жесткопластическая	Прямоугольная укороченная	Расчет конструкций по прочности сечений, имеющих простую симметричную форму (прямоугольную, тавровую двутавровую), с арматурой, сосредоточенной у наиболее растянутой и наиболее сжатой граней и усилиями, действующими в плоскости симметрии сечения элемента: при выполнении условия $x \leq \xi_{lim} \cdot d$ для конструкций, изготовленных из бетона класса не более $C^{50}/_{60}$ ; при выполнении условия $x > \xi_{lim} \cdot d$ для конструкций, изготовленных из бетона класса $C^{25}/_{30}$ и ниже с арматурой классов S240, S400, S500.

бом расположении арматуры в пределах сечения и произвольной системе усилий, вызванных внешними воздействиями, следует производить на основе общей деформационной расчетной модели сечений, нормальных к продольной оси конструкции (основная модель), использующей:

- уравнения равновесия моментов и продольных сил в сечении, нормальном к продольной оси конструкции;
- уравнения, определяющие зависимости между напряжениями и относительными деформациями бетона и арматуры, в виде диаграмм состояния (деформирования) материалов, приведенных в главе 4;
- уравнения, определяющие распределение относительных деформаций в бетоне и арматуре по сечению, нормальному к продольной оси конструкции, исходя из гипотезы плоских сечений. При этом, относительные деформации арматуры, имеющей сцепление с бетоном (независимо, при сжатии или растяжении), следует принимать такими же, как и для окружающего бетона;
- условия деформирования бетона и арматуры между трещинами, нормальными к продольной оси конструкции.

Напряжения в арматуре и бетоне следует определять по расчетным диаграммам состояния материалов исходя из суммарных относительных деформаций от всех воздействий, включая начальные и развивающиеся в процессе эксплуатации конструкции (усадка, ползучесть, набухание, предварительное напряжение, самоупрочнение и т. п.).

Распределение относительных деформаций бетона и растянутой арматуры на длине участка между трещинами допускается принимать равномерным с усредненными значениями относительных деформаций бетона и арматуры.

При отсутствии сцепления арматуры с бетоном расчет следует производить на основе расчетной модели, учитывающей равномерное удлинение (укорочение) арматуры по длине участка конструкции, где отсутствует сцепление арматуры с бетоном.

Расчет по прочности железобетонных элементов прямоугольного, таврового и двутаврового поперечных сечений с арматурой, сосредоточенной у наиболее растянутой и сжатой граней элемента, выполненного из бетона класса не более  $C^{50}/60$ , когда изгибающие моменты и продольные силы, вызванные нагрузками и воздействиями, приложены в плоскости симметрии сечения, допускается производить по предельным усилиям в сечении, нормальном к продольной оси (альтернативная модель), принимая прямоугольную эпюру распределения напряжений в бетоне сжатой зоны сечения.

Следует отметить, что нормы проектирования [1] в отличие от ранее действующих норм [2] дает инженеру-проектировщику значительно большую свободу в выборе методов расчета. Однако такое расширение возможностей потребует от него обратить особое внимание на правомерность и обоснованность выбора того или иного метода при расчете проектируемой конструкции.

Особенности применения различных методов расчета подробно рассмотрены в последующих разделах главы 6.

### **6.3. Общий метод расчета железобетонных конструкций при действии изгибающих моментов и продольных сил**

В общем случае расчеты железобетонных конструкций на действие изгибающих моментов и продольных сил (сжимающих и растягивающих), по прочности (несущей способности) и пригодности к нормальной эксплуатации (трещиностойкости и деформациям) при любой форме поперечных сечений, любом расположении арматуры в пределах сечения и произвольной системе усилий, вызванных внешними воздействиями, следует производить на основе деформационной расчетной модели сечений, использующей совместно:

- уравнения равновесия моментов и продольных сил в сечении, нормальном к продольной оси элемента;
- уравнения, определяющие связь между напряжениями и относительными деформациями бетона и арматуры, в виде диаграмм состояния (деформирования), представленных в главах 4, 5;
- уравнения, описывающие распределение относительных деформаций в бетоне и арматуре в пределах сечения, исходя из гипотезы плоских сечений; при этом относительные деформации арматуры, имеющей сцепление с бетоном (независимо, при сжатии или растяжении) следует принимать такими же, как и окружающего бетона;
- условия деформирования бетона и арматуры на участках между трещинами.

Для сечения произвольной формы, показанного на рис. 6.11, при любой системе сил, действующих на сечение ( $M_{Sd,x}$ ;  $M_{Sd,y}$ ;  $N_{Sd}$ ), имеющего арматуру, распределенную по сечению, расчетную систему уравнений деформационного метода в общем случае можно записать:

- условия равновесия:



$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{A_c} \sigma_c(\varepsilon_c) dA_c + \sum_k \sigma_{sk}(\varepsilon_s) A_{sk} - N_{Sd} = 0; \\ \int_{A_c} \sigma_c(\varepsilon_c) x dA_c + \sum_k \sigma_{sk}(\varepsilon_s) A_{sk} x_k - (M_{Sd,x} + N_{Sd,x} e_x) = 0; \\ \int_{A_c} \sigma_c(\varepsilon_c) y dA_c + \sum_k \sigma_{sk}(\varepsilon_s) A_{sk} y_k - (M_{Sd,y} + N_{Sd,y} e_y) = 0; \end{array} \right. \quad (6.4)$$

– уравнения совместности относительных деформаций в виде гипотезы плоского сечения, определяющие их распределение по сечению:

$$\varepsilon_{cn} = \varepsilon_z + \varphi_x x_n + \varphi_y y_n; \quad (6.7a)$$

$$\varepsilon_{sk} = \varepsilon_z + \varphi_x x_k + \varphi_y y_k; \quad (6.7b)$$

– физические уравнения, связывающие напряжения и относительные деформации для бетона и арматуры в виде диаграмм деформирования (состояния) для бетона и арматуры:

$$\sigma_c = f(\varepsilon_c); \quad (6.8a)$$

$$\sigma_{ct} = f(\varepsilon_{ct}); \quad (6.8b)$$

$$\sigma_s = f(\varepsilon_s). \quad (6.9)$$

Аналитические описания диаграмм деформирования для бетона (6.8a), (6.8b) и арматуры (6.9), применяемые при расчете железобетонных конструкций, подробно рассмотрены в главах 4, 5.

В соответствии с [1, 6] при выполнении расчетов прочности в условиях равновесия (6.4)..(6.6) допускается не учитывать сопротивление растянутого бетона за исключением отдельных случаев (например, при расчете изгибаемых и внецентренно сжатых бетонных конструкций, в которых не допускается образование трещин), при которых расчет элементов по прочности сечений, нормальных к продольной оси, производят, принимая во внимание указания, относящиеся к расчету конструкций по образованию трещин.

При использовании деформационной расчетной модели критерием исчерпания прочности железобетонной конструкции по сечению, нормальному к продольной оси, принято условие достижения сжатым бетоном и (или) растянутой арматурой предельных значений относительных деформаций, установленных нормативными документами.

Величины предельных относительных деформаций сжатого бетона  $\varepsilon_{cu}$  в зависимости от его класса по прочности при сжатии приведены в табл. 4.3.

Предельные относительные деформации арматуры принимают равными

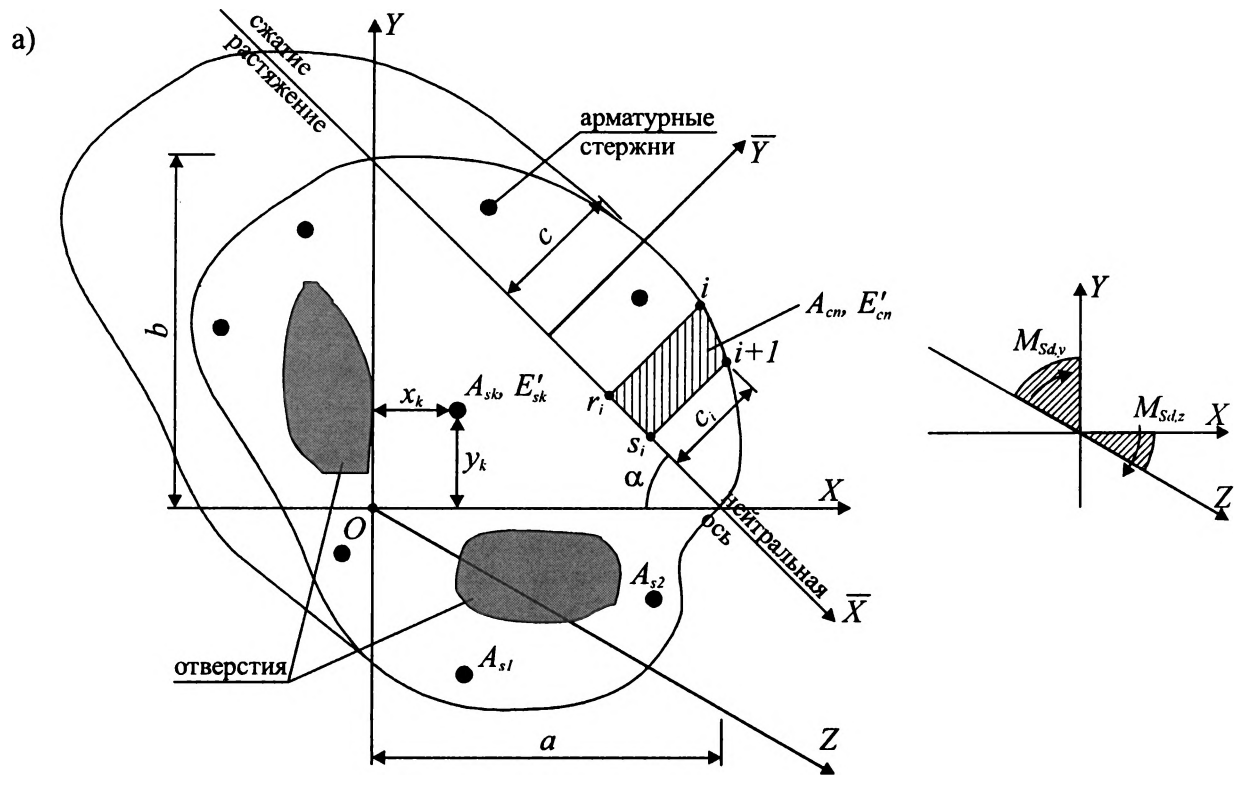
$$\varepsilon_{s,u} = \varepsilon_{s,R}, \text{ но не более } 10\%, \quad (6.10)$$

где  $\varepsilon_{s,R}$  – нормируемая относительная деформация для арматуры соответствующего класса, установленная нормативными документами.

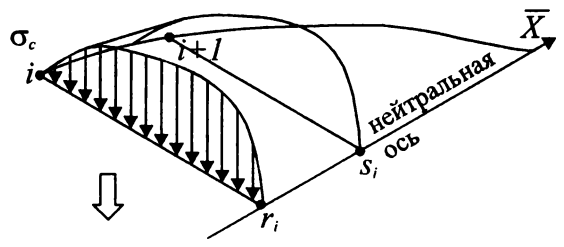
При решении уравнений (6.4)..(6.6) используют либо правила точного интегрирования, либо прибегают к численному интегрированию (суммированию) напряжений, действующих по элементарным площадкам, выделенным в пределах расчетного сечения [25].

Наиболее распространенным считается метод численного интегрирования (суммирования), в котором бетонное сечение мысленно разбивают на отдельные малые участки площадью  $A_{cn}$ , как правило, прямоугольной формы, дополненные по необходимости треугольными или трапециевидными участками (рис. 6.11б). При использовании точных решений все сечение может быть разбито на треугольные, либо сегментные участки. В упрощенных моделях принимают допущение о том, что напряжения  $\sigma_{cn}$  в пределах каждого выделенного элементарного участка бетона постоянны и равны напряжениям на уровне его центра тяжести (рис. 6.11а). Поэтому относительные деформации  $\varepsilon_{cn}$  рассчитывают на уровне центра тяжести каждого элементарного участка. Считается, что допущение о постоянстве напряжений в пределах элементарного участка не вносит существенной погрешности в расчеты, если его размеры не превышают 1/10 соответствующего размера сечения.

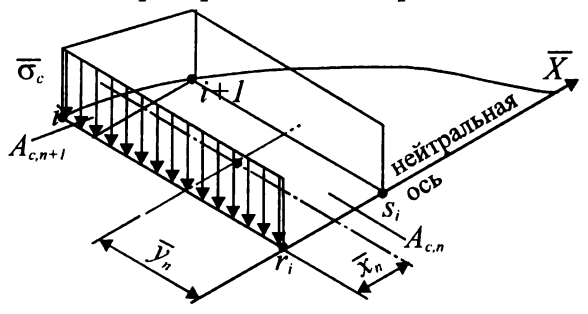
Для каждого  $n$ -го элементарного участка бетона фиксируют его площадь  $A_{cn}$  и координаты центра тяжести  $x_n, y_n$  (расстояния до соответствующих осей, рис. 6.11а). Каждому арматурному стержню присваивают свой номер, а также фиксируют его площадь  $A_{sk}$  и положение центра тяжести  $x_k, y_k$ . Тогда обозначив  $M_x = (M_{Sd,x} + N_{Sd,x} e_x)$ ,  $M_y = (M_{Sd,y} + N_{Sd,y} e_y)$  и переходя к численному интегрированию условия равновесия могут быть записаны:



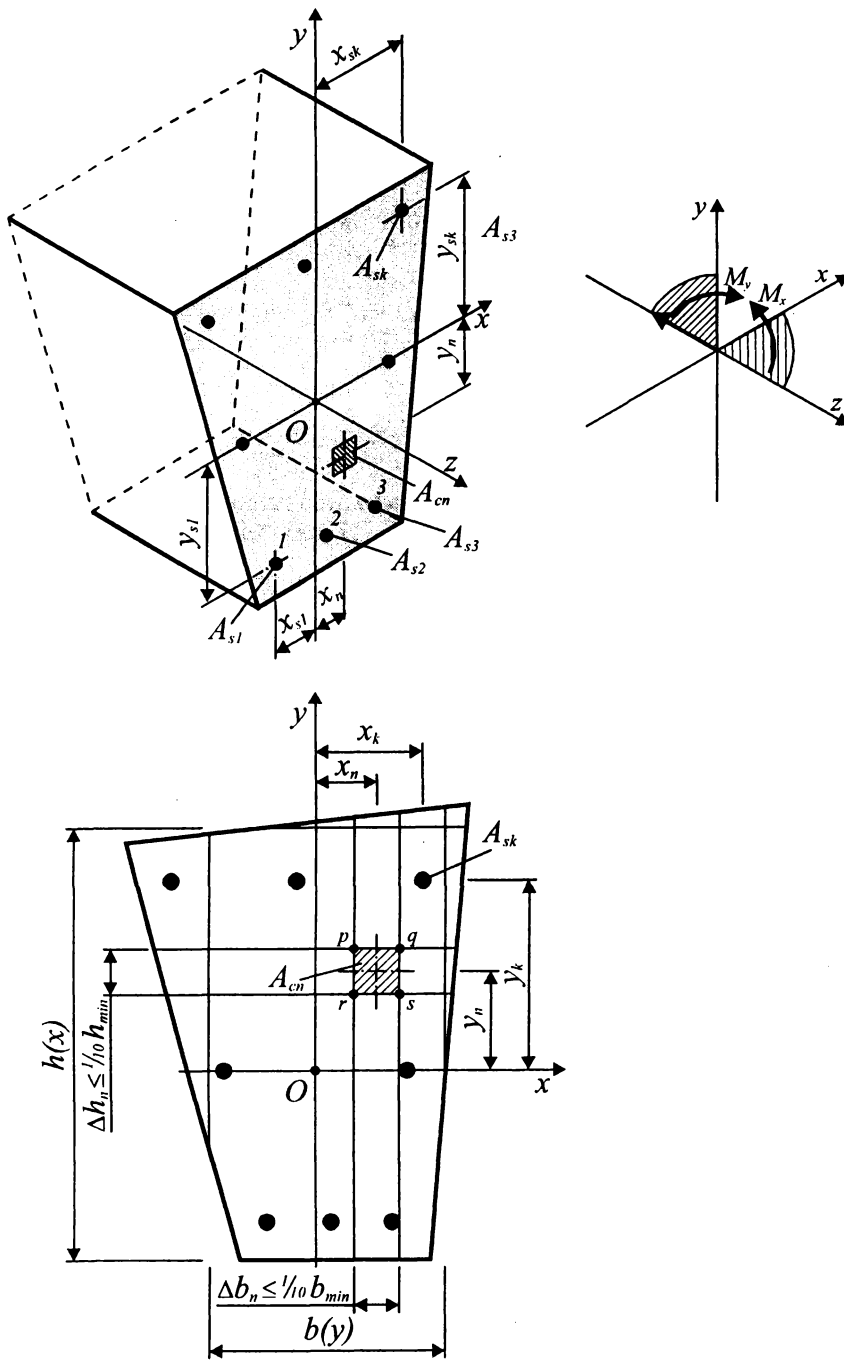
б) Распределение напряжений в сжатой зоне сечения



в) Эквивалентное равномерное распределение напряжений

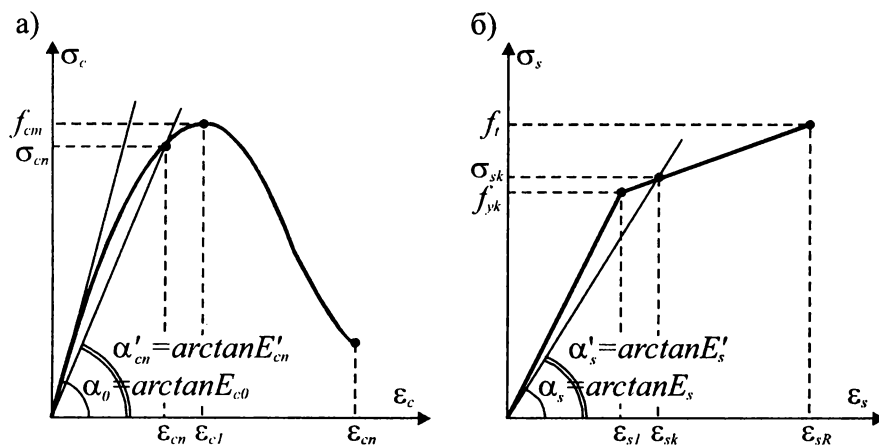


**Рис. 6.11а.**  
 К расчету сечения общей формы на действие изгибающих моментов и продольной силы  
 а) схема расчетного сечения;  
 б) распределение напряжений в бетоне сжатой зоны;  
 в) эквивалентное равномерное распределение напряжений по элементарным участкам в сжатой зоне сечения.



**Рис. 6.116.**

Разбиение поперечного сечения на элементарные участки при расчете на действие изгибающих моментов и продольных сил



**Рис. 6.12.**

К определению секущих модулей упругости для бетона (а) и арматуры (б)

$$\sum_n \sigma_{cn}(\varepsilon_c) A_{cn} + \sum_k \sigma_{sk}(\varepsilon_s) A_{sk} = N_{Sd,z}; \quad (6.11)$$

$$\sum_n \sigma_{cn}(\varepsilon_c) A_{cn} x_n + \sum_k \sigma_{sk}(\varepsilon_s) A_{sk} x_k = M_x; \quad (6.12)$$

$$\sum_n \sigma_{cn}(\varepsilon_c) A_{cn} y_n + \sum_k \sigma_{sk}(\varepsilon_s) A_{sk} y_k = M_y. \quad (6.13)$$

Учитывая то обстоятельство, что напряжения и относительные деформации на рассматриваемом уровне нагружения конструкции связаны секущим модулем деформаций, определяемым из диаграммы деформирования (см. рис. 6.12), можно записать:

$$\sigma_{cn}(\varepsilon_c) = E'_{cn} \varepsilon_{cn}; \quad (6.14)$$

$$\sigma_{sk}(\varepsilon_s) = E'_{sk} \varepsilon_{sk}; \quad (6.15)$$

где  $E'_{cn}$ ,  $E'_{sk}$  – численные значения модуля деформаций соответственно для бетона и арматуры, определяемые из диаграммы деформирования (рис. 6.12а,б) на соответствующем уровне нагружения.

С учетом уравнений (6.14) и (6.15) условия равновесия (6.11)..(6.13) запишутся в виде:

$$\sum_n \varepsilon_{cn} E'_{cn} A_{cn} + \sum_k \varepsilon_{sk} E'_{sk} A_{sk} = N_{Sd}; \quad (6.16)$$

$$\sum_n \varepsilon_{cn} E'_{cn} A_{cn} x_n + \sum_k \varepsilon_{sk} E'_{sk} A_{sk} x_k = M_x; \quad (6.17)$$

$$\sum_n \varepsilon_{cn} E'_{cn} A_{cn} y_n + \sum_k \varepsilon_{sk} E'_{sk} A_{sk} y_k = M_y. \quad (6.18)$$

Подставив в условия равновесия сечения (6.16)..(6.18) уравнения, описывающие распределение относительных деформаций в бетоне и арматуре, получаем:

$$\sum_n (\varepsilon_z + \varphi_x x_n + \varphi_y y_n) E'_{cn} A_{cn} + \sum_k (\varepsilon_z + \varphi_x x_k + \varphi_y y_k) E'_{sk} A_{sk} = N_{Sd} \quad (6.19)$$

$$\sum_n (\varepsilon_z + \varphi_x x_n + \varphi_y y_n) E'_{cn} A_{cn} x_n + \sum_k (\varepsilon_z + \varphi_x x_k + \varphi_y y_k) E'_{sk} A_{sk} x_k = M_x \quad (6.20)$$

$$\sum_n (\varepsilon_z + \varphi_x x_n + \varphi_y y_n) E'_{cn} A_{cn} y_n + \sum_k (\varepsilon_z + \varphi_x x_k + \varphi_y y_k) E'_{sk} A_{sk} y_k = M_y \quad (6.21)$$

Выполняя преобразования для уравнения (6.19), получаем:

$$\begin{aligned} & \sum_n \varepsilon_z E'_{cn} A_{cn} + \sum_n \varphi_x x_n E'_{cn} A_{cn} + \sum_n \varphi_y y_n E'_{cn} A_{cn} + \\ & + \sum_k \varepsilon_z E'_{sk} A_{sk} + \sum_n \varphi_x x_k E'_{sk} A_{sk} + \sum_n \varphi_y y_k E'_{sk} A_{sk} = N_{Sd} \end{aligned}$$

Либо:

$$\begin{aligned} & \varepsilon_z \left( \sum_n E'_{cn} A_{cn} + \sum_n E'_{sk} A_{sk} \right) + \varphi_x \left( \sum_n E'_{cn} A_{cn} x_n + \sum_n E'_{sk} A_{sk} x_k \right) + \\ & + \varphi_y \left( \sum_n E'_{cn} A_{cn} y_n + \sum_n E'_{sk} A_{sk} y_k \right) = N_{Sd} \end{aligned}$$

Выполняя аналогичные преобразования уравнений для (6.20) и (6.21), получаем систему расчетных уравнений относительно неизвестных  $\varepsilon_z, \varphi_x, \varphi_y$ :

$$R_{1,1}z + R_{1,2}\varphi_x + R_{1,3}\varphi_y = N_{Sd}; \quad (6.22)$$

$$R_{2,1}z + R_{2,2}\varphi_x + R_{2,3}\varphi_y = M_x; \quad (6.23)$$

$$R_{3,1}z + R_{3,2}\varphi_x + R_{3,3}\varphi_y = M_y; \quad (6.24)$$

где:

$$R_{1,1} = \sum_n E'_{cn} A_{cn} + \sum_k E'_{sk} A_{sk} - \quad (6.25)$$

осевая жесткость, зависящая от уровня нагружения и геометрических характеристик сечения;

$$R_{1,2} = R_{2,1} = \sum_n E'_{cn} A_{cn} x_n + \sum_k E'_{sk} A_{sk} x_k - \quad (6.26)$$

изгибно-осевая жесткость, отражающая взаимное влияние продольного сжатия (растяжения) и изгиба по направлению оси  $x$ ;

$$R_{2,2} = \sum_n E'_{cn} A_{cn} x_n^2 + \sum_k E'_{sk} A_{sk} x_k^2 - \quad (6.27)$$

изгибная жесткость в направлении оси  $x$ ;

$$R_{1,3} = R_{3,1} = \sum_n E'_{cn} A_{cn} y_n + \sum_k E'_{sk} A_{sk} y_k - \quad (6.28)$$

изгибно-осевая жесткость по направлению оси  $y$ ;

$$R_{2,3} = R_{3,2} = \sum_n E'_{cn} A_{cn} x_n y_n + \sum_k E'_{sk} A_{sk} x_k y_k - \quad (6.29)$$

жесткость, отражающая взаимное влияние изгиба в направлении осей  $x$  и  $y$ ;

$$R_{3,3} = \sum_n E'_{cn} A_{cn} y_n^2 + \sum_k E'_{sk} A_{sk} y_k^2 - \quad (6.30)$$

изгибная жесткость в направлении оси  $y$ .

Систему уравнений (6.22)..(6.24) удобно решать в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} & R_{1,3} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & R_{2,3} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_{Sd,z} \\ M_x \\ M_y \end{Bmatrix} \quad (6.31a)$$

либо в общем виде:

$$\{F\} = [R(\{F\}, S)] \times \{U(\{F\}, S)\}, \quad (6.31b)$$

где:  $\{F\} = \{N_{Sd,z}, M_x, M_y\}^T$  – вектор-столбец усилий, вызванных действием расчетных воздействий в рассматриваемом сечении конструкции;

$\{U(\{F\}, S)\} = \{\varepsilon_z, \varphi_x, \varphi_y\}^T$  – вектор-столбец относительных деформаций, являющихся функцией от уровня нагружения  $\{F\}$  и геометрических характеристик сечения  $S$ ;

$[R(\{F\}, S)]$  – матрица жесткостей для рассматриваемого сечения, компоненты которой, определяемые по формулам (6.25)..(6.29), являются функцией внешних сил  $\{F\}$ , геометрических характеристик сечения и корректируются в зависимости от уровня нагружения;

- $\varepsilon_z$  – относительная продольная деформация (по линии продольной оси  $z$  элемента);  
 $\varphi_x, \varphi_y$  – кривизны продольной оси элемента в плоскостях, совпадающих с осями  $x$  и  $y$ .

В коэффициенты  $R_{ij}$  при неизвестных  $\varepsilon_z, \varphi_x, \varphi_y$  входят переменные модули деформаций  $E'_{cn}$  и  $E'_{sk}$ , зависящие от уровня нагружения конструкций, т.е. достигаемого напряженно-деформированного состояния в рассматриваемой элементарной площадке сечения. Поэтому систему уравнений (6.22)..(6.24) решают методом итераций.

Параметры деформированного состояния сечения  $\varepsilon_z, \varphi_x, \varphi_y$  при заданных геометрических характеристиках и компонентах вектора внешних усилий  $\{N_{Sd,z}, M_x, M_y\}^T$  на промежуточной итерации « $i$ » определяются из решения системы уравнений (6.31а):

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{Bmatrix}_i = \begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} & R_{1,3} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & R_{2,3} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} \end{bmatrix}_{(i-1)}^{-1} \times \begin{Bmatrix} N_{Sd,z} \\ M_x \\ M_y \end{Bmatrix}, \quad (6.32)$$

где  $[R]^{-1}$  – матрица, обратная матрице  $[R]$ , определяемая:

$$[R]^{-1} = \frac{1}{\det R} \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}, \quad (6.33)$$

здесь:  $\det R$  – определитель матрицы  $[R]$ ;

$A_{ij}$  – алгебраические дополнения элементов  $R_{ij}$  матрицы жесткостей  $[R]$ .

**Итерационный расчет** может быть выполнен в следующей последовательности.

Из решения системы уравнений (6.32) при условии, что на первой итерации принимают  $E'_{cn} = E_{cm}, E'_{sk} = E_s$  (где  $E_{cm}, E_s$  – средние значения модулей упругости для бетона и арматуры, принимаемые в соответствии с указаниями главы 4), определяют компоненты вектора перемещений  $\{\varepsilon_z, \varphi_x, \varphi_y\}_i^T$  и по формуле (6.7а), (6.7б) рассчитывают деформации  $\varepsilon_{cn}, \varepsilon_{sk}$  для каждой элементарной площадки бетона  $A_{cn}$  и арматурного стержня  $A_{sk}$ .

Используя диаграммы деформирования для бетона и арматуры (см. рис. 6.12) по установленным относительным деформациям рассчитывают напряжения, действующие по элементарным участкам бетона  $\sigma_{cn}$  и в арматурных стержнях  $\sigma_{sk}$ .

При известных значениях напряжений, действующих на элементарных площадках бетона и в арматурных стержнях рассчитывают внутренние усилия, действующие в сечении, используя уравнения (6.11)..(6.13).

Рассчитывают вектор разностей

$$\begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_{Sd,z} \\ M_x \\ M_y \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N_{Sd,z} \\ M_x \\ M_y \end{Bmatrix}_{calc}, \quad (6.34)$$

где  $\{N_{Sd,z}, M_x, M_y\}_{calc}^T$  – вектор внутренних усилий, определенных расчетом после первой итерации.

Если вектор разностей  $\{R\}$  близок к нулю (при назначенной степени точности вычислений), то расчет можно считать завершенным. Если это условие не выполняется, необходимо произвести корректировку элементов матрицы жесткостей с учетом достигнутого напряженно-деформированного состояния сечения. Текущие значения модулей деформаций для элементарных участков бетона и арматурных стержней определяют по формулам:

$$E'_{cn} = \frac{\sigma_{cn}}{\varepsilon_{cn}}; E'_{sk} = \frac{\sigma_{sk}}{\varepsilon_{sk}}, \quad (6.35)$$

где  $\sigma_{cn}, \sigma_{sk}$  – соответственно напряжения в  $n$ -ом элементарном участке бетона и  $k$ -ом арматурном стержне, рассчитанные из диаграмм деформирования для материалов (см. рис. 6.12) при полученных  $(i-1)$  итерации значениях относительных деформаций  $\varepsilon_{cn}$  и  $\varepsilon_{sk}$ .

Положение нейтральной оси, определяющей границу сжатой зоны сечения, определяют из уравнения:

$$\varepsilon_z + \varphi_x x + \varphi_y y = 0. \quad (6.36)$$

При установленном положении нейтральной оси и скорректированных значениях модулей деформаций  $E'_{cn}$  и  $E'_{sk}$  по формулам (6.25)..(6.26) повторно рассчитывают численные значения элементов матрицы жесткостей  $[R]$ .

Используя итерацию Ньютона-Рафсона можно записать:

$$[R]_{cor} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_z \\ \Delta\varphi_x \\ \Delta\varphi_y \end{Bmatrix}_I = - \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{Bmatrix}, \quad (6.37)$$

где:  $[R]_{cor}$  – матрица жесткостей для сечения, скорректированная после первой итерации;

$\{\Delta\varepsilon_z, \Delta\varphi_x, \Delta\varphi_y\}_I^T$  – вектор приращений деформаций.

Тогда:

$$\begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_z \\ \Delta\varphi_x \\ \Delta\varphi_y \end{Bmatrix}_I = - \begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{1,2} & R_{1,3} \\ R_{2,1} & R_{2,2} & R_{2,3} \\ R_{3,1} & R_{3,2} & R_{3,3} \end{bmatrix}_{cor}^{-1} \times \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{Bmatrix}, \quad (6.38)$$

Из решения системы уравнений (6.38) получают вектор приращения деформаций  $\{\Delta\varepsilon_z, \Delta\varphi_x, \Delta\varphi_y\}_I^T$  и далее определяют параметры деформированного состояния сечения после корректировки жесткостных характеристик:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{Bmatrix}_{(i-1)} + \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_z \\ \Delta\varphi_x \\ \Delta\varphi_y \end{Bmatrix}. \quad (6.39)$$

При вновь установленных параметрах деформированного состояния сечения  $\{\Delta\varepsilon_z, \Delta\varphi_x, \Delta\varphi_y\}_i$  повторно по формулам (6.7а) и (6.7б) рассчитывают относительные деформации для  $n$  элементарных участков бетона и  $k$  арматурных стержней. Используя аналитические описания диаграммы деформирования определяют напряжения, действующие в сечении, вычисляют вектор разностей  $\{R\}$  и проверяют условие:

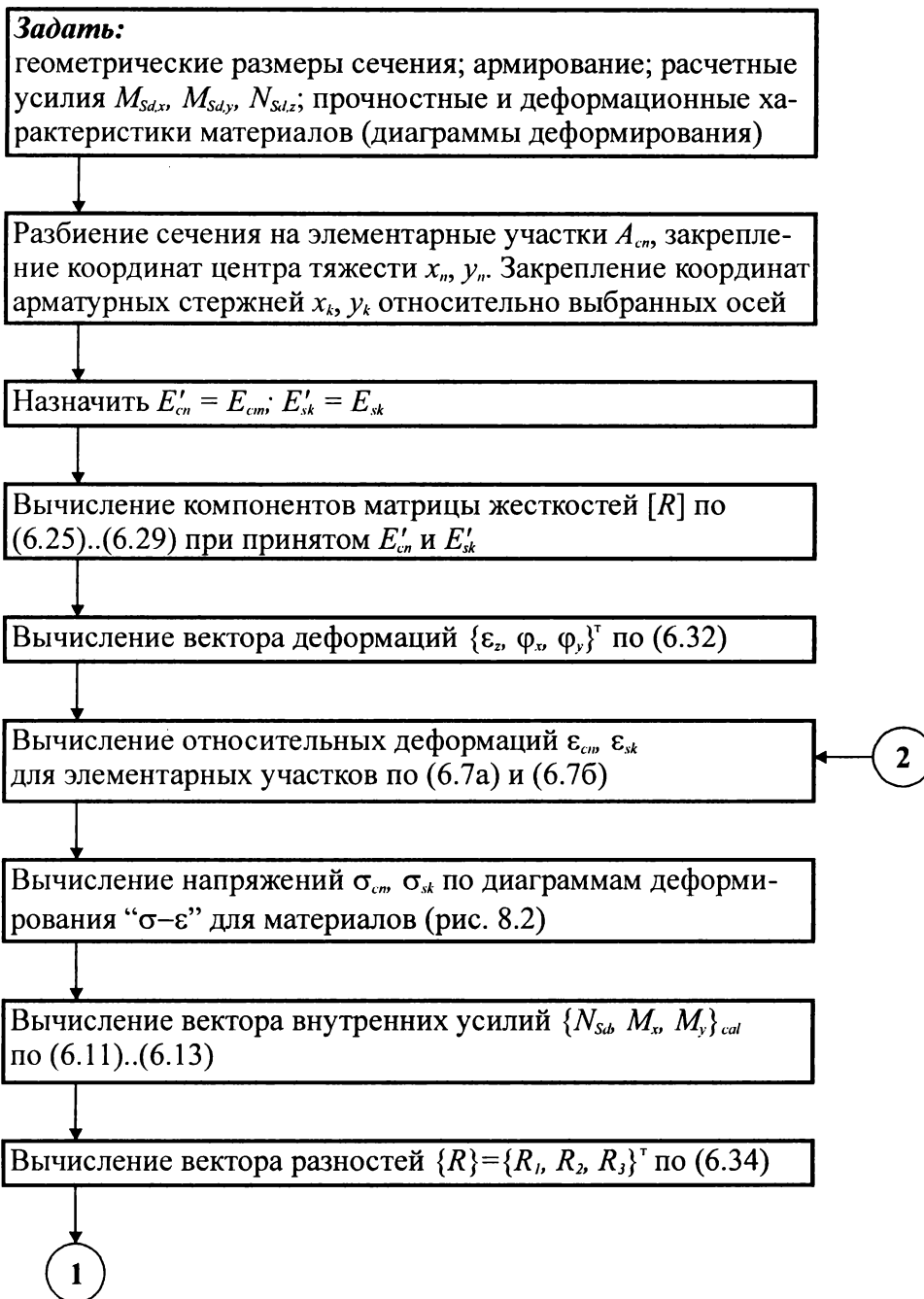
$$\{R\} \leq \{R\}_{lim}, \quad (6.40)$$

где  $\{R\}_{lim}$  – вектор допустимых разностей исходя из назначенной точности вычислений.

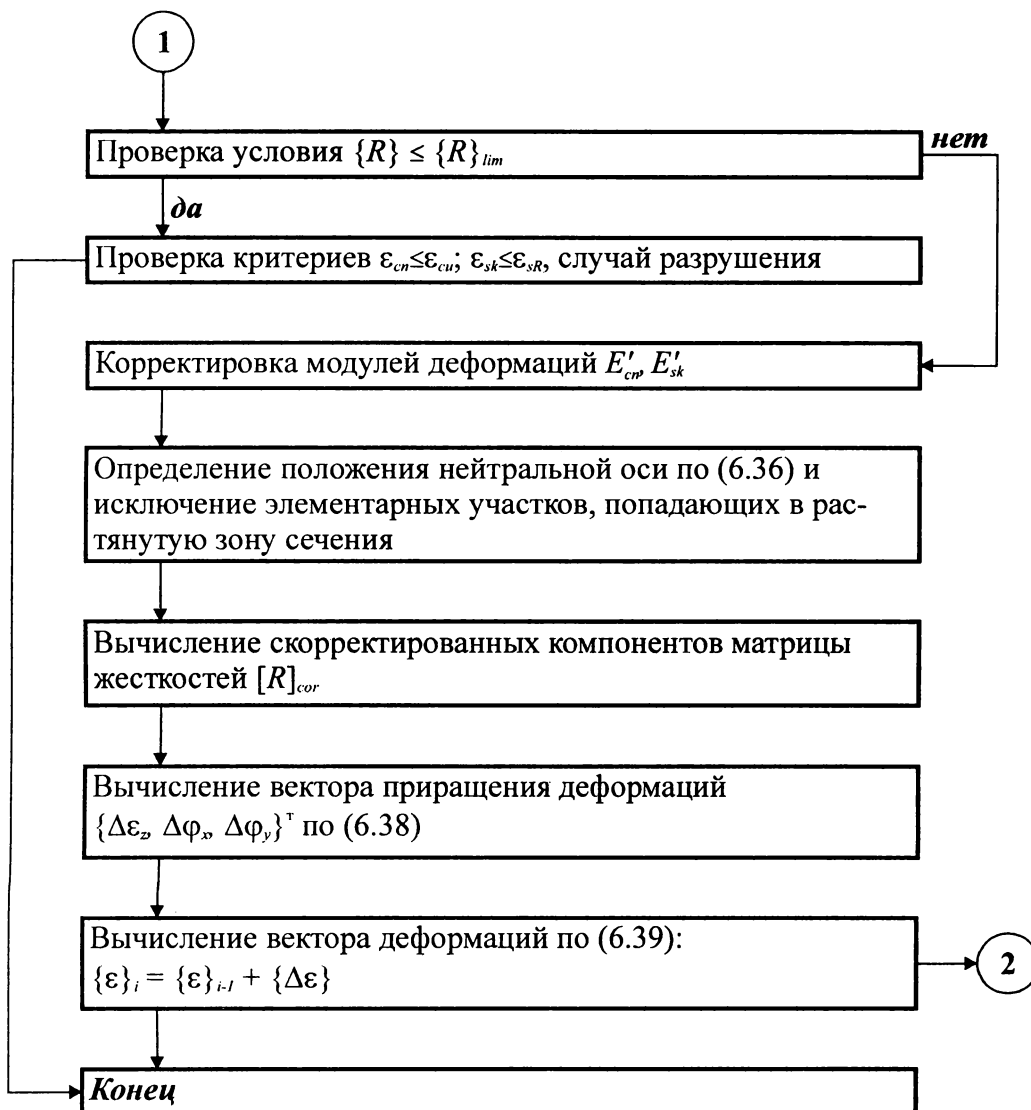
Количество итераций, необходимых для отыскания решения зависит от заданной степени точности и начальных условий задачи. Решение подобных задач достаточно детально рассмотрено в целом ряде работ, например [25], и может быть легко реализовано при использовании специальных математических пакетов. В Республике Беларусь расчет железобетонных конструкций по общей деформационной модели реализован в программном комплексе «БЕТА», разработанном Полоцким Государственным Университетом (проф. Лазовский Д.Н., доц. Глухов Д.О.), в качестве приложения к СНБ 5.03.01 [1].

Для рассчитанных параметров деформированного состояния проверяют выполнение критериев наступления предельного состояния, представленных в разделе 6.3.

Для наиболее распространенного типа задач, рассматривающих сечения, имеющие хотя бы одну ось симметрии, в плоскости которой действуют расчетные усилия (момент одного из направлений и продольная сила), исходная система уравнений значительно упрощается. Так при совмест-







**Рис. 6.13.**

Алгоритм расчета сечения, нормального к продольной оси элемента, при действии изгибающих моментов и продольных сил

ном действии продольной силы (растягивающей или сжимающей)  $N_{sd,z}$  и изгибающего момента, например,  $M_{sd,y}$ , исходные уравнения (в силу симметрии сечения) получают вид:

$$\begin{Bmatrix} N_{sd,z} \\ M_{sd,y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{1,3} \\ R_{3,1} & R_{3,3} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \varphi_y \end{Bmatrix}, \quad (6.41)$$

а в случае действия только изгибающего момента:

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ M_{sd,y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{1,1} & R_{1,3} \\ R_{3,1} & R_{3,3} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \varphi_y \end{Bmatrix}. \quad (6.42)$$

Уравнения распределения относительных деформаций по высоте сечения для случая расчета изгибаемых, внецентренно растянутых и внецентренно сжатых элементов имеют вид:

$$\varepsilon_{cn} = \varepsilon_z + \varphi_y y_n, \quad (6.43)$$

$$\varepsilon_{sk} = \varepsilon_z + \varphi_y y_k. \quad (6.44)$$

Вектор перемещений на  $i$ -ой итерации определяют:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \varphi_y \end{Bmatrix} = \frac{1}{\det R} \begin{bmatrix} R_{3,3} & R_{3,1} \\ R_{1,3} & R_{1,1} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} N_{sd,z} \\ M_y \end{Bmatrix}, \quad (6.45)$$

где  $\det R = R_{1,1}R_{3,3} - R_{1,3}^2$ .

Расчет по прочности выполняют по итерационному алгоритму, описанному ранее (см. рис. 6.13).

Для элементов, имеющих симметричные сечения простой формы (прямоугольные, тавровые, двутавровые, круглые) расчетные процедуры могут быть еще более простыми. Как трудоемкость и продолжительность расчета, так и его точность зависят с одной стороны от обоснованного выбора аналитического описания диаграмм деформирования материалов и назначения их параметрических точек, а с другой – от способа разбиения сечения на отдельные элементарные поля (конечные элементы).

Кроме описанного выше итерационного алгоритма могут быть использованы алгоритмы, в которых в качестве критерия окончания расчета принимается, например, достижение наперед заданной величины среднеквадратичного приращения элементов вектора деформаций на двух смежных итерациях.

В случаях, когда при расчете по прочности элементов с простой формой сечения при действии продольных сил и изгибающих моментов используют упрощенные расчетные диаграммы деформирования материалов (например, линейно-параболическая или билинейная, см. рис. 4.17), решение может быть получено по итерационному алгоритму без разбиения сечения на конечные элементы (элементарные поля бетона). В этом случае принимают следующий порядок действий.

1. В расчетном сечении (рис. 6.14) назначают начальное положение нейтральной оси. В первом приближении при расчете железобетонных конструкций исходя из условия, обеспечивающего возможность перераспределения изгибающих моментов, высота сжатой зоны сечения может быть назначена из условий:

– для бетонов класса не более  $C^{35}/_{45}$

$$x_{(1)} \leq 0,45d; \quad (6.46)$$

– для бетонов класса более  $C^{35}/_{45}$

$$x_{(1)} \leq 0,35d, \quad (6.47)$$

где  $d$  – рабочая высота сечения, определяемая как расстояние от центра тяжести наиболее растянутой арматуры до наиболее сжатой грани сечения.

2. Назначают начальную величину относительной деформации бетона наиболее сжатой грани сечения  $\varepsilon_{cc}$ . В первом приближении относительная деформация бетона наиболее сжатой грани сечения может быть принята

$$\varepsilon_{cc(1)} = 0,5\varepsilon_{cu}, \quad (6.48)$$

где  $\varepsilon_{cu}$  – предельная относительная деформация для бетона соответствующего класса по прочности на сжатие, принимаемая по табл. 4.3.

3. Относительные деформации арматуры, располагаемой по высоте расчетного сечения (рис. 6.14), рассчитывают по формуле:

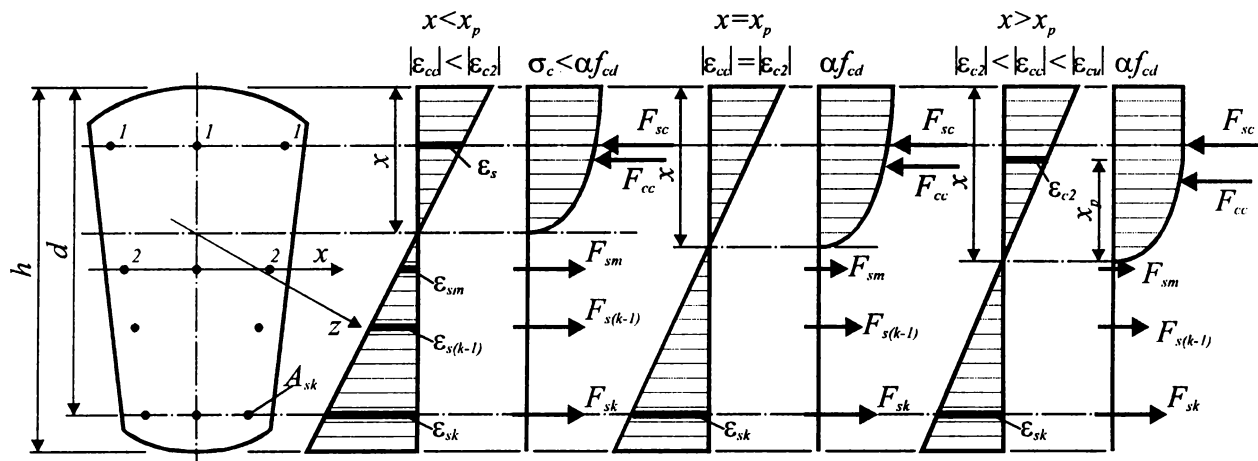


Рис. 6.14.

Характерные случаи распределения напряжений по высоте сжатой зоны бетона в зависимости от положения нейтральной оси при использовании линейно-параболической диаграммы деформирования бетона

$$\varepsilon_{sk} = \varepsilon_{cc} + y'_k \left( \frac{\varepsilon_{cc}}{x} \right), \quad (6.49)$$

где  $y'_k$  – расстояние от наиболее сжатой грани до центра тяжести  $k$ -го стержня арматуры по высоте сечения.

4. Определяют усилия в  $k$ -ом стержне арматуры

$$\begin{aligned} F_{sk} &= \varepsilon_{sk} E_{sk} A_{sk} \text{ если } \varepsilon_{sk} \leq \varepsilon_{sy} \\ F_{sk} &= f_{yd} A_{sk} \text{ если } \varepsilon_{sy} \leq \varepsilon_{sk} \leq \varepsilon_{sR,u} \end{aligned} \quad (6.50)$$

5. Используя диаграмму деформирования для бетона определяют равнодействующую усилий  $F_{cc}$  в сжатом бетоне. В общем случае

$$F_{cc} = \int_0^x \sigma_c(\varepsilon_c) b(y) dy. \quad (6.51)$$

Положение точки приложения равнодействующей  $F_{cc}$  относительно нейтральной оси сечения в общем случае определяют:

$$y_c = \frac{\int_0^x y \sigma_c(\varepsilon_c) dy}{\int_0^x \sigma_c(\varepsilon_c) dy}. \quad (6.52)$$

Так, при использовании линейно-параболической диаграммы деформирования (см. рис. 6.14) равнодействующую  $F_{cc}$  в общем случае рассчитывают интегрированием по высоте сжатой зоны сечения:

$$F_{cc} = \int_0^{x_p} \alpha f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c(y)}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] b(y) dy + \int_{x_p}^x \alpha f_{cd} (x - x_p) b(y) dy, \quad (6.53)$$

где  $x_p$  – расстояние от нейтральной оси до точки сжатой зоны, в которой относительная деформация  $\varepsilon_c = \varepsilon_{c2}$  ( $\varepsilon_{c2}$  – относительная деформация в пиковой точке диаграммы деформирования, определяемая по табл. 4.3 в зависимости от класса бетона по прочности при сжатии).

При этом в зависимости от положения нейтральной оси можно рассмотреть три характерных случая распределения напряжений в сжатой зоне сечения, показанные на рис. 6.14.

В табл. 6.6 приведены формулы для определения величины равнодействующей  $F_{cc}$  в сжатой зоне сечения при характерных распределениях напряжений (рис. 6.14) для прямоугольных сечений ( $b = const$ ) из бетонов классов  $C^{12}/_{15}..C^{50}/_{60}$  (при показателе степени  $n = 2$  по табл. 4.3).

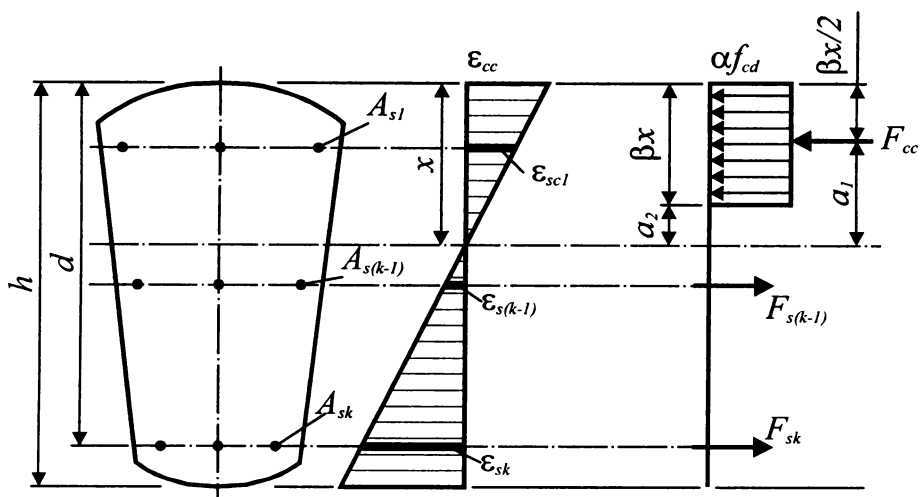


Рис. 6.15.

К расчету по прочности сечений при использовании прямоугольного блока напряжений в сжатой зоне.

При использовании прямоугольного блока напряжений в сжатой зоне сечения (рис. 6.15) процедура вычисления равнодействующей в сжатой зоне бетона существенно упрощается.

При переменной ширине сечения  $b = b(y)$  в общем случае:

$$F_{cc} = \int_{a_2}^{\beta x} \alpha f_{cd} \beta x b(y) dy. \quad (6.54)$$

Для прямоугольного сечения (при  $b = const$ ):

$$F_{cc} = \alpha f_{cd} \beta x b. \quad (6.55)$$

Расстояние от нейтральной оси до точки приложения равнодействующей в сжатом бетоне:

$$a_1 = x - \frac{\beta x}{2}. \quad (6.56)$$

Значения коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$ , принятых в различных нормах проектирования представлены в табл. 6.2.

Использование прямоугольной эпюры распределения напряжений взамен линейно-параболической несущественно снижает точность вычислений при расчете сечений простой геометрической формы, для которых расчетные усилия действуют в плоскости симметрии сечения. В табл. 6.3 представлены формулы для вычисления равнодействующей в сжатой зоне бетона прямоугольного сечения  $F_{cc}$  и плеча внутренней пары сил  $z$  для бетонов классов  $C^{12}/_{15}..C^{50}/_{60}$  при расчетных параметрах прямоугольного блока  $\alpha = 0,85$ ;  $\beta = 0,8$ .

Как видно из сравнения, представленного в табл. 6.3, применение прямоугольного блока напряжений практически не изменяет точности расчета в случае прямоугольных сечений. Аналогичный результат имеет место и при расчете тавровых и двутавровых сечений.

6. При высоте сжатой зоны (положении нейтральной оси), принятой в первой итерации, проверяют условия равновесия, взяв проекцию всех сил на продольную ось элемента:

Таблица 6.2.

Параметры прямоугольного блока напряжений в сжатой зоне

Параметр	Нормативный документ		
	СНБ 5.03.01 [1], ЕС-2 [6], DIN 1045 [11]	CSA A23.3-94 [17]	ACI 318-95 [12]
$\alpha$	0,85	$0,85 - 0,0015 f'_c \geq 0,67$	0,85
$\beta$	0,8	$0,97 - 0,0025 f'_c \geq 0,67$	$1,09 - 0,008 f'_c$ $0,65 \leq \beta \leq 0,85$
$\epsilon_{cu}, \%$	3,5	3,5	3,0

**Таблица 6.3.**

Сравнение величин равнодействующей в сжатом бетоне  $F_{cc}$  и плеча внутренней пары сил  $z$  при расчете прямоугольного сечения [37]

Вид расчетной диаграммы	Равнодействующая усилий сжатия $F_{cc}$	Плечо внутренней пары сил $z$
Линейно-параболическая	$0,459 f_{ck} b x$	$d - k_2 x \approx d - 0,416 x$
Прямоугольная	$0,454 f_{ck} b x$	$d - 0,5 \cdot 0,8 x = d - 0,4 x$

$$F_{cc} + \sum_k F_{sk} + N_{Sd,z} = 0. \quad (6.57)$$

Если условие (6.57) не выполняется, принимают новое положение нейтральной оси сечения и расчет повторяют, начиная от п. 3, при заданной в первой итерации относительные деформации наиболее сжатой грани сечения ( $\epsilon_{cc}$ ).

7. Если условие (6.57) выполняется, проверяют условие равновесия моментов относительно выбранной оси по высоте сечения. В общем случае при армировании, распределенном по сечению, условия равновесия моментов составляют относительно нейтральной оси сечения. В случае если арматура сосредоточена у наиболее растянутой грани, условия равновесия удобно составлять относительно ее центра тяжести. Такой подход используется при построении упрощенных практических методов расчета прочности сечений, нормальных к продольной оси, с целью исключения одного неизвестного в расчетных уравнениях. В общем случае условия равновесия моментов можно записать:

$$F_{cc} y_c + \sum_k F_{sk} y_k + (M_{Sd,y} + N_{Sd,z} e_y) = 0, \quad (6.58)$$

где:  $y_c, y_k$  – расстояния от выбранной моментной оси до равнодействующей усилий в бетоне и до  $k$ -го арматурного стержня в сечении;

$e_y$  – эксцентриситет приложения силы  $N_{Sd,z}$  относительно выбранной моментной оси.

8. Если условие (6.58) не выполняется, необходимо назначить новое значение относительной деформации наиболее сжатой грани сжатой зоны сечения  $\epsilon_{cc}$  с шагом  $\Delta \epsilon = (5..10) \cdot 10^{-5}$ , проверяя условие  $\epsilon_{cc} \leq \epsilon_{cu}$ , и возвратиться к п. 2.

9. Установленные расчетом параметры деформированного состояния при выполненном условии (6.58) необходимо сравнить с предельными значениями:

$$\epsilon_{cc} \leq \epsilon_{cu} \quad (6.59a)$$

$$\epsilon_{sy} \leq \epsilon_s \leq \epsilon_{sR} = 10 \text{ ‰} \quad (6.59b)$$

Если при проверке условий (6.59) окажется, что  $\epsilon_{cc} \geq \epsilon_{cu}$ , а  $\epsilon_s < \epsilon_{sy}$  – разрушение сечения происходит по бетону сжатой зоны в результате достижения предельных относительных деформаций сжатия бетона  $\epsilon_{cu}$ . При этом растянутая арматура в сечении полностью не используется.

Если имеет место обратная ситуация ( $\epsilon_{cc} < \epsilon_{cu}$ , а  $\epsilon_{sy} < \epsilon_s \leq \epsilon_{sR}$ ), то разрушение сечения произойдет по растянутой зоне, а в свою очередь полностью не используется сопротивление бетона.

Если в процессе вычислений при соответствующем сочетании усилий  $N_{Sd,z(i)}$  и  $M_{Sd,y(i)}$  будут превышены условия (6.59a) и (6.59b) до того, как будет выполнено условие равновесия (6.57), полученные усилия следует считать предельными для рассматриваемого сечения.

#### **6.4. Упрощенные деформационные методы расчета железобетонных элементов по прочности сечений, нормальных к продольной оси, при действии продольных усилий и изгибающих моментов**

##### **6.4.1. Предпосылки и допущения метода**

Упрощенные или практические методы расчета при совместном действии продольных усилий (сжимающих или растягивающих) и изгибающих моментов применяют при проектировании железобетонных элементов, имеющих сечения простой симметричной геометрической формы (прямоугольные, тавровые, двутавровые) с арматурой, сосредоточенной у наиболее растянутой и наиболее сжатой граней сечения. При этом расчетные усилия от внешних воздействий ( $N_{Sd}$ ,  $M_{Sd}$ ) действуют в плоскости симметрии сечения.

В общем случае при расчетах по деформационной модели предельные усилия, которые способен воспринять железобетонный элемент в сечении с трещиной, определяют из совместного решения системы уравнений, включающей согласно [1]:

- уравнения равновесия моментов и продольных сил;
- уравнения совместности деформаций, определяющие распределение относительных деформаций в бетоне и арматуре по высоте расчетного сечения;
- уравнений, устанавливающих связь между напряжениями и относительными деформациями для бетона и арматуры в виде диаграмм деформирования (см. главы 4, 5).

Расчет прочности сечений, нормальных к продольной оси, в рамках упрощенного варианта деформационной модели базируется на следующих предпосылках и допущениях:

1. В расчетных уравнениях равновесия не учитывают сопротивление бетона в растянутой зоне сечения.
2. Для расчетного сечения выполняется гипотеза плоских сечений (гипотеза *Бернулли*) в соответствии с которой относительные деформации по высоте сечения изменяются пропорционально расстоянию от рассматриваемой фибры до нейтральной оси.
3. Относительные деформации арматуры, располагаемой в сжатой зоне сечения ( $\epsilon_{sc}$ ) и окружающего ее бетона ( $\epsilon_c$ ) равны, т.е. оба материала деформируются совместно.
4. Напряжения и относительные деформации бетона и арматуры связаны соответствующими расчетными диаграммами деформирования « $\sigma - \epsilon$ » для материалов (рис. 6.16).

Критерием исчерпания прочности железобетонной конструкции по сечению, нормальному к ее продольной оси, при использовании деформационной расчетной модели принято условие достижения относительными деформациями сжатого бетона ( $\epsilon_{cc}$ ) или растянутой арматуры ( $\epsilon_{st}$ ) их предельных значений, установленных нормативными документами [1, 6, 7] (см. табл. 4.3).

При этом предельные относительные деформации бетона  $\epsilon_{cu,2}$  при расчете элементов по прочности не должны превышать:

- а) для центральных сжатых элементов – 2,0 ‰;
- б) для изгибаемых и внецентренно сжатых элементов при двузначной эпюре напряжений в сечении – 3,5 ‰;
- в) во всех промежуточных ситуациях следует принимать такое распределение относительных деформаций по высоте сечения, при котором на уровне  $h_0$  от наиболее сжатой грани сечения относительные деформации не превышают 2,0 ‰ (рис. 6.17).

Характерные расчетные схемы распределения относительных деформаций по высоте сечения железобетонного элемента при расчете его по прочности с использованием деформационной модели показаны на рис. 6.17.

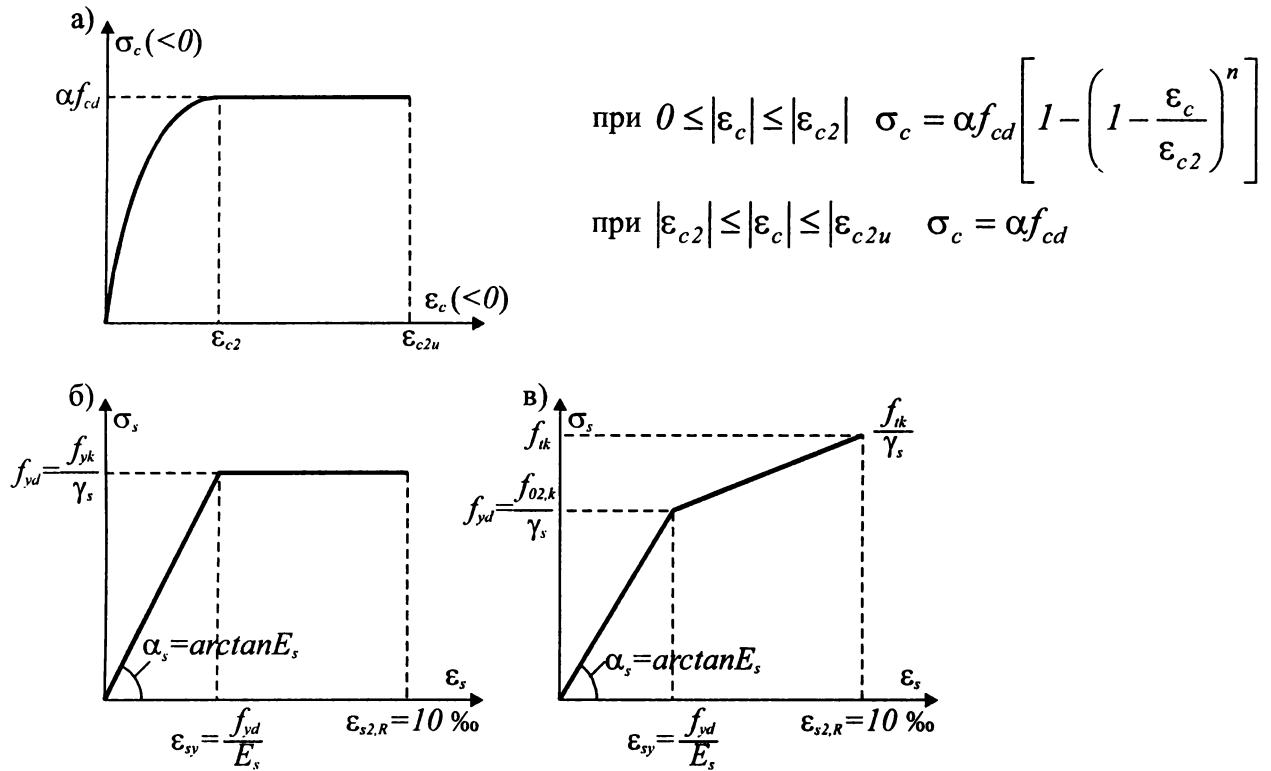
Величину предельных относительных деформаций растянутой арматуры (критериальное значение) следует принимать согласно требованиям норм [1, 6]. При этом величина предельной относительной деформации должна удовлетворять условию:

$$\epsilon_{st,u} = \epsilon_{s2,R}, \text{ но не более } 10,0 \text{ ‰}, \quad (6.60)$$

где  $\epsilon_{s2,R}$  – предельная относительная деформация растянутой арматуры, установленная стандартами.

Проф. А. Ланко [40] предлагает рассматривать четыре характерных области деформирования сечения (рис. 6.17) в зависимости от величины относительных деформаций, достигаемых в наиболее растянутой арматуре  $\epsilon_s$  и сжатом бетоне  $\epsilon_{cc}$  (см. табл. 6.4) при соответствующей системе усилий, прочностных и деформационных характеристиках материалов, геометрических характеристиках сечения. Представленное разделение на области деформирования позволяет на стадии проектирования оценить не только случай, по которому произойдет разрушение сечения (по сжатой или растянутой зоне), но и проанализировать его напряженно-деформированное состояние.

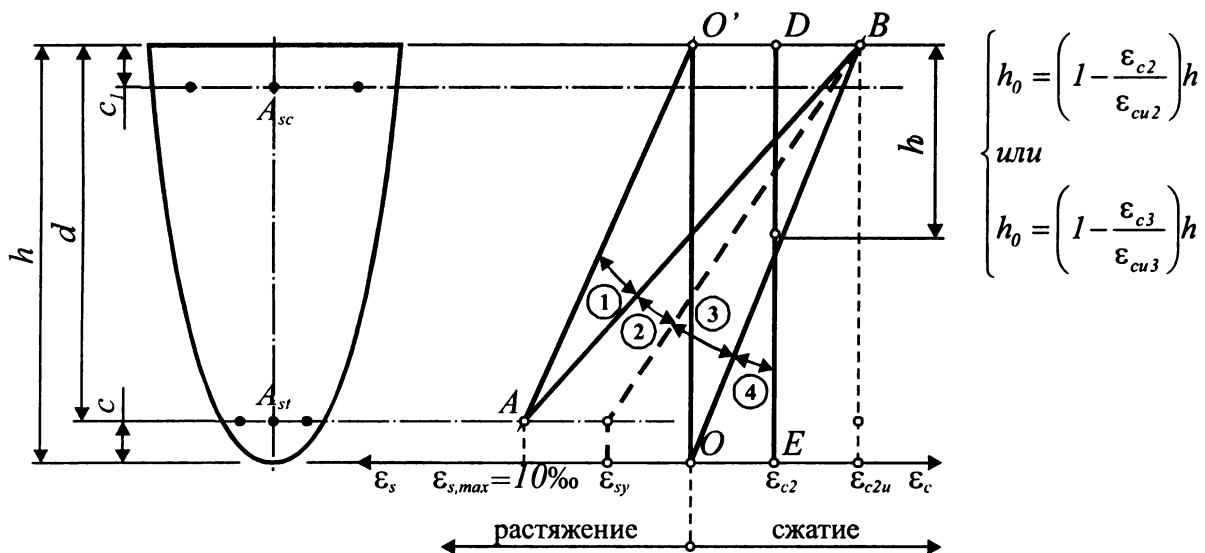
Как видно из табл. 6.4, если расчетное сечение работает в области деформирования 1 и 2, арматура в растянутой зоне используется полностью и разрушения следует ожидать по «растянутой зоне». В области 1а, характерной для слабоармированных элементов (когда коэффициент продольного армирования, определяемый как отношение площади арматуры к площади бетонного сечения, приближается к минимальному), либо когда предельное сопротивление элемента, обусловленное прочностными характеристиками бетона и геометрическими размерами сечения, существенно превышает величину действующих усилий, относительные деформации сжатого бетона не достигают предельных значений, т.е. бетон полностью не используется. Область деформирования 3 описывает переход через граничное состояние сечения, когда прочность бетона используется полностью, но растянутая арматура (менее сжатая) не достигает предельных относительных деформаций. В этом случае разрушение сечения следует ожидать по «сжатой зоне» в результате достижения предельных деформаций бетона (см. раздел 6.1). Помимо того, что названный случай приводит к неэкономичному проектированию конструкций, он является опасным, т.к. ведет к внезапному хрупкому разрушению сечения по сжатому бетону.



**Рис. 6.16.**

Расчетные диаграммы деформирования, применяемые при расчете железобетонных элементов по прочности сечений, нормальных к продольной оси

- а) линейно-параболическая для сжатого бетона;
- б) двухлинейная для арматурных сталей с физическим пределом текучести;
- в) то же для арматурных сталей с условным пределом текучести.



**Рис. 6.17.**

Расчетные схемы распределения относительных деформаций в сечении железобетонного элемента при расчете по прочности с использованием деформационной модели

- $DE$  – центральное сжатие с однозначной равномерной эпюрой напряжений;
- $OB$  – внецентренное сжатие с неравномерной однозначной эпюрой напряжений;
- $AB$  – изгиб, внецентренное сжатие и внецентренное растяжение при двузначной эпюре напряжений;
- $AO$  – внецентренное растяжение при однозначной эпюре напряжений.

**Таблица 6.4.**

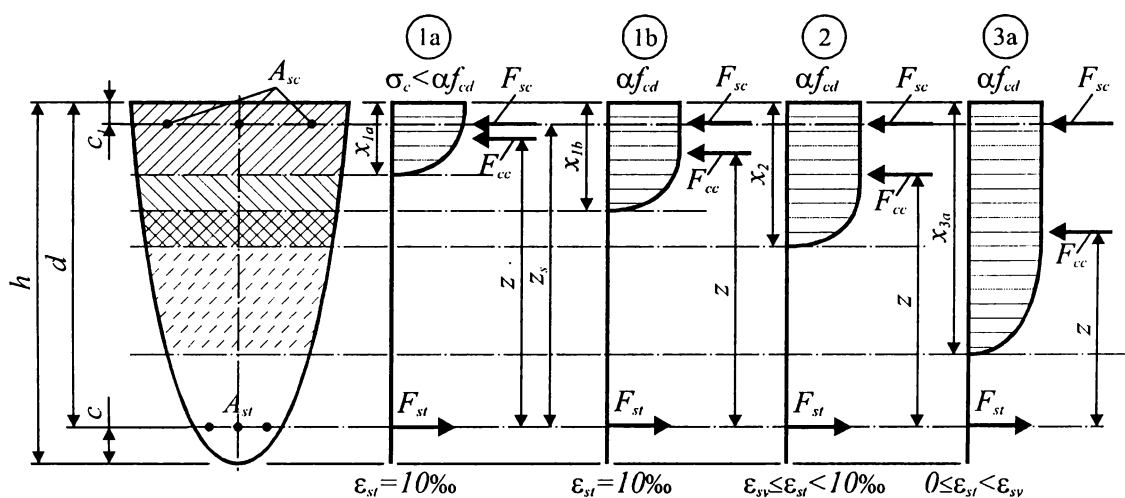
Значения относительных деформаций растянутой арматуры и сжатого бетона в характерных областях деформирования сечения согласно [40]

Обозначение области деформирования сечения (рис. 6.18, 6.19)	Относительные деформации [%]		Примечание
	в растянутой арматуре $A_{st}$	в сжатом бетоне	
1a	$\varepsilon_{st} = \varepsilon_{sR} = +10$	$ \varepsilon_{cc}  < 2,0$	Бетон в сжатой зоне полностью не используется, разрушение по растянутой зоне сечения
1b	$\varepsilon_{st} = \varepsilon_{sR} = +10$	$2,0 \leq  \varepsilon_c  < \varepsilon_{cu,2}$	Бетон в сжатой зоне и арматура $A_{st}$ используются полностью
2	$\varepsilon_{sy} \leq \varepsilon_{st} < +10$	$ \varepsilon_c  =  \varepsilon_{cu,2} $	
3a	$0 \leq \varepsilon_{st} < \varepsilon_{sy} = f_{yd}/E_s$	$ \varepsilon_c  =  \varepsilon_{cu,2} $	Растянутая арматура $A_{st}$ полностью не используется, разрушение по сжатой зоне сечения
3b	$\varepsilon_{st} < 0$	$ \varepsilon_c  =  \varepsilon_{cu,2} $	Арматура $A_{st}$ (у менее сжатой грани сечения) сжата и не используется полностью
4	$-2,0 \leq \varepsilon_{st} < 0$	$2,0 \leq  \varepsilon_c  \leq  \varepsilon_{cu,2} $	Арматура $A_{st}$ сжата и может быть полностью использована

Очевидно, что наиболее рациональной расчетной ситуацией при проектировании изгибаемых, внецентренно сжатых и внецентренно растянутых элементов (работающих с двучленной эпюрой относительных деформаций), является такая, при которой сечение с заданными геометрическими размерами, прочностными и деформационными характеристиками материалов и количеством армирования работает в области деформирования ②. Область деформирования ④ относится к работе сжатых элементов при однозначной эпюре деформаций, когда относительные деформации в менее сжатой арматуре  $\varepsilon_{st}$  достигают предельных значений (при сжатии).

Характерные схемы усилий, рассматриваемых в сечении при расчете прочности, соответствующие выделенным областям деформирования сечения, показаны на рис. 6.18, 6.19.

Проектирование сечений при двучленной эпюре распределения относительных деформаций и напряжений в рамках упрощенной деформационной модели выполняют исходя из предпосылки о полном использовании прочности сжатого бетона и растянутой арматуры (область деформирования 2), что, по существу, означает реализацию принципа А.Ф. Лолейта в методе предельных усилий.



**Рис. 6.18.**

Схемы усилий, действующих в расчетном сечении для характерных областей деформирования 1, 2, 3 согласно [40] при расчете по прочности изгибаемых, внецентренно сжатых и внецентренно растянутых элементов при двучленной эпюре деформаций



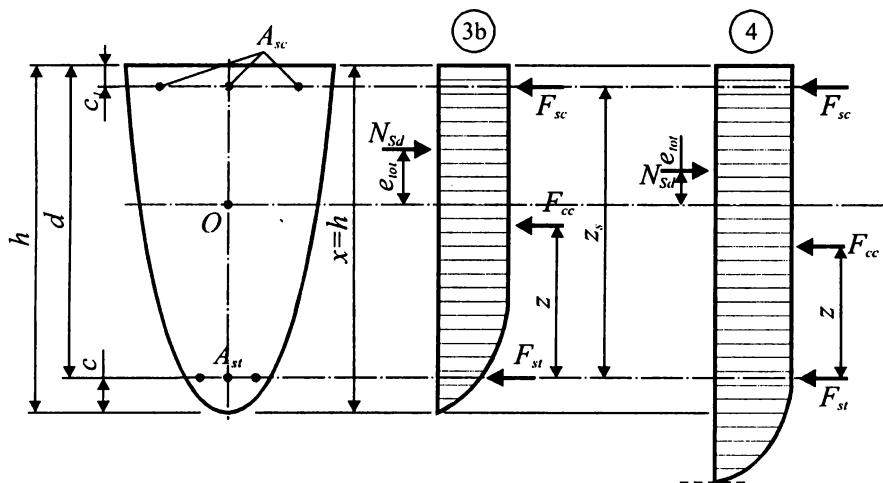


Рис. 6.19.

Схемы усилий, действующих в расчетном сечении для характерных областей деформирования 3b, 4 согласно [40] при расчете внецентренно сжатых элементов при однозначной неравномерной эпюре деформаций

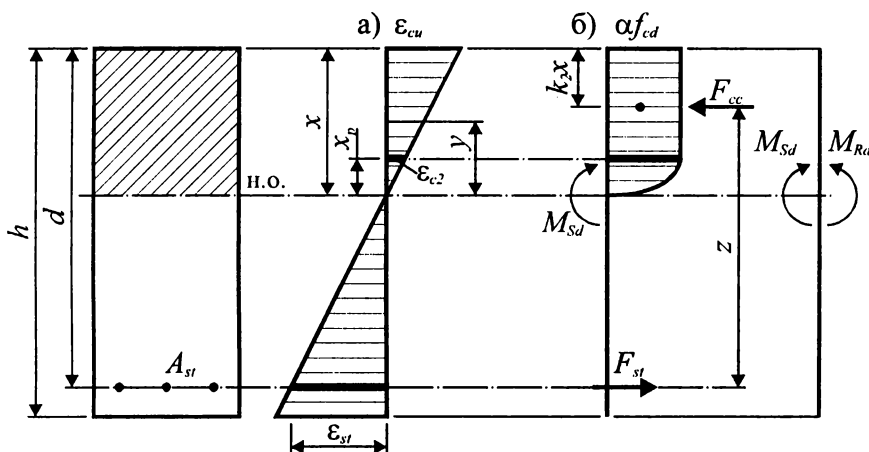


Рис. 6.20.

Схемы распределения относительных деформаций (а) и усилий (б) при определении предельного момента для прямоугольного сечения с одиночным армированием

#### 6.4.2. Изгибаемые железобетонные элементы

6.4.2.1. Прямоугольное сечение с одиночным армированием. В прямоугольном сечении с одиночным армированием расчетный момент  $M_{Sd}$ , вызванный действием внешней нагрузки, уравновешивается парой сил, составленной из равнодействующей напряжений в сжатой зоне бетона  $F_{cc}$  и усилиях в растянутой арматуре  $F_{st}$  (рис. 6.20). Условия равновесия для рассматриваемого случая имеют вид:

$$M_{Rd} \leq M_{Rd}, \quad (6.61)$$

$$M_{Rd} = F_{cc} \cdot z = F_{st} \cdot z, \quad (6.62a)$$

$$F_{cc} = F_{st}, \quad (6.62b)$$

где  $F_{cc}$  – усилие в бетоне сжатой зоны;

$F_{st}$  – усилие в растянутой арматуре;

$z$  – плечо внутренней пары сил, определяемое как расстояние между центрами тяжести растянутой арматуры и точкой приложения равнодействующей в бетоне сжатой зоны.

При расчете прочности прямоугольного сечения с одиночным армированием необходимо в первую очередь определить величину равнодействующей в бетоне сжатой зоны сечения и ее точку приложения в пределах сжатой зоны.

При использовании для расчета прочности прямоугольного сечения расчетной линейно-параболической диаграммы, связывающей напряжения и относительные деформации (см. рис. 6.16a), усилие в сжатой зоне может быть определено:

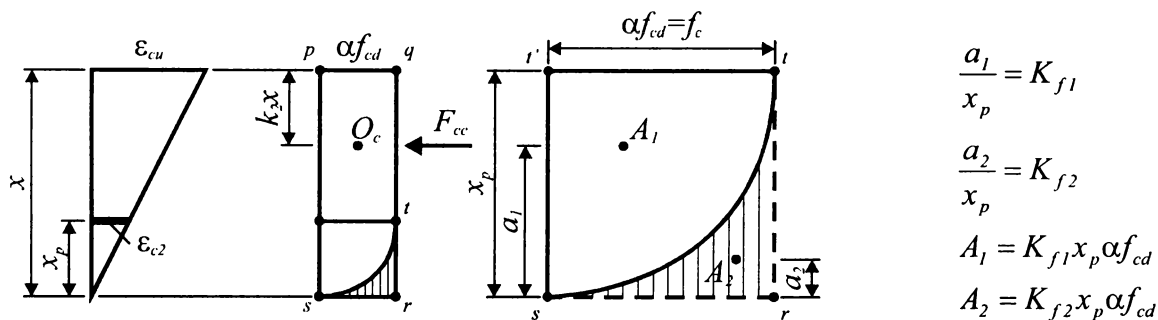


Рис. 6.21.

К определению параметров сжатой зоны сечения при применении линейно-параболической диаграммы деформирования

$$\begin{aligned}
 F_{cc} &= \int_0^{x_p} \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c(y)}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] dy + \alpha \cdot f_{cd} \cdot b(x - x_p) = \\
 &= \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \left[ \int_0^{x_p} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c(y)}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] dy + b(x - x_p) \right]
 \end{aligned} \quad (6.63)$$

Относительные деформации бетона сжатой зоны сечения  $\varepsilon_c(y)$  в интервале  $0 \leq |\varepsilon_c(y)| \leq |\varepsilon_{c2}|$  определяются исходя из гипотезы плоского сечения

$$\varepsilon_c(y) = y \cdot \varphi, \quad (6.64)$$

где  $y$  – текущая координата фибры по высоте сжатой зоны, отсчитываемая от нейтральной оси сечения по направлению наиболее сжатой грани;

$\varphi = \varepsilon_{c2}/x_p$  – кривизна сечения с трещиной.

С учетом (6.64) уравнение (6.63) можно записать в виде:

$$F_{cc} = \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \left[ \int_0^{x_p} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{y}{\omega} \right)^n \right] dy + b(x - x_p) \right].$$

Для вычисления равнодействующей  $F_{cc}$  с целью упрощения вычислений удобно воспользоваться некоторыми условными напряжениями, равномерно распределенными по высоте сжатой зоны сечения  $x$ .

Как видно из схемы распределения напряжений (рис. 6.21), напряжения  $\bar{f}_c$ , действующие в сжатой зоне сечения, могут быть рассчитаны по формуле:

$$\bar{f}_c = \frac{S_{pqrs} - S_{rst}}{x}, \quad (6.65)$$

где:  $S_{pqrs}$  – площадь эпюры распределения напряжений в предположении, что на всей высоте сжатой зоны  $\sigma_c = \alpha f_{cd}$ ;

$S_{rst}$  – площадь эпюры распределения некоторых фиктивных напряжений, определяемая:

$$S_{rst} = S_{st'tr} - S_{st't}.$$

Площадь эпюры  $S_{st't}$ , заключенная под кривой, описываемой параболической частью диаграммы деформирования, определяется:

$$S_{st't} = \int_0^{x_p} \alpha \cdot f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{y}{x_p} \right)^n \right] dy, \quad (6.66)$$

а площадь  $S_{st'tr} = x_p \alpha f_{cd}$ .

Тогда

$$A_2 = \alpha \cdot f_{cd} \cdot x_p - \int_0^{x_p} \alpha \cdot f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{y}{x_p} \right)^n \right] dy =$$

$$= \alpha \cdot f_{cd} \left[ x_p - \int_0^{x_p} \alpha \cdot f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{y}{x_p} \right)^n \right] dy \right]. \quad (6.67)$$

Расстояние от нейтральной оси до точки, в которой относительные деформации  $\varepsilon_c(y)$  становятся равными  $\varepsilon_{c2}$ , определяют из эпюры распределения относительных деформаций (рис. 6.21)

$$\frac{x}{\varepsilon_{cu}} = \frac{x_p}{\varepsilon_{c2}} \Rightarrow x_p = x \left( \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}} \right). \quad (6.68)$$

**Таблица 6.5.**

Значения коэффициентов для определения параметров сжатой зоны бетона упрощенного деформационного метода (параболически линейная диаграмма)

Формулы		$<C^{50}/60$	$C^{55}/67$	$C^{60}/75$	$C^{70}/85$	$C^{80}/95$	$C^{90}/105$
$n$		2,0	1,75	1,6	1,45	1,4	
$K_{f1} = \frac{A_1}{\omega \cdot \alpha \cdot f_{cd}}$	$\frac{n}{n+1}$	0,667	0,635	0,615	0,597	0,590	
$K_{f2} = \frac{A_2}{\omega \cdot \alpha \cdot f_{cd}}$	$\frac{1}{n+1}$	0,333	0,364	0,385	0,403	0,410	
$K_{\omega1} = \frac{a_1}{\omega}$	$\frac{n+3}{2(n+2)}$	0,625	0,595	0,576	0,559	0,552	
$K_{\omega2} = \frac{a_2}{\omega}$	$\frac{1}{n+2}$	0,250	0,274	0,289	0,303	0,308	
$\varepsilon_{c2}, \text{‰}$		-2,0	-2,2	-2,3	-2,4	-2,5	-2,6
$\varepsilon_{cu}, \text{‰}$		-3,5	-3,1	-2,9	-2,7	-2,6	-2,6
$\frac{x_p}{x}$	$\frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}}$	0,571	0,710	0,793	0,888	0,961	1,0
$\omega_c$	$1 - K_{f2} \left( \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \right)$	0,810	0,754	0,694	0,642	0,605	0,590
$K_2$	$1 - \frac{0,5 - K_{f2} K_{\omega2} \left( \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}} \right)^2}{\omega_c}$	0,416	0,403	0,380	0,371	0,366	0,366
$C_0$	$\frac{\omega_c}{K_2}$	1,947	1,870	1,826	1,730	1,650	1,612

Тогда условные напряжения, равномерно распределенные по высоте сжатой зоны, сечения с учетом (6.65) и (6.67) в общем случае могут быть определены

$$\bar{f}_c = \frac{\alpha \cdot f_{cd} \cdot x - A_2}{x}. \quad (6.69)$$

В табл. 6.5 представлены значения коэффициентов  $K_{f1}$ ,  $K_{f2}$  для расчета площади эпюры распределения напряжений в сжатой зоне бетона на участке, где зависимость между напряжениями и относительными деформациями описана параболой для различных классов бетона (при различных показателях степени  $n$ ).

Коэффициенты  $K_{f1}$ ,  $K_{f2}$ ,  $K_{\omega1}$ ,  $K_{\omega2}$  в табл. 6.5 получены интегрированием зависимости (6.66), связывающей напряжения и относительные деформации на участке  $0 \leq y \leq \omega$ .

Площадь  $A_2$  определяется:

$$A_2 = K_{f_2} x_p \alpha f_{cd} \cdot \quad (6.70)$$

С учетом (6.70) и (6.69)

$$\begin{aligned} \frac{f_c}{f_c} &= \frac{\alpha f_{cd} x - K_{f_2} x_p \alpha f_{cd}}{x} = \frac{\alpha f_{cd} x - \alpha f_{cd} \cdot K_{f_2} (\epsilon_{c2}/\epsilon_{cu}) x}{x} = \\ &= \alpha f_{cd} \left[ 1 - K_{f_2} \left( \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{cu}} \right) \right] = \omega_c \alpha f_{cd} \end{aligned} \quad (6.71)$$

$$\text{где } \omega_c = \left[ 1 - K_{f_2} \left( \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{cu}} \right) \right]. \quad (6.72)$$

Так, для бетонов классов по прочности  $C^{12}/_{15} \div C^{50}/_{60}$  при  $\epsilon_{c,u} = 3,5 \%$ ,  $\epsilon_{c2} = 2,0 \%$ ;  $K_{f_2} = 0,333$  по формуле (6.72):

$$\omega_c = \left[ 1 - 0,333 \left( \frac{2}{3,5} \right) \right] = 0,8098 \approx 0,81$$

В таблице 6.5 представлены значения коэффициента  $\omega_c$  для различных классов бетона по прочности. Как видно из табл. 6.5 коэффициент  $\omega_c$ , характеризующий работу бетона в сжатой зоне сечения, уменьшается с ростом класса бетона по прочности и приближается для бетонов высокой прочности к  $\omega_c \rightarrow 0,5$ .

Точка приложения равнодействующей усилия в сжатой зоне сечения (см. рис. 6.21) в общем случае определяется:

$$y_c = (x - K_2 x) = \frac{\int_0^x \left[ 1 - \left( 1 - \frac{y}{x_p} \right)^n \right] y dy}{\int_0^x \left[ 1 - \left( 1 - \frac{y}{x_p} \right)^n \right] dy}. \quad (6.73)$$

При линейно-параболической диаграмме распределения напряжений по высоте сжатой зоны сечения расстояние  $(x - K_2 x)$  от нейтральной оси до точки приложения равнодействующей  $F_{cc}$  определим:

$$(x - K_2 x) = \frac{S_{pqrs} \frac{x}{2} - S_{rst} a_2}{f_c x}. \quad (6.74)$$

Принимая по табл. 6.5 значения  $a_2 = K_{\omega 2} x_p$  получаем:

$$(x - K_2 x) = \frac{\alpha f_{cd} x \frac{x}{2} - \alpha f_{cd} K_{f_2} x_p K_{\omega 2} x_p}{\omega_c \alpha f_{cd} x}. \quad (6.75)$$

Подставляя в (6.75)  $x_p = \left( \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{cu}} \right) x$  и выполняя преобразования, получаем:

$$K_2 = 1 - \frac{0,5 - K_{f_2} K_{\omega 2} \left( \frac{\epsilon_{c2}}{\epsilon_{cu}} \right)^2}{\omega_c}.$$

Для бетонов классов по прочности при сжатии  $C^{12}/_{15} \div C^{50}/_{60}$  при  $\epsilon_{c,u} = 3,5 \%$ ,  $\epsilon_{c2} = 2,0 \%$ ; по табл. 6.5  $K_{f_2} = 0,333$ ;  $K_{\omega 2} = 0,25$ ;  $\omega_c = 0,81$  получаем:

$$K_2 = 1 - \frac{0,5 - 0,333 \cdot 0,25 \left( \frac{2,0}{3,5} \right)^2}{0,81} = 0,416.$$

Аналогичным образом могут быть определены значения коэффициента  $K_2$  для других классов бетона по прочности при сжатии. Значения коэффициента  $K_2$  представлены в табл. 6.5.

При установленном значении средних напряжений и положении равнодействующей сжимающих усилий условие равновесия моментов относительно растянутой арматуры может быть записано:

$$M_{sd} = \omega_c \alpha f_{cd} b x z. \quad (6.76)$$

Учитывая, что  $z = d - K_2 x$  уравнение (6.76) можно представить в виде:

$$M_{sd} = \omega_c \alpha f_{cd} b (d - z) \frac{l}{K_2} z \quad (6.77)$$

или

$$M_{sd} = C_0 \alpha f_{cd} b (d - z) z, \quad (6.78)$$

где  $C_0 = \frac{\omega_c}{K_2}$ .

Обозначив  $z/d = \eta$  и преобразовав уравнение (6.78) получаем:

$$\eta^2 - \eta + \frac{M_{sd}}{C_0 \alpha f_{cd} b d^2} = 0.$$

Решая квадратное уравнение, получаем:

$$\eta = \frac{z}{d} = 0,5 + \sqrt{0,25 - \frac{\alpha_m}{C_0}}, \quad (6.79)$$

где  $\alpha_m = \frac{M_{sd}}{\alpha f_{cd} b d^2}$ .

При установленной величине плеча внутренней пары сил  $z$  определение высоты сжатой зоны не составляет труда:

$$\frac{x}{d} = (1 - \eta) \frac{l}{K_2}. \quad (6.80)$$

Относительные деформации растянутой арматуры определяют пользуясь гипотезой плоских сечений. Из схемы распределения относительных деформаций по высоте сечения (рис. 6.20а) получаем:

$$\frac{\epsilon_{cu}}{x} = \frac{\epsilon_{st}}{d - x}, \text{ откуда}$$

$$\epsilon_{st} = \epsilon_{cu} \left( \frac{d - x}{x} \right) = \epsilon_{cu} \left( \frac{d}{x} - 1 \right). \quad (6.81)$$

Либо, подставив  $x/d$ , определяемое по (6.80):

$$\epsilon_{st} = \epsilon_{cu} \left[ \frac{K_2}{1 - \eta} - 1 \right]. \quad (6.82)$$

Если относительные деформации растянутой арматуры  $\epsilon_{st}$  удовлетворяют условию

$$\epsilon_{sy} \leq \epsilon_{st} \leq \epsilon_{s,2,R} \quad (6.83)$$

(т.е. сечение работает в области **2**), то арматура используется полностью и разрушение произойдет по растянутой зоне.

В противном случае, если условие (6.83) не выполняется, это означает, что растянутая арматура в сечении недоиспользуется и имеет место случай разрушения по бетону сжатой зоны.

Граничное значение высоты сжатой зоны, при которой выполняется условие (6.83), определяют по формуле:

$$x_{lim} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{sy} + \varepsilon_{cu}} d \text{ или } x_{lim} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\left(\frac{f_{cd}}{E_s} + \varepsilon_{cu}\right)} d. \quad (6.84)$$

Для этого случая момент равнодействующей напряжений в бетоне сжатой зоны высотой  $x_{lim}$  относительно центра тяжести растянутой арматуры составит:

$$M_{Rd,lim} = \omega_c \alpha f_{cd} b d^2 \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{sy} + \varepsilon_{cu}} \right) \left[ 1 - K_2 \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{sy} + \varepsilon_{cu}} \right) \right] \quad (6.85)$$

или обозначая

$$\xi_{lim} = \frac{x_{lim}}{d} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{sy} + \varepsilon_{cu}},$$

получаем

$$M_{Rd,lim} = \omega_c \alpha f_{cd} b d^2 \xi_{lim} (1 - K_2 \xi_{lim}).$$

Записав

$$\frac{M_{Rd,lim}}{\alpha f_{cd} b d^2} = \omega_c \xi_{lim} (1 - K_2 \xi_{lim}), \quad (6.86)$$

получаем

$$\alpha_{m,lim} = \omega_c \xi_{lim} (1 - K_2 \xi_{lim}). \quad (6.87)$$

Так для бетонов классов по прочности при сжатии  $C^{12}/_{15} \div C^{50}/_{60}$  ( $\varepsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$ ) и арматуры S500  $\left( \varepsilon_{sy} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{450}{200 \cdot 10^3} = 2,25\% \right)$  при  $\omega_c = 0,81$ ,  $K_2 = 0,416$  (по табл. 6.5), получаем:

$$\alpha_{m,lim} = 0,81 \left( \frac{3,5}{2,25 + 3,5} \right) \left[ 1 - 0,416 \left( \frac{3,5}{2,25 + 3,5} \right) \right] = 0,368.$$

#### а) Подбор арматуры

При условии, что  $\alpha_m \leq \alpha_{m,lim}$ , из формулы (6.79) определяют плечо внутренней пары сил  $z = \eta d$ , а площадь арматуры в растянутой зоне определяют из условия

$$M_{Rd} = F_{st} z = f_{yd} A_{st} z. \quad (6.88)$$

Отсюда при  $M_{Sd} = M_{Rd}$

$$A_{st} = \frac{M_{Sd}}{f_{yd} z} = \frac{M_{Sd}}{f_{yd} \eta d}. \quad (6.89)$$

#### б) Проверка прочности сечения

Проверку прочности изгибаемых железобетонных элементов по сечению, нормальному к продольной оси, производят из условия

$$M_{Sd} \leq M_{Rdb} \quad (6.90)$$

где:  $M_{Sd}$  – расчетный момент в рассматриваемом сечении, вызванный действием внешних нагрузок;

$M_{Rd}$  – предельный момент, воспринимаемый сечением при заданных геометрических размерах, прочностных характеристиках бетона, количестве и размещении арматуры.

При заданных размерах сечения  $b \times h$ , площади растянутой арматуры  $A_{st}$ , прочностных и деформационных характеристиках материалов прочность проверяют в следующей последовательности. Определяют высоту сжатой зоны сечения в предположении, что относительные деформации растянутой арматуры и сжатого бетона достигают предельных значений. Из проекции всех сил на продольную ось элемента

$$F_{cc} = F_{st} \quad (6.91a)$$

или

$$\omega_c \alpha f_{cd} b x = f_{yd} A_{st} \quad (6.916)$$

рассчитывают высоту сжатой зоны

$$x = \frac{f_{yd} A_{st}}{\omega_c \alpha f_{cd} b} \quad (6.92)$$

Если при полученном значении  $x$  удовлетворяется условие (6.83), т.е.  $x \leq x_{lim}$ , прочность сечения определяют из уравнения моментов относительно растянутой арматуры

$$M_{Rd} = \omega_c \alpha f_{cd} b x z = \omega_c \alpha f_{cd} b x (d - K_2 x).$$

В случае, если условие (6.83) не выполняется, т.е. рассчитанное по (6.92)  $x > x_{lim}$ , прочность сечения допускается определять по предельному моменту, который способно воспринять сечение при  $x = x_{lim}$

$$M_{Rd} = M_{Rd,lim} = \alpha_{m,lim} \alpha f_{cd} b d^2, \quad (6.93)$$

где  $\alpha_{m,lim}$  – коэффициент, определяемый по (6.87).

Это упрощение дает некоторый запас прочности.

Если же для переармированного сечения условие прочности (6.90) не выполняется и при  $M_{Rd} = M_{Rd,lim}$ , определенному по формуле (6.93), необходимо прибегнуть к общему случаю расчета (см. раздел 6.2), определив фактическое распределение относительных деформаций и напряжений в сечении. Основные зависимости для расчета железобетонных элементов прямоугольного сечения, выполненных из бетона классов по прочности на сжатие не более  $C^{50}/60$  при использовании линейно-параболической диаграммы деформирования ( $n = 2, \varepsilon_{c2} = 2 \text{‰}$ ) представлены в табл. 6.6.

Для расчета прочности сечений прямоугольной формы удобно пользоваться таблицами 6.7 и 6.6.

В этом случае подбор растянутой арматуры для заданного усилия по табл. 6.7 выполняют в следующей последовательности. Определяют значение коэффициента  $\alpha_m$  по формуле

$$\alpha_m = \frac{M_{Sd}}{\alpha f_{cd} b d^2} \quad (6.94)$$

и из табл. 6.7 определяют соответствующие значения коэффициентов  $\xi, \omega$  и  $\eta$ .

Коэффициент  $\alpha_m$  в табл. 6.7 показывает, в какой области деформирования работает рассчитываемое сечение при заданных геометрических размерах и прочностных характеристиках бетона и арматуры. Площадь арматуры в растянутой зоне определяют по (6.89), принимая  $z = \eta d$ .

Если коэффициент  $\alpha_m$ , определенный по (6.94), попадает в ту часть таблицы, где не выполняется условие (6.33), т.е.  $x > x_{lim}$  (для заданных классов бетона и арматуры) необходимо либо изменить исходные параметры бетонного сечения, (геометрические размеры сечения  $b$  и  $h$ , класс бетона  $\alpha f_{cd}$ ), либо дополнительно установить арматуру в сжатой зоне сечения.

**Проверку прочности сечения** начинают с определения высоты сжатой зоны, которую можно рассчитать из уравнения равновесия продольных сил:

$$x = \frac{A_{st} f_{yd}}{\omega_c \alpha f_{cd} b d} \quad (6.95)$$

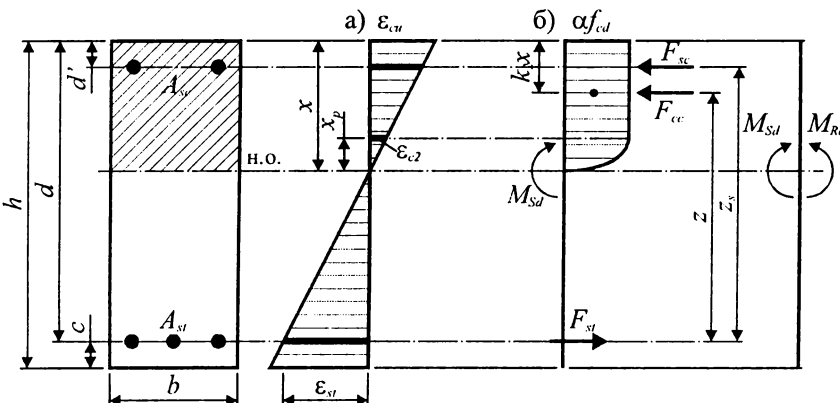


Рис. 6.22.

Схемы распределения относительных деформаций (а) и усилий (б), принятые при расчете элементов с двойным армированием

Таблица 6.6.

Основные зависимости для расчета железобетонных элементов прямоугольного сечения по упрощенному методу с использованием параболически линейной диаграммы деформирования бетона (класс по прочности на сжатие не более  $C^{50/60}$ )

Стадия	Эпюра деформаций	Эпюра напряжений	Диапазон изменения относительной высоты сжатой зоны $\xi$	Кривая деформирования $\varepsilon_c, \%$	Напряжения $\sigma_c$ крайнего сжатого волокна, при $\varepsilon_c$ в $\%$	Относительная деформация растянутой арматуры $\varepsilon_{s1}, \%$	Относительная деформация сжатой арматуры $\varepsilon_{s2}, \%$
Ia	Рис. 6.17	Рис. 6.18 1a	$\xi \leq \frac{1}{6}$	$10 \frac{\xi}{1-\xi}$	$\alpha f_{cd} \varepsilon_c \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{4}\right)$	10	$10 \frac{\xi - \frac{c_1}{d}}{1-\xi}$
Ib	Рис. 6.17	Рис. 6.18 1б	$\frac{1}{6} < \xi \leq \frac{7}{27}$	$10 \frac{\xi}{1-\xi}$	$\alpha f_{cd}$	10	$10 \frac{\xi - \frac{c_1}{d}}{1-\xi}$
II	Рис. 6.17	Рис. 6.18 2	$\frac{7}{27} < \xi \leq \frac{7}{2\varepsilon_{sy} + 7}$	3,5	$\alpha f_{cd}$	$3,5 \frac{1-\xi}{\xi}$	$3,5 \frac{\xi - \frac{c_1}{d}}{\xi}$
III	Рис. 6.17	Рис. 6.18 3	$\frac{7}{2\varepsilon_{sy} + 7} < \xi \leq \beta_h$	3,5	$\alpha f_{cd}$	$3,5 \frac{1-\xi}{\xi}$	$3,5 \frac{\xi - \frac{c_1}{d}}{\xi}$
IV	Рис. 6.17	Рис. 6.19 4	$\xi > \beta_h$	$\frac{14\xi}{7\xi - 3\beta_h}$	$\alpha f_{cd}$	$\frac{14\xi}{7\xi - 3\beta_h}$	$\frac{14\left(\xi - \frac{c_1}{d}\right)}{7\xi - 3\beta_h}$



Окончание таблицы 6.6.

Стадия	Параметры усилия в бетоне сжатой зоны			
	Коэффициент полноты эпюры напряжений $\omega^c$	Относительное усилие $\omega_c \xi = \frac{F_{cc}}{bd\alpha f_{cd}}$	Относительное плечо усилия $\eta = \frac{z}{d}$	Относительный момент $\alpha_m = \frac{M_{sd}}{bd^2\alpha f_{cd}}$
Ia	$\frac{5\xi\left(1-\frac{8}{3}\xi\right)}{(1-\xi)^2}$	$\frac{5\xi\left(1-\frac{8}{3}\xi\right)}{(1-\xi)^2}$	$\frac{3\xi^2-12\xi+4}{4\left(1-\frac{8}{3}\xi\right)}$	$\frac{1,25\xi^2(3\xi^2-12\xi+4)}{(1-\xi)^2}$
Ib	$\frac{16-\xi}{15\xi}$	$\frac{16-\xi}{15\xi}$	$1-\frac{8,55\xi^2-1,1\xi+0,05}{16\xi-1}$	$1,14\xi-0,57\xi^2-0,07$
II	$\frac{17}{21}$	$\frac{17}{21}\xi$	$1-\frac{99}{238}\xi$	$\frac{17}{21}\xi-\frac{33}{98}\xi^2$
III	$\frac{17}{21}$	$\frac{17}{21}\xi$	$1-\frac{99}{238}\xi$	$\frac{17}{21}\xi-\frac{33}{98}\xi^2$
IV	$1-p_4\frac{4}{21}$ где $p_4 = \left(\frac{4\beta_h}{7\xi-3\beta_h}\right)^2$	$\beta_h\left(1-p_4\frac{4}{21}\right)$	$1-\frac{\beta_h}{2}\frac{1-p_4\frac{16}{49}}{1-p_4\frac{4}{21}}$	$\beta_h\left(1-\frac{\beta_h}{2}-p_4\left(\frac{4}{21}-\frac{8}{49}\beta_h\right)\right)$

**Таблица 6.7.**

Таблица для практического расчета изгибаемых элементов симметричного сечения (бетон классов по прочности при сжатии  $C^{12}/_{15} \div C^{50}/_{60}$ ) [40]

Область деформирования	Расчетный параметр	Коэффициенты				Относительные деформации, ‰	
		$\xi = x/d$	$\omega_c \xi$	$\eta = z/d$	$\alpha_m$	сжатия в бетоне $\epsilon_c$ (+)	растяжения в арматуре $\epsilon_{st}$ (+)
1	2	3	4	5	6	7	
Область 1a	0,02	0,002	0,993	0,002	0,20	10,0	
	0,04	0,008	0,986	0,008	0,42	10,0	
	0,06	0,017	0,979	0,017	0,64	10,0	
	0,08	0,030	0,972	0,029	0,87	10,0	
	0,10	0,045	0,965	0,044	1,11	10,0	
	0,12	0,063	0,957	0,061	1,36	10,0	
	0,14	0,083	0,949	0,079	1,63	10,0	
	0,16	0,104	0,940	0,098	1,90	10,0	
Верхний предел для области 1a	0,167	0,111	0,938	0,104	2,00	10,0	
	0,18	0,125	0,931	0,117	2,20	10,0	
	0,20	0,147	0,922	0,135	2,50	10,0	
	0,22	0,168	0,912	0,153	2,82	10,0	
	0,24	0,189	0,902	0,171	3,16	10,0	
Верхний предел для области 1b	0,259	0,211	0,892	0,187	3,50	10,0	
Область 2	0,26	0,212	0,892	0,188	3,50	9,96	
	0,28	0,227	0,884	0,200	3,50	9,00	
	0,30	0,243	0,875	0,213	3,50	8,17	
	0,32	0,259	0,867	0,225	3,50	7,44	
	0,34	0,275	0,859	0,236	3,50	6,79	
	0,36	0,291	0,850	0,248	3,50	6,22	
	0,38	0,308	0,842	0,259	3,50	5,71	
	0,40	0,324	0,834	0,270	3,50	5,25	
	0,42	0,340	0,825	0,281	3,50	4,83	
	0,44	0,356	0,817	0,291	3,50	4,45	
	0,46	0,372	0,809	0,301	3,50	4,11	
	0,48	0,388	0,800	0,311	3,50	3,79	
0,50	0,405	0,792	0,321	3,50	3,50		
0,52	0,421	0,784	0,330	3,50	3,23		
0,54	0,437	0,775	0,339	3,50	2,98		
0,56	0,453	0,767	0,348	3,50	2,75		
0,58	0,469	0,759	0,356	3,50	2,53		
0,60	0,486	0,750	0,364	3,50	2,33		
Граничное значение для арматуры S500	0,61	0,494	0,746	0,368	3,50	2,25	
Область 2 при арматуре S240 и S400, область 3 при арматуре S500	0,62	0,502	0,742	0,372	3,50	2,15	
	0,64	0,518	0,734	0,380	3,50	1,97	
Граничное значение для арматуры S400	0,657	0,532	0,727	0,387	3,50	1,825	

Окончание таблицы 6.7.

1	2	3	4	5	6	7
Область 2 при арматуре S240, область 3 при арматуре S400 и S500	0,66	0,540	0,722	0,390	3,50	1,75
	0,68	0,550	0,717	0,395	3,50	1,65
	0,70	0,567	0,709	0,402	3,50	1,50
	0,72	0,583	0,701	0,408	3,50	1,36
	0,74	0,599	0,692	0,415	3,50	1,23
Граничное значение для арматуры S240	0,76	0,615	0,684	0,421	3,50	1,11
	0,769	0,622	0,680	0,423	3,50	1,05
	0,78	0,631	0,675	0,426	3,50	0,99
	0,80	0,648	0,667	0,432	3,50	0,87
	0,82	0,664	0,659	0,437	3,50	0,77
	0,84	0,680	0,651	0,442	3,50	0,67
	0,86	0,696	0,642	0,447	3,50	0,57
	0,88	0,712	0,634	0,452	3,50	0,48
	0,90	0,729	0,626	0,456	3,50	0,39
	0,92	0,745	0,617	0,460	3,50	0,30
	0,94	0,761	0,609	0,463	3,50	0,22
	0,96	0,777	0,601	0,467	3,50	0,15
	0,98	0,793	0,592	0,470	3,50	0,07
	1,00	0,810	0,584	0,473	3,50	0,00
	1,02	0,826	0,576	0,476	3,50	-0,07
1,04	0,842	0,568	0,478	3,50	-0,13	
1,06	0,858	0,560	0,480	3,50	-0,20	
1,08	0,874	0,550	0,481	3,50	-0,26	
1,10	0,890	0,543	0,483	3,50	-0,32	
1,12	0,907	0,534	0,484	3,50	-0,38	
1,14	0,923	0,525	0,485	3,50	-0,43	

При установленном значении  $x$  по отношению  $\xi = x/d$  из табл. 6.7 определяют коэффициенты  $\alpha_m$  и  $\eta$  и производят расчет прочности по одной из формул:

$$M_{Rd} = \alpha_m \alpha_{f_{cd}} b d^2 - \text{по сжатому бетону} \quad (6.96)$$

или

$$M_{Rd} = A_{st} f_{yd} \eta d - \text{по растянутой арматуре.} \quad (6.97)$$

В случае, если рассчитанное по (6.95) значение коэффициента  $\xi$  попадает в область, где не выполняется условие (6.83), т.е.  $x > x_{lim}$ , расчет допускается производить с некоторым запасом по (6.96) при  $\alpha_m = \alpha_{m,lim}$ .

**6.4.2.2. Прямоугольное сечение с двойным армированием.** Изгибаемые элементы, содержащие помимо растянутой арматуры  $A_{st}$ , арматуру  $A_{sc}$ , расположенную в сжатой зоне сечения, рассматривают в следующих проектных ситуациях:

- при необходимости усиления сжатой зоны сечения, что наблюдается в случае расчета сильно нагруженных изгибаемых элементов, имеющих небольшую высоту сечения;
- в случаях, когда на сечение действуют моменты переменных знаков. Это имеет место, например, в сечениях неразрезных балок в зависимости от варианта размещения нагрузок;
- в случаях, когда арматуру в сжатой зоне сечения  $A_{sc}$  устанавливают по конструктивным соображениям (т.н. монтажные стержни) для образования плоских и объемных каркасов, и она может учитываться в расчете.

В общем случае для прямоугольного сечения с двойным армированием (рис. 6.22) условия равновесия имеют вид:

$$M_{Rd} = F_{cc} z + F_{sc} z_s, \quad (6.98)$$

$$F_{st} = F_{cc} + F_{sc}, \quad (6.99)$$

где:  $F_{cc}, F_{sc}$  – соответственно равнодействующая усилий в бетоне и сжатой арматуре;  
 $F_{st}$  – усилие в растянутой арматуре;

- $z$  – расстояние между центром тяжести растянутой арматуры и точкой приложения равнодействующей в бетоне сжатой зоны;  
 $z_s$  – расстояние между центрами тяжести растянутой и сжатой арматуры.

Предельный момент относительно центра тяжести растянутой арматуры, воспринимаемый сечением с двойным армированием, можно записать:

$$M_{Rd} = \omega_c \alpha f_{cd} b x z + F_{sc} z_s \quad (6.100)$$

или, с учетом, что  $x = (d - z) \frac{1}{K_2}$ ,  $F_{sc} = \sigma_{sc} A_{sc}$ ,  $z_s = d - c_1$

$$M_{Rd} = \omega_c \alpha f_{cd} b \frac{1}{K_2} (d - z) z + \sigma_{sc} A_{sc} (d - c_1) \quad (6.101)$$

Преобразуя уравнение (6.101) и вводя обозначения  $\eta = z/d$  и  $C_0 = \omega_c / K_2$ , получаем:

$$\eta^2 - \eta + \frac{M_{Rd} - \sigma_{sc} A_{sc} (d - c_1)}{C_0 \alpha f_{cd} b d^2} = 0, \quad (6.102)$$

где  $\sigma_{sc}$  – напряжения в арматуре, установленной в сжатой зоне сечения и определяемые в общем случае по формуле:

$$\sigma_{sc} = k_{s2} f_{yd}; \quad (6.103)$$

здесь:  $k_{s2} = 1$  если  $\epsilon_{sc} \geq \epsilon_{sy}$ ;

$$k_{s2} = \frac{\epsilon_{sc}}{\epsilon_{sy}} \text{ если } \epsilon_{sc} < \epsilon_{sy}.$$

Тогда квадратное уравнение (6.102) можно записать в виде:

$$\eta^2 - \eta + \frac{\alpha_m}{C_0} = 0, \quad (6.104)$$

где 
$$\alpha_m = \frac{M_{Rd} - k_{s2} f_{yd} A_{sc} (d - c_1)}{\alpha f_{cd} b d^2} \quad (6.105)$$

Из решения квадратного уравнения (6.104) получаем:

$$\eta = \frac{z}{d} = 0,5 + \sqrt{0,25 - \frac{\alpha_m}{C_0}}. \quad (6.106)$$

Высоту сжатой зоны сечения определяют по формуле (6.80), а относительные деформации растянутой арматуры  $\epsilon_{st}$  – исходя из гипотезы плоских сечений по формуле (6.82). Если полученные расчетом значения относительных деформаций растянутой арматуры  $\epsilon_{st}$  удовлетворяют условию (6.83), разрушение происходит по растянутой зоне сечения и растянутая арматура  $A_{st}$  при заданных начальных проектных условиях используется полностью.

Если же при полученной расчетом высоте сжатой зоны  $x$ , не выполняется условие (6.83), арматура в растянутой зоне не используется полностью и существует опасность разрушения сечения по сжатому бетону даже при установленной арматуре  $A_{sc}$ .

Для прямоугольного сечения с двойным армированием момент от усилий, действующих в сжатой зоне сечения высотой  $x_{lim}$  относительно центра тяжести растянутой арматуры равен:

$$M_{Rd,lim} = \omega_c \alpha f_{cd} b x_{lim} (d - K_2 x_{lim}) + k_s f_{yd} A_{sc} (d - c_1). \quad (6.107)$$

При  $x_{lim} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{sy} + \epsilon_{cu}} d$  получаем:

$$M_{Rd,lim} = \alpha f_{cd} b d^2 \alpha_{m,lim} + k_{s2} f_{yd} A_{sc} (d - c_1). \quad (6.108)$$

или

$$\frac{M_{Rd} - k_s f_{yd} A_{sc} (d - c_1)}{\alpha f_{cd} b d^2} = \alpha_{m,lim}. \quad (6.109)$$

Несложно заметить, что при  $M_{Rd,lim} = M_{Sd}$  уравнение (6.109) может быть записано в виде:

$$\alpha_m = \alpha_{m,lim} \quad (6.110)$$

Таким образом, для того, чтобы арматура в растянутой зоне использовалась с полным расчетным сопротивлением, т.е. выполнялось условие (6.83), необходимо чтобы

$$\alpha_m \leq \alpha_{m,lim} \quad (6.111)$$

где  $\alpha_m$  – коэффициент, определяемый по (6.105).

#### а) Подбор арматуры

Подбор арматуры в прямоугольном сечении с двойным армированием начинают с определения ее минимального количества, располагаемого в сжатой зоне сечения. Для этого можно воспользоваться условием (6.107), записав его в развернутом виде:

$$M_{Sd} - k_{s2} f_{yd} A_{sc} (d - c_1) = \alpha_{m,lim} \alpha f_{cd} b d^2 \quad (6.112)$$

Тогда площадь арматуры в сжатой зоне определится по формуле:

$$A_{sc} = \frac{M_{Sd} - \alpha_{m,lim} \alpha f_{cd} b d^2}{k_{s2} f_{yd} (d - c_1)} \quad (6.113)$$

Если площадь арматуры  $A_{sc}$  по формуле получается равной нулю или отрицательной, это означает, что даже при отсутствии сжатой арматуры сечение не будет переармированным. В этом случае арматуру в сжатой зоне можно не устанавливать.

Если площадь сжатой арматуры  $A_{sc}$ , установленной в сечении (например, по конструктивным соображениям), близка к значению, вычисленному по (6.113), то расчет площади растянутой арматуры производят при полученном значении  $A_{sc}$ . Если же площадь сжатой арматуры, установленной в сечении, существенно превышает полученную расчетом по (6.113), дальнейший расчет производят при большем значении  $A_{sc}$ .

При площади арматуры в сжатой зоне сечения  $A_{sc}$ , найденной по (6.113) определяют коэффициент  $\eta$  по (6.106) и величину равнодействующей усилий в сжатом бетоне:

$$F_{cc} = \omega_c \alpha f_{cd} b \frac{l}{K_2} (d - z) = \frac{\omega_c}{K_2} \alpha f_{cd} b d \left( 1 - \frac{z}{d} \right) = C_0 \alpha f_{cd} b d (1 - \eta) \quad (6.114)$$

Площадь растянутой арматуры определится из условия равновесия (6.99)

$$A_{st} = \frac{C_0 \alpha f_{cd} b d (1 - \eta) + k_{s2} f_{yd} A_{sc}}{f_{yd}} \quad (6.115a)$$

или, учитывая, что произведение  $C_0 (1 - \eta) = \omega_c \frac{x}{d} = \omega_c \xi$ , уравнение (6.115) можно также записать:

$$A_{st} = \frac{\omega_c \alpha f_{cd} b d \xi + k_{s2} f_{yd} A_{sc}}{f_{yd}} \quad (6.115b)$$

**Расчет железобетонных элементов прямоугольного сечения с двойным армированием по прочности** может быть произведен с использованием табл. 6.7.

Для этого при заданных размерах сечения  $b \times h$  и известном армировании  $A_{st}$  и  $A_{sc}$  из условия равновесия (проекции всех сил на продольную ось элемента) определяют значения относительной высоты сжатой зоны:

$$\xi = \frac{A_{st} f_{yd} - A_{sc} k_{s2} f_{yd}}{\omega_c \alpha f_{cd} b d} \quad (6.116)$$

и по табл. 6.7 устанавливают соответствующие значения коэффициентов  $\eta$  и  $\alpha_m$ . По табл. 6.8 при установленном из табл. 6.7 отношении  $\xi = x/d$  принимают значение коэффициента  $k_{s2}$ . Если  $k_{s2} \neq 1$ , расчет по (6.116) следует повторить при значении коэффициента  $k_{s2}$ , принятом из табл. 6.8. После двух–трех итераций выявляется действительное положение нейтральной оси и значения коэффициента  $k_{s2}$ .

Прочность сечения проверяют из условия (6.90), в котором предельный момент, воспринимаемый прямоугольным сечением с двойным армированием относительно растянутой арматуры рассчитывают по формуле:

**Таблица 6.8.**Значения коэффициента  $k_{s2}$  для расчета напряжений в арматуре  $A_{sc}$ , располагаемой в сжатой зоне сечения [40]

Область деформирования	$\xi = \frac{x}{d}$	Коэффициент $k_{s2}$							
		арматура S240				арматура S500			
		$\frac{c_L}{d} = 0,04$	$\frac{c_L}{d} = 0,08$	$\frac{c_L}{d} = 0,12$	$\frac{c_L}{d} = 0,16$	$\frac{c_L}{d} = 0,04$	$\frac{c_L}{d} = 0,08$	$\frac{c_L}{d} = 0,12$	$\frac{c_L}{d} = 0,16$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>1a</i>	0,04	0	-0,40	-0,79	-1,00	0	-0,19	-0,39	-0,60
	0,05	0,10	-0,30	-0,70	-1,00	0,05	-0,15	-0,35	-0,55
	0,06	0,20	-0,20	-0,61	-1,00	0,10	-0,10	-0,30	-0,51
	0,07	0,31	-0,10	-0,51	-0,92	0,16	-0,05	-0,26	-0,46
	0,08	0,41	0	-0,41	-0,89	0,21	0	-0,21	-0,42
	0,09	0,52	0,10	-0,31	-0,73	0,26	0,05	-0,16	-0,37
	0,10	0,63	0,21	-0,21	-0,63	0,32	0,10	-0,14	-0,32
	0,11	0,75	0,32	-0,11	-0,54	0,37	0,16	-0,05	-0,27
	0,12	0,87	0,43	0	-0,43	0,42	0,22	0	-0,22
	0,13	0,99	0,55	0,11	-0,33	0,49	0,27	0,05	-0,17
	0,14	1,0	0,66	0,22	-0,22	0,55	0,33	0,11	-0,11
	0,15	1,0	0,78	0,34	-0,11	0,62	0,39	0,17	-0,06
	0,16	1,0	0,91	0,45	0	0,67	0,45	0,22	0
	0,167	1,0	0,99	0,54	0,08	0,72	0,49	0,27	0,03

**Окончание таблицы 6.8.**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>1b</i>	<i>0,17</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,57</i>	<i>0,11</i>	<i>0,75</i>	<i>0,52</i>	<i>0,28</i>	<i>0,06</i>
	<i>0,18</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,70</i>	<i>0,23</i>	<i>0,82</i>	<i>0,58</i>	<i>0,35</i>	<i>0,12</i>
	<i>0,19</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,82</i>	<i>0,35</i>	<i>0,88</i>	<i>0,64</i>	<i>0,42</i>	<i>0,17</i>
	<i>0,20</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,95</i>	<i>0,48</i>	<i>0,95</i>	<i>0,72</i>	<i>0,48</i>	<i>0,23</i>
	<i>0,21</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,60</i>	<i>1,0</i>	<i>0,78</i>	<i>0,53</i>	<i>0,30</i>
	<i>0,22</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,73</i>	<i>1,0</i>	<i>0,85</i>	<i>0,62</i>	<i>0,37</i>
	<i>0,23</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,87</i>	<i>1,0</i>	<i>0,93</i>	<i>0,68</i>	<i>0,43</i>
	<i>0,24</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,75</i>	<i>0,50</i>
	<i>0,25</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,82</i>	<i>0,57</i>
	<i>0,259</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,89</i>	<i>0,63</i>
<i>2</i>	<i>0,26</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,90</i>	<i>0,64</i>
	<i>0,27</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,93</i>	<i>0,67</i>
	<i>0,28</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,95</i>	<i>0,71</i>
	<i>0,29</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,98</i>	<i>0,75</i>
	<i>0,30</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,78</i>
	<i>0,31</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,81</i>
	<i>0,32</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,83</i>
	<i>0,33</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,86</i>
	<i>0,34</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,88</i>
	<i>0,35</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,90</i>
	<i>0,36</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,93</i>
<i>0,37</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,95</i>	
<i>0,38</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,97</i>	
<i>0,39</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>0,98</i>	
<i>0,40</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	<i>1,0</i>	

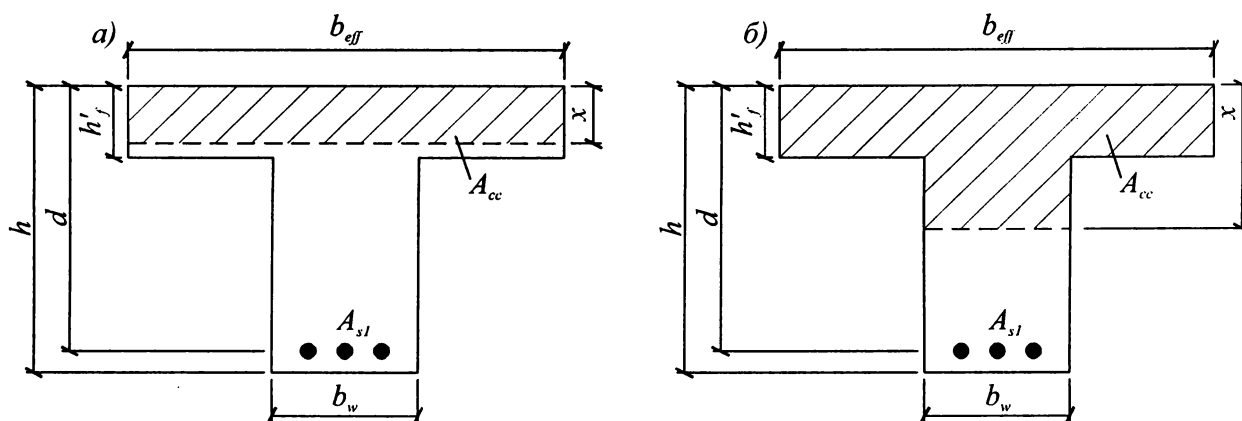


Рис. 6.23.

Расчетные случаи для тавровых (двутаковых) сечений в зависимости от положения нейтральной оси  
а) нейтральная ось располагается в полке; б) то же в стенке.

$$M_{Rd} = \alpha_m \alpha_f f_{cd} b d^2 + A_{sc} k_{s2} f_{yd} (d - c_1), \quad (6.117)$$

где  $\alpha_m$  – коэффициент, определяемый из табл. 6.7 при  $x/d$ , установленном итерационным расчетом при подборе коэффициента  $k_{s2}$ .

Основные зависимости для расчета железобетонных элементов прямоугольного сечения по упрощенному деформационному методу представлены в табл. 6.6.

**6.4.2.3. Тавровые и двутаковые сечения.** Правила геометрической идеализации тавровых сечений, относящиеся главным образом к назначению эффективной ширины полки  $b_{eff}$ , изложены в разделе 3.3.

В зависимости от положения нейтральной оси и, следовательно, очертания эпюры напряжений в сжатой зоне таврового или двутакового сечения, принято рассматривать два расчетных случая, для которых расчетные схемы усилий показаны на рис. 6.23.

Обозначая толщину полки  $h'_f$ , вводя безразмерный коэффициент  $\beta = h'_f/d$ , условия, определяющие расчетный случай, в зависимости от положения нейтральной оси сечения, могут быть записаны следующим образом:

$$\text{при } x \leq h'_f \text{ или } \xi \leq \beta \quad (6.118a)$$

нейтральная ось находится в полке толщиной  $h'_f$ ;

$$\text{при } x > h'_f \text{ или } \xi > \beta \quad (6.118б)$$

нейтральная ось располагается вне полки и пересекает ребро таврового или двутакового сечения.

При расчете тавровых сечений имеют место несколько расчетных ситуаций, связанных с различным очертанием эпюры напряжений в сжатой полке.

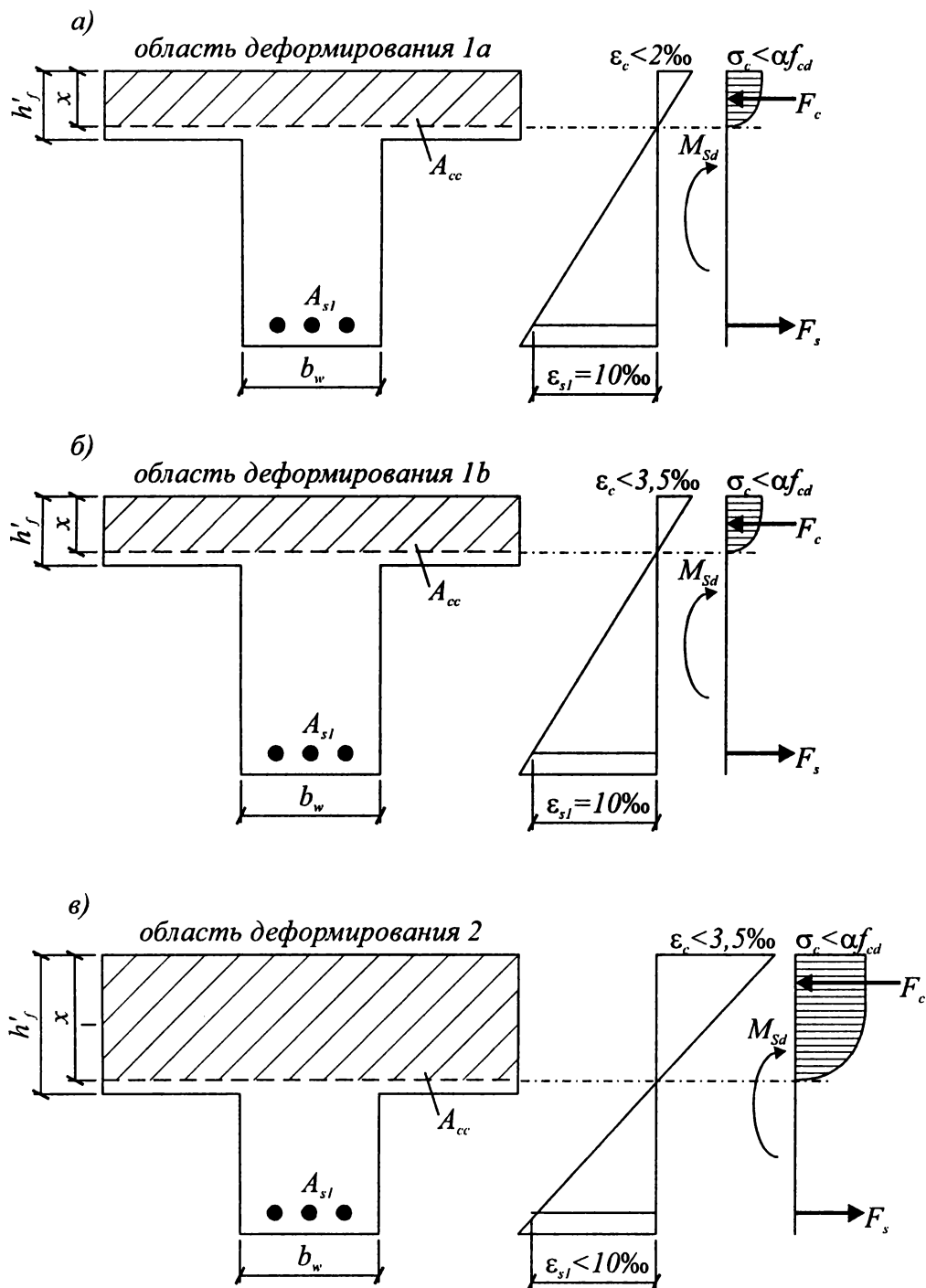
При выполнении условия (6.118a) в сечении тавровой балки могут иметь место три расчетные ситуации, показанные на рис. 6.24a, б, в, соответствующие принятым областями деформирования 1a, 1б или 2. При этом характер распределения сжимающих напряжений зависит от относительной толщины полки  $\beta$  и относительной высоты сжатой зоны  $\xi$ . Расчетный случай, когда выполняется условие (6.118a), т.е. нейтральная ось проходит в полке сечения, соответствует случаю расчета прямоугольных сечений с шириной сжатой зоны  $b = b_{eff}$ .

Если нейтральная ось располагается в ребре (условие 6.118б), очертание эпюры сжимающих напряжений в полке таврового сечения может быть таким, как это показано на рис. 6.25a, б, в. Как и в первом случае решение следует искать в областях деформирования 1a, 1б и 2. Общее решение для этого случая может быть получено при использовании принципа суперпозиции двух взаимно дополняющих схем сечения «1» и «2», показанных на рис. 6.26.

В соответствии со схемой «1» сжатая зона располагается только в пределах свесов полки таврового сечения, а сжатая зона по схеме «2» включает только стенку шириной  $b_w$ . Учитывая сложный характер эпюры напряжений в сжатой зоне сечения (рис. 6.25) схема «1» (рис. 6.26) требует отдельного комментария. Как показано на рис. 6.25 эпюра напряжений в полке может быть представлена частью параболы (рис. 6.25a), состоять из прямоугольника и фрагмента полной параболы (рис. 6.25б) или иметь вид прямоугольника (рис. 6.25в).

Определение расчетного случая для схемы «1» выполняют анализируя распределение деформаций в сечении полки с привлечением гипотезы плоских сечений. Для выявления расчетного

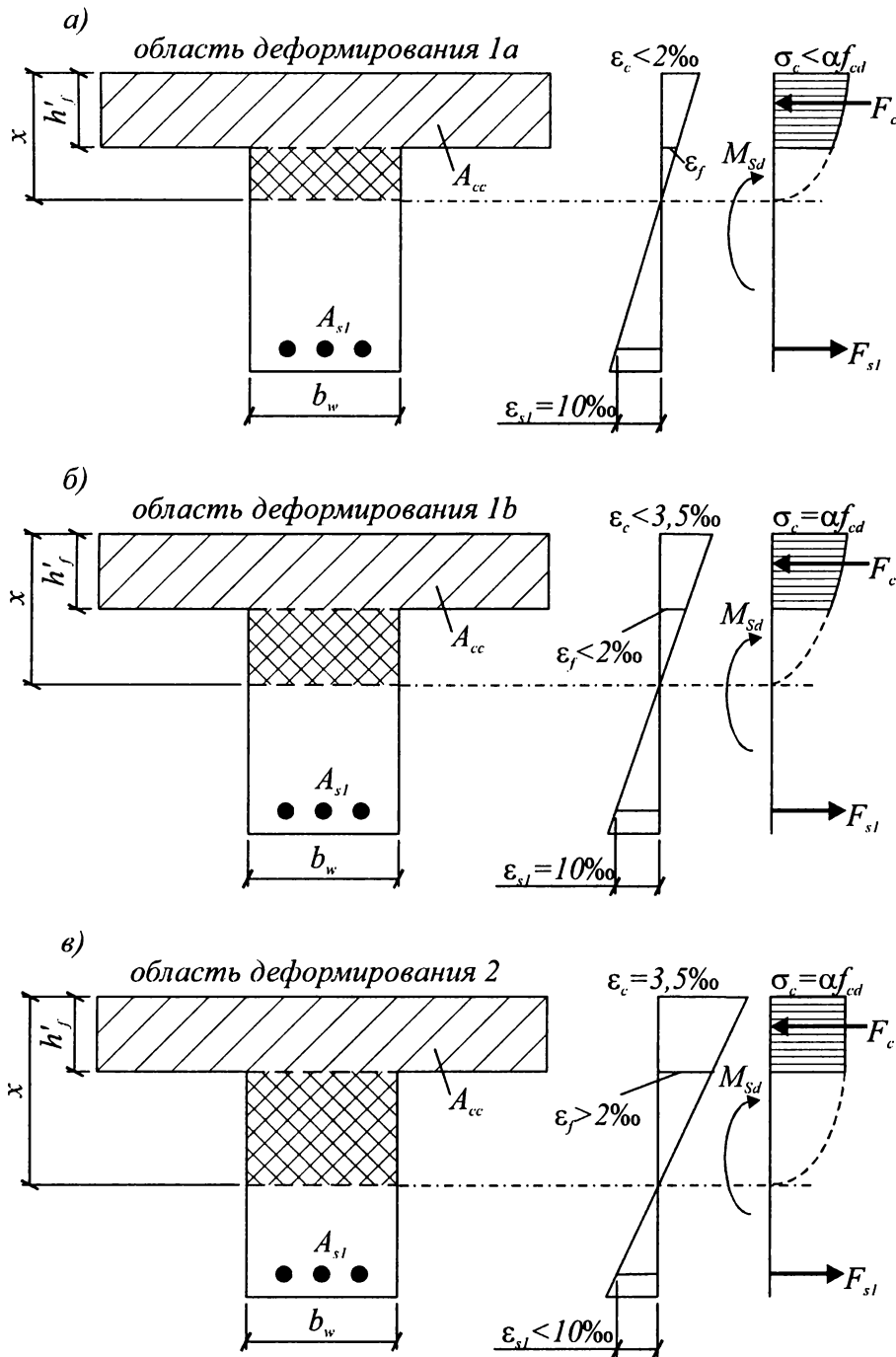




**Рис. 6.24.**

Возможные формы эпюр напряжений в сжатой зоне при расположении нейтральной оси в пределах полки

- а) неполная парабола в интервале деформирования 1а;
- б) параболическая эпюра – область деформирования 1б;
- в) параболически-прямоугольная эпюра – область деформирования 2



**Рис. 6.25.**

Возможные формы эпюр напряжений в сжатой зоне сечения при расположении нейтральной оси в ребре балки  
 а), б) сложная эпюра напряжений в полке;  
 в) прямоугольная эпюра напряжений

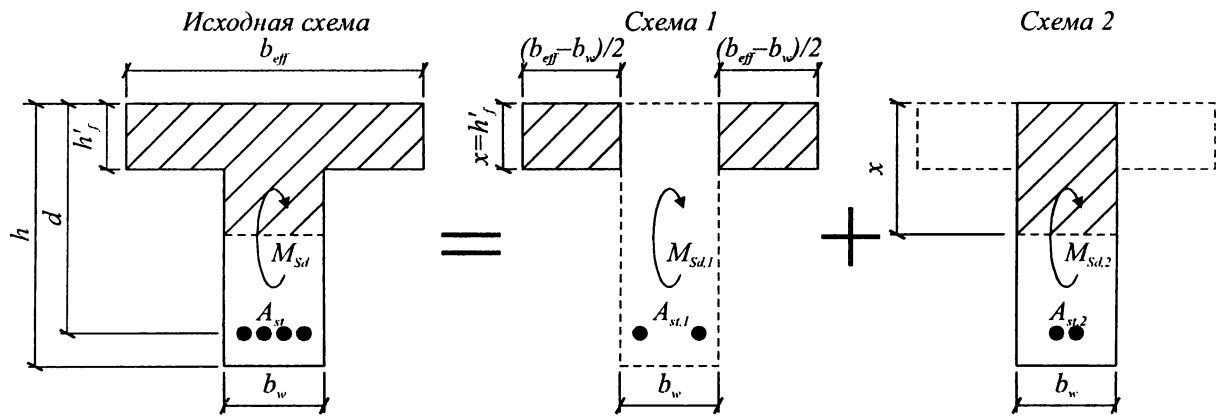


Рис. 6.26.

Расчетные схемы «1» и «2» при определении прочности таврового сечения для случая, когда нейтральная ось располагается в стенке

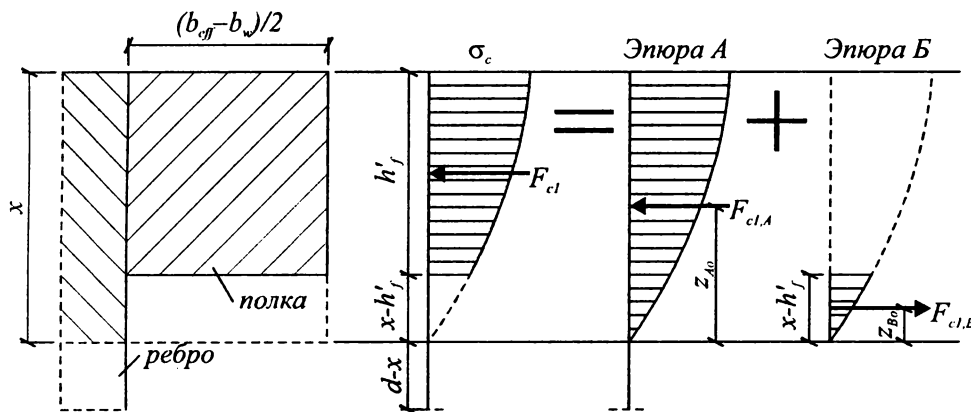


Рис. 6.27.

Применение принципа суперпозиции эпюр сжимающих напряжений в полке при расчете таврового сечения (схема «1» в области деформирования 1а)

случая по схеме «1» следует определить относительную деформацию  $\epsilon_f$  сечения (обозначения см. рис. 6.25) на уровне внутренней грани полки.

Можно записать следующие линейные пропорции:

- при  $0 < \xi \leq 0,259$  (область деформирования 1а или 1б)

$$\frac{x - h'_f}{\epsilon_f} = \frac{d - x}{10,0} \rightarrow \epsilon_f = 10,0 \frac{x - h'_f}{d - x} [\%] \quad (6.119)$$

- при  $\xi > 0,259$  (область 2 или 3)

$$\frac{x - h'_f}{\epsilon_f} = \frac{x}{3,5} \rightarrow \epsilon_f = 3,5 \frac{x - h'_f}{x} [\%] \quad (6.120)$$

Сложный характер эпюры напряжений в полке (рис. 6.25а или 6.25б) имеет место тогда, когда деформация сечения на границе полки и стенки составляет  $\epsilon_f < 2,0 \%$ .

При использовании безразмерных отношений  $\xi$  и  $\beta$  получаем следующие расчетные условия:

- при  $0 < \xi \leq 0,259$  (область деформирования 1а или 1б)

$$\xi < \frac{1}{6} + \frac{5}{6}\beta \quad (6.121)$$

- при  $\xi > 0,259$  (область 2 или 3)

$$\xi < \frac{7}{3}\beta \quad (6.122)$$

Решение задачи при схеме «1» получают путем наложения двух взаимно дополняющих эпюр напряжений для соответствующего характерного случая распределения относительных деформаций по высоте сечения. Так, как это, например, показано на рис. 6.27, для области деформирования 1а.

В соответствии с представленной концепцией, действительное распределение сжимающих напряжений на высоте полки  $h'_f$ , включающей только ее свесы, заменяют эпюрой напряжений для полки высотой  $x$  (эпюра А) и эпюрой фиктивных сжимающих напряжений (эпюра Б), рассматриваемых с противоположным знаком на участке, располагаемом ниже полки  $h'_f$ .

Эпюра А представлена результирующей сжимающих напряжений  $F_{cl,A}$ , действующей с плечом  $z_{cl,A}$ . Эпюра Б (фиктивных сжимающих напряжений) описана аналогично – через результирующую  $F_{cl,B}$ , приложенную с плечом  $z_{cl,B}$ . Используя принцип суперпозиции для схемы «1» можно записать:

$$F_{cl} = F_{cl,A} - F_{cl,B} \quad (6.123)$$

$$M_{Rd,l} = F_{cl,A} z_{cl,A} - F_{cl,B} z_{cl,B} \quad (6.124)$$

Результирующую  $F_{cl,A}$  рассчитывают в соответствии с положениями, приведенными в п.п. 6.4.2.1, 6.4.2.2 как для прямоугольного сечения шириной  $b = b_{eff} - b_w$  по формулам, приведенным в табл. 6.6 и 6.7. Результирующую  $F_{cl,B}$  следует определять, рассматривая эпюру Б (рис. 6.27) в соответствующей области деформирования. В этой же области деформирования следует рассматривать и эпюру А. На основе принципа суперпозиции в общей записи, уравнение для расчета результирующей в бетоне сжатой зоны в случае использования линейно-параболической диаграммы деформирования бетона можно записать:

$$F_{cl} = (b_{eff} - b_w) \alpha \cdot f_{cd} \left\{ \int_0^x \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c(y)}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] dy - \int_0^{x-h_f} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c(y)}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] dy \right\} \quad (6.125)$$

где  $\varepsilon_c(y)$  – функция распределения относительных деформаций по высоте сжатой зоны сечения.

Для бетона классов по прочности на сжатие не более  $C^{50}/60$  (при  $n = 2$ ,  $\varepsilon_{c2} = 2,0$  ‰) уравнение (6.125) принимает вид:

$$F_{cl} = (b_{eff} - b_w) \alpha \cdot f_{cd} \left\{ \int_0^x \left( \varepsilon_{cy} - \frac{\varepsilon_{cy}}{4} \right) dy - \int_0^{x-h_f} \left( \varepsilon_{cy} - \frac{\varepsilon_{cy}}{4} \right) dy \right\} \quad (6.126)$$

где  $\varepsilon_{cy}$  – функция изменения относительных деформаций по высоте сжатой зоны сечения, определяемая в соответствии с гипотезой плоских сечений для соответствующего интервала деформирования 1а, 1б (при  $\varepsilon_{st} = 10$  ‰) или 2 (при  $\varepsilon_{cu} = 3,5$  ‰).

Интегрируя уравнение (6.126) для соответствующих областей деформирования получают значения равнодействующей  $F_{cl}$  в сжатой зоне сечения. В общем случае равнодействующая  $F_{cl}$  после интегрирования уравнения (6.126), примененного при расчете элементов из бетона класса по прочности на сжатие не более  $C^{50}/60$ , может быть записана:

$$F_{cl} = \omega_\tau \beta d (b_{eff} - b_w) \alpha f_{cd}, \quad (6.127)$$

где  $\omega_\tau$  – безразмерный коэффициент полноты эпюры напряжений в полке, соответствующий относительному усилию в сжатой зоне сечения, и определяемый для соответствующей области деформирования в зависимости от  $\xi$  и  $\beta$  по табл. 6.9.

Для определения прочности при изгибе по схеме «1» (см. формулу 6.124) необходимо рассчитать плечо внутренней пары сил  $z_{cl,A}$  (для эпюры А), а также  $z_{cl,B}$  (для эпюры Б). Расстояния от нейтральной оси до точек приложения равнодействующих  $F_{cl,A}$  и  $F_{cl,B}$  (см. рис. 6.27) определяют в общем случае из уравнения (6.52), разделив статический момент, который дает эпюра сжимающих напряжений относительно нейтральной оси на площадь этой эпюры для соответствующего расчетного случая. Тогда значения плеча внутренней пары сил в общем случае можно записать:

$$z_{cl,A} = z_{A,0} + (d - x)$$

$$z_{cl,B} = z_{B,0} + (d - x)$$

В общем случае с использованием уравнения (6.124) момент, воспринимаемый сечением при расчете по схеме «1» (см. рис. 6.27), можно записать:

$$M_{Rd,l} = \alpha_\tau d^2 (b_{eff} - b_w) \alpha f_{cd}, \quad (6.128)$$

где  $\alpha_\tau$  – безразмерный коэффициент, соответствующий относительному моменту равнодействующей в сжатой зоне бетона  $F_{cl}$ , взятому относительно растянутой арматуры и определяемый для соответствующей области деформирования в зависимости от  $\xi$  и  $\beta$  по табл. 6.9.

Окончательно прочность нормального сечения тавровой балки определяют при наложении решений, полученных по схемам «1» и «2». Так как в схеме «2» (см. рис. 6.26) принято допущение о том, что сжатая зона располагается только в пределах ребра и является прямоугольником с шириной  $b_w$ , прочность сечения определяют в соответствии с положениями по расчету сечений прямоугольной формы, изложенными в п.п. 6.4.2.1, 6.4.2.2 настоящей главы.

Тогда момент, воспринимаемый тавровым сечением с учетом сформулированных выше соображений можно записать:

$$M_{Rd} = [\alpha_t (b_{eff} - b_w) + \alpha_m b_w] d^2 \alpha f_{cd}. \quad (6.129)$$

Для расчета вспомогательных функций  $\alpha_t$  и  $\alpha_m$  необходимо определить относительную высоту сжатой зоны  $\xi$  для заданных характеристик таврового сечения и известной площади растянутой арматуры  $A_{st}$ . Эти величины могут быть определены из условий равновесия внутренних сил в сечении.

Основные зависимости для расчета железобетонных элементов таврового сечения с использованием параболически-линейной диаграммы деформирования бетона, полученные интегрированием исходных уравнений для случая, когда  $\xi > \beta$  и элементы выполнены из бетона, имеющего класс по прочности на сжатие не более  $C^{50}/60$ , представлены в табл. 6.9, а алгоритмы расчета тавровых сечений подробно приведены в примерах к настоящей главе.

### 6.4.3. Сжатые железобетонные элементы

**6.4.3.1. Внецентренно сжатые элементы.** В отличие от изгибаемых элементов для внецентренно сжатых элементов напряжения в арматуре, расположенной у растянутой или менее сжатой грани сечения, изменяется в зависимости не только от ее количества, но и от эксцентриситета приложения продольной силы  $N_{Sd}$ , проходя значения от растягивающих напряжений, равных расчетному сопротивлению (физическому или условному пределу текучести)  $f_{yd}$ , до нуля и далее до предельных напряжений арматуры при сжатии. Поэтому, в соответствии с [24], для внецентренно сжатых элементов следует рассматривать две области работы арматуры: с напряжениями, равными пределу текучести, и с переменными напряжениями, изменяющимися от предельных напряжений при растяжении до предельных напряжений при сжатии.

Возможные схемы распределения относительных деформаций и напряжений в расчетных ситуациях при совместном действии в сечении изгибающего момента и продольной силы показано на рис. 6.28.

При расчете внецентренно сжатых элементов могут быть использованы расчетные процедуры, изложенные в разделе 6.4.2, для расчета сечений изгибаемых элементов, на которые действует момент  $M_{Sd1}$ , определяемый относительно центра тяжести растянутой арматуры  $A_{s1}$  ( $A_{st}$ );

$$M_{Sd1} = M_{Sd} + N_{Sd}(0,5h - c). \quad (6.130)$$

С учетом случайного эксцентриситета, а также эффектов второго рода (гибкости элемента), начальное значение эксцентриситета, применяемого в статических расчетах, должно быть увеличено до значения  $e_{tot}$  и момент  $M_{Sd1}$  определяется по формуле:

$$M_{Sd1} = N_{Sd} e_{s1} = N_{Sd} (e_{tot} + 0,5h - c), \quad (6.131)$$

где  $e_{s1}$  – расстояние между линией действия силы  $N_{Sd}$  и центром тяжести арматуры  $A_{s1}$  ( $A_{st}$ ) (рис. 6.24, 6.25).

В расчетном сечении (см. рис. 6.28) в предельном состоянии возникает система внутренних усилий, уравновешивающих усилия от внешних нагрузок:

– равнодействующая усилий в сжатой зоне бетона  $F_{cc}$ :

$$F_{cc} = \omega_c \alpha f_{cd} b d \xi; \quad (6.132)$$

– равнодействующая усилий в арматуре  $A_{sc}$ , располагаемой у наиболее сжатой грани сечения:

$$F_{sc} = A_{sc} \sigma_{s2} = k_{s2} A_{sc} f_{yd}; \quad (6.133)$$

– равнодействующая напряжений в арматуре  $A_{st}$ , располагаемой у растянутой либо менее сжатой грани сечения:

$$F_{st} = \sigma_{s1} f_{yd} = k_{s1} A_{st} f_{yd}. \quad (6.134)$$

В формулах (6.133) и (6.134)

$\sigma_{s1}$  и  $\sigma_{s2}$  – соответственно напряжения в арматуре  $A_{st}$  и  $A_{sc}$ , записанные как функции от расчетного сопротивления при помощи соответствующих коэффициентов:

$$k_{s1} = \frac{\epsilon_{st}}{\epsilon_{sy}}, \quad k_{s2} = \frac{\epsilon_{sc}}{\epsilon_{sy}}.$$

Значения коэффициентов  $k_{s2}$  в зависимости от относительной высоты сжатой зоны ( $x/d$ ) для принятого отношения ( $c/d$ ) и класса арматуры могут быть определены по таблицам, составленным проф. А. Ланко [40] (см. табл. 6.8). Коэффициент  $k_{s1}$  в области деформирования 3 можно рассчитать по формуле:

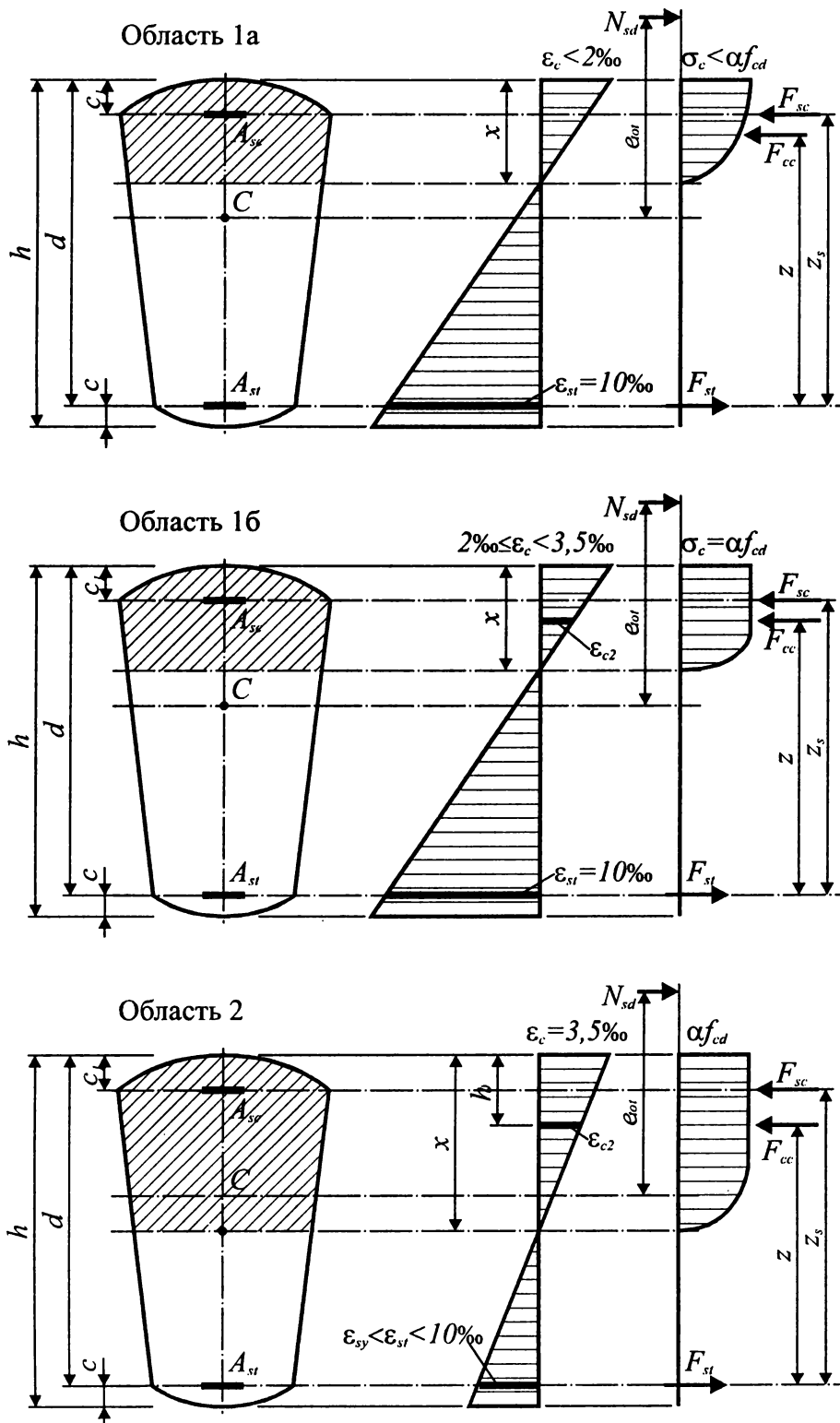
Таблица 6.9.

Основные зависимости для расчета железобетонных элементов таврового сечения по упрощенному методу с использованием параболически-линейной диаграммы деформирования бетона (класс по прочности на сжатие не более  $C^{50/60}$ ) при  $\xi > \beta$

Стадия	Эпюра деформаций	Эпюра напряжений	Диапазон изменения относительной высоты сжатой зоны сечения $\xi$	Диапазон изменения относительной высоты полки в сжатой зоне сечения $\beta$
Ia	Рис. 6.25а	Рис. 6.25а	$\xi \leq \frac{1}{6}$	$\xi > \beta$
Ib	Рис. 6.25б	Рис. 6.25б	$\frac{1}{6} < \xi \leq \frac{7}{27}$	$\xi \leq \frac{1}{6} + \frac{5}{6}\beta$
			$\frac{1}{6} < \xi \leq \frac{7}{27}$	$\xi \leq \frac{1}{6} + \frac{5}{6}\beta$
II	Рис. 6.25в	Рис. 6.25в	$\frac{7}{27} < \xi \leq \frac{7}{2\varepsilon_{sy} + 7}$	$\xi \leq \frac{7}{3}\beta$
			$\frac{7}{27} < \xi \leq \frac{7}{2\varepsilon_{sy} + 7}$	$\xi \leq \frac{7}{3}\beta$
III	Рис. 6.17	Рис. 6.18	$\frac{7}{2\varepsilon_{sy} + 7} < \xi \leq \beta_h$	$\xi \leq \frac{7}{3}\beta$
			$\frac{7}{2\varepsilon_{sy} + 7} < \xi \leq \beta_h$	$\xi \leq \frac{7}{3}\beta$

Окончание таблицы 6.9.

Стадия	Относительная деформация на уровне низа полки $\varepsilon_{f1}$ , ‰	Параметры усилия в бетоне сжатой зоны в пределах свесов полки	
		Относительное усилие $\omega_T \beta = \frac{F_{c2}}{(b_{eff} - b_w) d \alpha f_{cd}}$	Относительное момент $\alpha_T = \frac{M_{c2}}{(b_{eff} - b_w) d^2 \alpha f_{cd}}$
Ia	$10 \frac{\xi - \beta}{1 - \xi}$	$\frac{5\xi^2 \left(1 - \frac{8}{3}\xi\right)}{(1 - \xi)^2} - \frac{(\xi - \beta)\varepsilon_1}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_1}{6}\right)$	$\frac{1,25\xi^2 (3\xi^2 - 12\xi + 4)}{(1 - \xi)^2} - \frac{\varepsilon_1^2}{20} \left( (1 - \xi)^2 - (1 - \xi)(\xi - \beta) - \frac{5}{4}(\xi - \beta)^2 \right)$
Ib	$10 \frac{\xi - \beta}{1 - \xi} \leq 2$	$\frac{16\xi - 1}{15} - \frac{(\xi - \beta)\varepsilon_1}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_1}{6}\right)$	$1,14\xi - 0,57\xi^2 - 0,07 - \frac{\varepsilon_1^2}{20} \left( (1 - \xi)^2 - (1 - \xi)(\xi - \beta) - \frac{5}{4}(\xi - \beta)^2 \right)$
	$10 \frac{\xi - \beta}{1 - \xi} \leq 2$	$\beta$	$\beta(1 - 0,5\beta)$
II	$3,5 \frac{\xi - \beta}{\xi} \leq 2$	$\frac{17}{21}\xi - (\xi - \beta)\varepsilon_1 \left( \frac{1}{2} - \frac{\varepsilon_1}{12} \right)$	$\frac{17\xi}{21} - \frac{33}{98}\xi^2 - (\xi - \beta)\varepsilon_1 \left( \left( \frac{1}{2} - \frac{\varepsilon_1}{12} \right) (1 - \xi) + \left( \frac{1}{3} - \frac{\varepsilon_1}{16} \right) (\xi - \beta) \right)$
	$3,5 \frac{\xi - \beta}{\xi} \leq 2$	$\beta$	$\beta(1 - 0,5\beta)$
III	$3,5 \frac{\xi - \beta}{\xi} \leq 2$	$\frac{17}{21}\xi - (\xi - \beta)\varepsilon_1 \left( \frac{1}{2} - \frac{\varepsilon_1}{12} \right)$	$\frac{17\xi}{21} - \frac{33}{98}\xi^2 - (\xi - \beta)\varepsilon_1 \left( \left( \frac{1}{2} - \frac{\varepsilon_1}{12} \right) (1 - \xi) + \left( \frac{1}{3} - \frac{\varepsilon_1}{16} \right) (\xi - \beta) \right)$
	$3,5 \frac{\xi - \beta}{\xi} \leq 2$	$\beta$	$\beta(1 - 0,5\beta)$



**Рис. 6.28.** Эпюры относительных деформаций и напряжений в характерных областях деформирования сечения согласно [40] при расчете на внецентренное сжатие.



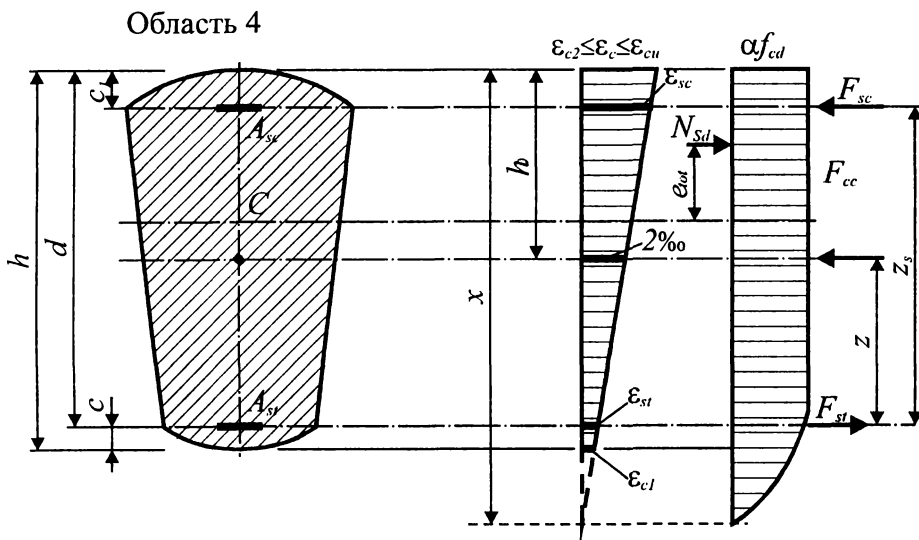
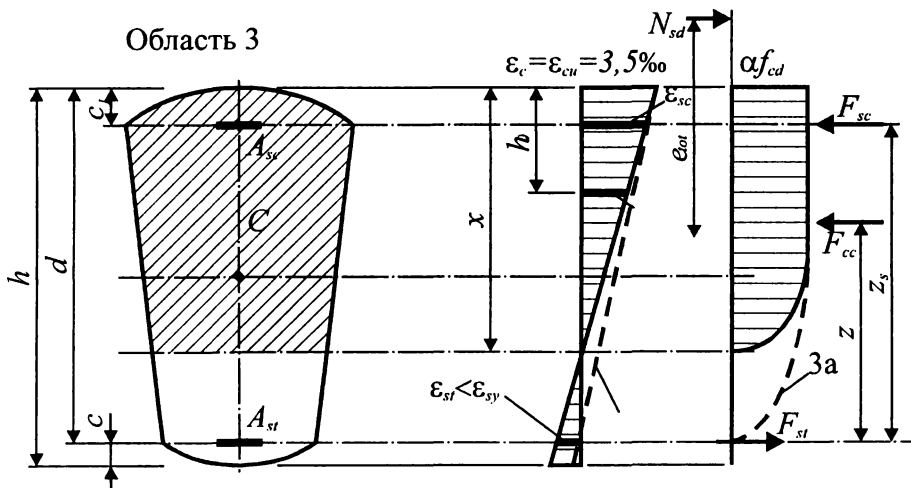


Рис. 6.28.  
(окончание).

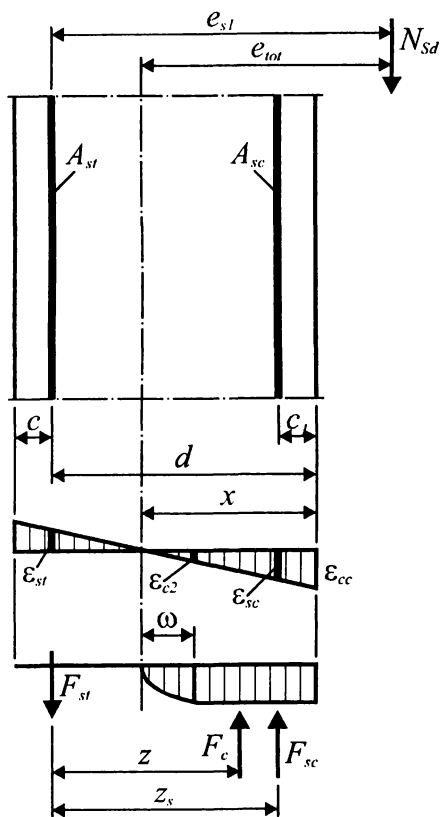


Рис. 6.29.  
Эпюры распределения относительных деформаций и напряжений при расчете внецентренно сжатого элемента

$$k_{s1} = \frac{\varepsilon_{st}}{\varepsilon_{sy}} = \frac{\varepsilon_{cu}(1-x/d) E_s}{x/d f_{yd}}, \quad (6.135)$$

а в области деформирования 4 по формуле:

$$k_{s1} = -0,001 \frac{14(x/d-1) E_s}{7(x/d)-3\beta_h f_{yd}}. \quad (6.136)$$

В общем случае условия равновесия при совместном действии изгибающего момента и продольной силы будут иметь вид:

$$N_{Sd} e_{s1} = M_{Sd1} = F_{cc} z + F_{sc} z_s; \quad (6.137a)$$

$$N_{Sd} = F_{cc} + F_{sc} - F_{st}. \quad (6.137b)$$

Тогда:

$$M_{Sd1} = \omega_c \alpha f_{cd} b x z + \sigma_{sc} A_{sc} (d - c_1). \quad (6.138)$$

Учитывая, что  $x = (d - z) \frac{1}{k_2}$ , получаем:

$$M_{Sd1} = C_0 \alpha f_{cd} b (d - z) z + k_{s2} f_{yd} A_{sc} (d - c_1). \quad (6.139)$$

Аналогично, как и в случае проектирования сечения при действии изгибающего момента, получаем квадратное уравнение относительно  $\eta = z/d$ :

$$\eta^2 - \eta + \frac{M_{Sd1}}{C_0 \alpha f_{cd} b d^2} - \frac{k_{s2} f_{yd} A_{sc} (d - c_1)}{C_0 \alpha f_{cd} b d^2} = 0. \quad (6.140)$$

Обозначив  $\alpha_m = \frac{M_{Sd1} - k_{s2} f_{yd} A_{sc} (d - c_1)}{C_0 \alpha f_{cd} b d^2}$  получаем, аналогично как и в случае изгибаемых элементов с двойным армированием:

$$\eta = \left( \frac{z}{d} \right) = 0,5 + \sqrt{0,25 - \frac{\alpha_m}{C_0}}. \quad (6.141)$$

При установленном плече внутренней пары сил по формуле (6.141) определяют высоту сжатой зоны сечения  $x$  и рассчитывают относительные деформации арматуры, расположенной у растянутой (менее сжатой) грани сечения. Если рассчитанные по (6.81) относительные деформации  $\varepsilon_{st}$  не удовлетворяют условию (6.83), т.е. арматура не используется с полным сопротивлением имеет место т.н. случай *малых эксцентриситетов*. Если условие (6.83) выполняется, такой случай называют случаем *больших эксцентриситетов* и расчет производят аналогично тому, как это было показано для изгибаемых элементов (при действии в сечении только  $M_{Sd}$ ).

Необходимо заметить, что выполнение условия (6.83) формально определяет расчетную ситуацию, при которой нет необходимости устанавливать в сжатой зоне сечения арматуру  $A_{sc}$ . Вместе с тем, для сжатых элементов такая арматура обязательно должна устанавливаться по конструктивным соображениям из условия

$$A_{sc} \geq A_{s,min}, \quad (6.142)$$

где  $A_{s,min}$  – минимальная площадь арматуры, устанавливаемой в сжатой зоне сечения по конструктивным соображениям.

Таким образом, площадь растянутой арматуры  $A_{st}$  для данной расчетной ситуации определяют как для сечения с двойным армированием при заданной площади арматуры в сжатой зоне сечения:

$$A_{st} = \frac{[C_0 (1 - \eta) \alpha f_{cd} b d - N_{Sd}] + k_{s2} f_{yd} A_{sc}}{f_{yd}} = \frac{[\omega_c \alpha f_{cd} b d \xi - N_{Sd}] + k_{s2} f_{yd} A_{sc}}{f_{yd}}. \quad (6.143)$$

В случае, когда условие (6.83) не выполняется и имеет место случай *малых эксцентриситетов*, расчет следует произвести по общему методу, либо воспользоваться упрощением, принимая  $x = x_{lim}$ .

При проектировании сечений, подвергнутых совместному действию изгибающих моментов и продольных сил удобно пользоваться таблицами, составленными проф. А. Лапко [40] (см. табл. 6.9, 6.10, 6.11).

**Таблица 6.10.**

Значения коэффициентов для расчета внецентренно сжатых элементов с малым эксцентриситетом при  $x > h$  (область деформирования 4) для  $\beta_h = 1 + c_1/d = 1,05$  согласно [40]

$\xi = x/d$	Коэффициент			Относительные деформации	
	$\omega_c \xi$	$\eta$	$\alpha_m$	в бетоне $\epsilon_c$ (+) сжатие	в арматуре $\epsilon_{st}$ (+) сжатие
1	2	3	4	5	6
1,06	0,857	0,559	0,479	3,475	-0,179
1,08	0,869	0,554	0,481	3,429	-0,254
1,10	0,880	0,550	0,482	3,385	-0,308
1,12	0,890	0,543	0,483	3,343	-0,358
1,14	0,899	0,538	0,484	3,304	-0,406
1,16	0,907	0,534	0,484	3,268	-0,451
1,18	0,915	0,530	0,485	3,233	-0,493
1,20	0,922	0,527	0,486	3,200	-0,533
1,25	0,938	0,520	0,487	3,125	-0,625
1,30	0,950	0,515	0,489	3,059	-0,706
1,35	0,961	0,510	0,490	3,000	-0,778
1,40	0,970	0,506	0,491	2,947	-0,842
1,45	0,978	0,503	0,492	2,900	-0,900
1,50	0,985	0,499	0,492	2,857	-0,952
1,55	0,990	0,498	0,493	2,818	-1,000
1,60	0,996	0,495	0,493	2,783	-1,043
1,65	1,000	0,494	0,494	2,750	-1,083
1,70	1,004	0,492	0,494	2,720	-1,120
1,75	1,007	0,491	0,494	2,692	-1,154
1,80	1,010	0,490	0,495	2,667	-1,185
1,85	1,013	0,489	0,495	2,643	-1,214
1,90	1,016	0,488	0,495	2,621	-1,241
1,95	1,018	0,487	0,496	2,600	-1,267
2,00	1,020	0,486	0,496	2,581	-1,290
2,10	1,024	0,484	0,496	2,545	-1,330
2,20	1,026	0,483	0,496	2,514	-1,371
2,30	1,029	0,482	0,497	2,486	-1,405
2,40	1,031	0,482	0,497	2,462	-1,436
2,50	1,033	0,481	0,497	2,439	-1,463
2,60	1,034	0,481	0,497	2,419	-1,488
2,70	1,035	0,480	0,497	2,400	-1,511
2,80	1,037	0,480	0,497	2,383	-1,532
2,90	1,038	0,480	0,498	2,367	-1,551
3,00	1,039	0,479	0,498	2,353	-1,569
3,10	1,040	0,479	0,498	2,340	-1,585
3,20	1,040	0,479	0,498	2,327	-1,600
3,30	1,041	0,478	0,498	2,316	-1,614
3,40	1,042	0,478	0,498	2,305	-1,627
3,50	1,042	0,478	0,498	2,295	-1,639
3,60	1,043	0,477	0,498	2,286	-1,651
3,70	1,043	0,477	0,498	2,277	-1,662
3,80	1,044	0,477	0,498	2,269	-1,672
3,90	1,044	0,477	0,498	2,261	-1,681
4,00	1,044	0,477	0,498	2,254	-1,690
5,00	1,047	0,476	0,498	2,198	-1,756
$\infty$	1,050	0,475	0,499	2,000	-2,000

**Таблица 6.10 (продолжение).**

Значения коэффициентов для расчета внецентренно сжатых элементов с малым эксцентриситетом при  $x > h$  (область деформирования 4) для  $\beta_h = 1 + c_1/d = 1,10$  согласно [40]

$\xi = x/d$	Коэффициент			Относительные деформации	
	$\omega_c \xi$	$\eta$	$\alpha_m$	в бетоне $\varepsilon_c (+)$ сжатие	в арматуре $\varepsilon_{st} (+)$ сжатие
1	2	3	4	5	6
1,12	0,903	0,534	0,484	3,454	-0,370
1,14	0,915	0,530	0,484	3,410	-0,419
1,16	0,925	0,524	0,485	3,3369	-0,465
1,18	0,935	0,520	0,486	3,331	-0,508
1,20	0,944	0,515	0,486	3,294	-0,549
1,25	0,963	0,506	0,487	3,211	-0,642
1,30	0,979	0,498	0,488	3,138	-0,724
1,35	0,993	0,492	0,489	3,073	-0,797
1,40	1,004	0,488	0,490	3,015	-0,862
1,45	1,014	0,483	0,490	2,964	-0,920
1,50	1,022	0,480	0,491	2,917	-0,972
1,55	1,029	0,477	0,491	2,874	-1,020
1,60	1,035	0,474	0,491	2,835	-1,063
1,65	1,040	0,473	0,492	2,800	-1,103
1,70	1,045	0,471	0,492	2,767	-1,140
1,75	1,049	0,466	0,492	2,737	-1,173
1,80	1,053	0,467	0,492	2,700	-1,204
1,85	1,056	0,467	0,493	2,684	-1,233
1,90	1,059	0,466	0,493	2,660	-1,260
1,95	1,062	0,464	0,493	2,638	-1,285
2,00	1,065	0,463	0,493	2,617	-1,308
2,10	1,069	0,461	0,493	2,579	-1,351
2,20	1,072	0,460	0,493	2,545	-1,388
2,30	1,075	0,460	0,494	2,516	-1,422
2,40	1,078	0,458	0,494	2,489	-1,452
2,50	1,080	0,457	0,494	2,465	-1,479
2,60	1,082	0,456	0,494	2,443	-1,503
2,70	1,083	0,456	0,494	2,423	-1,526
2,80	1,085	0,455	0,494	2,405	-1,546
2,90	1,086	0,455	0,494	2,388	-1,565
3,00	1,087	0,454	0,494	2,373	-1,582
3,10	1,088	0,454	0,494	2,359	-1,598
3,20	1,089	0,454	0,494	2,346	-1,613
3,30	1,090	0,453	0,494	2,333	-1,626
3,40	1,090	0,453	0,494	2,322	-1,639
3,50	1,091	0,453	0,494	2,311	-1,651
3,60	1,092	0,453	0,495	2,301	-1,662
3,70	1,092	0,453	0,495	2,292	-1,673
3,80	1,093	0,453	0,495	2,283	-1,682
3,90	1,093	0,453	0,495	2,275	-1,692
4,00	1,093	0,453	0,495	2,267	-1,700
5,00	1,096	0,452	0,495	2,208	-1,767
6,00	1,097	0,451	0,495	2,171	-1,809
8,00	1,099	0,450	0,495	2,125	-1,860
10,00	1,099	0,450	0,495	2,099	-1,889
$\infty$	1,100	0,450	0,495	2,000	-2,000

**Таблица 6.11.**

Значения коэффициентов для расчета внецентренно сжатых элементов с малым эксцентриситетом при  $x > h$  (область деформирования 4) для  $\beta_h = 1 + c_1/d = 1,15$  согласно [40]

$\xi = x/d$	Коэффициент			Относительные деформации	
	$\omega_c \xi$	$\eta$	$\alpha_m$	в бетоне $\epsilon_c$ (+) сжатие	в арматуре $\epsilon_{st}$ (-) сжатие
1	2	3	4	5	6
1,16	0,937	0,519	0,486	3,478	-0,480
1,18	0,950	0,512	0,486	3,435	-0,524
1,20	0,961	0,506	0,486	3,394	-0,566
1,25	0,985	0,493	0,486	3,302	-0,660
1,30	1,005	0,485	0,487	3,221	-0,743
1,35	1,021	0,477	0,487	3,150	-0,817
1,40	1,035	0,470	0,487	-0,882	-0,882
1,45	1,047	0,465	0,487	3,030	-0,940
1,50	1,057	0,462	0,488	2,979	-0,993
1,55	1,065	0,458	0,488	2,932	-1,041
1,60	1,073	0,455	0,488	2,890	-1,084
1,65	1,079	0,452	0,488	2,852	-1,123
1,70	1,085	0,450	0,488	2,817	-1,160
1,75	1,090	0,448	0,488	2,784	-1,193
1,80	1,095	0,446	0,488	2,754	-1,224
1,85	1,099	0,444	0,488	2,726	-1,253
1,90	1,101	0,443	0,488	2,701	-1,279
1,95	1,105	0,442	0,488	2,676	-1,304
2,00	1,108	0,440	0,488	2,654	-1,327
2,10	1,113	0,438	0,488	2,613	-1,391
2,20	1,118	0,436	0,488	2,577	-1,406
2,30	1,121	0,435	0,488	2,545	-1,439
2,40	1,124	0,434	0,488	2,517	-1,468
2,50	1,127	0,433	0,488	2,491	-1,495
2,60	1,129	0,432	0,488	2,468	-1,519
2,70	1,131	0,431	0,488	2,447	-1,540
2,80	1,132	0,431	0,488	2,427	-1,560
2,90	1,134	0,431	0,489	2,409	-1,579
3,00	1,135	0,431	0,489	2,393	-1,595
3,10	1,136	0,430	0,489	2,378	-1,611
3,20	1,137	0,430	0,489	2,364	-1,625
3,30	1,138	0,430	0,489	2,351	-1,639
3,40	1,139	0,429	0,489	2,339	-1,651
3,50	1,140	0,429	0,489	2,328	-1,663
3,60	1,140	0,429	0,489	2,317	-1,674
3,70	1,141	0,429	0,489	2,298	-1,693
3,80	1,141	0,429	0,489	2,298	-1,693
3,90	1,142	0,428	0,489	2,289	-1,702
4,00	1,142	0,428	0,489	2,281	-1,711
5,00	1,145	0,427	0,489	2,179	-1,775
6,00	1,147	0,426	0,489	2,179	-1,816
8,00	1,148	0,426	0,489	2,131	-1,865
10,00	1,149	0,426	0,489	2,104	-1,893
$\infty$	1,150	0,425	0,489	2,000	-2,000

В соответствии с алгоритмом, рекомендованным в работе [40], расчет внецентренно сжатых элементов может быть выполнен в следующей последовательности.

Как и в случае изгибаемых элементов, расчетная процедура начинается с определения коэффициента  $\alpha_m$ :

$$\alpha_m = \frac{M_{sd1}}{\alpha f_{cd} b d^2} \rightarrow \omega_c \xi, \quad \xi = x/d. \quad (6.144)$$

Полученное значение  $\alpha_m$  может оказаться в одной из четырех областей деформирования (см. рис. 6.24), что определяется по табл. 6.7 (для областей 1, 2, 3) либо по табл. 6.9, 6.10, 6.11 (для области 4 при принятом значении  $\beta_h = 1 + c_1/d$ ). Если рассчитанное по формуле (6.144) значение  $\alpha_m$  находится в областях деформирования 1 либо 2 (см. табл. 6.7, рис. 6.28), это означает, что имеет место случай **больших эксцентриситетов** и арматуру  $A_{sc}$  в сжатой зоне следует устанавливать по конструктивным соображениям ( $A_{sc} \geq A_{s,min}$ ). С учетом принятой площади армирования  $A_{sc}$  коэффициент  $\alpha_m$  определяют по (6.105) и при полученном значении  $\alpha_m$  из табл. 6.7 определяют  $\eta = z/d$ . Площадь растянутой арматуры  $A_{st}$  определяют по ф. (6.143), принимая в случае большого эксцентриситета  $k_{s1} = 1$ .

Если значение  $\alpha_m$ , рассчитанное по (6.144), попадает в области деформирования 3 или 4 (см. табл. 6.7, 6.10, 6.11, рис. 6.28), то требуемую площадь армирования в сжатой зоне следует установить расчетом. Для этого расчет выполняют при допущении, что  $x = x_{lim}$ . Тогда:

$$\Delta M = M_{Sd1} - M_{Rd,lim} \Rightarrow \Delta \alpha_m = \alpha_m - \alpha_{m,lim}, \quad (6.145)$$

где  $\alpha_{m,lim}$  – граничное значение коэффициента  $\alpha_m$ , определяемое по (6.87) либо по табл. 6.7.

Площадь арматуры в сжатой зоне бетона определяют по формуле:

$$A_{s2} = \left[ \frac{\Delta \alpha_m}{1 - (c_1/d)} \right] \frac{\alpha f_{cd} b d}{k_{s2} f_{yd}}. \quad (6.146)$$

При  $x = x_{lim}$  независимо от отношения  $d/c_1$  из табл. 6.7 и 6.8 получаем  $k_{s2} = 1$ . Площадь арматуры у растянутой (наименее сжатой) грани сечения, определяем по формуле:

$$A_{st} = \left[ \left( \omega_c \xi_{lim} + \frac{\Delta \alpha_m}{1 - c_1/d} \right) \alpha f_{cd} b d - N_{Sd} \right] \frac{1}{k_{s1} f_{yd}} \quad (6.147)$$

либо по формуле:

$$A_{st} = \left( \omega_c \xi_{lim} \alpha f_{cd} b d + A_{s2,pr} k_{s2} f_{yd} - N_{Sd} \right) \frac{1}{k_{s1} f_{yd}} \quad (6.148)$$

в случае, если площадь арматуры, установленной в сечении (например, по конструктивным соображениям)  $A_{s2,pr}$  окажется большей, чем рассчитанная по (6.146).

Если из расчета по (6.147) и (6.148) получаем, что  $A_{st} < 0$ , это означает, что при действии расчетной системы усилий арматура  $A_{st}$  имеет нулевые напряжения или сжата (располагается у менее сжатой грани сечения). В этом случае следует установить значение коэффициента  $k_{s1} < 1$  (случай малого эксцентриситета). На первом этапе принимают, что продольное усилие  $N_{Sd}$  полностью воспринимает бетон. Тогда:

$$\xi = \frac{N_{Sd}}{\omega_c \alpha f_{cd} b d}. \quad (6.149)$$

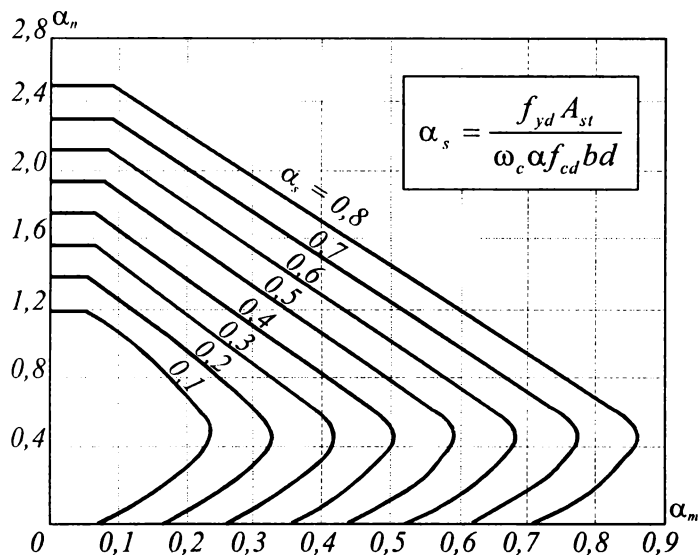
По табл. 6.7 (в области 3) или табл. 6.10, 6.11 (в области 4) изменяя  $\alpha_m$  и  $x/d$  подбирают такое распределение деформаций по высоте сечения, при котором будут выполнены условия равновесия (6.137). Площадь арматуры  $A_{st}$  в этом случае определяют по (6.147), а  $A_{sc}$  – по (6.146).

При расчете внецентренно сжатых элементов усилия от внешних воздействий обычно задают из статического расчета в виде продольной силы  $N_{Sd}$  и изгибающего момента  $M_{Sd}$ , определенного относительно центра тяжести сечения. Поэтому в ряде случаев удобнее проверять прочность сечения путем сравнения момента  $M_{Sd}$  и предельного момента  $M_{Rd}$  при продольной силе  $N_{Sd}$ , приложенной в центре тяжести сечения. Предельный момент  $M_{Rd}$  относительно центра тяжести арматуры  $A_{st}$ , отстоящей на расстоянии  $(h/2 - c)$  от центра тяжести сечения, рассчитывают по формуле:

$$M_{Rd} = \omega_c \alpha f_{cd} b x z + k_{s2} f_{yd} A_{sc} (d - c_1) - N_{Sd} (0,5h - c) \quad (6.150)$$

или

$$M_{Rd} = \omega_c \alpha f_{cd} b x (d - K_2 x) + k_{s2} f_{yd} A_{sc} (d - c_1) - N_{Sd} (0,5h - c). \quad (6.151)$$



**Рис. 6.30.** Графики для расчета внецентренно сжатых элементов прямоугольного сечения с симметричным армированием [24].

Для сечений с симметричной ненапрягаемой арматурой пользуясь (6.151) можно построить графики зависимости  $\alpha_m = f(\alpha_n)$  для различных значений  $\alpha_s$  при  $\beta'_h = c_1/d = 0,1$ , приняв, что

$$\alpha_m = \frac{M_{Rd}}{\omega_c \alpha f_{cd} b d^2}, \quad \alpha_n = \frac{N_{Sd}}{\omega_c \alpha f_{cd} b d}, \quad \alpha_s = \frac{f_{yd} A_{st}}{\omega_c \alpha f_{cd} b d}.$$

Графики зависимости  $\alpha_m = f(\alpha_n)$  показан на рис. 6.30. Используя эти графики проверку прочности сечения при действии расчетных изгибающего момента  $M_{Sd}$  и продольной силы  $N_{Sd}$  можно упростить, для чего при заданных значениях  $\alpha_s$  и  $\alpha_n$  по графику рис. 6.30 находят значение  $\alpha_m$  и затем прочность сечения проверяют по формуле:

$$\alpha_m \omega_c \alpha f_{cd} b d^2 \leq M_{Sd}. \quad (6.147)$$

При изменении  $\beta'_h$  от 0,05 до 0,15 кривые  $\alpha_m = f(\alpha_n)$  будут незначительно отклоняться от кривых, приведенных на рис. 6.30, что позволяет использовать графики при  $\beta'_h = 0,05 \div 0,15$ .

Подбор арматуры в данном случае производится следующим образом. Учитывая то обстоятельство, что внецентренно сжатые элементы обычно проектируют с симметричной арматурой, т.е.  $f_{yd} A_{sc} = f_{yd} A_{st}$ , высоту сжатой зоны в первом приближении определяют из условий равновесия (6.137):

$$\frac{x}{d} = \frac{N_{Sd} + f_{yd} A_{st} - f_{yd} A_{sc}}{\omega_c \alpha f_{cd} b d} = \frac{N_{Sd}}{\omega_c \alpha f_{cd} b d} = \alpha_n. \quad (6.148)$$

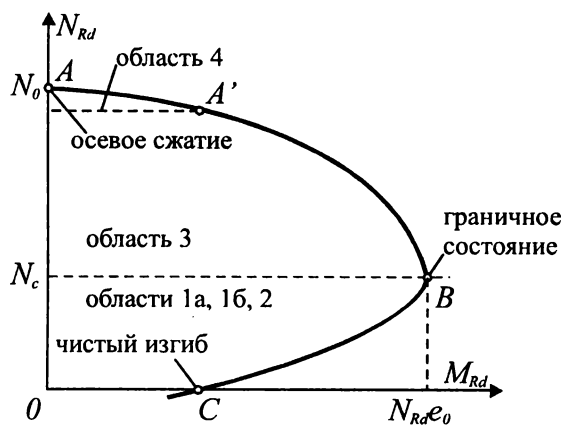
Если  $\alpha_n \leq x_{lim}/d$  (случай большого эксцентриситета), то

$$\alpha_s = \alpha'_s = \frac{\alpha_m - \alpha_n (1 - \alpha_n / 2)}{1 - \beta'_h}, \quad (6.149)$$

где:  $\alpha_m = \frac{M_{Rd,1}}{\omega_c \alpha f_{cd} b d^2}, \quad \alpha_n = \frac{N_{Sd}}{\omega_c \alpha f_{cd} b d}, \quad \beta'_h = d'/d.$

В случае, когда  $\alpha_n > x_{lim}/d$ , расчет рекомендуется производить по общему случаю деформационного расчета (см. раздел 6.3).

В ряде случаев в практике проектирования для сечений с известными геометрическими размерами, физико-механическими характеристиками бетона и армированием, строят кривые взаимодействия, не в относительных показателях  $\alpha_m = f(\alpha_n)$ , а в виде зависимости  $M_{Sd} = f(N_{Sd})$  (см. рис. 6.31). Значения  $M_{Rd}$  и  $N_{Rd}$ , наносимые на график, определяют принимая различные значения  $x/d$  и решая уравнения равновесия, представленные выше. Как видно из графиков рис. 6.30 и 6.31, кривая взаимодействия состоит из двух характерных участков  $A-B$  и  $B-C$ , которые пересекаются в точке  $B$ , соответствующей граничным значениям  $M_{Sd,lim}$  и  $N_{Sd,lim}$ , установленным при  $x = x_{lim}$ . Точки, лежащие на кривой  $AB$  соответствуют случаю малого эксцентриситета (механизм разрушения связан с исчерпанием прочности бетона при сжатии). В свою очередь точки, располагающиеся на участке кривой  $B-C$ , описывают случай большого эксцентриситета, когда разрушение сопровождается



$A-B$  – малый эксцентриситет;  
 $B-C$  – большой эксцентриситет;  
 $A-A'$  – случай  $x > h$ .

**Рис. 6.31.**

Схематическая кривая взаимодействия « $N_{Rd}-M_{Rd}$ » для внецентренно сжатого сечения согласно [40].

достижением предела текучести в растянутой арматуре  $A_{st}$ . Точки, находящиеся внутри области, описанной кривыми  $A-B$  и  $B-C$ , соответствуют таким комбинациям усилий от внешних воздействий  $N_{Sd}$  и  $M_{Sd}$ , при которых несущая способность сечения обеспечена.

#### 6.4.3.2. Учет влияния продольного изгиба при расчете внецентренно сжатых элементов по прочности

##### а) Основные положения расчета внецентренно сжатых элементов с учетом продольного изгиба

При расчете внецентренно сжатых элементов следует учитывать влияние геометрической нелинейности их деформирования, то есть влияние продольных сил на значения изгибающих моментов, которое упрощенно можно трактовать как влияние прогиба элемента на увеличение начального эксцентриситета продольной силы, а, следовательно, и изгибающих моментов. В некоторых источниках это явление называют влиянием *эффектов второго рода*. В общем случае, когда сжатый элемент является составной частью статически неопределимой системы, влияние продольного изгиба согласно требованиям норм учитывается расчетом конструкции по деформированной схеме [24]. Такой расчет производится методами строительной механики, однако при определении деформаций от единичных и внешних усилий в основной системе метода сил следует учитывать добавочные моменты, равные произведениям продольной силы на прогибы элемента в данном сечении. Поскольку до начала расчета прогибы неизвестны, их находят последовательными приближениями.

В том случае, когда жесткости сжатых элементов приняты постоянными по их длине, может быть применен метод начальных параметров, позволяющий производить расчет по деформированной схеме не прибегая к последовательным приближениям. Но, как было показано ранее, железобетонные элементы работают неупруго (особенно в стадии, близкой к разрушению), их жесткости переменны по длине элемента и неизвестны до расчета, т.к. зависят от величины действующих усилий. Поэтому расчет производят с использованием итерационных процедур.

В рамках общего метода расчета конструкции при действии изгибающих моментов и продольных сил, основанного на применении деформационной расчетной модели, появляется возможность получить в процессе расчета параметры деформированного состояния любого сечения по длине элемента и скорректировать их для заданного уровня усилий от внешних воздействий в расчетных сечениях с учетом прогибов, развивающихся в процессе деформирования сжатого элемента.

В качестве примера рассмотрим железобетонный элемент, нагруженный продольной силой  $N_{Sd}$ , приложенной в точке  $P$  с эксцентриситетом  $e_x$  и  $e_y$  относительно центра тяжести сечения (рис. 6.28) (т.н. случай косоугольного внецентренного сжатия).

Как показывают экспериментальные исследования для сечений, подвергнутых косоугольному внецентренному сжатию нейтральная ось сечения может располагаться не обязательно перпендикулярно к линии, соединяющей точку приложения продольной силы  $P$  и центр тяжести сечения  $G$  (линия  $PG$  на рис. 6.32). При этом разница в углах  $\theta$  и  $\alpha$  (рис. 6.32) возрастает с увеличением значений изгибающих моментов при неизменной величине продольной силы  $N_{Sd}$ . Прогибы элемента, развивающиеся по направлению меньшей моментной оси сечения вызывают изменение суммарного момента, действующего в каждом сечении по длине элемента. При этом суммарный момент в каждом сечении по длине элемента складывается из начального момента (определенного при заданной величине эксцентриситета, или т.н. момента первого рода) и дополнительного момента, обусловленного развивающимся прогибом ( $M_i = M_{0i} + N_{Sd}\Delta_i$ ). Это приводит к тому, что нейтральная ось изменяет свое положение от сечения к сечению (рис. 6.32), ее отклонение от начального



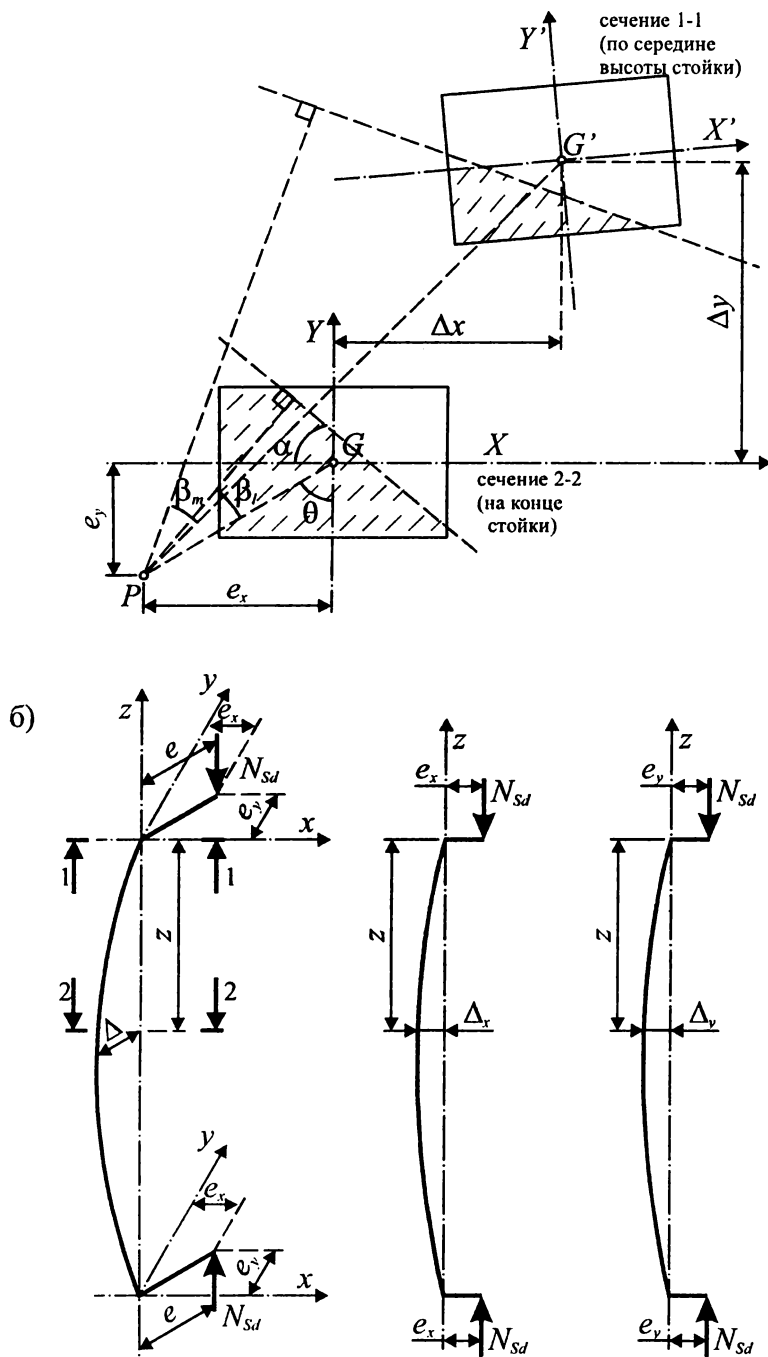


Рис. 6.32.

К общему случаю расчета сжатого элемента с учетом геометрической нелинейности

положения (у закрепленного конца элемента) возрастает, наблюдается ее вращение по мере возрастания момента и кривизны сечения. Угол  $\alpha$ , определяющий положение нейтральной оси, изменяется в каждом из сечений по длине элемента. Элемент помимо сжатия, очевидно, будет испытывать небольшое кручение и срез. Однако, этими эффектами в расчетах, как правило, пренебрегают, считая справедливой гипотезу плоских сечений.

Как было показано ранее (см. п. 6.4.3.1), внутренние усилия, которые воспринимает сечение сжатого элемента, зависят от прочностных и деформационных характеристик материалов, размеров и геометрии сечения, продольного усилия, положения нейтральной оси и кривизны, которая является функцией перемещений центральной оси элемента. При малых перемещениях продольной оси, что характерно для сжатых железобетонных элементов, кривизна сечения может рассматриваться как вторая производная от прогиба. Тогда компоненты изгибающего момента  $M_n$ , действующие в плоскостях соответствующих осей (рис. 6.28б), в общем виде можно записать:

$$M_{ix} = f(\text{свойства материалов, характеристики сечения, } N_{Sd}, \alpha, u'');$$

$$M_{iy} = f(\text{свойства материалов, характеристики сечения, } N_{Sd}, \alpha, v'').$$

Либо при заданных характеристиках сечения и свойствах материалов:

$$M_{ix} = f(N_{Sd}, \alpha, u''); \quad (6.150)$$

$$M_{iy} = f(N_{Sd}, \alpha, v''). \quad (6.151)$$

Расчетные уравнения  $M_{ix}$  и  $M_{iy}$  записывают в соответствии с положениями, изложенными в разделе 6.3.

Из условий равновесия внутренних усилий и внешних сил, приложенных к сечению, в общем виде получаем:

$$M_{0x} + N_{Sd}u(z) = \left( N_{Sd}, \alpha, u(z)'' \right); \quad (6.152)$$

$$M_{0y} + N_{Sd}v(z) = \left( N_{Sd}, \alpha, v(z)'' \right). \quad (6.153)$$

В уравнениях (6.152) и (6.153):

$M_{0x}, M_{0y}$  – моменты соответственно в плоскостях осей  $x$  и  $y$ , определенные без учета прогибов (моменты первого рода);

$N_{Sd}$  – продольная сила, действующая на элемент;

$u(z), v(z)$  – перемещения продольной оси элемента в плоскостях, проходящих соответственно через оси  $x$  и  $y$ .

Перемещения продольной оси элемента  $u(z)$  и  $v(z)$  в плоскостях осей  $x$  и  $y$  определяют из решения дифференциальных уравнений (6.152) и (6.153). Как правило для их решения используют методы численного интегрирования [25].

Следует отметить, что моменты  $M_n, M_{ix}, M_{iy}$  и кривизны  $\varphi, \varphi_x, \varphi_y$  для рассматриваемого случая связаны уравнениями:

$$M_{ix}^2 + M_{iy}^2 = M_n^2 \quad (6.154)$$

или

$$M_{ix} = M_n \cos \theta; \quad (6.155)$$

$$M_{iy} = M_n \sin \theta, \quad (6.156)$$

и

$$\varphi_{ix}^2 + \varphi_{iy}^2 = \varphi^2 \quad (6.157)$$

или

$$\varphi_{ix} = \varphi \cos \alpha; \quad (6.158)$$

$$\varphi_{iy} = \varphi \sin \alpha. \quad (6.159)$$

Перемещения (прогибы) могут быть рассчитаны в каждой из плоскостей, в которых действуют моменты, пользуясь методами строительной механики при установленных параметрах деформированного состояния сечений по длине элемента (в частности, распределения кривизн  $\varphi_x, \varphi_y$ ), пользуясь уравнениями общего деформационного метода (см. раздел 6.3):

$$u(z) = \int_0^l \overline{M}_x \varphi_x(z) dz; \quad (6.160)$$

$$v(z) = \int_0^l \overline{M}_y \varphi_y(z) dz, \quad (6.161)$$

где:  $\overline{M}_x, \overline{M}_y$  – моменты от единичных сил, приложенных по направлению искомого перемещения.

$\varphi_x = \left( \frac{1}{r} \right)_x, \varphi_y = \left( \frac{1}{r} \right)_y$  – кривизны в плоскостях осей  $x$  и  $y$ .

Безусловно, детальный расчет сжатого элемента с учетом прогиба является трудоемким, требует применения компьютерной техники и реализуется в специальных вычислительных комплексах.

Здесь необходимо сделать одно замечание, относящееся к использованию диаграмм деформирования для материалов в расчетах такого типа. Как было показано выше, в процессе деформи-

рования отдельные сечения по длине элемента испытывают различное напряженно-деформированное состояние. При этом, когда в критическом сечении достигаются предельные усилия, другие сечения, например расположенные у концов стержня (при соответствующих условиях закрепления), будут работать в упругой стадии. Вместе с тем, для получения кривой распределения кривизны или прогибов по длине элемента параметры деформированного сечения должны быть рассчитаны при единообразно назначенных параметрических точках диаграмм деформирования для материалов. Поэтому при расчете следует использовать полную диаграмму деформирования (рис. 4.6) со средними значениями напряжений и относительных деформаций в параметрических точках, а прочность сжатого элемента проверять по условию (3.45).

**б) Приближенные методы учета продольного изгиба при расчете сжатых элементов стержневых систем**

В инженерной практике при расчете внецентренно сжатых элементов используют приближенные (упрощенные) методы, позволяющие учесть влияние прогиба на величину начального эксцентриситета, т.е. изменение величины начального момента, установленного статическим расчетом по упругой схеме.

Приближенные методы учета продольного изгиба рассматривают сжатые элементы стержневых систем как *условно изолированные*, учитывая особенности их деформирования в составе той или иной системы. При этом влияние кручения в расчетах не учитывается, за исключением специальных случаев. В соответствии с требованиями нормативных документов [1, 6, 12] влияние продольного изгиба допускается не учитывать, если увеличение изгибающих моментов сжатых элементах при расчете по деформированной схеме не превышают 10 %.

Расчет должен гарантировать, что при наиболее невыгодной комбинации расчетных нагрузок не произойдет потеря устойчивости всей стержневой системы или ее отдельного элемента, при этом прочность любых сечений элемента является обеспеченной.

Упрощенные приближенные методы расчета, учитывающие влияние продольного изгиба, можно разделить на две группы:

- *методы первой группы* – нелинейные методы расчета, допускающие упрощения при определении схемы нагрузок, эпюр усилий и перемещений, использующие упрощенные зависимости кривизны от продольных сил и изгибающих моментов, основанные на приближенных способах учета реологических свойств материалов;
- *методы второй группы* – методы, в которых выполняют проверку прочности наиболее напряженных сечений по усилиям, определенным из линейно-упругого статического расчета, скорректированным с учетом влияния *продольных сил* в сжатых элементах на величину изгибающих моментов.

**в) Классификация конструкций по характеру проявления продольного изгиба**

Конструктивные системы и элементы в расчетах подразделяют на связевые и рамные в зависимости от способности связевых элементов воспринимать горизонтальные нагрузки, а также на смещаемые и несмещаемые в зависимости от их способности противостоять увеличению изгибающих моментов в колоннах при поперечных перемещениях. Каркасы, имеющие связевые элементы (или без них), в которых влияние перемещения узлов на расчетные усилия не превышает 5 %, относятся к несмещаемым. Иначе они называются смещаемыми или податливыми. Связевые каркасы относятся к несмещаемым в случае, если их пространственная неизменяемость обеспечена соответствующими элементами жесткости, а также если связи симметрично расположены в здании и их поперечная жесткость удовлетворяет условиям:

$$\text{при } n \leq 3 \quad \alpha \leq 0,2 + 0,1n; \tag{6.162}$$

$$\text{при } n \geq 4 \quad \alpha \leq 0,6, \tag{6.163}$$

где:  $n$  – количество этажей;

$$\alpha = h_{tot} \sqrt{\frac{F_v}{E_{cm} J_c}}, \tag{6.164}$$

здесь:  $h_{tot}$  – полная высота каркаса в метрах от обреза фундамента или другого недеформируемого элемента;

$E_{cm} J_c$  – номинальная суммарная изгибная жесткость всех вертикальных связевых элементов в рассматриваемом направлении. Если жесткость связевых элементов меняется по высоте здания, в расчетах используют эквивалентную жесткость;

$F_v$  – сумма вертикальных нормативных нагрузок (при  $\gamma_F = 1,0$ ) на связевые и раскрепляемые конструкции.

В многоэтажных рамных или связевых каркасах допускается принимать отдельный этаж смещаемым, если соблюдается условие:

$$Q = \frac{\sum N_u \cdot \Delta_0}{V_u \cdot l} \leq 0,05 \quad (6.165)$$

где  $\sum N_u$  и  $V_u$  – суммарная вертикальная и сдвигающая расчетные силы в рассматриваемом этаже;

$\Delta_0$  – взаимное смещение верха и низа колонн рассматриваемого этажа от силы  $V_u$ , определяемое из линейно упругого расчета от данных нагрузок;

$l$  – высота этажа (расстояние между центрами тяжести ригелей).

Способ расчета гибких элементов зависит от степени податливости системы. В несмещаемых каркасах анализу могут быть подвергнуты отдельные элементы (т.н. «условно изолированные стержни»), в то время как в смещаемых каркасах следует анализировать всю систему в целом.

Необходимость учета эффектов второго рода связывают с гибкостью элемента, которую характеризуют коэффициентом гибкости:

$$\lambda = l_0 / i$$

или для сечения прямоугольной формы

$$\lambda = l_0 / h$$

где:  $l_0$  – расчетная длина элемента, называемая иногда эффективной длиной;

$i$  – радиус инерции сечения произвольной формы;

$h$  – высота прямоугольного сечения.

Традиционно в зависимости от коэффициента гибкости  $\lambda$  сжатые элементы классифицируют как:

- короткие (негибкие), для которых  $\lambda \leq \lambda_{lim}$  и влияние продольного прогиба можно не учитывать;
- гибкие (при  $\lambda > \lambda_{lim}$ ), для которых необходимо учитывать влияние продольного изгиба.

Для определения  $\lambda_{lim}$  следует использовать зависимость:

$$\lambda_{lim} \leq 34 - 12 \frac{M_{min}}{M_{max}}, \quad (6.166)$$

где  $M_{max}$  – больший из изгибающих моментов в опорных сечениях колонн (всегда положительный);

$M_{min}$  – меньший момент (может быть обоих знаков).

При этом в формуле (6.166)  $M_{min}/M_{max} \geq -0,5$ .

Значение  $M_{min}/M_{max}$  принимается положительным, если по всей длине колонны кривизна не меняет знак.

### з) Расчетные длины сжатых элементов

Определение гибкости сжатого элемента связано с установлением его расчетной длины  $l_0$ , которая в свою очередь зависит от фактической длины колонны (стойки)  $l_{col}$  и условий ее закрепления в верхних и нижних узлах.

Теоретически для этой цели могут быть использованы уравнения строительной механики и формула Эйлера для центрально нагруженного линейно-упругого призматического стержня с шарнирно-подвижным закреплением на концах:





$$N_{crit} = \pi^2 \frac{EJ}{l_{col}^2}$$

В геометрической интерпретации расчетной длиной стойки  $l_0$  является такая длина, в пределах которой деформированная ось элемента образует полуволну синусоиды. Тогда расчетную длину сжатого элемента можно записать:

$$l_0 = \beta_1 l_{col} \quad (6.167)$$

**Таблица 6.12.**

Значения коэффициента  $\beta_l$  для сжатых элементов [6, 40]

Элементы несмещаемых каркасов			Элементы смещаемых каркасов		
шарнирные узлы	жесткие узлы	упруго-податливые узлы	консольные элементы	комбинированные узлы	упруго-податливые узлы
					
$\beta_l = 1,0$	$\beta_l = 0,5$	$0,5 < \beta_l < 1,0$	$\beta_l = 2,0$	$\beta_l = 1,0$	$1,0 < \beta_l < \infty$

Значения коэффициентов  $\beta_l$  для условно изолированных сжатых стержней при различных условиях закрепления их концов в элементах несмещаемых и смещаемых каркасах представлены в табл. 6.12.

Для каркасов, в которых опорные узлы стоек имеют определенную упругую податливость, значения коэффициентов  $\beta_l$  заключены в интервале значений, определенных для условий жесткого и шарнирного закрепления узлов (см. табл. 6.12).

В соответствии с нормативными документами [1, 6] в стержневых системах коэффициент  $\beta_l$  определяют в зависимости от коэффициента жесткости  $K$  закрепления концов  $A$  и  $B$  стойки (см. рис. 6.29). Соответствующие значения коэффициентов жесткости  $K_A$  и  $K_B$  определяют по формуле:

$$K_{A(B)} = \frac{\sum \left( E_{cm} \frac{J_{col}}{l_{col}} \right)}{\sum \left( \alpha E_{cm} \frac{J_b}{l_b} \right)}, \quad (6.168)$$

где:  $E_{cm}$  – средний модуль упругости бетона;

$J_{col}$  и  $J_b$  – соответственно момент инерции сечения колонны и балки, опирающейся на колонну;

$l_{col}$  – длина колонны (для многоэтажных зданий – расстояние между внутренними гранями горизонтальных элементов перекрытий);

$l_b$  – расчетный пролет балки, соединенной с колонной;

$\alpha$  – параметр, учитывающий условия закрепления противоположного конца сопрягаемого с рассматриваемой колонной балочного элемента:

$\alpha = 1,0$  – жесткое или частичное закрепление;

$\alpha = 0,5$  – шарнирное закрепление;

$\alpha = 0$  – консольный элемент.

Для колонны нижнего этажа следует принимать:

– при защемлении  $K = 0$ ;

– при шарнирном сопряжении с фундаментом  $K = \infty$ .

Для приближенного учета трещинообразования и ползучести бетона значения  $J$  следует умножать на коэффициент  $\gamma = \frac{k}{1 + \chi}$ , при расчете которого значения  $k$  принимают:

для ригелей – 0,35; для колонн – 0,70; для стен без трещин – 0,70; для стен с трещинами – 0,35; для плит плоских перекрытий – 0,25;

для ригелей – 0,35; для колонн – 0,70; для стен без трещин – 0,70; для стен с трещинами – 0,35; для плит плоских перекрытий – 0,25;

$\chi = \frac{N_{Sd,t}}{N_{Sd}}$  – доля длительной нагрузки (усилия) в ее полном значении.

Значение  $\beta_l$  ( $k_A$ ,  $k_B$ ) определяют по номограмме (рис. 6.33) или (приблизительно) по формулам (6.169–6.173).

– для элементов несмещаемых каркасов как меньшее из двух значений:

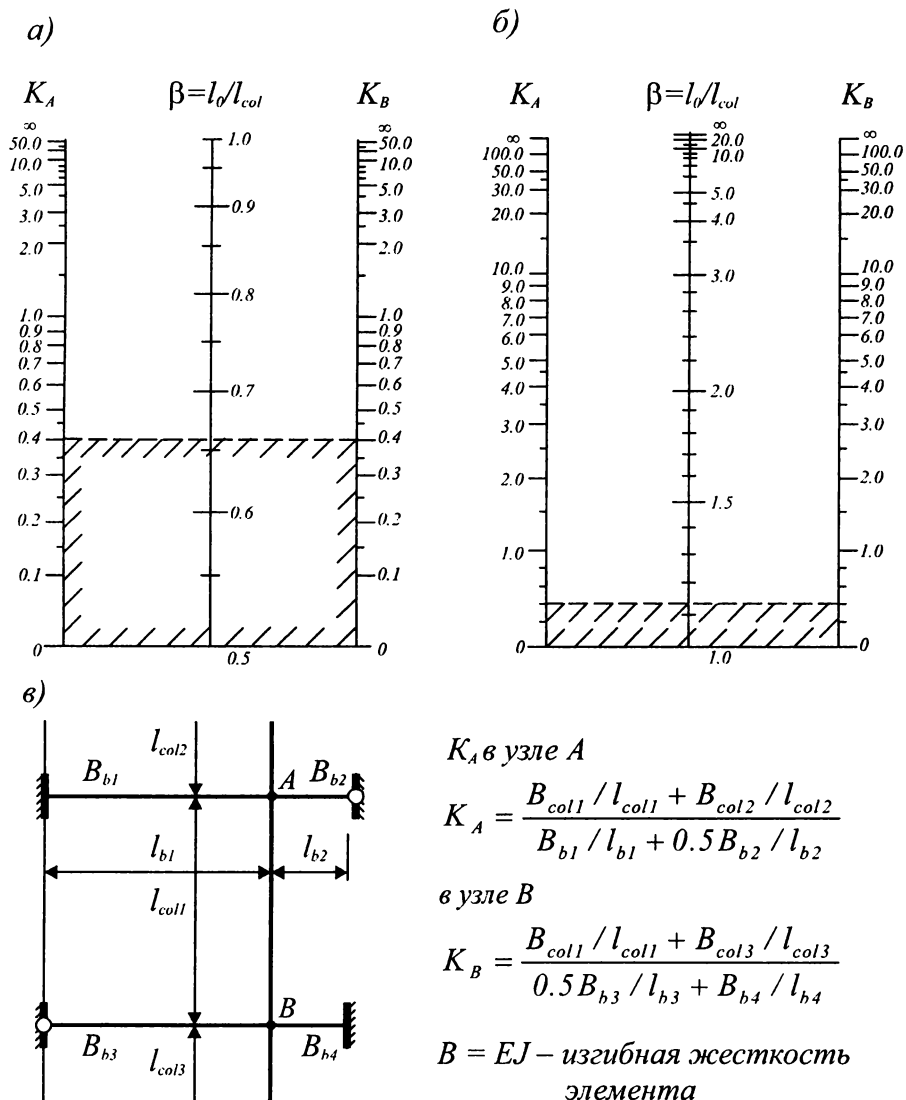


Рис. 6.33.

Номограмма для определения расчетных длин колонн:

а) несмещаемые каркасы; б) смещаемые каркасы.

$$\beta_l = 0,70 + 0,05(K_A + K_B) \leq 1,0; \quad (6.169)$$

$$\beta_l = 0,85 + 0,05K_{min} \leq 1,0, \quad (6.170)$$

где  $K_{min}$  – меньшее из значений  $K_A$  и  $K_B$ ;

– для защемленных с обоих концов элементов смещаемых каркасов:  
в области  $K_m < 2$

$$\beta_l = \frac{20 - K_m}{20} \sqrt{1 + K_m}; \quad (6.171)$$

в области  $K_m \geq 2$

$$\beta_l = 0,9 \sqrt{1 + K_m}; \quad (6.172)$$

$$K_m = \frac{K_A + K_B}{2}. \quad (6.173a)$$

При этом для колонн с шарниром на одном из концов

$$K_m = 2,0 + 0,3K, \quad (6.173б)$$

где  $K$  – параметр на защемленном конце.

**Таблица 6.13.**

Наименование элементов	Расчетная длина $l_0$ элементов ферм и арок
1	2
<b>1. Элементы ферм:</b>	
а) верхний пояс при расчете:	
в плоскости фермы:	
при $e_0 < 1/8h_1$	0,9l
при $e_0 \geq 1/8h_1$	0,8l
из плоскости фермы:	
для участка под фонарем (при ширине фонаря 12 м и более)	0,8l
в остальных случаях	0,9l
б) раскосы и стойки при расчете:	
в плоскости фермы	0,8l
из плоскости фермы	
при $b_1/b_2 < 1.5$	0,9l
при $b_1/b_2 \geq 1.5$	0,8l
<b>2. Арки:</b>	
а) при расчете в плоскости арки	
трехшарнирной	0,580L
двухшарнирной	0,540L
безшарнирной	0,365L
б) при расчете из плоскости арки (любой)	1,0L
Обозначения, принятые в табл. 6.13:	
$l$	– длина элемента между центрами примыкающих узлов для верхнего пояса фермы; при расчете из плоскости фермы – расстояние между точками его закрепления;
$L$	– длина арки вдоль ее геометрической оси; при расчете из плоскости арки – длина арки между точками ее закрепления из плоскости арки;
$h_1$	– высота сечения верхнего пояса;
$b_1, b_2$	– ширина сечения соответственно верхнего пояса и стойки (раскоса) фермы.

Для элементов наиболее часто применяемых конструкций расчетную длину  $l_0$  допускается принимать:

- а) для сжатых элементов ферм и арок по табл. 6.13;
- б) для колонн одноэтажных зданий с шарнирным опиранием несущих конструкций покрытий, жестких в своей плоскости (способных передавать горизонтальные усилия), а также для эстакад – по табл. 6.14.

д) **Метод расчета, основанный на проверке «устойчивой прочности» гибкого элемента**  
**Метод «устойчивой прочности»** относится к методам второй группы (см. п. 6.4.3.2.б). Если принять, что упругая линия внецентренно сжатого элемента с шарнирными закреплениями по концам имеет вид синусоиды, т.е.  $y = f \sin \pi x/l$  (где  $f$  – прогиб элемента в середине пролета, рис. 6.34), то дополнительный изгибающий момент, вызванный действием продольного изгиба, составит:

$$M_g = N_{sd} \Delta y = N_{sd} a \sin \pi z/l. \quad (6.174)$$

Тогда полный прогиб  $a$  в общем случае можно определить из уравнения:

$$a = \int_0^l \frac{M_g \bar{M}_1}{EJ} dz + a_0, \quad (6.175)$$

где:  $a_0$  – начальный прогиб, вызванный действием поперечной нагрузки;

$\bar{M}_1$  – момент от единичной силы, приложенной в середине пролета по направлению искомого перемещения.

**Таблица 6.14.**

Расчетные длины для колонн одноэтажных зданий и эстакад

Характеристика здания и колонн

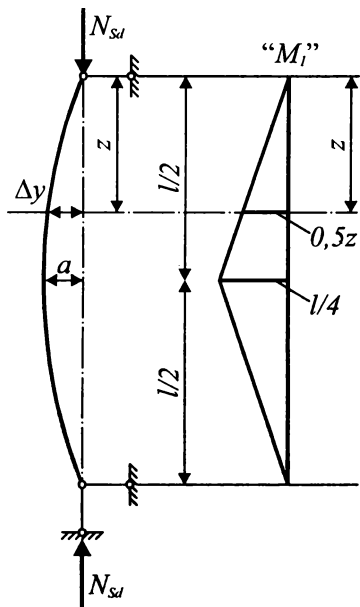
Здания	С мостовыми кранами	При учете нагрузки от кранов	Подкрановая (нижняя) часть колонн при подкрановых балках	Разрезных
				Неразрезных
		Надкрановая (верхняя) часть колонн при подкрановых балках	Разрезных	
			Неразрезных	
	Без учета нагрузки от кранов	Подкрановая (нижняя) часть колонн зданий	Однопролетных	
			Многопролетных	
		Надкрановая (верхняя) часть колонн при подкрановых балках	Разрезных	
			Неразрезных	
Без мостовых кранов	Колонны ступенчатые	Нижняя часть колонн зданий	Однопролетных	
		Верхняя часть колонн	Многопролетных	
	Колонны постоянного сечения зданий	Однопролетных		
		Многопролетных		
Эстакады	Крановые	При подкрановых балках	Разрезных	
			Неразрезных	
	Под трубами	При соединении колонн с пролетным строением	Шарнирном	
			Жестком	

Обозначения, принятые в табл. 6.14:  $H$  – полная высота колонны от верха фундамента до горизонтальной конструкции (стропильной или подстропильной, распорки) в соответствующей плоскости;  $H_1$  – высота подкрановой части колонны от верха фундамента до низа подкрановой балки;  $H_2$  – высота надкрановой части колонны от ступени колонны до горизонтальной конструкции в соответствующей плоскости.



Расчетная длина $l_0$ колонн одноэтажных зданий при расчете их в плоскости		
Поперечной рамы или перпендикулярной оси эстакады	Перпендикулярной поперечной рамы или параллельной оси эстакады	
	При наличии	При отсутствии
	Связей в плоскости продольного ряда колонн или анкерных опор	
$1,5H_1$	$0,8H_1$	$1,2H_1$
$1,2H_1$	$0,8H_1$	$0,8H_1$
$2,0H_2$	$1,5H_2$	$2,0H_2$
$2,0H_2$	$1,5H_2$	$1,5H_2$
$1,5H$	$0,8H_1$	$1,2H$
$1,2H$	$0,8H_1$	$1,2H$
$2,5H_2$	$1,5H_2$	$2,0H_2$
$2,0H_2$	$1,5H_2$	$1,5H_2$
$1,5H$	$0,8H$	$1,2H$
$1,2H$	$0,8H$	$1,2H$
$2,5H_2$	$2,0H_2$	$2,5H_2$
$1,5H$	$0,8H$	$1,2H$
$1,2H$	$0,8H$	$1,2H$
$2,0H_1$	$0,8H_1$	$1,5H_1$
$1,5H_1$	$0,8H_1$	$H_1$
$2,0H$	$H$	$2,0H$
$1,5H$	$0,7H$	$1,5H$

Примечание. При наличии связей до верха колонн в зданиях с мостовыми кранами расчетная длина надкрановой части колонн в плоскости оси продольного ряда колонн принимается равной  $H_2$ .



**Рис. 6.34.**

К определению прогиба при произвольном изгибе элемента с шарнирно закрепленными концами

После подстановки (6.174) в (6.175) получаем:

$$a = \frac{2 \int_0^l N_{sd} \sin(\pi z/l) 0,5z dz}{EJ} + a_0 = \frac{N_{sd} l^2}{\pi^2 EJ} a + a_0$$

или

$$a = \frac{a_0}{1 - \frac{N_{sd} l^2}{\pi^2 EJ}}. \quad (6.176)$$

Тогда полный момент в середине пролета составит:

$$M = M_{sd,0} + \frac{N_{sd} a_0}{1 - \frac{N_{sd} l^2}{\pi^2 EJ}}, \quad (6.177)$$

где  $M_{sd,0}$  – момент в середине пролета от поперечной нагрузки.

Учитывая, что  $a_0 = \rho_m \frac{M_0 l^2}{EJ}$  (где  $\rho_m$  – табличный коэффициент, см. главу 11), получаем:

$$M = \frac{M_{sd,0}}{1 - \frac{N_{sd} l^2}{\pi^2 EJ}} \left[ 1 + \frac{N_{sd} l^2}{\pi^2 EJ} \left( \rho_m - \frac{1}{\pi^2} \right) \right].$$

Так как  $\frac{1}{\pi^2} = 0,1013$ , а  $\rho_m$  изменяется от 0,083 до 0,125, принимают приближенно  $\rho_m \approx \frac{1}{\pi^2}$ , т.е.

$$M = M_{sd,0} \eta, \quad (6.178)$$

где

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N_{sd} l^2}{\pi^2 EJ}}. \quad (6.179)$$

Принимая во внимание, что  $\frac{\pi^2 EJ}{l^2}$  – это, по существу, Эйлера критическая сила  $N_{crit}$ , формула (6.179) может быть записана в виде:

$$\eta = \frac{l}{l - \frac{N_{sd}}{N_{crit}}}. \quad (6.180)$$

При закреплении концов стержня, отличном от того, что было рассмотрено при выводе формулы (6.180), ее длина в формуле (6.177) заменяется расчетной длиной  $l_0$ , определенной в соответствии с положениями, изложенными выше (см. п. з). Значение критической силы  $N_{crit}$  для железобетонного элемента можно рассматривать как сумму критических сил для бетонного сечения  $N_{crit,c}$  и арматуры  $N_{crit,s}$ . На основании экспериментальных исследований с учетом специфики железобетона (неупругой работы, особенно в стадиях, близких к разрушению) для определения критической силы  $N_{crit}$  нормы [1, 2] используют формулу, предложенную *Е.А. Чистяковым* и *К.Э. Талем*:

$$N_{crit} = \frac{K_0 E_{cm}}{l_0^2} \left[ \frac{J_c}{2k_{lt}} \left( \frac{0,11}{0,1 + \delta_e / \varphi_p} + 0,1 \right) + \alpha_e J_s \right], \quad (6.181)$$

где:  $J_c$  и  $J_s$  – соответственно моменты инерции бетонного сечения площадью  $A_c$  и арматуры  $A_s$ ;

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}}.$$

При применении формулы (6.181) значение  $\delta_e$  должно приниматься равным  $e_0/h$  но не менее граничных значений

$$\frac{e_0}{h} = 0,5 - 0,01 \frac{l_0}{h} - 0,01 f_{cd} \quad \text{и} \quad \frac{e_0}{h} = 0,05$$

$\varphi_p$  – коэффициент, учитывающий влияние предварительного напряжения арматуры на жесткость элемента (см. [1]).

Ползучесть бетона в формуле (6.181) учитывается коэффициентом  $k_{lt}$ , равным:

$$k_{lt} = 1 + \beta_l \frac{M_{lt}}{M_{sd}} \leq 1 + \beta_l, \quad (6.182)$$

где:  $M_{lt}$  – момент относительно растянутой грани сечения от постоянных нагрузок;

$M_{sd}$  – то же от действия полных нагрузок.

Влияние гибкости сжатого элемента *несмещаемого* каркаса на его несущую способность учитывают путем расчета его прочности как внецентренно сжатого элемента с учетом увеличения изгибающих моментов для сечений у концов рассматриваемого элемента и в середине трети его длины соответственно по формулам (6.183) и (6.184)

$$M_{sd} = \eta_{ns} \cdot M_1 \cdot C_m, \quad \text{но не менее } M_1, \quad (6.183)$$

$$M_{sd} = \eta_{ns} \cdot M_2, \quad (6.184)$$

$\eta_{ns}$  – коэффициент увеличения момента в гибких сжатых элементах несмещаемых каркасов, определяемый по формуле:

$$\eta_{ns} = \frac{l}{l - \frac{N_{sd}}{N_{crit}}},$$

$$N_{crit} = \frac{6,4 \cdot E_{cm}}{I_0^2} \left[ \frac{J_c}{k_{lt}} \left( \frac{0,11}{0,1 + \frac{\delta_e}{\varphi_p}} + 0,1 \right) + \alpha \cdot J_s \right],$$

где  $M_1$  – момент у рассматриваемого конца элемента;

$M_2$  – максимальный момент в пределах средней трети длины элемента. Для ступенчатых колонн за отдельный элемент принимают часть колонны с постоянными размерами поперечного сечения.

Значение  $C_m$  в формуле (6.183) определяют

$$C_m = 0,6 + 0,4 \frac{M_{min}}{M_{max}} \geq 0,4, \quad (6.184a)$$

где  $M_{max}$  – больший из изгибающих моментов в опорных сечениях колонн (всегда положительный);

$M_{min}$  – меньший момент (может быть обоих знаков).

Для сжатых элементов несмещаемых рам, которые удовлетворяют условию

$$\lambda \leq 34 - 12 \frac{M_{min}}{M_{max}}, \quad (6.185)$$

продольный изгиб можно не учитывать.

В формуле (6.185)  $\frac{M_{min}}{M_{max}} \geq -0,5$ . Значение  $\frac{M_{min}}{M_{max}}$  принимается положительным, если по всей

длине колонны кривизна не меняет знака.

При этом подразумевается, что увеличение момента за счет продольного изгиба происходит в пролете колонны. Прочность опорных сечений проверяют по опорному моменту  $M_1$  без учета продольного изгиба.

Полный расчетный эксцентриситет продольной силы  $N_{Sd}$ , определенный с учетом продольного изгиба, составит:

$$e_{tot} = (e_e + e_a)\eta, \quad \eta \geq 1, \quad (6.186)$$

где:  $e_a$  – случайный эксцентриситет, принимаемый в зависимости от типа конструкции, длины элемента  $l_{col}$  и высоты сечения (по большему значению):

$e_a = \frac{l_{col}}{600}$  – в плосконапряженных (балках-стенках) и каркасных системах с несмещаемыми узлами;  $l_{col}$  – расстояние между точками закрепления элемента; для консольных элементов  $l_{col} = l_0$ ;

$e_a = \frac{l_{col}}{600} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)$  – в каркасных системах со смещаемыми узлами; для элементов  $n$ -го этажа считая от верхнего;

$e_a = 10$  мм – для монолитных конструкций стен, оболочек, а также 20 мм – для сборных элементов, за исключением стен и оболочек;

$e_a = \frac{h}{30}$ , здесь  $h$  – высота сечения элемента в плоскости действия расчетного момента;

$e_e = \frac{M_{Sd}}{N_{Sd}}$  – эксцентриситет, определяемый из статического расчета:

здесь  $M_{Sd}$  – полный расчетный момент в сечении, вычисленный по деформационному расчету или с приближенным учетом продольного изгиба.

### Смещаемые каркасы

Расчетная длина колонн (сжатых элементов) *смещаемых* каркасов определяется в соответствии с положениями, изложенными в п. 6.4.3.2(г). При гибкости  $\lambda \leq 22$  влияние продольного изгиба можно не учитывать.

Расчетный изгибающий момент  $M_{l,Sd}$  по концам колонны определяют по формуле:

$$M_{l,Sd} = M_{l,ns} + \eta_{l,s} \cdot M_{l,s}, \quad (6.187)$$

где:  $M_{l,ns}$  – расчетный изгибающий момент у рассматриваемой опоры, определенный из линейно-упругого расчета от действия нагрузок, не вызывающих смещение каркаса;

$M_{l,s}$  – то же, но от действия нагрузок, вызывающих смещение каркаса;

$\eta_{l,s}$  – коэффициент увеличения момента в гибких сжатых элементах смещаемых каркасов.

Изгибающие моменты от смещения рамы с учетом продольного изгиба  $\eta_{l,s} \cdot M_{l,s}$  предпочтительно определять, рассматривая упругую стержневую систему и принимая во внимание влияние продольных сил на реакции от единичных перемещений конечных элементов (деформационный расчет).

Величину коэффициента  $\eta_{l,s}$  допускается определять по формуле:

$$\eta_{l,s} = \frac{1}{1 - \frac{\sum N_{sd}}{0,75 \sum N_{crit}}} \quad (6.188)$$

где:  $\sum N_{crit}$  – сумма условных критических сил во всех колоннах, сопротивляющихся смещению;  
 $\sum N_{sd}$  – сумма всех расчетных вертикальных сил в колоннах рассматриваемого этажа.  
 Допускается вычислять величину коэффициента  $\eta_{l,s}$  по формуле

$$\eta_{l,s} = \frac{1}{1 - 1,15Q} \geq 1, \text{ при этом } \eta_{l,s} \leq 1,5 \quad (6.189)$$

где  $Q$  вычисляются по формуле (6.165)

Отдельные сжатые элементы, имеющие гибкость

$$\lambda = \frac{l_0}{i} > \frac{35}{\sqrt{\frac{N_{sd}}{f_{cd} \cdot A_c}}} \quad (6.190)$$

следует рассчитывать на действие расчетных значений  $N_{sd}$  и  $M_{sd}$  по формуле (6.183), в которой вместо момента  $M_l$  должна быть представлена величина момента по формуле (6.187), а параметр  $\beta$  определен как для несмещаемых каркасов.

Расчет каркасов следует выполнять на действие комбинаций нагрузок, включающих постоянные и временные нагрузки. Должны быть проанализированы прогибы каркасов и взаимные смещения этажей при совместном воздействии вертикальных и горизонтальных нагрузок. При этом:

- в случае использования зависимостей (6.183) или (6.184а) отношение прогибов от полных расчетных нагрузок с учетом продольного изгиба к прогибам из линейно-упругого статического расчета  $\eta_{l,s}$  при коэффициенте надежности для постоянных нагрузок – 1,35, а для временных нагрузок – 1,5, не должно превышать 2,5;
- в случае использования выражения (6.189), величина  $Q$  (при тех же нагрузках, что и в предыдущем пункте), не должна превышать 0,6.

В смещаемых рамах с жестким узлами ригели следует рассчитывать на действие опорного момента, определяемого с учетом полных изгибающих моментов в примыкающих колоннах, вычисленных с учетом продольного изгиба.

#### **е) Упрощенный нелинейный расчет (метод определения кривизны)**

Полный расчетный эксцентриситет при применении методов первой группы (см. п. 6.4.3.2.б) определяют по формуле:

$$e_{tot} = e_0 + e_a + e_2, \quad (6.191)$$

где:  $e_0$  – начальный эксцентриситет продольной силы, определяемый по формуле:

$$e_0 = \frac{M_{sd1}}{N_{sd}};$$

$e_a$  – дополнительный незамеренный эксцентриситет, обусловленный несовершенствами изготовления и возведения конструкции, определяемый по формуле:

$$e_a = v \frac{l_0}{2},$$

здесь:  $v = \frac{1}{100\sqrt{l}}$  – угол отклонения (рад) сжатого элемента от вертикали, принимаемый не менее  $v_{min} = 1/200$ ;

$l_0$  – расчетная длина элемента;

$e_2$  – дополнительный эксцентриситет, обусловленный продольным изгибом элемента.

Для сжатых элементов прямоугольного или круглого сечения, удовлетворяющих условиям

$$\lambda < 140 \text{ и } l_0 \geq 0,1h$$

максимальный прогиб  $e_2$  допускается определять по упрощенной формуле, полученной по т.н. методу «модельной стойки» [44]:

$$e_2 = k_1 \frac{l_0^2}{10} \left( \frac{1}{r} \right), \quad (6.192)$$

где:  $\left( \frac{1}{r} \right) = \varphi_y$  – кривизна сжатого элемента в расчетном сечении, определяемая из расчета по деформационной модели (см. раздел 6.3);

$$k_1 = \lambda / 20 - 0,75 \text{ для } 15 \leq \lambda \leq 35;$$

$$k_1 = 1 \text{ для } \lambda > 35.$$

Кривизну сжатого элемента в расчетном сечении допускается определять по упрощенной формуле, полученной в предположении, что сжатая и растянутая арматура получают относительные деформации  $\varepsilon_{sy}$ , соответствующие пределу текучести  $\left( \varepsilon_{st} = \varepsilon_{sc} = \varepsilon_{sy} = \frac{f_{yd}}{E_s} \right)$ . Тогда кривизна сечения (см. рис. 6.35):

$$\left( \frac{1}{r} \right) = \frac{\varepsilon_{st} + \varepsilon_{sc}}{0,9d} = k_\varphi k_2 \frac{\alpha \varepsilon_{sy}}{0,9d}, \quad (6.193)$$

где:  $k_2$  – коэффициент, учитывающий изменение кривизны  $(1/r)$  с возрастанием продольной силы  $N_{Sd}$  (см. рис. 6.36), определяемый по формуле:

$$k_2 = \frac{N_{ud} - N_{Sd}}{N_{ud} - N_{bal}} \leq 1, \quad (6.194)$$

здесь:  $N_{ud}$  – усилие, воспринимаемое сечением при осевом приложении продольного усилия

$$N_{ud} = \alpha f_{cd} A_c + A_{s, tot} f_{yd}; \quad (6.195)$$

$N_{bal}$  – продольная сила, соответствующая наибольшему изгибающему моменту. Для прямоугольных симметрично армированных сечений:

$$N_{bal} = 0,4 \alpha f_{cd} A_c.$$

При расчетах можно принимать  $k_2 = 1$ , что обеспечивает большую безопасность конструкции;

$k_\varphi$  – коэффициент, учитывающий влияние ползучести бетона. Для бетонов классов по прочности выше  $C^{40}/50$   $k_\varphi = 1 + \frac{\varphi(\infty, t_0)}{4}$ , а для бетонов меньших классов допускается принимать  $k_\varphi = 1,0$ .

#### 6.4.4. Сжатые бетонные элементы

Прочность бетонных элементов с сечениями, отличающимися от прямоугольных, а также прямоугольных, выполненных из бетонов класса  $C^{20}/25$  и выше, допускается определять как для железобетонных элементов, подставляя в расчетные формулы расчетное сопротивление бетона  $f_{cd}$ , определенное с коэффициентом  $\gamma_c = 1,8$  и  $A_{s, tot} = 0$ . Влияние гибкости на прочность сечения следует учитывать также, как и при расчете железобетонных элементов, определяя  $N_{crit}$  по формуле (6.181) при условии, что  $J_s = 0$ .

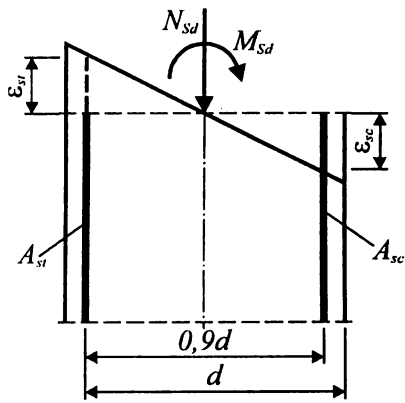
Расчет бетонных и слабо армированных элементов по прочности на действие расчетной продольной силы  $N_{Ed}$ , приложенной в точке G с эксцентриситетом  $e_y$  и  $e_z$  относительно центра тяжести сечения без трещин (точка O, см. рис. 6.37а) допускается производить по формуле:

$$N_{Ed} \leq N_{Rd}$$

где:  $N_{Rd}$  – расчетная продольная сила, воспринимаемая сечением, определяемая по формуле:

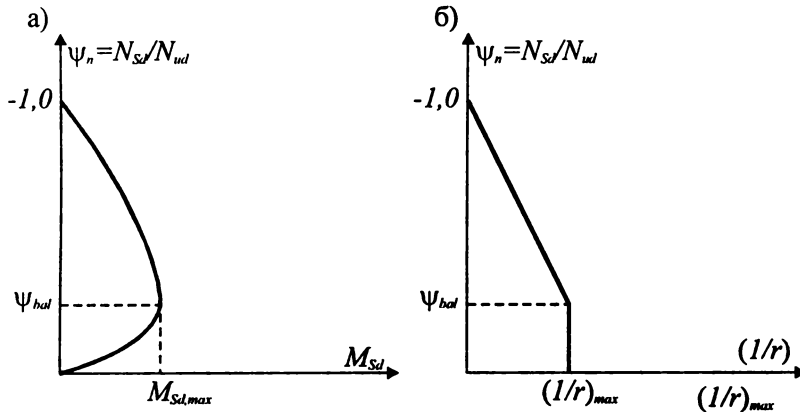
$$N_{Rd} = \alpha f_{cd} A_{c, eff} \quad (6.196)$$

$A_{c, eff}$  – эффективная площадь поперечного сечения, в пределах которой принято равномерное распределение сжимающих напряжений (рис. 6.37б), равная  $2a_z 2a_y$ .



**Рис. 6.35.**

Расчетная схема к определению кривизны сечения по упрощенному способу



**Рис. 6.36.**

Кривая взаимодействия « $\psi_n - M_{Sd}$ » (а) и приближенная аппроксимация зависимости, описывающей изменение кривизны  $(1/r)$  (б)

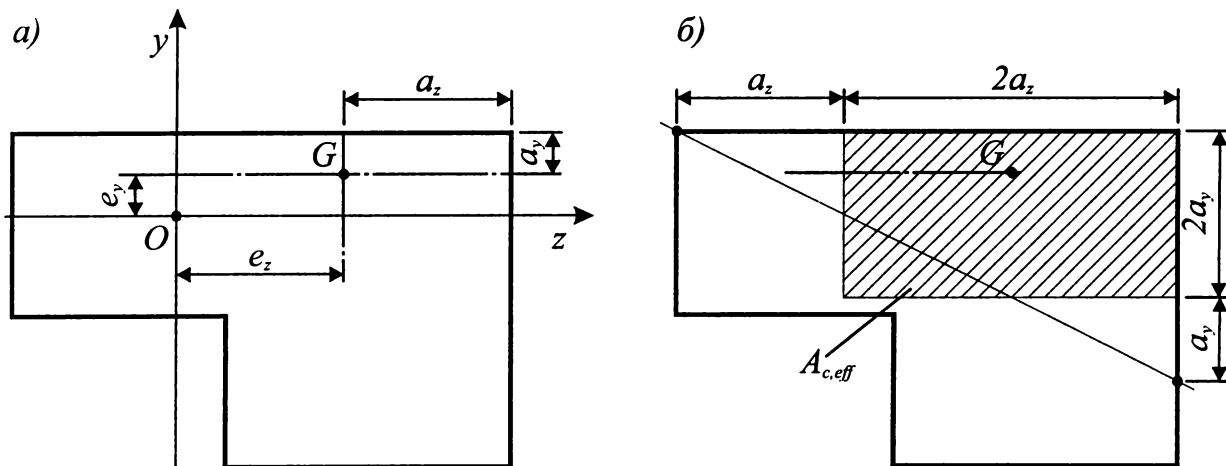
При расчете внецентренно сжатых прямоугольных сечений, когда расчетная продольная сила  $N_{Ed}$  приложена с эксцентриситетом  $e$  по направлению высоты сечения, несущую способность допускается определять по формуле:

$$N_{Rd} = \alpha f_{cd} b h_w \left( 1 - \frac{2e}{h_w} \right) \quad (6.197)$$

где:  $b$  – ширина сечения;

$h_w$  – высота сечения;

$e$  – эксцентриситет силы  $N_{Ed}$  относительно центра тяжести бетонного сечения.



**Рис. 6.37.**

Эффективная площадь поперечного сечения при расчете бетонных элементов на косое внецентренное сжатие

Расчет прочности бетонных колонн и стен, выполненных в условиях строительной площадки, в случае, когда  $\lambda = l_0/i > 14$ , допускается производить по формуле:

$$N_{Rd} = \alpha f_{cd} b h_w \varphi \quad (6.198)$$

где  $\varphi$  – коэффициент, учитывающий влияние геометрической нелинейности (эффектов второго рода) и определяемый по формуле:

$$\varphi = 1.14 \left( 1 - \frac{2e_{tot}}{h_w} \right) - 0.02 \frac{l_0}{h_w} \leq 1 - \frac{2e_{tot}}{h_w} \quad (6.199)$$

где:  $e_{tot} = e_0 + e_a + e_\varphi$ ;

$e_0$  – расчетный конструкционный эксцентриситет;

$e_a$  – случайный эксцентриситет, который допускается принимать равным  $e_a = 0,5l_0/200$ ;

$e_\varphi$  – эксцентриситет, вызванный ползучестью бетона (допускается не учитывать);

$l_0$  – расчетная длина элемента, определяемая по формуле:

$$l_0 = \beta l_w$$

здесь:  $l_w$  – полная высота элемента;

$\beta$  – коэффициент, учитывающий условия закрепления элементов. В общем случае  $\beta = 1$  для колонн,  $\beta = 2$  для консольных колонн и стен.

Для других случаев закрепления стен значения коэффициента  $\beta$  следует определять по табл. 6.15.

В соответствии с требованиями нормативных документов [1, 6] прочность сжатых бетонных элементов  $N_{Rd}$ , прямоугольного сечения, выполненных из бетона класса по прочности не выше  $C^{16}/20$ , допускается проверять по формуле

$$N_{Rd} = \varphi \alpha f_{cd} b h, \quad (6.200)$$

где:  $\varphi$  – коэффициент, значения которого представлены в табл. 6.16.

$f_{cd}$  – расчетное сопротивление бетона сжатию для неармированных элементов (при  $\gamma_c = 1,8$ ).

**Таблица 6.16.**

Значения коэффициента  $\varphi$

$\lambda_e = l_{eff}/h$	$e_0/h$						
	0,03	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
0	0,94	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40
8	0,92	0,88	0,78	0,67	0,56	0,46	0,36
10	0,92	0,87	0,76	0,65	0,55	0,45	0,35
12	0,91	0,86	0,74	0,63	0,53	0,43	0,33
14	0,90	0,85	0,72	0,61	0,51	0,40	0,31
16	0,89	0,84	0,70	0,59	0,48	0,38	0,29
18	0,87	0,82	0,68	0,56	0,46	0,36	0,27
20	0,85	0,79	0,65	0,54	0,43	0,33	0,24
22	0,82	0,76	0,63	0,51	0,40	0,30	0,22
24	0,80	0,74	0,60	0,48	0,37	0,28	0,20

В табл. 6.15 значение  $e_0$  определяют без учета продольного изгиба (ф. 6.187)

В случае, если  $\lambda = l_0/h \geq 8$ , при определении  $e_0$  следует учитывать величину случайного эксцентриситета  $e_a$ .

Эффективную расчетную длину  $l_{eff}$  при пользовании таблицей 6.16 для учета влияния гибкости бетонного элемента следует определять по формуле:

$$l_{eff} = l_0 \sqrt{k_{lt}}, \quad (6.201)$$

в которой

$$k_{lt} = 1 + 0,5 \frac{N_{sd,lt}}{N_{sd}} \Phi_{(\infty, l_0)}, \quad (6.202)$$

где:  $\Phi_{(\infty, l_0)}$  – предельное значение коэффициента ползучести для бетона, определяемое в соответствии с требованиями п. 4.4.2.2 настоящих норм; для конструкций, эксплуатирующихся в



условиях с относительной влажностью  $RH = 40 \div 75$  % и нагруженных в возрасте не менее 28 суток, допускается принимать  $\Phi_{(\infty, t_0)} = 2.0$ ;

$N_{Sd,lt}$  – продольная сила, вызванная действием постоянной расчетной нагрузки.

Если влияние гибкости в расчете по прочности не учитывается, следует принимать  $l_{eff} = 0$ .

Если коэффициент гибкости для сжатого бетонного элемента, выполненного из бетона класса по прочности более  $C^{16}/_{20}$ , составляет

$$\lambda = \frac{l_0}{i} \leq 14 \text{ или } \lambda = \frac{l_0}{h} \leq 6, \quad (6.203)$$

влияние продольного изгиба в расчете прочности можно не учитывать. В этом случае эффективную расчетную длину  $l_{eff}$  следует принимать равной нулю.

#### 6.4.5. Растянутые элементы

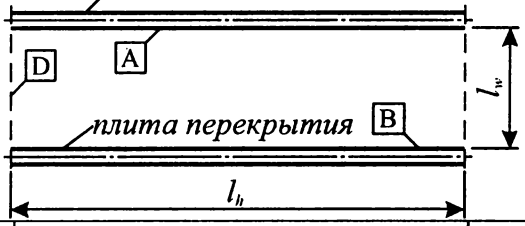
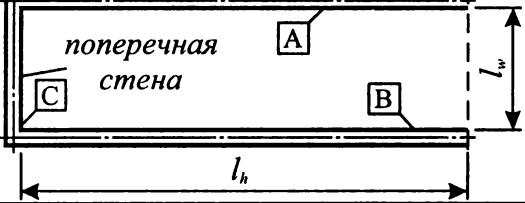
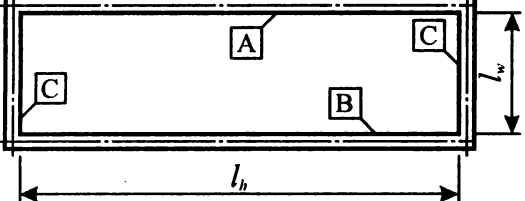
**6.4.5.1. Центральнo растянутые элементы.** Как было показано в разделе 6.1, разрушение центрально растянутых элементов происходит после того, как в бетоне образуются сквозные трещины, он выключается из работы, а напряжения в арматуре для сечения, пронизанного трещиной, достигают предельных значений (физического или условного предела текучести). Условия равновесия для центрально растянутого элемента имеют вид:

$$N_{Sd} = F_{st}$$

или, записав равнодействующую  $F_{st}$  в напряжениях,

**Таблица 6.15.**

Значения коэффициента  $\beta$  для определения расчетной длины бетонных стен согласно [1, 6]

Вид закрепления	$\beta$
	$\beta = 1,0$ для любых $l_w/l_h$
	$\beta = 1 / \left[ 1 + \left( \frac{l_w}{3l_h} \right)^2 \right]$
	Если $l_w \leq l_h$ $\beta = 1 / \left[ 1 + \left( \frac{l_w}{l_h} \right)^2 \right]$ если $l_w > l_h$ $\beta = \frac{l_h}{2l_w}$

[A] – плита перекрытия; [B] – плита перекрытия; [C] – поперечная стены; [D] – свободный край.

#### Примечания:

1. Значения  $\beta$ , представленные в табл. 6.15, применимы для стен, в которых высота проема не превышает  $1/3 \cdot l_w$  и их площадь составляет не более 10 % полной площади стены. Для стен, закрепленных по трем или четырем сторонам, в случае, когда перечисленные ограничения не выполняются для части стены, располагаемой между отверстиями, коэффициент  $\beta$  следует принимать как для стены, закрепленной по двум сторонам.
2. Поперечные стены могут рассматриваться, как подкрепляющие элементы при выполнении следующих условий:
  - толщина поперечной подкрепляющей стены должна составлять не менее  $0.5 \cdot h_w$ , где  $h_w$  – толщина рассчитываемой стены;
  - подкрепляющая стена имеет высоту, равную  $l_w$ ;
  - длина подкрепляющей стены  $l_{nl}$  не менее  $l_w/5$ ;
  - подкрепляющая стена на длине  $l_{nl}$  не имеет отверстий.

$$N_{Sd} = f_{yd} A_{st} \quad (6.204)$$

Требуемую площадь растянутой арматуры из ф. (6.204) определяют:

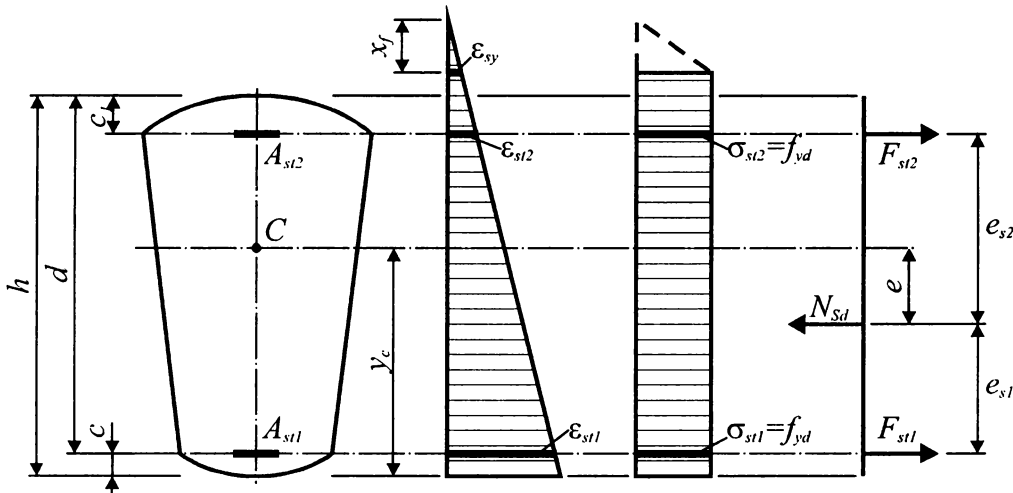
$$A_{st} = \frac{N_{Sd}}{f_{yd}}, \quad (6.205)$$

где  $f_{yd}$  – расчетное сопротивление растянутой арматуры.

**6.4.5.2. Внецентренно растянутые элементы.** При расчете внецентренно растянутых элементов рассматривают два характерных случая в зависимости от расположения в сечении растягивающего усилия  $N_{Sd}$ .

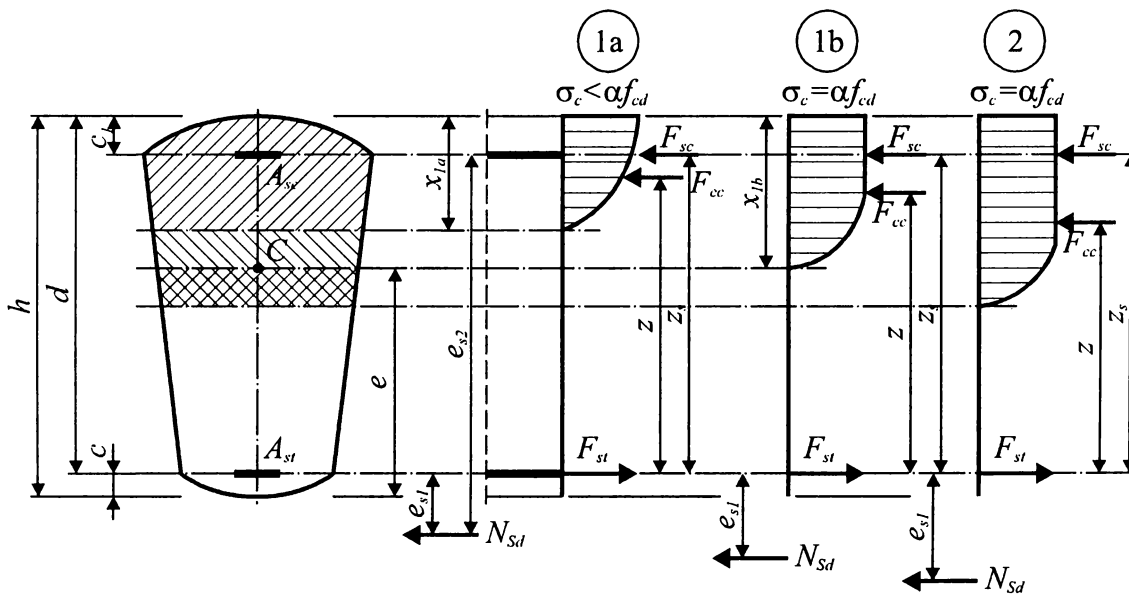
Если продольное растягивающее усилие располагается по отношению к сечению таким образом, что все сечение оказывается растянутым (случай малых эксцентриситетов, рис. 6.38), имеет место специфическое напряженно-деформированное состояние.

В силу принятых расчетных предпосылок бетон растянутой зоны (все сечение элемента) в расчете не учитывается, а фиктивная сжатая зона располагается вне сечения.



**Рис. 6.38.**

Эпюры деформаций и напряжений в сечении растянутого элемента при отсутствии сжатой зоны (случай малого эксцентриситета растягивающего усилия,  $M_{Sd1} < 0$ ) [40]



**Рис. 6.39.**

Эпюры напряжений в расчетном сечении внецентренно растянутого элемента для различных областей деформирования сечения согласно [40] (случай больших эксцентриситетов растягивающего усилия,  $M_{Sd1} > 0$ )

В предельном состоянии относительные деформации арматуры, располагаемой у наиболее растянутой грани сечения, достигают предельных значений  $\varepsilon_{su} = 10 \text{ ‰}$ . Деформации арматуры у менее растянутой грани могут быть определены исходя из гипотезы плоских сечений.

Условия равновесия для случая, показанного на рис. 6.38 (случай малых эксцентриситетов, когда растягивающее усилие  $N_{Sd}$  располагается между центрами тяжести арматуры  $A_{st,1}$  и  $A_{st,2}$ ):

$$N_{Sd} - F_{st1} - F_{st2} = 0; \quad (6.206)$$

$$N_{Sd}e_{s1} - F_{st2}(d - c_1) = 0; \quad (6.207)$$

где:  $e_{s1}$  – эксцентриситет растягивающего усилия  $N_{Sd}$  относительно центра тяжести более растянутого армирования;

$F_{st1}$  и  $F_{st2}$  – соответственно усилия в арматуре  $A_{st1}$  и  $A_{st2}$ .

Прочность внецентренно растянутых элементов в случае малых эксцентриситетов согласно [1, 6, 40] допускается проверять из условия:

$$N_{Sd}e_{s1} = F_{st2}(d - c_1); \quad (6.208)$$

$$N_{Sd}e_{s2} = F_{st1}(d - c_1); \quad (6.209)$$

где  $e_{s2}$  – эксцентриситет растягивающего усилия относительно центра тяжести менее растянутой арматуры.

Для выявления случая, по которому следует производить расчет, можно использовать условие

$$M_{Sd,1} > 0, \quad (6.210)$$

при значении момента относительно центра тяжести наиболее растянутой арматуры

$$M_{Sd,1} = N_{Sd}(e - y_c + c), \quad (6.211)$$

где:  $e$  – эксцентриситет продольного растягивающего усилия  $N_{Sd}$  относительно центра тяжести сечения  $e = M_{Sd}/N_{Sd}$ ;

$y_c$  – расстояние от наиболее растянутой грани до центра тяжести сечения.

Если условие (6.210) выполняется, что для элемента прямоугольного сечения соответствует величине эксцентриситета  $e > 0,5h - c$ , имеет место случай больших эксцентриситетов. В этом случае в сечении присутствует фактическая сжатая зона, а эпюры относительных деформаций и напряжений соответствуют областям деформирования 1 или 2 согласно [40] (см. рис. 6.35). Для этого случая условия равновесия имеют вид:

$$F_{cc} + F_{sc} - F_{st} + N_{Sd} = 0; \quad (6.212)$$

$$M_{Sd,1} - F_{cc}z + F_{sc}(d - c_1) = 0. \quad (6.213)$$

Расчет элементов по прочности выполняют п.п. 6.4.2 и 6.4.3.

**а) Подбор арматуры** осуществляют в зависимости от расчетного случая приложения продольного растягивающего усилия  $N_{Sd}$ . Если  $M_{Sd,1} < 0$ , что для прямоугольного сечения соответствует условию  $e < 0,5h - c$  (рис. 6.38, 6.40), площадь армирования  $A_{st1}$  рассчитывают из уравнения моментов относительно менее растянутой арматуры  $A_{st2}$ :

$$A_{st1} = \frac{N_{Sd}e_{s2}}{f_{yd}(d - c)}, \quad (6.214)$$

$$e_{s2} = e + 0,5h - d'. \quad (6.215)$$

где  $e_{s2}$  – расстояние между линией действия растягивающего усилия и центром тяжести арматуры  $A_{st2}$  (рис. 6.38, 6.40)

Площадь арматуры  $A_{st2}$  определяется из уравнения (6.208):

$$A_{st2} = \frac{N_{Sd}e_{s1}}{f_{yd}(d - c_1)}, \quad (6.216)$$

где  $e_{s1}$  – эксцентриситет (рис. 6.38), определяемый по формуле:

$$e_{s1} = 0,5h - e - c.$$

Несложно заметить, что если эксцентриситет продольного растягивающего усилия  $e = 0$  (осевое растяжение), из условия равновесия получаем:

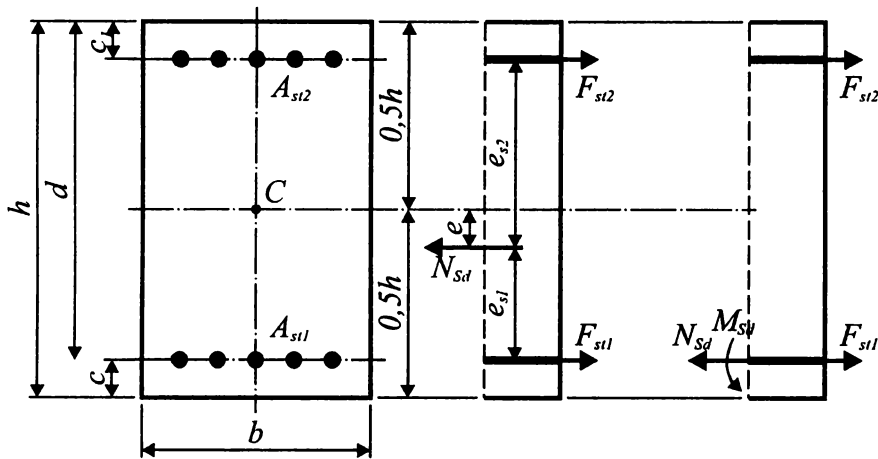


Рис. 6.40.

К расчету элементу прямоугольного сечения при малом эксцентриситете растягивающего усилия ( $e < 0,5h - c$ )

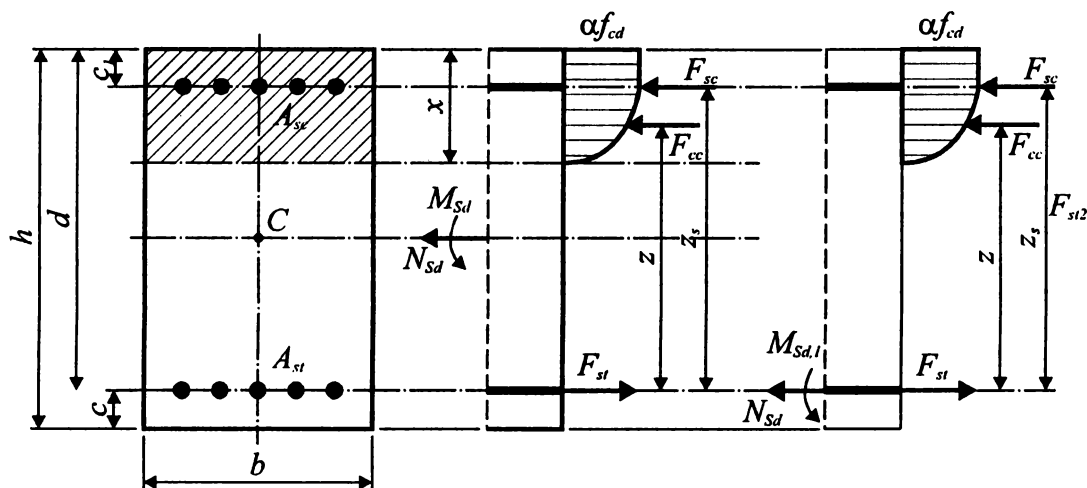


Рис. 6.41.

К расчету элементов прямоугольного сечения при большом эксцентриситете растягивающего усилия ( $e \geq 0,5h - c$ )

$$A_{st1} = A_{st2} = \frac{0,5N_{sd}}{f_{yd}} \quad (6.217)$$

Если условие  $M_{sd,1} > 0$  выполняется, т.е. для элементов прямоугольного сечения выполняется условие  $e \geq 0,5h - c$ , имеет место случай растяжения с большим эксцентриситетом (см. рис. 6.39. 6.41), когда в сечении имеет место фактическая сжатая зона. В этом случае для обеспечения вычислений в [40] рекомендуется воспользоваться табл. 6.7, применяемой при расчете изгибаемых и внецентренно сжатых элементов.

Положение нейтральной оси и область деформирования сечения определяют из табл. 6.6 и 6.7 по значению коэффициента

$$\alpha_m = \frac{M_{sd,1}}{\alpha f_{cd} b d^2} \quad (6.218)$$

Если  $\alpha_m \leq \alpha_{m,lim}$  (по табл. 6.7), что означает выполнение условия  $x \leq x_{lim}$ , армирование  $A_{sc}$  в сжатой зоне устанавливать по расчету нет необходимости.

Тогда площадь растянутой арматуры  $A_{st}$  определится из условия равновесия (проекция всех сил на продольную ось элемента) по формуле:

$$A_{st} = (\omega \alpha f_{cd} b d + N_{sd}) \frac{1}{f_{yd}} \quad (6.219)$$

где  $\xi$  – значение относительной высоты сжатой зоны, определяемое по табл. 6.6 и 6.7 для соответствующего значения  $\alpha_m$ , рассчитанного по (6.218).

В общем случае армирование  $A_{sc}$  в сжатой зоне необходимо устанавливать по конструктивным соображениям ( $A_{st} \geq A_{s,min}$ ). В этом случае расчет выполняют как для сечения с двойным армированием, принимая  $A_{sc} = A_{s,min}$ .

Тогда, как и в случае внецентренного сжатия, корректируют значение коэффициента  $\alpha_m$  по формуле

$$\alpha_m = \frac{M_{Sd,l} - A_{sc,min} k_{s2} f_{yd} (d - c_1)}{\alpha f_{cd} b d^2}. \quad (6.220)$$

По рассчитанному (скорректированному) значению  $\alpha_m$  по табл. 6.7 определяют  $\omega$  и рассчитывают площадь арматуры  $A_{st}$

$$A_{st} = \left( \omega_c \alpha f_{cd} b d \xi + A_{sc,min} k_2 f_{yd} + N_{Sd} \right) \frac{1}{f_{yd}}. \quad (6.221)$$

Если значение  $\alpha_m$ , рассчитанное по (6.220) больше, чем  $\alpha_{m,lim}$ , т.е.  $x > x_{lim}$ , необходимо в сжатой зоне установить расчетное количество арматуры  $A_{sc}$ , площадь которой определяют по формуле

$$A_{sc} = \frac{M_{Sd,l} - \alpha_{m,lim} \alpha f_{cd} b d^2}{f_{yd} (d - c_1)}. \quad (6.222)$$

Площадь растянутой арматуры  $A_{st}$  определяют по (6.221), приняв вместо  $\omega_c \xi_{lim}$  граничное значение  $\omega_{c,lim}$  (по табл. 6.7), а вместо  $A_{sc,min}$  площадь арматуры  $A_{sc}$ , рассчитанную по ф. (6.218).

Для практического расчета элементов прямоугольного сечения, с симметричным армированием при совместном действии изгибающих моментов  $M_{Sd}$  и продольных сил  $N_{Sd}$  (растягивающих или сжимающих) в рамках деформационной модели зачастую используют обобщенные номограммы (кривые взаимодействия, построенные в относительных показателях  $\alpha_m$ ,  $\alpha_n$ ,  $\alpha_s$ ). На рис. 6.42 показана номограмма для расчета прямоугольных сечений с симметричным армированием арматурой класса S500. По данной номограмме можно производить как расчет прочности сечения, так и подбор арматуры подобно тому, как это было прокомментировано для графика на рис. 6.30.

## **6.5. Расчет прочности сечений, нормальных к продольной оси, железобетонных конструкций по методу предельных усилий**

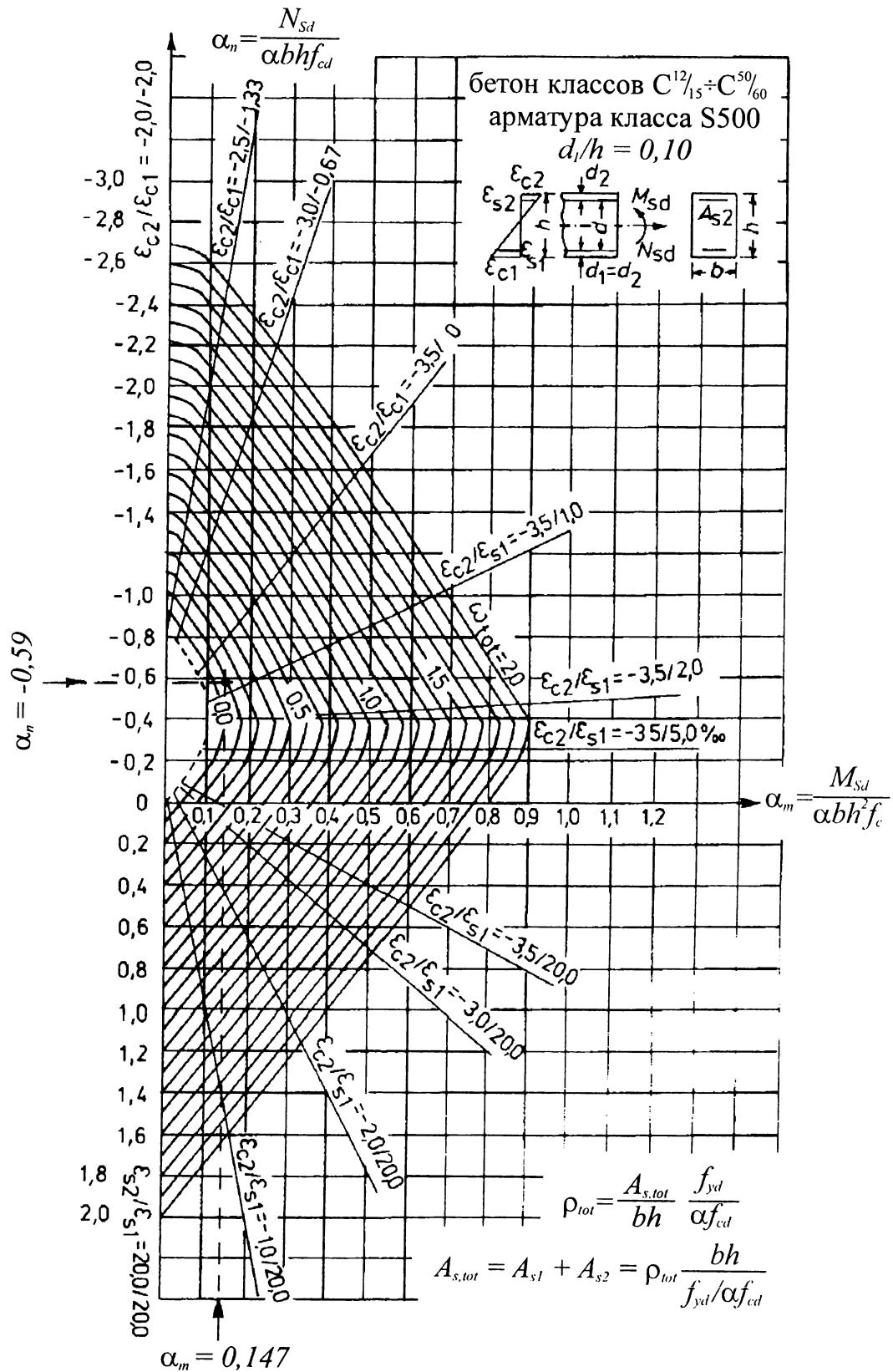
### **6.5.1. Общие положения**

В соответствии с положениями норм [1, 2] расчет прочности сечений, нормальных к продольной оси, простой симметричной формы (прямоугольные, тавровые, двутавровые) с арматурой, сосредоточенной у наиболее растянутой и наиболее сжатой граней и усилиями, действующими в плоскости симметрии сечения для элементов, выполненных из бетонов классов по прочности не более C<sup>50/60</sup> допускается производить по предельным усилиям с использованием только уравнения равновесия всех продольных сил, действующих в рассматриваемом сечении конструкции, и уравнений равновесия моментов относительно выбранных осей при расчетных сопротивлениях материалов.

Предельное усилие в бетоне сжатой зоны определяется напряжением, равным расчетному сопротивлению бетона на сжатие  $f_{cd}$ , умноженному на коэффициент  $\alpha$ , учитывающий длительное действие нагрузки, неблагоприятный способ ее приложения и т.д., и принимаемый согласно указаний главы 4. При этом, сжимающие напряжения считают равномерно распределенными по высоте условной сжатой зоны сечения (прямоугольная эпюра напряжений в сжатой зоне бетона).

Предельное усилие в арматуре растянутой зоны определяется напряжениями, равными расчетному сопротивлению арматуры растяжению при высоте условной сжатой зоны сечения меньше граничной ( $x_{eff} \leq x_{eff,lim}$ ). Предельное усилие в арматуре сжатой зоны определяется напряжением, равным расчетному сопротивлению арматуры при сжатии, которые принимают равными расчетным сопротивлениям арматуры растяжению, но не более напряжений, отвечающим предельным относительным деформациям бетона при осевом сжатии.

Прочность конструкции определяется предельными усилиями в сжатом бетоне, сжатой и растянутой арматуре при высоте условной сжатой зоны сечения меньше граничной и предельными усилиями в сжатом бетоне и сжатой арматуре при высоте условной сжатой зоны больше граничной ( $x_{eff} > x_{eff,lim}$ ).



**Рис. 6.42.**

Номограмма для расчета прямоугольного сечения с симметричным армированием при действии изгибающих моментов и продольных сил [44]

### 6.5.2. Критерий, определяющий расчетный случай разрушения по нормальному сечению в методе предельных усилий

Метод расчета по предельным усилиям базируется на принципе пластического разрушения сечения, при котором достигаются предельные напряжения в растянутой арматуре и сжатом бетоне (принцип *А.Ф. Лолейта*). На основании принципа *А.Ф. Лолейта* расчет нормального сечения по прочности производят, используя только лишь условия статического равновесия. Поэтому при расчете конструкции по методу предельных усилий необходимо прежде всего выяснить случай, по которому происходит разрушение нормального сечения.

Как было показано ранее, в третьей стадии напряженно-деформированного состояния разрушение сечения может происходить по двум случаям: по растянутой арматуре или по сжатому бетону (см. раздел 6.1).

Поскольку характер разрушения предопределен поведением растянутой арматуры при наступлении предельного состояния в нормальном сечении, проанализируем напряженное состояние в арматуре.

Как было показано ранее, относительные деформации, а, следовательно, и напряжения, в растянутой арматуре зависят от высоты сжатой зоны сечения  $x$ . Из схемы распределения относительных деформаций по высоте сечения (рис. 6.4), используя гипотезу плоского сечения

$$\varepsilon_{st} = \varepsilon_{cc} \left( \frac{l}{\xi} - 1 \right), \quad (6.223)$$

где  $\xi = \frac{x}{d}$  – относительная высота сжатой зоны сечения.

Расчетная формула для определения относительных деформаций и напряжений в растянутой арматуре в зависимости от высоты сжатой зоны бетона, применяемая в методе предельных усилий [2, 24], была получена базирясь на опытных данных.

Обработкой результатов экспериментальных исследований установлено, что в предельном состоянии связь между приращениями относительных деформаций арматуры  $\Delta\varepsilon_s$  от внешних воздействий и относительной высоты сжатой зоны  $\xi = \frac{x}{d}$  (при принятой прямоугольной эпюре распределения напряжений в сжатом бетоне) имеет в общем случае вид гиперболы (рис. 6.43).

В результате математической обработки расчетная зависимость, связывающая « $\varepsilon_s - \xi$ », имеет вид:

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{cu}}{1 - \xi_0/1,1} \left( \frac{\xi_0}{\xi} - 1 \right), \quad (6.224)$$

где  $\varepsilon_{cu}$  – предельные относительные деформации бетона при сжатии, принимаемые равными наиболее осторожному значению для условий осевого сжатия  $\varepsilon_{cu} = 2,0 \%$  для кратковременного и  $\varepsilon_{cu} = 2,5 \%$  – для длительного нагружения.

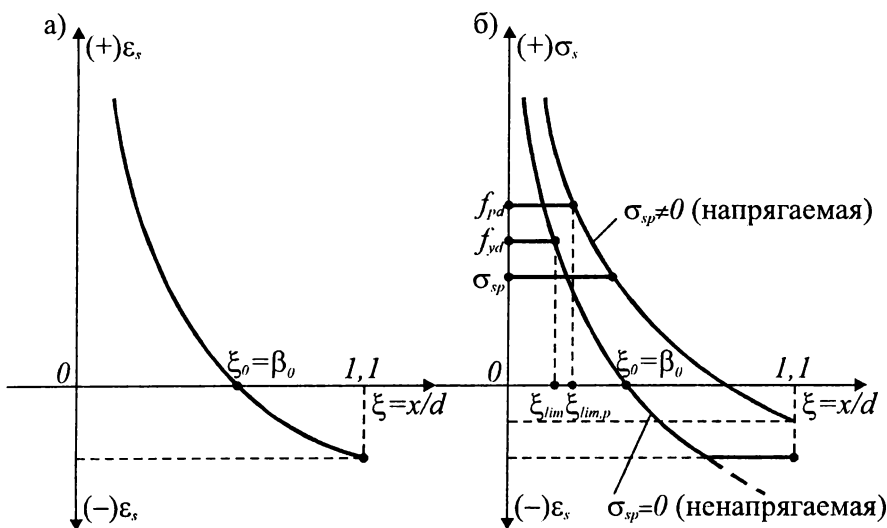


Рис. 6.43.

Зависимость относительных деформаций (а) и напряжений (б) в растянутой арматуре от относительной высоты сжатой зоны  $\xi = \frac{x}{d}$  [24].

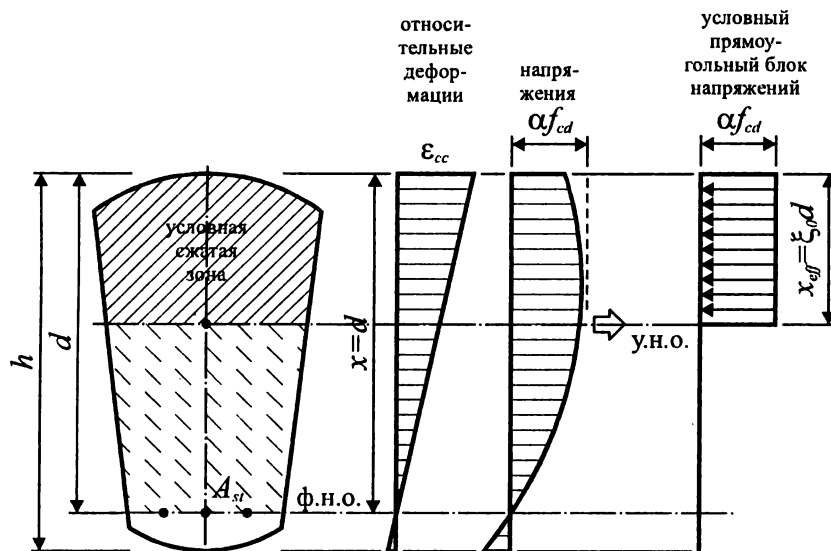


Рис. 6.44.  
К определению величины  $\xi_0$ .

Величина  $\xi_0$  в формуле (6.224) представляет собой относительную высоту сжатой зоны бетона с прямоугольной эпюрой напряжений, при которой деформации и напряжения в растянутой арматуре равны нулю, т.е. когда фактическая нейтральная линия при фактической криволинейной эпюре напряжений проходит через центр тяжести арматуры и фактическая высота сжатой зоны  $x = d$  (рис. 6.44).

Таким образом, величина  $\xi_0$ , по существу, характеризует отклонение фактической эпюры напряжений в сжатой зоне сечения от принятой прямоугольной, то есть полноту эпюры напряжений в сжатом бетоне, обозначаемую далее  $\beta$ . Фактическая же эпюра напряжений в сжатой зоне бетона определяется характером диаграммы деформирования « $\sigma_c - \epsilon_c$ » (см. главу 4).

В случае, когда непосредственное использование диаграмм « $\sigma_c - \epsilon_c$ » затруднительно, коэффициент полноты эпюры напряжений определяют по эмпирической формуле:

$$\beta_0 = \alpha_c - 0,008f_{cd} \quad (6.225)$$

где  $\alpha_c$  – коэффициент, принимаемый равным 0,85 для тяжелого бетона и 0,8 – для легкого бетона.

Из рис. 6.44 видно, что с увеличением относительной высоты сжатой зоны  $\xi = x/d$  относительные деформации арматуры  $\epsilon_s$  уменьшаются, проходят через ноль при  $\xi = \beta_0$ , а затем переходят в деформации укорочения, которые увеличиваются до предельных деформаций укорочения бетона при  $\xi = x/d = 1,1$ .

Напряжения в продольной арматуре определяются по ее относительным деформациям с помощью диаграммы деформирования « $\sigma_s - \epsilon_s$ ». Для упругой области работы арматуры  $\sigma_s = \epsilon_s E_s$ . Тогда:

$$\sigma_s = \frac{\sigma_{s,cu}}{1 - \beta/1,1} \left( \frac{\beta_0}{\xi} - 1 \right), \quad (6.226)$$

где  $\sigma_{s,cu} = \epsilon_{cu} E_s$ .

Принимая модуль упругости стальной арматуры  $E_s = 200 \cdot 10^3$  Н/мм<sup>2</sup>, получаем:

– при  $\epsilon_{cu} = 2,0$  ‰ (кратковременное действие нагрузки):

$$\sigma_{s,cu} = 400 \text{ Н/мм}^2;$$

– при  $\epsilon_{cu} = 2,5$  ‰ (длительное действие нагрузки):

$$\sigma_{s,cu} = 500 \text{ Н/мм}^2.$$

На рис. 6.43б показана зависимость напряжений в продольной арматуре  $\sigma_s$  от относительной высоты сжатой зоны сечения  $\xi = x/d$ .

Относительная высота сжатой зоны  $\xi_{lim}$  (относительная граничная высота сжатой зоны), при которой напряжения в растянутой арматуре достигают предела текучести, может быть определена из зависимости (6.226), принимая  $\sigma_s = f_{yd}$ :



$$\xi_{lim} = \frac{\beta_0}{1 + \frac{f_{yd}}{\sigma_{s,cu}} \left(1 - \frac{\beta_0}{1,1}\right)}. \quad (6.227)$$

К относительным деформациям напрягаемой арматуры, вызванным действием усилий от внешних нагрузок, необходимо добавить относительные деформации  $\Delta \epsilon_{sp}$ , вызванные начальным напряжением.

Тогда в конечном виде, представленном в нормах [1, 2], зависимость (6.227) имеет вид:

$$\xi_{lim} = \frac{\beta_0}{1 + \frac{\sigma_{s,R}}{\sigma_{s,cu}} \left(1 - \frac{\beta_0}{1,1}\right)}, \quad (6.228)$$

где:

– для предварительно напряженных конструкций, армированных сталями с условным пределом текучести

$$\sigma_{s,R} = f_{pd} - \sigma_{sp};$$

– для конструкций без предварительного напряжения, армированных мягкими сталями

$$\sigma_{s,R} = f_{yd};$$

– для предварительно напряженных конструкций, армированных сталями с условным пределом текучести

$$\sigma_{s,R} = f_{pd} + \epsilon_{0,2} E_s - \sigma_{sp} + \Delta \sigma_{sp} = f_{pd} + 400 - \sigma_{sp} + \Delta \sigma_{sp};$$

здесь  $\Delta \sigma_{sp}$  – напряжения, вызванные неупругими деформациями напрягаемой арматуры.

Таким образом, если

$$\xi = x/d \leq \xi_{lim}$$

растянутая арматура достигает предела текучести и, тем самым, реализуется принцип пластического разрушения нормального сечения по А.Ф. Лолейту;

$$\xi = x/d > \xi_{lim}$$

разрушение происходит по сжато-му бетону и имеет место второй случай разрушения.

Следует отметить, что расчетная зависимость для определения  $\xi_{lim}$  является универсальной и может быть использована при расчете элементов, имеющих сечение простой формы, при действии изгиба, внецентренного сжатия, внецентренного растяжения (при условии, что усилия действуют в плоскости симметрии сечения, а арматура сосредоточена у наиболее растянутой и наиболее сжатой граней сечения).

### 6.5.3. Расчетные уравнения метода предельных усилий

6.5.3.1. *Изгибаемые элементы.* Прочность изгибаемых железобетонных элементов, имеющих как минимум одну плоскость симметрии и изгибаемых в этой плоскости (рис. 6.45), следует проверять из условия

$$M_{Sd} \leq M_{Rd}. \quad (6.229)$$

$$\text{где: } M_{Rd} = \alpha f_{cd} S_c + f_{yd} A_{sc} (d - c_1) \quad (6.230)$$

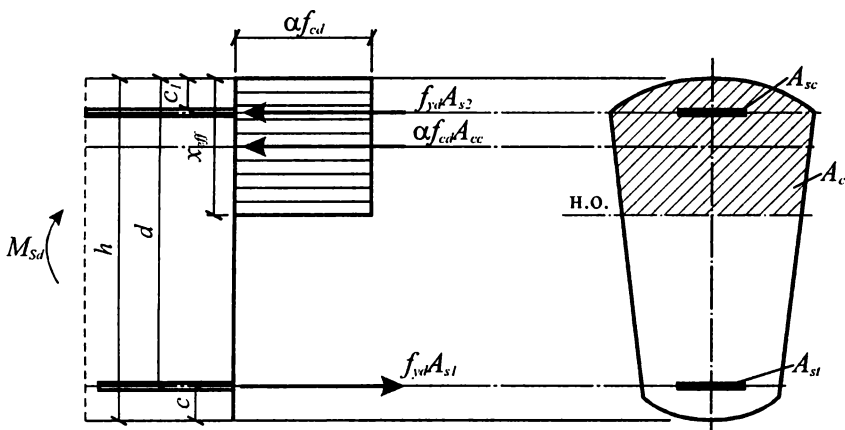


Рис. 6.45.

Схема усилий и эпюра напряжений в сечении, нормальном к продольной оси изгибаемого железобетонного элемента при расчете его прочности

При этом высота условной сжатой зоны  $x_{eff}$  определяется из условия

$$f_{yd} A_{s1} = \alpha f_{cd} A_{cc} + f_{yd} A_{sc} \quad (6.231)$$

При расчете элементов таврового сечения с полкой в сжатой зоне, следует ограничивать значение расчетной полки  $b_{eff}$  из условия, что размер ее свеса в каждую сторону от ребра должен быть не более  $1/6$  пролета элемента и не более:

- при наличии поперечных ребер или при  $h_f' \geq 0.1 \cdot h$  равным  $1/2$  расстояния в свету между продольными ребрами;
- при отсутствии поперечных ребер или при расстоянии между ними большем, чем расстояние между продольными ребрами, и  $h_f' < 0.1 \cdot h$  равным  $6h_f'$ ;
- при консольных свесах полки:
  - при  $h_f' \geq 0.1 \cdot h$  равным  $6h_f'$ ;
  - при  $0.05 \cdot h \leq h_f' \leq 0.1$  равным  $3h_f'$ ;
  - при  $h_f' < 0.05 \cdot h$  – свесы не учитываются.

При расчете изгибаемых элементов по прочности рекомендуется соблюдать условие  $x_{eff} \leq \xi_{lim} d$ . В случае, когда площадь растянутой арматуры по конструктивным соображениям или из расчета по второй группе предельных состояний принята большей, чем это требуется для соблюдения условия  $x_{eff} \leq \xi_{lim} d$ , расчет следует производить, руководствуясь положениями деформационной расчетной модели (см. раздел 6.3).

Для элементов, выполненных из бетона классов  $C^{25}/_{30}$  ( $LC^{25}/_{30}$ ) и ниже с арматурой классов S240, S500 при  $x_{eff} > \xi_{lim} d$  допускается производить расчет из условия (6.230), принимая значения  $x_{eff} = \xi_{lim} d$ .

Расчет железобетонных изгибаемых элементов прямоугольного сечения следует производить из условия

$$M_{Sd} \leq M_{Rd} \quad (6.232)$$

где:  $M_{Rd} = \alpha \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot x_{eff} (d - 0.5 \cdot x_{eff}) + f_{yd} \cdot A_{sc} (d - c_1)$

при этом условная высота сжатой зоны  $x_{eff}$  определится из формулы:

$$\alpha \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot x_{eff} = f_{yd} \cdot A_{st} - f_{yd} \cdot A_{sc} \quad (6.233)$$

При  $x_{eff} > \xi_{lim} d$  допускается производить расчет из условия (6.232), принимая  $x_{eff} = \xi_{lim} d$ .

Расчет железобетонных изгибаемых элементов тавровых и двутавровых сечений, имеющих полку в сжатой зоне, следует производить соблюдая следующие условия:

- если граница сжатой зоны проходит в пределах высоты сжатой полки (рис. 6.46а), т.е. соблюдается условие

$$f_{yd} \cdot A_{s1} \leq \alpha \cdot f_{cd} b_f' \cdot h_f' + f_{yd} \cdot A_{sc} \quad (6.234)$$

расчет производится как для прямоугольного сечения шириной, равной ширине полки  $b_f'$ , по формуле (6.228);

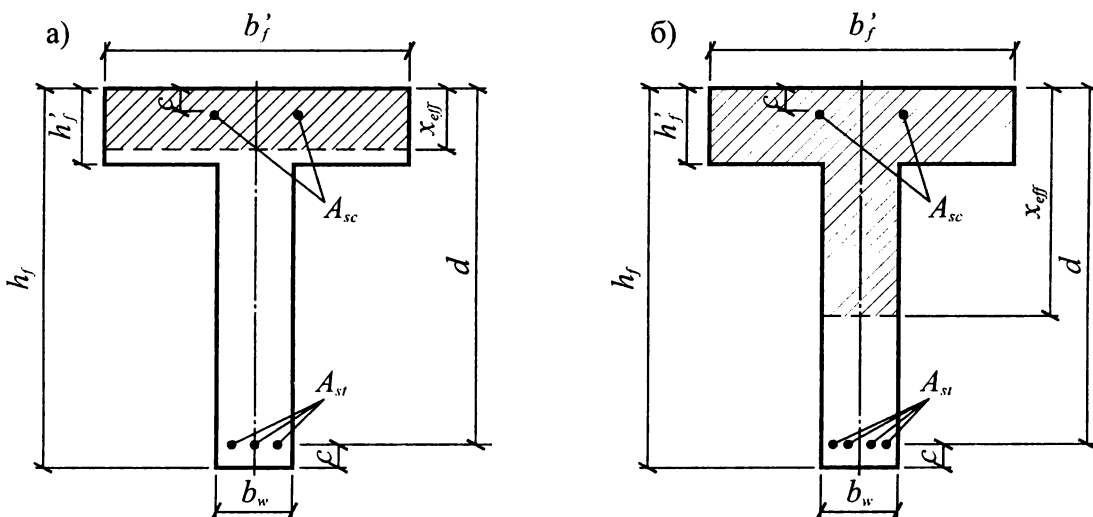


Рис. 6.46.

Положение границы условной сжатой зоны в изгибаемом железобетонном элементе таврового сечения а) в полке; б) в ребре.

- если граница сжатой зоны проходит в ребре, т.е. условие (6.230) не соблюдается, расчет производится из условия

$$M_{Sd} \leq M_{Rd} \quad (6.235)$$

где

$$M_{Rd} = \alpha \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot x_{eff} (d - 0.5 \cdot x_{eff}) + \alpha \cdot f_{cd} (b'_f - b_w) h'_f (d - 0.5 \cdot h'_f) + f_{yd} \cdot A_{sc} (d - c_1) \quad (6.236)$$

При этом высота сжатой зоны  $x_{eff}$  определяется по формуле

$$f_{yd} \cdot A_{st} - f_{yd} \cdot A_{sc} = \alpha \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot x_{eff} + \alpha \cdot f_{cd} (b'_f - b_w) h'_f \quad (6.237)$$

При  $x_{eff} > \xi_{lim} d$  для элементов, выполненных из бетона классов C<sup>25</sup>/30 (LC<sup>25</sup>/30) и ниже с арматурой S240, S500 расчет допускается производить из условия (6.236), принимая  $x_{eff} = \xi_{lim} d$ . В противном случае следует выполнять расчет по общей деформационной модели (см. раздел 6.3).

**6.5.3.2. Внецентренно сжатые элементы.** При расчете внецентренно сжатых элементов по методу предельных усилий следует рассматривать два случая:

- случай большого эксцентриситета, когда  $x_{lim} / d \leq \xi_{lim}$  (рис. 6.47);
- случай малого эксцентриситета, когда  $x_{lim} / d > \xi_{lim}$  (рис. 6.48).

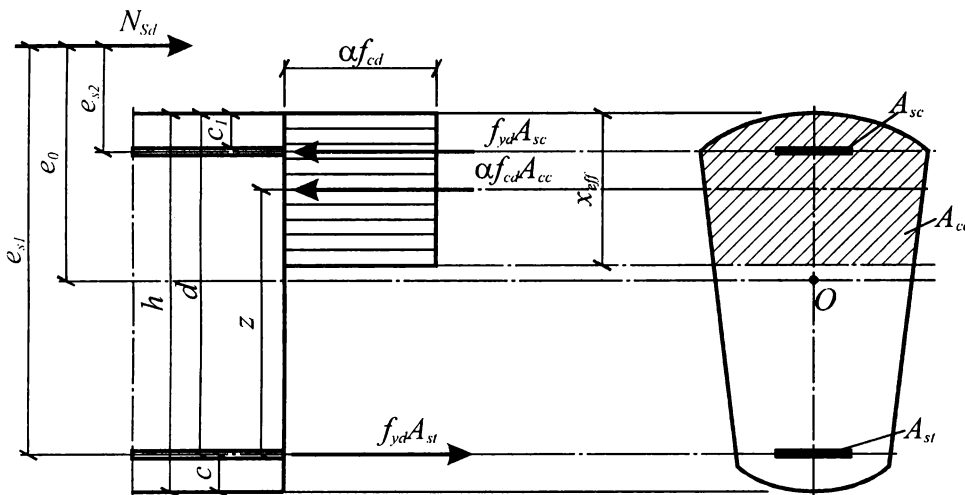


Рис. 6.47.

Схема усилий и эпюра напряжений в сечении, нормальном к продольной оси внецентренно сжатого железобетонного элемента, при расчете его по прочности (случай больших эксцентриситетов)

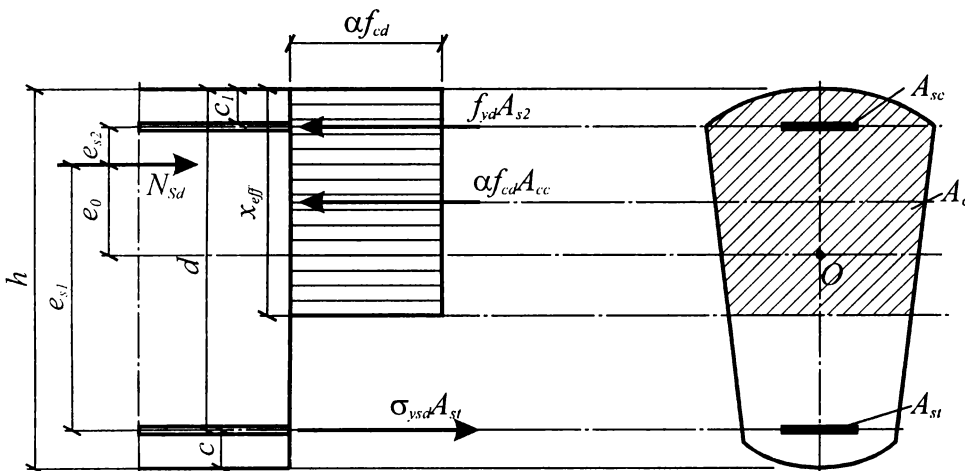


Рис. 6.48.

Схема усилий и эпюра напряжений в сечении, нормальном к продольной оси внецентренно сжатого железобетонного элемента при расчете его по прочности (случай с малым эксцентриситетом)

Расчет внецентренно сжатых железобетонных элементов по прочности сечений, нормальных к продольной оси, для случая большого эксцентриситета (при  $x_{eff}/d \leq \xi_{lim}$ ) следует производить из условия (6.230) как для изгибаемых элементов (рис. 6.47), принимая  $M_{Sd} = N_{Sd}e_{s1}$ , а высоту сжатой зоны определять по формуле

$$N_{Sd} + f_{yd} A_{s1} - f_{yd} A_{sc} = \alpha f_{cd} A_{cc} \quad (6.238)$$

При  $x_{eff} > \xi_{lim}d$  расчет допускается производить из условия (6.230), но при этом высота сжатой зоны для элементов из бетона классов по прочности  $C^{25}/_{30}$  и ниже определяют по формуле

$$N_{Sd} + \sigma_s \cdot A_{s1} - f_{yd} \cdot A_{s2} = \alpha \cdot f_{cd} \cdot A_{cc} \quad (6.239)$$

где 
$$\sigma_s = \left( 2 \frac{1 - x_{eff}}{1 - \xi_{lim}} - 1 \right) f_{yd} \quad (6.240)$$

Для элементов из бетона классов по прочности выше  $C^{25}/_{30}$  при  $x_{eff} > \xi_{lim}d$  расчет рекомендуется выполнять в соответствии с положениями деформационной модели (см. раздел 6.2).

В случае, когда расчетная продольная сила  $N_{Sd}$  не превышает  $0,08N_{cd}$  (где  $N_{cd} = f_{cd}A_c$ ), допускается производить расчет по прочности как для изгибаемого элемента без учета продольной силы.

### 6.5.3.3. Растянутые элементы

**а) Центрально растянутые железобетонные элементы.** При расчете центрально-растянутых железобетонных элементов по прочности сечений, нормальных к продольной оси, должно соблюдаться условие

$$N_{Sd} \leq N_{Rd} \quad (6.241)$$

где  $N_{Rd} = f_{yd}A_{s,tot}$

$A_{s,tot}$  – площадь стержней всей продольной арматуры в сечении.

**б) Внецентренно растянутые железобетонные элементы.** Расчет внецентренно растянутых элементов по прочности следует производить в зависимости от положения расчетной продольной силы при  $e_0 = e_e$  (без учета случайного эксцентриситета) для двух случаев:

1) если расчетная продольная сила приложена за пределами расстояния между равнодействующими в арматуре  $A_{s1}$  и  $A_{s2}$  – случай большого эксцентриситета (рис. 6.45а). В этом случае расчет допускается производить, принимая прямоугольную эпюру напряжений в сжатой зоне бетона как для изгибаемых элементов из условия

$$N_{Sd}e_{s1} \leq \alpha f_{cd} S_c + f_{yd} A_{sc} (d - c_1), \quad (6.242)$$

$$N_{Sd} \leq f_{yd} A_{s1} - f_{yd} A_{sc} - \alpha f_{cd} A_c \quad (6.243)$$

Для прямоугольных сечений

$$N_{Sd}e_{s1} \leq \alpha f_{cd} b x_{eff} (d - 0,5x_{eff}) + f_{yd} A_{sc} (d - c_1) \quad (6.244)$$

При этом высота сжатой зоны бетона определяется по формуле:

$$f_{yd} A_{s1} - f_{yd} A_{sc} - N_{Sd} = \alpha f_{cd} b x_{eff} \quad (6.245)$$

Если полученные из расчета по формуле (6.241) значения  $x_{eff} > \xi_{lim}d$ , в условии (6.242) следует подставлять  $x_{eff} = \xi_{lim}d$ , где  $\xi_{lim}$  определяется по формуле (6.224).

Формулы (6.242) и (6.243) допускается применять только в том случае, когда центр тяжести сжатой арматуры расположен к наиболее сжатой грани сечения ближе, чем центр тяжести сжатой зоны сечения. В противном случае прочность сечения внецентренно растянутого элемента с большим эксцентриситетом следует определять по формуле

$$N_{Sd} (e_{s1} + d - c_1) = f_{yd} A_{s1} (d - c_1) \quad (6.246)$$

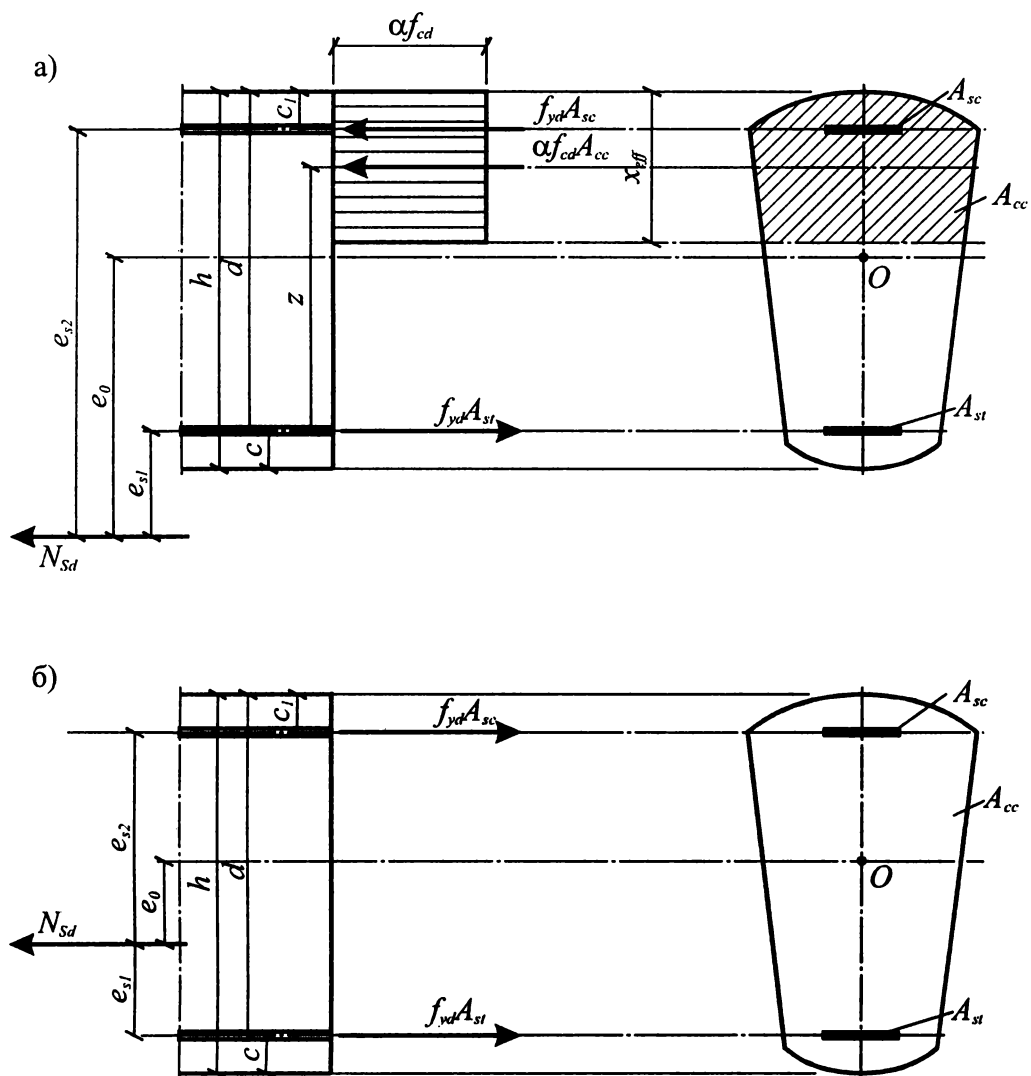
2) Расчет внецентренно растянутых элементов в случае малых эксцентриситетов (рис. 6.45б) производят исходя из следующих предпосылок:

- в работе сечения не учитывается растянутый бетон;
- напряжения во всей растянутой арматуре, расположенной в сечении, равны расчетному сопротивлению  $f_{yd}$ .

В соответствии с принятыми предпосылками расчет внецентренно растянутых элементов для этого случая производят из условий

$$N_{Sd}e_{s2} = f_{yd} A_{s1} (d - c_1) \quad (6.247)$$

$$N_{Sd}e_{s1} = f_{yd} A_{sc} (d - c_1) \quad (6.248)$$



**Рис. 6.49.** Схема усилий и эпюра напряжений в сечении, нормальном к продольной оси внецентренно растянутого железобетонного элемента при расчете по прочности  
 а) случай больших эксцентриситетов;  
 б) случай малых эксцентриситетов.

## ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА К ГЛАВЕ 6

### Изгибаемые элементы прямоугольного сечения

#### Пример 1.

##### Дано:

Прямоугольное сечение с размерами:  $b = 300$  мм,  $h = 600$  мм,  $c = 40$  мм (рис. 6.50).

Бетон тяжелый класса  $C^{12}/_{15}$  ( $f_{ck} = 12$  МПа,  $\gamma_c = 1,5$ ,  $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c = 12/1,5 = 8$  МПа).

Арматура класса S500 ( $f_{yk} = 500$  МПа,  $f_{yd} = 450$  МПа).

Изгибающий момент, действующий в сечении  $M_{Sd} = 200$  кН·м.

##### Требуется:

Определить площадь продольной арматуры.

##### Решение

Определяем величину коэффициента

$$\alpha_m = \frac{M_{Sd}}{\alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2} = \frac{200 \cdot 10^6}{0,85 \cdot 8 \cdot 300 \cdot 560^2} = 0,312.$$

Определяем граничную величину коэффициента

$$\alpha_{m,lim} = \omega_c \xi_{lim} (1 - k_2 \xi_{lim}).$$

По табл. 4.3 для бетона  $C^{12}/_{15}$  находим  $\epsilon_{cu} = 3,5$  ‰, по табл. 6.5  $\omega_c = 0,810$ ,  $k_2 = 0,416$ .

Для арматуры S500 при  $E_s = 20 \cdot 10^4$  МПа

$$\epsilon_{sy} = \frac{f_{cd}}{E_s} = \frac{450}{20 \cdot 10^4} = 2,25 \text{ ‰}.$$

Тогда

$$\xi_{lim} = \frac{\epsilon_{cu2}}{\epsilon_{sy} + \epsilon_{cu2}} = \frac{3,5}{2,25 + 3,5} = 0,609 \text{ и } \alpha_{m,lim} = 0,81 \cdot 0,609 (1 - 0,416 \cdot 0,609) = 0,368.$$

Поскольку выполняется условие  $\alpha_m = 0,312 < \alpha_{m,lim} = 0,368$ , растянутая арматура достигла предельных деформаций.

Тогда при  $C_0 = \frac{\omega_c}{k_2} = \frac{0,810}{0,416} = 1,947$  находим

$$\eta = \frac{z}{d} = 0,5 + \sqrt{0,25 - \frac{\alpha_m}{C_0}} = 0,5 + \sqrt{0,25 - \frac{0,312}{1,947}} = 0,799.$$

Величину требуемой площади растянутой продольной арматуры:

$$A_{st} = \frac{M_{Sd}}{f_{yd} \cdot z} = \frac{M_{Sd}}{f_{yd} \cdot \eta \cdot d} = \frac{200 \cdot 10^6}{450 \cdot 0,799 \cdot 560} = 993 \text{ мм}^2$$

Принимаем:  $4\varnothing 18$  S500 ( $A_{st} = 1018 \text{ мм}^2$ ).

Выполняем расчет с использованием табл. 6.7.

При  $\alpha_m = 0,312$  по табл. 6.7 устанавливаем, что деформированное состояние сечения соответствует области 2, что означает достижение растянутой арматурой предельных деформаций.

При  $\alpha_m = 0,312$  по табл. 6.7 находим  $\eta = 0,799$ , а величина требуемой площади растянутой арматуры  $A_{st} = 993 \text{ мм}^2$ .

Как видно, при использовании табл. 6.7 расчет можно существенно ускорить вычисления.

#### Пример 2.

##### Дано:

Прямоугольное сечение с размерами  $b = 300$  мм,  $h = 800$  мм,  $c = 70$  мм (рис. 6.51).

Бетон класса  $C^{20}/_{25}$  ( $f_{ck} = 20$  МПа,  $\gamma_c = 1,5$ ,  $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c = 20/1,5 = 13,4$  МПа).

Растянутая арматура класса S500 ( $f_{yk} = 500$  МПа,  $f_{yd} = 450$  МПа,  $E_s = 20 \cdot 10^4$  МПа),  $A_{st} = 1963 \text{ мм}^2$  ( $4\varnothing 25$  S500).

Изгибающий момент  $M_{Sd} = 520$  кН·м.

##### Требуется:

Проверить прочность сечения.

##### Решение

Расчет выполняем с использованием табл. 6.7.

Предполагаем, что деформированное состояние сечения соответствует области 2, и определяем величину относительной высоты сжатой зоны

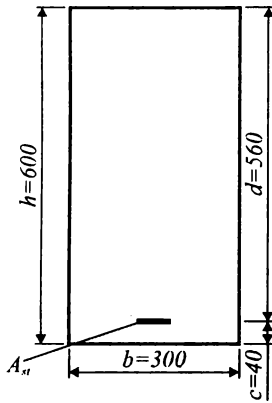


Рис. 6.50.

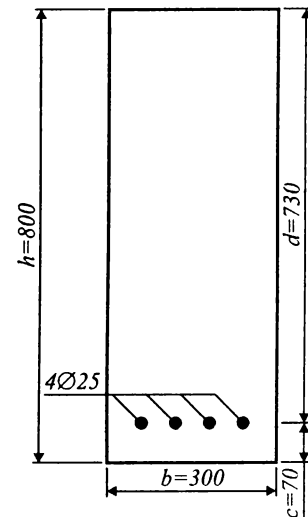


Рис. 6.51.

$$\xi = \frac{A_{st} \cdot f_{yd}}{\omega_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d} = \frac{1963 \cdot 450}{0,810 \cdot 0,85 \cdot 13,4 \cdot 300 \cdot 730} = 0,437.$$

По табл. 6.7 при  $\xi = 0,437$  находим  $\alpha_m = 0,289$ , что менее  $\alpha_{m,lim} = 0,368$ , а, следовательно, растянутая арматура достигла предельных деформаций.

Находим величину предельного изгибающего момента, воспринимаемого сечением

$$M_{Rd} = \alpha_m \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2 = 0,289 \cdot 0,85 \cdot 13,4 \cdot 300 \cdot 730^2 = 526,2 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Поскольку выполняется условие  $M_{Rd} = 526,2 > M_{Sd} = 520$  кН·м, прочность сечения обеспечена.

### Пример 3.

Дано:

Прямоугольное сечение с размерами:  $b = 300$  мм,  $h = 700$  мм,  $c = 50$  мм,  $c_1 = 30$  мм. Бетон класса  $C^{25}/_{30}$  ( $f_{ck} = 25$  МПа,  $\gamma_c = 1,5$ ,  $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c = 25/1,5 = 16,7$  МПа). Арматура класса S400 ( $f_{yk} = 400$  МПа,  $f_{yd} = 365$  МПа,  $E_s = 20 \cdot 10^4$  МПа). Площадь сжатой арматуры  $A_{sc} = 942$  мм<sup>2</sup> ( $3\emptyset 20$ ). Изгибающий момент  $M_{Sd} = 720$  кН·м.

Требуется:

Определить площадь растянутой арматуры.

Решение

Для арматуры S400 при  $E_s = 20 \cdot 10^4$  МПа

$$\varepsilon_{sy} = \frac{f_{cd}}{E_s} = \frac{365}{20 \cdot 10^4} = 1,825 \text{ ‰}.$$

Тогда

$$\alpha_{m,lim} = 0,810 \cdot 0,657(1 - 0,416 \cdot 0,657) = 0,387$$

Принимая  $k_{s2} = 1$  (полное использование сжатой арматуры), определяем величину требуемой площади арматуры в сжатой зоне сечения

$$A_{sc,prov} = \frac{M_{Sd} - \alpha_{m,lim} \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2}{k_{s2} \cdot f_{yd} (d - c_1)} = \frac{720 \cdot 10^6 - 0,387 \cdot 0,85 \cdot 16,7 \cdot 300 \cdot 650^2}{1 \cdot 365(650 - 30)} = 105 \text{ мм}^2.$$

По конструктивным соображениям в сечении установлено  $A_{sc} = 942$  мм<sup>2</sup>  $> 105$  мм<sup>2</sup>. С учетом того, что площадь конструктивной арматуры значительно превышает требуемую площадь  $A_{sc,prov} = 105$  мм<sup>2</sup>, дальнейший расчет выполняем при  $A_{sc} = 942$  мм<sup>2</sup>.

Определяем величину относительного изгибающего момента, воспринимаемого сжатой зоной бетона,

$$\alpha_m = \frac{M_{Sd} - k_{s2} \cdot f_{yd} \cdot A_{sc} (d - c_1)}{\alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2} = \frac{720 \cdot 10^6 - 1,0 \cdot 365 \cdot 942(650 - 30)}{0,85 \cdot 16,7 \cdot 300 \cdot 650^2} = 0,282,$$

Определяем величину относительной высоты сжатой зоны

$$\xi = \left( 0,5 - \sqrt{0,25 - \frac{\alpha_m}{C_0}} \right) / k_2 = \left( 0,5 - \sqrt{0,25 - \frac{0,282}{1,947}} \right) / 0,416 = 0,422,$$

По табл. 6.8 при  $c_1/d = 30/650 = 0,046$  получаем  $k_{s2} = 1,0$ .

Находим величину требуемой площади растянутой арматуры

$$A_{st} = \frac{\xi \cdot \omega_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d + k_{s2} \cdot f_{yd} \cdot A_{sc}}{f_{yd}} = \frac{0,422 \cdot 0,810 \cdot 0,85 \cdot 16,7 \cdot 300 \cdot 650 + 1 \cdot 365 \cdot 942}{365} = 3534 \text{ мм}^2.$$

Принимаем  $2\emptyset 36 + 2\emptyset 32$  ( $A_{st} = 3645$  мм<sup>2</sup>).

### Пример 4.

Дано:

Прямоугольное сечение размерами:  $b = 300$  мм,  $h = 700$  мм,  $c = 70$  мм,  $c_1 = 30$  мм (рис. 6.52).

Бетон тяжелый класса  $C^{25}/_{30}$

( $f_{ck} = 25$  МПа,  $\gamma_c = 1,5$ ,  $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c = 16,7$  МПа).

Арматура класса S500 ( $f_{yk} = 500$  МПа,  $f_{yd} = 450$  МПа). Площадь растянутой продольной арматуры  $A_{st} = 3217$  мм<sup>2</sup> ( $4\emptyset 32$ ), сжатой  $A_{sc} = 339$  мм<sup>2</sup> ( $3\emptyset 12$ ). Изгибающий момент  $M_{Sd} = 600$  кН·м.

Требуется:

Проверить прочность сечения.

Решение:

Принимая в первом приближении  $k_{s2} = 1,0$ , определяем величину относительной высоты сжатой зоны

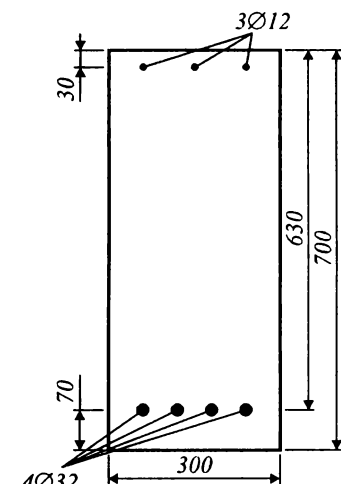


Рис. 6.52

$$\xi = \frac{A_{st} \cdot f_{yd} - A_{sc} \cdot k_{s2} \cdot f_{yd}}{\omega_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d} = \frac{3217 \cdot 450 - 339 \cdot 1 \cdot 450}{0,810 \cdot 0,85 \cdot 16,7 \cdot 300 \cdot 650} = 0,578.$$

По табл. 6.7 при  $\xi = 0,578$  находим  $\alpha_m = 0,355$ , что менее  $\alpha_{m,lim} = 0,368$  (для бетона  $C^{25}/_{30}$  и арматуры S500). По табл. 6.8 при  $x/d = 0,578$  и  $c_1/d = 30/650 = 0,046$  находим  $k_{s2} = 1,0$ .

Определяем величину изгибающего момента, воспринимаемого сечением

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= \alpha_m \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2 + A_{sc} \cdot k_{s2} \cdot f_{yd} (d - c_1) = \\ &= 0,355 \cdot 0,85 \cdot 16,7 \cdot 300 \cdot 650^2 + 339 \cdot 450(650 - 30) = \\ &= 733,3 \text{ кН}\cdot\text{м}. \end{aligned}$$

Поскольку  $M_{Rd} = 733,3 \text{ кН}\cdot\text{м} > M_{Sd} = 600 \text{ кН}\cdot\text{м}$  прочность сечения обеспечена.

### Изгибаемые элементы таврового сечения

#### Пример 5.

##### Дано:

Тавровое сечение, геометрические размеры которого показаны на рис. 6.53. Бетон тяжелый класса  $C^{25}/_{30}$  ( $f_{ck} = 25 \text{ МПа}$ ,  $\gamma_c = 1,5$ ,  $f_{cd} = 16,7 \text{ МПа}$ ). Арматура класса S500 ( $f_{yk} = 500 \text{ МПа}$ ,  $f_{yd} = 450 \text{ МПа}$ ). Изгибающий момент, действующий в сечении  $M_{Sd} = 110 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

##### Требуется:

Определить площадь растянутой арматуры.

##### Решение:

Для сечения с одиночным армированием проверяем условие, определяющее положение нейтральной оси.

Предполагаем, что нейтральная ось проходит по нижней грани полки, и определяем область деформирования для прямоугольного сечения с шириной  $b_{eff}$

$$\xi = \beta = \frac{h_f'}{d} = \frac{50}{360} = 0,139 < 0,167,$$

что указывает на то, что сечение находится в области деформирования Ia.

По формулам таблицы 6.6 находим величину изгибающего момента, воспринимаемого бетоном сечения, расположенным в пределах высоты полки,

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= \frac{1,25\xi^2(3\xi^2 - 12\xi + 4)}{(1 - \xi)^2} \alpha \cdot f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot d^2 = \\ &= \frac{1,25 \cdot 0,139^2(3 \cdot 0,139^2 - 12 \cdot 0,139 + 4)}{(1 - 0,139)^2} \cdot 0,85 \cdot 16,7 \cdot 800 \cdot 360^2 = \\ &= 114,6 \text{ кН}\cdot\text{м}. \end{aligned}$$

Поскольку выполняется условие  $M_{Sd} < M_{Rd}$ , нейтральная ось расположена в пределах полки. В связи с этим дальнейший расчет производим как прямоугольного сечения, имеющего размеры  $b = b_{eff} = 1500 \text{ мм}$ ,  $d = 360 \text{ мм}$ .

Определяем

$$\alpha_m = \frac{M_{Sd}}{\alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2} = \frac{110 \cdot 10^6}{0,85 \cdot 16,7 \cdot 800 \cdot 360^2} = 0,075.$$

По табл. 6.7 при  $\alpha_m = 0,075$  находим  $\eta = 0,951$ .

Находим величину требуемой площади растянутой арматуры

$$A_{st} = \frac{M_{Sd}}{f_{yd} \cdot \eta \cdot d} = \frac{110 \cdot 10^6}{450 \cdot 0,951 \cdot 360} = 714 \text{ мм}^2.$$

Принимаем:  $2\varnothing 22$  S500 ( $A_{st} = 760 \text{ мм}^2$ ).

#### Пример 6.

##### Дано:

Тавровое сечение с геометрическими размерами  $b_w = 300 \text{ мм}$ ,  $h = 500 \text{ мм}$ ,  $b_{eff} = 1000 \text{ мм}$ ,  $h_f' = 80 \text{ мм}$ ,  $c = 50 \text{ мм}$ ,  $c_1 = 40 \text{ мм}$ . Бетон тяжелый класса  $C^{30}/_{37}$  ( $f_{ck} = 30 \text{ МПа}$ ,  $\gamma_c = 1,5$ ,  $f_{cd} = 20 \text{ МПа}$ ). Арматура класса S400 ( $f_{yk} = 400 \text{ МПа}$ ,  $f_{yd} = 365 \text{ МПа}$ ). Изгибающий момент, действующий в сечении  $M_{Sd} = 350 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

##### Требуется:

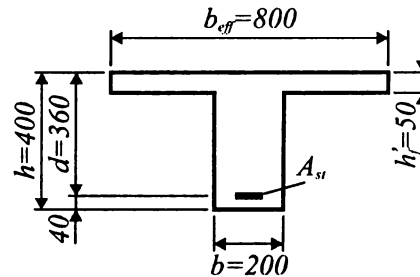


Рис. 6.53.



Определить площадь растянутой арматуры.

Решение:

Для сечения с одиночным армированием проверяем условие, определяющее положение нейтральной оси. Предполагаем, что нейтральная ось проходит по нижней грани полки, и определяем область деформирования для прямоугольного сечения с шириной  $b_{eff}$

$$\xi = \beta = \frac{h'_f}{d} = \frac{80}{450} = 0,178 > 0,167.$$

С учетом того, что  $\xi < 0,259$  можно сделать вывод о том, что сечение находится в области деформирования 1б.

По формулам таблицы 6.6 находим величину изгибающего момента, воспринимаемого бетоном, расположенным в пределах высоты полки,

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= (1,14\xi - 0,57\xi^2 - 0,07) \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot d^2 = \\ &= (1,14 \cdot 0,178 - 0,57 \cdot 0,178^2 - 0,07) \cdot 0,85 \cdot 20 \cdot 1000 \cdot 450^2 = \\ &= 395 \text{ кН}\cdot\text{м}. \end{aligned}$$

Поскольку выполняется условие  $M_{Sd} \leq M_{Rd}$ , нейтральная ось расположена в пределах полки. В связи с этим дальнейший расчет производим как прямоугольного сечения, имеющего размеры  $b = b_{eff} = 1000$  мм,  $d = 450$  мм.

Определяем

$$\alpha_m = \frac{M_{Sd}}{\alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2} = \frac{350 \cdot 10^6}{0,85 \cdot 20 \cdot 1000 \cdot 450^2} = 0,102.$$

По табл. 6.7 при  $\alpha_m = 0,102$  находим, что сечение находится в области деформирования 1а и  $\eta = 0,939$ . Находим величину требуемой площади растянутой арматуры

$$A_{st} = \frac{M_{Sd}}{f_{yd} \cdot \eta \cdot d} = \frac{350 \cdot 10^6}{365 \cdot 0,939 \cdot 450} = 2241 \text{ мм}^2.$$

Принимаем: 3Ø32 S400 ( $A_{st} = 2413 \text{ мм}^2$ ).

### Пример 7.

Дано:

Тавровое сечение с геометрическими размерами  $b_w = 300$  мм,  $h = 450$  мм,  $b_{eff} = 700$  мм,  $h'_f = 120$  мм,  $c = 50$  мм. Бетон тяжелый класса C<sup>20</sup>/<sub>25</sub> ( $f_{ck} = 20$  МПа,  $\gamma_c = 1,5$ ,  $f_{cd} = 13,3$  МПа). Арматура класса S500 ( $f_{yk} = 500$  МПа,  $f_{yd} = 450$  МПа). Изгибающий момент, действующий в сечении  $M_{Sd} = 300$  кН·м.

Требуется:

Определить площадь растянутой арматуры.

Решение:

Для сечения с одиночным армированием проверяем условие, определяющее положение нейтральной оси. Предполагаем, что нейтральная ось проходит по нижней грани полки, и определяем область деформирования для прямоугольного сечения с шириной  $b_{eff}$

$$\xi = \beta = \frac{h'_f}{d} = \frac{120}{400} = 0,3 > 0,259.$$

Сечение при таком положении нейтральной оси находится в области деформирования 2.

По формулам таблицы 6.6 находим величину изгибающего момента, воспринимаемого бетоном, расположенным в пределах высоты полки,

$$M_{Rd} = \left( \frac{17}{21} \xi - \frac{33}{98} \xi^2 \right) \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot d^2 = \left( \frac{17}{21} \cdot 0,3 - \frac{33}{98} \cdot 0,3^2 \right) \cdot 0,85 \cdot 13,3 \cdot 700 \cdot 400^2 = 269 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Поскольку условие  $M_{Sd} \leq M_{Rd}$  не выполняется, нейтральная ось расположена в пределах ребра. В связи с этим дальнейший расчет производим как таврового сечения, имеющего размеры ребра  $b_w = 300$  мм,  $d = 400$  мм.

Определяем граничную величину относительной высоту сжатой зоны бетона.

По табл. 6.6 для бетона C<sup>20</sup>/<sub>25</sub> находим  $\epsilon_{cu} = 3,5$  ‰,  $\omega_c = 0,810$ ,  $k_2 = 0,416$ .

Для арматуры S500 при  $E_s = 20 \cdot 10^4$  МПа

$$\epsilon_{sy} = \frac{f_{cd}}{E_s} = \frac{450}{20 \cdot 10^4} = 2,25 \text{ ‰}.$$

Тогда

$$\xi_{lim} = \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{sy} + \varepsilon_{cu2}} = \frac{3,5}{2,25 + 3,5} = 0,609 \text{ и } \alpha_{m,lim} = 0,810 \cdot 0,609(1 - 0,416 \cdot 0,609) = 0,368.$$

Определяем случай деформирования полки при высоте сжатой зоны сечения равной граничной.

Поскольку выполняется условие  $\frac{\xi}{\beta} = \frac{0,609}{0,3} = 2,03 < \frac{7}{3}$ , эпюра напряжений в бетоне полки имеет параболический участок.

Определяем величину изгибающего момента, воспринимаемого бетоном сжатой зоны при ее высоте равной граничной.

Для этого находим величину изгибающего момента, воспринимаемого бетоном, расположенным в пределах ширины ребра

$$M_{Rd1} = \alpha_{m,lim} \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d^2 = 0,368 \cdot 0,85 \cdot 13,3 \cdot 300 \cdot 400^2 = 199,7 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Вычисляем величину относительной деформации бетона на уровне нижней грани полки

$$\varepsilon_f = \frac{3,5(\xi - \beta)}{\xi} = \frac{3,5(0,609 - 0,3)}{0,609} = 1,776 \text{ ‰}$$

и величину изгибающего момента, воспринимаемого бетоном, расположенным в пределах свесов,

$$M_{Rd2} = \left\{ \alpha_{m,lim} - (\xi_{lim} - \beta) \varepsilon_f \left[ \left( \frac{1}{2} - \frac{\varepsilon_f}{12} \right) (1 - \xi_{lim}) + \left( \frac{1}{3} - \frac{\varepsilon_f}{16} \right) (\xi_{lim} - \beta) \right] \right\} \alpha \cdot f_{cd} \cdot (b_{eff} - b_w) d^2 =$$

$$= \left\{ 0,368 - (0,609 - 0,3) 1,776 \left[ \left( \frac{1}{2} - \frac{1,776}{12} \right) (1 - 0,609) + \left( \frac{1}{3} - \frac{1,776}{16} \right) (0,609 - 0,3) \right] \right\} \times 0,85 \cdot 13,3 \cdot (700 - 300) \cdot 400^2 =$$

$$= 184,3 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Определяем величину изгибающего момента, воспринимаемого бетоном сжатой зоны

$$M_{Rd} = M_{Rd1} + M_{Rd2} = 199,7 + 184,3 = 384 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Поскольку выполняется условие  $M_{sd} \leq M_{Rd}$ , сечение находится в стадии деформирования 2, а напряжение в растянутой арматуре достигло расчетного значения.

В связи с тем, что зависимость воспринимаемого бетоном изгибающего момента от высоты сжатой зоны имеет нелинейный характер, дальнейший расчет следует выполнять методом последовательных приближений в следующей последовательности.

Сначала рекомендуется определить наибольшее значение высоты сжатой зоны, отвечающее случаю равномерного распределения напряжений в полке.

Для этого случая

$$\alpha_m = \frac{M_{sd} - \alpha \cdot f_{cd} (b_{eff} - b) h'_f (d - 0,5 h'_f)}{\alpha \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d^2} =$$

$$= \frac{300 \cdot 10^6 - 0,85 \cdot 13,3 \cdot (700 - 400) \cdot 120 \cdot (400 - 0,5 \cdot 120)}{0,85 \cdot 13,3 \cdot 300 \cdot 400^2} =$$

$$= 0,298.$$

Соответствующее значение относительной высоты сжатой зоны  $\xi = 0,454$ .

Выполняем расчет, принимая это значение в качестве начального приближения.

Тогда величина изгибающего момента, воспринимаемого бетоном, расположенным в пределах ширины ребра

$$M_{Rd1} = \left( \frac{17}{21} \xi - \frac{33}{98} \xi^2 \right) \alpha \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d^2 = \left( \frac{17}{21} 0,5 - \frac{33}{98} 0,5^2 \right) 0,85 \cdot 13,3 \cdot 300 \cdot 400^2 = 161,8 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Вычисляем величину относительной деформации бетона на уровне нижней грани полки

$$\varepsilon_f = \frac{3,5(\xi - \beta)}{\xi} = \frac{3,5(0,454 - 0,3)}{0,454} = 1,187 \text{ ‰}$$

Вычисляем величину изгибающего момента, воспринимаемого бетоном, расположенным в пределах свесов,

$$M_{Rd2} = \left\{ \frac{17}{21} \xi - \frac{33}{98} \xi^2 - (\xi - \beta) \varepsilon_f \left[ \left( \frac{1}{2} - \frac{\varepsilon_f}{12} \right) (1 - \xi) + \left( \frac{1}{3} - \frac{\varepsilon_f}{16} \right) (\xi - \beta) \right] \right\} \alpha \cdot f_{cd} \cdot (b_{eff} - b_w) d^2 =$$

$$= \left\{ \frac{17}{21} 0,5 - \frac{33}{98} 0,5^2 - (0,454 - 0,3) 1,187 \left[ \left( \frac{1}{2} - \frac{1,187}{12} \right) (1 - 0,454) + \left( \frac{1}{3} - \frac{1,187}{16} \right) (0,454 - 0,3) \right] \right\} \times$$

$$0,85 \cdot 13,3 \cdot (700 - 300) \cdot 400^2 =$$

$$= 181,4 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Определяем величину изгибающего момента, воспринимаемого бетоном сжатой зоны,

$$M_{Rd} = M_{Rd1} + M_{Rd2} = 161,8 + 181,4 = 343,2 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

С учетом результатов выполненных вычислений величина относительной высоты сжатой зоны должна быть принята в диапазоне от 0,3 до 0,454.

Принимаем для дальнейшего расчета величину относительной высоты сжатой зоны, определенную по линейной интерполяции в зависимости от изгибающего момента,

$$\xi = \beta + \frac{M_{Sd} - M_{Rd}(\beta)}{M_{Rd}(\xi) - M_{Rd}(\beta)}(\xi - \beta) = 0,3 + \frac{300 - 269}{343,2 - 269}(0,454 - 0,3) = 0,364.$$

Тогда  $M_{Rd1} = 135,7$  кН·м,  $M_{Rd2} = 172,2$  кН·м и

$$M_{Rd} = M_{Rd1} + M_{Rd2} = 135,7 + 172,2 = 307,9 \text{ кН·м.}$$

Снова выполняем интерполяцию и находим уточненную величину относительной высоты сжатой зоны

$$\xi = \beta + \frac{M_{Sd} - M_{Rd}(\beta)}{M_{Rd}(\xi) - M_{Rd}(\beta)}(\xi - \beta) = 0,3 + \frac{300 - 269}{307,9 - 269}(0,364 - 0,3) = 0,351.$$

Тогда  $M_{Rd1} = 131,7$  кН·м,  $M_{Rd2} = 169,7$  кН·м и

$$M_{Rd} = M_{Rd1} + M_{Rd2} = 131,7 + 169,7 = 301,4 \text{ кН·м.}$$

Снова выполняем интерполяцию и находим уточненную величину относительной высоты сжатой зоны

$$\xi = \beta + \frac{M_{Sd} - M_{Rd}(\beta)}{M_{Rd}(\xi) - M_{Rd}(\beta)}(\xi - \beta) = 0,3 + \frac{300 - 269}{301,4 - 269}(0,351 - 0,3) = 0,347.$$

Тогда  $M_{Rd1} = 130,4$  кН·м,  $M_{Rd2} = 168,8$  кН·м, и

$$M_{Rd} = M_{Rd1} + M_{Rd2} = 130,4 + 168,8 = 299,2 \text{ кН·м.}$$

Снова выполняем интерполяцию и находим уточненное значение высоты сжатой зоны

$$\xi = \beta + \frac{M_{Sd} - M_{Rd}(\beta)}{M_{Rd}(\xi) - M_{Rd}(\beta)}(\xi - \beta) = 0,3 + \frac{300 - 269}{299,2 - 269}(0,347 - 0,3) = 0,348.$$

Тогда  $M_{Rd1} = 130,7$  кН·м,  $M_{Rd2} = 169,1$  кН·м, и

$$M_{Rd} = M_{Rd1} + M_{Rd2} = 130,7 + 169,1 = 299,8 \text{ кН·м.}$$

Дальнейшее уточнение не производим.

Вычисляем величину относительную деформацию бетона на уровне нижней грани полки

$$\varepsilon_f = \frac{3,5(\xi - \beta)}{\xi} = \frac{3,5(0,348 - 0,3)}{0,348} = 0,483 \text{ ‰.}$$

Определяем величину требуемой площади растянутой арматуры

$$A_{st} = \left\{ \frac{17}{21} \xi + \left[ \frac{17}{21} \xi - (\xi - \beta) \varepsilon_f \left( \frac{1}{2} - \frac{\varepsilon_f}{12} \right) \right] \left( \frac{b_{eff}}{b_w} - 1 \right) \right\} \frac{\alpha \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d}{f_{yd}} =$$

$$= \left\{ \frac{17}{21} 0,348 + \left[ \frac{17}{21} 0,348 - (0,348 - 0,3) 0,483 \left( \frac{1}{2} - \frac{0,483}{12} \right) \right] \left( \frac{700}{300} - 1 \right) \right\} \frac{0,85 \cdot 13,3 \cdot 300 \cdot 400}{450} =$$

$$= 1939 \text{ мм}^2.$$

Принимаем:  $2\varnothing 28 + \varnothing 32$  S500 ( $A_{st} = 2036 \text{ мм}^2$ ).

### Пример 8.

Дано:

Тавровое сечение с геометрическими размерами  $b_w = 250$  мм,  $h = 400$  мм,  $b_{eff} = 600$  мм,  $h_f' = 90$  мм,  $c = 40$  мм.

Бетон тяжелый класса C16<sup>16</sup>/<sub>20</sub> ( $f_{ck} = 16$  МПа,  $\gamma_c = 1,5$ ,  $f_{cd} = 10,3$  МПа). Арматура класса S400 ( $f_{yk} = 400$  МПа,  $f_{yd} = 365$  МПа). Изгибающий момент, действующий в сечении  $M_{Sd} = 190$  кН·м.

Требуется:

Определить площадь растянутой арматуры.

Решение:

Для сечения с одиночным армированием проверяем условие, определяющее положение нейтральной оси. Предполагаем, что нейтральная ось проходит по нижней грани полки, и определяем область деформирования для прямоугольного сечения с шириной  $b_{eff}$

$$\xi = \beta = \frac{h_f'}{d} = \frac{90}{360} = 0,250.$$

Поскольку выполняется условие  $0,167 < \xi < 0,259$ , сечение находится в области деформирования 1б.

По формулам таблицы 6.6 находим величину изгибающего момента, воспринимаемого бетоном, расположенным в пределах высоты полки,

$$\begin{aligned}
 M_{Rd} &= (1,14\xi - 0,57\xi^2 - 0,07) \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot d^2 = \\
 &= (1,14 \cdot 0,25 - 0,57 \cdot 0,25^2 - 0,07) \cdot 0,85 \cdot 10,3 \cdot 600 \cdot 360^2 = \\
 &= 122,1 \text{ кН}\cdot\text{м}.
 \end{aligned}$$

Поскольку условие  $M_{Sd} \leq M_{Rd}$  не выполняется, нейтральная ось расположена в пределах ребра. В связи с этим дальнейший расчет производим как таврового сечения, имеющего размеры ребра  $b_w = 250$  мм,  $d = 360$  мм.

Определяем величину изгибающего момента, воспринимаемого бетоном сжатой зоны, при величине ее относительной высоты, равной граничной между случаями 1б и 2., т.е. при  $\xi = 0,259$ .

Находим величину изгибающего момента, воспринимаемого бетоном, расположенным в пределах ширины ребра

$$\begin{aligned}
 M_{Rd1} &= (1,14\xi - 0,57\xi^2 - 0,07) \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot d^2 = \\
 &= (1,14 \cdot 0,259 - 0,57 \cdot 0,259^2 - 0,07) \cdot 0,85 \cdot 10,3 \cdot 250 \cdot 360^2 = \\
 &= 53,1 \text{ кН}\cdot\text{м}.
 \end{aligned}$$

Определяем случай деформирования полки при  $\xi = 0,259$ . Поскольку выполняется условие  $\xi \leq \frac{1}{6} + \frac{5}{6}\beta = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} \cdot 0,259 = 0,383$ , эпюра напряжений в бетоне полки имеет параболический участок.

Вычисляем величину относительной деформации бетона на уровне нижней грани полки

$$\varepsilon_f = 10 \frac{\xi - \beta}{1 - \xi} = 10 \frac{0,259 - 0,250}{1 - 0,259} = 0,12 \text{ ‰}.$$

Вычисляем величину изгибающего момента, воспринимаемого бетоном, расположенным в пределах свесов,

$$\begin{aligned}
 M_{Rd2} &= \left[ 1,14\xi - 0,57\xi^2 - 0,07 - \frac{\varepsilon_f^2}{20} \left( (1 - \xi)^2 - (1 - \xi)(\xi - \beta) - \frac{5}{4}(\xi - \beta)^2 \right) \right] \alpha \cdot f_{cd} \cdot (b_{eff} - b_w) d^2 = \\
 &= \left[ 1,14 \cdot 0,259 - 0,57 \cdot 0,259^2 - 0,07 - \frac{0,12^2}{20} \left( (1 - 0,259)^2 - (1 - 0,259)(0,259 - 0,250) - \frac{5}{4}(0,259 - 0,250)^2 \right) \right] 0,85 \cdot 10,3 \cdot (600 - 250) 360^2 = \\
 &= 74,1 \text{ кН}\cdot\text{м}.
 \end{aligned}$$

Определяем величину изгибающего момента, воспринимаемого бетоном сжатой зоны,

$$M_{Rd} = M_{Rd1} + M_{Rd2} = 53,1 + 74,1 = 127,2 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Поскольку выполняется условие  $M_{Sd} > M_{Rd}$ , сечение находится в области деформирования 2.

Предполагаем, что эпюра напряжений в бетоне полки является прямоугольной, и определяем величину относительного изгибающего момента, приходящуюся на бетон сечения, расположенный в пределах ширины ребра.

$$\begin{aligned}
 \alpha_m &= \frac{M_{Sd} - \beta(1 - 0,5\beta)\alpha \cdot f_{cd} \cdot (b_{eff} - b_w) d^2}{\alpha \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d^2} = \\
 &= \frac{190 \cdot 10^6 - 0,25(1 - 0,5 \cdot 0,25) 0,85 \cdot 10,3 \cdot (600 - 250) 360^2}{0,85 \cdot 10,3 \cdot 250 \cdot 360^2} = \\
 &= 0,363.
 \end{aligned}$$

Определяем величину относительной высоты сжатой зоны

$$\xi = \left( 0,5 - \sqrt{0,25 - \frac{0,363}{C_0}} \right) / k_2 = \left( 0,5 - \sqrt{0,25 - \frac{0,363}{1,947}} \right) / 0,416 = 0,596.$$

Определяем случай деформирования полки при такой величине относительной высоты сжатой зоны.

Поскольку выполняется условие  $\frac{\xi}{\beta} = \frac{0,596}{0,250} = 2,384 > \frac{7}{3}$ , прямоугольная эпюра напряжений в бетоне

полки была принята правильно.

Определяем граничную величину относительной высоту сжатой зоны бетона.

По табл. 6.5 для бетона C<sup>16</sup>/<sub>20</sub> находим  $\varepsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$ ,  $\omega_c = 0,810$ ,  $k_2 = 0,416$ .

Для арматуры S400 при  $E_s = 20 \cdot 10^4$  МПа

$$\varepsilon_{sy} = \frac{f_{cd}}{E_s} = \frac{365}{20 \cdot 10^4} = 1,825 \text{ ‰}.$$

Тогда

$$\xi_{lim} = \frac{\varepsilon_{cu2}}{\varepsilon_{sy} + \varepsilon_{cu2}} = \frac{3,5}{1,825 + 3,5} = 0,657.$$

Поскольку выполняется условие  $\xi < \xi_{lim}$ , положение нейтральной оси сечения определено правильно. Определяем величину требуемой площади растянутой арматуры

$$A_{st} = \frac{\frac{17}{21} \xi \alpha \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d + \beta \alpha \cdot f_{cd} \cdot (b_{eff} - b_w) \cdot d}{f_{yd}} =$$

$$= \frac{\frac{17}{21} \cdot 0,596 \cdot 0,85 \cdot 10,3 \cdot 250 \cdot 360 + 0,25 \cdot 0,85 \cdot 10,3 \cdot (600 - 250) \cdot 360}{365} =$$

$$= 1797 \text{ мм}^2.$$

Принимаем:  $3\text{Ø}28 \text{ S400}$  ( $A_{st} = 1847 \text{ мм}^2$ ).

### Пример 9.

#### Дано:

Тавровое сечение с геометрическими размерами  $b_w = 200 \text{ мм}$ ,  $h = 500 \text{ мм}$ ,  $b_{eff} = 600 \text{ мм}$ ,  $h'_f = 140 \text{ мм}$ ,  $c = 50 \text{ мм}$ . Бетон тяжелый класса  $C^{16}/_{20}$  ( $f_{ck} = 16 \text{ МПа}$ ,  $\gamma_c = 1,5$ ,  $f_{cd} = 10,7 \text{ МПа}$ ). Арматура класса S400 ( $f_{yk} = 400 \text{ МПа}$ ,  $f_{yd} = 365 \text{ МПа}$ ). Площадь растянутой продольной арматуры  $A_{st} = 1232 \text{ мм}^2$  ( $2\text{Ø}28$ )

#### Требуется:

Определить прочность сечения.

#### Решение:

Для сечения с одиночным армированием проверяем условие, определяющее положение нейтральной оси. Предполагаем, что нейтральная ось проходит по нижней грани полки, и определяем область деформирования для прямоугольного сечения с шириной  $b_{eff}$

$$\xi = \beta = \frac{h'_f}{d} = \frac{140}{450} = 0,311 > 0,259.$$

Сечение при таком положении нейтральной оси находится в области деформирования 2.

Находим величину расчетного усилия, воспринимаемого растянутой арматурой,

$$F_{st} = f_{yd} \cdot A_{st} = 365 \cdot 1232 = 449,7 \text{ кН}.$$

По формулам таблицы 6.5 находим величину усилия воспринимаемого бетоном полки

$$F_{cc} = \frac{17}{21} \beta \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot d^2 = \frac{17}{21} \cdot 0,311 \cdot 0,85 \cdot 10,7 \cdot 600 \cdot 450 = 618,2 \text{ кН}.$$

Поскольку выполняется условие  $F_{cc} > F_{st}$ , нейтральная ось расположена в пределах высоты полки. В связи с этим дальнейший расчет производим как прямоугольного сечения, имеющего ширину  $b_{eff} = 600 \text{ мм}$ ,  $d = 450 \text{ мм}$ .

Предполагаем, что сечение работает в области деформирования 2, и определяем величину относительной высоты сжатой зоны

$$\xi = \frac{f_{yd} \cdot A_{st}}{\frac{17}{21} \alpha \cdot f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot d} = \frac{365 \cdot 1232}{\frac{17}{21} \cdot 0,85 \cdot 10,7 \cdot 600 \cdot 450} = 0,226.$$

Поскольку  $\xi < 0,259$  сечение не работает в области деформирования 2.

Предполагаем, что сечение работает в области деформирования 1б, и определяем величину относительной высоты сжатой зоны

$$\xi = \left( 15 \frac{f_{yd} \cdot A_{st}}{\alpha \cdot f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot d} + 1 \right) / 16 = \left( 15 \frac{365 \cdot 1232}{0,85 \cdot 10,7 \cdot 600 \cdot 450} + 1 \right) / 16 = 0,234.$$

Определяем величину изгибающего момента, воспринимаемого сечением,

$$M_{Rd} = (1,14\xi - 0,57\xi^2 - 0,07) \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot d^2 =$$

$$= (1,14 \cdot 0,234 - 0,57 \cdot 0,234^2 - 0,07) \cdot 0,85 \cdot 10,7 \cdot 600 \cdot 450^2 =$$

$$= 182,9 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

### Пример 10.

#### Дано:

Тавровое сечение с геометрическими размерами  $b_w = 250 \text{ мм}$ ,  $h = 750 \text{ мм}$ ,  $b_{eff} = 650 \text{ мм}$ ,  $h'_f = 100 \text{ мм}$ ,  $c = 50 \text{ мм}$ . Бетон тяжелый класса  $C^{16}/_{20}$  ( $f_{ck} = 16 \text{ МПа}$ ,  $\gamma_c = 1,5$ ,  $f_{cd} = 10,7 \text{ МПа}$ ). Арматура класса S500 ( $f_{yk} = 500 \text{ МПа}$ ,  $f_{yd} = 450 \text{ МПа}$ ). Площадь растянутой продольной арматуры  $A_{st} = 1473 \text{ мм}^2$  ( $3\text{Ø}25$ )

**Требуется:**

Определить прочность сечения.

**Решение:**

Для сечения с одиночным армированием проверяем условие, определяющее положение нейтральной оси. Предполагаем, что нейтральная ось проходит по нижней грани полки, и определяем область деформирования для прямоугольного сечения с шириной  $b_{eff}$

$$\xi = \beta = \frac{h'_f}{d} = \frac{100}{700} = 0,143 < 0,167.$$

Сечение при таком положении нейтральной оси находится в области деформирования *1a*.

Находим величину расчетного усилия, воспринимаемого растянутой арматурой,

$$F_{st} = f_{yd} \cdot A_{st} = 450 \cdot 1473 = 662,9 \text{ кН.}$$

По формулам таблицы 6.6 находим величину усилия, воспринимаемого бетоном, расположенным в пределах высоты полки,

$$F_{cc} = \frac{5\beta^2 \left(1 - \frac{8}{3}\beta\right)}{(1-\beta)^2} \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot d = \frac{5 \cdot 0,143^2 \left(1 - \frac{8}{3} \cdot 0,143\right)}{(1-0,143)^2} \cdot 0,85 \cdot 10,7 \cdot 650 \cdot 700 = 356,4 \text{ кН.}$$

Поскольку условие  $F_{cc} > F_{st}$  не выполняется, нейтральная ось расположена в пределах высоты ребра. В связи с этим дальнейший расчет производим как для таврового сечения с шириной ребра  $b_w = 250$  мм,  $d = 700$  мм.

Определяем величину усилия, воспринимаемого бетоном сечения при высоте сжатой зоны 0,167, соответствующей границе между областями деформирования *1a* и *1б*.

Вычисляем величину продольного усилия, воспринимаемого бетоном, расположенным в пределах ширины ребра,

$$F_{cc1} = \frac{5\xi^2 \left(1 - \frac{8}{3}\xi\right)}{(1-\xi)^2} \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d = \frac{5 \cdot 0,167^2 \left(1 - \frac{8}{3} \cdot 0,167\right)}{(1-0,167)^2} \cdot 0,85 \cdot 10,7 \cdot 250 \cdot 700 = 177,4 \text{ кН}$$

Вычисляем величину относительной деформации бетона на уровне нижней грани полки

$$\varepsilon_f = \frac{10(\xi - \beta)}{1 - \xi} = \frac{10(0,167 - 0,143)}{1 - 0,167} = 0,288 \text{ ‰.}$$

Вычисляем величину продольного усилия, воспринимаемого бетоном, расположенным в пределах свесов,

$$F_{cc2} = \left[ \frac{5\xi^2 \left(1 - \frac{8}{3}\xi\right)}{(1-\xi)^2} - \frac{(\xi - \beta)\varepsilon_f}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_f}{6}\right) \right] \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot (b_{eff} - b_w) \cdot d =$$
$$= \left[ \frac{5 \cdot 0,167^2 \left(1 - \frac{8}{3} \cdot 0,167\right)}{(1-0,167)^2} - \frac{(0,167 - 0,143) \cdot 0,288}{2} \left(1 - \frac{0,288}{6}\right) \right] \cdot 0,85 \cdot 10,7 \cdot (650 - 250) \cdot 700 =$$
$$= 275,5 \text{ кН.}$$

Определяем величину продольного усилия, воспринимаемого бетоном сжатой зоны, при  $\xi = 0,167$

$$F_{cc}(0,167) = F_{cc1} + F_{cc2} = 177,4 + 275,5 = 452,9 \text{ кН.}$$

Определяем величину усилия, воспринимаемого бетоном сечения при высоте сжатой зоны 0,259, соответствующей границе между областями деформирования *1б* и *2*.

Вычисляем величину продольного усилия, воспринимаемого бетоном, расположенным в пределах ширины ребра,

$$F_{cc1} = \frac{16\xi - 1}{15} \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d = \frac{16 \cdot 0,259 - 1}{15} \cdot 0,85 \cdot 10,7 \cdot 250 \cdot 700 = 333,6 \text{ кН}$$

Вычисляем величину относительной деформации бетона на уровне нижней грани полки

$$\varepsilon_f = \frac{10(\xi - \beta)}{1 - \xi} = \frac{10(0,259 - 0,143)}{1 - 0,259} = 1,565 \text{ ‰}$$

Вычисляем величину продольного усилия, воспринимаемого бетоном, расположенным в пределах свесов,

$$F_{cc2} = \left[ \frac{16\xi - 1}{15} - \frac{(\xi - \beta)\varepsilon_f}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_f}{6}\right) \right] \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot (b_{eff} - b_w) \cdot d =$$

$$= \left[ \frac{16 \cdot 0,259 - 1}{15} - \frac{(0,259 - 0,143)1,565}{2} \left( 1 - \frac{1,565}{6} \right) \right] \cdot 0,85 \cdot 10,7 \cdot (650 - 250) \cdot 700 =$$

$$= 362,9 \text{ кН.}$$

Определяем величину продольного усилия, воспринимаемого бетоном сжатой зоны, при  $\xi = 0,259$   
 $F_{cc}(0,259) = F_{cc1} + F_{cc2} = 333,6 + 362,9 = 696,5 \text{ кН.}$

Поскольку выполняется условие  $F_{cc}(0,167) < F_{st} < F_{cc}(0,259)$ , сечение работает в области деформирования 1б.

В связи с тем, что зависимость величины воспринимаемого бетоном усилия от величины высоты сжатой зоны имеет нелинейный характер, дальнейший расчет следует выполнять методом последовательных приближений в следующей последовательности.

Принимаем для дальнейшего расчета значение относительной высоты сжатой зоны, определенное по линейной интерполяции в зависимости от величины усилия

$$\xi = 0,167 + \frac{F_{st} - F_{cc}(0,167)}{F_{cc}(0,259) - F_{cc}(0,167)}(0,259 - 0,167)$$

$$= 0,167 + \frac{662,9 - 452,9}{696,5 - 452,9}(0,259 - 0,167) = 0,246.$$

Тогда  $F_{cc1} = 311,5 \text{ кН}$ ,  $F_{cc2} = 360,1 \text{ кН}$  и  $F_{cc} = F_{cc1} + F_{cc2} = 311,5 + 360,1 = 671,6 \text{ кН}$ .

Снова выполняем интерполяцию и находим уточненную величину относительной высоты сжатой зоны

$$\xi = 0,167 + \frac{F_{st} - F_{cc}(0,167)}{F_{cc}(0,246) - F_{cc}(0,167)}(0,246 - 0,167)$$

$$= 0,167 + \frac{662,9 - 452,9}{671,6 - 452,9}(0,246 - 0,167) = 0,242.$$

Тогда  $F_{cc1} = 304,7 \text{ кН}$ ,  $F_{cc2} = 358,8 \text{ кН}$  и  $F_{cc} = F_{cc1} + F_{cc2} = 311,5 + 360,1 = 663,5 \text{ кН}$ .

Дальнейшее уточнение не производим.

Вычисляем величину относительной деформации бетона на уровне нижней грани полки

$$\varepsilon_f = \frac{10(\xi - \beta)}{1 - \xi} = \frac{10(0,246 - 0,143)}{1 - 0,246} = 1,366.$$

По формулам таблицы 6.6 находим величину изгибающего момента, воспринимаемого бетоном, расположенным в пределах ширины ребра,

$$M_{Rd1} = (1,14\xi - 0,57\xi^2 - 0,07) \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d^2 =$$

$$= (1,14 \cdot 0,242 - 0,57 \cdot 0,242^2 - 0,07) \cdot 0,85 \cdot 10,7 \cdot 250 \cdot 700^2 =$$

$$= 192,2 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

По формулам таблицы 6.9 находим величину изгибающего момента, воспринимаемого бетоном, расположенным в пределах свесов,

$$M_{Rd2} = \left[ 1,14\xi - 0,57\xi^2 - 0,07 + \frac{\varepsilon_f^2}{20} \left( (1 - \xi)^2 - (1 - \xi)(\xi - \beta) - \frac{5}{4}(\xi - \beta)^2 \right) \right] \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot (b_{eff} - b_w) \cdot d^2 =$$

$$= \left[ \frac{1,366^2}{20} \left( (1 - 0,242)^2 - (1 - 0,242)(0,242 - 0,143) - \frac{5}{4}(0,242 - 0,143)^2 \right) \right]$$

$$\cdot 0,85 \cdot 10,7 \cdot (650 - 250) \cdot 700^2 =$$

$$= 248,1 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Определяем величину изгибающего момента, воспринимаемого сечением,

$$M_{Rd} = M_{Rd1} + M_{Rd2} = 192,2 + 248,1 = 440,3 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

### Пример 11.

Дано:

Тавровое сечение с геометрическими размерами  $b_w = 200 \text{ мм}$ ,  $h = 400 \text{ мм}$ ,  $b_{eff} = 1200 \text{ мм}$ ,  $h'_f = 60 \text{ мм}$ ,  $c = 50 \text{ мм}$ ,  $c_1 = 30 \text{ мм}$ . Бетон тяжелый класса  $C^{25}/_{30}$  ( $f_{ck} = 25 \text{ МПа}$ ,  $\gamma_c = 1,5$ ,  $f_{cd} = 16,7 \text{ МПа}$ ). Продольная арматура класса S500 ( $f_{yk} = 500 \text{ МПа}$ ,  $f_{yd} = 450 \text{ МПа}$ ). В сжатой зоне установлена арматура, площадь которой составляет  $A_{sc} = 339 \text{ мм}^2$  ( $3\varnothing 12$ ). Изгибающий момент  $M_{Sd} = 300 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

Требуется:

Определить площадь растянутой арматуры.

**Решение:**

Для сечения с двойным армированием проверяем условие, определяющее положение нейтральной оси. Предполагаем, что нейтральная ось проходит по нижней грани полки, и определяем область деформирования для прямоугольного сечения с шириной  $b_{eff}$

$$\xi = \beta = \frac{h_f'}{d} = \frac{60}{360} = 0,167.$$

Сечение при таком положении нейтральной оси находится в области деформирования 1а. Определяем величину относительных деформаций сжатой арматуры

$$\varepsilon_{sc} = 10 \frac{\xi - c_1}{1 - \xi} = 10 \frac{0,167 - \frac{30}{360}}{1 - 0,167} = 1,00 \text{ ‰}$$

Величина коэффициента  $k_{s2}$  равна

$$k_{s2} = \frac{\varepsilon_{sc}}{\varepsilon_{sy}} = \frac{\varepsilon_{sc} \cdot E_s}{f_{yd}} = \frac{0,001 \cdot 2 \cdot 10^5}{450} = 0,444.$$

Тогда

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= \frac{1,25\xi^2(3\xi^2 - 12\xi + 4)}{(1 - \xi)^2} \alpha \cdot f_{cd} \cdot b_{eff} \cdot d^2 + k_{s2} \cdot f_{yd} \cdot A_{sc} (d - c_1) = \\ &= \frac{1,25 \cdot 0,167^2 (3 \cdot 0,167^2 - 12 \cdot 0,167 + 4)}{(1 - 0,167)^2} \cdot 0,85 \cdot 16,7 \cdot 1200 \cdot 360^2 + 0,444 \cdot 450 \cdot 339 \cdot (360 - 30) = \\ &= 253 \text{ кН}\cdot\text{м}. \end{aligned}$$

Поскольку условие  $M_{sd} < M_{Rd}$ , не выполняется, нейтральная ось располагается в пределах высоты ребра сечения.

Определяем величину изгибающего момента, воспринимаемого бетоном, при относительной высоте сжатой зоны  $\xi = 0,259$ , соответствующей границе между областями деформирования 1б и 2.

Определяем величину относительных деформаций сжатой арматуры

$$\varepsilon_{sc} = 10 \frac{\xi - c_1}{1 - \xi} = 10 \frac{0,259 - \frac{30}{360}}{1 - 0,259} = 2,37 \text{ ‰}$$

Величина коэффициента  $k_{s2}$  равна

$$k_{s2} = \frac{\varepsilon_{sc}}{\varepsilon_{sy}} = \frac{\varepsilon_{sc} \cdot E_s}{f_{yd}} = \frac{0,00237 \cdot 2 \cdot 10^5}{450} = 1,053 > 1. \text{ Принимаем } k_{s2} = 1,0.$$

Вычисляем величину относительной деформации бетона на уровне нижней грани полки

$$\varepsilon_f = \frac{10(\xi - \beta)}{1 - \xi} = \frac{10(0,259 - 0,167)}{1 - 0,259} = 1,242 \text{ ‰},$$

что означает наличие параболического участка эпюры в бетоне полки.

По формулам таблицы 6.6 находим величину изгибающего момента, воспринимаемого бетоном, расположенным в пределах ширины ребра,

$$\begin{aligned} M_{Rd1} &= (1,14\xi - 0,57\xi^2 - 0,07) \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d^2 = \\ &= (1,14 \cdot 0,259 - 0,57 \cdot 0,259^2 - 0,07) \cdot 0,85 \cdot 10,7 \cdot 200 \cdot 360^2 = \\ &= 68,8 \text{ кН}\cdot\text{м}. \end{aligned}$$

По формулам таблицы 6.9 находим величину изгибающего момента, воспринимаемого бетоном, расположенным в пределах свесов,

$$\begin{aligned} M_{Rd2} &= \left[ 1,14\xi - 0,57\xi^2 - 0,07 - \frac{\varepsilon_f^2}{20} \left( (1 - \xi)^2 - (1 - \xi)(\xi - \beta) - \frac{5}{4}(\xi - \beta)^2 \right) \right] \times \alpha \cdot f_{cd} \cdot (b_{eff} - b_w) \cdot d^2 = \\ &= \left[ 1,14 \cdot 0,259 - 0,57 \cdot 0,259^2 - 0,07 - \frac{1,242^2}{20} \left( (1 - 0,259)^2 - (1 - 0,259)(0,259 - 0,167) - \frac{5}{4}(0,259 - 0,167)^2 \right) \right] \times \\ &= 277,3 \text{ кН}\cdot\text{м}. \end{aligned}$$

Находим величину изгибающего момента, воспринимаемого сжатой арматурой,

$$M_{Rd3} = k_{s2} \cdot f_{yd} \cdot A_{sc} (d - c_1) = 1,0 \cdot 450 \cdot 339 \cdot (360 - 30) = 48,8 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Определяем величину изгибающего момента, воспринимаемого сжатой зоной, при относительной высоте сжатой зоны  $\xi = 0,259$



$$M_{Rd} = M_{Rd1} + M_{Rd2} + M_{Rd3} = 68,8 + 277,3 + 48,8 = 394,9 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Поскольку выполняется условие  $M_{Sd} < M_{Rd}$ , сечение находится в области деформирования 1б.

В связи с тем, что зависимость величины воспринимаемого сжатой зоной сечения изгибающего момента от величины относительной высоты сжатой зоны имеет нелинейный характер, дальнейший расчет следует выполнять методом последовательных приближений в следующей последовательности.

Принимаем для дальнейшего расчета значение относительной высоты сжатой зоны, определенное по линейной интерполяции в зависимости от величины изгибающего момента

$$\xi = \beta + \frac{M_{Sd} - M_{Rd}(\beta)}{M_{Rd}(\xi) - M_{Rd}(\beta)}(\xi - \beta) = 0,167 + \frac{300 - 253}{394,9 - 253}(0,259 - 0,167) = 0,197.$$

Тогда  $M_{Rd1} = 48,7$  кН·м,  $M_{Rd2} = 227,5$  кН·м,  $M_{Rd3} = 31,7$  кН·м и

$$M_{Rd} = M_{Rd1} + M_{Rd2} + M_{Rd3} = 48,7 + 227,5 + 31,7 = 307,9 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Снова выполняем интерполяцию и находим уточненную величину относительной высоты сжатой зоны

$$\xi = \beta + \frac{M_{Sd} - M_{Rd}(\beta)}{M_{Rd}(\xi) - M_{Rd}(\beta)}(\xi - \beta) = 0,167 + \frac{300 - 253}{307,9 - 253}(0,197 - 0,167) = 0,192.$$

Тогда  $M_{Rd1} = 47,0$  кН·м,  $M_{Rd2} = 223,2$  кН·м,  $M_{Rd3} = 30,1$  кН·м.

$$M_{Rd} = M_{Rd1} + M_{Rd2} + M_{Rd3} = 47,0 + 223,2 + 30,1 = 300,3 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Дальнейшее уточнение не производим.

Определяем величину усилия, воспринимаемого сжатой зоной сечения, при найденной относительной высоте сжатой зоны.

Вычисляем величину продольного усилия, воспринимаемого бетоном, расположенным в пределах ширины ребра,

$$F_{cc1} = \frac{16\xi - 1}{15} \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d = \frac{16 \cdot 0,192 - 1}{15} \cdot 0,85 \cdot 16,7 \cdot 200 \cdot 360 = 141,2 \text{ кН}.$$

Вычисляем величину относительной деформации бетона на уровне нижней грани полки

$$\varepsilon_f = \frac{10(\xi - \beta)}{1 - \xi} = \frac{10(0,192 - 0,167)}{1 - 0,192} = 0,309 \text{ ‰}$$

Вычисляем величину продольного усилия, воспринимаемого бетоном, расположенным в пределах свесов,

$$F_{cc2} = \left[ \frac{16\xi - 1}{15} - \frac{(\xi - \beta)\varepsilon_f}{2} \left( 1 - \frac{\varepsilon_f}{6} \right) \right] \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot (b_{eff} - b_w) \cdot d =$$

$$= \left[ \frac{16 \cdot 0,192 - 1}{15} - \frac{(0,192 - 0,167)0,309}{2} \left( 1 - \frac{0,309}{6} \right) \right] \cdot 0,85 \cdot 16,7 \cdot (1200 - 200) \cdot 360 =$$

$$= 687,2 \text{ кН}.$$

Определяем величину относительных деформаций сжатой арматуры

$$\varepsilon_{sc} = 10 \frac{\xi - \frac{c_l}{d}}{1 - \xi} = 10 \frac{0,192 - \frac{30}{360}}{1 - 0,192} = 1,345 \text{ ‰}$$

Величина коэффициента  $k_{s2}$  равна

$$k_{s2} = \frac{\varepsilon_{sc}}{\varepsilon_{sy}} = \frac{\varepsilon_{sc} \cdot E_s}{f_{yd}} = \frac{0,001345 \cdot 2 \cdot 10^5}{450} = 0,598.$$

Вычисляем величину продольного усилия, воспринимаемого сжатой арматурой,

$$F_{sc} = k_{s2} \cdot f_{yd} \cdot A_{sc} = 0,598 \cdot 450 \cdot 339 = 91,2 \text{ кН}.$$

Величина полного усилия, воспринимаемого сжатой зоной сечения, при найденной высоте сжатой зоны составила

$$F_c = F_{cc1} + F_{cc2} + F_{sc} = 141,2 + 687,2 + 91,2 = 919,6 \text{ кН}.$$

Величина требуемой площади растянутой арматуры

$$A_{st} = \frac{F_c}{f_{yd}} = \frac{919,6 \cdot 10^3}{450} = 2044 \text{ мм}^2.$$

Принимаем  $\varnothing 25 + 2\varnothing 32$  S500 ( $A_{st} = 2100 \text{ мм}^2$ ).

## Внецентренно сжатые элементы

### Пример 12.

#### Дано:

Колонна многоэтажного рамного каркаса с размерами сечения  $b = 400$  мм,  $h = 600$  мм,  $c = 50$  мм,  $c_1 = 50$  мм. Бетон тяжелый класса  $C^{35}/_{45}$  ( $f_{ck} = 35$  МПа,  $\gamma_c = 1,5$ ,  $f_{cd} = 35/1,5 = 23,3$  МПа). Арматура класса S500 ( $f_{yk} = 500$  МПа,  $f_{yd} = 450$  МПа) симметрично расположена в сечении. В расчетном сечении действует продольная сила  $N_{Sd} = 2000$  кН и изгибающий момент  $M_{Sd} = 450$  кН·м, определенный с учетом случайного эксцентриситета и влияния продольного изгиба. Расчетная длина колонны 7,2 м

#### Требуется:

Определить площадь сечения арматуры.

#### Решение:

С учетом условий задачи величина полного эксцентриситета приложения продольной силы равна  $e_{tot} = e_0 = M_{Sd}/N_{Sd} = 450/2000 = 0,225$  м = 225 мм.

Величина изгибающего момента относительно центра тяжести растянутой арматуры равна:

$$M_{Sd1} = N_{Sd} \cdot e_{s1} = N_{Sd}(e_{tot} + 0,5h - c) = 2000(0,225 + 0,5 \cdot 0,6 - 0,05) = 950 \text{ кН·м.}$$

Предполагаем, что сечение находится в области деформирования 2, и определяем (для симметрично армированного элемента) величину относительной высоты сжатой зоны:

$$\xi = \frac{N_{Sd}}{\omega_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d} = \frac{2000 \cdot 10^3}{0,810 \cdot 0,85 \cdot 23,3 \cdot 400 \cdot 550} = 0,567.$$

Для бетона класса  $C^{35}/_{45}$  и арматуры класса S500 по таблице 6.7 находим  $\xi_{lim} = 0,610$  и  $\alpha_{lim} = 0,368$ .

Поскольку выполняется условие  $\xi < \xi_{lim}$ , сечение находится в области деформирования 2 и коэффициенты  $k_{s1} = 1,0$  и  $k_{s2} = 1,0$ .

Находим величину требуемой площади сжатой арматуры

$$A_{sc} = \frac{M_{Sd1} - \alpha_{lim} \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2}{k_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (d - c_1)} = \frac{950 \cdot 10^6 - 0,368 \cdot 0,85 \cdot 23,3 \cdot 400 \cdot 550^2}{1,0 \cdot 450 \cdot (550 - 50)} = 303 \text{ мм}^2.$$

Поскольку гибкость колонны  $\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{l_0}{0,289h} = \frac{7200}{0,289 \cdot 600} = 41,5$  минимальный процент армирования,

установленный нормами, равен 0,20 %. Тогда величины площадей как сжатой, так и растянутой арматуры должны быть не менее  $A_{s,min} = \mu_{min} \cdot b \cdot d = 0,20 \cdot 400 \cdot 550 / 100 = 440 \text{ мм}^2$ .

Окончательно принимаем для сжатой и растянутой арматуры 2Ø18 S500 ( $A_{sc} = A_{st} = 508 \text{ мм}^2$ ).

### Пример 13.

#### Дано:

Колонна многоэтажного рамного каркаса с размерами сечения  $b = 400$  мм,  $h = 400$  мм,  $c = 40$  мм,  $c_1 = 40$  мм. Бетон тяжелый класса  $C^{30}/_{37}$  ( $f_{ck} = 30$  МПа,  $\gamma_c = 1,5$ ,  $f_{cd} = 30/1,5 = 20$  МПа). Арматура класса S400 ( $f_{yk} = 400$  МПа,  $f_{yd} = 365$  МПа) симметрично расположена в сечении. В расчетном сечении действует продольная сила  $N_{Sd} = 1400$  кН и изгибающий момент  $M_{Sd} = 266$  кН·м, определенный с учетом случайного эксцентриситета и влияния продольного изгиба. Расчетная длина колонны 3,6 м

#### Требуется:

Определить площадь сечения арматуры.

#### Решение:

С учетом условий задачи величина полного эксцентриситета приложения продольной силы равна  $e_{tot} = e_0 = M_{Sd}/N_{Sd} = 266/1400 = 0,19$  м = 190 мм.

Величина изгибающего момента относительно центра тяжести растянутой арматуры равна:

$$M_{Sd1} = N_{Sd} \cdot e_{s1} = N_{Sd}(e_{tot} + 0,5h - c) = 1400(0,19 + 0,5 \cdot 0,4 - 0,04) = 490 \text{ кН·м.}$$

Предполагаем, что сечение находится в области деформирования 2, и определяем (для симметрично армированного элемента) величину относительной высоты сжатой зоны:

$$\xi = \frac{N_{Sd}}{\omega_c \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d} = \frac{1400 \cdot 10^3}{0,810 \cdot 0,85 \cdot 20 \cdot 400 \cdot 360} = 0,706.$$

Для бетона класса  $C^{35}/_{45}$  и арматуры класса S400 по таблице 6.7 находим  $\xi_{lim} = 0,657$ .

Поскольку условие  $\xi < \xi_{lim}$  не выполняется, сечение находится в области деформирования 3 и коэффициенты  $k_{s1} < 1,0$  и  $k_{s2} = 1,0$ .

В связи с тем, что напряжения в растянутой арматуре при нахождении сечения в этой области деформирования отличаются от принятых ранее для определения относительной высоты сжатой зоны, необходимо выполнить дальнейший расчет с учетом того, что напряжение в растянутой арматуре зависит от высоты сжатой зоны.

Находим величину площади сжатой арматуры при найденной выше величине относительной высоты сжатой зоны

$$A_{sc} = \frac{M_{Sd1} - \alpha_m \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2}{k_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (d - c_1)} = \frac{M_{Sd1} - \left( \frac{17}{21} \xi - \frac{33}{98} \xi^2 \right) \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2}{k_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (d - c_1)} =$$

$$= \frac{490 \cdot 10^6 - \left( \frac{17}{21} 0,706 - \frac{33}{98} 0,706^2 \right) \cdot 0,85 \cdot 20 \cdot 400 \cdot 360^2}{1,0 \cdot 365 \cdot (360 - 40)} =$$

$$= 1149 \text{ мм}^2.$$

Полученную величину площади можно рассматривать как нижнюю границу поиска требуемой площади арматуры.

Находим величину площади сжатой арматуры при величине относительной высоты сжатой зоны равной граничной  $\xi_{lim} = 0,657$  ( $\alpha_{m,lim} = 0,387$ )

$$A_{sc} = \frac{M_{Sd1} - \alpha_{m,lim} \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2}{k_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (d - c_1)} = \frac{490 \cdot 10^6 - 0,387 \cdot 0,85 \cdot 20 \cdot 400 \cdot 360^2}{1,0 \cdot 365 \cdot (360 - 40)} = 1275 \text{ мм}^2.$$

Полученную величину площади можно рассматривать как верхний предел поиска требуемой площади арматуры.

Поскольку гибкость колонны  $\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{l_0}{0,289h} = \frac{3600}{0,289 \cdot 400} = 31,1$  минимальный процент армирования,

установленный нормами, равен  $0,15\%$ . Тогда величины площадей как сжатой, так и растянутой арматуры должны быть не менее  $A_{s,min} = 0,01 \mu_{min} \cdot b \cdot d = 0,01 \cdot 0,15 \cdot 400 \cdot 360 = 216 \text{ мм}^2$ .

Принимаем в качестве первого приближения армирование  $2\varnothing 28 \text{ S400}$  ( $A_{sc} = A_{st} = 1232 \text{ мм}^2$ ), что больше минимального значения и примерно соответствует среднему из полученных выше величин.

Принимаем величину относительной высоты сжатой зоны равной  $\xi = 0,682$ , т.е. примерно равной средней из полученных выше величин.

Величина относительной деформации растянутой арматуры

$$\varepsilon_{s1} = \frac{3,5(1 - \xi)}{\xi} = \frac{3,5(1 - 0,682)}{0,682} = 1,632 \text{ ‰}$$

Величина коэффициента  $k_{s1}$  равна

$$k_{s1} = \frac{\varepsilon_{s1}}{\varepsilon_{sy}} = \frac{\varepsilon_{s1} \cdot E_s}{f_{yd}} = \frac{0,001632 \cdot 2 \cdot 10^5}{365} = 0,894.$$

Находим величину равнодействующей внутренних усилий в сечении

$$N_{Rd} = \omega_c \cdot \xi \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d + k_{s2} \cdot f_{yd} \cdot A_{sc} - k_{s1} \cdot f_{yd} \cdot A_{st} =$$

$$= \frac{17}{21} 0,682 \cdot 0,85 \cdot 20 \cdot 400 \cdot 360 + 1,0 \cdot 365 \cdot 1232 - 0,894 \cdot 365 \cdot 1232 =$$

$$= 1399,2 \text{ кН}.$$

Поскольку полученная величина  $N_{Rd}$  незначительно отличается от величины  $N_{Sd}$  продольной силы, дальнейшее уточнение величины относительной высоты сжатой зоны не производим.

Определяем величину изгибающего момента, воспринимаемого сечением, относительно центра тяжести растянутой арматуры

$$M_{Rd1} = \left( \frac{17}{21} \xi - \frac{33}{98} \xi^2 \right) \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2 + k_{s2} \cdot f_{yd} \cdot A_{sc} \cdot (d - c_1) =$$

$$= \left( \frac{17}{21} 0,682 - \frac{33}{98} 0,682^2 \right) \cdot 0,85 \cdot 20 \cdot 400 \cdot 360^2 + 1,0 \cdot 365 \cdot 1232 \cdot (360 - 40) =$$

$$= 492,4 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Поскольку выполняется условие  $M_{Rd1} > M_{Sd}$ , арматура подобрана правильно и расчет завершен.

#### Пример 14.

Дано:

Колонна многоэтажного рамного каркаса с размерами сечения  $b = 300 \text{ мм}$ ,  $h = 300 \text{ мм}$ ,  $c = 40 \text{ мм}$ ,  $c_1 = 40 \text{ мм}$ . Бетон тяжелый класса  $C^{35}/_{45}$  ( $f_{ck} = 35 \text{ МПа}$ ,  $\gamma_c = 1,5$ ,  $f_{cd} = 35/1,5 = 23,3 \text{ МПа}$ ). Арматура класса S400 ( $f_{yk} = 400 \text{ МПа}$ ,  $f_{yd} = 365 \text{ МПа}$ ). В расчетном сечении действует продольная сила  $N_{Sd} = 1500 \text{ кН}$  и изгибающий момент  $M_{Sd} = 105 \text{ кН}\cdot\text{м}$ , определенный с учетом случайного эксцентриситета и влияния продольного изгиба. Расчетная длина колонны  $3,0 \text{ м}$

Требуется:

Определить площадь сечения арматуры.

**Решение:**

С учетом условий задачи величина полного эксцентриситета приложения продольной силы равна  $e_{tot} = e_0 = M_{Sd}/N_{Sd} = 105/1500 = 0,07 \text{ м} = 70 \text{ мм}$ .

Величина изгибающего момента относительно центра тяжести растянутой арматуры равна:

$$M_{Sd1} = N_{Sd} \cdot e_{s1} = N_{Sd}(e_{tot} + 0,5h - c) = 1500(0,07 + 0,5 \cdot 0,3 - 0,04) = 270 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Определяем величину относительного изгибающего момента, воспринимаемого сжатой зоной сечения

$$\alpha_m = \frac{M_{Sd}}{\alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2} = \frac{270 \cdot 10^6}{0,85 \cdot 23,3 \cdot 300 \cdot 260^2} = 0,672.$$

Поскольку выполняется условие  $\alpha_m > \alpha_{m,lim} = 0,387$  необходимо устанавливать арматуру в сжатой зоне бетона.

Для бетона класса C<sup>35</sup>/45 и арматуры класса S400 по таблице 6.7 находим  $\xi_{lim} = 0,657$  и  $\alpha_{m,lim} = 0,387$ .

Находим величину требуемой площади сжатой арматуры

$$A_{sc} = \frac{M_{Sd1} - \alpha_{m,lim} \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2}{k_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (d - c_1)} = \frac{270 \cdot 10^6 - 0,387 \cdot 0,85 \cdot 23,3 \cdot 300 \cdot 260^2}{1,0 \cdot 365 \cdot (260 - 40)} = 1427 \text{ мм}^2.$$

Находим величину требуемой площади растянутой (менее сжатой) арматуры

$$A_{st} = \frac{\omega_c \cdot \xi_{lim} \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d + A_{sc} \cdot k_{s2} \cdot f_{yd} - N_{Sd}}{k_{s1} \cdot f_{yd} \cdot (d - c_1)} =$$
$$= \frac{0,810 \cdot 0,657 \cdot 0,85 \cdot 23,3 \cdot 300 \cdot 260 + 1427 \cdot 1,0 \cdot 365 - 1500 \cdot 10^3}{1,0 \cdot 365} =$$
$$= 430 \text{ мм}^2.$$

Полученный результат свидетельствует о том, что при выбранной величине относительной высоты сжатой зоны  $\xi$  для выполнения условий равновесия внутренних и внешних сил требуется ставить сжатую арматуру в зоне сечения, в которой наблюдаются деформации растяжения. Это свидетельствует о неверном выборе величины  $\xi$ .

В этом случае рекомендуется найти такое значение относительной высоты сжатой зоны  $\xi_{i0}$ , когда при выполнении условий равновесия внутренних и внешних сил усилие в арматуре растянутой зоны равно нулю, т.е. не требуется устанавливать эту арматуру.

Величину  $\xi_{i0}$  можно найти из совместного решения условий равновесия:

$$\frac{17}{21} \xi_{i0} \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d + A_{sc} \cdot k_{s2} \cdot f_{yd} - N_{Sd} = 0$$

$$M_{Sd1} - \left( \frac{17}{21} \xi_{i0} - \frac{33}{98} \xi_{i0}^2 \right) \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2 - A_{sc} \cdot k_{s2} \cdot f_{yd} (d - c_1) = 0$$

После нахождения из второго уравнения аналитического выражения для произведения  $A_{sc} \cdot k_{s2} \cdot f_{yd}$  и подстановки его в первое уравнение после несложных преобразований получаем следующую формулу для определения величины  $\xi_{i0}$

$$\xi_{i0} = \frac{119 c_1}{99 d} + \sqrt{\left( \frac{119 c_1}{99 d} \right)^2 - \frac{M_{Sd1} - N_{Sd}(d - c_1)}{\frac{33}{98} \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2}}.$$

После вычисления величины  $\xi_{i0}$  следует проверить условие  $\xi_{i0} < \beta_h$ , применимости приведенной выше формулы для определения  $\xi_{i0}$ , которая действительна для области деформирования 3.

Определяем величину  $\xi_{i0}$  для условий примера

$$\xi_{i0} = \frac{119 \cdot 40}{99 \cdot 260} + \sqrt{\left( \frac{119 \cdot 40}{99 \cdot 260} \right)^2 - \frac{270 \cdot 10^6 - 1500 \cdot 10^3 (260 - 40)}{\frac{33}{98} \cdot 0,85 \cdot 23,3 \cdot 300 \cdot 260^2}} = 0,876.$$

Поскольку условие  $\xi_{i0} < \beta_h$  выполняется, сечение находится в области деформирования 3, а, следовательно, величина  $\xi_{i0}$  определена правильно.

Находим величину требуемой площади сжатой арматуры

$$A_{sc} = \frac{M_{Sd1} - \left( \frac{17}{21} \xi_{i0} - \frac{33}{98} \xi_{i0}^2 \right) \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2}{k_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (d - c_1)} =$$
$$= \frac{234 \cdot 10^6 - \left( \frac{17}{21} \cdot 0,876 - \frac{33}{98} \cdot 0,876^2 \right) \cdot 0,85 \cdot 23,3 \cdot 300 \cdot 260^2}{1,0 \cdot 365 \cdot (260 - 40)} =$$
$$= 1108 \text{ мм}^2.$$

Поскольку гибкость колонны  $\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{l_0}{0,289h} = \frac{3000}{0,289 \cdot 300} = 34,6$ , минимальный процент армирования,

установленный нормами, равен  $0,15\%$ . Тогда величины площадей как сжатой, так и растянутой арматуры должны быть не менее  $A_{s,min} = 0,01\mu_{min} \cdot b \cdot d = 0,01 \cdot 0,15 \cdot 300 \cdot 260 = 117 \text{ мм}^2$ .

С учетом того, что минимальный диаметр стержней для армирования сжатых элементов по технологическим соображениям равен 12 мм, принимаем в растянутой зоне армирование  $2\varnothing 12 \text{ S400}$  ( $A_{st} = 226 \text{ мм}^2$ ). В сжатой зоне устанавливаем  $3\varnothing 22 \text{ S400}$  ( $A_{sc} = 1140 \text{ мм}^2$ ).

### Пример 15.

**Дано:**

Колонна многоэтажного рамного каркаса с размерами сечения  $b = 300 \text{ мм}$ ,  $h = 300 \text{ мм}$ ,  $c = 40 \text{ мм}$ ,  $c_1 = 40 \text{ мм}$ . Бетон тяжелый класса  $C^{40}/_{50}$  ( $f_{ck} = 40 \text{ МПа}$ ,  $\gamma_c = 1,5$ ,  $f_{cd} = 40/1,5 = 26,7 \text{ МПа}$ ). Арматура класса S500 ( $f_{yk} = 500 \text{ МПа}$ ,  $f_{yd} = 450 \text{ МПа}$ ). В расчетном сечении действует продольная сила  $N_{Sdl} = 2000 \text{ кН}$  и изгибающий момент  $M_{Sdl} = 40 \text{ кН}\cdot\text{м}$ , определенный с учетом случайного эксцентриситета и влияния продольного изгиба. Расчетная длина колонны 4,20 м

**Требуется:**

Определить площадь сечения арматуры.

**Решение:**

С учетом условий задачи величина полного эксцентриситета приложения продольной силы равна  $e_{tot} = e_0 = M_{Sdl}/N_{Sdl} = 40/2000 = 0,02 \text{ м} = 20 \text{ мм}$ .

Величина изгибающего момента относительно центра тяжести растянутой арматуры равна:

$$M_{Sdl} = N_{Sdl} \cdot e_{s1} = N_{Sdl}(e_{tot} + 0,5h - c) = 2000(0,02 + 0,5 \cdot 0,3 - 0,04) = 260 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Определяем величину относительного изгибающего момента, воспринимаемого сжатой зоной сечения

$$\alpha_m = \frac{M_{Sdl}}{\alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2} = \frac{260 \cdot 10^6}{0,85 \cdot 26,7 \cdot 300 \cdot 260^2} = 0,564.$$

Для бетона класса  $C^{40}/_{50}$  и арматуры класса S500 по таблице 6.7 находим  $\xi_{lim} = 0,610$  и  $\alpha_{lim} = 0,368$ .

Поскольку выполняется условие  $\alpha_m > \alpha_{m,lim} = 0,368$  необходимо устанавливать арматуру в сжатой зоне бетона.

Находим величину требуемой площади сжатой арматуры

$$A_{sc} = \frac{M_{Sdl} - \alpha_{m,lim} \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2}{k_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (d - c_1)} = \frac{260 \cdot 10^6 - 0,368 \cdot 0,85 \cdot 26,7 \cdot 300 \cdot 260^2}{1,0 \cdot 450 \cdot (260 - 40)} = 915 \text{ мм}^2.$$

Находим величину требуемой площади растянутой (менее сжатой) арматуры

$$A_{st} = \frac{\omega_c \cdot \xi_{lim} \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d + A_{sc} \cdot k_{s2} \cdot f_{yd} - N_{Sdl}}{k_{s1} \cdot f_{yd} \cdot (d - c_1)} =$$

$$= \frac{0,810 \cdot 0,610 \cdot 0,85 \cdot 26,7 \cdot 300 \cdot 260 + 915 \cdot 1,0 \cdot 450 - 2000 \cdot 10^3}{1,0 \cdot 450} =$$

$$= 1585 \text{ мм}^2.$$

Полученный результат свидетельствует о том, что при выбранной величине относительной высоты сжатой зоны  $\xi$  для выполнения условий равновесия внутренних и внешних сил требуется ставить сжатую арматуру в зоне сечения, в которой наблюдаются деформации растяжения. Это свидетельствует о неверном выборе величины  $\xi$ .

В этом случае рекомендуется найти такое значение относительной высоты сжатой зоны  $\xi_{i0}$ , когда при выполнении условий равновесия внутренних и внешних сил усилие в арматуре растянутой зоны равно нулю, т.е. не требуется устанавливать эту арматуру.

Величину  $\xi_{i0}$  можно найти из совместного решения условий равновесия:

$$\frac{17}{21} \xi_{i0} \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d + A_{sc} \cdot k_{s2} \cdot f_{yd} - N_{Sdl} = 0$$

$$M_{Sdl} - \left( \frac{17}{21} \xi_{i0} - \frac{33}{98} \xi_{i0}^2 \right) \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2 - A_{sc} \cdot k_{s2} \cdot f_{yd} (d - c_1) = 0$$

После нахождения из второго уравнения аналитического выражения для произведения  $A_{sc} \cdot k_{s2} \cdot f_{yd}$  и подстановки его в первое уравнение после несложных преобразований получаем следующую формулу для определения величины  $\xi_{i0}$

$$\xi_{i0} = \frac{119}{99} \frac{c_1}{d} + \sqrt{\left( \frac{119}{99} \frac{c_1}{d} \right)^2 - \frac{M_{Sdl} - N_{Sdl} (d - c_1)}{\frac{33}{98} \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2}}.$$

Определяем величину  $\xi_{i0}$  для условий примера

$$\xi_{i0} = \frac{119}{99} \frac{40}{260} + \sqrt{\left(\frac{119}{99} \frac{40}{260}\right)^2 - \frac{260 \cdot 10^6 - 2000 \cdot 10^3 (260 - 40)}{\frac{33}{98} 0,85 \cdot 26,7 \cdot 300 \cdot 260^2}} = 1,278.$$

Поскольку условие  $\xi_{i0} < \beta_h$  не выполняется, сечение полностью сжато и находится в области деформирования 4.

В этом случае рекомендуется найти такое значение относительной высоты сжатой зоны  $\xi_{i0}$ , когда при выполнении условий равновесия внутренних и внешних сил усилие в арматуре растянутой зоны равно нулю, т.е. не требуется устанавливать эту арматуру.

Величину  $\xi_{i0}$  можно найти по формуле  $\xi_{i0} = \frac{\beta_h}{7} \left( \frac{4}{\sqrt{p_4}} + 3 \right)$ , в которой величина параметр  $p_4$  находится

из совместного решения условий равновесия:

$$\beta_h \left( 1 - p_4 \frac{4}{21} \right) \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d + A_{sc} \cdot k_{s2} \cdot f_{yd} - N_{sd} = 0$$

$$M_{sd1} - \beta_h \left[ 1 - \frac{\beta_h}{2} - p_4 \left( \frac{4}{21} - \beta_h \frac{8}{49} \right) \right] \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2 - A_{sc} \cdot k_{s2} \cdot f_{yd} (d - c_1) = 0$$

После нахождения из второго уравнения аналитического выражения для произведения  $A_{sc} \cdot k_{s2} \cdot f_{yd}$  и подстановки его в первое уравнение после несложных преобразований получаем следующую формулу для определения величины параметра  $p_4$

$$p_4 = \frac{\frac{\beta_h}{2} \frac{c_1}{d} + \frac{M_{sd1} - N_{sd} (d - c_1)}{\beta_h \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2}}{\frac{8}{49} \beta_h - \frac{4}{21} \frac{c_1}{d}}.$$

После вычисления величины  $\xi_{i0}$  следует проверить условие  $\xi_{i0} > \beta_h$ , применимости приведенной выше формулы для определения  $\xi_{i0}$ , которая действительна для области деформирования 4.

Определяем величину параметра  $p_4$  для условий примера

$$p_4 = \frac{\frac{\beta_h}{2} \frac{c_1}{d} + \frac{M_{sd1} - N_{sd} (d - c_1)}{\beta_h \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2}}{\frac{8}{49} \beta_h - \frac{4}{21} \frac{c_1}{d}} = \frac{\frac{1,154}{2} \frac{40}{260} + \frac{260 \cdot 10^6 - 1500 \cdot 10^3 (260 - 40)}{1,154 \cdot 0,85 \cdot 26,7 \cdot 300 \cdot 260^2}}{\frac{8}{49} 1,154 - \frac{4}{21} \frac{40}{260}} = 0,5295.$$

Определяем величину  $\xi_{i0}$  для условий примера

$$\xi_{i0} = \frac{1,154}{7} \left( \frac{4}{\sqrt{0,5295}} + 3 \right) = 1,400.$$

Поскольку условие  $\xi_{i0} > \beta_h$  выполняется, сечение находится в области деформирования 4, а, следовательно, величина  $\xi_{i0}$  определена правильно.

Находим величину требуемой площади сжатой арматуры

$$A_{sc} = \frac{M_{sd1} - \beta_h \left[ 1 - \frac{\beta_h}{2} - p_4 \left( \frac{4}{21} - \beta_h \frac{8}{49} \right) \right] \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2}{k_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (d - c_1)} =$$

$$= \frac{260 \cdot 10^6 - 1,154 \left[ 1 - \frac{1,154}{2} - 0,5295 \left( \frac{4}{21} - 1,154 \frac{8}{49} \right) \right] 0,85 \cdot 26,7 \cdot 300 \cdot 260^2}{1,0 \cdot 450 \cdot (260 - 40)} =$$

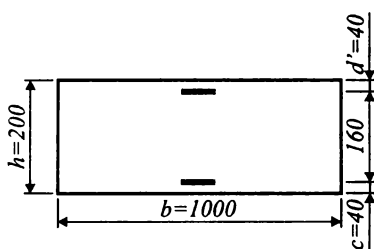
$$= 336 \text{ мм}^2.$$

Поскольку гибкость колонны  $\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{l_0}{0,289h} = \frac{4200}{0,289 \cdot 300} = 48,5$ , минимальный процент армирования,

установленный нормами, равен 0,20 %. Тогда величины площадей как сжатой, так и растянутой арматуры должны быть не менее  $A_{s,min} = 0,01 \mu_{min} \cdot b \cdot d = 0,01 \cdot 0,20 \cdot 300 \cdot 260 = 156 \text{ мм}^2$ .

С учетом того, что минимальный диаметр стержней для армирования сжатых элементов по технологическим соображениям равен 12 мм принимаем в растянутой зоне армирование 2Ø12 S400 ( $A_{st} = 226 \text{ мм}^2$ ). В сжатой зоне устанавливаем 2Ø16 S400 ( $A_{sc} = 402 \text{ мм}^2$ ).

**Пример 16.**



**Рис. 6.54.**

**Дано:**

Прямоугольное сечение размерами  $b = 1000$  мм,  $h = 200$  мм,  $c = c_1 = 40$  мм (рис. 6.54).

Бетон класса  $C^{12}/_{15}$  ( $f_{ck} = 12$  МПа,  $\gamma_c = 1,5$ ,  $f_{cd} = 8$  МПа).

Продольная арматура S500 ( $f_{yk} = 500$  МПа,  $f_{yd} = 450$  МПа).

Продольная растягивающая сила  $N_{Sd} = 532$  кН, изгибающий момент  $M_{Sd} = 74$  кН·м.

**Требуется:**

Определить площадь продольной арматуры.

**Решение:**

Величину эксцентриситета продольного усилия относительно центра тяжести сечения определяем по формуле:

$$e = \frac{M_{Sd}}{N_{Sd}} = \frac{74}{532} = 0,139 \text{ м.}$$

Величина изгибающего момента относительно центра тяжести наиболее растянутой арматуры

$$M_{Sd1} = N_{Sd}(e - y_c + c),$$

где  $y_c$  – расстояние от наиболее растянутой грани до центра тяжести сечения,  $y_c = 100$  мм.

Тогда:

$$M_{Sd1} = 532(0,139 - 0,10 + 0,04) = 41,32 \text{ кН·м} > 0.$$

Это означает, что для прямоугольного сечения выполняется условие  $e \geq (0,5h - c)$ , имеет место случай большого эксцентриситета, когда в сечении есть фактическая сжатая зона.

Положение нейтральной оси и случай расчета определяем при помощи табл. 6.7 по значению коэффициента

$$\alpha_m = \frac{M_{Sd1}}{\alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2} = \frac{41,32 \cdot 10^6}{0,85 \cdot 8,0 \cdot 1000 \cdot 160^2} = 0,237.$$

При такой величине коэффициента сечение находится в стадии деформирования 2.

Определяем величину относительной высоты сжатой зоны

$$\xi = x/d = \left(0,5 - \sqrt{0,25 - \frac{\alpha_m}{C_0}}\right) / k_2 = \left(0,5 - \sqrt{0,25 - \frac{0,237}{1,947}}\right) / 0,416 = 0,341$$

Определяем величину требуемой площади растянутой арматуры

$$A_{st} = \frac{\omega_c \cdot \xi \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d + N_{Sd}}{f_{yd}} = \frac{0,810 \cdot 0,341 \cdot 0,85 \cdot 8,0 \cdot 1000 \cdot 160 + 532 \cdot 10^3}{450} = 1850 \text{ мм}^2.$$

Учитывая то обстоятельство, что в сжатой зоне внецентренно растянутого элемента должно быть установлено армирование по конструктивным соображениям ( $A_{sc} \geq A_{s,min}$ ) корректируем при  $A_{s,min} = 0,0015 \cdot b \cdot d = 0,0015 \cdot 1000 \cdot 160 = 240 \text{ мм}^2$  (принимаем  $4\varnothing 10$  S500  $A_{sc} = 314 \text{ мм}^2 > A_{s,min} = 240 \text{ мм}^2$ ).

Тогда

$$\alpha_m = \frac{M_{Sd1} - A_{sc} \cdot k_{s2} \cdot f_{yd}(d - c_1)}{\alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2} = \frac{41,32 \cdot 10^5 - 314 \cdot 1 \cdot 450(160 - 40)}{0,85 \cdot 8,0 \cdot 1000 \cdot 160^2} = 0,140$$

При такой величине коэффициента  $\alpha_m$  сечение находится в стадии деформирования 16.

Определяем величину относительной высоты сжатой зоны:

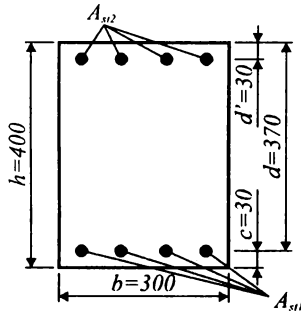
$$\xi = 1 - \sqrt{1 - \frac{\alpha_m + 0,07}{0,57}} = 1 - \sqrt{1 - \frac{0,140 + 0,07}{0,57}} = 0,205$$

Тогда:

$$A_{st} = \frac{\frac{16\xi - 1}{15} \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d + A_{sc} \cdot k_{s2} \cdot f_{yd} + N_{Sd}}{f_{yd}} = \frac{\frac{16 \cdot 0,205 - 1}{15} \cdot 0,85 \cdot 8,0 \cdot 1000 \cdot 160 + 314 \cdot 1 \cdot 450 + 532 \cdot 10^3}{450} = 1864 \text{ мм}^2.$$

Принимаем  $4\varnothing 25$  S500 ( $A_{st} = 1963 \text{ мм}^2$ ).

**Пример 17.**



**Рис. 6.55.**

**Дано:**

Прямоугольное сечение с размерами  $b = 300$  мм,  $h = 400$  мм,  $c = c_1 = 30$  мм. Бетон класса  $C^{25}/_{30}$  ( $f_{ck} = 25$  МПа,  $\gamma_c = 1,5$ ,  $f_{cd} = 16,7$  МПа).

Продольная арматура S500 ( $f_{yd} = 500$  МПа,  $f_{yd} = 450$  МПа). Продольная растягивающая сила  $N_{Sd} = 548$  кН, изгибающий момент  $M_{Sd} = 17,3$  кН·м.

**Требуется:**

Определить площадь продольной арматуры.

**Расчет:**

Величина эксцентриситета продольного усилия:

$$e = \frac{M_{Sd}}{N_{Sd}} = \frac{17,3}{548} = 0,0316 \text{ м.}$$

Величина изгибающего момента относительно центра тяжести наиболее растянутой арматуры

$$M_{Sd1} = N_{Sd}(e - y_c + c) = 548(0,0316 - 0,20 + 0,03) = -75,84 \text{ кН·м} < 0,$$

т.е. это означает, что  $e < 0,5h - c$  и имеет место случай малого эксцентриситета, когда все сечение растянуто

Тогда:

$$A_{st1} = \frac{N_{Sd} \cdot e_{s2}}{f_{yd}(d - c)} = \frac{548 \cdot 10^3 \cdot 0,2016 \cdot 10^3}{450(370 - 30)} = 722 \text{ мм}^2,$$

где  $e_{s2} = e + 0,5h - d' = 0,0316 + 0,5 \cdot 0,4 - 0,03 = 0,2016$  м.

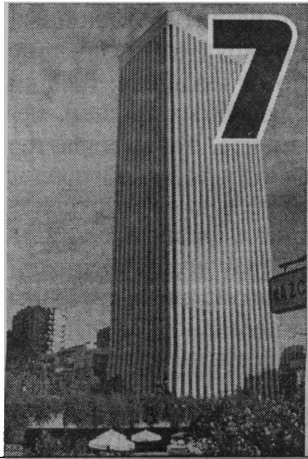
Площадь арматуры  $A_{st2}$ :

$$A_{st2} = \frac{N_{Sd} \cdot e_{s1}}{f_{yd}(d - c_1)} = \frac{548 \cdot 10^3 \cdot 0,1384 \cdot 10^3}{450(370 - 30)} = 496 \text{ мм}^2,$$

где  $e_{s1} = 0,5h - e - c = 0,5 \cdot 0,4 - 0,0316 - 0,03 = 0,1384$ .

Принимаем армирование  $4\varnothing 16$  S500 ( $A_{st1} = A_{st2} = 804 \text{ мм}^2$ ).



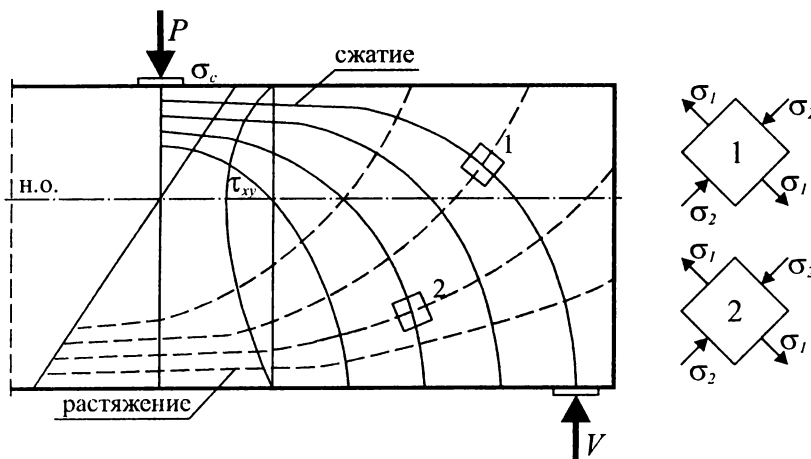


# 7 РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО ПРОЧНОСТИ НА ДЕЙСТВИЕ ПОПЕРЕЧНЫХ СИЛ

## 7.1. Сопротивление железобетонного элемента срезу и формы разрушения наклонного сечения

Для рассмотренной ранее модельной балки (см. раздел 6.1), нагруженной сосредоточенными силами в третях пролета, сечения, располагающиеся вне «зоны чистого изгиба», подвергаются совместному действию изгибающих моментов и поперечных сил. При этом по мере приближения к опоре влияние изгибающих моментов уменьшается. В общем случае в приопорных сечениях железобетонной конструкции могут одновременно действовать изгибающие моменты, продольные и поперечные силы. Таким образом, в отличие от зоны «чистого изгиба», где действуют, главным образом, нормальные напряжения, в приопорной зоне железобетонная конструкция работает в условиях плоского напряженного состояния при совместном действии нормальных и касательных напряжений (рис. 7.1). Это приводит к тому, что в приопорной зоне конструкции в результате действия главных напряжений образуются наклонные или диагональные трещины, ориентированные под некоторым углом  $\theta$  к направлению продольной растянутой арматуры. Их первоначальное положение определяется траекториями главных растягивающих напряжений. Прежде чем приступить к рассмотрению расчетных методов, с помощью которых определяют прочность конструкции при совместном действии изгибающих моментов, продольных и поперечных сил, рассмотрим возможный характер разрушения элемента по наклонному сечению.

Как было показано в разделе 6.1 (см. рис. 6.9), с увеличением нагрузки на модельную балку трещины нормального отрыва (изгибные трещины) могут образовываться не только в зоне «чистого изгиба», но и за ее пределами в сечениях, расположенных между опорой и грузом в пролете.



$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \text{ — сжатие; } \sigma_2 = \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \text{ — растяжение;}$$

на уровне нейтральной оси  $\sigma = 0$ ;  $\sigma = |\tau|$ .

Рис. 7.1.

Параметры главных напряжений в приопорной зоне балки при совместном действии нормальных и касательных напряжений

При этом образованию нормальных трещин сопутствует образование и развитие наклонных или т.н. диагональных трещин. Диагональные трещины в общем случае формируются в середине высоты сечения балки под некоторым углом  $\theta$  к продольной оси независимо от изгибных трещин (обычно при коротких пролетах среза), либо развиваются как продолжение изгибных трещин, меняющих свое направление, располагаясь под углом  $\theta$  к продольной оси элемента. Такой характер развития наклонных или диагональных трещин характерен для балок, имеющих большой пролет среза или для длинных балок. Наличие в стенке балки поперечной арматуры не оказывает существенного влияния на начало образования и ориентацию диагональной трещины. Экспериментальные исследования (см. раздел 7.2) показывают, что начальный угол наклона диагональной трещины не остается постоянным в процессе нагружения конструкции. При этом диагональные трещины имеют специфические особенности, отличающие их от изгибных трещин нормального отрыва: а) они отклоняются от своего начального направления (ориентации в момент образования) и б) с ростом нагрузки распространяются в обе стороны.

В длинных балках наклонные трещины начинаются, как правило, в середине пролета среза, в некоторых случаях местом их появления может быть зона в районе опоры. Диагональные трещины, развиваясь в обе стороны, пересекают продольную арматуру под углом от  $30^\circ$  до  $60^\circ$ , и далее могут развиваться вдоль продольной арматуры. Экспериментально-теоретические основы сопротивления железобетонных элементов с диагональными трещинами действию нормальных и касательных напряжений рассмотрены в ряде специальных монографий [24, 25, 32].

Таким образом при совместном действии изгибающих моментов и поперечных сил в железобетонном элементе возникает система наклонных (диагональных) трещин, разделяющих элемент на отдельные блоки, связанные между собой продольной арматурой в растянутой зоне, поперечной и (или) отогнутой арматурой, нетреснувшей частью бетона над вершиной наклонной трещины (рис. 7.2а).

В общем случае в расчетном наклонном сечении по линии А–В–С (рис. 7.2а) действуют силы: продольная  $F_{cc1}$  и поперечная  $V_{cd}$  составляющие сил в бетоне над вершиной наклонной трещины; вертикальная  $V_{ax}$  и горизонтальная  $V_{ay}$  составляющие поперечной силы, возникающие за счет зацепления по берегам трещины; составляющая поперечной силы  $V_d$ , являющаяся результатом т.н. «нагельного эффекта» продольной арматуры, а также продольная составляющая  $F_{t1}$ , вызывающая ее растяжение; продольная и поперечная составляющие сил в поперечной арматуре (хомутах и отгибах)  $V_{sw}$ , пересекающих наклонную трещину.

Экспериментальные исследования [43] показывают, что в балках, выполненных из бетона прочности до 60 МПа и имеющих средние значения коэффициентов продольного и поперечного армирования, пропорции между составляющими поперечной силы при возрастании нагрузки изменяются в соответствии с графиком, приведенным на рис. 7.2б (при  $V_{Rd} = V_{cd} + V_{ay} + V_d + V_{sw}$ ).

Как видно из рис. 7.2б в балке с поперечными стержнями вплоть до разрушения сохраняется равновесие между внешней поперечной силой от нагрузки  $V_{sd}$  и суммой составляющих ( $V_{cd} + V_d + V_{sw}$ ), определяющих сопротивление наклонного сечения. При этом с ростом нагрузки пропорции между составляющими поперечной силы изменяются. После достижения напряжениями в поперечной арматуре предельных значений, равных пределу текучести, составляющая  $V_{sw}$  остается по-

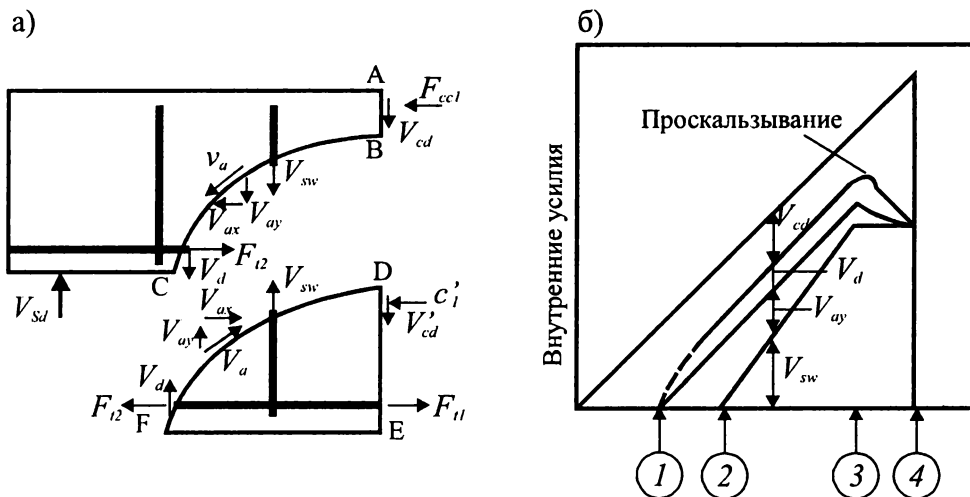


Рис. 7.2.

Схема внутренних усилий в наклонном сечении балки (а) и соотношение составляющих поперечной силы (б) (взято из работы MacGregor, 1992 [43])

1 – появление нормальных (изгибных) трещин; 2 – появление наклонных (диагональных) трещин; 3 – текучесть поперечной арматуры; 4 – предельное состояние (разрушение).

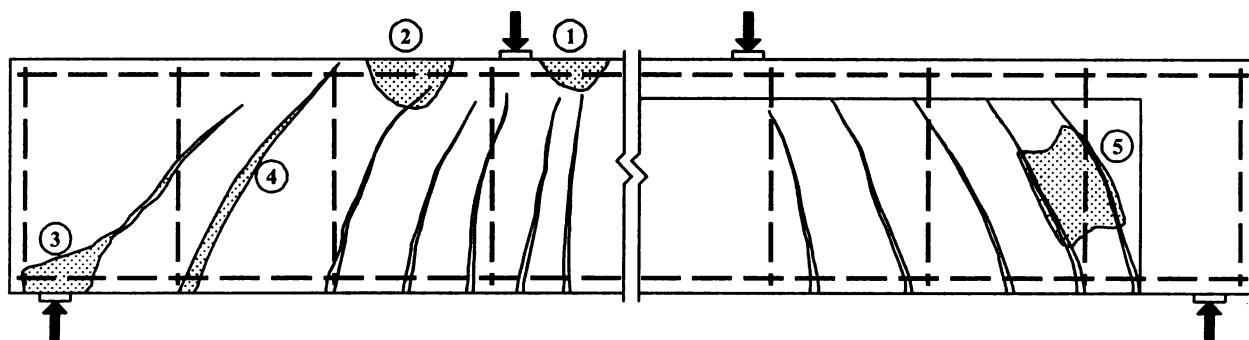


Рис. 7.3.

Формы разрушения изгибаемой балки

1 – изгибное разрушение в зоне действия максимальных изгибающих моментов; 2 – при срезе по сжатой зоне (форма I); 3 – то же по растянутой зоне (форма II); 4 – при срезе по диагональной трещине (форма III); 5 – по сжатой полосе между диагональными трещинами (форма IV).

стоянной даже при возрастающей поперечной силе  $V_{sd}$ . В результате раскрытия наклонной трещины уменьшается эффект зацепления по ее берегам и уменьшается составляющая  $V_{ay}$ . В то же время составляющие  $V_d$  и  $V_{cd}$  возрастают. Разрушение наклонного сечения может иметь одну из следующих форм, показанных рис. 7.3.

#### Форма I.

По наклонной трещине при достижении напряжениями в поперечной арматуре значений, равных пределу текучести от разрушения бетона над вершиной наклонной трещины (разрушение по сжатой зоне, или согласно международной терминологии «*shear-compression failure*»). В этом случае при развитии верхнего конца диагональной трещины сокращается высота сжатой зоны сечения и деформации наиболее сжатой грани бетона по наклонному сечению достигают предельных значений ( $\epsilon_{cu}$ ).

#### Форма II.

По наклонной трещине при напряжениях в поперечной арматуре, равных пределу текучести в результате достижения предельных деформаций в растянутой продольной арматуре (разрушение по растянутой зоне или «*shear-tension failure*»). При нарушении анкеровки продольной арматуры или когда раскрытие наклонной трещины в нижней части сечения приводит к развитию значительных деформаций продольной арматуры при повороте образующихся

частей балки относительно друг друга. В результате перераспределения усилий резко возрастает растягивающее усилие в продольной арматуре, пересеченной наклонной трещиной. При этом разрушение по растянутой зоне может являться результатом нарушения анкеровки (проскальзывания) продольной растянутой арматуры. В этом случае вдоль растянутой арматуры по направлению к опоре формируются продольные трещины. Иногда нарушение анкеровки рассматривается как специальный случай разрушения по растянутой зоне при раскалывании бетона (т.н. «*splitting effect*»). Вместе с тем, раскалывание является вторичным эффектом и связано с проскальзыванием арматуры относительно бетона, что определяет прогрессирующее нарушение сцепления.

#### Форма III.

По наклонной трещине при напряжениях в поперечной арматуре, равных пределу текучести, когда диагональная трещина доходит до верхней грани сечения и вызывает полное разделение балки на две или несколько частей без разрушения бетона от сжатия. Диагональная трещина в этом случае раскрывается мгновенно. Такую форму разрушения называют разрушением при диагональном растяжении («*diagonal tension failure*»).

И, наконец, существует **IV форма** разрушения по наклонному сечению, обусловленная разрушением при сжатии бетона полосы, заключенной между диагональными трещинами.

Разрушение по сжатой зоне (форма I) имеет место при сильной, хорошо заанкеренной продольной арматуре, а разрушение по растянутой зоне (форма II) – напротив – при ослабленной продольной арматуре в результате ее обрывов или ослаблении анкеровки продольной арматуры на опорах. Этот тип разрушения характерен для относительно коротких балок, армированных стержнями с низкими характеристиками сцепления. Третья форма разрушения достигается, когда механическое сцепление и анкеровка арматуры достаточны. Разрушение по наклонной сжатой полосе (форма IV) наблюдается при большом коэффициенте поперечного армирования и тонкой стенке, например в элементах таврового и двутаврового сечения.

Большинство расчетных методов учитывает, главным образом, две составляющие из перечисленных выше: составляющую поперечной силы, воспринимаемую бетоном над вершиной наклонной трещины  $V_{cd}$  и составляющую, воспринимаемую поперечным (наклонным) армированием.

Некоторые упрощенные методы учитывают сопротивление срезу только поперечной арматуры (как это будет показано для метода ферменной аналогии). При этом проверяется условие прочности для сжатого бетонного подкоса (форма IV). Крайне редко в расчетах учитывается составляющая поперечной силы ( $V_{ay}$ ), возникающая за счет зацепления по берегам трещины (расчет по общему деформационному методу) и практически не учитывается в расчетах составляющая от нагельного эффекта  $V_d$ . Это связано с тем, что до настоящего времени не установлено достаточно обоснованных расчетных зависимостей для определения составляющей  $V_d$ , величина которой зависит от целого ряда конструктивно-технологических факторов. Составляющие поперечной силы, воспринимаемой сечением, и их вклад в прочность наклонного сечения подробно проанализированы в монографии [32].

Экспериментальные исследования железобетонных балок, выполненных из бетонов различных классов по прочности и имевших различные коэффициенты продольного и поперечного армирования, показывают, что:

- с повышением прочности бетона ( $f_{cm}$ ) составляющая поперечной силы, воспринимаемая бетоном сжатой зоны над вершиной наклонной трещины остается практически неизменной и составляет  $V_{cz}/V_c \approx 25\%$  (где  $V_c = V_{cd} + V_{ay} + V_d$ );
- составляющая поперечной силы, воспринимаемая за счет зацепления берегов наклонной трещины, более ощутима при использовании бетонов низких классов ( $21 < f_{cm} < 41$  МПа) и составляет:

$$V_{ay}/V_c = 53..25\% \text{ при } \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{b \cdot s} = 0,35 \text{ МПа};$$

$$V_{ay}/V_c = 46..22\% \text{ при } \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{b \cdot s} = 0,69 \text{ МПа}.$$

Для бетонов классов  $f_{cm} > 62$  МПа ее влияние практически отсутствует;

- нагельный эффект повышается с увеличением прочности бетона на сжатие. Так, при изменении прочности бетона от  $f_{cm} = 21$  МПа до  $f_{cm} = 90$  МПа, доля нагельного эффекта изменяется соответственно  $V_d/V_c = 30..75\%$ .

При расчете элементов по прочности наклонных сечений при совместном действии изгибающих моментов, продольных и поперечных сил нормы [1] допускают применять следующие упрощенные модели:

- а) **общая деформационная модель для наклонных сечений** с диагональными трещинами (общий метод), включающая уравнения равновесия и условия совместности относительных деформаций для железобетонного элемента в условиях плоского напряженно-деформированного состояния; трансформированные диаграммы деформирования бетона для железобетонного элемента с диагональными трещинами; диаграммы деформирования арматуры; зависимости, связывающие касательные напряжения и перемещения в сечении, проходящем вдоль диагональной (наклонной трещины);
- б) **стержневые модели**, включающие сжатые и растянутые пояса, соединенные между собой сжатыми и растянутыми подкосами (модель «ферменной аналогии»), использующие уравнения равновесия внешних и внутренних сил в расчетном наклонном сечении;
- в) **модели наклонных сечений**, включающие уравнения равновесия внешних и внутренних сил в расчетном наклонном сечении.

## **7.2. Напряженно-деформированное состояние железобетонного элемента с диагональными трещинами**

Плоский железобетонный элемент\*, подвергнутый совместному действию нормальных и касательных напряжений показан на рис. 7.4. Направление продольного и поперечного армирования обозначено осями  $l$  и  $t$ , образующими прямоугольную систему координат « $l - t$ ». На плоскую панель внешним образом воздействуют нормальные напряжения  $\sigma_l$ ,  $\sigma_t$  и касательные напряжения  $\tau_{lt}$ . Приложенные к элементу напряжения ( $\sigma_l$ ,  $\sigma_t$ ,  $\tau_{lt}$ ) воспринимают совместно бетон и арматура. При этом принято, что бетон воспринимает главные сжимающие  $\sigma_2$  и главные растягивающие  $\sigma_1$  напряжения, направление которых определено координатной системой « $2 - 1$ » (рис. 7.4), а арматурные стержни воспринимают только осевые распределенные (или по выражению проф. Н.И. Карпенко «размазанные») напряжения  $\rho_t f_t$  и  $\rho_l f_l$  ( $\rho_t$  и  $\rho_l$  – коэффициенты армирования соответственно в

\* Далее по тексту использован термин «панель»

продольном и поперечном направлениях). Угол  $\alpha_2$  между осью «2» и осью «1» принято называть «фиксированным углом», так как он не изменяется при пропорциональном возрастании внешних напряжений  $\sigma_l$ ,  $\sigma_t$  и  $\tau_{ll}$ , приложенных по граням элемента.

В некоторых случаях угол  $\alpha_2$  называют «углом наклона арматурных стержней» относительно направления действия главных напряжений. Необходимо сразу же оговориться, что фиксированный угол  $\alpha_2$  соответствует положению координатной системы главных напряжений «1 – 2» для железобетонного панельного элемента без диагональных трещин. Обширные опыты, выполненные с плоскими элементами при различных сочетаниях напряжений, действующих по их граням, показывают, что в процессе увеличения нагрузки и, по мере появления новых трещин, направления главных напряжений постоянно изменяются (рис. 7.5). После образования первых трещин изменяется направление последующих трещин, что связано с изменением направления, по которому действуют главные растягивающие напряжения в бетоне.

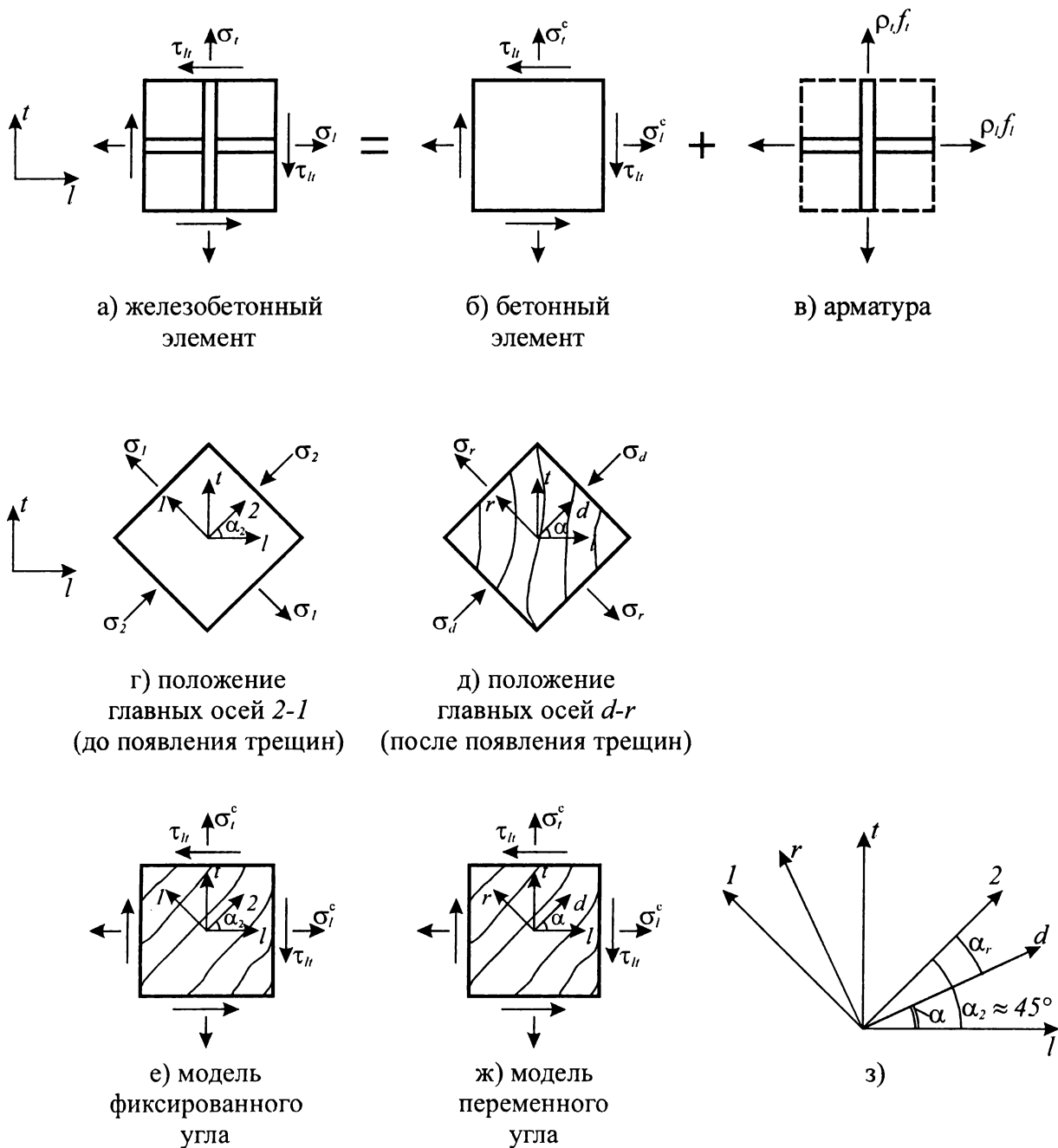
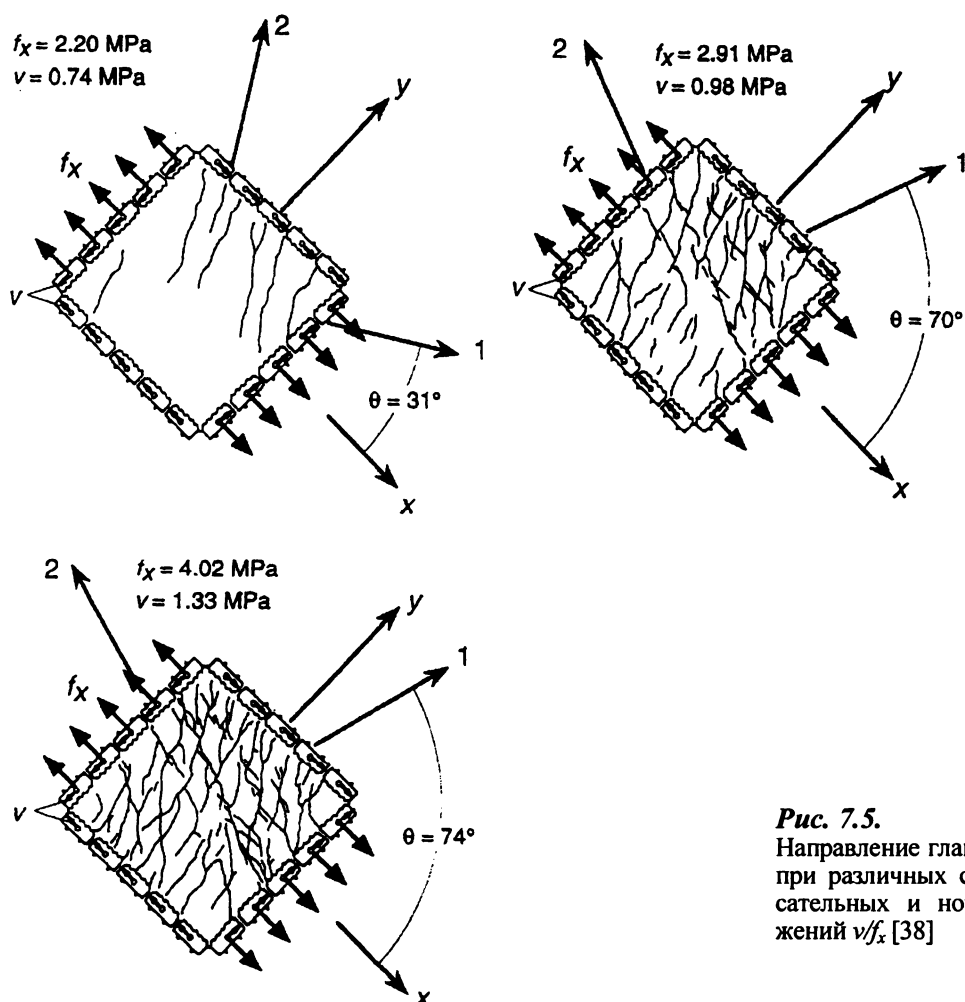


Рис. 7.4. Железобетонный элемент в условиях плоского напряженного состояния



**Рис. 7.5.**  
 Направление главных деформаций при различных соотношениях касательных и нормальных напряжений  $v/f_x$  [38]

Направление главных напряжений в бетоне после образования трещин на произвольной стадии трещинообразования представлено координатной системой « $d - r$ » (рис. 7.4д). Главные сжимающие и главные растягивающие напряжения в трансформированной системе координат « $d - r$ » принято обозначать  $\sigma_d$  и  $\sigma_r$  соответственно. Экспериментальные исследования показывают, что угол отклонения текущей координатной системы « $d - r$ » после образования диагональных трещин от положения начальной координатной системы « $2 - 1$ » (определяющей направление главных напряжений для элемента без трещин) зависит, главным образом, от соотношения напряжений, действующих в продольной и поперечной арматуре. Так, если т.н. «размазанные» напряжения  $\rho_l f_l$  и  $\rho_t f_t$  в продольной и поперечной арматуре одинаковы, то координатная система « $d - r$ » совпадает с координатной системой « $2 - 1$ ». Если же напряжения в арматуре по направлению осей « $l$ » и « $t$ » отличаются, то названные выше координатные системы не совпадают. Это несовпадение тем значительнее, чем больше отличаются напряжения в продольной и поперечной арматуре. Угол  $\alpha$  между осью « $d$ » и осью « $l$ » принято называть «углом вращения», т.к. этот угол описывает постоянное отклонение координатной системы « $r - d$ » от начальной системы координат « $1 - 2$ » при пропорциональном приращении напряжений, действующих по граням элемента. Угол между  $\alpha_2$  и  $\alpha$  (рис. 7.4з) принято называть углом расхождения (отклонения)  $\alpha_r$ .

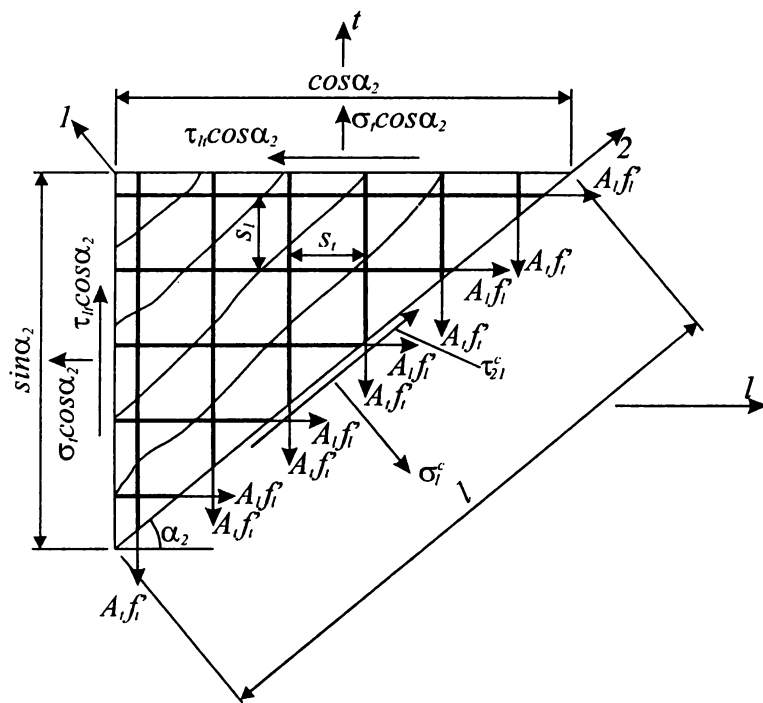
Современные деформационные методы расчетов железобетонных элементов при совместном действии касательных и нормальных напряжений используют, как правило, две основные модели:

- 1) модель переменного угла (англ. *variable or rotating angle model*) и
- 2) модель фиксированного угла (англ. *fixed angle softening truss model*).

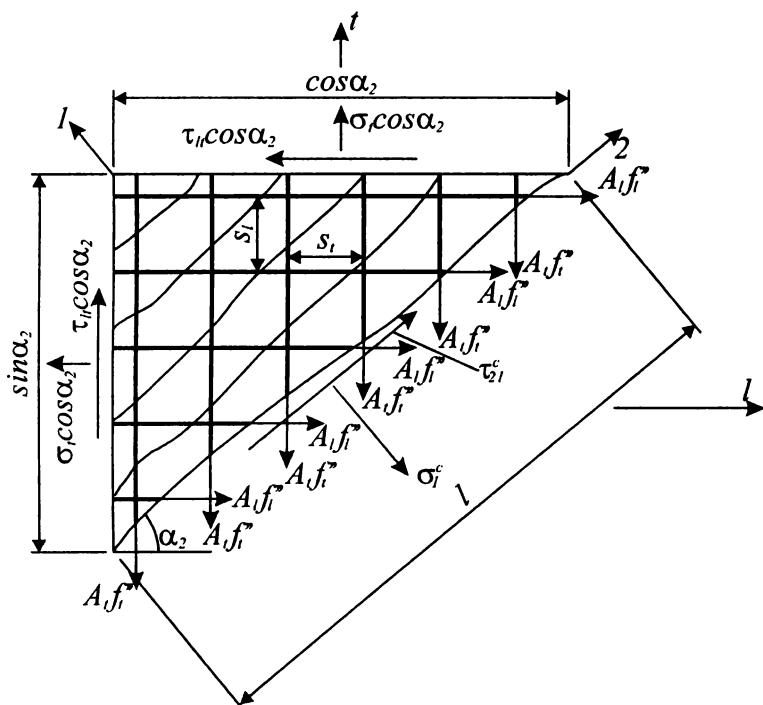
Модель переменного угла базируется на допущении, что в стадии после образования трещин угол наклона трещин на произвольном этапе нагружения совпадает с углом вращения  $\alpha$  (рис. 7.4).

Принято, что бетонные полосы, заключенные между диагональными трещинами, ориентированы по направлению главных сжимающих напряжений  $\sigma_d$ .

В модели фиксированного угла принята предпосылка о том, что трещины в бетоне ориентированы под постоянным фиксированным углом  $\alpha_2$  независимо от уровня нагружения (рис. 7.4). По



а) сечение, проходящее по бетону между диагональными трещинами ( $\sigma_i^c$  - средние значения главных растягивающих напряжений)



б) сечение, проходящее по диагональной трещине ( $\sigma_i^c = 0$ )

**Рис. 7.6.** Схема сил, действующих в плоском железобетонном элементе в соответствии с моделью фиксированного угла [32]

мнению авторов этого метода такой подход позволяет учесть касательные напряжения, действующие в бетоне элемента, пронизанного диагональными трещинами, и, как следствие, более точно определить «вклад бетона» в общее сопротивление срезу железобетонного элемента. В связи с этим в методе, использующем модель фиксированного угла, условия равновесия и условия совместности деформаций записывают выполняя трансформацию напряжений и относительных деформаций, действующих в координатной системе « $l - 2$ » ( $\sigma_2^c, \sigma_1^c, \tau_{21}^c$  и  $\varepsilon_2, \varepsilon_1, \gamma_{21}$ ) в основную систему координат « $l - t$ » ( $\sigma_t, \sigma_l, \tau_{lt}$  и  $\varepsilon_t, \varepsilon_l, \gamma_{lt}$ ) (рис. 7.6) согласно [32] в следующем виде:

– уравнения равновесия

$$\sigma_t = \sigma_2^c \cos^2 \alpha_2 + \sigma_1^c \sin^2 \alpha_2 + \tau_{21}^c 2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 + \rho_l f_l; \quad (7.1)$$

$$\sigma_l = \sigma_2^c \sin^2 \alpha_2 + \sigma_1^c \cos^2 \alpha_2 - \tau_{21}^c 2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 + \rho_l t_l; \quad (7.2)$$

$$\tau_{ll} = (-\sigma_2^c + \sigma_1^c) \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 + \tau_{2l}^c (\cos^2 \alpha_2 - \sin^2 \alpha_2); \quad (7.3)$$

– уравнения совместности относительных деформаций:

$$\varepsilon_l = \varepsilon_2 \cos^2 \alpha_2 + \varepsilon_1 \sin^2 \alpha_2 + \gamma_{2l} / 2 \cdot 2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2; \quad (7.4)$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_2 \sin^2 \alpha_2 + \varepsilon_1 \cos^2 \alpha_2 + \gamma_{2l} / 2 \cdot 2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2; \quad (7.5)$$

$$\gamma_{ll} / 2 = (-\varepsilon_2 + \varepsilon_1) \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 + \gamma_{2l} / 2 (\cos^2 \alpha_2 - \sin^2 \alpha_2). \quad (7.6)$$

В уравнениях (7.1)..(7.6):

$f_l, f_t$  – средние напряжения в арматуре по направлениям  $l$  и  $t$  соответственно;

$\alpha_2$  – угол наклона оси «2» к направлению оси « $l$ »;

$\varepsilon_l, \varepsilon_t$  – средние нормальные относительные деформации по направлению осей « $l$ » и « $t$ » соответственно (положительные при растяжении);

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$  – средние нормальные относительные деформации по направлению осей «2» и «1» соответственно;

$\gamma_{ll}$  – средние относительные деформации сдвига в системе координат « $l - t$ » (положительные для направления, показанного на рис. 7.4 для  $\tau_{ll}$ );

$\rho_l, \rho_t$  – коэффициенты армирования по направлению осей « $l$ » и « $t$ » соответственно;

$\sigma_l, \sigma_t$  – нормальные напряжения, действующие по грани рассматриваемого элемента по направлению осей « $l$ » и « $t$ » соответственно (положительные при растяжении);

$\tau_{ll}$  – касательные напряжения, действующие по граням рассматриваемого элемента в системе координат « $l - t$ » (положительное направление показано на рис. 7.4е);

$\tau_{2l}^c$  – средние касательные напряжения в бетоне элемента с трещинами, действующие в системе координат «2 – 1».

После образования в бетоне диагональных трещин направления главных напряжений изменяются и отличаются от направлений, определенных системой координат «2 – 1» (рис. 7.4). В модели фиксированного угла трансформация напряжений и относительных деформаций на стадии после образования трещин из системы координат «2 – 1» в систему « $l - t$ » должна включать касательные напряжения  $\tau_{2l}^c$  и относительные деформации сдвига  $\gamma_{2l}$ , как это представлено в уравнениях (7.1)..(7.2).

В модели изменяющегося угла, на положениях которой построены расчетные методы внесенные в нормы [1, 17], напряжения и деформации трансформируют непосредственно из системы координат « $d - r$ » в систему координат « $l - t$ » (рис. 7.4ж). В этом случае переменные  $\sigma_2^c, \sigma_1^c, \tau_{2l}^c, \varepsilon_l, \varepsilon_2, \gamma_{2l}$  и  $\alpha_2$  в уравнениях (7.1)..(7.6) следует заменить на переменные  $\sigma_d, \sigma_r, \tau_{dr}, \varepsilon_d, \varepsilon_r, \gamma_{dr}$  и угол  $\alpha$ . Соответственно, необходимо принять касательные напряжения и относительные деформации сдвига равными нулю ( $\tau_{dr} = 0, \gamma_{dr} = 0$ ). В результате переменные  $\tau_{dr}$  и  $\gamma_{dr}$  исключаются и уравнения, описывающие напряженно-деформированное состояние плоского элемента, преобразуется к упрощенной традиционной форме:

– уравнения равновесия

$$\sigma_l = \sigma_d \cos^2 \alpha_2 + \sigma_r \sin^2 \alpha_2 + \rho_l f_l; \quad (7.7)$$

$$\sigma_t = \sigma_d \sin^2 \alpha_2 + \sigma_r \cos^2 \alpha_2 + \rho_t f_t; \quad (7.8)$$

$$\tau_{ll} = (-\sigma_d + \sigma_r) \sin \alpha_2 \cos \alpha_2; \quad (7.9)$$

– уравнения совместности относительных деформаций:

$$\varepsilon_l = \varepsilon_d \cos^2 \alpha_2 + \varepsilon_r \sin^2 \alpha_2 \quad (7.10)$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_d \sin^2 \alpha_2 + \varepsilon_r \cos^2 \alpha_2 \quad (7.11)$$

$$\gamma_{ll} / 2 = (-\varepsilon_d + \varepsilon_r) \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 \quad (7.12)$$

Упрощенные уравнения (7.7)..(7.12), определяющие трансформацию напряжений и относительных деформаций в соответствии с кругом Мора, используют в общих моделях расчета, внесенных в нормы [1, 17], базирующихся на модели переменного угла.



При применении уравнений (7.1)..(7.6) и упрощенных уравнений (7.7)..(7.12) железобетонный элемент с диагональными трещинами рассматривают как некий непрерывный материал (континуум), наделенный вполне определенными свойствами, изменяющимися в зависимости от уровня нагружения. Поэтому при расчетах таких элементов после образования трещин принято рассматривать средние напряжения и относительные деформации. *Средние напряжения и относительные деформации в бетоне и арматуре* получают путем усреднения деформаций на некоторой базовой длине, ориентированной поперек нескольких диагональных трещин, включая собственно деформации, связанные с раскрытием трещин.

В связи с этим решение уравнений (7.7)..(7.12) становится возможным только при введении дополнительно к ним следующих основных зависимостей:

1. диаграмм деформирования бетона при сжатии в условиях плоского напряженно-деформированного состояния, связывающих главные сжимающие напряжения и деформации, действующие по направлению главных осей «2 – 1» (см. главу 4);
2. диаграмм деформирования бетона при растяжении в условиях плоского напряженно-деформированного состояния, связывающих главные растягивающие напряжения и деформации по направлению главных осей «2 – 1» (см. главу 4);
3. диаграмм деформирования для арматуры, связывающих напряжения и деформации, в том числе и с учетом совместной работы арматуры с бетоном на участках между трещинами (см. главу 5);
4. диаграмм деформирования бетона при срезе, связывающих средние касательные напряжения  $\tau_{21}^c$  и средние деформации сдвига  $\gamma_{21}$  в системе координат «2 – 1».

Первые три базовых зависимости используют при расчетах на основе модели изменяющегося угла, а четвертую добавляют при использовании метода расчета, базирующегося на модели фиксированного угла. Вместе с тем, необходимо отметить, что при использовании модели переменного угла в расчетных методах, дополнительно учитывают касательные напряжения, действующие вдоль сечения с трещиной, вызванные зацеплением по ее берегам. В этом случае необходимо дополнительно установить базовые зависимости, определяющие величину касательных напряжений, действующих в сечении с трещиной как функцию от параметров деформирования – нормальных (поперек трещины) и тангенциальных (вдоль трещины) перемещений в трещине. Касательные напряжения  $\tau_{21}^c$ , рассматриваемые как функция относительных деформаций сдвига  $\gamma_{21}$ , предполагают синтезировано учитывать и явления зацепления по берегам трещины и работу бетона на участке между трещинами и нагельный эффект арматуры [32].

Все перечисленные выше базовые зависимости, связывающие напряжения и деформации плоского железобетонного элемента с трещиной, получены опытным путем и имеют некоторые отличия в своем аналитическом описании. Вместе с тем, независимо от принятой расчетной модели базовые зависимости, связывающие напряжения и относительные деформации железобетонного элемента с диагональными трещинами и позволяющие рассматривать его как некий континуум, являются важнейшим звеном общего метода расчета при срезе.

### **7.3. Упрощенный вариант общего метода расчета железобетонных конструкций по прочности при действии изгибающих моментов, продольных и поперечных сил**

#### **7.3.1. Предпосылки и допущения метода**

Анализ и обобщение результатов испытаний плоских железобетонных элементов (панелей) при совместном действии касательных (сдвигающих) и различных комбинаций осевых усилий позволяют при построении упрощенного варианта общей расчетной деформационной модели для наклонного сечения принять следующие предпосылки и не противоречащие им допущения, сформулированные в монографии [32]:

1. После образования наклонных трещин железобетонный элемент разделен на диагональные полосы, испытывающие сжатие в продольном направлении (направлении действия главных сжимающих напряжений  $\sigma_d$ ) и растяжение в поперечном направлении. Касательные напряжения  $\tau_{dr}$  в трансформированной системе координат не учитывают и принимают равными нулю (см. раздел 7.2). При этом принято допущение о том, что в бетоне полосы, заключенной между диагональными трещинами, направления главных напряжений и главных относительных деформаций совпадают. В целом ряде реальных ситуаций это допущение не достаточно корректно. Однако, решения, полученные с учетом названного эффекта, показывают, что разница в углах наклона направлений главных напряжений и главных относительных деформаций не превышает  $\pm 10^\circ$ , что не вносит ощутимых погрешностей в результаты расчетов на срез балочных элементов.

2. Главные растягивающие напряжения неравномерно распределены по ширине бетонной полосы между диагональными трещинами. В расчетах используют некоторые средние значения главных растягивающих напряжений, рассматривая их как функцию от средних растягивающих деформаций для элемента, пересеченного диагональными трещинами. В сечении, проходящем по диагональной трещине, главные растягивающие напряжения приняты равными нулю.
3. В сечении, проходящем вдоль диагональной трещины, действуют касательные напряжения, вызванные зацеплением по берегам трещины. При этом на величину предельного сопротивления сдвигу вдоль трещины, помимо прочностных характеристик бетона, оказывает существенное влияние степень шероховатости контактирующих поверхностей, нормальные (ширина раскрытия трещин) и тангенциальные (скольжение вдоль трещины) перемещения берегов трещины, количество и дисперсность армирования, пересекающего диагональную трещину.
4. Бетон полосы, заключенной между диагональными трещинами, сопротивляется в условиях плоского напряженного состояния «растяжение – сжатие». В связи с этим параметрические точки базовой диаграммы деформирования бетона, получаемой при осевом однородном сжатии следует трансформировать с учетом т.н. эффекта разупрочнения бетона (согласно принятой международной терминологии англ. «softening effect»), как это было показано в главе 4.
5. Средние напряжения, а также средние относительные деформации в бетоне для элемента с диагональными трещинами, находящегося в условиях плоского напряженного состояния, связаны соответствующими кругами Мора, приведенными на рис. 7.7.

Уравнения совместности средних относительных деформаций для элементарной полосы, заключенной между диагональными трещинами могут быть получены при помощи геометрических преобразований из круга Мора для средних относительных деформаций (рис. 7.7б). Так с учетом принятых допущений для рассматриваемого элемента:

$$\text{— из треугольника } 2Bx \quad \gamma_{xt} = 2(\varepsilon_x - \varepsilon_2) \cot\theta \quad (7.13)$$

$$\text{— из треугольника } 2At \quad \gamma_{xt} = 2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \tan\theta; \quad (7.14)$$

В уравнения (7.13) и (7.14):

$\varepsilon_x$  – продольная относительная деформация по направлению «x» для рассматриваемого бетонного элемента (полосы) (положительная при растяжении);

$\varepsilon_t$  – поперечная относительная деформация по направлению оси «t»;

$\gamma_{xt}$  – относительная деформация сдвига в системе координат «x – t»;

$\varepsilon_2$  – главные относительные деформации сжатия (отрицательные).

Из совместного решения (7.13) и (7.14) угол наклона диагональной трещины в пределах выделенной элементарной полосы по высоте сечения составляет:

$$\tan^2 \theta = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}, \quad (7.15)$$

а) Круг Мора для средних напряжений

б) Круг Мора для деформаций

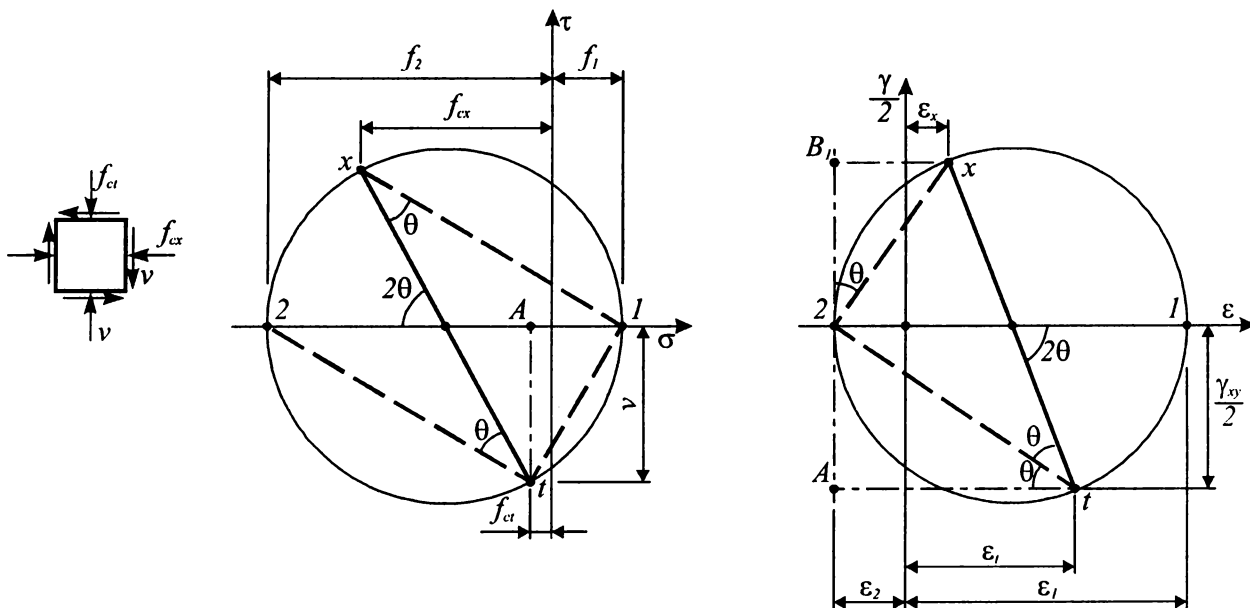


Рис. 7.7.

Круги Мора для средних напряжений (а) и деформаций (б) железобетонного элемента

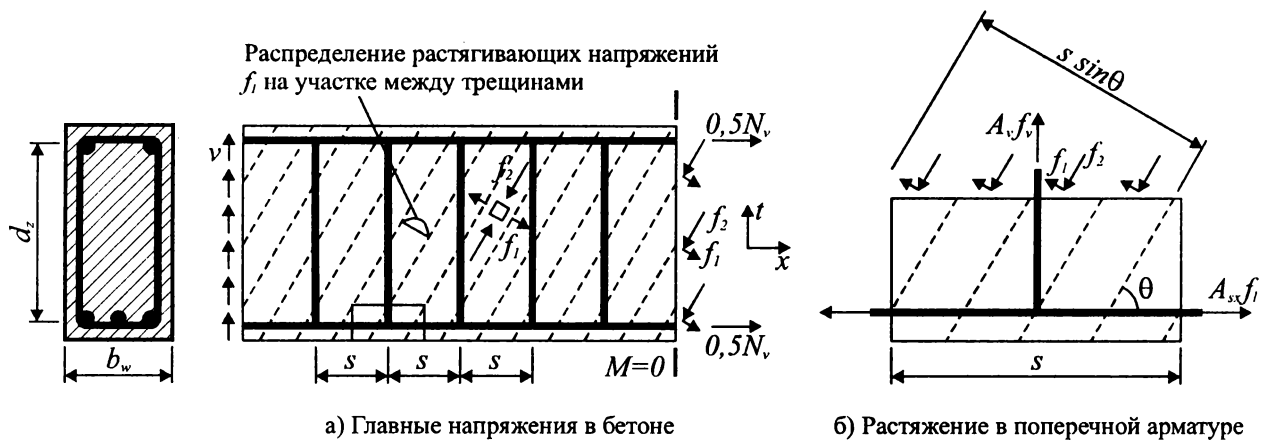


Рис. 7.8.

Схема усилий к составлению условий равновесия в рамках упрощенного варианта общего метода расчета

а первый инвариант относительных деформаций можно записать в виде:

$$\epsilon_{l(i)} + \epsilon_{2(i)} = \epsilon_{x(i)} + \epsilon_{t(i)} \quad (7.16)$$

Необходимо еще раз отметить, что для бетонного элемента с трещинами условия совместности относительных деформаций (7.13) и (7.14) записаны для средних относительных деформаций, измеренных на некоторой базовой длине, включающей несколько трещин.

Уравнения равновесия для участка, заключенного между диагональными трещинами, (рис 7.8а) в пределах элементарной полосы составим с использованием круга Мора для средних напряжений в бетоне (рис. 7.7а). При этом учитываем предпосылку о том, что главные растягивающие напряжения в бетонной полосе между диагональными трещинами изменяются от нуля (в сечении с трещиной) до некоторых максимальных значений в ее середине (между трещинами). Поэтому при составлении условий равновесия используем значения средних растягивающих напряжений  $f_i$ . Из рассмотрения треугольников  $At1$  и  $At2$  (рис. 7.7а) получаем:

$$A1 = v \tan \theta \quad (7.17)$$

$$A2 = v \cot \theta \quad (7.18)$$

Тогда:

$$A1 + A2 = f_1 + f_2 = v(\tan \theta + \cot \theta) \quad (7.19)$$

$$\text{или } f_2 = v(\tan \theta + \cot \theta) - f_1 \quad (7.20)$$

где  $v$  – касательные напряжения, действующие по граням элемента в системе координат « $x - t$ ».

### 7.3.2. Расчетные уравнения общего метода

При упрощенном расчете в рамках общего деформационного метода условия равновесия и совместности относительных деформаций рассматривают применительно к полной высоте эффективной зоны среза, заключенной между центрами тяжести наиболее сжатой и наиболее растянутой продольной арматуры ( $d_z$  см. рис. 7.8). В этом случае принимают допущение о том, что угол наклона диагональной сжатой полосы  $\theta$ , определяющий направление главных напряжений в системе координат « $d - r$ », является постоянным на всей высоте эффективной зоны среза. Это соответствует допущению о том, что по высоте эффективной зоны среза имеет место равномерное распределение

касательных напряжений  $v = \frac{V_{Sd}}{b_w d_z}$ , что принято практически во всех нормативных документах при расчетах на срез.

Составим уравнения равновесия, воспользовавшись схемами, приведенными на рис. 7.8.

Как было показано ранее из круга Мора (рис. 7.7а), главные напряжения, действующие в диагональной полосе, связаны с касательными напряжениями уравнением

$$f_1 + f_2 = v(\tan \theta + \cot \theta); \quad (7.21)$$

где  $v$  – касательные напряжения, определяемые в предположении их равномерного распределения по формуле:

$$v = \frac{V_{Sd}}{b_w \cdot d_z}$$

Из уравнения (7.21) следует, что главные растягивающие напряжения  $f_1$  вносят вклад в восприятие поперечной силы, вызванной действием нагрузки. Неуравновешенную вертикальную составляющую диагональных главных сжимающих  $f_2$  и главных растягивающих напряжений  $f_1$  воспринимает поперечная арматура:

$$A_{sw} f_{sw} = (f_2 \sin^2 \theta - f_1 \cos^2 \theta) \cdot b_w \cdot s \quad (7.22)$$

Из совместного решения уравнений (7.21) и (7.22) получаем:

$$v = \frac{f_1}{\tan \theta + \cot \theta} + \frac{f_1}{\tan \theta + \cot \theta} \left( \frac{A_{sw} \cdot f_{sw}}{b_w \cdot s} + f_1 \cos^2 \theta \right) \frac{1}{\sin^2 \theta} \quad (7.23)$$

Учитывая, что  $V_{Sd} = v \cdot b_w \cdot d_z$ , получаем:

$$V_{Sd} = v \cdot b_w \cdot d_z = \frac{A_{sw} \cdot f_{sw} \cdot b_w \cdot d_z}{b_w \cdot s} \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{(\tan \theta + \cot \theta) \sin^2 \theta} + \frac{f_1 \cdot b_w \cdot d_z}{\tan \theta + \cot \theta} (1 + \cot^2 \theta) \quad (7.24)$$

$$V_{Sd} = \frac{A_{sw} \cdot f_{sw}}{s} d_z \frac{\cot^2 \theta + 1}{\tan \theta + \cot \theta} + f_1 \frac{\tan \theta + \cot \theta}{\tan \theta (\tan \theta + \cot \theta)} b_w \cdot d_z \quad (7.25)$$

$$V_{Sd} = \frac{A_{sw} \cdot f_{sw}}{s} d_z \frac{\tan \theta + \cot \theta}{\tan \theta (\tan \theta + \cot \theta)} + f_1 \cdot b_w \cdot d_z \cdot \cot \theta$$

$$V_{Sd} = \frac{A_{sw} \cdot f_{sw}}{s} d_z \cdot \cot \theta + f_1 \cdot b_w \cdot d_z \cdot \cot \theta \quad (7.26)$$

Либо другими словами:

$V_{Sd} = V_{sw} + V_{cz} =$  составляющая поперечной силы, воспринимаемая арматурой плюс составляющая поперечной силы, воспринимаемая бетоном.

Как следует из (7.26), величина составляющей поперечной силы, воспринимаемой арматурой, зависит от изменения угла  $\theta$  и практически полностью соответствует решению, полученному в методе ферменной аналогии (см. раздел 7.6) с переменным углом сжатого подкоса. В то же время, величина составляющей, воспринимаемой бетоном зависит от величины главных растягивающих напряжений  $f_1$  в диагональной полосе между трещинами.

Здесь необходимо отметить, что величина главных растягивающих напряжений  $f_1$  является функцией касательных напряжений, которые способны воспринять диагональное сечение с трещиной за счет сил зацепления (англ. *aggregate interlock*). После того, как напряжения в поперечной арматуре достигают предела текучести, растягивающие напряжения вызываются локальными смещениями и локальными касательными напряжениями, действующими по плоскости трещины.

Усилие растяжения в продольной арматуре можно определить из рассмотрения проекции всех действующих усилий на продольную ось элемента:

$$A_{sx} f_l = (f_2 \cos^2 \theta - f_1 \sin^2 \theta) \cdot b_w \cdot d_z = V_{Sd} \cot \theta - f_1 \cdot b_w \cdot d_z \quad (7.27)$$

Рассматривая условия равновесия для сечения, расположенного вдоль диагональной трещины, и учитывая то, что напряжения, действующие в сечении с трещиной и на участке между трещинами, должны быть статически эквивалентными (рис. 7.8а, б), получаем:

$$A_{sw} \cdot f_{sw} \left( \frac{d_z}{s \cdot \tan \theta} \right) + f_1 \frac{b_w \cdot d_z}{\sin \theta} \cos \theta = A_{sw} \cdot f_{ywd} \left( \frac{d_z}{s \cdot \tan \theta} \right) + v_{ci} \cdot b_w \cdot d_z \quad (7.28)$$

Для выполнения условия (7.28) средние растягивающие напряжения в диагональной полосе должны быть равны:

$$f_l = v_{ci} \cdot \tan \theta + \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s} (f_{ywd} - f_{sw}) \quad (7.29)$$

где  $v_{ci}$  – касательные напряжения, вызванные зацеплением по берегам трещины.

Таким образом, составляющая поперечной силы, воспринимаемая бетоном, являясь функцией от главных растягивающих напряжений  $f_1$ , согласно (7.26) связана с величиной касательных напряжений, которые могут быть восприняты сечением вдоль трещины за счет зацепления по ее берегам. В монографии [32] показано, что величина касательных напряжений  $v_{ci}$ , которые способны воспринимать сечение, проходящее вдоль диагональной трещины, зависит, главным образом, от ширины ее раскрытия, и может быть определена по эмпирической формуле:

$$v_{ci} = \frac{0.18\sqrt{f_{cm}}}{0.3 + \frac{24 \cdot w}{d_g + 16}} \quad (7.30)$$

где  $f_{cm}$  – средняя прочность бетона на сжатие, МПа;  
 $d_g$  – максимальный размер зерна заполнителя, мм;  
 $w$  – ширина раскрытия диагональной трещины, мм.

По данным [32] предложенная зависимость применима для бетонов средних классов по прочности на сжатие ( $f'_c \leq 50$  Н/мм<sup>2</sup>). В силу того, что развитие трещин нормального отрыва и поперечного сдвига в структуре высокопрочных бетонов имеет специфические особенности (трещина пересекает как матрицу, так и заполнитель), зависимость (7.30) требует корректировки при их использовании.

Ширина раскрытия диагональной трещины может быть рассчитана исходя из величины главных относительных деформаций растяжения и расстояния между диагональными трещинами по формуле:

$$w = \varepsilon_I \cdot S_{m\theta} \quad (7.31)$$

где  $\varepsilon_I$  – среднее значение главных относительных деформаций растяжения (в направлении поперек диагональной трещины);

$S_{m\theta}$  – среднее расстояние между диагональными трещинами.

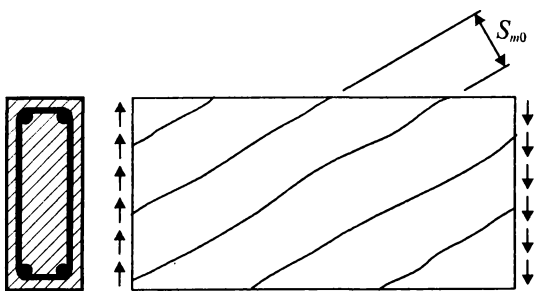
Среднее расстояние между наклонными трещинами (рис. 7.9) можно определить по формуле [6, 17, 32]:

$$S_{m\theta} = \frac{l}{\frac{\sin \theta}{S_{mx}} + \frac{\cos \theta}{S_{mv}}} \quad (7.32)$$

Расстояния между вертикальными  $S_{mx}$  и горизонтальными  $S_{mv}$  трещинами (рис. 7.9, 7.10) равны соответственно

$$S_{mx} = 2 \cdot \left( C_x + \frac{s_x}{10} \right) + 0.25 \cdot k_I \frac{\varnothing_{bx}}{\rho_{lx}} \quad (7.33)$$

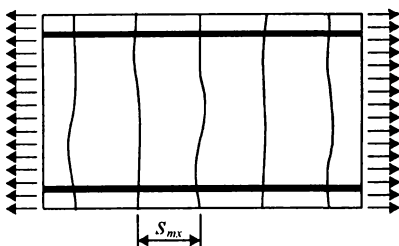
$$S_{mv} = 2 \cdot \left( C_v + \frac{s}{10} \right) + 0.25 \cdot k_I \frac{\varnothing_{bv}}{\rho_{lv}} \quad (7.34)$$



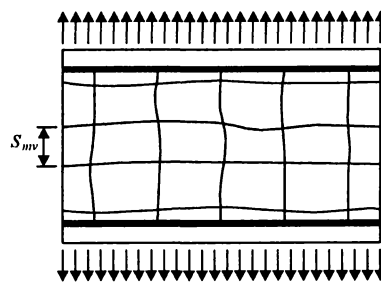
а) Наклон трещины, вызванной срезом

Рис. 7.9.

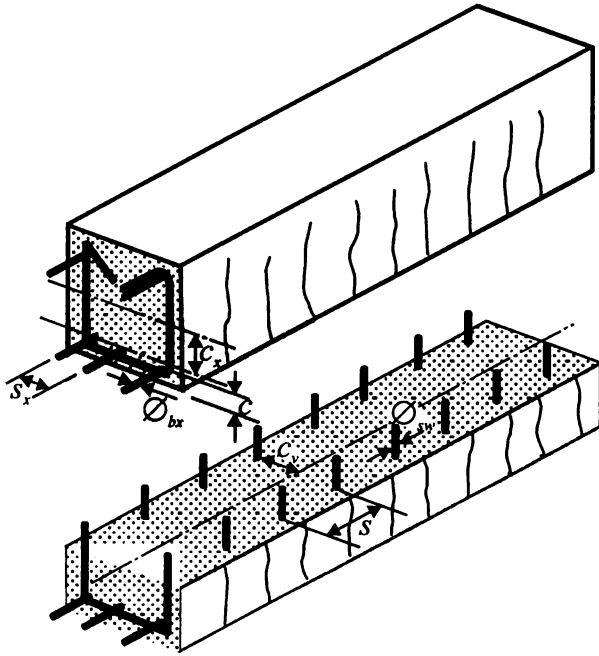
Расстояния между трещинами в железобетонной конструкции. (Collins, Mitchell, 1991 [38])



б) Вертикальные трещины, вызванные осевым растяжением



в) Горизонтальные трещины, вызванные поперечным растяжением



**Рис. 7.10.** Расчетные параметры к определению расстояния между трещинами (Collins, Mitchell, 1991 [38])

где  $\varnothing_{bi}$  – диаметр стержня (см. рис. 7.10);  
 $c$  – расстояние до центра тяжести растянутой арматуры от нижней грани сечения;  
 $S$  – шаг стержней;

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s};$$

$$\rho_{lx} = \frac{A_{sx}}{A_c};$$

$k_l = 0,4$  – для стержней периодического профиля;  
 $0,8$  – для гладких стержней.

На рис. 7.10 показаны параметры конструкции, используемые в расчетных формулах (7.33) и (7.34).

Рассматривая горизонтальные проекции сил на участке между трещинами и в сечении с трещиной, получаем условие для определения усилия в продольной арматуре:

$$A_{sx} \cdot f_y \geq A_{sx} \cdot f_{sx} + f_l \cdot b_w \cdot d_z + \left[ f_l - \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s} (f_{ywd} - f_{sw}) \right] b_w \cdot d_z \cdot \cot^2 \theta \quad (7.35)$$

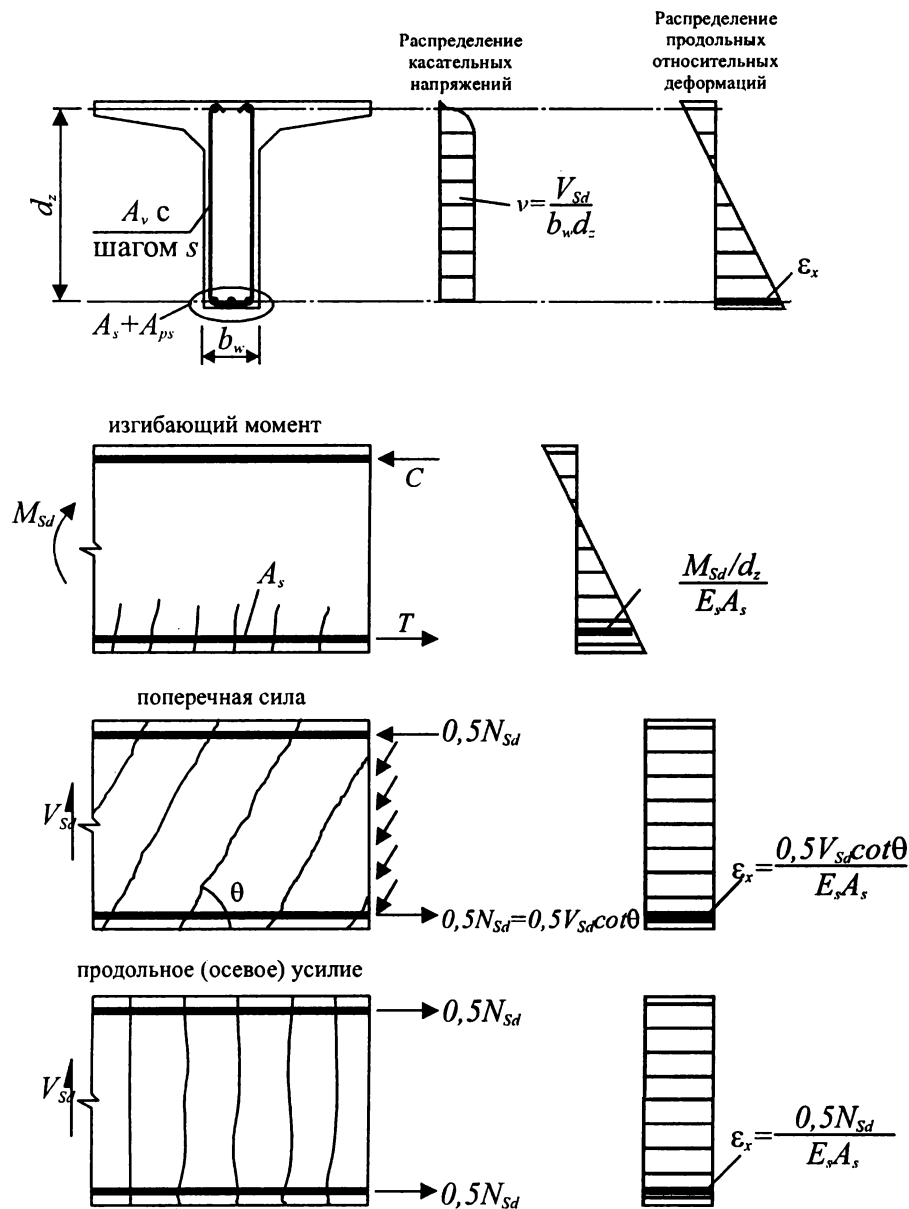
Совместное решение уравнений равновесия, уравнений совместности деформаций с привлечением зависимостей, связывающих напряжения и деформации материалов, дает возможность расчета железобетонного элемента не только в предельном состоянии по прочности, но и на любом этапе его нагружения.

Точность решения, как и в рамках упрощенного метода, главным образом зависит от выбора аналитических описаний диаграмм деформирования для материалов и зависимостей, описывающих касательные напряжения, действующие в сечении с трещиной за счет зацепления по ее берегам (см. главу 4).

### 7.3.3. Расчет поперечного армирования в рамках общего метода

В общем случае при расчете средних значений главных растягивающих относительных деформаций растяжения  $\epsilon_l$  в условиях совместности используют наибольшие продольные относительные деформации  $\epsilon_x$ . При проектировании по упрощенному методу принимают допущение о том, что в качестве этих относительных деформаций могут быть приняты относительные деформации наиболее растянутого стержня (ряда стержней) продольной арматуры. Схемы, используемые при определении продольных относительных деформаций  $\epsilon_x$  для железобетонных элементов, принятые в общем методе расчета на срез [1, 17], показаны на рис. 7.11.

При определении продольных относительных деформаций  $\epsilon_x$  в растянутой арматуре предварительно напряженных элементов дополнительно учитывают усилие в напрягаемой арматуре



**Рис. 7.11.**

Схемы усилий, принятые при определении продольных относительных деформаций  $\epsilon_x$  на уровне арматуры согласно [1, 17]

$A_{sp} f_{po}$ , при достижении которого напряжения в окружающем бетоне становятся равными нулю. Тогда максимальное значение продольных относительных деформаций  $\epsilon_x$ , используемых при расчете главных относительных деформаций растяжения  $\epsilon_1$ , в общем случае определяем по формуле:

$$\epsilon_x = \frac{M_{sd}/d_z + 0,5 N_{sd} + 0,5 V_{sd} \cot \theta - A_{sp} \cdot f_{po}}{E_s \cdot A_s + E_p \cdot A_{sp}} \geq 0 \quad (7.36)$$

В свою очередь средние значения главных относительных деформаций растяжения  $\epsilon_1$  можно определить, воспользовавшись уравнениями совместности в виде:

$$\epsilon_1 = \epsilon_x + (\epsilon_x - \epsilon_2) \cot^2 \theta \quad (7.37)$$

где  $\epsilon_2$  – главные относительные деформации сжатия в полосе между диагональными трещинами.

Из уравнения (7.37) следует, что с возрастанием продольных относительных деформаций  $\epsilon_x$  и уменьшением угла наклона сжатых полос  $\theta$  относительная деформация  $\epsilon_1$  возрастает.

Номинальную прочность при срезе определяют по формуле (7.26), которую с учетом достижения напряжениями в поперечной арматуре предельных значений ( $f_{sw} = f_{ywd}$ ) можно записать

$$V_n = V_c + V_s + V_p = f_l \cdot b_w \cdot d_z \cdot \cot \theta + \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{s} d_z \cot \theta + V_p \quad (7.38)$$

где  $V_p$  – вертикальная составляющая усилия предварительного обжатия (см. главу 12;  
 $f_{ywd}$  – расчетное сопротивление поперечной арматуры.

В соответствии с диаграммой деформирования бетона при растяжении, принятой согласно [17] в виде

$$f_l = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{500\varepsilon_l}},$$

и учитывая, что  $f_{cr} = 0.33\sqrt{f_{cm}}$ , условие (7.38) можно записать

$$V_n = \frac{0.33\sqrt{f_m}}{1 + \sqrt{500\varepsilon_l}} \cdot b_w \cdot d_z \cdot \cot \theta + \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{s} d_z \cot \theta + V_p, \quad (7.39)$$

либо в традиционной записи:

$$V_n = \beta \sqrt{f_{cm}} \cdot b_w \cdot d_z + \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{s} d_z \cot \theta + V_p, \quad (7.40)$$

где  $\beta$  – коэффициент эффективности растягивающих напряжений, характеризующий, по существу, «вклад бетона» в восприятие поперечной силы, и определяемый по формуле

$$\beta = \frac{0.33 \cot \theta}{1 + \sqrt{500\varepsilon_l}} \leq \frac{0.18}{0.3 + \frac{24w}{d_g + 16}} \quad (7.41)$$

Условие (7.41) означает, что после достижения напряжениями в поперечной арматуре предела текучести (что принято при выводе формулы (7.38)), главные растягивающие напряжения  $f_l$  должны удовлетворять условию:

$$f_l \leq \nu_{ci} \tan \theta + \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w} (f_{ywd} - f_{sw}) \quad (7.42)$$

В принятом методе требуемую площадь поперечной арматуры рассчитывают исходя из условия, что напряжения в ней достигают предела текучести, т.е.  $f_{sw} = f_{ywd}$ . Тогда условие (7.42) можно записать:

$$f_l \leq \frac{0.18\sqrt{f_{cm}}}{0.3 + \frac{24w}{d_g + 16}} \tan \theta \quad (7.43)$$

Таким образом, условие (7.43) ограничивает величину средних растягивающих напряжений  $f_l$ . Главные сжимающие напряжения с некоторым обоснованным запасом (без учета  $f_l$ ) могут быть определены по формуле

$$f_2 = \nu \left( \tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} \right), \quad (7.44)$$

где  $\nu$  – касательные напряжения, определяемые по формуле

$$\nu = \frac{V_{Sd} - V_p}{b_w \cdot d_z} \quad (7.45)$$

Решая совместно уравнения (7.37) и (7.44) с учетом того, что относительные деформации  $\varepsilon_2$  могут быть определены из зависимости, описывающей трансформированную диаграмму деформирования бетона при сжатии (4.46) ( $\varepsilon_2 = -0.002 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{f_2}{f_{2,max}}} \right)$  при  $f_{2,max} = \frac{f_{cm}}{0.8 + 170\varepsilon_l} \leq f_{cm}$ ), для определения главных относительных деформаций растяжения  $\varepsilon_l$  получаем следующую формулу



$$\varepsilon_l = \varepsilon_x + \left[ \varepsilon_x + 0.002 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{\nu}{f_{cm}} (\tan \theta + \cot \theta) (0.8 + 170\varepsilon_l)} \right) \right] \cot^2 \theta \quad (7.46)$$

При расчете требуемого количества поперечной арматуры проектировщику необходимо установить величину угла  $\theta$  и коэффициент  $\beta$ , используемых в уравнении (7.40). Для упрощения расчетных процедур в [1, 17] допускается при определении  $\theta$  и  $\beta$  пользоваться табл. 7.1, либо графическими зависимостями, показанными на рис. 7.12. В табл. 7.1 значения углов  $\theta$  и коэффициентов  $\beta$  определяют как функцию продольных относительных деформаций  $\varepsilon_x$  и относительного уровня касательных напряжений  $\frac{\nu}{f_{cm}}$ . При расчете значений  $\theta$  и  $\beta$ , внесенных в табл. 7.1 и на графике рис. 7.12, рас-

стояние между диагональными трещинами принято равным  $S_{m\theta} = 300$  мм, а максимальный размер зерна крупного заполнителя  $d_g = 20$  мм. Как следует из анализа, приведенного в [32], это достаточно точные значения для широкого диапазона балочных элементов, армированных поперечными стержнями. При принятых допущениях расчет выполняется с некоторым запасом по прочности.

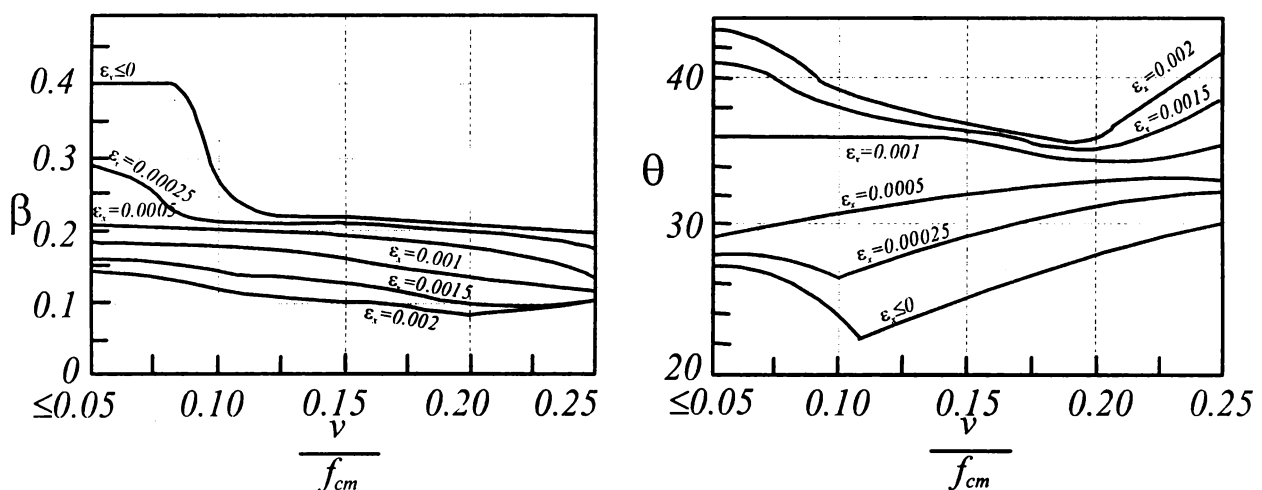
Значения углов  $\theta$ , внесенных в табл. 7.1, выбраны таким образом, чтобы были обеспечены следующие условия:

- 1) относительные деформации в поперечной арматуре  $\varepsilon_{sw}$  близки к 0,002 (относительные деформации, соответствующие пределу текучести);
- 2) главные сжимающие напряжения  $f_2$  не превышают предельных значений  $f_{2,max}$ .

**Таблица 7.1.**

Значения  $\beta$  и  $\theta$  для расчета элементов с поперечным армированием (CSA, 1994) [17]

$\frac{\nu}{f_{cm}}$	Продольные относительные деформации $\varepsilon_x$							
		$\leq 0,0000$	$\leq 0,00025$	$\leq 0,0005$	$\leq 0,00075$	$\leq 0,0010$	$\leq 0,0015$	$\leq 0,0020$
$\leq 0,050$	$\beta$	0,405	0,290	0,208	0,197	0,185	0,162	0,143
	$\theta$	27,0°	28,5°	29,0°	33,0°	36,0°	41,0°	43,0°
$\leq 0,075$	$\beta$	0,405	0,250	0,205	0,194	0,179	0,158	0,137
	$\theta$	27,0°	27,5°	30,0°	33,5°	36,0°	40,0°	42,0°
$\leq 0,100$	$\beta$	0,271	0,211	0,200	0,189	0,174	0,143	0,120
	$\theta$	23,5°	26,5°	30,5°	34,0°	36,0°	38,0°	39,0°
$\leq 0,125$	$\beta$	0,216	0,208	0,197	0,181	0,167	0,133	0,112
	$\theta$	23,5°	28,0°	31,5°	34,0°	36,0°	37,0°	38,0°
$\leq 0,150$	$\beta$	0,212	0,203	0,189	0,171	0,160	0,125	0,103
	$\theta$	25,0°	29,0°	32,0°	34,0°	36,0°	36,5°	37,0°
$\leq 0,200$	$\beta$	0,203	0,194	0,174	0,126	0,131	0,100	0,083
	$\theta$	27,5°	31,0°	33,0°	34,0°	34,5°	35,0°	36,0°
$\leq 0,250$	$\beta$	0,191	0,167	0,136	0,126	0,116	0,108	0,104
	$\theta$	30,0°	32,0°	33,0°	34,0°	35,5°	38,5°	41,5°



**Рис. 7.12.**

Графики для определения значений  $\beta$  и  $\theta$ , используемые при расчете элементов с поперечным армированием

При пользовании табл. 7.1 для промежуточных значений  $\epsilon_x$  и  $\frac{V}{f_{cm}}$  допускается линейная интерполяция. Для расчетного сечения элемента, в котором действуют усилия  $N_{Sd}$ ,  $V_{Sd}$ ,  $M_{Sd}$ , прочность при срезе согласно [1, 17] проверяют из условия:

$$V_{Sd} \leq \varphi V_n, \quad (7.47)$$

где  $\varphi$  – понижающий коэффициент, принимаемый равным  $\varphi = 0.85$ ;

$V_n$  – номинальное значение предельной поперечной силы по формуле (7.38).

Составляющую поперечной силы  $V_s$ , по которой рассчитывают требуемое количество поперечной арматуры, определяют из формулы (7.38):

$$V_{sw} > \frac{V_{Sd}}{\varphi} - V_c - V_p$$

Так как расчет производят для отдельного критического сечения, считают что разрушение, обусловленное достижением напряжениями в арматуре предела текучести, происходит на длине  $d_z \cot \theta$ . Поэтому, результаты расчета, полученные для одного сечения, могут быть приняты репрезентативными для длины участка  $d_z \cot \theta$ , при этом согласно [1, 17] расчетное сечение располагается в середине этого участка. В районе опоры первое расчетное сечение следует рассматривать на расстоянии  $0.5 d_z \cot \theta$  от ее грани, а в районе действия сосредоточенной нагрузки сечения, расположенные ближе, чем  $0.5 d_z \cot \theta$  от сосредоточенной силы, не нуждаются в проверке. В качестве упрощения при расчетах согласно [1, 17] обычно принимают, что  $0.5 d_z \cot \theta \approx d_z$ .

В соответствии с рекомендациями [1, 17] в сечении должно быть установлено минимальное количество поперечной арматуры если

$$V_{Sd} < 0.5 \varphi (V_c + V_p) \quad (7.48)$$

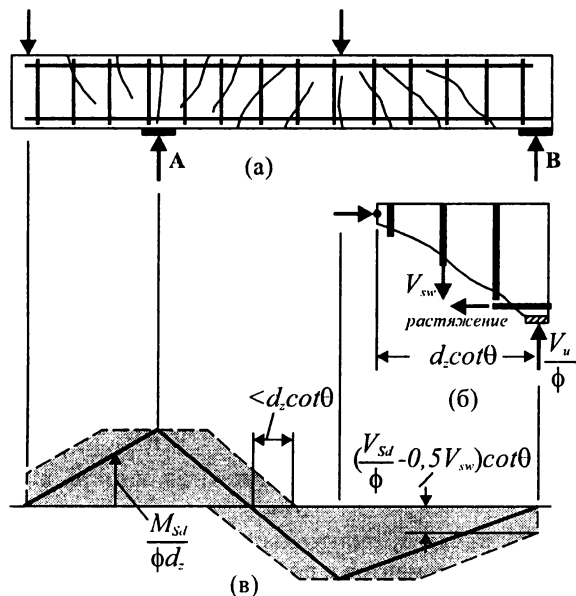
При этом минимально необходимое количество поперечной арматуры рекомендовано определять из условия:

$$\frac{A_{sw}^{min} \cdot f_{ywd}}{b_w \cdot s} \geq 0.06 \sqrt{f_{cm}} \Rightarrow A_{sw}^{min} \geq \frac{0.06 \sqrt{f_{cm}} b_w s}{f_{ywd}} \quad (7.49)$$

На рис. 7.13 проиллюстрировано влияние среза на величину растягивающего усилия в продольной арматуре. В общем случае, для сечения, в котором действует изгибающий момент  $M_{Sd}$ , продольная сила  $N_{Sd}$  и поперечная сила  $V_{Sd}$ , количество продольной арматуры должно удовлетворять условию:

$$A_s \cdot f_{yd} + A_{sp} \cdot f_{pd} \geq \frac{M_{Sd}}{\varphi \cdot d_z} + 0.5 \frac{N_{Sd}}{\varphi} + \left( \frac{V_{Sd}}{\varphi} - 0.5 V_{sw} - V_p \right) \cot \theta \quad (7.50)$$

где  $A_s, A_{sp}$  – площадь сечения соответственно ненапрягаемой и напрягаемой арматуры;  
 $f_{yd}, f_{pd}$  – расчетные сопротивления ненапрягаемой и напрягаемой арматуры.



**Рис. 7.13.**

Влияние среза на усилия в продольной растянутой арматуре согласно [17, 32]

#### 7.4. Расчет прочности наклонных сечений железобетонных элементов без поперечного армирования

Несмотря на кажущуюся простоту, задача определения прочности наклонных сечений, не имеющих поперечного армирования, сегодня является изученной в наименьшей степени. Это связано с тем, что сопротивление железобетонных элементов, не имеющих поперечного армирования, зависит от целого ряда конструктивно-технологических факторов, среди которых можно выделить:

- 1) прочность бетона при срезе, нормирование которой до настоящего времени затруднено;
- 2) пролет среза  $a/d$  (или отношение  $M/V \cdot d$ );
- 3) размеры балки (масштабный фактор);
- 4) наличие или отсутствие продольных усилий, действующих в расчетном сечении.

В связи с тем, что общий метод расчета в ряде случаев дает неудовлетворительный результат, в основном все нормативные документы [1, 6, 11, 14] для расчета прочности наклонных сечений элементов без поперечного армирования рекомендуют пользоваться эмпирическими формулами, в большей или меньшей степени учитывающими влияние перечисленных факторов.

Расчет прочности железобетонных элементов на действие поперечных сил, в которых отсутствует вертикальная и (или) наклонная (отогнутая) арматура, согласно требованиям норм [1, 6] следует производить из условия:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd,ct} \quad (7.51)$$

где  $V_{Sd}$  – расчетная поперечная сила в рассматриваемом сечении, вызванная действием на грузок;

$V_{Rd,ct}$  – поперечная сила, воспринимаемая железобетонным элементом без поперечной арматуры, определяемая по формулам (7.52)–(7.54).

Расчетную поперечную силу, воспринимаемую элементом без вертикальной и (или) наклонной арматуры, следует определять по эмпирической формуле:

$$V_{Rd,ct} = \left[ \left( \frac{0,18}{\gamma_c} \right) k (100 \rho_l \cdot f_{ck})^{2/3} - 0,15 \sigma_{cp} \right] b_w \cdot d \quad (7.52a)$$

но не менее

$$V_{Rd,ct,min} = [0,4 f_{ctd} - 0,15 \sigma_{cp}] b_w \cdot d \quad (7.52b)$$

где  $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$ ,  $d$  в мм;

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0,02;$$

$A_{sl}$  – площадь сечения продольной растянутой арматуры, учитываемой в расчете, при условии, что она заведена за расчетное сечение на длину не менее  $d$  и надежно заанкерена (рис. 7.14);

$b_w$  – минимальная ширина поперечного сечения элемента в растянутой зоне;

$\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c > 0,2 f_{cd}$ , Н/мм<sup>2</sup>;

$N_{Ed}$  – осевое усилие, вызванное действием нагрузки или предварительного напряжения ( $N_{Ed} < 0$  при сжатии);

$A_c$  – площадь бетонного сечения (мм<sup>2</sup>).

Расчетная поперечная сила  $V_{Rd,ct}$  по формуле (7.52) в ньютонах.

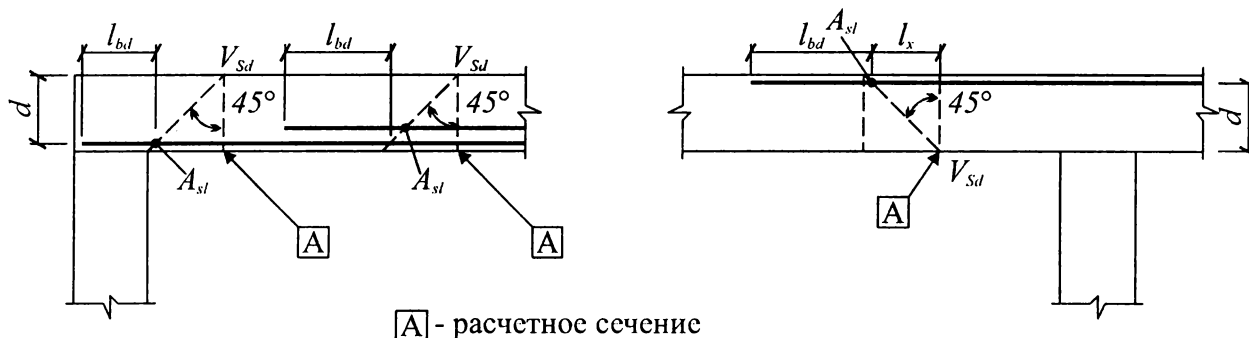


Рис. 7.14.

Положение расчетных сечений при определении площади продольного армирования  $A_{sl}$  в формуле (7.52)

Для однопролетных элементов без поперечной арматуры, в которых усилие предварительно напряжения передается за счет сил сцепления напрягаемой продольной арматуры и бетона (без применения дополнительных анкерных устройств), имеющих нормальные трещины в рассматриваемой зоне, поперечную силу, воспринимаемую элементом, следует определять по формуле (7.52). Если в рассматриваемой зоне элемента нормальные трещины, вызванные действием изгибающих моментов, отсутствуют, поперечную силу, воспринимаемую элементом без поперечного армирования допускается определять по формуле:

$$V_{Rd,ct} = \frac{I \cdot b_w}{S} \sqrt{(f_{ctd})^2 - \alpha_l \sigma_{cp} f_{ctd}} \quad (7.53)$$

- где  $I, S$  – соответственно момент инерции и статический момент для рассматриваемого поперечного сечения;
- $\alpha_l = l_x / l_{pt2} \leq 1$  – для предварительно напряженных элементов с натяжением арматуры на упоры;
- $\alpha_l = 1$  – для других способов предварительного напряжения;
- $l_{pt2}$  – расчетная длина зоны передачи напряжений в предварительно напряженном элементе (см. главу 12);
- $l_x$  – расстояние от рассматриваемого сечения до точки, от которой отсчитывается длина анкеровки (см. рис. 7.14);
- $\sigma_{cp}$  – средние сжимающие напряжения, вызванные действием продольного усилия от нагрузки или усилием предварительного напряжения ( $\sigma_{cp} = (N_{Ed} - A_s \cdot f_{yd}) / A_c, N_{Ed} > 0$  – при сжатии).

Расчет по прочности элементов без поперечной арматуры на действие поперечных сил по формуле (7.52) допускается не производить для сечений, на участке, располагаемом между внутренней гранью опоры и точкой, получаемой в результате пересечения продольной оси элемента с линией, наклоненной под углом  $45^\circ$  к внутренней грани площадки опирания. В этом случае считается, что усилие передается непосредственно на опору.

Расчет по прочности для случая, когда на рассматриваемый элемент действует сосредоточенная нагрузка, приложенная на расстоянии  $0,5d \leq x < 2d$  (короткие балки, консоли) (см. рис. 7.15), следует производить по формуле:

$$V_{Rd,ct} = \left[ \left( \frac{0,18}{\gamma_c} \right) k (100 \rho_l \cdot f_{ck})^{2/3} \left( \frac{2d}{x} \right) - 0,15 \sigma_{cp} \right] b_w \cdot d \quad (7.54a)$$

При этом сила  $V_{Rd,ct}$ , определенная по формуле (7.54a), не должна превышать величины  $V_{Rd,ct,max}$ , установленной с точки зрения обеспечения прочности сжатого подкоса и определяемой по формуле:

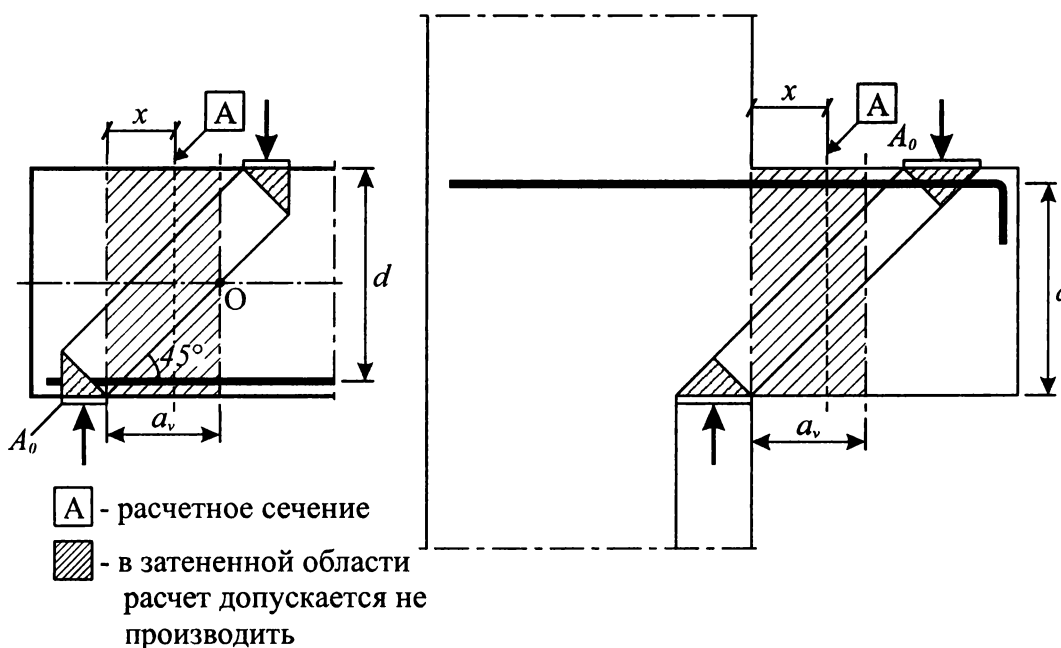


Рис. 7.15.

К расчету коротких балок и консолей, не имеющих поперечной арматуры

$$V_{Rd,ct,max} = 0,5b_w \cdot d \cdot v \cdot f_{cd} \quad (7.546)$$

где для конструкций из тяжелого бетона  $v = 0,6(1 - f_{ck}/250)$ ,  $f_{ck}$  в МПа.

Для участков конструкции, где условие (7.52) выполняется, расчет поперечного армирования не производят, но устанавливают его конструктивно. Минимальное количество поперечной арматуры, устанавливаемое по конструктивным соображениям, следует принимать в соответствии с требованиями нормативных документов [1, 6] (см. табл. 7.5).

### 7.5. Расчет железобетонных элементов на действие поперечной силы на основе расчетной модели наклонных сечений (модель наклонных сечений)

Расчет для обеспечения прочности по диагональной трещине в общем случае должен производиться из совместного решения трех уравнений равновесия внутренних и внешних продольных сил и моментов для блока железобетонного элемента, выделенного наклонным сечением (рис. 7.16) ( $\sum N = 0$ ;  $\sum V = 0$ ;  $\sum M = 0$ ). Предельное состояние по сжатой и растянутой зонам определяется соответствующими усилиями, вводимыми в общую систему уравнений.

Однако, как было показано ранее (см. раздел 7.2), решение задачи в общем виде, опираясь только на уравнения равновесия, является достаточно трудоемким и содержит целый ряд условностей. Поэтому для практических инженерных расчетов используют приближенный метод, в соответствии с которым расчет по сжатой и растянутой зонам наклонного сечения трещины выполняют независимо один от другого. При этом для оценки прочности по сжатой зоне используют уравнение равновесия поперечных сил ( $\sum V = 0$ ), считая, что разрушение по сжатой зоне происходит при преимущественных деформациях сдвига, а разрушение по растянутой зоне – при преимущественных деформациях поворота двух блоков, разделенных наклонной трещиной, одного относительно другого [24].

Соответственно нормы [1, 2] рассматривают эти два случая как: а) расчет по наклонному сечению на действие поперечных сил и б) расчет по наклонному сечению на действие изгибающих моментов.

Критерием исчерпания прочности наклонных сечений является достижение предельных усилий в сжатом бетоне над наклонной трещиной и между наклонными трещинами, а также в поперечной и продольной арматуре, пересекающей наклонные трещины.

#### 7.5.1. Расчет элементов на действие поперечной силы для обеспечения прочности по наклонной трещине

Расчетная схема усилий приведена на рис. 7.16.

Расчет железобетонных элементов с поперечной арматурой на действие поперечной силы для обеспечения прочности по наклонной трещине должен производиться по наиболее опасному наклонному сечению исходя из условия

$$V_{Sd} \leq V_{Rd} \quad (7.55)$$

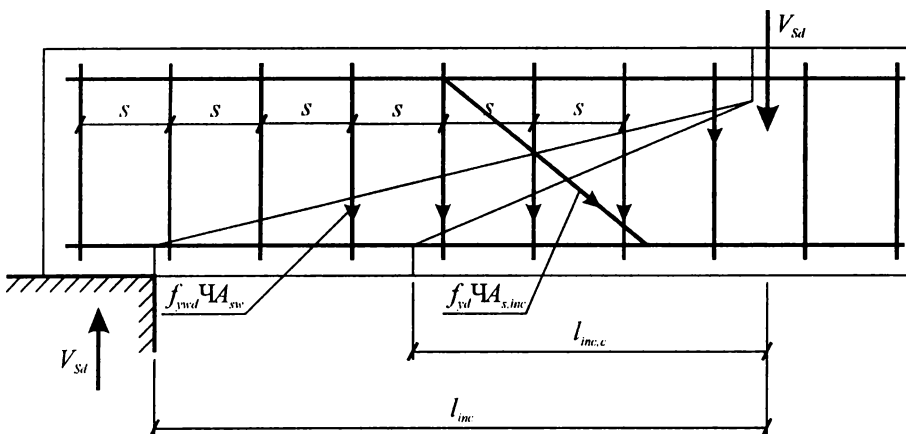


Рис. 7.16.

Схема усилий в сечении, наклонном к продольной оси элемента, при расчете его по прочности на действие поперечной силы

где  $V_{Rd}$  – поперечное усилие, воспринимаемое наклонным сечением

$$V_{Rd} = V_{cd} + V_{sw} + V_{s,inc} \quad (7.56)$$

здесь:  $V_{cd}$  – поперечное усилие, воспринимаемое бетоном над вершиной наклонной трещины;

$V_{sw}$  – сумма проекций на нормаль к продольной оси элемента предельных усилий в поперечных стержнях (хомутах), пересекающих опасную наклонную трещину;

$V_{s,inc}$  – сумма проекций на нормаль к продольной оси элемента предельных усилий в отгибах, пересекающих опасную наклонную трещину.

Поперечное усилие  $V_{cd}$ , воспринимаемое бетоном, определяется по формуле

$$V_{cd} = \frac{\eta_{c2}(1 + \eta_f + \eta_N)f_{ctd}b_w d^2}{l_{inc}}, \quad (7.57)$$

где:  $l_{inc}$  – длина проекции наиболее опасного наклонного сечения на продольную ось элемента;

$\eta_{c2}$  – коэффициент, учитывающий влияние вида бетона, принимается для бетона

тяжелого – 2.0;

мелкозернистого – 1.7;

легкого при марке по средней плотности

D1900 и более – 1.9;

D1800 и менее

при мелком заполнителе

плотном – 1.75;

пористом – 1.5;

$\eta_f$  – коэффициент, учитывающий влияние сжатых полок в тавровых и двутавровых элементах:

$$\eta_f = 0.75 \frac{(b'_f - b_w)h'_f}{b_w \cdot d} \leq 0.5, \quad (7.58)$$

при этом  $b'_f$  принимается не более  $b_w + 3h'_f$ , а поперечная арматура должна быть надежно заанкерена в полке;

$\eta_N$  – коэффициент, учитывающий влияние продольных сил; определяется по формуле:

$$\eta_N = 0.1 \frac{N_{Ed}}{f_{ctd} \cdot b_w \cdot d} \leq 0.5, \quad (7.59)$$

Для предварительно напряженных элементов в формулу (7.59) вместо  $N_{Ed}$  подставляется усилие предварительного обжатия  $N_{pd}$ . Положительное влияние продольных сжимающих сил не учитывается, если они создают изгибающие моменты, одинаковые по знаку с моментами от действия внешней нагрузки.

При действии продольных растягивающих сил

$$\eta_N = -0.2 \frac{N_{Ed}}{f_{ctd} \cdot b_w \cdot d} \quad (7.60)$$

но не более 0,8 по абсолютной величине.

Значение коэффициента  $(1 + \eta_f + \eta_N)$  во всех случаях принимается не более 1,5.

Значение  $V_{cd}$ , вычисленное по формуле (7.57) и принимается равным не менее  $\eta_{c3}(1 + \eta_f + \eta_N)f_{ctd} \cdot b_w \cdot d$ .

Коэффициент  $\eta_{c3}$  следует принимать равным:

для тяжелого бетона – 0,6;

для мелкозернистого – 0,5;

для легкого при марке по средней плотности (кг/м<sup>3</sup>)

–  $D \geq 1900$  0,5;

–  $D < 1800$  0,4.

При расчете железобетонных элементов с поперечной арматурой должна быть обеспечена прочность по наклонному сечению в пределах участка между поперечными стержнями (хомутами), между опорой и отгибом и между отгибами.

Длина проекции опасной наклонной трещины  $l_{inc,cr}$  на продольную ось элемента определяется из минимума выражения  $(V_{cd} + V_{sw} + V_{s,inc})$ , где в формулу (7.57) при определении значения  $V_{cd}$

вместо  $l_{inc}$  подставляется  $l_{inc,cr}$ ; значение  $l_{inc,cr}$  принимается не более  $2d$  и не более значения  $l_{inc}$ , а также не менее  $d$ , если  $l_{inc} > d$ .

Для элементов с поперечной арматурой в виде поперечных стержней (хомутов), нормальных к продольной оси элемента и имеющих постоянный шаг в пределах рассматриваемого наклонного сечения, значение  $l_{inc,cr}$  соответствует минимуму выражения  $(V_{cd} + V_{sw})$ , определенному по формуле

$$l_{inc,cr} = \sqrt{\frac{\eta_{c2}(1 + \eta_f + \eta_N)f_{ctd} \cdot b_w \cdot d^2}{v_{sw}}}, \quad (7.61)$$

где  $v_{sw}$  – усилие в поперечных стержнях (хомутах) на единицу длины элемента, определяемое по формуле:

$$v_{sw} = \frac{f_{ywd} \cdot A_{sw}}{s} \quad (7.62)$$

Для таких элементов поперечное усилие  $V_{sw}$  определяется по формуле:

$$V_{sw} = v_{sw} \cdot l_{inc,cr} \quad (7.63)$$

При этом для хомутов, устанавливаемых по расчету должно выполняться условие

$$v_{sw} \geq \frac{\eta_{c3}(1 + \eta_f + \eta_N)f_{ctd} \cdot b_w}{2} \quad (7.64)$$

При расчете железобетонных элементов с поперечной арматурой должна быть обеспечена **прочность по наклонной полосе между диагональными трещинами**. Это требование проверяется из условия:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd,max} \quad (7.65)$$

$$V_{Rd,max} \leq 0.3 \cdot \eta_{wl} \cdot \eta_{cl} f_{cd} \cdot b_w \cdot d, \quad (7.66)$$

где  $\eta_{wl}$  – коэффициент, учитывающий влияние поперечных стержней (хомутов), нормальных к продольной оси элемента и определяемый по формуле

$$\eta_{wl} = 1 + 5 \alpha_{sw} \rho_{sw} \leq 1,3, \quad (7.67)$$

$$\text{здесь: } \alpha_{sw} = \frac{E_s}{E_c}; \rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s};$$

$\eta_{cl}$  – коэффициент, определяемый по формуле  $\eta_{cl} = 1 - \beta_4 f_{cd}$ ,

здесь:  $\beta_4$  – коэффициент, принимаемый для тяжелого бетона равным 0,01, для легкого – 0,02;

$f_{cd}$  – в МПа (Н/мм<sup>2</sup>).

$V_{Sd}$  – расчетная поперечная сила в наклонном сечении, для которого проверяется прочность.

Рассмотрим более подробно, как определяется в методе сечений расчетная поперечная сила  $V_{Sd}$  и проекция наиболее опасного наклонного сечения.

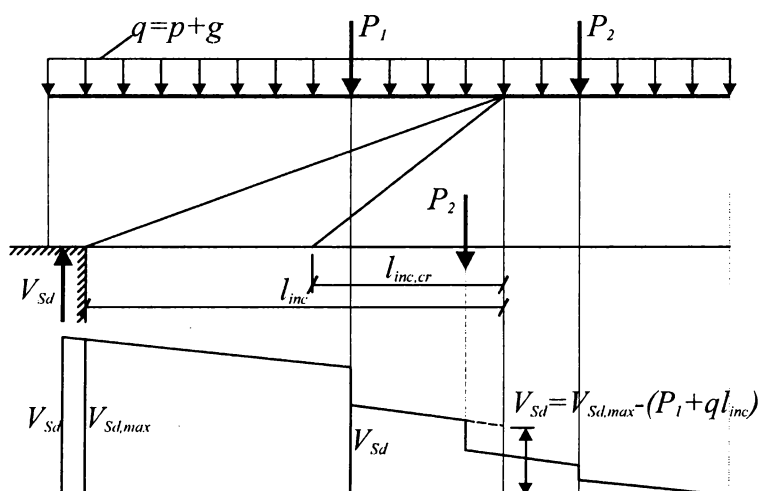
При определении поперечной силы  $V_{Sd}$  в расчетном наклонном сечении рассматривается система внешних и внутренних сил, приложенных к блоку железобетонного элемента, отделенного наклонным сечением, проходящим по диагональной трещине. Поэтому и поперечную силу  $V_{Sd}$  от внешней нагрузки, действующую в наклонном сечении, находят как суммарную величину (или равнодействующую) всех поперечных сил от внешней нагрузки, приложенной к рассматриваемому блоку (рис. 7.17).

Поперечная сила в наклонном сечении определяется как проекция на нормаль к продольной оси элемента равнодействующих всех внешних сил, которые действуют на элемент **по одну сторону** от рассматриваемого наклонного сечения. При этом, независимо от того, где приложены нагрузки (сверху, снизу или в пределах высоты элемента), а также в каком направлении она действует, всегда следует исходить из общего правила, **рассматривая приопорную часть элемента, отделенную наклонным сечением от остальной части**.

При вычислении расчетной поперечной силы в наклонном сечении  $V_{Sd}$  следует учитывать:

- расположение внешней нагрузки в пределах блока, отделенного наклонным сечением по длине элемента;
- расположение внешней нагрузки в пределах блока, отделенного наклонным сечением по высоте элемента.

Если нагрузка приложена по верхней грани элемента (рис. 7.17), то расчетная поперечная сила равна:



**Рис. 7.17.**  
К определению расчетной поперечной силы в методе сечений [24]

$$V_{Sd} = V_{Sd,max} - (\sum P_i + q \cdot l_{inc}), \quad (7.68)$$

где  $V_{Sd,max}$  – поперечная сила на опоре;

$\sum P_i, q$  – сосредоточенные и распределенная нагрузки в пределах блока, отделенного наклонным сечением.

Отсюда следует, что нагрузка, приложенная в пределах блока, отделенного наклонным сечением, уменьшает значение поперечной силы в расчетном наклонном сечении  $V_{Sd}$  по сравнению с максимальной поперечной силой на опоре  $V_{Sd,max}$ . При наличии временной нагрузки, когда она полностью или ее часть может быть перемещена, следует рассматривать наиболее невыгодное ее положение при загрузке участка элемента, отсекаемого наклонным сечением. Наиболее осторожное и простое решение заключается в том, что поперечную силу на опоре определяют от полной нагрузки, а при определении поперечной силы в расчетном сечении разгружающее влияние временной нагрузки не учитывают [24].

**7.5.1.1. Определение расчетной длины проекции наклонной трещины.** В расчете прочности наклонных сечений по наклонной трещине важную роль играет определение длины  $l_{inc,cr}$  проекции наклонной трещины на продольную ось элемента, на которой учитывается усилие в поперечной арматуре. Предположим, что длина наклонной трещины совпадает с пролетом среза  $l_{inc}$  ( $l_{inc}$  – пролет среза, который определяется как расстояние от сжатой зоны бетона под вершиной наклонной трещины до опоры, см. рис. 7.17). При увеличении длины  $l_{inc}$  поперечная сила  $V_{cd}$ , воспринимаемая бетоном уменьшается, а поперечная сила  $V_{sw}$  увеличивается. При определенной величине  $l_{inc}$ , равной  $l_{inc,cr}$ , поперечные силы  $V_{cd}$  и  $V_{sw}$  становятся взаиморавными, т.е.:

$$V_{cd} = V_{sw}.$$

Учитывая, что по формуле (7.57) и (7.63)  $V_{cd} = M_{cd}/l_{inc}$  и  $V_{sw} = v_{sw} \cdot l_{inc}$ ,

где  $M_{cd} = \eta_{C2} (1 + \eta_f + \eta_N) f_{cd} \cdot b_w \cdot d^2$ ,

длина проекции  $l_{inc}$  равна

$$l_{inc} = \sqrt{\frac{M_{cd}}{v_{sw}}}. \quad (7.69)$$

Эта длина соответствует минимальной несущей способности наклонного сечения, т.е. минимальному суммарному значению поперечных сил  $V_{cd}$  и  $V_{sw}$ , определяемому из уравнения

$$\frac{d}{dl} (V_{cd} + V_{sw}) = 0 \quad (7.70)$$

или  $\frac{d}{dl} \left( \frac{M_{cd}}{l_{inc}} + v_{sw} \cdot l_{inc} \right) = 0$ .

Откуда длина  $l_{inc,cr}$  равна:

$$l_{inc,cr} = \sqrt{\frac{M_{cd}}{v_{sw}}}. \quad (7.71)$$



В результате получаем, что при длине  $l_{inc}$ , меньшей  $l_{inc,cr} = \sqrt{\frac{M_{cd}}{v_{sw}}}$ , несущая способность наклонного сечения ( $V_{cd} + V_{sw}$ ) с увеличением длины  $l_{inc}$  снижается до тех пор, пока при  $l_{inc} = l_{inc,cr}$  не достигает минимума, а при дальнейшем росте  $l_{inc}$ , когда она становится больше  $l_{inc,cr}$ , увеличивается.

Однако, такая ситуация противоречит опытам, из которых следует, что с ростом длины проекции наклонной трещины  $l_{inc}$  несущая способность элемента с поперечной арматурой постоянно уменьшается. Чтобы снять это противоречие длина проекции наклонной трещины, на которой учитываются усилия в поперечной арматуре, при длине  $l_{inc} < l_{inc,cr}$  принимают равной  $l_{inc}$ , а при  $l_{inc} > l_{inc,cr}$  принимают равной  $l_{inc,cr}$ . Или, другими словами, длина проекции наклонной трещины принимается равной  $l_{inc,cr}$ , но не более длины  $l_{inc}$ . При этом принято, что длина  $l_{inc,cr}$  не должна быть больше  $2d$  и не менее  $d$ , если  $l_{inc}$  больше  $d$ .

**7.5.1.2. Практические методы расчета прочности наклонных сечений элементов, армированных поперечными стержнями (хомутами) без отгибов, при действии равномерно распределенной нагрузки  $q$  [24].** Как было показано выше, длину проекции наклонной трещины  $l_{inc,cr}$ , определяющей поперечное усилие  $V_{sw}$ , воспринимаемое поперечными стержнями (хомутами), всегда принимают равной наименьшему значению из трех величин:

$$l_{inc}; 2d; \sqrt{\frac{M_{cd}}{v_{sw}}}$$

При этом если  $\sqrt{\frac{M_{cd}}{v_{sw}}} < d$ , тогда  $l_{inc,cr}$  следует принимать равным  $d$ , но не менее  $l_{inc}$ . Следовательно, предельное значение поперечной силы на опоре  $V_{Sd,max}$  должно вычисляться по четырем разным формулам, соответствующим четырем случаям.

**Случай 1.**

$$l_{inc,cr} = \sqrt{\frac{M_{cd}}{v_{sw}}} \geq d, \text{ т.е. } V_{sw} = v_{sw} \sqrt{\frac{M_{cd}}{v_{sw}}} = \sqrt{M_{cd} \cdot v_{sw}}. \quad (7.72)$$

Тогда  $l_{inc} = \sqrt{\frac{M_{cd}}{q}}$  и, следовательно

$$V_{Sd,max} = 2\sqrt{M_{cd} \cdot q} + \sqrt{M_{cd} \cdot v_{sw}}. \quad (7.73)$$

**Случай 2.**

$$l_{inc,cr} = d > \sqrt{\frac{M_{cd}}{v_{sw}}}, \text{ т.е. } V_{sw} = v_{sw} \cdot d.$$

Тогда  $l_{inc} = \sqrt{\frac{M_{cd}}{q}}$

$$V_{Sd,max} = 2\sqrt{M_{cd} \cdot q} + v_{sw} \cdot d. \quad (7.74)$$

**Случай 3.**

$$l_{inc,cr} = l_{inc}, \text{ т.е. } V_{sw} = v_{sw} \cdot l_{inc}.$$

Тогда  $l_{inc} = \sqrt{\frac{M_{cd}}{q + v_{sw}}}$

$$V_{Sd,max} = 2\sqrt{M_{cd} \cdot (q + v_{sw})}. \quad (7.75)$$

**Случай 4.**

$$l_{inc,cr} = 2d, \text{ т.е. } V_{sw} = 2d \cdot v_{sw}.$$

Тогда  $l_{inc} = \sqrt{\frac{M_{cd}}{q}}$

$$V_{Sd,max} = 2\sqrt{M_{cd} \cdot q} + 2d \cdot v_{sw}. \quad (7.76)$$

Если не выполняется условие (7.51), **подбор поперечной арматуры** в расчетном наклонном сечении выполняют в следующей последовательности.

Исходя из конструктивных требований пользуясь табл. 7.2, 7.5 в первом приближении назначают диаметр и шаг поперечного армирования, принимая минимальный коэффициент армирования  $\rho_{sw,min}$  и максимальный шаг  $s \leq s_{max}$ .

1. Определяют расчетную поперечную силу в наклонном сечении  $V_{Sd}$  по формуле:

$$V_{Sd} = V_{Sd,max} - q \cdot l_{inc},$$

где  $V_{Sd,max}$  – поперечная сила в опорном сечении;

$l_{inc}$  – длина проекции наиболее опасного сечения, определяемая при действии равномерно распределенной нагрузки  
– если выполняется условие

$$q \leq \frac{\eta_{c2}(1 + \eta_N)f_{ctd} \cdot b_w}{(l_{inc,max}/d)^2} = 0,16\eta_{cu}(1 + \eta_N)f_{ctd} \cdot b_w \quad (7.77)$$

принимают  $l_{inc} = l_{inc,max}$ , где  $l_{inc,max} = 2,5d$ ;

– если условие (7.77) не выполняется

$$l_{inc} = d\sqrt{\eta_{c2}(1 + \eta_N)f_{ctd} \cdot b_w / q} \leq l_{inc,max}. \quad (7.78)$$

2. Вычисляют значение  $v_{sw}$  по формуле (7.62) и проверяют его по условию:

$$v_{sw} \geq \frac{\eta_{c3}(1 + \eta_f + \eta_N)f_{ctd} \cdot b_w}{2}. \quad (7.79)$$

3. Проверяют принятый шаг хомутов из условия:

$$s \leq s_{max} = \frac{\eta_{c2} \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d^2}{V_{Sd}}. \quad (7.80)$$

4. Рассчитывают  $M_{cd}$  по формуле:

$$M_{cd} = \eta_{c2}(1 + \eta_f + \eta_N)f_{ctd} \cdot b_w \cdot d^2. \quad (7.81)$$

5. Определяют  $l_{inc}$  по формуле:

$$l_{inc} = \sqrt{M_{cd}/q} \leq \frac{\eta_{c2}}{\eta_{c4}}d, \quad (7.82)$$

что дает для тяжелого бетона  $l_{inc} \leq 3,33d$ .

6. Вычисляют составляющую поперечной силы, воспринимаемую сечением над вершиной наклонной трещины, по формуле (7.57):

$$V_{cd} = \frac{M_{cd}}{l_{inc}} \geq V_{Rd,ct}.$$

7. Рассчитывают величину поперечной силы в вершине наклонной трещины при вычисленном по формуле (7.82) значении  $l_{inc}$ :

$$V_{Sd} = V_{Sd,max} - q \cdot l_{inc}. \quad (7.83)$$

8. Определяют длину проекции расчетного наклонного сечения  $l_{inc,cr}$ , соблюдая ограничения, принятые для  $l_{inc,cr}$ :

$$l_{inc,cr} = \sqrt{\frac{M_{cd}}{v_{sw}}}, \quad (7.84)$$

но не более  $l_{inc}$ , не более  $2d$  и не менее  $d$ , если  $l_{inc} > d$ .

9. Вычисляют поперечную силу  $V_{sw}$ , воспринимаемую поперечными стержнями (хомутами) в наклонном сечении по формуле:

$$V_{sw} = v_{sw} \cdot l_{inc,cr}.$$

10. Проверяют условие прочности в расчетном наклонном сечении (7.55).

11. Если условие (7.55) не выполняется, уменьшают шаг поперечных стержней  $s$  или увеличивают площадь сечения поперечной арматуры  $A_{sw}$ .

12. Проверяют прочность бетона по сжатой полосе между диагональными трещинами, пользуясь формулой (7.66):

При уменьшении интенсивности поперечного армирования от опоры к пролету с  $v_{sw1}$  на  $v_{sw2}$  (например, при увеличении шага хомутов) следует проверять условие (7.77) при значениях  $l_{inc}$ , превышающих  $a_{w2(l)}$  – длину первого участка элемента с интенсивностью  $q_{sw1}$  (см. рис. 7.18).

Как видно, представленный расчетный метод содержит достаточно много условностей и введенных ограничений, главным образом при определении проекции расчетного наклонного сечения.

Следует обратить внимание на то, что составляющая поперечной силы  $V_{sw}$  в методе сечений равна:

$$V_{sw} = v_{sw} \cdot l_{inc,cr} = \frac{f_{ywd} \cdot A_{sw}}{s} l_{inc,cr} \quad (7.85)$$

Если выразить длину проекции  $l_{inc,cr}$ , вводя угол наклона расчетного сечения  $\theta$  (см. рис. 7.19)

$$\frac{l_{inc,cr}}{z} = \cot \theta \rightarrow l_{inc,cr} = z \cdot \cot \theta,$$

тогда

$$V_{sw} = \frac{f_{ywd} \cdot A_{sw}}{s} z \cdot \cot \theta,$$

что соответствует решениям, получаемым как в упрощенном варианте общего метода, так и в методе ферменной аналогии, который будет рассмотрен ниже.

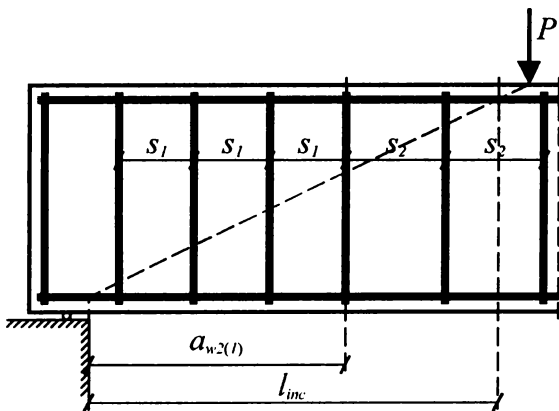
Учитывая принятые ограничения

$$d \leq l_{inc,cr} \leq 2d \quad (7.86)$$

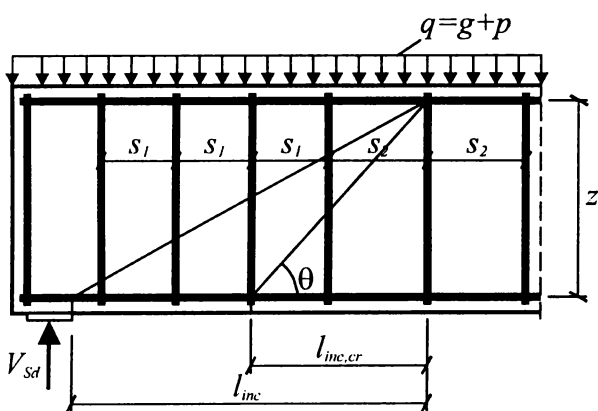
с учетом того, что  $z \cong 0,9d$ , получаем:

$$d \leq d \cdot 0,9 \cdot \cot \theta \leq 2d \text{ или } 1,1 \leq \cot \theta \leq 2,2.$$

Полученное решение достаточно близко совпадает с интервалом ограничения угла, принятого в методе ферменной аналогии (сравни:  $1,0 \leq \cot \theta \leq 2,5$ ).



**Рис. 7.18.**  
К расчету балки при изменении шага поперечных стержней



**Рис. 7.19.**  
К определению длины проекции  $l_{inc,cr}$

### 7.5.2. Расчет элементов на действие изгибающего момента для обеспечения прочности по наклонной трещине

Расчетная схема усилий приведена на рис. 7.20.

Расчет железобетонных элементов на действие изгибающего момента для обеспечения прочности по наклонной трещине должен производиться по опасному наклонному сечению из условия

$$M_{Sd} \leq M_{Rd}, \quad (7.87)$$

где  $M_{Sd}$  – момент от внешней нагрузки, расположенной по одну сторону от рассматриваемого наклонного сечения, относительно оси, перпендикулярной плоскости действия момента и проходящей через точку приложения равнодействующей усилий  $N_c$  в сжатой зоне сечения;

$M_{Rd}$  – изгибающий момент, воспринимаемый сечением, относительно той же оси

$$M_{Rd} = M_s + M_{sw} + M_{s,inc} \quad (7.88)$$

здесь:  $M_s$  – момент относительно той же оси от продольного усилия в продольной арматуре, пересекающей растянутую зону наклонного сечения;  $M_s$  определяется по формуле  $M_s = f_{yd} A_s z$ ;

где:  $A_s$  – площадь сечения продольной арматуры, пересекающей наклонное сечение;

$z$  – расстояние между равнодействующей усилий в продольной арматуре и равнодействующей усилий в сжатой зоне сечения. При отсутствии полной анкеровки продольной арматуры расчетные сопротивления арматуры растяжению  $f_{yd}$  принимаются сниженными, что учитывается коэффициентом  $\eta_{s5} = l_x/l_{bd}$ ;

$M_{sw}$  – момент относительно той же оси от усилий в поперечных стержнях (хомутах), пересекающих растянутую зону наклонного сечения;  $M_{sw}$  в случае армирования поперечными стержнями (хомутами), нормальными к продольной оси элемента, с равномерным шагом в пределах растянутой зоны рассматриваемого наклонного сечения, определяется по формуле

$$M_{sw} = v_{sw} \frac{l_{inc}^2}{2}, \quad (7.89)$$

$M_{s,inc}$  – момент относительно той же оси от усилий в отгибах, пересекающих растянутую зону наклонного сечения.

Высота сжатой зоны наклонного сечения определяется из условия равновесия проекций на продольную ось элемента усилий в бетоне сжатой зоны и в арматуре, пересекающей растянутую зону наклонного сечения.

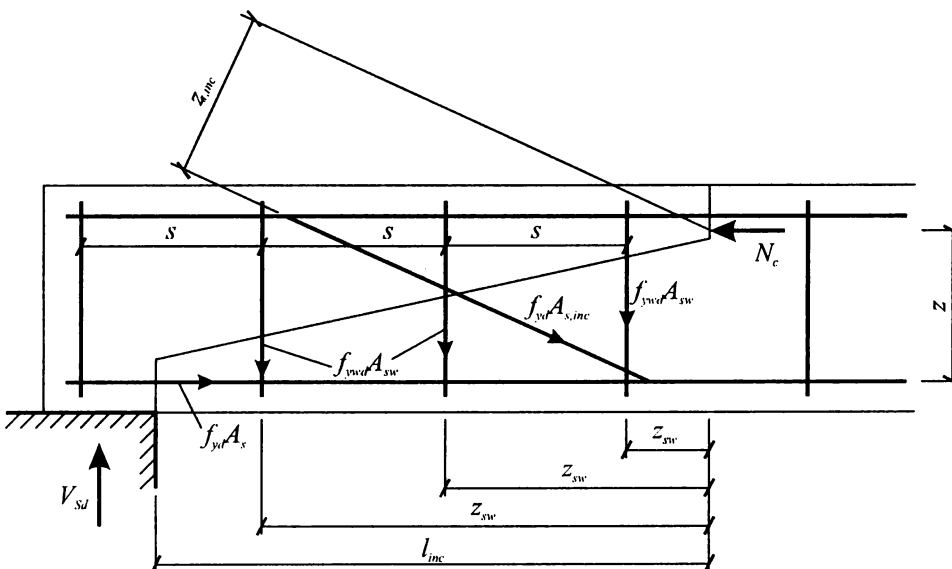


Рис. 7.20.

Схема усилий в сечении, наклонном к продольной оси железобетонного элемента, при расчете его по прочности на действие изгибающего момента.

В соответствии с требованиями норм [1, 2] расчет наклонных сечений на действие момента следует производить в местах обрыва или отгиба продольной арматуры, а также в приопорной зоне балок и у свободного края консолей. Кроме того, расчет наклонных сечений на действие момента необходимо производить в местах резкого изменения конфигурации сечения элемента (подрезки).

В балках с двузначной эпюрой изгибающих моментов, если изгибающий момент от внешнего нагружения меняет знак в пределах пролета среза и выполняется условие

$$V_{max} = \frac{V_{cr} \cdot S}{J_{red} \cdot b} \geq \frac{M_{sd} \cdot \eta}{W_{pl}}, \quad (7.90)$$

следует выполнить проверку прочности наклонного сечения, проходящего от одной сжатой грани к противоположной сжатой грани (до появления наклонной трещины) на действие изгибающего момента.

В формуле (7.90):

- где  $V_{cr}$  – поперечная сила, соответствующая моменту образования нормальных трещин;  
 $S$  – статический момент части площади поперечного сечения, расположенной выше (или ниже) центра тяжести приведенного сечения относительно центральной оси;  
 $J_{red}$  – момент инерции приведенного сечения;  
 $W_{pl}$  – упруго-пластический момент сопротивления приведенного сечения;  
 $\eta$  – коэффициент, принимаемый для тяжелого бетона равным 0,6,

### 7.6. Стержневая модель (метод ферменной аналогии)

Впервые метод ферменной аналогии для расчета прочности наклонных сечений был предложен в начале XX века практически одновременно Мёршем (Германия) и Риттером (Швейцария), поэтому традиционно носит название метода Риттера–Мёрша.

Идеализированная модель описывает поведение железобетонной балки в зоне действия изгибающих моментов и перерезывающих сил. На рис. 7.21 показаны две простые расчетные схемы, использованные в методе ферменной аналогии, представляющие собой статически определимые фермы, состоящие из верхнего пояса, воспринимающего равнодействующую сжимающих напряжений  $F_c$  (в сжатой зоне) и нижнего растянутого пояса, воспринимающего равнодействующую растягивающих напряжений в растянутой продольной арматуре  $F_t$ . Пояса соединены сжатыми бетонными подкосами  $C$ , выделенными по длине зоны среза соседними диагональными трещинами, и растянутыми подкосами  $T$ , моделирующими поперечное армирование. На рис. 7.21б показана упрощенная заменяющая ферма, которую составляют все растянутые поперечные стержни, пересеченные сечением  $\alpha-\alpha$  и приведенные к одной вертикальной стойке с узлами 2–3, а также все на-

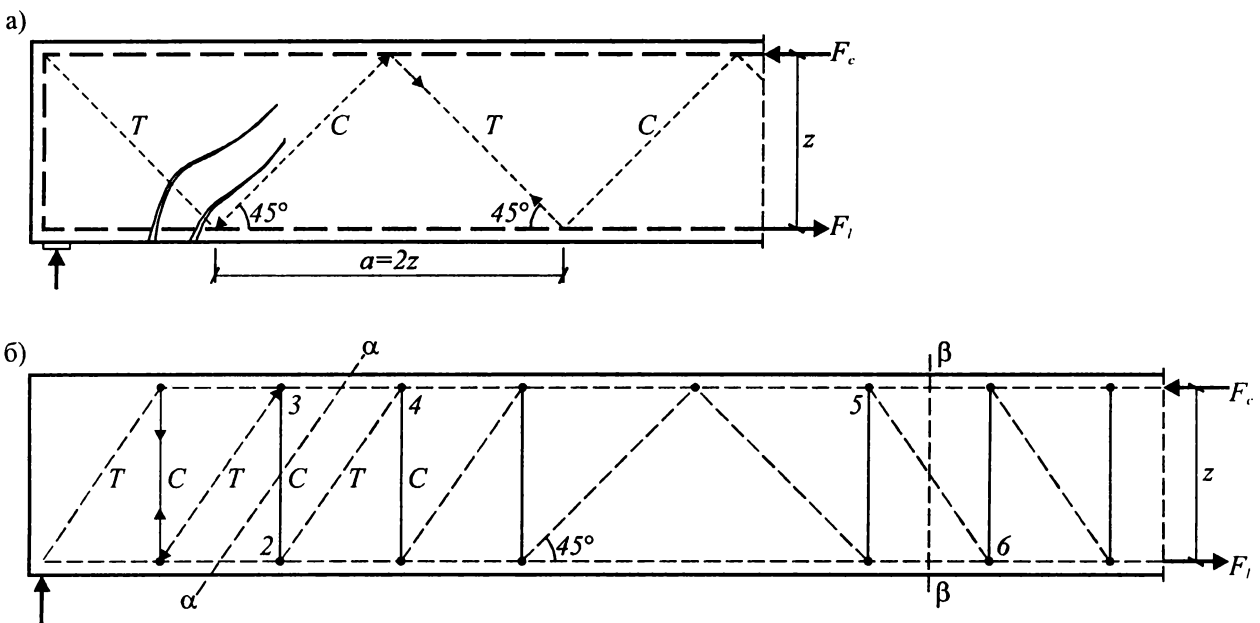


Рис. 7.21.

Расчетные схемы, применяемые в методе ферменной аналогии:

а) ферменная аналогия Мёрша; б) упрощенная заменяющая модель Риттера [40].

клонные сжатые подкосы, пересеченные сечением  $\beta-\beta$  и приведенные к одному сжатому стержню с узлами 5–6.

На рис. 7.22 показана расчетная схема усилий, принятая в методе ферменной аналогии, включенном в нормативные документы [1, 6, 11, 14]. Узлы идеализированной фермы расположены на расстоянии  $s$ , соответствующем шагу поперечных стержней. На рис. 7.22б показана заменяющая ферма, в которой на длине рассматриваемого отрезка  $a_w$  картина сжатых и растянутых подкосов размыта. Согласно с принятыми обозначениями длину этого отрезка (равную расстоянию между узлами заменяющей фермы) можно определить:

$$a_w = z(\cot \theta + \cot \alpha). \quad (7.91)$$

Из схемы сил, представленной на рис. 7.22 а и б, можно определить усилия, действующие в сжатом и растянутом подкосах:

- равнодействующая растягивающих напряжений в заменяющих подкосах с шагом  $a_w$ , моделирующей поперечное армирование, располагаемое с фактическим шагом  $s$ :

$$F_{sw} = \frac{A_{sw} \cdot \sigma_{sw}}{s} z(\cot \theta + \cot \alpha), \quad (7.92)$$

где  $A_{sw}$  – площадь поперечной арматуры;

$\sigma_{sw}$  – напряжения в поперечной арматуре;

- равнодействующая сжимающих напряжений в бетонных подкосах, расположенных с шагом  $a_w$ :

$$F_{cw} = \sigma_{cw} \cdot b_w \cdot z(\cot \theta + \cot \alpha), \quad (7.93)$$

где  $\sigma_{cw}$  – сжимающие напряжения в бетоне.

Из условий равновесия (рис. 7.22б):

$$V = F_{sw} \cdot \sin \alpha, \quad (7.94)$$

$$V = F_{cw} \cdot \sin \theta. \quad (7.95)$$

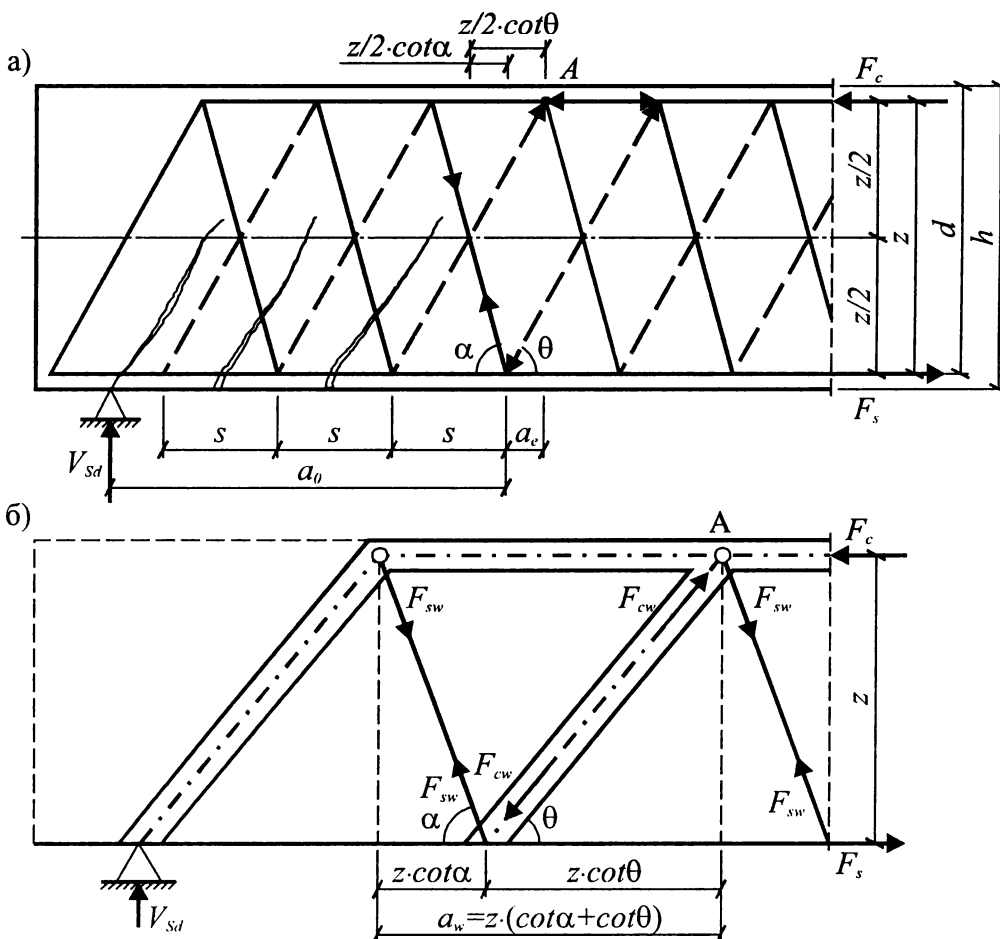


Рис. 7.22.

К расчету прочности наклонных сечений по методу ферменной аналогии [45]

а) идеализированная ферма; б) заменяющая ферма с подкосами, расположенными на участке длиной  $a_w$ .

Из уравнений (7.94) и (7.95) можно определить составляющую поперечной силы, воспринимаемой поперечной арматурой. Учитывая, что в предельном состоянии напряжений в арматуре достигают расчетного сопротивления  $\sigma_{sw} = f_{ywd}$ , получаем:

$$V_{Rd,sw} = \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{s} z (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha. \quad (7.96)$$

Преобразуя уравнение (7.93) получаем:

$$\sigma_{cw} = \frac{V}{z \cdot b_w (\cot \theta + \cot \alpha) \sin^2 \alpha}.$$

Очевидно напряжения в сжатом подкосе  $\sigma_{cw}$  не должны превышать прочности бетона на сжатие в условиях плоского напряженного состояния «сжатие–растяжение», принимаемого равным для рассматриваемой модели  $v \cdot \alpha \cdot f_{cd}$  (см. главу 4).

Уравнение изгибающих моментов относительно точки *A* (рис. 7.22а) можно записать:

$$F_s \cdot z = V_{Sd} (a_0 + a_1) \quad (7.97)$$

или

$$F_s = \frac{V_{Sd}}{z} a_0 + \frac{V_{Sd}}{z} a_1. \quad (7.98)$$

Учитывая, что  $a_1 = \frac{z}{2} (\cot \theta - \cot \alpha)$ , получаем:

$$F_s = \frac{|M_{Sd}|}{z} + \frac{|V_{Sd}|}{2} (\cot \theta - \cot \alpha). \quad (7.99)$$

Согласно требованиям норм [1, 6] усилие  $F_s$  должно быть воспринято продольной арматурой, расположенной в зоне среза изгибаемой балки (например, на промежуточных опорах неразрезной балки).

Наибольшая поперечная сила (при полном использовании прочностных свойств бетона) в нормативных методах [1, 6] очевидно будет достигнута тогда, когда прочность сжатых (выраженная через составляющую поперечной силы  $V_{Rd,max}$ ) и растянутых подкосов  $V_{Rd,sw}$  будут равными, т.е. выполняется условие

$$V_{Rd,sw} = V_{Rd,max}. \quad (7.100)$$

Выполнение этого условия не дает эффективного решения, т.к. ведет к переармированию сечения поперечной арматурой. Нормативные документы [1, 6] оставляют возможность выбора угла наклона сжатых подкосов  $\theta$  на усмотрение проектировщика, ограничивая пределы его изменения:

$$1,0 \leq \cot \theta \leq 2,5. \quad (7.101)$$

Основываясь на нормированном диапазоне (7.101) изменения угла  $\theta$  необходимо выбрать его значения таким образом, чтобы выполнить одновременно два требования, а именно чтобы была обеспечена прочность сжатого бетонного подкоса ( $V_{Sd} \leq V_{Rd,max}$ ) и при этом в сечении было установлено минимальное количество поперечного армирования.

Начальное значение угла наклона сжатого подкоса рекомендуется принимать по формуле Лицнера:

$$\cot \theta = 1,25 - 3 \frac{\sigma_{cp,eff}}{f_{cd}} \Rightarrow \theta, \quad (7.102)$$

где  $\sigma_{cp,eff}$  – эффективные средние сжимающие напряжения, вызванные действием продольных сил и рассчитываемые в соответствии с указаниями раздела 7.4.

В изгибаемых элементах, в которых не действуют продольные силы  $\sigma_{cp,eff} = 0$ , начальный угол  $\theta$  по формуле (7.102) составляет  $\theta \cong 39^\circ$ . Экспериментальные исследования показывают, что достижение предельных напряжений в поперечной арматуре изгибаемых элементов без преднапряжения происходит при  $\theta \cong 38..40^\circ$ .

### 7.6.1. Проверка железобетонных элементов по прочности наклонного сечения

В соответствии с требованиями норм [1, 6] расчет железобетонных элементов при действии поперечных сил (рис. 7.23) следует производить из условия

$$V_{Sd} \leq V_{Rd,sw}$$

где  $V_{Sd}$  – расчетная поперечная сила, вызванная действием нагрузки;  
 $V_{Rd,sw}$  – расчетная поперечная сила, воспринимаемая сечением.

#### а) Расчет при отсутствии продольных сил, действующих на сечение

Расчетную поперечную силу, воспринимаемую элементом с поперечным армированием следует определять по формуле:

$$V_{Rd,sw} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta \quad (7.103)$$

при

$$\frac{A_{sw} f_{ywd}}{b_w s} \leq 0.5 v f_{cd} \quad (7.104)$$

и

$$v = 0.6 - \frac{f_{ck} \text{ (МПа)}}{250} \text{ – для тяжелых и мелкозернистых бетонов} \quad (7.105)$$

$$v = 0.5 \eta_1 - \frac{f_{lck} \text{ (МПа)}}{250} \text{ – для легких бетонов} \quad (7.106)$$

где  $\eta_1 = 0.40 + 0.60 \rho / 2200$ ;

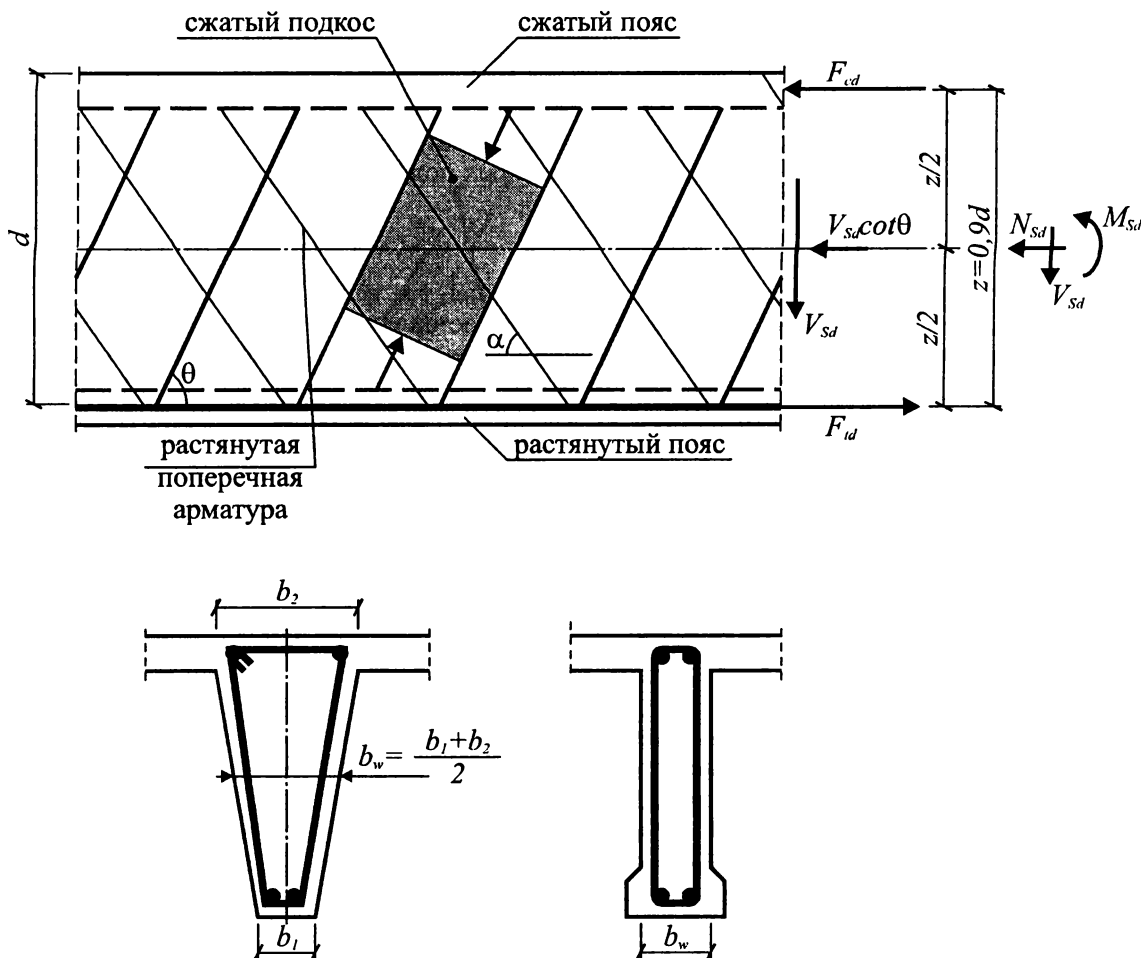


Рис. 7.23.

К расчету железобетонных элементов при действии поперечной силы по методу ферменной аналогии согласно норм [1, 6]



При этом предельная поперечная сила, воспринимаемая сечением, определенная по формуле (7.103) не должна превышать максимальной поперечной силы  $V_{Rd,max}$ , определяющей прочность сжатого бетонного подкоса и рассчитываемой по формуле:

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w z v f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} \quad (7.107)$$

Для элементов, имеющих отогнутую арматуру под углом  $\alpha \geq 45^\circ$ , предельную поперечную силу, воспринимаемую элементом, следует определять по формуле:

$$V_{Rd,sy} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha \quad (7.108)$$

при

$$\frac{A_{sw} f_{ywd}}{s b_w} \leq \frac{0.5 v f_{cd} \sin \alpha}{1 - \cos \alpha} \quad (7.109)$$

При этом, предельная поперечная сила  $V_{Rd,sy}$ , определенная по формуле (7.108), не должна превышать  $V_{Rd,max}$ , рассчитываемой по формуле:

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w z v f_{cd} (\cot \theta + \cot \alpha)}{(1 + \cot^2 \theta)} \quad (7.110)$$

В случае если конструкция армирована хомутами и отгибами, суммарную поперечную силу допускается определять по принципу суперпозиций:

$$V_{Rd,sy} = \frac{A_{sw1} f_{ywd1}}{s_1} z \cdot \cot \theta + \frac{A_{sw2} f_{ywd2}}{s_2} z \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha \quad (7.111)$$

где  $A_{sw1}$  и  $A_{sw2}$  – соответственно площадь сечения вертикальных хомутов, установленных с шагом  $s_1$ , и стержней, отогнутых под углом  $\alpha$  и установленных с шагом  $s_2$ ;

$f_{ywd1}$  и  $f_{ywd2}$  – расчетные сопротивления соответственно вертикальных хомутов и отгибов.

При этом должно выполняться условие (7.110).

#### **б) Расчет при действии в сечении продольных усилий**

Расчет железобетонных элементов с поперечным армированием в случае, когда в сечении действуют продольные усилия, максимальную поперечную силу, воспринимаемую расчетным сечением, следует определять по формуле:

$$V_{Rd,max,comp} = \alpha_c \cdot V_{Rd,max} \quad (7.112)$$

где  $V_{Rd,max}$  – поперечная сила, воспринимаемая сжатым подкосом и рассчитанная по формуле (7.107) и (7.110);

$\alpha_c$  – коэффициент, учитывающий влияние продольного осевого усилия и определяемый:

$$\alpha_c = 1 + \sigma_{cp} / f_{cd} \quad \text{при } 0 < \sigma_{cp} \leq 0,25 f_{cd};$$

$$\alpha_c = 1,25 \quad \text{при } 0,25 f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0,5 f_{cd};$$

$$\alpha_c = 1 - \sigma_{cp} / f_{cd} \quad \text{при } 0,5 f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 1,0 f_{cd};$$

здесь  $\sigma_{cp}$  – средние значения сжимающих напряжений (рассматриваемых со знаком «плюс»), вызванных действием продольного усилия. Напряжения  $\sigma_{cp}$  не учитывают при расчете сечений, располагающихся на расстоянии, меньшем, чем  $0,5 d \cot \theta$  от грани опоры.

При расчете элементов, воспринимающих растягивающие продольные усилия в расчетных формулах (7.103)..(7.112), следует принимать  $\cot \theta = 1$ .

**Растягивающее усилие в продольной арматуре  $T_d$** , вызванное действием среза следует определять по формуле:

$$T_d = 0.5 V_{sd} (\cot \theta - \cot \alpha) \quad (7.113)$$

В случае, если на конструкцию в приопорной зоне действует сосредоточенная сила, приложенная на расстоянии  $a_v < 2.5d$  от грани опоры (короткие балки, консоли), прочность при срезе  $V_{Rd}$  равна:

$$V_{Rd} = V_{Rd,ct} + A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha \quad (7.114)$$

где  $V_{Rd,ct}$  – определяют по формуле (7.52);

$A_{sw}f_{ywd}$  – составляющая перерезывающей силы, воспринимаемая поперечной арматурой, пересекающей наклонную трещину.

В расчет вводят только поперечную арматуру в середине участка длиной  $0.75a_v$ .

Значение  $V_{Rd}$ , рассчитанное по формуле (7.114), не должно превышать  $V_{Rd,max}$  согласно (7.107).

### 7.6.2. Расчет требуемой площади поперечной арматуры

В соответствии с методом, изложенным в нормах [1, 6], расчет требуемой площади поперечного армирования производят в зависимости от величины расчетной поперечной силы  $V_{Sd}$ , действующей в рассматриваемом сечении. При этом, в зависимости от положения расчетного сечения по длине приопорной зоны могут иметь место различные расчетные ситуации. В случае, когда:

- 1)  $V_{Sd} \leq V_{Rd,ct}$  – поперечное армирование по расчету не требуется и его назначают исходя из конструктивных соображений;
- 2)  $V_{Sd} > V_{Rd,max}$  – расчет поперечного армирования не представляется возможным ввиду того, что происходит разрушение при раздавливании наклонной полосы, заключенной между диагональными трещинами (форма разрушения IV). При этом предельное значение  $V_{Rd,max}$  при проверке условия можно определять по формуле (7.107), без учета влияния поперечного армирования. Если условие не выполняется, необходимо изменить размеры поперечного сечения элемента, либо класс бетона по прочности.

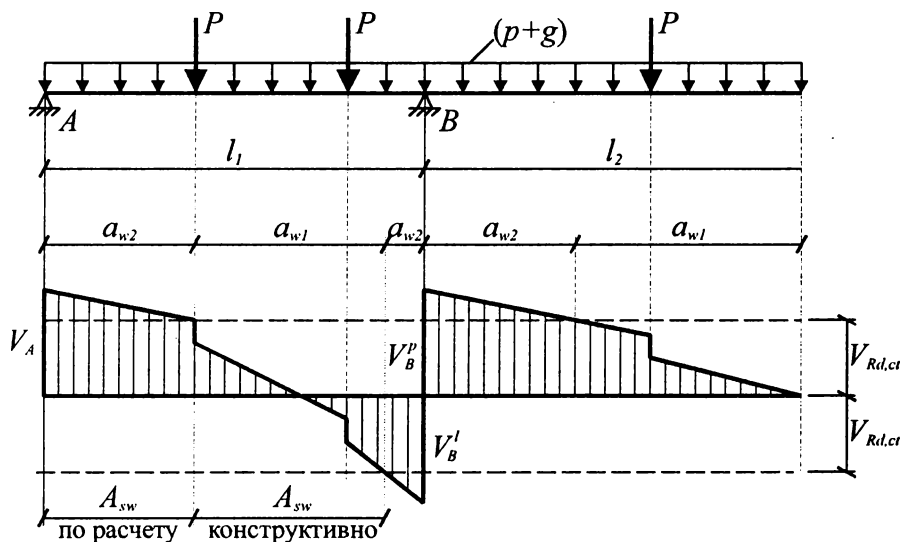
Если на участках зоны среза выполняется условие

$$V_{Rd,ct} < V_{Sd} < V_{Rd,max} \quad (7.115)$$

на этих участках необходимо установить расчетное количество поперечной арматуры. Длина участка, на котором поперечное армирование необходимо устанавливать по расчету, в первом приближении может быть определена из эпюры распределения поперечных сил. Так, для балки, на которую действует равномерно распределенная нагрузка ( $g + p$ ) (рис. 7.24, 7.25), длина этого отрезка может быть определена:

$$a_{w2} = \frac{V_{Sd} - V_{Rd,ct}}{g + p} \quad (7.116)$$

Участок, в пределах которого поперечное армирование устанавливают по расчету, может быть разбит на более короткие отрезки длиной  $z \cdot \cot \theta$  или, при  $z = 0,9d$ , равные  $0,9d \cdot \cot \theta$ . На каждом из этих отрезков к расчету принимают максимальное значение поперечной силы  $V_{Sd(i)}$ . Исключением является сечение в приопорном участке длиной  $d$  от грани опоры (где  $d$  – рабочая высота сечения), на котором поперечную силу можно уменьшить по отношению к максимальному значению  $V_{Sd}$ , действующему на опоре (рис. 7.25). Это относится к балкам, в которых нагрузка передается непосредственно на опору.

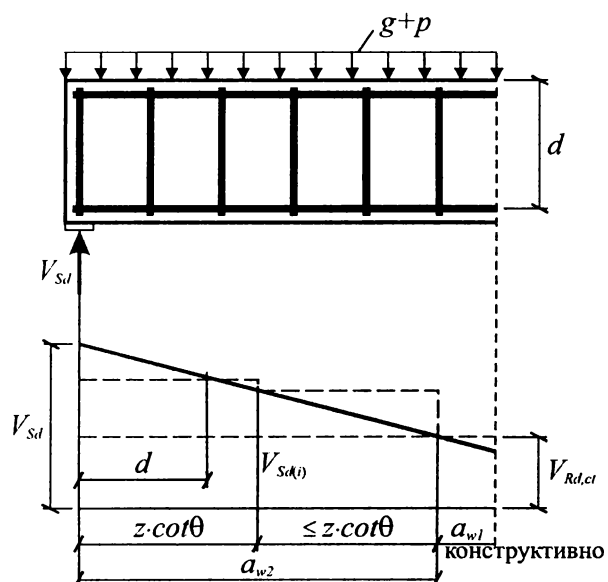


$a_{w1}$  – поперечное армирование конструктивно;

$a_{w2}$  – то же по расчету.

**Рис. 7.24.**

Разбиение балки на участки для расчета поперечного армирования [40]



**Рис. 7.25.**

К назначению величины расчетной поперечной силы на выделенных отрезках длиной  $z \cdot \cot \theta$  согласно [40]

В пределах длины расчетных участков поперечное армирование рассчитывают из условий:

$$V_{Sd} = V_{Rd,sv}; \quad (7.117)$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd,max}.$$

Из уравнений (7.117)

– для элементов, армированных поперечными стержнями:

$$A_{sw} = \frac{V_{Sd} \cdot s}{z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta} \quad (7.118)$$

или, учитывая, что  $z = 0,9d$ , а  $\frac{l}{\cot \theta} = \tan \theta$ , получаем

$$A_{sw} = \frac{V_{Sd}}{f_{ywd}} \frac{s}{0,9d} \tan \theta. \quad (7.119)$$

При этом принятая из расчета по формуле (7.119) площадь поперечной арматуры  $A_{sw}^{max}$  должна удовлетворять условию

$$\frac{A_{sw}^{max} \cdot f_{ywd}}{b_w \cdot s} \leq 0,5v \cdot f_{cd}, \quad (7.120)$$

$$\text{при } V_{Sd} \leq V_{Rd,max} = \frac{v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9d}{\cot \theta + \tan \theta}, \quad (7.121)$$

где  $v$  – коэффициент, учитывающий снижение прочности бетона при сжатии в условиях растяжения и равный:

$$v = 0,6 - \frac{f_{ck}(\text{МПа})}{250} \quad \text{– для тяжелого бетона;}$$

$$v = 0,5\eta_1 - \frac{f_{ck}(\text{МПа})}{250} \quad \text{– для легких бетонов.}$$

– для элементов, имеющих отогнутую поперечную арматуру под углом  $\alpha \geq 45^\circ$ :

$$A_{sw} = \frac{V_{Sd}}{f_{ywd}} \frac{s}{0,9d} \frac{l}{(\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha} \quad (7.122)$$

При этом принятая по расчету из формулы (7.122) площадь отогнутой арматуры  $A_{sw}^{max}$  должна удовлетворять условию:

$$\frac{A_{sw}^{max} \cdot f_{ywd}}{b_w \cdot s} \leq \frac{0,5v \cdot f_{cd} \cdot \sin \alpha}{1 - \cos \alpha}, \quad (7.123)$$

при  $V_{Sd} \leq V_{Rd,max} = \frac{v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9d(\cot \theta + \tan \theta)}{1 + \cot^2 \theta}$ . (7.124)

Для нахождения оптимальных значений углов  $\theta$  и  $\alpha$  могут быть использованы таблицы 7.3, 7.4, составленные проф. А. Ланко [40]. В этих таблицах представлены значения безразмерного коэффициента  $k_t$ , с помощью которого требуемая площадь поперечного армирования может быть определена по формуле:

$$A_{sw} = k_t \frac{V_{Sd}}{f_{ywd}}. \quad (7.125)$$

**Таблица 7.2.**

Максимальный шаг поперечных стержней согласно [6, 40]

Поперечная сила	Максимальный шаг поперечных стержней $S_{max}$ [мм]
$V_{Sd} \leq \frac{1}{5} V_{Rd,max}$	$S_{max} = 0,8d \leq 300$
$\frac{1}{5} V_{Rd,max} \leq V_{Sd} \leq \frac{2}{3} V_{Rd,max}$	$S_{max} = 0,6d \leq 300$
$V_{Sd} > \frac{2}{3} V_{Rd,max}$	$S_{max} = 0,3d \leq 200$

**Таблица 7.3.**

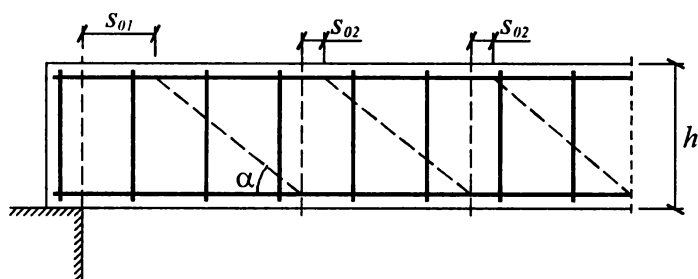
Значения коэффициента  $k_t$  для определения площади поперечного армирования ( $\alpha = 90^\circ$ ) согласно [40]

Отношение $\frac{s}{0,9d}$	Коэффициент $k_t$				
	угол наклона сжатых бетонных подкосов $\theta$				
	$45^\circ$	$40^\circ$	$35^\circ$	$30^\circ$	$26,6^\circ$
$0,8d/0,9d = 0,89$	0,890	0,750	0,623	0,514	0,445
0,85	0,850	0,713	0,595	0,491	0,426
0,80	0,800	0,670	0,560	0,462	0,402
0,75	0,750	0,629	0,525	0,433	0,376
0,70	0,700	0,587	0,490	0,404	0,352
$0,6d/0,9d = 0,67$	0,667	0,560	0,467	0,385	0,334
0,65	0,650	0,545	0,455	0,375	0,325
0,60	0,600	0,503	0,420	0,346	0,302
0,55	0,550	0,462	0,385	0,318	0,275
0,50	0,500	0,420	0,350	0,289	0,251
0,45	0,450	0,378	0,315	0,259	0,225
0,40	0,400	0,336	0,280	0,231	0,201
0,35	0,350	0,294	0,245	0,202	0,175
$0,3d/0,9d = 0,33$	0,333	0,280	0,231	0,192	0,167
0,30	0,300	0,252	0,210	0,173	0,151
0,25	0,250	0,210	0,175	0,144	0,125
0,20	0,200	0,168	0,140	0,115	0,100
0,15	0,150	0,126	0,105	0,087	0,075
0,10	0,100	0,084	0,070	0,058	0,050

**Таблица 7.4.**

Значения коэффициента  $k_t$  для определения площади отогнутых стержней при  $45^\circ < \alpha \leq 90^\circ$  согласно [40]

Отношение $\frac{s}{0,9d}$	Угол наклона армирования $\alpha$	Коэффициент $k_t$				
		угол наклона сжатых бетонных подкосов $\theta$				
		$45^\circ$	$40^\circ$	$35^\circ$	$30^\circ$	$26,6^\circ$
0,8d/0,9d = 0,89	90°	0,890	0,747	0,623	0,514	0,445
	75°	0,726	0,632	0,543	0,461	0,406
	60°	0,652	0,581	0,512	0,445	0,390
	45°	0,629	0,575	0,518	0,461	0,420
0,80	90°	0,800	0,671	0,560	0,462	0,402
	75°	0,653	0,567	0,487	0,414	0,365
	60°	0,568	0,522	0,460	0,400	0,358
	45°	0,566	0,516	0,466	0,414	0,377
0,70	90°	0,700	0,587	0,490	0,404	0,352
	75°	0,571	0,496	0,427	0,363	0,320
	60°	0,512	0,457	0,402	0,350	0,314
	45°	0,495	0,452	0,407	0,363	0,330
0,6d/0,9d = 0,67	90°	0,667	0,560	0,467	0,385	0,334
	75°	0,547	0,475	0,408	0,347	0,306
	60°	0,488	0,437	0,385	0,335	0,300
	45°	0,472	0,432	0,390	0,347	0,316
0,60	90°	0,600	0,503	0,420	0,346	0,302
	75°	0,490	0,425	0,365	0,311	0,274
	60°	0,439	0,392	0,345	0,300	0,269
	45°	0,424	0,387	0,349	0,311	0,283
0,50	90°	0,500	0,420	0,350	0,289	0,251
	75°	0,408	0,355	0,305	0,259	0,228
	60°	0,336	0,326	0,288	0,250	0,224
	45°	0,354	0,323	0,291	0,259	0,236
0,40	90°	0,400	0,336	0,280	0,231	0,201
	75°	0,326	0,280	0,244	0,207	0,183
	60°	0,292	0,261	0,230	0,200	0,179
	45°	0,283	0,258	0,233	0,207	0,189
0,3d/0,9d = 0,33	90°	0,333	0,277	0,231	0,192	0,167
	75°	0,272	0,234	0,201	0,171	0,151
	60°	0,242	0,215	0,190	0,165	0,149
	45°	0,233	0,213	0,192	0,171	0,156
0,30	90°	0,300	0,252	0,210	0,173	0,167
	75°	0,245	0,213	0,183	0,155	0,154
	60°	0,220	0,196	0,173	0,150	0,149
	45°	0,212	0,194	0,175	0,155	0,156
0,20	90°	0,200	0,168	0,138	0,115	0,100
	75°	0,163	0,142	0,122	0,104	0,091
	60°	0,146	0,130	0,115	0,100	0,090
	45°	0,142	0,129	0,116	0,104	0,094
0,10	90°	0,100	0,084	0,070	0,058	0,050
	75°	0,082	0,071	0,061	0,052	0,046
	60°	0,073	0,065	0,058	0,050	0,045
	45°	0,071	0,064	0,058	0,052	0,047



**Рис. 7.26.**  
Допустимые расстояния между концами отогнутых стержней согласно [6, 40]

Значение коэффициента  $k_t$  из таблиц 7.3, 7.4 должно соответствовать такому значению угла  $\theta$ , при котором выполняются условие  $V_{Sd} \leq V_{Rd,max}$ .

Расчет в соответствии с представленной процедурой требует независимо от варианта армирования (поперечные хомуты или отогнутые стержни), на участках, где поперечное армирование необходимо по расчету назначить диаметр поперечных стержней  $\varnothing_{sw}$  и наибольший допустимый шаг  $s \leq s_{max}$  (см. табл. 7.2). Для этого следует воспользоваться конструктивными требованиями. Назначенная площадь поперечной арматуры ( $A_{sw} = n \cdot a_{sw}$ , где  $a_{sw}$  – площадь одного стержня;  $n$  – число поперечных стержней в сечении) не должна быть меньше минимального значения  $A_{sw,min}$  (см. табл. 7.5).

Из таблиц 7.3, 7.4 можно подобрать такое значение коэффициента  $k_t$ , для которого будет получен максимальный шаг в зависимости от угла  $\theta$  (из табл. 7.3) или в зависимости от углов  $\theta$  и  $\alpha$  (из табл. 7.4):

$$k_t \rightarrow \frac{s}{0,9d} \rightarrow s.$$

Шаг поперечных стержней следует назначать таким образом, чтобы определенный из таблиц 7.3, 7.4 угол  $\theta$  гарантировал выполнение условия  $V_{Sd} \leq V_{Rd,max}$ . При принятом армировании необходимо проверять условие допустимой ширины раскрытия наклонных трещин в эксплуатационной стадии.

**Таблица 7.5.**

Минимальные коэффициенты поперечного армирования  $\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w \cdot \sin \alpha}$

Класс бетона	Минимальный коэффициент поперечного армирования $\rho_{sw}$	
	класс арматуры	
	S240	S500 (S400)
C <sup>12</sup> / <sub>15</sub> ÷ C <sup>20</sup> / <sub>25</sub>	0,0014	0,0008
C <sup>25</sup> / <sub>30</sub> ÷ C <sup>35</sup> / <sub>45</sub>	0,0020	0,0011
C <sup>40</sup> / <sub>50</sub> ÷ C <sup>55</sup> / <sub>67</sub>	0,0026	0,0014

В приопорной зоне, армированной поперечными и отогнутыми стержнями, не менее 50 % расчетной поперечной силы  $V_{Sd}$  должно восприниматься поперечными стержнями (хомутами). Отогнутые стержни следует размещать, обеспечивая минимальные расстояния между их концами, как показано на рис. 7.26, выполняя условия:

$$s_{01} \leq 0,2h \text{ и } s_{01} \leq 50 \text{ мм};$$

$$s_{02} \leq 0,2h.$$

### 7.6.3. Сопротивление железобетонных элементов с переменной высотой сечения

Расчет железобетонного элемента, имеющего переменную высоту сечения (рис. 7.27), производят из условий:

$$V_{Sd,eff} \leq V_{Rd,max} \quad (7.126)$$

и

$$V_{Sd,eff} \leq V_{Rd,sy} \quad (7.127)$$

где  $V_{Sd,eff}$  – эффективная поперечная сила, определяемая по формуле:

$$V_{Sd,eff} = V_{Sd} - V_{ccd} - V_{td} \quad (7.128)$$

здесь  $V_{ccd}$  – составляющая равнодействующей усилий в сжатой зоне сечения, параллельная поперечной силе  $V_{Sd}$  (рис. 7.27);  
 $V_{id}$  – составляющая равнодействующей усилий в растянутой зоне сечения, параллельная направлению поперечной силы  $V_{Sd}$  (рис. 7.27).

Составляющие равнодействующей усилий в сжатой и растянутой зонах сечения могут быть определены:

$$V_{ccd} = \frac{M_{Sd}}{z} \tan \alpha_c, \quad (7.129)$$

$$V_{id} = \left( \frac{M_{Sd}}{z} + N_{Sd} \right) \tan \alpha_s. \quad (7.130)$$

Дополнительные составляющие  $V_{ccd}$  и  $V_{id}$  суммируются с поперечной силой  $V_{Sd}$ , когда их направления совпадают.

#### 7.6.4. Сопротивление железобетонных тавровых элементов срезу по сечениям между стенкой и полкой

В железобетонных элементах, имеющих тавровые сечения, совместное действие изгибающего момента и поперечной силы способно создать неблагоприятную ситуацию, при которой может произойти отрыв полки. Траектории главных напряжений и линии перемещения полки показаны на рис. 7.28.

Как видно из рис. 7.28а, при действующей системе сил полка имеет тенденцию к отрыву от стенки, чему должно противостоять дополнительное армирование, располагаемое в полке перпендикулярно оси балки. Для расчета прочности по контакту полки и стенки в тавровом сечении применяют модель заменяющей фермы (рис. 7.28б), состоящей из сжатых бетонных подкосов, соединенных растянутыми арматурными стержнями. Требуется, чтобы в сжатых бетонных подкосах не была превышена предельная поперечная сила  $V_{Rd,max}$ , а в растянутых соответственно  $V_{Rd,sy}$ .

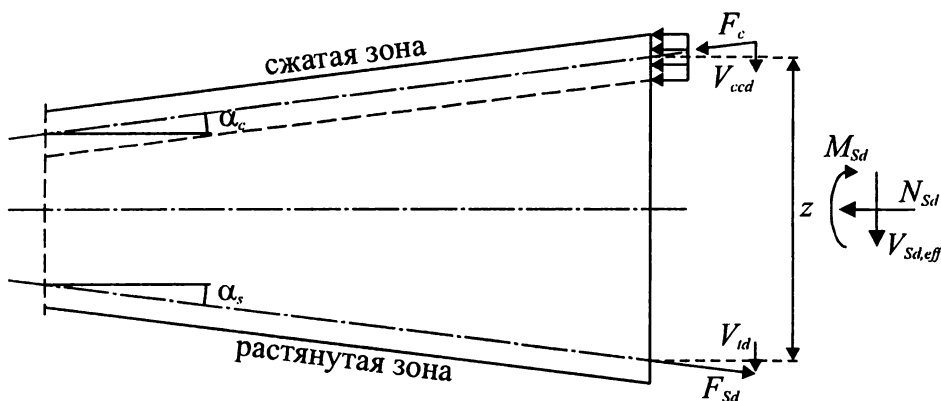


Рис. 7.27.

Схема сил, действующих в расчетном сечении элемента с переменной высотой [6, 40]

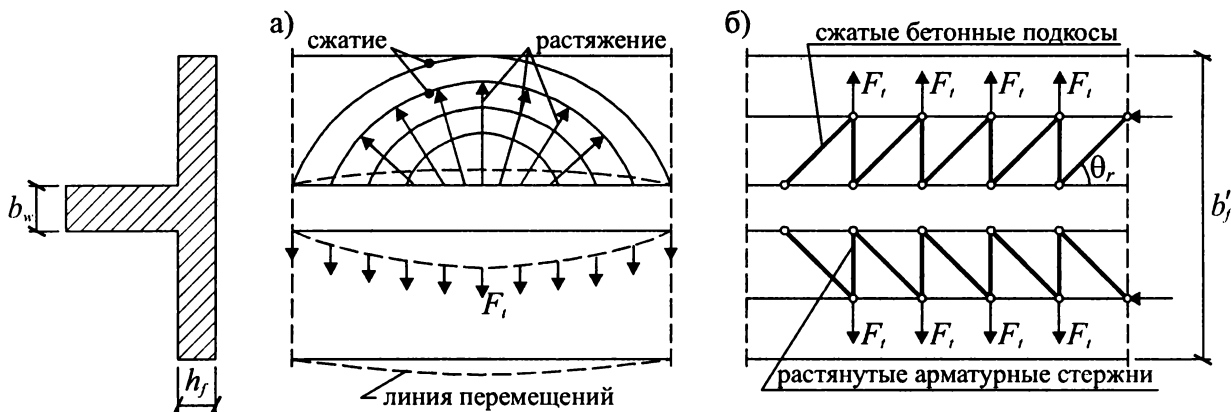
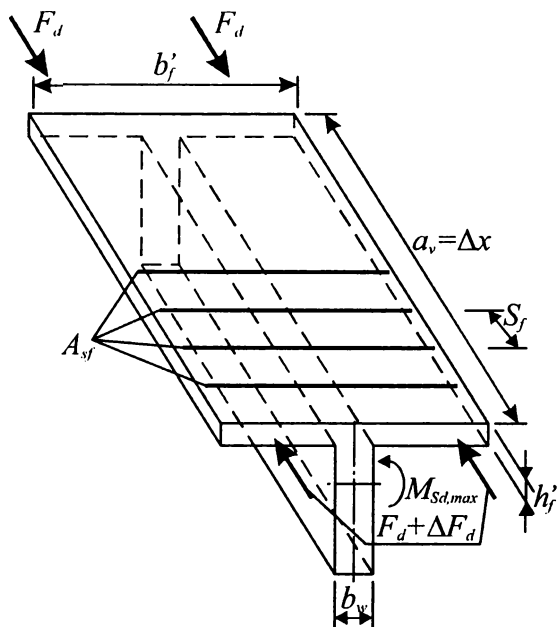


Рис. 7.28.

К расчету прочности на срез между полкой и стенкой таврового сечения

- а) траектории главных напряжений и линии перемещений;
- б) условная заменяющая ферма.



**Рис. 7.29.**  
К расчету на срез между полкой и стенкой

Количество поперечного армирования, устанавливаемого в полке на единицу длины ( $A_{sf}/s_f$ ), согласно норм [1, 6] следует определять из условия (см. рис. 7.29):

$$\left( \frac{A_{sf}}{s_f} \right) \geq v_{Sd} \cdot f_{yd} \cdot \cot \theta_r \quad (7.131)$$

где  $v_{Sd}$  – среднее усилие среза, приходящееся на единицу длины рассчитываемого участка по одну сторону от стенки, определяемое по формуле:

$$v_{Sd} = \frac{\Delta F_d}{\Delta x} \quad (7.132)$$

здесь  $\Delta F_d$  – приращение результирующей нормальных напряжений, распределенных в пределах полки с одной стороны от стенки на длине рассматриваемого участка  $\Delta x$  (см. рис. 7.29).

Для предотвращения раздавливания сжатого подкоса, выделяемого наклонными трещинами в пределах полки, должно выполняться условие:

$$v_{Sd} < v \cdot f_{cd} \cdot h'_f \cdot \sin \theta_r \cdot \cos \theta_r \quad (7.133)$$

При расчетах по формулам (7.131) и (7.133) допускается принимать следующие значения угла  $\theta_r$ :

- для сжатой полки  $\cot \theta_r = 2.0$  ( $\theta_r = 26.5^\circ$ );
- для растянутой полки  $\cot \theta_r = 1.25$  ( $\theta_r = 38.6^\circ$ ).

В расчетах необходимо учитывать армирование полки, установленное для восприятия изгибающего момента в поперечном направлении (из расчета полки на местный изгиб).



## ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА К ГЛАВЕ 7

### Пример 1.

#### Дано:

Свободно опертая железобетонная балка перекрытия пролетом  $L=5,5$  м.

Размеры поперечного сечения  $b = 200$  мм,  $h = 400$  мм,  $d = 370$  мм.  $A_s = 509$  мм<sup>2</sup>.

Бетон класса  $C^{12}/_{15}$  ( $f_{ck} = 12$  МПа,  $\gamma_c = 1,5$ ,  $f_{cd} = 8$  МПа;  $f_{cm} = 20$  МПа;  $f_{ctm} = 1,6$  МПа).

Поперечная арматура S240 ( $f_{yk} = 240$  МПа).

Временная равномерно распределенная нагрузка  $q=36$  кН/м, постоянная  $g=14$  кН/м.

#### Требуется:

Определить площадь и шаг поперечной арматуры (использовать упрощенный вариант общего метода расчета ЖБК при действии изгибающих моментов и поперечных сил).

#### Расчет:

Длину участка, на котором поперечное армирование необходимо устанавливать по расчету, определяем из эпюры распределения поперечных сил. Для этого определим поперечную силу, которую может воспринять элемент без поперечного армирования:

$$V_{Rd,ct} = \left[ \left( \frac{0,18}{\gamma_c} \right) \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} - 0,15 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d, \text{ кН};$$

но не менее  $V_{Rd,ct,min} = (0,4 \cdot f_{ctd} - 0,15 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d, \text{ кН};$

где:  $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2, \quad k = 1 + \sqrt{\frac{200}{370}} = 1,735;$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} = \frac{509}{200 \cdot 370} = 0,006 \leq 0,02;$$

$f_{ctd} = f_{ctm} / \gamma_c = 1,6 / 1,5 = 1,067$  МПа. – расчетное сопротивление бетона при растяжении.

$\sigma_{cp} = 0$  – напряжение в бетоне, вызванное наличием осевого усилия.

$$V_{Rd,ct} = \left[ \left( \frac{0,18}{1,5} \right) \cdot 1,735 \cdot (100 \cdot 0,006 \cdot 12)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot 200 \cdot 370 = 29750 \text{ Н} = 29,75 \text{ кН};$$

$$V_{Rd,ct,min} = (0,4 \cdot 1,067) \cdot 200 \cdot 370 = 31570 \text{ Н} = 31,57 \text{ кН}.$$

Таким образом, расчетным является участок:

$$a_{w2} = (V_{Sd,max} - V_{Rd,ct,min}) / (q + g) = (137,5 - 31,57) / (14 + 36) = 2,12 \text{ м}.$$

Первое расчетное сечение назначаем на расстоянии  $d_z = 350$  мм. от опоры.

Усилия в данном сечении составляют: поперечное усилие  $V_{Sd} = 120$  кН., момент  $M_{Sd} = 45,06$  кН·м.

Определяем продольные относительные деформации в растянутой арматуре, предварительно задавшись углом наклона трещин к горизонтали  $\theta = 40^\circ$ , по формуле:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{(M_{Sd} / d_z) + 0,5 \cdot N_{Sd} + 0,5 \cdot V_{Sd} \cdot \cot \theta}{E_s \cdot A_s} = \\ &= \frac{(45,06 \cdot 10^6 / 350) + 0,5 \cdot 0 + 0,5 \cdot 120 \cdot 10^3 \cdot \cot 40^\circ}{2 \cdot 10^5 \cdot 509} = 1,967 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

Для того, чтобы выяснить верно ли был задан угол  $\theta$  необходимо воспользоваться таблицей 7.1. Предварительно определим касательные напряжения, действующие в рассматриваемом сечении:

$$v = \frac{V_{Sd}}{b_w \cdot d_z} = \frac{120 \cdot 10^3}{200 \cdot 350} = 1,714 \text{ МПа}.$$

тогда отношение  $\frac{v}{f_{cm}} = \frac{1,714}{20} = 0,086$

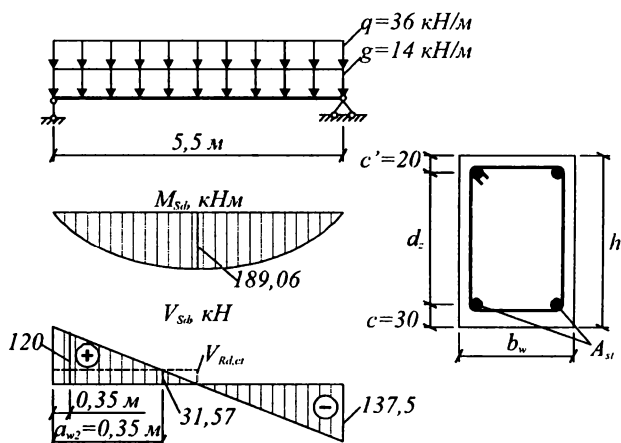


Рис. 7.30.

В соответствии со значением  $\varepsilon_x$  и  $\frac{v}{f_{cm}}$  по таблице 7.1 определяем правильность принятия значения угла  $\theta$ . В нашем случае угол наклона трещин к горизонтали был принят верно.

Определяем средние значения главных растягивающих деформаций  $\varepsilon_I$  (значение  $\varepsilon_I$  определяется итерационным путем):

$$\begin{aligned}\varepsilon_I &= \varepsilon_x + \left[ \varepsilon_x + 0,002 \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{v}{f_{cm}} \cdot (\tan \theta + \cot \theta) \cdot (0,8 + 170 \cdot \varepsilon_I)} \right) \right] \cdot \cot^2 \theta = \\ &= 1,967 \cdot 10^{-3} + \\ &+ \left[ 1,967 \cdot 10^{-3} + 0,002 \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{1,714}{20} \cdot (\tan 40^\circ + \cot 40^\circ) \cdot (0,8 + 170 \cdot 5,214 \cdot 10^{-3})} \right) \right] \cdot \cot^2 40 = 5,214 \cdot 10^{-3}\end{aligned}$$

Несущая способность наклонного сечения определяется:

$$V_{Rd,c} + V_{Rd,sy} = V_{Sd}$$

где:  $V_{Rd,c}$  – составляющая поперечной силы воспринимаемая бетоном, кН;

$V_{Rd,sy}$  – составляющая поперечной силы воспринимаемая поперечной арматурой, кН.

Определяем составляющую поперечной силы, воспринимаемой бетоном:

$$V_{Rd,c} = f_l \cdot b_w \cdot d_z \cdot \cot \theta, \text{ кН};$$

где:  $f_l$  – главные растягивающие напряжения, МПа.

Главные растягивающие напряжения определяем по формуле:

$$f_l = \frac{0,18 \cdot \sqrt{f_{cm}}}{0,3 + \frac{24 \cdot w_k}{d_g + 16}} \cdot \tan \theta, \text{ МПа};$$

где  $d_g$  – максимальный размер заполнителя,  $d_g = 20$  мм.;

$w_k$  – ширина раскрытия наклонной трещины.

$$w_k = S_{m\theta} \cdot \varepsilon_I = 300 \cdot 5,214 \cdot 10^{-3} = 1,564 \text{ мм};$$

где:  $S_{m\theta} = 300$  мм. – расстояние между диагональными трещинами.

Тогда главные растягивающие напряжения:

$$f_l = \frac{0,18 \cdot \sqrt{20}}{0,3 + \frac{24 \cdot 1,564}{20 + 16}} \cdot \tan 40^\circ = 0,492 \text{ МПа}.$$

Составляющая поперечной силы, воспринимаемая бетоном, будет равна:

$$V_{Rd,c} = 0,492 \cdot 200 \cdot 350 \cdot \cot 40^\circ = 41050 \text{ Н} = 41,06 \text{ кН}.$$

Составляющая поперечной силы, которую должна воспринять арматура, равна:

$$V_{Rd,sy} = V_{Sd} - V_{Rd,c} = 120 - 41,05 = 78,95 \text{ кН}.$$

Составляющая поперечной силы, воспринимаемая поперечной арматурой, определяется по формуле:

$$V_{Rd,sy} = \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot d_z}{s} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha, \text{ кН};$$

где:  $\alpha$  – угол наклона поперечной арматуры к продольной оси элемента,  $\alpha = 90^\circ$ .

Количество поперечной арматуры рассчитываем, приняв условие, что напряжения в ней достигают предела текучести:  $f_{sw} = f_{ywd}$ .

Предварительно задавшись шагом поперечной арматуры определяем ее площадь.

Принимаем шаг поперечной арматуры равным  $s = 100$  мм. Согласно табл. 7.5 минимальный коэффициент поперечного армирования для заданного класса бетона и класса арматуры  $\rho_{sw} = 0,0014$ . Тогда площадь поперечного сечения арматуры при шаге  $s = 100$  мм. должна быть не менее:

$$A_{sw,min} = (s \cdot b_w \cdot \sin \alpha) \cdot \rho_{sw} = (100 \cdot 200 \cdot \sin 90^\circ) \cdot 0,0014 = 28 \text{ мм}^2.$$

$$A_{sw} = \frac{V_{Rd,sy} \cdot s}{f_{sw} \cdot d_z \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha} = \frac{78,947 \cdot 10^3 \cdot 100}{218 \cdot 350 \cdot (\cot 40^\circ + \cot 90^\circ) \cdot \sin 90} = 86,8 \text{ мм}^2$$

Принимаем  $2\varnothing 8$ ,  $A_{sw} = 101 \text{ мм}^2$  с шагом  $100$  мм.

Составляющая поперечной силы, которую может воспринять арматура, равна:

$$V_{Rd,sy} = \frac{101 \cdot 218 \cdot 350}{100} \cdot (\cot 40^\circ + \cot 90^\circ) \cdot \sin 90 = 91840 \text{ Н} = 91,84 \text{ кН}.$$

Действительная несущая способность наклонного сечения составляет:

$$V_{Sd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,sy} = 41,053 + 91,84 = 132,893 \text{ кН.}$$

$V_{Sd}$  должно удовлетворять условию:

$$V_{Sd} \leq 0,25 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d_z$$

$$132,89 < 0,25 \cdot 8 \cdot 200 \cdot 350 = 140000 \text{ Н} = 140 \text{ кН.}$$

Аналогичным образом рассчитываются другие сечения по длине участка  $a_{w2}$ , на котором требуется постановка расчетной арматуры.

### Пример 2.

Дано:

Свободно опертая железобетонная балка перекрытия пролетом  $L=5,5$  м.

Размеры поперечного сечения  $b = 200$  мм,  $h = 400$  мм,  $d = 370$  мм.  $A_s = 509$  мм<sup>2</sup>.

Бетон класса  $C^{12}/_{15}$  ( $f_{ck} = 12$  МПа,  $\gamma_c = 1,5$ ,  $f_{cd} = 8$  МПа). Поперечная арматура S240 ( $f_{yk} = 240$  МПа).

Временная равномерно распределенная нагрузка  $q=36$  кН/м, постоянная  $g=14$  кН/м.

Требуется:

Определить площадь и шаг поперечной арматуры (использовать метод ферменной аналогии).

Расчет:

Длину участка, на котором поперечное армирование необходимо устанавливать по расчету, определяем по эпюре поперечных сил (см. рис. 7.30). Для этого определим поперечную силу, которую может воспринять бетон по формуле:

$$V_{Rd,ct} = \left[ \left( \frac{0,18}{\gamma_c} \right) \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} - 0,15 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d, \text{ кН;}$$

$$\text{но не менее } V_{Rd,ct,min} = (0,4 \cdot f_{ctd} - 0,15 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d, \text{ кН;}$$

$$\text{где } k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2, \quad k = 1 + \sqrt{\frac{200}{370}} = 1,735;$$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} = \frac{509}{200 \cdot 400} = 0,006 \leq 0,02;$$

$f_{ctd} = f_{ctm} / \gamma_c = 1,6 / 1,5 = 1,067$  МПа – расчетное сопротивление бетона при растяжении.

$\sigma_{cp} = 0$  – напряжение в бетоне, вызванное наличием осевого усилия.

$$V_{Rd,ct} = \left[ \left( \frac{0,18}{1,5} \right) \cdot 1,735 \cdot (100 \cdot 0,006 \cdot 12)^{\frac{1}{3}} \right] \cdot 200 \cdot 370 = 29750 \text{ Н} = 29,75 \text{ кН;}$$

$$V_{Rd,ct,min} = (0,4 \cdot 1,067) \cdot 200 \cdot 370 = 31570 \text{ Н} = 31,75 \text{ кН.}$$

Таким образом, расчетным является участок:

$$a_w = (V_{sd,max} - V_{Rd,ct,min}) / (q + g) = (137,5 - 31,57) / (14 + 36) = 2,12 \text{ м.}$$

Первое расчетное сечение назначаем на расстоянии  $d_z = 350$  см. от опоры.

Поперечное усилие в данном сечении:  $V_{sd} = 120$  кН.

Задаемся углом наклона трещин к горизонтали  $\theta = 40^\circ$ .

В пределах длины расчетного участка поперечное армирование рассчитывают из условий:

$$V_{Sd} = V_{Rd,sy}; \quad V_{Sd} \leq V_{Rd,max};$$

где:  $V_{Rd,sy}$  – расчетная поперечная сила, воспринимаемая сечением с поперечным армированием.

$$V_{Rd,sy} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot d_z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta, \text{ кН.}$$

Задавшись шагом поперечной арматуры определяем площадь ее сечения по последней формуле, учитывая то, что в данном методе количество поперечной арматуры рассчитывают приняв условие, что напряжения в ней достигают предела текучести:  $f_{sw} = f_{ywd}$ .

Принимаем шаг поперечной арматуры  $s = 100$  мм.

$$A_{sw} = \frac{V_{Sd} \cdot s}{d_z \cdot f_{sw} \cdot \cot \theta} = \frac{120 \cdot 10^3 \cdot 100}{0,35 \cdot 218 \cdot \cot 40^\circ} = 132 \text{ мм}^2.$$

Принимаем  $2\varnothing 10$ ,  $A_{sw} = 157$  мм<sup>2</sup>,  $s = 100$  мм.

При этом должны выполняться следующие условия:

$$\frac{A_{sw} \cdot f_{sw}}{b_w \cdot s} \leq 0,5 \cdot v \cdot f_{cd};$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd,max} = \frac{v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d_z}{\cot \theta + \tan \theta};$$

где:  $v$  - коэффициент, учитывающий снижение прочности бетона при сжатии в условиях растяжения и равный для тяжелого бетона:

$$v = 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} \geq 0,5; \quad v = 0,7 - \frac{12}{200} = 0,64 \geq 0,5;$$

$$\frac{A_{sw} \cdot f_{sw}}{b_w \cdot s} = \frac{157 \cdot 218}{200 \cdot 100} = 1,711 \text{ МПа}; \quad 0,5 \cdot v \cdot f_{cd} = 0,5 \cdot 0,64 \cdot 8 = 2,56 \text{ МПа};$$

$1,711 < 2,56$  – условие выполняется.

$$V_{Rd,max} = \frac{0,64 \cdot 8 \cdot 200 \cdot 350}{\cot 40^\circ + \tan 40^\circ} = 176480 \text{ Н} = 176,84 \text{ кН.}$$

$V_{Sd} = 120 \text{ кН} < V_{Rd,max} = 176,48 \text{ кН.}$  – условие выполняется.

Другие сечения рассчитываются аналогичным образом.

### Пример 3.

Дано:

Железобетонная балка покрытия, нагруженная сосредоточенными силами, как на рис. 7.31.

Бетон класса  $C^{16}/_{20}$  ( $f_{ck} = 16 \text{ МПа}$ ,  $\gamma_c = 1,5$ ,  $f_{cd} = 10,7 \text{ МПа}$ ). Поперечная арматура S240 ( $f_{yk} = 240 \text{ МПа}$ ).

Требуется:

Определить площадь и шаг поперечной арматуры (использовать упрощенный вариант общего метода расчета железобетонных конструкций при действии изгибающих моментов и поперечных сил).

Расчет:

Первое расчетное сечение назначаем на расстоянии  $d_z = 760 \text{ мм}$ . от опоры.

Усилия в данном сечении составляют: поперечное усилие  $V_{Sd} = 107,9 \text{ кН.}$ , момент  $M_{Sd} = 44,84 \text{ кН·м.}$

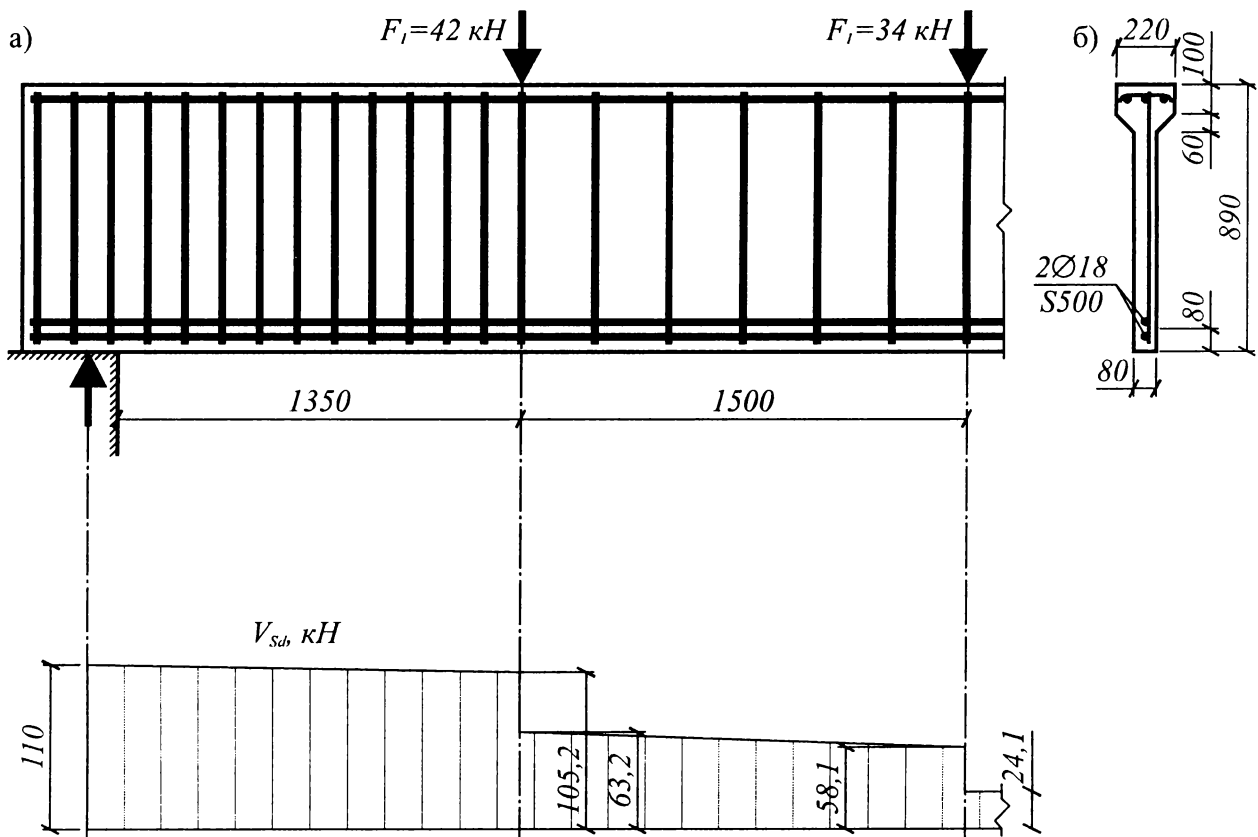


Рис. 7.31.

Определяем продольные относительные деформации в растянутой арматуре, предварительно задавшись углом наклона трещин к горизонтали  $\theta = 38^\circ$ , по формуле:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{(M_{sd} / d_z) + 0,5 \cdot N_{sd} + 0,5 \cdot V_{sd} \cdot \cot \theta}{E_s \cdot A_s} = \\ &= \frac{(44,84 \cdot 10^6 / 760) + 0,5 \cdot 0 + 0,5 \cdot 107,9 \cdot 10^3 \cdot \cot 38^\circ}{2 \cdot 10^5 \cdot 509} = 1,285 \cdot 10^{-3}\end{aligned}$$

Для того чтобы выяснить верно, ли был задан угол  $\theta$ , необходимо воспользоваться таблицей 7.1. Предварительно определим касательные напряжения, действующие в рассматриваемом сечении:

$$v = \frac{V_{sd}}{b_w \cdot d_z} = \frac{107,9 \cdot 10^3}{80 \cdot 760} = 1,775 \text{ МПа.}$$

$$\text{Тогда отношение } \frac{v}{f_{cm}} = \frac{1,775}{24} = 0,074$$

В соответствии со значением  $\varepsilon_x$  и  $\frac{v}{f_{cm}}$  по табл. 7.1 определяем правильность принятия значения угла  $\theta$ . В нашем случае угол наклона трещин к горизонтали был принят верно.

Определяем средние значения главных относительных деформаций растяжения  $\varepsilon_1$  (значение  $\varepsilon_1$  определяется итерационным путем):

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \varepsilon_x + \left[ \varepsilon_x + 0,002 \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{v}{f_{cm}} \cdot (\tan \theta + \cot \theta) \cdot (0,8 + 170 \cdot \varepsilon_1)} \right) \right] \cdot \cot^2 \theta = \\ &= 1,258 \cdot 10^{-3} + \\ &+ \left[ 1,258 \cdot 10^{-3} + 0,002 \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{1,775}{24} \cdot (\tan 38^\circ + \cot 38^\circ) \cdot (0,8 + 170 \cdot 3,697 \cdot 10^{-3})} \right) \right] \cdot \cot^2 38^\circ = 3,697 \cdot 10^{-3}\end{aligned}$$

Несущая способность наклонного сечения определяется выражением:

$$V_{Rd,c} + V_{Rd,sy} = V_{sd}$$

где:  $V_{Rd,c}$  – составляющая поперечной силы воспринимаемая бетоном, кН;

$V_{Rd,sy}$  – составляющая поперечной силы воспринимаемая поперечной арматурой, кН.

Определяем составляющую поперечной силы, воспринимаемой бетоном:

$$V_{Rd,c} = f_1 \cdot b_w \cdot d_z \cdot \cot \theta, \text{ кН;}$$

где:  $f_1$  – главные растягивающие напряжения, МПа.

Главные растягивающие напряжения определяем по формуле:

$$f_1 = \frac{0,18 \cdot \sqrt{f_{cm}}}{0,3 + \frac{24 \cdot w_k}{d_g + 16}} \cdot \tan \theta, \text{ МПа;}$$

где  $d_g$  – максимальный размер заполнителя,  $a = 20$  мм.;

$w_k$  – ширина раскрытия наклонной трещины.

$$w_k = S_{m\theta} \cdot \varepsilon_1 = 300 \cdot 3,697 \cdot 10^{-3} = 1,109 \text{ мм;}$$

где:  $S_{m\theta} = 300$  мм. – расстояние между диагональными трещинами.

Тогда главные растягивающие напряжения:

$$f_1 = \frac{0,18 \cdot \sqrt{24}}{0,3 + \frac{24 \cdot 1,109}{20 + 16}} \cdot \tan 38^\circ = 0,663 \text{ МПа.}$$

Составляющая поперечной силы, воспринимаемая бетоном, будет равна:

$$V_{Rd,c} = 0,663 \cdot 80 \cdot 760 \cdot \cot 38^\circ = 51580 \text{ Н} = 51,58 \text{ кН.}$$

Составляющая поперечной силы, которую должна воспринять арматура, равна:

$$V_{Rd,sy} = V_{sd} - V_{Rd,c} = 107,9 - 51,58 = 56,32 \text{ кН.}$$

Составляющая поперечной силы, воспринимаемая поперечной арматурой, определяется по формуле:

$$V_{Rd,sy} = \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot d_z}{s} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha, \text{ кН;}$$

где:  $\alpha$  - угол наклона поперечной арматуры к продольной оси элемента,  $\alpha = 90^\circ$ .

В принятом методе количество поперечной арматуры рассчитывают, приняв условие, что напряжения в ней достигают предела текучести:  $f_{sw} = f_{ywd}$ .

Задав шаг поперечной арматуры по последней формуле, определяем ее площадь.

Принимаем шаг поперечной арматуры равным  $s = 100$  мм. Согласно табл. 7.5 минимальный коэффициент поперечного армирования для заданного класса бетона и класса арматуры  $\rho_{sw} = 0,0014$ . Тогда площадь поперечного сечения арматуры при шаге  $s = 100$  мм. должна быть не менее:

$$A_{sw} = (s \cdot b_w \cdot \sin \alpha) \cdot \rho_{sw} = (100 \cdot 80 \cdot \sin 90^\circ) \cdot 0,0014 = 11 \text{ мм}^2.$$

$$A_{sw} = \frac{V_{Rd,sv}}{f_{sw} \cdot d_z \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha} = \frac{56,32 \cdot 10^3 \cdot 100}{218 \cdot 760 \cdot (\cot 38^\circ + \cot 90^\circ) \cdot \sin 90^\circ} = 26,6 \text{ мм}^2$$

Принимаем  $1\emptyset 6$ ,  $A_{sw} = 28,6 \text{ мм}^2$ , шаг 100 мм.

Составляющая поперечной силы, которую может воспринять арматура, равна:

$$V_{Rd,sv} = \frac{28,3 \cdot 218 \cdot 760}{100} \cdot (\cot 38^\circ + \cot 90^\circ) \cdot \sin 90^\circ = 60013 \text{ Н} = 60,013 \text{ кН}.$$

Действительная несущая способность наклонного сечения составляет:

$$V_{Sd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,sv} = 51,58 + 60,013 = 111,593 \text{ кН}.$$

$V_{Sd}$  должно удовлетворять условию:

$$V_{Sd} \leq 0,25 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d_z$$

$$111,593 < 0,25 \cdot 10,7 \cdot 80 \cdot 760 = 162600 \text{ Н} = 162,6 \text{ кН}.$$

Второе расчетное сечение назначаем на расстоянии  $d_z = 760$  мм. от сосредоточенной силы  $F_1$ .

Усилия в данном сечении составляют: поперечное усилие  $V_{Sd} = 60,7 \text{ кН}$ ., момент  $M_{Sd} = 128,44 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

Определяем продольные относительные деформации в растянутой арматуре, предварительно задавшись углом наклона трещин к горизонтали  $\theta = 43^\circ$ , по формуле:

$$\epsilon_x = \frac{(128,44 \cdot 10^6 / 760) + 0,5 \cdot 0 + 0,5 \cdot 60,7 \cdot 10^3 \cdot \cot 43}{2 \cdot 10^5 \cdot 509} = 1,98 \cdot 10^{-3}$$

Для того, чтобы выяснить верно, ли был задан угол  $\theta$  необходимо воспользоваться таблицей 7.1. Предварительно определим касательные напряжения, действующие в рассматриваемом сечении:

$$v = \frac{60,7 \cdot 10^3}{80 \cdot 760} = 0,998 \text{ МПа}.$$

$$\text{тогда отношение } \frac{v}{f_{cm}} = \frac{0,998}{24} = 0,042$$

В соответствии со значением  $\epsilon_x$  и  $\frac{v}{f_{cm}}$  по табл. 7.1 определяем правильность принятия значения угла

$\theta$ . В нашем случае угол наклона трещин к горизонтали был принят верно.

Определяем средние значения главных относительных деформаций растяжения  $\epsilon_1$  (значение  $\epsilon_1$  определяется итерационным путем):

$$\epsilon_1 = 1,98 \cdot 10^{-3} + \left[ 1,98 \cdot 10^{-3} + 0,002 \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{0,998}{24} \cdot (\tan 43^\circ + \cot 43^\circ) \cdot (0,8 + 170 \cdot 4,41 \cdot 10^{-3})} \right) \right] \cdot \cot^2 43^\circ = 4,41 \cdot 10^{-3}$$

Несущая способность наклонного сечения определяется выражением:

$$V_{Sd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,sv}$$

где  $V_{Rd,c}$  – составляющая поперечной силы, воспринимаемая бетоном, кН;

$V_{Rd,sv}$  – составляющая поперечной силы, воспринимаемая поперечной арматурой, кН.

Определяем составляющую поперечной силы, воспринимаемой бетоном.

Ширина раскрытия наклонной трещины:

$$w_k = S_{m0} \cdot \epsilon_1 = 300 \cdot 4,41 \cdot 10^{-3} = 1,323 \text{ мм};$$

Тогда главные растягивающие напряжения:

$$f_1 = \frac{0,18 \cdot \sqrt{24}}{0,3 + \frac{24 \cdot 1,323}{20 + 16}} \cdot \tan 43^\circ = 0,696 \text{ МПа}.$$

Составляющая поперечной силы, воспринимаемая бетоном, будет равна:

$$V_{Rd,c} = 0,696 \cdot 80 \cdot 760 \cdot \cot 43^\circ = 45356 \text{ Н} = 45,356 \text{ кН.}$$

Составляющая поперечной силы, которую должна воспринять арматура, равна:

$$V_{Rd,sy} = V_{Sd} - V_{Rd,c} = 60,7 - 45,356 = 15,344 \text{ кН.}$$

В принятом методе количество поперечной арматуры рассчитывают, приняв условие, что напряжения в ней достигают предела текучести:  $f_{sw} = f_{ywd}$ .

Задав шаг поперечной арматуры, определяем ее площадь по известной формуле.

Принимаем шаг поперечной арматуры равным  $s = 200$  м. Согласно табл. 7.5 минимальный коэффициент поперечного армирования для заданного класса бетона и класса арматуры  $\rho_{sw} = 0,0014$ . Тогда площадь поперечного сечения арматуры при шаге  $s = 200$  м. должна быть не менее:

$$A_{sw} = (s \cdot b_w \cdot \sin \alpha) \cdot \rho_{sw} = (200 \cdot 80 \cdot \sin 90^\circ) \cdot 0,0014 = 22,4 \text{ мм}^2.$$

$$A_{sw} = \frac{15,344 \cdot 10^3 \cdot 100}{218 \cdot 760 \cdot (\cot 43^\circ + \cot 90^\circ) \cdot \sin 90^\circ} = 17,3 \text{ мм}^2$$

Принимаем  $1\varnothing 6$ ,  $A_{sw} = 28,3 \text{ см}^2$ , шаг  $200$  мм.

Составляющая поперечной силы, которую может воспринять арматура, равна:

$$V_{Rd,sy} = \frac{28,3 \cdot 218 \cdot 760 \cdot 0,1}{200} \cdot (\cot 43^\circ + \cot 90^\circ) \cdot \sin 90^\circ = 25140 \text{ Н} = 25,14 \text{ кН.}$$

Действительная несущая способность наклонного сечения составляет:

$$V_{Sd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,sy} = 45,356 + 25,14 = 70,497 \text{ кН.}$$

$V_{Sd}$  должно удовлетворять условию:

$$V_{Sd} \leq 0,25 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d_z$$

$$70,497 < 0,25 \cdot 10,7 \cdot 80 \cdot 760 = 162600 \text{ Н} = 162,6 \text{ кН.}$$

#### Пример 4.

Дано:

Железобетонная балка покрытия, нагруженная сосредоточенными силами, как на рис. 7.31.

Бетон класса  $C^{16}/20$  ( $f_{ck} = 16$  МПа,  $\gamma_c = 1,5$ ,  $f_{cd} = 10,7$  МПа). Поперечная арматура S240 ( $f_{yk} = 240$  МПа).

Требуется:

Определить площадь и шаг поперечной арматуры (использовать метод ферменной аналогии).

Расчет:

Первое расчетное сечение назначаем на расстоянии  $d_z = 760$  мм. от опоры.

Поперечное усилие в данном сечении:  $V_{sd} = 107,9$  кН.

Задаемся углом наклона трещин к горизонтали  $\theta = 38^\circ$ .

В пределах длины расчетного участка поперечное армирование рассчитывают из условий:

$$V_{Sd} = V_{Rd,sy}; \quad V_{Sd} \leq V_{Rd,max};$$

где:  $V_{Rd,sy}$  – расчетная поперечная сила, воспринимаемая сечением с поперечным армированием.

$$V_{Rd,sy} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot d_z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta, \text{ кН.}$$

Задав шаг поперечной арматуры определяем площадь ее сечения по последней формуле, учитывая то, что в данном методе количество поперечной арматуры рассчитывают приняв условие, что напряжения в ней достигают предела текучести:  $f_{sw} = f_{ywd}$ .

Принимаем шаг поперечной арматуры  $s = 0,1$  м.

$$A_{sw} = \frac{V_{sd} \cdot s}{d_z \cdot f_{sw} \cdot \cot \theta} = \frac{107,9 \cdot 10^3 \cdot 100}{760 \cdot 218 \cdot \cot 38^\circ} = 50,9 \text{ мм}^2.$$

Принимаем  $1\varnothing 10$ ,  $A_{sw} = 78,5 \text{ мм}^2$  с шагом  $s = 100$  мм.

При этом должны выполняться следующие условия:

$$\frac{A_{sw} \cdot f_{sw}}{b_w \cdot s} \leq 0,5 \cdot v \cdot f_{cd};$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd,max} = \frac{v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d_z}{\cot \theta + \tan \theta};$$

где:  $\nu$  - коэффициент, учитывающий снижение прочности бетона при сжатии в условиях растяжения и равный для тяжелого бетона:

$$\nu = 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} \geq 0,5 ;$$

$$\nu = 0,7 - \frac{16}{200} = 0,62 \geq 0,5 ;$$

$$\frac{A_{sw} \cdot f_{sw}}{b_w \cdot s} = \frac{78,5 \cdot 218}{8010} = 2,139 \text{ МПа}; \quad 0,5 \cdot \nu \cdot f_{cd} = 0,5 \cdot 0,62 \cdot 10,7 = 3,32 \text{ МПа};$$

$2,139 < 3,32$  – условие выполняется.

$$V_{Rd,max} = \frac{0,62 \cdot 10,7 \cdot 80 \cdot 76}{\cot 38^\circ + \tan 38^\circ} = 195680 \text{ Н} = 195,68 \text{ кН.}$$

$V_{Sd} = 107,9 \text{ кН} < V_{Rd,max} = 195,68 \text{ кН.}$  – условие выполняется.

Второе расчетное сечение назначаем на расстоянии  $d_z = 760 \text{ мм.}$  от сосредоточенной силы  $F_1$ .

Поперечное усилие в данном сечении:  $V_{Sd} = 60,7 \text{ кН.}$

Задаемся углом наклона трещин к горизонтали  $\theta = 40^\circ$ .

Принимаем шаг поперечной арматуры  $s = 2 \text{ мм.}$

$$A_{sw} = \frac{V_{Sd} \cdot s}{d_z \cdot f_{sw} \cdot \cot \theta} = \frac{60,7 \cdot 200 \cdot 10^3}{760 \cdot 218 \cdot \cot 38^\circ} = 61,5 \text{ мм}^2.$$

Принимаем  $1\varnothing 10$ ,  $A_{sw} = 78,5 \text{ мм}^2$  с шагом  $s = 200 \text{ мм.}$

Производим проверку выполнения известных условий:

$$\frac{A_{sw} \cdot f_{sw}}{b_w \cdot s} \leq 0,5 \cdot \nu \cdot f_{cd} ;$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd,max} = \frac{\nu \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d_z}{\cot \theta + \tan \theta} ;$$

где:  $\nu$  – коэффициент, учитывающий снижение прочности бетона при сжатии в условиях растяжения и равный для тяжелого бетона:

$$\nu = 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} \geq 0,5 ;$$

$$\nu = 0,7 - \frac{16}{200} = 0,62 \geq 0,5 ;$$

$$\frac{A_{sw} \cdot f_{sw}}{b_w \cdot s} = \frac{78,5 \cdot 218}{80 \cdot 200} = 1,07 \text{ МПа}; \quad 0,5 \cdot \nu \cdot f_{cd} = 0,5 \cdot 0,62 \cdot 10,7 = 3,32 \text{ МПа};$$

$1,07 < 3,32$  – условие выполняется.

$$V_{Rd,max} = \frac{0,62 \cdot 10,7 \cdot 80 \cdot 760}{\cot 40^\circ + \tan 40^\circ} = 198610 \text{ Н} = 198,61 \text{ кН.}$$

$V_{Sd} = 60,7 \text{ кН} < V_{Rd,max} = 198,61 \text{ кН.}$  – условие выполняется.

Аналогичным образом рассчитываются другие сечения.

### Пример 5.

Рассчитать поперечное армирование в двухпролетной железобетонной балке, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой по длине пролетов  $p = g + q = 13,2 \text{ кН/м.}$  Схема балки и эпюры усилий показаны на рис. 7.32. Балка выполнена из бетона класса  $C^{12}/_{15}$ . Поперечное сечение балки прямоугольное. Продольное армирование арматурой класса S500, поперечная арматура класса S240. Размеры сечения и распределение продольного армирования показаны на рис. 7.32.

Дано:

Сечение размерами  $h = 400 \text{ мм}; b = b_w = 180 \text{ мм}; c = 25 \text{ мм.}$

Расчетная поперечная сила на опоре  $V_{Sd} = 29,7 \text{ кН}; M_{Sd} = 0.$

Бетон класса  $C^{12}/_{15}$  ( $f_{ck} = 12,0 \text{ МПа}; \gamma_c = 1,5; f_{cd} = 8 \text{ МПа}.$ )

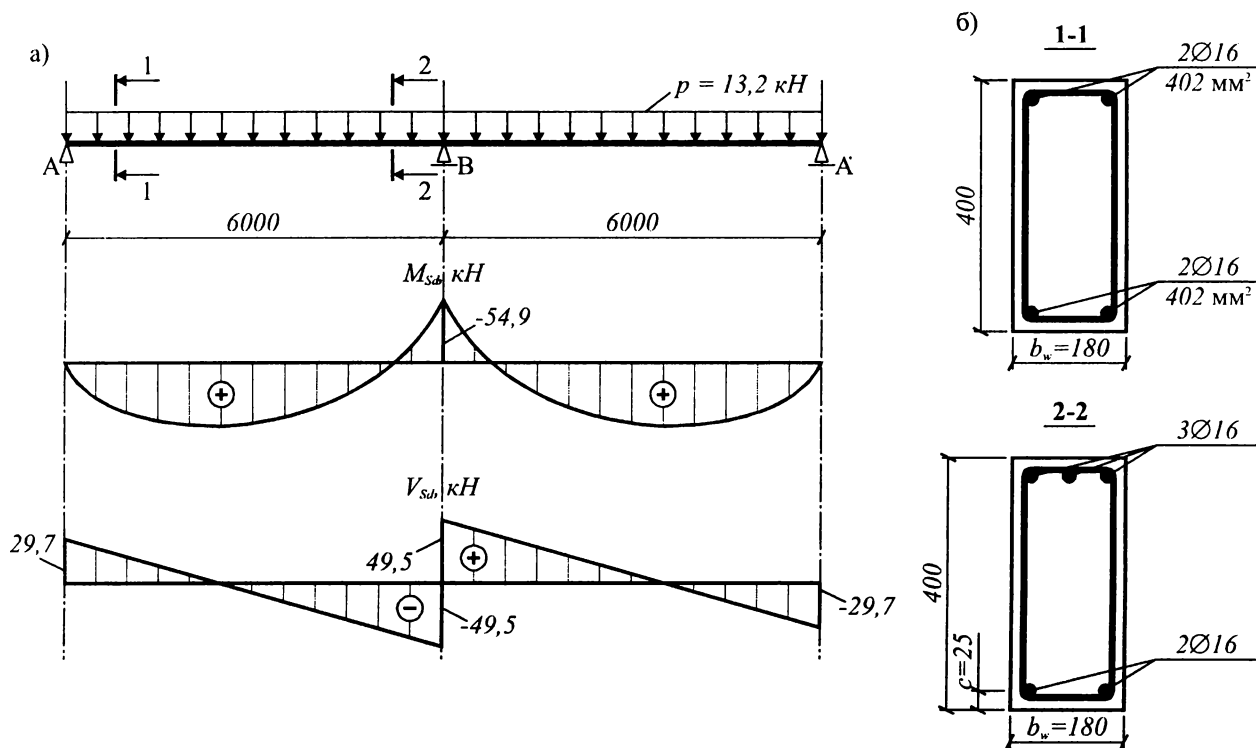
Продольное армирование S500 ( $f_{yk} = 500 \text{ МПа}; f_{yd} = 450 \text{ МПа}.$ )

Поперечное армирование S240 ( $f_{yk} = 250 \text{ МПа}; f_{yd} = 157 \text{ МПа}$  – в случае применения в сварных каркасах).

Требуется:

Определить площадь  $A_{sw}$  и шаг  $S$  поперечной арматуры.





**Рис. 7.32.** Схема нагружения балки, эпюры внутренних усилий (а) и геометрические размеры сечений (б)

Решение:

#### Расчет сечения 1-1 (у крайней опоры)

Расчет начинаем с определения длин участков приопорной зоны, требующих установки расчетного поперечного армирования. Для этой цели определяем минимальную поперечную силу  $V_{Rd,ct}$ , воспринимаемую железобетонным элементом без поперечного армирования по формуле:

$$V_{Rd,ct} = \left[ 0,12k(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{2/3} - 0,15 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d,$$

где  $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$ , равен  $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{375}} = 1,73 \leq 2$ ;

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} = \frac{804}{180 \cdot 375} = 0,012 < 0,02;$$

$\sigma_{cp} = 0$ , т.е. продольные усилия отсутствуют.

Тогда:

$$V_{Rd,ct} = \left[ 0,12 \cdot 1,73 \cdot (100 \cdot 0,012 \cdot 12)^{2/3} \right] \cdot 180 \cdot 375 = 34100 \text{ Н} = 34,1 \text{ кН}.$$

В рассматриваемой приопорной зоне

$$V_{Rd,ct} = 34,1 \text{ кН} > V_{Sdl} = 29,7 \text{ кН}.$$

Это означает, что нет необходимости в установке расчетного армирования. Поэтому поперечное армирование у опоры А устанавливают по конструктивным соображениям.

Принимаем  $\rho_{sw,min} = 0,0013$ , что соответствует  $A_{sw} = 56 \text{ мм}^2$  (двухветвенные хомуты из арматуры диаметром 6 мм S240).

Максимальный шаг поперечных стержней при принятом диаметре (при  $\alpha = 90^\circ$ )

$$S_{max} = \frac{A_{sw}}{\rho_{sw,min} \cdot b_w \cdot \sin \alpha} = \frac{56}{0,0013 \cdot 180 \cdot 1,0} = 239 \text{ мм}.$$

Сравниваем с максимальным шагом по табл. 7.5.

$$S_{max} = 0,8d = 0,8 \cdot 375 = 300 > 239 \text{ см}.$$

Принимаем в приопорной зоне поперечное армирование  $\text{Ø}6$  S240 с шагом  $S = 200 \text{ мм}$ .

### Расчет сечения 2–2 (у промежуточной опоры)

Поперечная сила в рассматриваемом сечении составляет  $V_{Sd} = 49,5$  кН, изгибающий момент  $M_{Sd} = 9,4$  кН·м. Учитывая то обстоятельство, что  $V_{Sd} = 49,5$  кН  $>$   $V_{Rd,ct} = 34,1$  кН, определяем длину участка, на котором следует устанавливать расчетную поперечную арматуру (считая от оси опоры):

$$a_{w2} = \frac{49,5 - 34,1}{13,2} = 1,17 \text{ м.}$$

В соответствии с требованиями, положенными в основу расчета по ферменной аналогии на этой длине участка приопорной зоны вся перерезывающая сила  $V_{Sd}$  должна восприниматься поперечной арматурой.

$$V_{Rd,sv} = V_{Sd} = 49,5 \text{ кН.}$$

В приопорной зоне у опоры А конструктивно было назначено поперечной армирование  $\varnothing 6$  S240 ( $A_{sw} = 56 \text{ мм}^2$ ) с шагом 200 мм. Оптимальный шаг поперечных стержней может быть определен при принятой площади поперечного армирования, пользуясь табл. 7.5. Для этого определяем коэффициент

$$k_t = \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{V_{Sd}} = \frac{56 \cdot 157}{49,5 \cdot 10^3} = 0,115.$$

Оптимальное значение шага из табл. 7.3 определяем таким образом, чтобы получить максимальный шаг при обеспеченной прочности наклонного сечения. При  $\theta = 30^\circ$ ;  $k_t = 0,115 \frac{S}{0,9d} = 0,2$ , отсюда  $S = 0,2 \cdot 0,9d = 67,5$  мм. Полученный шаг  $S = 67,5$  мм является достаточно малым, исходя из конструктивно-технологических особенностей изготовления каркасов. Поэтому необходимо увеличить площадь поперечной арматуры. Принимаем  $2\varnothing 8$  S240 ( $A_{sw} = 101 \text{ мм}^2$ )

$$k_t = \frac{101 \cdot 157}{49,5 \cdot 10^3} = 0,320.$$

Тогда по табл. 7.3 при  $\theta = 26,6^\circ$ ,  $S/0,9d = 0,658$

$$S = 0,9 \cdot 375 \cdot 0,658 = 222 \text{ мм.}$$

Проверяем условие:

$$V_{Rd,max} = \frac{b_w \cdot z \cdot v \cdot f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} = \frac{180 \cdot 0,9 \cdot 375 \cdot 0,57 \cdot 8}{2,5} = 110800 \text{ Н} = 110,8 \text{ кН};$$

$$v = 0,6 \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] = 0,6 \left[ 1 - \frac{12}{250} \right] = 0,57;$$

$$V_{Rd,max} = 110,8 \text{ кН} > V_{Sd} = 49,5 \text{ кН,}$$

прочность по сжатой полосе обеспечена.

Проверяем условие:

$$\frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{b_w \cdot S} \leq 0,5 \cdot v \cdot f_{cd}.$$

Получаем

$$\frac{101 \cdot 157}{180 \cdot 222} = 0,397 \text{ МПа}; 0,5 \cdot 0,57 \cdot 8 = 2,28 \text{ МПа.}$$

Условие обеспечено, т.к.  $0,397 < 2,28$ .

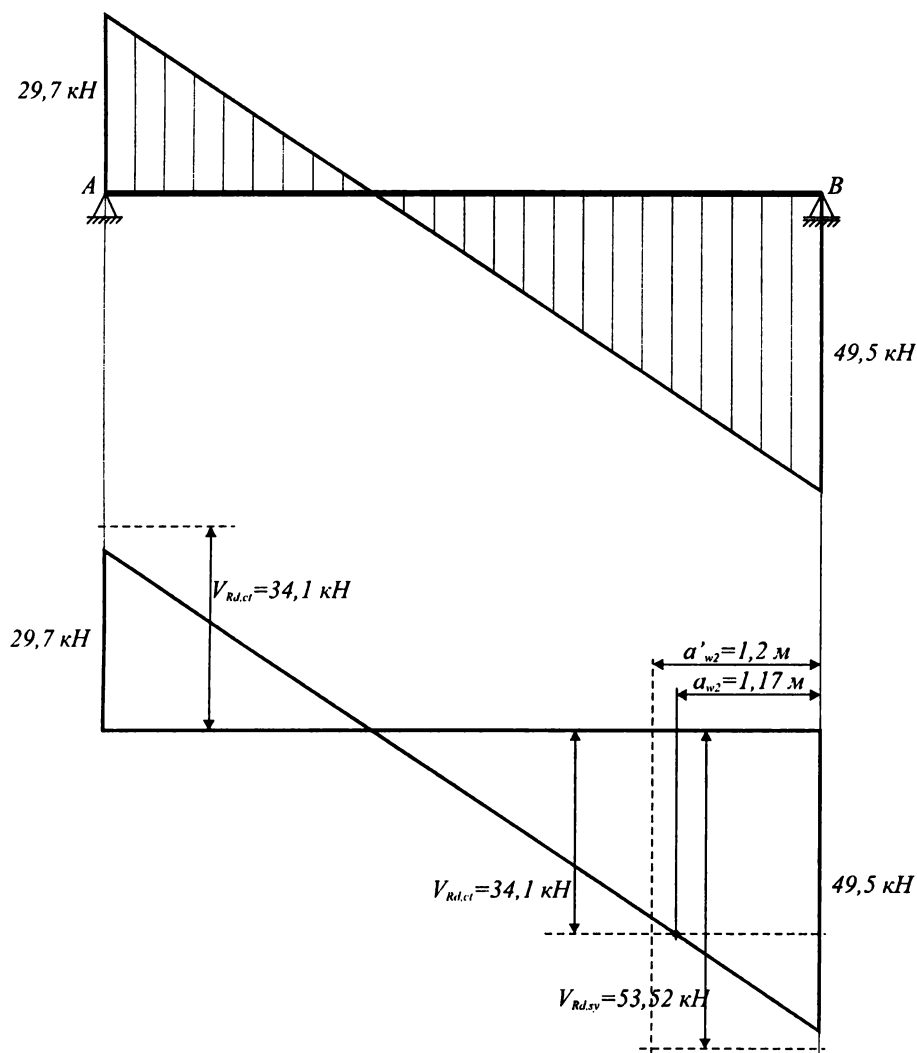
$$\text{По табл. 7.2 при } \frac{V_{Sd}}{V_{Rd,max}} = \frac{49,5}{110,8} = 0,447 \text{ получаем}$$

$$\frac{l}{5} < \frac{V_{Sd}}{V_{Rd,max}} < \frac{2}{3}, S_{max} = 0,6d = 225 \leq 300 \text{ мм.}$$

Принимаем  $S = 200$  мм. Принятый шаг можно считать достаточным для обеспечения прочности наклонного сечения на приопорном участке у опоры В длиной  $a'_{w2} = 1200$  мм. Окончательно принято  $\varnothing 8$  S240 с шагом 200 мм на длине участка  $a'_{w2} = 1350$  мм (от оси опоры). На этом участке (см. рис. 7.33) значение  $V_{Rd,sv}$  определится

$$V_{Rd,sv} = \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{S} z \cdot \cot \theta = \frac{101 \cdot 157}{200} 0,9 \cdot 375 \cdot 2,0 = 53520 \text{ Н} = 53,52 \text{ кН.}$$

Расчет окончен.



**Рис. 7.33.**  
К расчету наклонных сечений по примеру 4.

**Пример 6.**

Дано:

Железобетонная балка имеет поперечное сечение прямоугольной формы размерами  $h = 500$  мм ( $d = 440$  мм),  $b_w = 300$  мм. Поперечная арматура выполнена в виде двухветвенных хомутов  $\varnothing 10$  S500 ( $f_{yw} = 500$  Н/мм<sup>2</sup>). Площадь продольного армирования в расчетном сечении  $A_{s,l} = 982$  мм<sup>2</sup>. Бетон класса С30/37 ( $f_{ck} = 30$  Н/мм<sup>2</sup>). Максимальная поперечная сила, действующая по грани опоры  $V_{Sd} = 258$  кН. Расчетная равномерно распределенная нагрузка, действующая на балку составляет  $q = 64,8$  кН/м.

Требуется:

Определить площадь  $A_{sw}$  и шаг поперечных стержней, используя метод расчета по стержневой модели («ферменной аналогии»).

Расчет:

Расчетную поперечную силу определяют в критическом сечении, которое может быть принято на расстоянии  $d$  от грани опоры. В критическом расчетном сечении должно выполняться условие  $v_{Sd} \leq 0,45 \cdot v \cdot f_{cd}$ .

В соответствии с требованиями норм [1]:

$$v = 0,6(1 - f_{ck}/250) = 0,6(1 - 30/250) = 0,528;$$

$$f_{cd} = \alpha f_{ck} / \gamma_c = 0,57 f_{ck} = 17,1 \text{ Н/мм}^2.$$

Тогда  $v_{Sd} = 0,45 \cdot 0,528 \cdot 17,1 = 4,06$  Н/мм<sup>2</sup>.

Расчетная поперечная сила на расстоянии  $d$  от грани опоры составляет:

$$V_{Sd} = 258 - 0,44 \cdot 64,8 = 229,5 \text{ кН,}$$

что дает касательные напряжения  $v_{sd} = 1,74 \text{ Н/мм}^2 < v_{sd} = 4,06 \text{ Н/мм}^2$ .

Определяем поперечную силу, воспринимаемую балкой, в предположении отсутствия поперечного армирования

$$\rho_l = \frac{A_{s,l}}{b_w d} = \frac{982}{300 \cdot 440} = 0,0074 < 0,02 ;$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{440}} = 1,674 < 2 ;$$

$$v_{Rd,ct} = 0,12k(100\rho_l f_{ck})^{1/3} \geq 0,035k^{3/2} \sqrt{f_{ck}} .$$

$$V_{Rd,ct} = 0,12 \cdot 1,674(100 \cdot 0,0074 \cdot 30)^{1/3} = 0,565 \text{ Н/мм}^2 > 0,035 \cdot 1,674^{3/2} \sqrt{30} = 0,42 \text{ Н/мм}^2 .$$

Так, как  $V_{Rd,ct} = 0,565 \text{ Н/мм}^2 < V_{sd} = 1,74 \text{ Н/мм}^2$ , необходимо установить расчетное количество поперечной арматуры.

Определяют максимально возможное значение  $\cot\theta$  из условия:

$$l \leq \cot\theta = \frac{\omega + \sqrt{\omega^2 - 4}}{2} \leq 2,5 ,$$

$$\text{где } \omega = \cot\theta + \tan\theta = \frac{0,9b_w \cdot d \cdot v \cdot f_{cd}}{V_{sd}} = \frac{0,9 \cdot 300 \cdot 440 \cdot 0,528 \cdot 17,1}{229,5 \cdot 1000} = 4,673 .$$

$$\cot\theta = \frac{4,673 + \sqrt{4,673^2 - 4}}{2} = 4,448 , \text{ но не более } 2,5 .$$

Расчетное сопротивление поперечной арматуры  $f_{ywd} = f_{yk} / \gamma_s = 500 / 1,15 = 435 \text{ Н/мм}^2$ .

Тогда:

$$\frac{A_{sw}}{S} = \frac{V_{sd}}{0,9d \cdot f_{ywd} \cdot \cot\theta} = \frac{229,5 \cdot 1000}{0,9 \cdot 440 \cdot 435 \cdot 2,5} = 0,533 \text{ мм}^2/\text{мм} .$$

При использовании  $2\varnothing 10 \text{ S500}$  ( $A_{sw} = 157 \text{ мм}^2$ ) расчетный шаг поперечных стержней составит  $S = 295 \text{ мм}$ .

Полученное значение отношения  $\left(\frac{A_{sw}}{S}\right)$  должно удовлетворять условию:

$$\left(\frac{A_{sw}}{S}\right)_{min} \leq \left(\frac{A_{sw}}{S}\right) \leq \left(\frac{A_{sw}}{S}\right)_{max} , \text{ где}$$

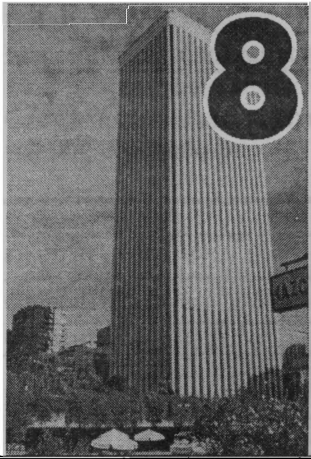
$$\left(\frac{A_{sw}}{S}\right)_{min} = \frac{0,08b_w \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} ;$$

$$\left(\frac{A_{sw}}{S}\right)_{max} = \frac{v \cdot f_{cd} \cdot b_w}{2f_{ywd}} .$$

Минимальное отношение составит:

$$\left(\frac{A_{sw}}{S}\right)_{min} = \frac{0,08 \cdot 300 \sqrt{30}}{500} = 0,263 \text{ мм}^2/\text{мм} < \left(\frac{A_{sw}}{S}\right)_{calc} = 0,533 \text{ мм}^2/\text{мм} .$$

Таким образом, окончательно можно принимать по расчету  $S = 300 \text{ мм}$ .



# РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ МЕСТНОМ ДЕЙСТВИИ НАГРУЗКИ

## 8.1. Расчет прочности железобетонных элементов на смятие (местное сжатие)

Экспериментально-теоретические основы сопротивления бетонных и железобетонных элементов действию местных нагрузок подробно рассмотрены в монографии [34]. При расчете по прочности бетонных и железобетонных элементов, подвергнутых действию местных сжимающих нагрузок, в качестве прочностной характеристики бетона следует принимать расчетное сопротивление бетона смятию  $f_{cud}$ , которое зависит от расчетного сопротивления бетона сжатию и отношения площади смятия (площади, на которую приложена местная нагрузка), к площади распределения этой нагрузки.

Расчетное сопротивление бетона смятию следует определять по формуле:

$$f_{cud} = \omega_u \cdot \alpha \cdot f_{cd}, \quad (8.1)$$

где  $f_{cd}$  – расчетное сопротивление бетона сжатию;

$\alpha$  – коэффициент, учитывающий длительное действие нагрузки, принимаемый согласно указаниям главы 4;

$\omega_u$  – коэффициент, учитывающий повышение прочности бетона при смятии, который следует определять по формуле:

$$\omega_u = 1 + k_u k_f \frac{f_{ctd}}{f_{cd}} \cdot \left( \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} - 1 \right) \leq \omega_{u,max} \quad (8.2)$$

здесь  $k_u$  – коэффициент эффективности бокового обжатия при смятии, принимаемый

для тяжелого бетона по формуле  $k_u = 0,8 \frac{f_{cd}}{f_{ctd}} \geq 14,0$ ;

для для мелкозернистого  $k_u = 12,5$ ;

$k_f$  – принимается по таблице 8.1;

$\omega_{u,max}$  – предельное значение коэффициента повышения прочности бетона при смятии, принимаемое по таблице 8.1;

$A_{c0}$  – площадь смятия (рис. 8.1);

$A_{c1}$  – площадь распределения (рис. 8.1), симметричная относительно центра площади смятия.

При действии на плоскость элемента более одной местной нагрузки следует определять для каждой из них площади распределения отдельно согласно рис. 7.18. Если в этом случае площади распределения накладываются, следует вводимые в расчет площади распределения ограничить так, чтобы они взаимно не накладывались.

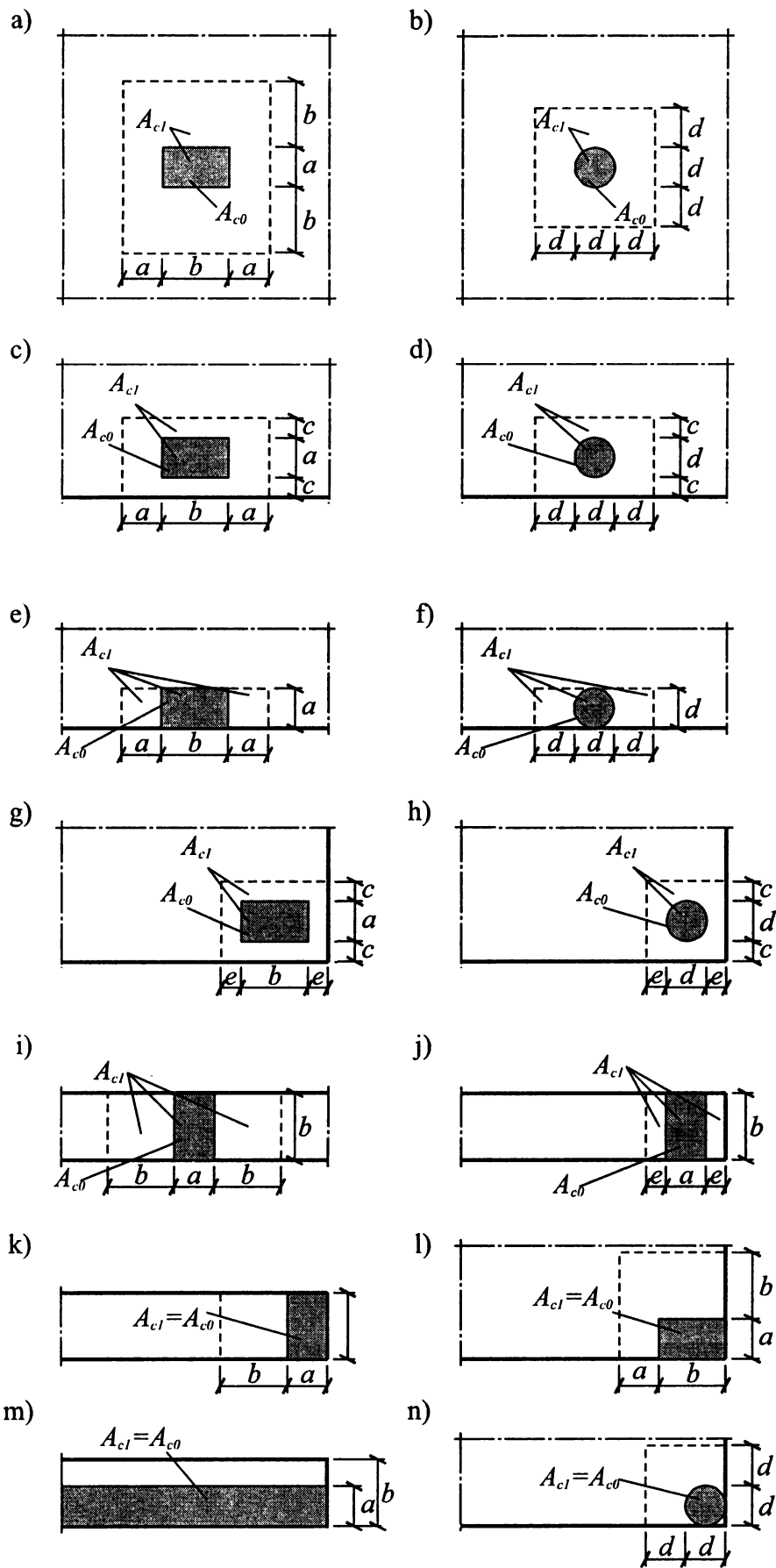
Если на элемент, подвергнутый действию местной сжимающей нагрузки, действуют другие нагрузки, вызывающие появление в бетоне растягивающих напряжений, следует армировать элемент поперечными сетками.

### 8.1.1. Расчет бетонных элементов по прочности на смятие

Прочность бетонного элемента, подвергнутого действию местной сжимающей нагрузки, следует проверять из условия

$$N_{sd} \leq \alpha_u f_{cud} A_{c0}, \quad (8.3)$$

где  $N_{sd}$  – равнодействующая расчетных усилий, действующих на площадь смятия  $A_{c0}$ ;



**Рис. 8.1.**

Схемы для назначения площади распределения  $A_{cl}$  (на схемах g), h), j)  $c \leq b(d)$ ,  $e \leq a(d)$ )

**Таблица 8.1.**

Значения коэффициентов  $k_f$  и  $\omega_{u,max}$

Схема приложения местной нагрузки, согласно рис. 8.1	$k_f$	$\omega_{u,max}$	
		для бетонных элементов	для элементов с косвенным армированием
Случай а), б)	1,0	2,5	3,5
Случай с)	$0,8 + 0,2(c/b)$	2,5	3,5
Случай d)	$0,8 + 0,2(c/d)$	2,5	3,5
Случай е), ф), и), j)	0,8	2,5	3,5
Случай г)	$0,8 + 0,2 \left( \frac{\min(c/b; e/a)}{\max(c/b; e/a)} \right)$	2,5	3,5
Случай h)	$0,8 + 0,2 \left( \frac{\min(c; e)}{\max(c; e)} \right)$	2,5	3,5
Случай k), л), m), n)	0,8	1,0	1,0

$f_{cud}$  – расчетное сопротивление бетона смятию, определенное по формуле (8.1) при расчетных сопротивлениях бетона сжатию  $f_{cd}$  и растяжению  $f_{ctd}$ , определенных при коэффициенте безопасности по бетону  $\gamma_c = 1.8$ ;

$\alpha_u$  – коэффициент, зависящий от распределения напряжений по площади смятия, равный

$$\alpha_u = \frac{1}{4} \left( 3 + \frac{\sigma_{u,min}}{\sigma_{u,max}} \right) \geq \frac{3}{4} \quad (8.4)$$

здесь  $\sigma_{u,min}$ ,  $\sigma_{u,max}$  – соответственно минимальные и максимальные напряжения сжатия.

### 8.1.2. Расчет прочности на смятие элементов с косвенным армированием

При косвенном армировании элементов из тяжелого бетона сварными поперечными сетками прочность сечения, подвергнутого действию местной нагрузки, следует проверять по формуле

$$N_{Sd} \leq f_{cud,eff} \cdot A_{c0} \quad (8.5)$$

где  $N_{Sd}$  – равнодействующая расчетных усилий, действующих на поверхность смятия  $A_{c0}$ ;  
 $f_{cud,eff}$  – приведенное расчетное сопротивление бетона при местном сжатии, определяемое по формуле

$$f_{cud,eff} = f_{cud} + \Phi_0 \cdot \rho_{xy} \cdot f_{yd,xy} \cdot \Phi_s \quad (8.6)$$

здесь  $f_{cud}$  – расчетное сопротивление армированного элемента местному смятию, определяемое по ф. (8.1);  
 $\rho_{xy}$  – коэффициент армирования, определяемый по формуле:

$$\rho_{xy} = \frac{n_x \cdot A_{sx} \cdot l_x + n_y \cdot A_{sy} \cdot l_y}{A_{eff} \cdot s_n}$$

$n_x$ ,  $A_{sx}$ ,  $l_x$  – соответственно число стержней, площадь поперечного сечения и длина стержня сетки (считая в крайних осях стержней) в одном направлении;

$n_y$ ,  $A_{sy}$ ,  $l_y$  – то же в другом направлении;

$A_{eff}$  – площадь бетона, заключенного внутри контура сеток;

$s_n$  – расстояние между сетками;

$\Phi_0$  – коэффициент косвенного армирования, определяемый по формуле

$$\Phi_0 = \frac{1}{0,23 + \psi};$$

$$\psi = \frac{\rho_{xy} \cdot f_{yd,xy}}{\alpha \cdot f_{cd} + 10};$$

$\varphi_s$  – коэффициент, учитывающий влияние косвенного армирования в зоне местного сжатия при схемах а), б), с), d), е), f), g), h), i), j) приложения местной нагрузки (рис. 8.1) и определяемый по формуле

$$\varphi_s = 4.5 - 3.5 \frac{A_{c0}}{A_{eff}}, \quad (8.7)$$

$A_{eff}$  – площадь бетона, заключенного внутри контура сеток косвенного армирования, считая по их крайним стержням, и расположенного в пределах площади распределения  $A_{c1}$ .

Если контур площади смятия выходит за пределы контура сеток косвенного армирования при определении площади смятия  $A_{c0}$  и площади распределения  $A_{c1}$  учитывается только площадь бетона внутри контура сеток.

Площади сечения стержней сетки на единицу длины в одном и другом направлении не должны различаться более чем в 1,5 раза, а шаг стержней сетки не должен превышать 100 мм и 1/4 меньшей стороны сечения.

## 8.2. Продавливание (местный срез)

### 8.2.1. Общие положения и определения

Продавливание (местный срез) железобетонных конструкций является результатом действия сосредоточенных сил или реакций, приложенных к сравнительно малым площадкам, называемых согласно нормативным документам [1, 6] площадью приложения местной нагрузки.

Согласно требованиям нормативных документов [1, 6] предельное состояние конструкции при местном срезе характеризуется образованием усеченной пирамиды (конуса), меньшее основание которой очерчено контуром грузовой площадки, определяющей площадь приложения местной нагрузки, а образующие которой наклонены под углом к горизонтали. При этом прочность на продавливание в общем случае зависит от периметра критического сечения, расчетной высоты плиты и сопротивления бетона срезу:

$$V_{Sd} \leq V_{cd,sh} = f_{c,sh} \cdot u \cdot d, \quad (8.8)$$

где  $V_{Sd}$  – продавливающая сила;  
 $V_{cd,sh}$  – усилие, воспринимаемое бетоном плиты при продавливании;  
 $f_{c,sh}$  – расчетное сопротивление бетона срезу при продавливании;  
 $u$  – периметр условного критического сечения;  
 $d$  – рабочая высота плиты.

Прочность на продавливание согласно расчетной модели, показанной на рис. 8.2 определяется вдоль расчетного критического периметра. За пределами критического периметра расчет плиты на срез следует выполнять согласно общим положениям, представленным в главе 7.

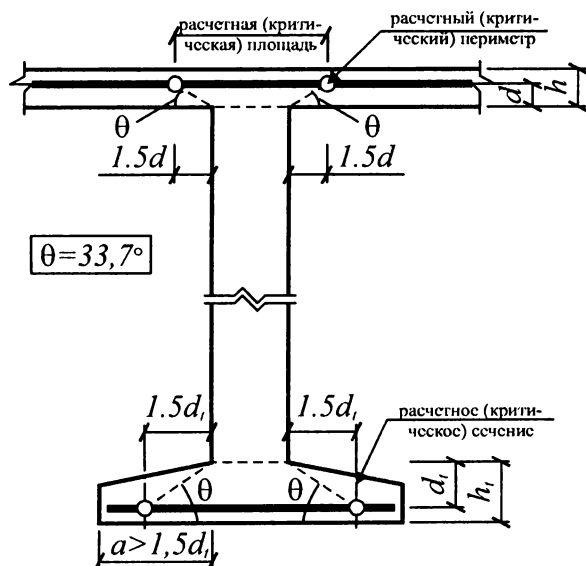


Рис. 8.2.

Иллюстрация расчетной модели для определения несущей способности при продавливании (местном срезе)



### Площадь приложения местной нагрузки

Методы расчета прочности на местный срез, включенные в нормативные документы [1, 6], применимы для следующих типов площадей приложения местной нагрузки (где  $d$  – рабочая высота сечения плиты):

- круговых, с диаметром не более  $3.5d$ ;
- прямоугольных, с периметром не более  $11d$  и отношением длины к ширине не более 2;
- других форм при ограничении размеров по аналогии со стандартными формами, описанными выше.

Если представленные требования не выполняются для отдельных частей площади приложения местной нагрузки, показанных на рис. 8.3, действуют положения расчета на срез, рассмотренные в главе 7.

### Расчетный (критический) периметр

Критический периметр для круговых и прямоугольных в плане площадей приложения местной нагрузки, расположенных на удалении от свободных краев плиты, следует определять как периметр, отстоящий на расстоянии  $1.5d$  от их внешней грани (рис. 8.4).

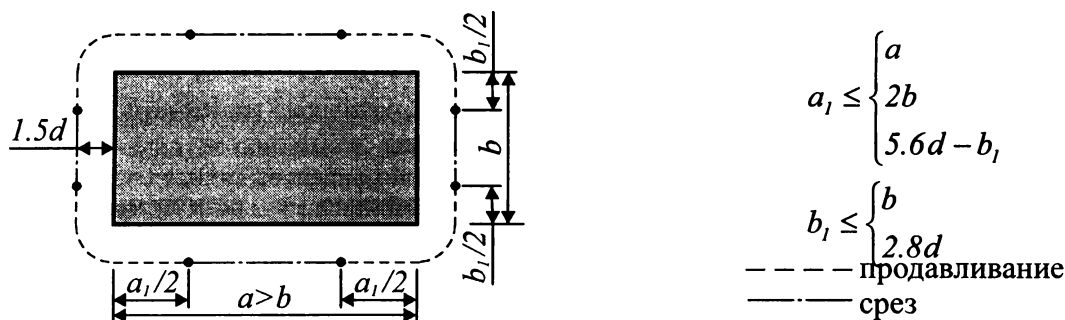


Рис. 8.3.

Применение условий расчета на продавливание и срез в нестандартных ситуациях

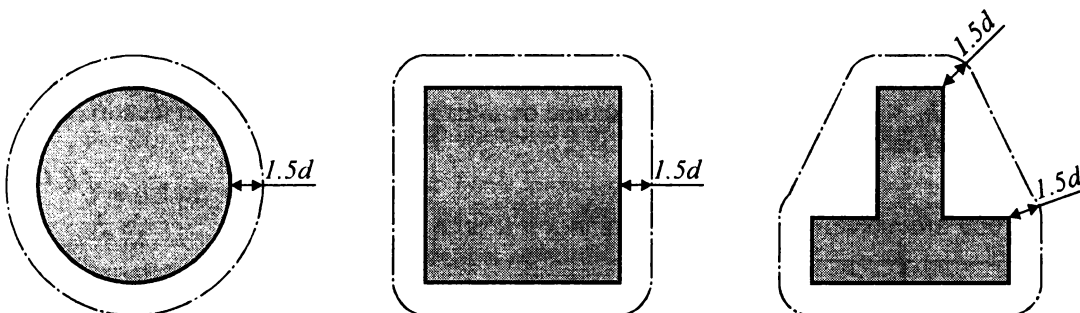


Рис. 8.4.

Критический периметр для площадей приложения местной нагрузки, удаленных от свободных краев плиты и отверстий

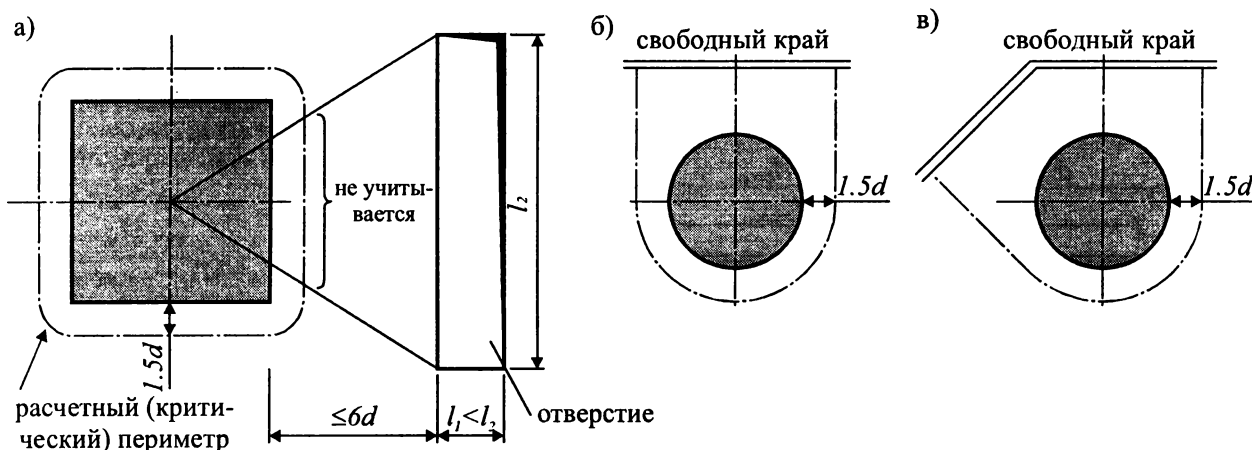


Рис. 8.5.

Критический периметр для площадей приложения местной нагрузки, расположенных в непосредственной близости от отверстий (а), свободных краев (б) и углов (в) плит

Для площадей приложения местной нагрузки, расположенных в непосредственной близости к свободным краям и углам плит, отверстиям и если расстояние от критического периметра до свободного края или отверстия составляет менее  $4d$ , длину критического периметра следует определять согласно рис. 8.5.

**Расчетная (критическая) площадь** – это площадь, заключенная внутри расчетного (критического) периметра.

**Расчетное (критическое) сечение**

Критическим является сечение, продолжающее критический периметр в пределах рабочей высоты плиты ( $d$ ). Для плит, имеющих постоянную высоту, критическое сечение перпендикулярно к срединной плоскости плиты, а для плит с переменной толщиной – рассматривается как перпендикуляр к наиболее растянутой грани.

**8.2.2. Положение критического сечения для плит переменной толщины (капители колонн)**

Для плит, опирающихся на круглые капители колонн, для которых  $l_n < 1,5h_n$  или угол наклона капители больше, чем  $\theta$ , расчет на продавливание выполняется для критического сечения, показанного на рис. 8.6. Положение этого сечения от центра колонны  $d_{crit}$ , может быть определено из выражения

$$d_{crit} = 1,5d + l_n + 0,5l_c \quad (8.9)$$

где  $l_n$  – расстояние от поверхности колонны до края капители;  
 $l_c$  – диаметр круглой колонны.

Для прямоугольных колонн с прямоугольной капителью с размерами  $l_1$  и  $l_2$  ( $l_1 = l_{c1} + 2l_{n2}$ ,  $l_1 \leq l_2$ ) значение  $d_{crit}$  вводится в расчет, принимая его меньшим из двух значений:

$$1,5d + 0,56\sqrt{l_1 l_2} \quad (8.10)$$

$$1,5d + 0,69l_1 \quad (8.11)$$

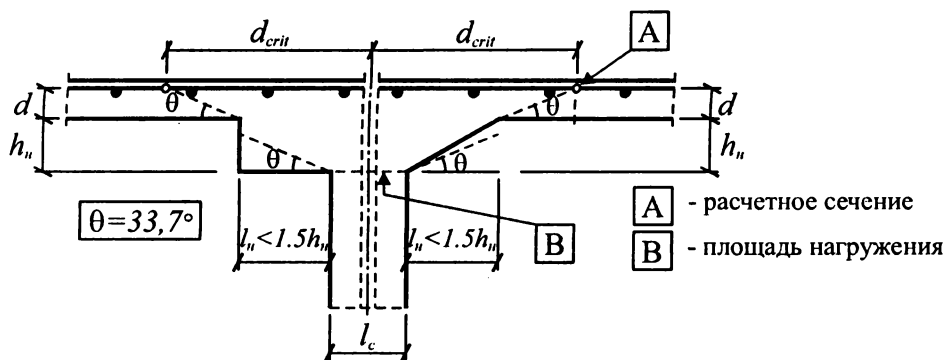
В случае, когда  $l_n > 1,5(d + h_n)$  либо угол наклона капители меньше, чем  $\theta$  (рис. 8.7), расстояние от центра колонны до критического сечения следует определять:

$$d_{crit,ex} = l_n + 1,5d + 0,5l_c \quad (8.12)$$

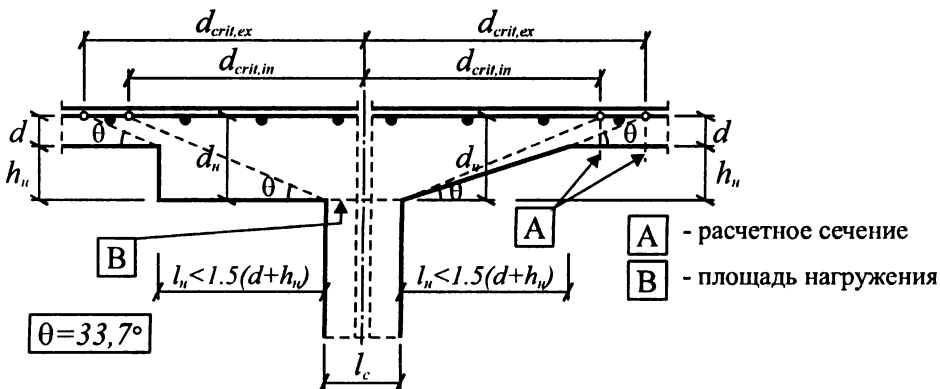
$$d_{crit,in} = 1,5(d + h_n) + 0,5l_c \quad (8.13)$$

Для капителей с  $1,5h_n < l_n < 1,5(h_n + d)$ , расстояние от центра колонны до критического сечения определяется по формуле

$$d_{crit} = 1,5l_n + 0,5l_c \quad (8.14)$$



**Рис. 8.6.** Расчетная модель на продавливание при  $l_n < 1,5 h_n$



**Рис. 8.7.** Расчетная модель на продавливание при  $l_n < 1,5 (d + h_n)$

### 8.2.3. Расчетные условия при проверке прочности на продавливание (местный срез)

Проверку прочности на продавливание (местный срез) плит либо фундаментов следует выполнять из условия, что толщина элементов является достаточной с точки зрения восприятия бетоном перерезывающей силы, вызванной локальной продавливающей нагрузкой. В противном случае (при недостаточной прочности бетона) необходимо устройство капителей и установка дополнительного армирования.

При этом погонную поперечную силу, вызванную местной сосредоточенной нагрузкой, следует определять по формуле

$$v_{Sd} = \frac{\bar{\beta} \cdot V_{Sd}}{u}, \quad (8.15)$$

где:  $V_{Sd}$  – результирующая поперечная сила, действующая по длине критического периметра (при расчёте фундаментов величина  $v_{Sd}$  должна определяться с учётом сопротивляющейся продавливанию нагрузки от давления грунта по площади, расположенной внутри критического периметра);

$u$  – длина критического периметра;

$\bar{\beta}$  – коэффициент, учитывающий влияние внецентренного приложения нагрузки (в случае отсутствия эксцентриситета следует принимать  $\bar{\beta} = 1,0$ ). Значение коэффициента  $\bar{\beta}$  следует принимать для колонн в случае внецентренного приложения продавливающего усилия согласно рис. 8.8.

Прочность плиты без поперечного армирования на продавливание (местный срез) следует проверять из условия:

$$v_{Sd} \leq v_{Rd,ct} \quad (8.16)$$

где  $v_{Rd,ct} = \left[ 0,12k(100\rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} - 0,1\sigma_{cd} \right] d$ , но не менее  $(0,4f_{ctd} - 0,1\sigma_{cd})d$ ;

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2 \quad (d \text{ в мм});$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}} \leq 0,02;$$

$\rho_{lx}, \rho_{ly}$  – коэффициенты продольного армирования в  $x$ -направлении и  $y$ -направлении соответственно;

$$d = 0,5 (d_x + d_y),$$

$d_x, d_y$  – рабочие высоты плиты в  $x$ -направлении и  $y$ -направлении соответственно, определяемые в критическом сечении;

$$\sigma_{cd} = \frac{\sigma_{cx} + \sigma_{cy}}{2},$$

здесь  $\sigma_{cx}, \sigma_{cy}$  – нормальные напряжения в бетоне для расчетного сечения по направлению осей  $x$  и  $y$  (знак «минус» принимают при сжатии).

Площадь продольной арматуры в каждом из направлений необходимо устанавливать в количестве не менее 0,002 от площади критического сечения соответствующего направления.

Если условие (8.16) не выполняется, необходимо устанавливать расчетное из условия продавливания поперечное армирование.

Несущую способность на продавливание (местный срез) плиты с поперечным армированием следует определять из условий

$$v_{Sd} < v_{Rd,max} \quad (8.17)$$

$$v_{Sd} < v_{Rd,cy} \quad (8.18)$$

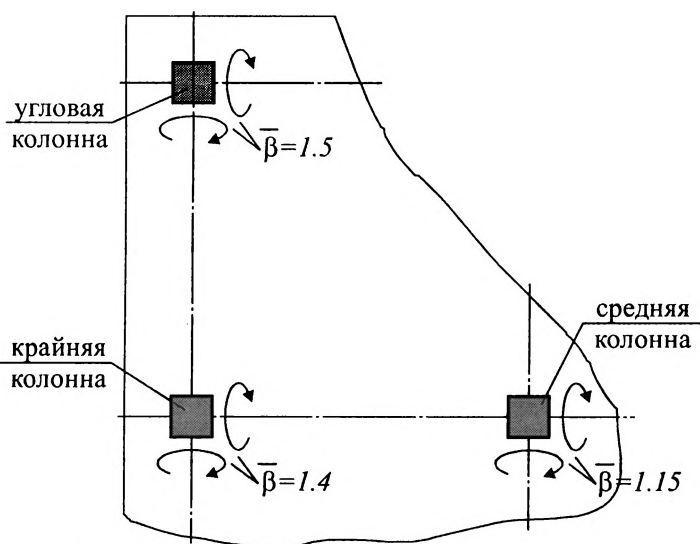
где  $v_{Rd,max} = 1,4 v_{Rd1}$ .

$$v_{Rd,cy} = v_{Rdct} + \frac{\sum A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \sin \alpha}{u} \quad (8.19)$$

В формуле (8.19):

$\sum A_{sw} f_{ywd} \sin \alpha$  – сумма результирующих усилий, воспринимаемых поперечной арматурой в направлении приложения продавливающей силы,

$\alpha$  – угол наклона поперечной арматуры к плоскости плиты.



**Рис. 8.8.**  
Значения коэффициентов  $\bar{\beta}$  в формуле (8.15)

ности армированных элементов на продавливание, необходимым является контроль минимальных изгибающих моментов, действующих на единицу ширины плиты  $m_{Sdx}$  и  $m_{Sdy}$  в направлении  $x$  и  $y$  соответственно. В случае если другие расчеты не дают требуемых значений, то эти моменты следует определять из условия

$$m_{Sdx} (m_{Sdy}) \geq \eta \cdot v_{Sd} \quad (8.21)$$

где  $v_{Sd}$  – расчетная поперечная сила, приходящаяся на единицу длины;

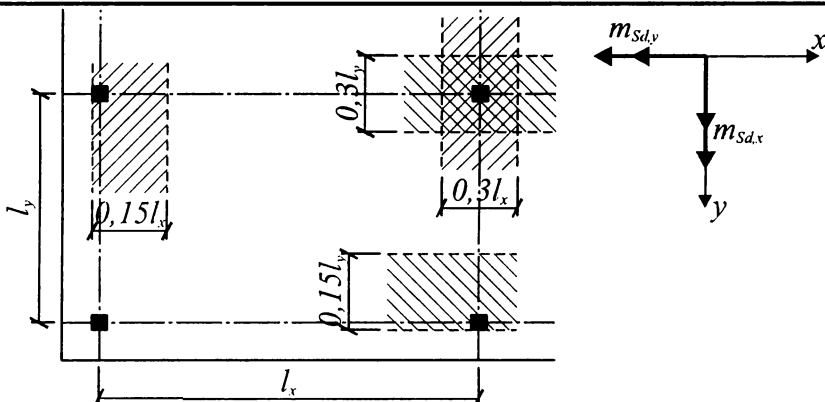
$\eta$  – коэффициент, определяющий значения моментов согласно табл. 8.2 в соответствии с обозначениями, приведенными на рис. 8.9.

В обозначенных на рис. 8.9 областях плиты необходимо проверить условия (8.16), принимая в расчетах площадь продольного армирования, определенную расчетом на изгиб, и установленную по ширине эффективных зон работы плиты в направлениях  $x$  и  $y$ .

**Таблица 8.2.**

Значения коэффициента  $\eta$  в зависимости от положения колонн

Положение колонны	$\eta$ для $m_{Sdx}$		Расчетная ширина плиты	$\eta$ для $m_{Sdy}$		Расчетная ширина плиты
	верх плиты	низ плиты		верх плиты	низ плиты	
Внутренняя	-0,125	0	$0.3 l_y$	-0,125	0	$0.3 l_x$
Крайняя, грань плиты параллельна оси $x$	-0,250	0	$0.15 l_y$	-0,125	0,125	на 1 м.п. плиты
Крайняя, то же параллельна оси $y$	-0,125	+0,125	на 1 м.п. плиты	-0,25	0	$0.15 l_x$
Угловая	-0,500	0,5	на 1 м.п. плиты	0,5	-0,5	на 1 м.п. плиты



**Рис. 8.9.**

Схема к определению ширины плиты, включаемой в работу в зависимости от положения колонн

Рассчитанное из условия местного среза по формуле (8.19) поперечное армирование следует размещать в пределах критической площади. При этом минимальная толщина армированной плиты в пределах критической площади должна составлять не менее 200 мм, а минимальный процент армирования определяется по формуле

$$\rho_{w,min} = \frac{A_{sw} \cdot \sin \alpha}{A_{crit} - A_{load}} \quad (8.20)$$

где  $A_{crit}$ ,  $A_{load}$  – соответственно площадь поверхности внутри критического периметра (критическая площадь) и площадь приложения локальной нагрузки.

Полученные значения  $\rho_{w,min}$  должны быть не менее значений, назначаемым по конструктивным соображениям.

Кроме проверки несущей способ-

**ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА К ГЛАВЕ 8**

**Пример 1.**

Дано:

Стальная стойка, опираемая на железобетонный фундамент и центрально нагруженная силой  $N = 1400$  кН (рис. 8.10); фундамент из тяжелого бетона класса  $C^{12}/15$  ( $f_{cd} = 6,7$  МПа и  $f_{ctd} = 0,43$  МПа при  $\gamma_c = 1,8$ ).

Требуется:

Проверить прочность бетона под стойкой на местное сжатие (смятие).

Решение.

Расчетную площадь  $A_{c1}$  определяем в соответствии с рис. 8.10.

Согласно рис. 8.10, имеем

$$c = 200 \text{ мм}; a_1 = 200 \times 2 + 200 = 600 \text{ мм}; e = 200 \text{ мм}; b_1 = 200 \times 2 + 300 = 700 \text{ мм};$$

$$A_{c1} = 700 \times 600 = 420000 \text{ мм}^2.$$

$$\text{Площадь смятия равна } A_{c0} = 300 \times 200 = 60000 \text{ мм}^2.$$

Определяем коэффициент  $\omega_u$ , учитывающий повышение прочности бетона при местном сжатии, предварительно определив величины коэффициентов  $k_f$  и  $k_u$

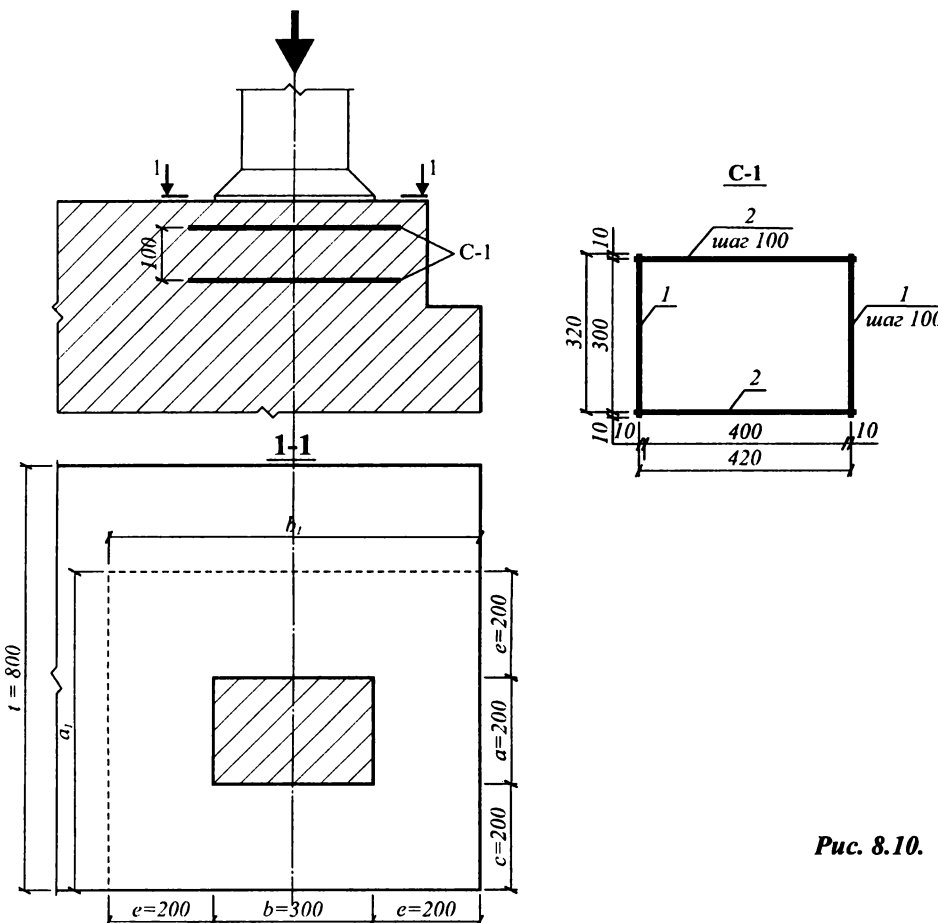
$$k_f = 0,8 + 0,2 \left( \frac{\min(c/b; e/a)}{\max(c/b; e/a)} \right) = 0,8 + 0,2 \left( \frac{\min(200/300; 200/200)}{\max(200/300; 200/200)} \right) = 0,8 + 0,2 \left( \frac{0,667}{1,0} \right) = 0,933$$

$$k_u = 0,8 \frac{f_{ctd}}{f_{cd}} = 12,465 < 14$$

Принимаем  $k_u = 14$ .

$$\omega_u = 1 + k_u \cdot k_f \cdot \frac{f_{ctd}}{f_{cd}} \left( \sqrt{\frac{A_{c1}}{A_{c0}}} - 1 \right) = 1 + 14 \cdot 0,933 \cdot \frac{0,43}{6,7} \left( \sqrt{\frac{420000}{60000}} - 1 \right) = 2,390 \leq \omega_{u1,max} = 2,5$$

Поскольку полученная величина коэффициента  $\omega_u$  оказалась меньше величины коэффициента  $\omega_{u1,max} = 2,5$  для схемы приложения местной нагрузки г) по рис. 8.1 для дальнейшего расчета принимаем  $\omega_u = 2,390$ .



**Рис. 8.10.**

Определяем расчетное сопротивление бетона смятию

$$f_{cud} = \omega_u \cdot \alpha \cdot f_{cd} = 2,39 \cdot 0,85 \cdot 6,7 = 13,61 \text{ МПа.}$$

Поскольку стойка центрально сжата, то распределение напряжений по поверхности смятия считаем равномерным и принимаем коэффициент  $\alpha_u = 1,0$ .

Определяем несущую способность сечения, подвергнутого действию местной нагрузки, по формуле 8.3

$$N_{Rd,loc} = \alpha_u \cdot f_{cud} \cdot A_{c0} = 1,0 \cdot 13,61 \cdot 60000 = 816600 \text{ Н} \approx 817 \text{ кН,}$$

что меньше действующей нагрузки  $N = 1000$  кН, т. е. прочность бетона на местное сжатие не обеспечена, и поэтому необходимо применить косвенное армирование.

Принимаем косвенное армирование в виде сеток из арматуры класса S500, диаметром 3 мм, ячейкой  $100 \times 100$  мм и шагом по высоте  $s = 100$  мм ( $f_{yd,xy} = 450$  МПа).

Проверяем прочность согласно формуле 8.5.

Так как  $\omega_u = 2,390$  меньше величины коэффициента  $\omega_{u2,max} = 3,5$  для схемы приложения местной нагрузки г) по рис. 8.1 для дальнейшего расчета принимаем  $\omega_u = 2,390$ .

Определяем коэффициент косвенного армирования сетками  $\rho_{xy}$ .

Из рис. 8.10 имеем:  $n_x = 5$ ;  $l_x = 300$  мм;  $n_y = 4$ ;  $l_y = 400$  мм;  $A_{sx} = A_{sy} = 7,1$  мм<sup>2</sup> ( $\varnothing 3$  мм);  $A_{eff} = l_x \times l_y = 300 \times 400 = 120000$  мм<sup>2</sup>  $> A_{c0} = 60000$  мм<sup>2</sup>,

$$\text{тогда } \rho_{xy} = \frac{n_x \cdot A_{sx} \cdot l_x + n_y \cdot A_{sy} \cdot l_y}{A_{eff} \cdot s} = \frac{5 \cdot 7,1 \cdot 300 + 4 \cdot 7,1 \cdot 400}{120000 \cdot 100} = 0,00183.$$

Определяем коэффициент  $\varphi_o$ , принимая расчетное сопротивление бетона с коэффициентом  $\gamma_c = 1,5$  как для армированных элементов

$$\psi = \frac{\rho_{xy} \cdot f_{yd,xy}}{\alpha \cdot f_{cd} + 10} = \frac{0,00183 \cdot 450}{0,85 \cdot 8,0 + 10} = 0,049.$$

$$\varphi_o = \frac{1}{0,23 + \varphi_s} = \frac{1}{0,23 + 0,049} = 3,58$$

$$\text{Коэффициент } \varphi_s \text{ равен } \varphi_s = 4,5 - 3,5 \frac{A_{c0}}{A_{eff}} = 4,5 - 3,5 \frac{60000}{120000} = 2,75$$

Приведенное расчетное сопротивление армированного бетона при местном сжатии определяем по формуле 8.6

$$f_{cud,eff} = f_{cud} + \varphi_o \cdot \rho_{xy} \cdot f_{yd,xy} \cdot \varphi_s = 1,0 \cdot 2,390 \cdot 0,85 \cdot 8,0 + 3,58 \cdot 0,00183 \cdot 450 \cdot 2,75 = 24,36 \text{ МПа.}$$

Определяем несущую способность армированного сечения, подвергнутого действию местной нагрузки, по формуле 8.5

$$N_{Rd,loc} = f_{cud,eff} \cdot A_{c0} = 24,36 \cdot 60000 = 1461600 \text{ Н} = 1461,6 \text{ кН,}$$

что больше действующей нагрузки  $N = 1400$  кН, т. е. прочность бетона обеспечена.

### **Пример 2.**

Дано:

Монолитное железобетонное перекрытие опирается на железобетонную внутреннюю колонну сечением  $b \times h = 0,4 \times 0,4$  м. Полная расчетная нагрузка на колонну от перекрытия (с учетом собственной его массы) равна 500 кН. Толщина перекрытия 0,25 м. Колонна и перекрытие из бетона класса C<sup>25</sup>/<sub>30</sub>. Перекрытие в зоне примыкания к колонне армировано стержнями арматуры класса S500 диаметром 14 мм, расположенными с шагом 100 мм в двух взаимно перпендикулярных направлениях.

Требуется:

Проверить прочность перекрытия на продавливание.

Решение.

Принимаем защитный слой арматуры 25 мм.

Определяем расстояния от верха плиты до центров тяжести арматуры каждого направления –  $a_x = 32$  мм и  $a_y = 46$  мм.

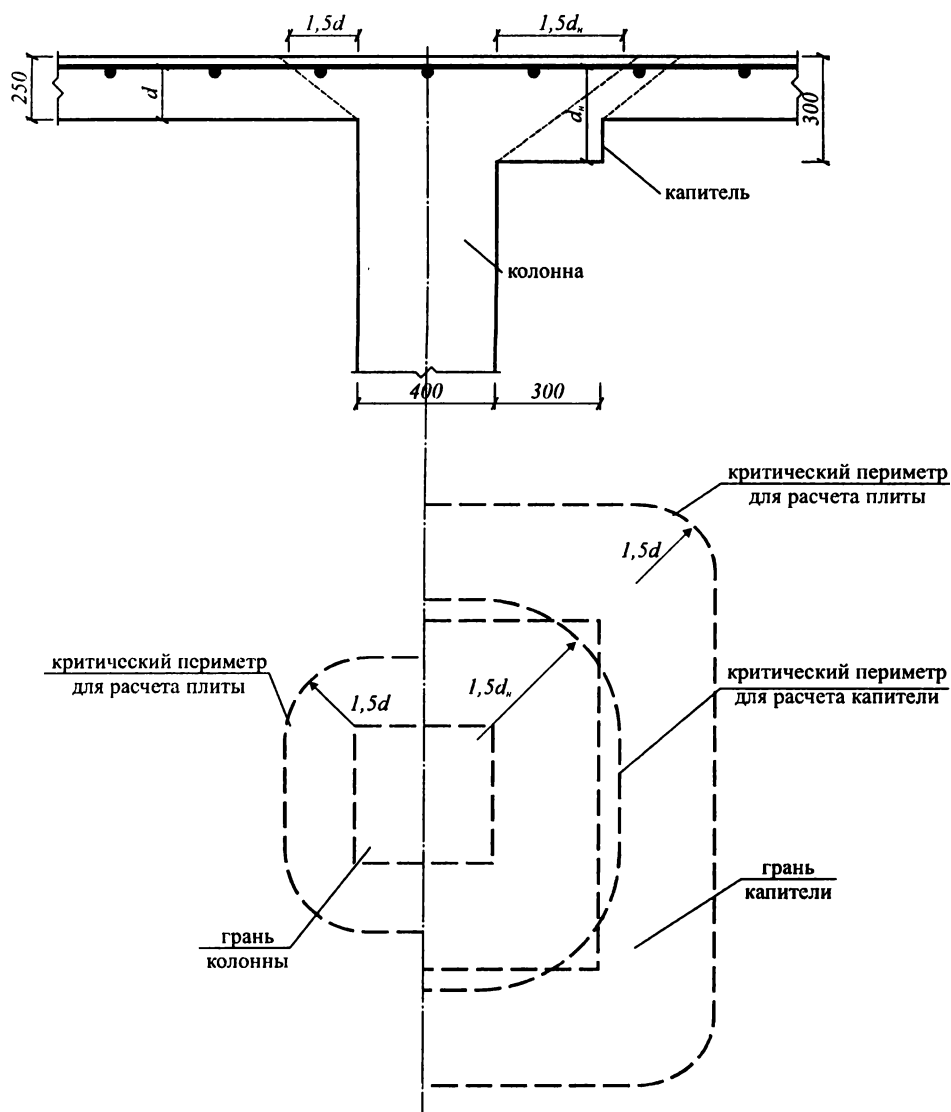
Определяем рабочие высоты плит в каждом направлении

$$d_x = 0,25 - 0,032 = 0,218 \text{ м, } d_y = 0,25 - 0,046 = 0,204 \text{ м.}$$

Определяем среднюю рабочую высоту сечения

$$d = 0,5 \cdot (d_x + d_y) = 0,5 \cdot (0,218 + 0,204) = 0,211 \text{ м.}$$

Определяем коэффициенты армирования в обоих направлениях



Примечание: Слева от оси показан вариант колонны без капители, справа - с капителью.

Рис. 8.11.

$$\rho_{lx} = \rho_{ly} = \frac{1,539 \cdot 10^{-4}}{(0,1 \cdot 0,211)} = 0,0073,$$

что более 0,002 (минимальное значение коэффициента армирования, регламентированное нормами).

$$\text{Тогда расчетный коэффициент армирования равен } \rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}} = 0,0073$$

Определяем величину критического периметра

$$u = 4 \cdot b + 2 \cdot \pi \cdot 1,5 \cdot d = 4 \cdot 0,4 + 2 \cdot \pi \cdot 1,5 \cdot 0,211 = 3,59 \text{ м.}$$

Определяем величину погонной поперечной силы, вызванной местной сосредоточенной нагрузкой, принимая коэффициент  $\beta = 1,15$  как для средней колонны

$$v_{sd} = \frac{\beta \cdot V_{sd}}{u} = \frac{1,15 \cdot 500}{3,59} = 160 \text{ КН/м.}$$

Для бетона класса С25/30 нормативное сопротивление бетона сжатию  $f_{ck} = 25$  МПа и расчетное сопротивление бетона растяжению (с учетом коэффициента надежности по материалу  $\gamma_c = 1,5$ )  $f_{ctd} = 1,8 / 1,5 = 1,2$  МПа.

Определяем коэффициент, учитывающий влияние масштабного фактора

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{211}} = 1,973 < 2.$$

Определяем погонное усилие, которое может воспринять сечение при продавливании,

$$v_{Rd} = (0,12 / \gamma_c) \cdot k \cdot (100 \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot d =$$

$$(0,12 / 1,5) \cdot 1,973 \cdot (100 \cdot 0,0073 \cdot 25)^{1/3} \cdot 0,211 = 0,132 \text{ МН / м} = 132 \text{ КН / м}.$$

Определяем минимальное погонное усилие, которое может воспринять сечение при продавливании,

$$v_{Rd} = 0,4 \cdot f_{ctd} \cdot d = 0,4 \cdot 1,2 \cdot 0,211 = 0,101 \text{ МН / м} = 101 \text{ КН / м}.$$

Окончательно, погонное усилие, которое может воспринять сечение при продавливании, составляет

$$v_{Rd} = 132 \text{ КН / м} > 101 \text{ КН / м}.$$

Поскольку величина погонной поперечной силы, вызванной местной сосредоточенной нагрузкой, превышает погонное усилие, которое может воспринять сечение при продавливании, прочность на продавливание недостаточна и требуется устанавливать расчетное поперечное армирование либо переконструировать перекрытие.

В связи с этим в зоне сопряжения колонны с перекрытием предусмотрим устройство капители размерами в плане  $1000 \times 1000$  мм с общей толщиной 300 мм.

Выполним расчет при сохранении неизменными всех остальных исходных данных.

Рабочие высоты плит в каждом направлении  $d_x = 0,30 - 0,032 = 0,268$  м,  $d_y = 0,30 - 0,046 = 0,254$  мм.

Определяем среднюю рабочую высоту

$$d = 0,5 \cdot (d_x + d_y) = 0,5 \cdot (0,268 + 0,254) = 0,261 \text{ м}.$$

Определяем коэффициенты армирования в обоих направлениях

$$\rho_{lx} = \rho_{ly} = 1,539 \cdot 10^{-4} / (0,1 \cdot 0,261) = 0,0059,$$

что более 0,002 (минимальное значение коэффициенты армирования, регламентированное нормами).

Тогда расчетный коэффициент армирования равен  $\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}} = 0,0059$

Определяем величину критического периметра

$$u = 4 \cdot b + 2 \cdot \pi \cdot 1,5 \cdot d = 4 \cdot 0,4 + 2 \cdot \pi \cdot 1,5 \cdot 0,261 = 4,06 \text{ м}.$$

Определяем величину погонной поперечной силы, вызванной местной сосредоточенной нагрузкой, принимая коэффициент  $\beta = 1,15$  как для средней колонны

$$v_{Sd} = \frac{\beta \cdot V_{Sd}}{u} = \frac{1,15 \cdot 500}{4,06} = 142 \text{ КН/м}.$$

Определяем коэффициент, учитывающий влияние масштабного фактора,

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{261}} = 1,875 < 2.$$

Определяем погонное усилие, которое может воспринять сечение при продавливании,

$$v_{Rd} = (0,12 / \gamma_c) \cdot k \cdot (100 \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot d =$$

$$(0,12 / 1,5) \cdot 1,875 \cdot (100 \cdot 0,0059 \cdot 25)^{1/3} \cdot 0,261 = 0,144 \text{ МН / м} = 144 \text{ КН / м}.$$

Определяем минимальное погонное усилие, которое может воспринять сечение при продавливании,

$$v_{Rd} = 0,4 \cdot f_{ctd} \cdot d = 0,4 \cdot 1,2 \cdot 0,261 = 0,125 \text{ МН / м} = 125 \text{ КН / м}.$$

Окончательно, погонное усилие, которое может воспринять сечение при продавливании, составляет

$$v_{Rd} = 144 \text{ КН / м} > 125 \text{ КН / м}.$$

Поскольку величина погонной поперечной силы, вызванной местной сосредоточенной нагрузкой, меньше погонного усилия, которое может воспринять сечение при продавливании, прочность на продавливание по критическому периметру, отсчитанному от периметра колонны, обеспечена.

Дополнительно требуется проверить прочность на продавливание основного сечения перекрытия толщиной 200 мм по критическому периметру, отсчитанному от периметра грани капители.

Определяем величину этого критического периметра

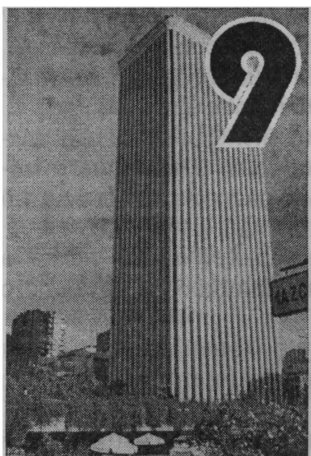
$$u = 4 \cdot b + 2 \cdot \pi \cdot 1,5 \cdot d = 4 \cdot 1,0 + 2 \cdot \pi \cdot 1,5 \cdot 0,211 = 5,99 \text{ м}.$$

Определяем величину погонной поперечной силы, вызванной местной сосредоточенной нагрузкой, принимая коэффициент  $\beta = 1,15$  как для средней колонны

$$v_{Sd} = \frac{\beta \cdot V_{Sd}}{u} = \frac{1,15 \cdot 500}{5,99} = 96 \text{ КН/м}.$$

Поскольку величина погонной поперечной силы, вызванной местной сосредоточенной нагрузкой, меньше величины (132 КН/м) погонного усилия, которое может воспринять сечение при продавливании, прочность на продавливание по критическому периметру, отсчитанному от периметра капители колонны, обеспечена.





## РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПО ПРОЧНОСТИ НА ДЕЙСТВИЕ КРУТЯЩИХ МОМЕНТОВ

Расчет железобетонных элементов, подвергаемых комбинированному воздействию кручения в сочетании поперечной силой, изгибом и осевыми усилиями по прочности, является одной из наиболее сложных проблем теории железобетона.

При действии крутящих моментов в начальной стадии загрузки внешней нагрузкой железобетонный элемент работает упруго. В нем возникают касательные, а следовательно и главные сжимающие и растягивающие напряжения, ориентированные под углом, близким к  $45^\circ$  по отношению к продольной оси элемента. В завершении этой стадии касательные напряжения распределяются равномерно по всему сечению элемента как в идеально пластическом теле. После того, как удлинения бетона по направлению действия главных растягивающих напряжений достигнут предельных значений, в бетоне образуются развивающиеся по всему контуру сечения спиральные трещины. В реальных конструкциях крутящие моменты действуют, как правило, в сочетании с другими видами усилий, например, изгибающим моментом и поперечной силой. Если значения крутящих моментов невелики, то спиральные трещины развиваются только в зоне, растянутой от совместного действия изгибающего и крутящего моментов. После образования спиральных трещин усилия в направлении главных растягивающих напряжений воспринимает арматура, а усилия, действующие по направлению главных сжимающих напряжений – бетон.

Разрушение железобетонного элемента при совместном действии изгибающего и крутящего моментов происходит, как правило, по пространственному сечению, показанному на рис. 9.1. При этом разрушение железобетонного элемента по пространственному сечению при действии изгибающих и крутящих моментов может происходить вследствие:

- достижения арматурой обоих направлений (продольной и поперечной) физического или условного предела текучести с последующим раздроблением бетона сжатой зоны;
- достижения поперечной арматурой предела текучести с последующим раздроблением бетона сжатой зоны; при этом напряжения в продольной арматуре не достигают предела текучести;
- достижения продольной арматурой предела текучести с последующим раздроблением бетона сжатой зоны; при этом напряжения в поперечной арматуре не достигают предела текучести;
- раздробления сжатого бетона, заключенного в полосах между спиральными трещинами; при этом напряжения в арматуре обоих направлений (поперечной и продольной) ниже предела текучести.

Расчет должен выполняться таким образом, чтобы гарантировать конструкцию от всех перечисленных случаев разрушения.

Существует два основных направления развития методов расчета железобетонных конструкций при действии крутящих моментов.

Первое направление включает *расчетную модель пространственного сечения*, второе – *расчетную модель пространственной фермы* или каркасно-стержневую модель.

### 9.1. Расчетная модель пространственного сечения

В общем виде расчетная модель должна содержать полную систему уравнений равновесия и полную систему усилий, действующих в сечении. Для решения задачи необходимо также использовать условия деформирования сечения (в виде их поворота и сдвига), соответствующих деформационных параметров, связывающих усилия в бетоне и арматуре с их перемещениями, с привлечением трансформированных диаграмм деформирования бетона в условиях плоского напряженно-го состояния (см. главу 4) и диаграмм деформирования арматуры. Однако практическая реализация

модели пространственного сечения в общем виде представляет значительные трудности, в силу чего в нормах [1, 6] используют упрощенные расчетные методы, опирающиеся, главным образом, на эмпирические зависимости. Рассмотрим применение модели пространственного сечения к расчету железобетонного элемента, подверженного кручению с изгибом по прочности (рис. 9.1).

Экспериментальные исследования показывают, что при разрушении железобетонного элемента по пространственному сечению, в зависимости от значений изгибающего и крутящего моментов, а также наличия и величины поперечной силы возможны три схемы расположения сжатой зоны (рис. 9.2).

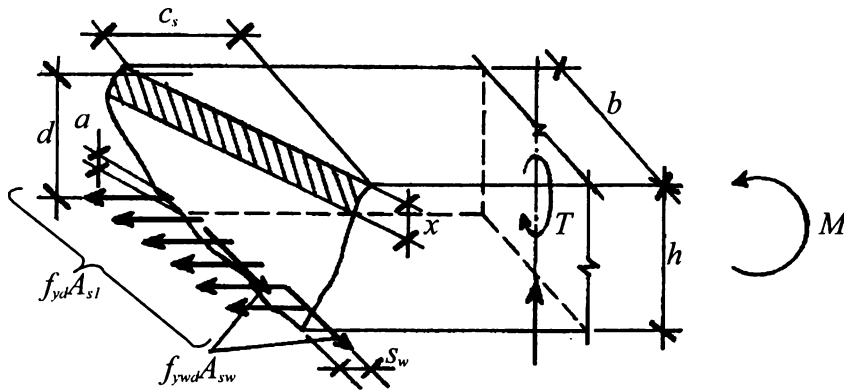
Первая схема (рис. 9.2а) соответствует расположению сжатой зоны у верхней грани элемента и имеет место при воздействии на элемент значительных по величине изгибающего и крутящего моментов.

Вторая схема (рис. 9.2б) соответствует расположению сжатой зоны у боковой грани и имеет место при воздействии крутящего момента и поперечной силы (изгибающий момент так мал, что его влиянием можно пренебречь).

Третья схема (рис. 9.2в) соответствует расположению сжатой зоны у нижней грани. Такой случай может иметь место в зоне, где действуют небольшие изгибающие моменты и, следовательно, их влияние на вид разрушения элемента невелико. При этом площадь поперечного сечения верхней арматуры, которая попадает в растянутую зону может быть меньше площади нижней арматуры.

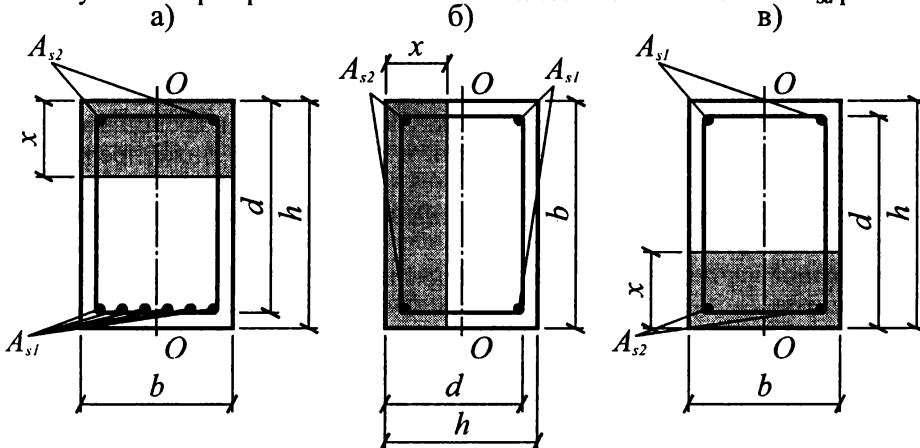
Схема усилий в пространственном сечении железобетонного элемента, работающего на кручение с изгибом, приведена на рис. 9.1.

Предельные усилия в пространственном сечении определяются на основе следующих предположений:



**Рис. 9.1**

Схема усилий в пространственном сечении железобетонного элемента  $V_{sd}$  работающего на кручение с изгибом



О-О – плоскость действия изгибающего момента

**Рис. 9.2**

Расчетные схемы расположения сжатой зоны пространственного сечения;

а) – у сжатой от изгиба грани элемента;

б) – у грани элемента, параллельной плоскости действия изгибающего момента;

в) – у растянутой от изгиба грани элемента;

- сопротивление бетона растяжению принимается равным нулю;
- сжатая зона пространственного сечения условно представляется плоскостью, расположенной под некоторым углом  $\theta$  к продольной оси элемента, а сопротивление бетона сжатию – напряжениями  $\alpha \cdot f_{cd} \sin \theta$ , равномерно распределенными по сжатой зоне;
- растягивающие напряжения в продольной и поперечной арматуре, пересекающей растянутую зону рассматриваемого пространственного сечения, принимаются равными соответственно  $f_{yd}$  и  $f_{ywd}$ ;
- напряжение в арматуре, расположенной в сжатой зоне, принимается согласно указаниям норм [1, 6] равными  $f_{yd}$ .

При расчете элементов, работающих на кручение с изгибом по прочности, должно выполняться условие:

$$T_{Sd} \leq 0,1 \alpha f_{cd} b^2 h, \quad (9.1)$$

где  $b, h$  – соответственно меньший и больший размеры сторон поперечного сечения элемента;

$\alpha$  – коэффициент, определяемый в соответствии с требованиями главы 4.

Значение  $f_{cd}$  для бетона классов выше  $C^{25}/_{30}$  принимается как для бетона класса  $C^{25}/_{30}$ .

Расчет пространственных сечений железобетонных элементов по прочности производится из условия:

$$T_{Sd} \leq f_{yd} A_{s1} \frac{1 + \eta_w \delta \lambda^2}{\eta_q \lambda + \chi} (d - 0,5x). \quad (9.2)$$

Высота сжатой зоны  $x$  определяется из уравнения:

$$f_{yd} A_{s1} - f_{yd} A_{s2} = \alpha f_{cd} b x. \quad (9.3)$$

Расчет следует производить для трех расчетных схем расположения сжатой зоны пространственного сечения, показанного на рис. 9.2, (поскольку заранее трудно установить, какая из схем разрушения наиболее опасна):

1-я схема – у сжатой грани элемента;

2-я схема – у грани элемента, параллельной плоскости действия изгибающего момента (рис. 9.2б);

3-я схема – у растянутой от действия изгибающего момента грани элемента (рис. 9.2в).

В формулах (9.2) и (9.3):

$A_{s1}, A_{s2}$  – площади поперечного сечения продольной арматуры, расположенной при данной расчетной схеме соответственно в растянутой и сжатой зонах;

$b, h$  – размеры сторон поперечного сечения элемента, соответственно параллельной и перпендикулярной линии, ограничивающей сжатую зону;

$$\delta = \frac{b}{2h + b}; \quad (9.4)$$

$$\lambda = \frac{c_s}{b}; \quad (9.5)$$

где  $c_s$  – длина проекции линии, ограничивающей сжатую зону, на продольную ось элемента; расчет производится для наиболее опасного значения  $c_s$ , определяемого последовательным приближением и принимаемого равным не более  $(2h + b)$ .

В формуле (9.2) значения коэффициентов  $\chi$  и  $\eta_q$ , характеризующие соотношение между действующими усилиями  $T_{Sd}$ ,  $M_{Sd}$  и  $V_{Sd}$ , принимаются:

– при отсутствии изгибающего момента  $\chi = 0, \eta_q = 1$ ;

– при расчете по 1-й схеме  $\chi = M_{Sd}/T_{Sd}, \eta_q = 1$ ;

– при расчете по 2-й схеме  $\chi = 0, \eta_q = 1 + V_{Sd}h/(2T_{Sd})$ ;

– при расчете по 3-й схеме  $\chi = -(M_{Sd}/T_{Sd}), \eta_q = 1$ .

Крутящий момент  $T_{Sd}$ , изгибающий момент  $M_{Sd}$  и поперечная сила  $V_{Sd}$  принимаются для сечения, нормального к продольной оси элемента и проходящего через центр тяжести сжатой зоны пространственного сечения.

Значения коэффициента  $\eta_w$ , характеризующего соотношение между площадями поперечной и продольной арматуры, определяются по формуле:

$$\eta_w = \frac{f_{ydw} A_{sw} b}{f_{yd} A_{s1} s}, \quad (9.6)$$

где  $A_{sw}$  – площадь сечения одного стержня поперечной арматуры, расположенного у грани, являющейся растянутой, для рассматриваемой расчетной схемы;  
 $s$  – расстояние между соседними стержнями поперечной арматуры.  
 При этом значения  $\eta_w$  принимаются не менее

$$\eta_{w,min} = \frac{0,5}{1 + 0,5 M_{Sd} / (\eta_w M_{Rd})} \quad (9.7)$$

и не более

$$\eta_{w,max} = 1,5 \left( 1 - \frac{M_{Sd}}{M_{Rd}} \right), \quad (9.8)$$

где  $M_{Sd}$  – изгибающий момент, принимаемый:  
 – для 2-й схемы – равным нулю;  
 – для 3-й схемы – со знаком "минус";  
 $M_{Rd}$  – предельный изгибающий момент, воспринимаемый сечением, нормальным к продольной оси элемента.

Если значение  $\eta_w$ , подсчитанное по формуле (9.6) меньше  $\eta_{w,min}$ , то значение усилия  $f_{yd} A_{st}$ , вводимое в формулы (9.2) и (9.3), умножается на отношение  $\eta_w / \eta_{w,min}$ .

В случае, когда выполняется условие

$$T_{Sd} \leq 0,5 V_{Sd} b \quad (9.9)$$

вместо расчета по 2-й схеме следует производить расчет из условия:

$$V_{Sd} \leq V_{sw} + V_{cd} - \frac{3T_{Sd}}{b}; \quad (9.10)$$

в условиях (9.9) и (9.10):

$b$  – размер стороны поперечного сечения элемента, которая находится в плоскости, перпендикулярной плоскости изгиба;

$V_{cd}$  и  $V_{sw}$  – определяются по формулам (7.57) и (7.63).

Проверка прочности элементов прямоугольного сечения, работающих на кручение с изгибом, может быть выполнена в последовательности, представленной в табл. 9.1.

## 9.2. Модель пространственной фермы

Эту расчетную модель особенно целесообразно применять при расчете коротких железобетонных конструкций, у которых пролет или вылет консоли соизмерим с высотой сечения, и в которых построение расчетных моделей пространственных сечений затруднительно.

Модель пространственной фермы может быть использована не только для оценки прочности, но и трещиностойкости и деформативности конструкций, если рассматриваются напряжения и деформации в каждом равномерно напряженном и центрально нагруженном стержневом элементе системы с использованием диаграмм деформирования (состояния) для бетона и арматуры. Модель пространственной фермы позволяет рассчитывать элементы, подвергнутые действию крутящих моментов в сочетании с любыми видами силовых воздействий. При этом арматура, воспринимающая усилия от кручения элемента, добавляется к арматуре, рассчитанной исходя из действия других силовых факторов.

Теория расчета элементов, подверженных кручению на базе модели пространственной фермы была предложена в 1929 г. *Е. Раушем*. Согласно теории *Е. Рауша* бетонный элемент с ортогональной арматурой, подверженный сдвигу, имеет диагональные трещины, которые разделяют бетон на отдельные центрально сжатые полосы. Вместе с арматурой, работающей, как принято, на растяжение, они образуют стержневую систему, противодействующую сдвиговым усилиям.

Для упрощения расчетов предполагалось, что диагональные бетонные подкосы наклонены под углом  $45^\circ$  к арматуре. В соответствии с предложенной теорией железобетонный элемент сопротивляется кручению подобно условной трубе, то есть таким образом, что прикладываемый крутящий момент воспринимается потоком касательных напряжений в стенке трубы. Следует отметить, что теория пространственной стержневой системы была разработана на основе анализа результатов опытов, которые показали, что прочность сплошного сечения железобетонного элемента при кручении приблизительно равна прочности некоторого заменяющего полого сечения. Испол-

**Таблица 9.1.**

Проверка прочности элементов прямоугольного сечения, работающих на кручение с изгибом [30]

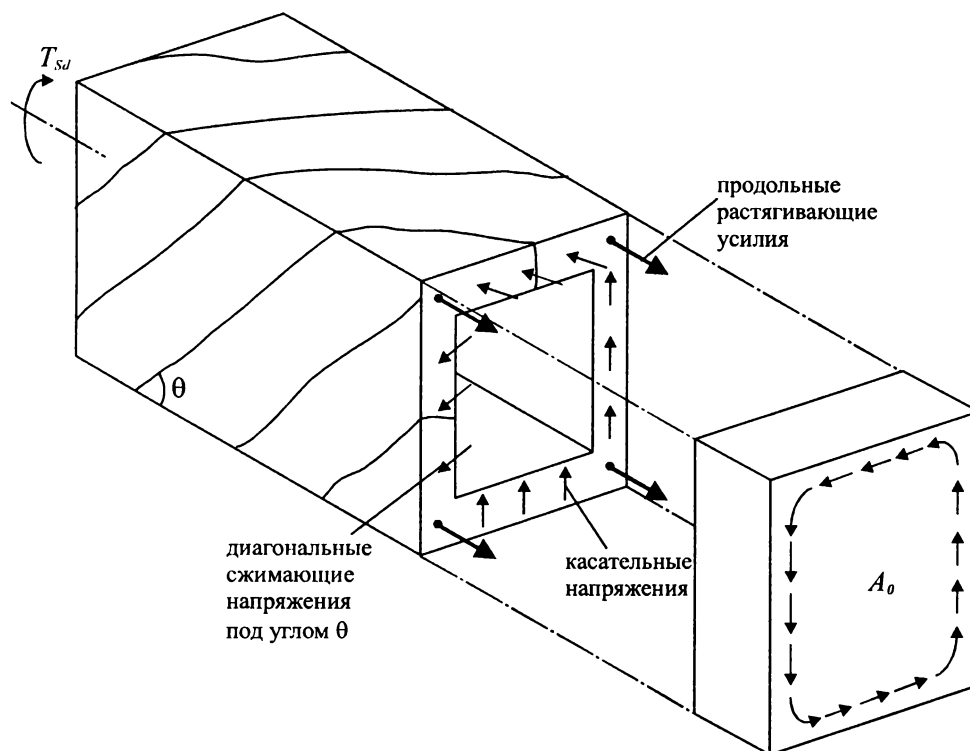
Действие	Расчетная формула	Результат
1	2	3
1. Проверка условия, исключающего разрушение сжатых бетонных полос	$T_{Sd} \leq 0,1\alpha \cdot f_{cd} \cdot b^2 \cdot h$	Если условие выполняется, то перейти к п. 2, иначе – изменить геометрические размеры сечения или класс бетона
2. Проверка условия – выбор расчетной схемы сечения	$T_{Sd} \leq 0,5V_{Sd} \cdot h$	Если условие выполняется, перейти к п. 3, иначе – к п. 6
3. Вычислить $V_{sw}$	$V_{Sd} = v_{sw} \cdot l_{inc,cr}$	
4. Вычислить $V_{cd}$	$v_{cd} = \frac{\eta_{C2} (1 + \eta_I + \eta_N) f_{ctd} \cdot b_w \cdot d^2}{l_{inc}}$	
5. Проверка условия (9.10)	$V_{Sd} \leq v_{sw} + v_{cd} - \frac{3T_{Sd}}{b_w}$	Если условие выполняется, проверку прочности производят без учета кручения, иначе – необходимо изменить геометрические размеры сечения или класс бетона и возвратиться к п. 1
<b>Расчет по 1-ой схеме</b>		
6. Определение высоты сжатой зоны $x$	$x = \frac{f_{yd} \cdot A_{s1} - f_{yd} \cdot A_{s2}}{\alpha \cdot f_{cd} \cdot b}$	
7. Проверка условия, ограничивающего высоту сжатой зоны $x$	$2d' \leq x < x_{lim} = \xi_{lim} \cdot d$	Если $x < 2d'$ , то принять $x = 2d'$ , если $x > x_{lim}$ , принять $x = x_{lim}$
8. Вычислить $\chi$ для 1-ой схемы	$\chi = M_{Sd} / T_{Sd} ; \eta_q = 1,0$	
9. Вычислить $\delta$	$\delta = \frac{b}{2h + b}$	
10. Вычислить $\eta_w$	$\eta_w = \frac{f_{ywd} \cdot a_{sw} \cdot b}{f_{yd} \cdot A_{s1} \cdot s_w}$	
11. Рассчитать $M_{Rd}$	$M_{Rd} = \alpha f_{cd} \cdot b \cdot x_{eff} (d - 0,5x_{eff}) + f_{yd} \cdot A_{s2} (d - d')$	

**Продолжение таблицы 9.1.**

1	2	3
12. Рассчитать $\eta_{w,min}$	$\eta_{w,min} = \frac{0,5}{1 + 0,5 \frac{M_{Sd}}{\eta_w \cdot M_{Rd}}}$	
13. Рассчитать $\eta_{w,max}$	$\eta_{w,max} = 1,5 \left( 1 - \frac{M_{Sd}}{M_{Rd}} \right)$	
14. Проверить условие, ограничивающее значение коэффициента $\eta_w$ (оптимальное количество армирования)	$\eta_{w,min} \leq \eta_w \leq \eta_{w,max}$	Если $\eta_w \leq \eta_{w,min}$ , то принять $\eta_w = \eta_{w,min}$ , если $\eta_w \geq \eta_{w,max}$ , то принять $\eta_w = \eta_{w,max}$
15. Методом последовательных приближений определить значение $c_s$		Причем требуется выполнение условий: а) $c_s \leq 2h + b$ ; б) $c_s$ не более длины участка элемента, на котором $M_{Sd}$ , $T_{Sd}$ , $V_{Sd}$ не меняют знака
16. Если при проверке по п. 14 оказалось, что	$\eta_w < \eta_{w,min}$	перейти к п. 17, иначе к п. 18
17. Проверка прочности пространственного сечения	$T_{Sd} \leq f_{yd} \cdot A_{s,l} \frac{\eta_w}{\eta_{w,min}} (d - 0,5x) \frac{1 + \eta_{w,min} \cdot \delta \cdot \lambda^2}{\lambda + \chi}$	Если условие соблюдается – прочность обеспечена, перейти к расчету по 2-ой схеме
18. Проверка условия прочности по 1-ому случаю	$T_{Sd} \leq f_{yd} \cdot A_{s,l} (d - 0,5x) \frac{1 + \eta_{w,min} \cdot \delta \cdot \lambda^2}{\eta_q \cdot \lambda + x}$	Если условие соблюдается – прочность элемента по 1-ой схеме обеспечена, перейти к расчету по 2-ой схеме
<b>Расчет по 2-ой схеме</b>		
19. Проверка условия	$T_{Sd} < V_{Sd} \cdot b$	
20. Выполнить п.п. 3..5		
21. Выполнить п.п. 6, 7		
22. Рассчитать коэффициент $\eta_q$ и принять $\chi$ для 2-ой схемы	$\eta_q = 1 + \frac{V_{Sd} \cdot h}{2T_{Sd}}; \chi = 0$	
23. Выполнить п.п. 9..15		

**Окончание таблицы 9.1.**

1	2	3
24. Проверить условие для $\eta_w$	$\eta_w > \eta_{w,min}$	Если условие выполняется, перейти к п. 25, иначе – к п. 26
25. Проверить условие прочности	$T_{Sd} \leq f_{yd} \cdot A_{s,l} \frac{\eta_w}{\eta_{w,min}} (d - 0,5x) \frac{l + \eta_{w,min} \cdot \delta \cdot \lambda^2}{\eta_q \cdot \lambda}$	Если условие выполняется – прочность обеспечена, перейти к расчету по 3-й схеме
26. Проверить условие прочности пространственного сечения по 2-му случаю	$T_{Sd} \leq f_{yd} \cdot A_{s,l} (d - 0,5x) \frac{l + \eta_{w,min} \cdot \delta \cdot \lambda^2}{\eta_q \cdot \lambda + \chi}$	Если условие соблюдается – прочность по 2-ой схеме обеспечена, перейти к расчету по 3-й схеме
<b>Расчет по 3-й схеме</b>		
27. Вычислить $\delta$	$\delta = \frac{b}{2h + b}$	
28. Проверить условие	$M_{Sd} > \frac{T_{Sd}}{2} \sqrt{\delta}$	Если условие выполняется, перейти к п. 29, иначе – расчет по 3-й схеме производить не нужно
29. Выполнить п.п. 6, 7		
30. Вычислить $\chi$ и принять $\eta_q$ для 3-й схемы	$\chi = -\frac{M_{Sd}}{T_{Sd}}$ $\eta_q = l$	
31. Выполнить п.п. 10..15		
32. Проверить условие для $\eta_w$	$\eta_w < \eta_{w,min}$	Если условие выполняется перейти к п. 33, иначе – к п. 34
33. Выполнить п. 17		Если условие соблюдается перейти к п. 35
34. Проверка условия	$T_{Sd} \leq f_{yd} \cdot A_{s,l} (d - 0,5x) \frac{l + \eta_{w,min} \cdot \delta \cdot \lambda^2}{\eta_q \cdot \lambda + \chi}$	Если условие соблюдается – прочность элемента по 3-й схеме обеспечена
35. Расчет завершен		



**Рис. 9.3.**

К расчету прочности железобетонных элементов при кручении по методу тонкостенной трубы [6, 30]

зую условия равновесия для рассматриваемой пространственной системы, *Е. Рауш* получил уравнения для определения сопротивления элемента кручению, армированного замкнутыми хомутами:

$$T_n = 2 \frac{A_l \cdot A_t \cdot f_{ty}}{s}, \quad (9.11)$$

где  $A_l$  – площадь сечения, ограниченная осями хомутов;

$A_t$  – площадь поперечного сечения одного арматурного хомута;

$f_{ty}$  – предел текучести арматуры хомутов;

$s$  – шаг замкнутых хомутов.

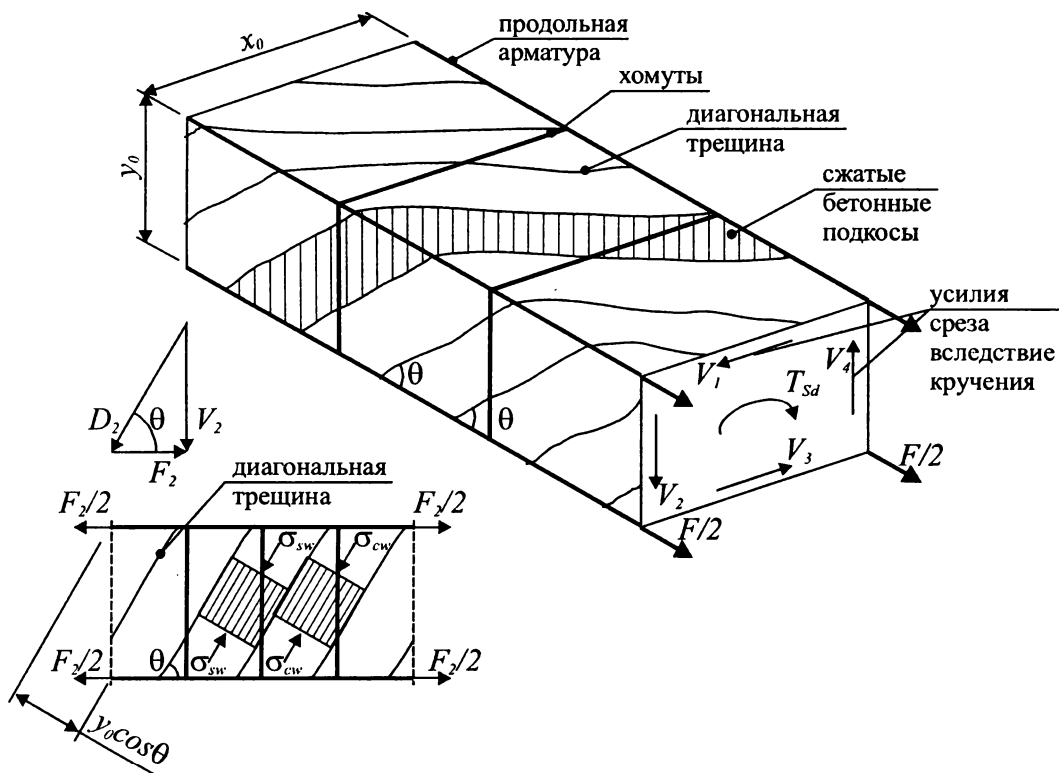
Полученное уравнение (9.11) значительно завышает (на 30..50 %) действительную прочность элемента, работающего на кручение. В связи с этим зависимость (9.11) подвергалась корректировке и развитию по основным направлениям, подробно рассмотренным в работе [30].

Содержащаяся в нормах [1, 6] методика расчета железобетонных элементов на кручение основана на *модели тонкостенной трубы – аналоге пространственной фермы*. Балка сплошного сечения, подвергнутая кручению, рассматривается до трещинообразования как тонкостенная труба с коробчатым бетонным поперечным сечением в сплошной балке (рис. 9.3).

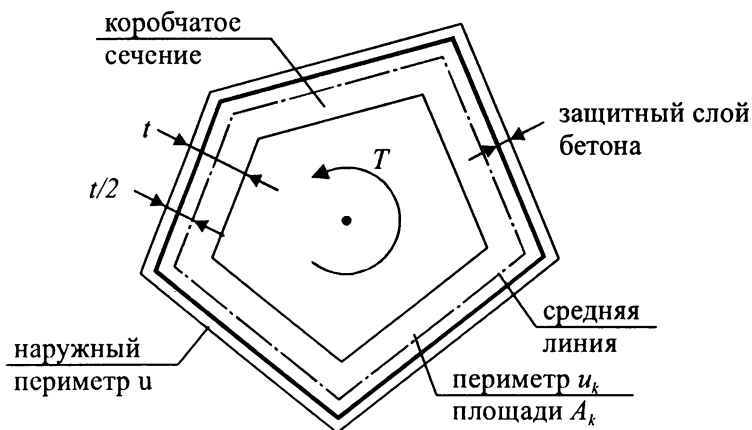
После трещинообразования в балке, подвергнутой кручению, ее сопротивление кручению обеспечивается, главным образом, замкнутыми хомутами и продольной арматурой, расположенной у наружных граней сечения элемента. При построении расчетной модели тонкостенной трубы принято допущение о том, что сопротивление кручению обеспечивается слоем поперечного сечения, примерно рассредоточенным в замкнутых хомутах [30]. И коробчатое, и сплошное сечения рассматриваются в виде тонкостенной трубы как *до*, так и *после* образования диагональных трещин.

Расчетные зависимости получают из рассмотрения аналогии расчетной модели с пространственной фермой (рис. 9.4), включающей сжатые диагонали-подкосы, которые расположены под углом  $\theta$  к продольной оси элемента. При этом принята предпосылка о том, что бетон не воспринимает растягивающих усилий, а напряжения в арматуре равны пределу текучести. После образования трещин сопротивление кручению обеспечивается в основном поперечной и продольной арматурой и сжатыми бетонными подкосами. Бетон в поверхностном слое (снаружи от поперечной арматуры) относительно неэффективен. Поэтому в расчетах используют площадь  $A_k$ , заключенную внутри средней линии  $u_k$  (см. рис. 9.5).





**Рис. 9.4.**  
Расчетная модель пространственной фермы [6, 40]



**Рис. 9.5.**  
Схема сечения элемента, подвергнутого кручению, принятые термины и обозначения согласно [1, 6]

Когда срез и кручение действуют совместно, площадь поперечной арматуры представляет собой сумму площадей стержней, установленных отдельно для восприятия среза и кручения. Так как площадь поперечной арматуры, необходимой для восприятия среза – это площадь всех стержней соответствующего хомута, а площадь поперечной арматуры, необходимой для восприятия кручения элемента – только одного стержня, то их площади суммируются:

$$\text{Total} \left( \frac{A_v + A_t}{s} \right) = \frac{A_{sw}}{s} + 2 \frac{A_t}{s}. \quad (9.12)$$

При этом если предназначенный для сопротивления срезу хомут состоит из четырех стержней, то лишь площади стержней, примыкающих к граням сечения балки, следует суммировать с площадью хомутов, предназначенных для восприятия кручения (поскольку внутренние стержни неэффективно сопротивляются кручению).

Продольная арматура, необходимая для восприятия кручения, добавляется в каждом сечении к продольной арматуре, необходимой для восприятия изгибающего момента, который действует одновременно с крутящим. Если максимальный изгибающий момент действует в одном сечении

(предположим, в середине пролета), а максимальный крутящий – в другом (например, на опоре), то общая площадь арматуры может быть меньше, чем площадь, которую получают при сложении площадей арматуры, рассчитанных для восприятия максимального изгибающего и крутящего моментов.

Кручение вызывает осевые растягивающие усилия, которые воспринимает продольная арматура ( $A_s \cdot f_{yd}$ ). Эта арматура является дополнением к арматуре, установленной на восприятие изгибающего момента, и распределяется равномерно по периметру сечения так, чтобы траектория равнодействующей  $A_s \cdot f_{yd}$  совпадала с осью элемента.

Таким образом, с учетом рассмотренных теоретических предпосылок при расчете по указанной модели элемент, подвергнутый действию крутящих моментов, после трещинообразования работает подобно пространственной ферме, которая состоит из стержней продольной арматуры (являющихся параллельными поясами), и решетки, включающей образованные диагональными трещинами сжатые бетонные подкосы и связывающие их растянутые стержни поперечной арматуры.

Железобетонный элемент в виде пространственной фермы рассчитывается на основании уравнений равновесия внешних и внутренних сил. При этом рассматривается замкнутое коробчатое поперечное сечение. Толщина условной стенки коробчатого сечения не должна быть больше толщины фактической стенки. Таким образом, при расчете элемента, подвергнутого кручению с использованием модели пространственной фермы, приняты следующие предпосылки:

- а) сплошное поперечное сечение заменяется коробчатым с сохранением наружных обводов и размеров;
- б) открытое поперечное сечение (например, тавровое) разделяется на отдельные части, каждая из которых рассматривается как коробчатое сечение. Прочность на кручение элемента, имеющего открытое поперечное сечение, является суммой прочностей его отдельных частей;
- в) суммарный крутящий момент, воспринимаемый отдельными частями элемента, не должен существенно отличаться от момента, определенного на основе упругого расчета элемента, не разделенного на части.

Жесткость при кручении элемента, имеющего сечения прямоугольной формы, следует определять путем суммирования жесткостей отдельных прямоугольных частей, на которые разделяется это прямоугольное сечение. Делить прямоугольное сечение на отдельные прямоугольные части следует так, чтобы суммарная жесткость отдельных прямоугольных частей была максимальной.

В расчетах допускается не учитывать влияние кручения, если расчетный крутящий момент меньше четверти крутящего момента, вызывающего образование диагональных трещин:

$$T_{Sd} < \frac{1}{4} \left( \frac{f_{cd} f_{ctd}}{f_{cd} + f_{ctd}} \right) \left( \frac{A^2}{u} \right), \quad (9.13)$$

- где  $A$  – полная площадь сечения внутри его наружного периметра, включающая площадь внутренней пустотелой части;  
 $u$  – наружный периметр сечения.

### 9.2.1. Прочность элементов на кручение

При расчете элемента на кручение должны выполняться условия:

$$T_{Sd} \leq T_{Rd1} \quad (9.14)$$

$$T_{Sd} \leq T_{Rd2} \quad (9.15)$$

- где  $T_{Rd1}$  – предельный крутящий момент, который может быть воспринят сжатыми бетонными подкосами (прочность элемента на кручение по бетону);  
 $T_{Rd2}$  – предельный крутящий момент, который может быть воспринят арматурой (прочность элемента на кручение по арматуре).

Прочность на кручение  $T_{Rd1}$  определяют по формуле:

$$T_{Rd1} = 2v \cdot f_{cd} \cdot t \cdot A_k / (\cot\theta + \tan\theta), \quad (9.16)$$

- где  $t$  – толщина условной стенки сплошного или коробчатого сечения;  $t \leq A/u$ , но не более фактической толщины стенки; принимать величину  $t$  менее двойной толщины защитного слоя бетона продольной арматуры не допускается;  
 $A_k$  – полная площадь сечения внутри средней линии  $u_k$ , включающая площадь внутренней пустотелой части;  
 $v$  – безразмерный коэффициент, учитывающий снижение сопротивления бетона сжатию в условиях растяжения, величина которого определяется следующим образом:

$$v = 0,7(0,7 - f_{ck}/200) \geq 0,35 \quad (f_{ck} \text{ в Н/мм}^2), \quad (9.17)$$

Коэффициент  $\nu$ , рассчитанный по формуле (9.17), следует использовать только в том случае, когда поперечная арматура расположена только у наружных граней сечения элемента; если поперечная арматура размещается у наружной и внутренней граней условной стенки элемента, имеющего сплошное сечение либо у обеих граней стенки коробчатого сечения, величину  $\nu$  следует определять по формулам, приведенным в главе 4;

$\theta$  – угол наклона бетонных подкосов к продольной оси элемента, изменяющийся в диапазоне

$$30^\circ \leq \theta \leq 60^\circ \quad (9.18)$$

Прочность элемента на кручение  $T_{Rd2}$  следует определять по формуле:

$$T_{Rd2} = 2 A_k \left( f_{ywd} \frac{A_{sw}}{s} \right) \cot \theta. \quad (9.19)$$

Дополнительную площадь сечения продольной арматуры  $A_s$ , необходимую для восприятия усилий, возникающих вследствие кручения элемента, определяется из уравнения:

$$A_s f_{yd} = \left( T_{Rd2} \frac{u_k}{2 A_k} \right) \cot \theta, \quad (9.20)$$

где  $f_{ywd}$  – расчетное сопротивление поперечной арматуры;  
 $f_{yd}$  – расчетное сопротивление продольной арматуры;  
 $A_{sw}$  – площадь сечения одного стержня поперечной арматуры;  
 $u_k$  – длина средней линии (см. рис. 9.5);  
 $s$  – шаг поперечной арматуры.

Если при расчете элемента на кручение армирование задано, величины  $\theta$  и  $T_{Rd2}$  определяют из следующих уравнений:

$$\tan^2 \theta = \left( \frac{A_{sw}}{s} f_{ywd} \right) / \left( \frac{A_s}{u_k} f_{yd} \right), \quad (9.21)$$

$$T_{Rd2} = 2 A_k \sqrt{\frac{A_{sw}}{s} f_{ywd} \frac{A_s}{u_k} f_{yd}}. \quad (9.22)$$

Если величина угла  $\theta$ , определенная из уравнения (9.21), выходит за пределы, установленные неравенством (9.18), то величину  $\theta$  следует принимать равной ближайшей граничной величине из неравенства (9.18).

Результирующее растягивающее усилие  $A_s f_{yd}$  должно действовать в центре тяжести условного коробчатого сечения. Поэтому основная часть продольной арматуры, воспринимающая усилие  $A_s f_{yd}$ , должна располагаться в направлении оси элемента. С целью гарантированного обеспечения передачи усилий с подкосов на поперечную арматуру необходимо, чтобы не менее одного продольного стержня находилось в каждом из углов поперечного сечения элемента.

### 9.2.2. Прочность элементов на кручение в сочетании с изгибом, осевыми усилиями и срезом

Арматура, необходимая для восприятия усилий от изгибающего момента, продольных и поперечных сил, которые действуют в различных сочетаниях совместно с крутящим моментом, должна быть дополнена армированием, необходимым для восприятия усилий от кручения. При этом ограничения по величине шага поперечной арматуры и ее размещению должны быть приняты исходя из совместного рассмотрения требований по кручению, изгибу, осевым усилиям и срезу.

Как было показано выше, в растянутой от изгиба зоне сечения к продольной арматуре, воспринимающей усилия от изгиба и осевых сил, должна быть добавлена продольная арматура, воспринимающая усилия от кручения. В сжатой от изгиба зоне сечения нет необходимости в постановке дополнительной продольной арматуры, воспринимающей усилия от кручения, если растягивающие напряжения в бетоне, вызванные крутящим моментом, меньше сжимающих напряжений в бетоне, вызванных изгибающим моментом.

Если крутящий момент действует одновременно с большим изгибающим моментом, это может привести (в особенности в балках коробчатого сечения) к тому, что главные сжимающие напряжения в бетоне достигнут предельных значений. В этом случае главные сжимающие напряжения в бетоне (которые не должны превышать величины  $\alpha f_{cd}$ ) следует определять исходя из усред-

ненных напряжений, возникающих вследствие изгиба (по длине элемента) и касательных напряжений вызванных кручением ( $\tau_{Sd} = T_{Sd} / (2A_k t)$ ).

Крутящий момент  $T_{Sd}$  и действующая совместно с ним поперечная сила  $V_{Sd}$ , отнесенные к соответствующим расчетным несущим способностям бетонных подкосов, должны удовлетворять следующим условиям:

для сплошного сечения:

$$\left[ \frac{T_{Sd}}{T_{Rdl}} \right]^2 + \left[ \frac{V_{Sd}}{V_{Rd,max}} \right]^2 \leq 1, \quad (9.23)$$

для коробчатого сечения:

$$\frac{T_{Sd}}{T_{Rdl}} + \frac{V_{Sd}}{V_{Rd,max}} \leq 1, \quad (9.24)$$

где  $T_{Rdl}$  – прочность элемента на кручение, определяемая по формуле (9.16);

$V_{Rd,max}$  – прочность бетонных подкосов, наклоненных под углом  $\theta$  к продольной оси элемента, определяемая по формулам (7.107) или (7.110).

Напряжения в бетоне, возникающие от совместного действия кручения и среза в каждой стенке коробчатого сечения, не должны превышать  $\sigma_c = \nu f_{cd}$ , а угол наклона бетонных подкосов  $\theta$  можно принимать одинаковым для совместно действующих кручения и среза.

В случае расчета сплошных сечений, по форме близких к прямоугольным, допускается не предусматривать расчетное армирование для восприятия усилий от кручения и среза, кроме минимально необходимого, по конструктивным требованиям, если выполняются условия:

$$T_{Sd} \leq V_{Sd} \cdot b_w / 4,5, \quad (9.25)$$

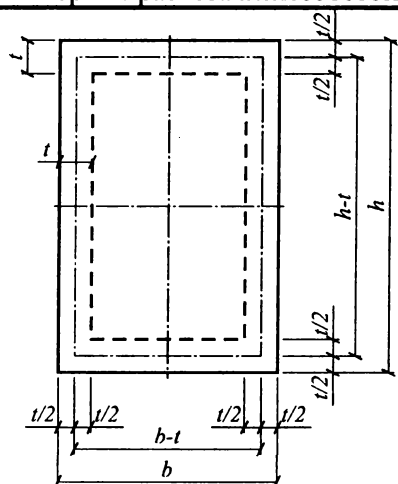
$$V_{Sd} [1 + (4,5 T_{Sd}) / (V_{Sd} \cdot b_w)] \leq V_{Rd,ctb} \quad (9.26)$$

где  $b_w$  – минимальная ширина поперечного сечения стенки.

Проверка прочности и подбор площади арматуры, воспринимающей усилия от кручения для железобетонного элемента прямоугольного сечения по модели пространственной фермы, могут быть выполнены по алгоритму (табл. 9.2), приведенному в [30].

**Таблица 9.2.**

Алгоритм расчета железобетонного элемента при кручении по модели пространственной фермы



**Дано:**

- величина крутящего момента  $T_{Sd}$ ;
- размеры поперечного сечения элемента  $b$  и  $h$ ;
- класс бетона по прочности;
- класс поперечной и продольной арматуры;
- расположение арматуры – у наружной грани элемента;

**Требуется:**

- проверить размеры поперечного сечения элемента;
- подобрать арматуру, воспринимающую кручение.

№ п/п	Действие	Расчетная формула
1	2	3
1	Вычислить площадь сечения $A$	$A = b \cdot h$
2	Вычислить периметр сечения $u$	$u = 2b + 2h$
3	Проверить необходимость учета кручения из условия образования спиральных трещин	$T_{Sd} \geq \frac{1}{4} \left( \frac{f_{cd} \cdot f_{ctd}}{f_{cd} + f_{ctd}} \right) \left( \frac{A^2}{u} \right)$ <p>если условие выполняется, то расчет необходим, т.к. образуются диагональные трещины</p>

Окончание таблицы 9.2.

1	2	3
4	Назначить условную толщину стенки	$t = \varnothing/6$ , но не более 40 мм и не более двух толщин защитного слоя бетона; $\varnothing$ – диаметр окружности, вписанной в контур поперечного сечения элемента (в данном случае – меньший размер поперечного сечения элемента)
5	Вычислить эффективную площадь сечения $A_k$	$A_k = (b - t) \cdot (h - t)$
6	Вычислить коэффициент $\nu$	$\nu = 0,7(0,7 - f_{ck}/200)$
7	Назначить начальное значение угла $\theta$	В первом приближении $\theta = 45^\circ$
8	Определить несущую способность $T_{Rd,1}$ по сжато-растянутому бетону диагональной полосы	$T_{Rd,1} = \frac{2\nu \cdot f_{cd} \cdot t \cdot A_k}{\cot \theta + \tan \theta}$
9	Проверить условие прочности (9.14)	Если $T_{Rd,1} < T_{Sd}$ , принять $T_{Rd,1} = T_{Sd}$
10	Определить значение условной расчетной толщины стенки $t$ из решения кубического уравнения и сравнить с принятой по п. 4	$t^3 - (b + h)t^2 + (b \cdot h)t - \frac{T_{Rd,1}(\cot \theta + \tan \theta)}{2\nu \cdot f_{cd}} = 0$ если рассчитанное $t$ не дает приемлемое значение по сравнению со значением по п. 4, назначают новые размеры $b$ и $h$
11	Проверяют условие $t \leq A/u$ . Если $t > A/u$ принять $t = A/u$ и рассчитать площадь $A_k$	$A_k = \frac{T_{Rd,1}(\cot \theta + \tan \theta)}{2\nu \cdot f_{cd} \cdot t}$
12	Определить новые размеры сечения $b$ и $h$ (округляя в сторону небольшого увеличения $b$ и $h$ )	$A_k = (b - t)(h - t) \rightarrow$ определить новые размеры из решения уравнения
13	Вычислить площадь сечения $A$ (при новых размерах $b$ и $h$ )	$A = b \cdot h$
14	Вычислить периметр сечения $u$	$u = 2b + 2h$
15	Вычислить толщину условной стенки $t$	$t = A/u$ (полученное значение округлить до 1 мм)
16	Вычислить новое значение $A_k$	$A_k = (b - t) \cdot (h - t)$
17	Определить несущую способность $T_{Rd,1}$ по сжато-растянутому бетону наклонной полосы и проверить условие $T_{Sd} \leq T_{Rd,1}$	$T_{Rd,1} = \frac{2\nu \cdot f_{cd} \cdot t \cdot A_k}{\cot \theta + \tan \theta}$ Примечание: Для того, чтобы обеспечить выполнение условия $T_{Sd} \leq T_{Rd,1}$ , кроме увеличения толщины условной стенки (в этом случае увеличивается вклад арматуры в обеспечение прочности на кручение) или увеличения площади поперечного сечения, если это не приводит к выполнению условия прочности, можно принять более высокий класс бетона и (или) изменить угол $\theta$ по п. 7.
18	Принять $T_{Rd,2} = T_{Sd}$	
19	Определить отношение $A_{sw}/s$	$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{T_{Rd,2}}{2A_k \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta}$
20	Назначить шаг поперечных стержней $s$	$s \leq s_{max}$ (см. табл. 7.2)
21	Рассчитать площадь поперечной арматуры $A_{sw}$	$A_{sw} = \left( \frac{T_{Rd,2}}{2A_k \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta} \right) s$
22	Рассчитать длину эффективного периметра $u_k$	$u_k = 2(b - t) + 2(h - t)$
23	Рассчитать площадь продольной арматуры $A_s$	$A_s = \left( \frac{T_{Rd,2} u_k / 2A_k}{f_{yd}} \right) \cot \theta$

## ПРИМЕРЫ РАСЧЕТОВ К ГЛАВЕ 9

### Пример 1.

#### Дано:

Ригель перекрытия с поперечным сечением при опорном участке, показанным на рис. 9.6а. Эпюры крутящих, изгибающих моментов и поперечных сил приведены на рис. 9.6б. Бетон класса  $C^{25}/_{30}$  ( $f_{cd} = 16,7$  Н/мм<sup>2</sup>), продольная и поперечная арматура класса S400 ( $f_{yd} = 365$  Н/мм<sup>2</sup>). Требуется проверить прочность ригеля при совместном действии крутящих и изгибающих моментов.

#### Расчет.

Так как в пределах высоты сечения ригеля имеются выступы, нижние и верхние грани которых не являются продолжением соответствующих граней элемента, расчет производят без учета этих выступов как для прямоугольного сечения, имеющего размеры:  $b = 300$  мм,  $h = 800$  мм,  $d = 800 - 100 = 700$  мм.

Площадь арматуры:  $A_{s1} = 3216$  мм<sup>2</sup> ( $4\varnothing 32$ ),  $A_{s2} = 1388$  мм<sup>2</sup> ( $2\varnothing 20 + 2\varnothing 22$ ),  $a_{sw} = 201$  мм<sup>2</sup> ( $\varnothing 16$ ).

Проверку пространственного сечения производим по алгоритму, представленному в табл. 9.2.

1. Проверяем условие

$$T_{sd} \leq 0,1\alpha \cdot f_{cd} \cdot b^2 \cdot h$$

$$0,1 \cdot 0,85 \cdot 16,7 \cdot 300^2 \cdot 800 = 102,2 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм} > T_{sd} = 84 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм}$$

2. Проверяем условие

$$T_{sd} \leq 0,5V_{sd} \cdot h = 0,5 \cdot 460000 \cdot 300 = 69 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм} < T_{sd} = 84 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм}$$

3. Определяем высоту сжатой зоны из уравнения:

$$x = \frac{f_{yd} \cdot A_{s1} - f_{yd} \cdot A_{s2}}{\alpha \cdot f_{cd} \cdot b} = \frac{365 \cdot 3216 - 365 \cdot 1388}{0,85 \cdot 16,7 \cdot 300} = 156,7 \text{ мм} < \xi_{lim} \cdot d.$$

Так как  $x = 156,7$  мм  $< 2a = 2 \cdot 83 = 166$  мм  $< \xi_{lim} \cdot d = 0,55 \cdot 700 = 385$  мм, коэффициент  $\chi$  определяем по формуле:

$$\chi = \frac{M_{sd}}{T_{sd}} = \frac{490 \cdot 10^6}{84 \cdot 10^6} = 5,83; \eta_q = 1$$

4. Определяем  $\delta$  по формуле

$$\delta = \frac{b}{2h + b} = \frac{300}{2 \cdot 800 + 300} = 0,158$$

5. Определяем коэффициент

$$\eta_w = \frac{f_{ydw} \cdot A_{sw} \cdot b}{f_{yd} \cdot A_{s1} \cdot S} = \frac{365 \cdot 201 \cdot 300}{365 \cdot 3216 \cdot 100} = 0,1875$$

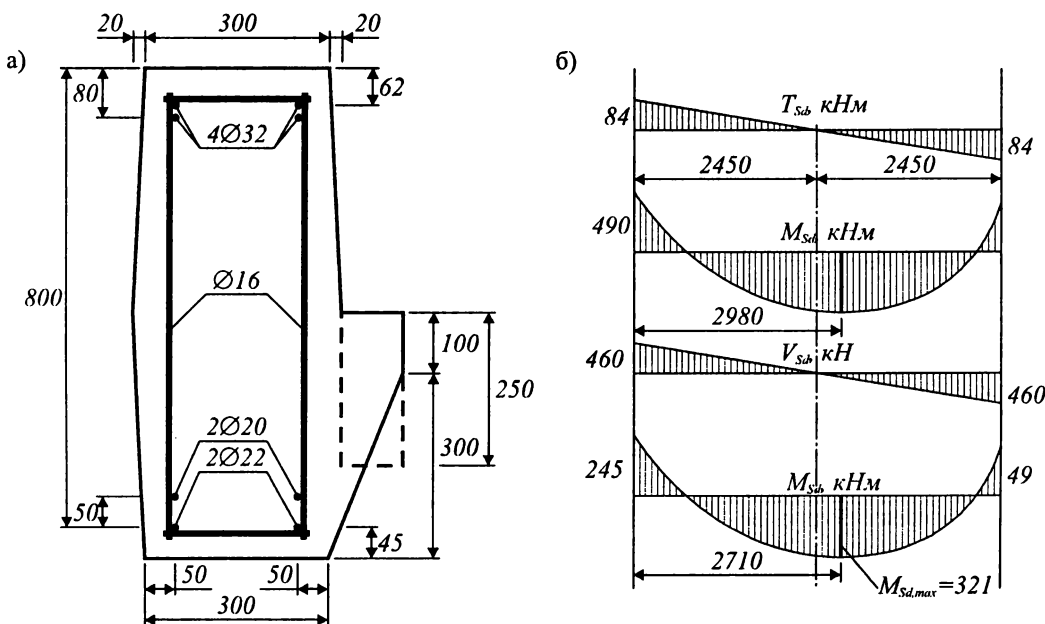


Рис. 9.6.

Поперечное сечение ригеля (а) и эпюры крутящих, изгибающих моментов и поперечных сил (б)

6. Определяем изгибающий момент, воспринимаемый сечением:

$$\begin{aligned} M_{Rd} &= \alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x(d - 0,5x) + f_{yd} \cdot A_{s2}(d - 0,5x) = \\ &= 0,85 \cdot 16,7 \cdot 300 \cdot 166(700 - 0,5 \cdot 166) + 365 \cdot 1388(700 - 0,5 \cdot 166) = \\ &= 784,74 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм} \end{aligned}$$

7. Определяем значения коэффициентов  $\eta_{w,min}$  и  $\eta_{w,max}$ :

$$\begin{aligned} \eta_{w,min} &= \frac{0,5}{1 + 0,5 \frac{M_{Sd}}{\eta_w \cdot M_{Rd}}} = \frac{0,5}{1 + 0,5 \frac{490}{0,1875 \cdot 748,74}} = 0,182 \\ \eta_{w,max} &= 1,5 \left( 1 - \frac{M_{Sd}}{M_{Rd}} \right) = 1,5 \left( 1 - \frac{490}{748,74} \right) = 0,518 \end{aligned}$$

8. Проверяем условие

$$\eta_{w,min} = 0,182 < \eta_w = 0,1875 < \eta_{w,max} = 0,518$$

9. Определяем коэффициент  $\lambda$

$$\lambda = -\chi + \sqrt{\chi^2 + \frac{1}{\delta \cdot \eta_w}} = -5,83 + \sqrt{5,83^2 + \frac{1}{0,158 \cdot 0,1875}} = 2,4$$

10. Проверяем неравенство:

$$\begin{aligned} T_{Sd} &\leq f_{yd} \cdot A_{s1}(d - 0,5x) \frac{1 + \eta_w \cdot \delta \cdot \lambda^2}{\eta_q \cdot \lambda + \chi} = \\ &= 365 \cdot 3216(700 - 0,5 \cdot 166) \frac{1 + 0,1875 \cdot 0,158 \cdot 2,4^2}{1 \cdot 2,4 + 5,83} = \\ &= 102,85 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм} > T_{Sd} = 84 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм}. \end{aligned}$$

Прочность приопорного участка по *1-ой расчетной схеме* обеспечена. Аналогичным образом проверяется прочность пространственного сечения по 1-й расчетной схеме, принимая положение этого сечения совпадающим с поперечным сечением, в котором действует максимальный изгибающий момент в пролете, а также в сечении, где изгибающий и крутящий моменты близки к максимальным.

11. Проверяем прочность пространственного сечения по 3-ей расчетной схеме, принимая положение середины пространственного сечения в нулевой точке эпюры  $M$ . Для этого сечения:

$$T_{Sd} = \frac{84(2,45 - 1,1)}{2,45} = 46 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

12. Определяем коэффициент

$$\delta = \frac{b}{2h + b} = \frac{300}{2 \cdot 800 + 300} = 0,158$$

13. Определяем высоту сжатой зоны сечения

$$\begin{aligned} x &= \frac{f_{yd} \cdot A_{s1} / 2}{\alpha \cdot f_{cd} \cdot b} = \frac{365 \cdot 1608}{0,85 \cdot 16,7 \cdot 300} = 137,8 \text{ мм} \\ x &= 137,8 < 2 \cdot a_s = 2 \cdot 83 = 166 \text{ мм} \end{aligned}$$

14. Определяем коэффициент  $\eta_w$ :

$$\eta_w = \frac{365 \cdot 154 \cdot 300}{365 \cdot 1608 \cdot 100} = 0,287$$

Так как для расчетного сечения  $M_{Sd} = 0$ , то  $\eta_{w,max} = 1,5$ ;  $\eta_{w,min} = 0,5$ .

Так как  $\eta_{w,min} > \eta_w = 0,287$ , принимаем  $\eta_w = 0,5$ .

15. Определяем коэффициент

$$\lambda = -0 + \sqrt{0 + \frac{1}{0,158 \cdot 0,5}} = 3,56$$

16. Проверяем условие

$$T_{Sd} \leq f_{yd} \cdot A_{s,l} (d - 0,5x) \frac{1 + \eta_w \cdot \delta \cdot \lambda^2}{\eta_q \cdot \lambda + \chi} =$$

$$= 365 \cdot 1608 (720 - 0,5 \cdot 166) \frac{1 + 0,5 \cdot 0,158 \cdot 3,56^2}{3,56 + 0} =$$

$$= 120 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм} > T_{Sd} = 46 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм}$$

Прочность по 3-ей расчетной схеме обеспечена.

### Пример 2.

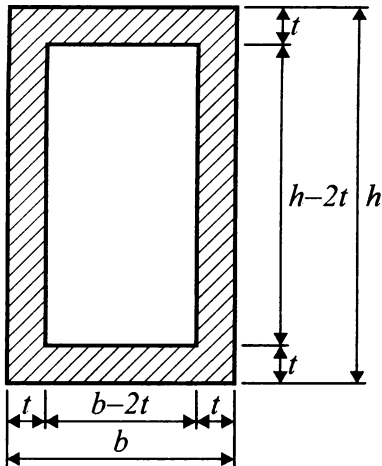


Рис. 9.7.

#### Дано:

Размеры поперечного сечения железобетонного элемента (рис. 9.7):  $b = 600$  мм,  $h = 800$  мм,  $t = 100$  мм. Бетон класса  $C^{30}/37$  ( $f_{cd} = 20$  Н/мм<sup>2</sup>,  $f_{ctd} = 1,33$  Н/мм<sup>2</sup>). Поперечная арматура S400 ( $f_{yd} = 365$  Н/мм<sup>2</sup>), продольная арматура S500 ( $f_{yd} = 455$  Н/мм<sup>2</sup>). В расчетном сечении действует крутящий момент  $T_{Sd} = 40 \cdot 10^6$  Н·мм, поперечная сила  $V_{Sd} = 317 \cdot 10^3$  Н, изгибающий момент  $M_{Sd} = 465,7 \cdot 10^6$  Н·мм (для справки).

#### Требуется:

1) проверить размеры поперечного сечения; 2) подобрать арматуру, воспринимающую кручение, пользуясь методом пространственной фермы.

#### Расчет.

1. Определяем площадь сечения  $A = b \cdot h = 600 \cdot 800 = 480 \cdot 10^3$  мм<sup>2</sup>.
2. Определяем периметр сечения  $u = 2b + 2h = 2 \cdot 600 + 2 \cdot 800 = 2800$  мм.
3. Проверяем условие

$$T_{Sd} \geq \frac{1}{4} \left( \frac{f_{cd} \cdot f_{ctd}}{f_{cd} + f_{ctd}} \right) \left( \frac{A^2}{u} \right)$$

Получаем

$$\frac{1}{4} \left( \frac{20 \cdot 1,33}{20 + 1,33} \right) \left( \frac{480000^2}{2800} \right) = 26554008 \text{ Н}\cdot\text{мм} < T_{Sd} = 400 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм},$$

что означает необходимость учета кручения.

4. Предварительно принимаем  $t = \varnothing/6$ , но не менее 40 мм и двух толщин защитных слоев бетона.  $\varnothing$  – диаметр окружности, вписанной в контур поперечного сечения элемента (в данном случае – это меньший размер поперечного сечения элемента). Тогда

$$t = 600/6 = 100 \text{ мм}, \text{ принимаем } t = 100 \text{ мм}.$$

5. Определяем площадь внутри контура

$$A_k = (b - t) \cdot (h - t) = (600 - 100) \cdot (800 - 100) = 350000 \text{ мм}^2.$$

6. Определяем коэффициент  $\nu$ , учитывающий сопротивление бетона в условиях плоского напряженного состояния

$$\nu = 0,7 \left( 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} \right) = 0,385$$

7. Принимаем значение угла  $\theta = 45^\circ$ .

8. Вычисляем

$$T_{Rd1} = \frac{2 \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot t \cdot A_k}{\cot \theta + \tan \theta} = \frac{2 \cdot 0,385 \cdot 20 \cdot 100 \cdot 350000}{\cot 45^\circ + \tan 45^\circ} =$$

$$= 269,5 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм} > T_{Sd} = 40 \cdot 10^6 \text{ Н}\cdot\text{мм}$$



$$T_{Rd2} = T_{Sd} = 40 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}$$

9. Определяем

$$\frac{A_{sw}}{S} = \frac{T_{Rd2}}{2 \cdot A_k \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta} = \frac{40 \cdot 10^6}{2 \cdot 0,35 \cdot 10^6 \cdot 365 \cdot 1} = 0,157 \text{ мм}$$

10. При назначенном шаге  $S = 100$  мм определяем  $A_{sw}$ :

$$A_{sw} = 0,157 \cdot 100 = 15,7 \text{ мм}^2.$$

11. Определяем периметр контура

$$u_k = 2(b - t) + 2(h - t) = 2(600 - 100) + 2(800 - 100) = 2400 \text{ мм.}$$

12. Площадь арматуры

$$A_s = \frac{\left( T_{Rd2} \frac{u_k}{2 A_k} \right)}{f_{yd}} \cot \theta = \frac{40 \cdot 10^6 \frac{2400}{2 \cdot 0,35 \cdot 10^6}}{450} = 304,8 \text{ мм}^2.$$

13. Для коробчатого сечения проверяем условие

$$\frac{T_{Sd}}{T_{Rd1}} + \frac{V_{Sd}}{V_{Rd2}} \leq 1.$$

При  $V_{Rd2} = 762300$  Н получаем

$$\frac{40 \cdot 10^6}{269,5 \cdot 10^6} + \frac{317000}{762300} = 0,148 + 0,416 = 0,564 < 1.$$

Условие выполнено.

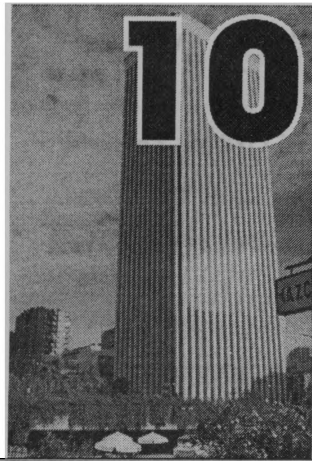
Проверяем условие прочности по сжатой бетонной полосе:

$$\frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{b_w \cdot s} \leq 0,5 \cdot v \cdot f_{cd}$$

Получаем

$$\frac{28,3 \cdot 365}{200 \cdot 175} = 0,295 < 0,5 \cdot 0,55 \cdot 20 = 5,5$$

Условие выполнено.



# РАСЧЕТ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

*Трещиностойкость железобетонных конструкций* – способность железобетонной конструкции сопротивляться образованию и раскрытию трещин.

Трещиноватость бетона, или способность к образованию трещин, является характерным его свойством, отличающим его от целого ряда строительных материалов. Трещины в бетоне конструкций образуются уже в процессе формирования структуры в результате развития физико-химических процессов, происходящих при твердении цемента. Это так называемые микротрещины, возникающие в результате усадочных и температурных явлений, сопровождающих реакции гидратации портландцементного вяжущего. Такие трещины располагаются хаотично как внутри структуры бетона, так и на поверхности изделия (контракционные трещины). Микротрещины, являющиеся результатом химической усадки и температурных эффектов при твердении оказывают отрицательное влияние на эксплуатационные свойства бетона, приводят к снижению его долговечности. Вместе с тем, такие трещины практически не поддаются расчету, а ограничиваются исключительно технологическими мероприятиями на стадии проектирования составов бетонной смеси и выбора рациональных методов ее укладки в конструкцию.

Расчеты ширины раскрытия трещин в соответствии с нормами [1, 6] распространяются на ограничение следующих видов трещин:

- вызванных усилиями от расчетных нагрузок, действующих на конструкцию;
- вызванных ограничением вынужденных деформаций железобетонного элемента (температурных, усадочных – физическая усадка, вызванных осадкой опор и т.д).

Ранее было показано, что образование и раскрытие трещин в железобетонной конструкции имеет место в стадии эксплуатации железобетонного элемента. Поэтому расчеты по образованию и раскрытию трещин относятся к расчетам, гарантирующим не превышение предельных состояний второй группы, обеспечивающей нормальные условия эксплуатации конструкции.

В соответствии с положениями расчета железобетонных конструкций по методу предельных состояний проверка ограниченного раскрытия трещин должна производиться из условия

$$w_k \leq w_{lim} \quad (10.1)$$

где  $w_k$  – расчетная ширина раскрытия трещин;

$w_{lim}$  – предельно допустимая ширина раскрытия трещин, принимаемая согласно табл. 10.1.

Ограничение значений предельно допустимой ширины раскрытия трещин, приведенные в табл. 10.1, обусловлено, главным образом, следующими обстоятельствами.

**Таблица 10.1.**

Значения предельно допустимой ширины раскрытия трещин  $w_{lim}$ , мм [1, 6]

Класс по условиям эксплуатации (табл. 3.9)	Железобетонные элементы	Предварительно напряженные элементы
	Практически постоянная комбинация нагрузок	Частая комбинация нагрузок
X0, XC1	0,4 <sup>1)</sup>	0,2
XC2, XC3, XC4, XF1, XF3	0,3	0,2 <sup>2)</sup>
XA1, XA2, XD1, XD2, XF2		условия декомпрессии

<sup>1)</sup> Для железобетонных элементов, эксплуатирующихся в средах классов X0, XC1 ширина раскрытия трещин не влияет на долговечность конструкции.

<sup>2)</sup> Для этих эксплуатационных классов при расчете на практически постоянную комбинацию нагрузок должно выполняться условие декомпрессии (погашения до нуля сжимающих напряжений в бетоне на уровне напрягаемой арматуры).

Образование и чрезмерное раскрытие трещин, помимо того, что снижает жесткость элемента – приводит к возрастанию прогибов, вызывает неудобства эстетического восприятия, но главное оказывает существенное влияние на долговечность конструкций здания или сооружения. Наличие трещин большой ширины раскрытия создает условия, при которых развивается коррозия стальной арматуры.

Практика показывает, что при относительно равномерной коррозии на значительной поверхности арматуры образуются продукты коррозии, давление которых приводит к растрескиванию и отрыву (скалыванию) защитного слоя бетона. Еще более опасна локальная или питтинговая коррозия, при которой местное уменьшение сечения арматуры происходит более интенсивно и без заметных внешних признаков, что может привести к внезапному разрыву высокопрочных стержней и проволоки. В связи с этим, при проектировании железобетонных конструкций следует исходить из требования обеспечения сохранности арматуры в течение всего срока эксплуатации здания или сооружения (без ремонта, усиления и т.д.), то есть по возможности не допускать или максимально ограничить условия, которые могут способствовать развитию коррозионных процессов в арматурной стали.

Трещины, облегчая доступ агрессивных агентов внешней среды к поверхности стальной арматуры, способствуют возникновению и развитию коррозионных процессов. Чаще всего наиболее глубокое поражение арматуры наблюдается в месте пересечения ее трещиной. По мере удаления от трещины степень коррозионного поражения арматуры снижается. Исследования показали, что коррозия стали в аналогичной по степени агрессивности среде в сечении с трещиной в начальной фазе развивается быстрее, чем на открытой поверхности арматуры. С течением времени в узких трещинах при слабой агрессивной среде коррозия арматуры замедляется (рис. 10.1). В широких трещинах при наличии сильно агрессивной среды это затухание может иметь временный характер из-за возможного разрушения защитного слоя бетона. Опытами установлено, что раскрытие трещин свыше 0,3 мм существенно ускоряет процесс коррозии в агрессивных средах (см. рис. 10.2).

В то же время, внутри отапливаемых помещений с неагрессивной средой и влажностью воздуха не более 60 % (классы Х0, ХС1 по табл. 3.9) нет оснований опасаться коррозионного повреждения арматуры даже при весьма больших трещинах. Здесь ограничение раскрытия трещин (до 0,4 мм по табл. 10.1) в большей степени связано с иными требованиями (обеспечение жесткости конструкции, условия сцепления арматуры с бетоном, эстетические требования и т.д.).

При использовании высокопрочной арматуры опасность раскрытия трещин в бетоне существенно возрастает вследствие более высоких напряжений и малых сечений стержней, особенно при использовании высокопрочной проволоки. Коррозионные повреждения такой арматуры (в частности при воздействии хлор-ионов) могут привести к внезапному обрушению конструкций, которые длительное время не показывают предрасположенности к наступлению предельного состояния.

На скорость развития коррозионных процессов влияет влажность окружающего воздуха. При сухой воздушной среде коррозия арматуры, как правило, не развивается. Не развивается обычно коррозия арматуры и в постоянно или полностью насыщенном водой бетоне. Наиболее интенсивно коррозия арматуры развивается при относительной влажности, составляющей около  $RH = 80\%$ , а при  $RH \approx 100\%$ , коррозия арматуры практически останавливается. Особенно опасным является

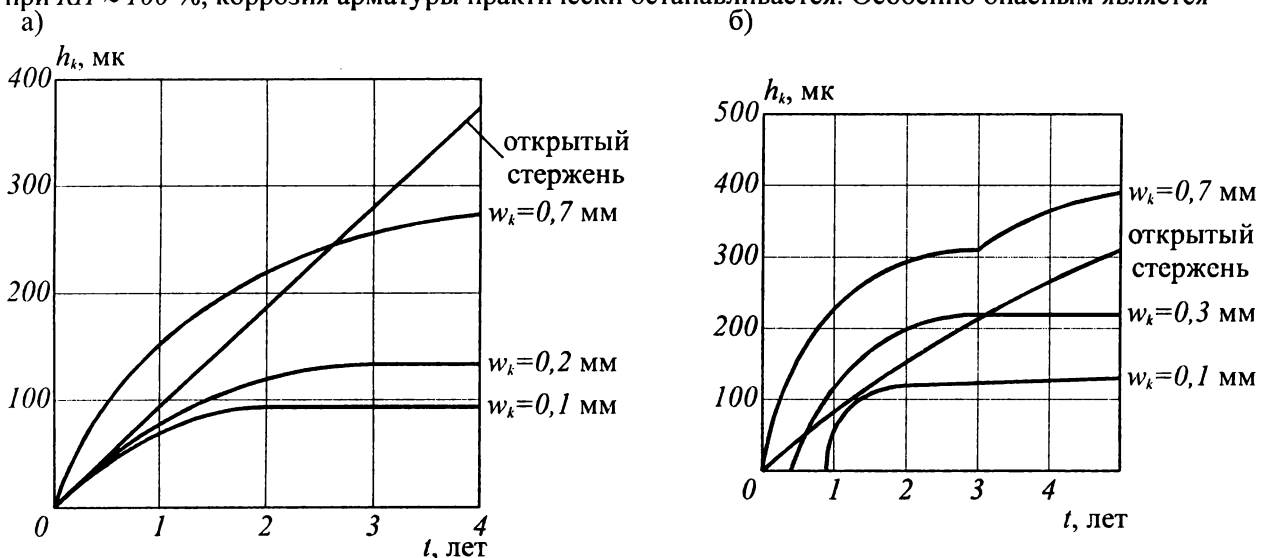
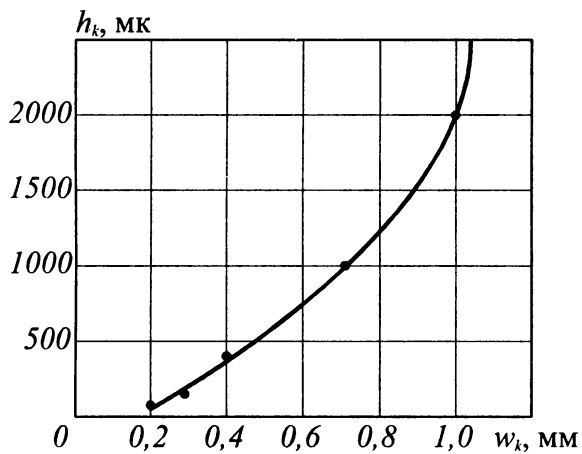


Рис. 10.1.

Зависимости между степенью повреждения арматуры ( $h_k$ , мк) и шириной раскрытия трещин ( $w_k$ ) в атмосферных условиях (а) и при периодическом увлажнении (б) [24].



**Рис. 10.2.** Влияние ширины раскрытия трещин на степень коррозионного повреждения [24]

периодическое увлажнение конструкций. Классификация сред по условиям эксплуатации конструкций приведена в табл. 3.9.

### 10.1. Сопротивление железобетонного элемента раскрытию нормальных трещин

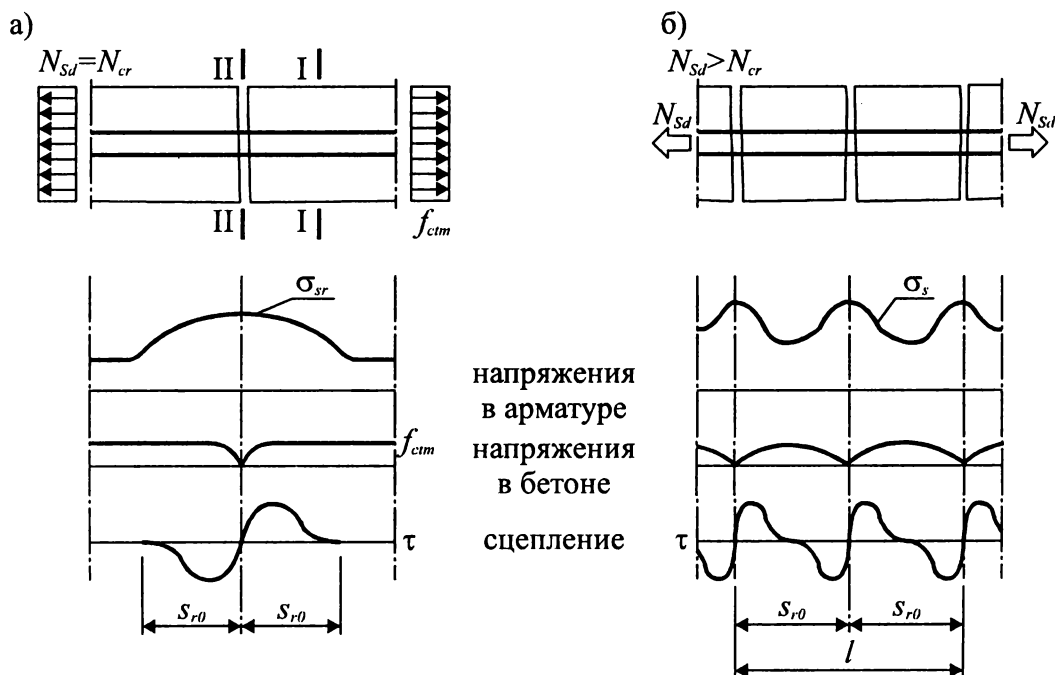
#### 10.1.1. Средние деформации растянутой арматуры

В эксплуатационной стадии железобетонный элемент может находиться в одной из двух стадий напряженно-деформированного состояния (стадия I или стадия II, см. главу 6).

Стадия I (традиционно в учебно-методической литературе вводится дополнительная стадия Ia) соответствует состоянию, когда железобетонный элемент еще не имеет трещин и теория, используемая для описания напряжений и деформаций, применима для любого сечения по длине элемента.

В стадии II напряженно-деформированного состояния железобетонный элемент работает с трещинами и теория применима, как правило, для сечения с трещиной.

Граничное состояние перехода из стадии I в стадию II, когда конструкция приобретает качественно новые свойства, традиционно определяют усилия трещинообразования: продольное усилие  $N_{cr}$  или изгибающий момент  $M_{cr}$ .



**Рис. 10.3.**

Распределение напряжений в арматуре и бетоне центрально растянутого элемента а) при  $N = N_{cr}$ ; б) стадия стабилизировавшегося трещинообразования.

Базовые уравнения для расчета усилий трещинообразования образования и ширины раскрытия трещин будем получать из анализа напряженно-деформированного состояния железобетонного элемента, подвергнутого осевому растяжению (рис. 10.3). Такой элемент моделирует работу как центрально растянутого стержня, так и растянутой зоны изгибаемой или внецентренно нагруженной железобетонной конструкции.

Если продольное растягивающее усилие  $N$  не превышает усилия  $N_{cr}$ , соответствующего появлению трещин, напряжения и относительные деформации рассчитывают для стадии I напряженно-деформированного состояния. В этой стадии арматура и окружающий ее бетон работают совместно и их деформации равны.

Состояние железобетонного элемента, имеющее место в момент изменения стадии напряженно-деформированного состояния при  $N_{sd} = N_{cr}$ , показано на рис. 10.3а.

Испытания железобетонных элементов, подвергнутых осевому растяжению, показывают, что очередные незначительные приращения усилия вызывают появление новых трещин нормального отрыва. При этом появлению каждой новой трещины соответствует скачкообразный прирост длины элемента. Эта стадия традиционно называется стадией образования и развития (распространения) трещин по длине элемента. В общем случае при продольном усилии  $N_{sd}$ , незначительно превышающем усилие трещинообразования  $N_{cr}$ , наблюдается стадия «стабилизированного трещинообразования», для которой распределение трещин по длине элемента практически не изменяется (их количество остается неизменным), а дальнейший прирост осевого усилия вызывает увеличение ширины раскрытия образовавшихся трещин.

В расчетах железобетонных конструкций в эксплуатационной стадии рассматривают две стадии: стадию I и стадию II при стабилизировавшемся трещинообразовании. В стадии II (рис. 10.3б) относительные деформации и напряжения в арматуре достигают максимальных значений в сечении с трещиной. При этом в стадии II относительные деформации арматуры не равняются относительным деформациям окружающего бетона. Разница в удлинениях двух материалов на участке между двумя соседними трещинами равняется, очевидно, ширине раскрытия трещины на уровне арматуры. Поэтому в общем случае ширина раскрытия трещины может быть определена:

$$w_m = \int_{S_m} (\epsilon_s - \epsilon_{ct}) dx \cong \epsilon_{sm} \cdot S_{rm}, \quad (10.2)$$

где  $\epsilon_s$  – относительные деформации арматуры;  
 $\epsilon_{ct}$  – относительные деформации растянутого бетона;  
 $\epsilon_{sm}$  – средние относительные деформации арматуры;  
 $S_{rm}$  – среднее расстояние между трещинами.

Средние относительные деформации железобетонного элемента в стадии II напряженно-деформированного состояния равны средним относительным деформациям арматуры и составляют  $\epsilon_m = \Delta/l$  (где  $\Delta l$  – приращение начальной длины для элемента с трещинами). Средняя относительная деформация элемента  $\epsilon_m$  очевидно будет меньше, чем относительная деформация арматуры в сечении с трещиной  $\epsilon_s'' = N_{sd} / E_s \cdot A_s$ . Разность в относительных деформациях  $\Delta = \epsilon_s'' - \epsilon_m$  является результатом совместной работы бетона и арматуры на участках между трещинами, где бетон воспринимает часть растягивающего усилия. Величина  $\Delta$ , а иногда и явление, связанное с появлением этой разности в относительных деформациях в англоязычной литературе принято называть «tension stiffening effect» (TSE), что можно перевести как «эффект ужесточения при растяжении». Здесь, безусловно, речь идет о повышении жесткости (уменьшение деформативности) растянутого железобетонного элемента по сравнению с жесткостью растянутых арматурных стержней, размещаемых в конструкции. Это явление без выделения специального термина было описано в свое время теорией проф. В.И. Мурашева путем введения коэффициента  $\psi_s$  [28, 29].

Геометрическая интерпретация эффекта «ужесточения при растяжении» проиллюстрирована на рис. 10.4, представляющем диаграмму, связывающую напряжения и относительные деформации растянутой арматуры.

Как видно из диаграммы (рис. 10.4), до момента появления трещин в сечении элемента напряжения и деформации арматуры связаны линейной зависимостью, а сам железобетонный элемент работает в стадии I напряженно-деформированного состояния (линия I на рис. 10.4). При достижении усилия трещинообразования напряжения в арматуре (для сечения с трещиной) становятся равными  $\sigma_{sr}''$  (рис. 10.4).

При возрастании усилия, приложенного к элементу, напряжения в арматуре изменяются по зависимости, описанной сплошной линией A<sub>2</sub>-B-C, смещенной влево по отношению к прямой II, описывающей связь напряжений и относительных деформаций арматуры для сечения с трещиной в

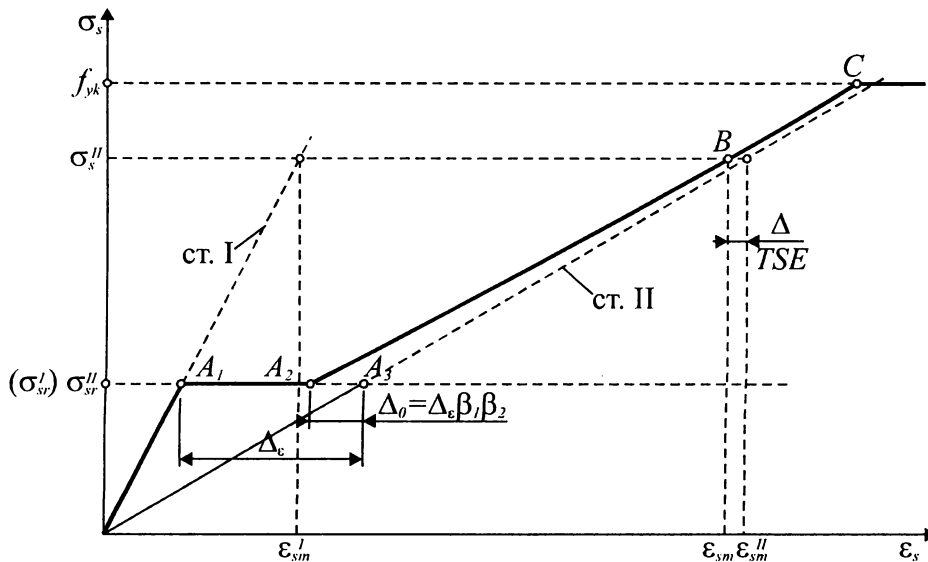


Рис. 10.4.

Диаграмма деформирования арматуры для центрально растянутого железобетонного элемента

стадии II напряженно-деформированного состояния при стабилизировавшемся распределении трещин по длине элемента. По существу, линия I описывает работу арматурного стержня для случая, когда гипотетически принято допущение о том, что трещины в растянутом бетоне не образуются и арматура работает совместно с бетоном вплоть до достижения предельных напряжений  $f_{yk}$ . Линия II описывает диаграмму деформирования отдельного арматурного стержня при полном отсутствии совместной работы с окружающим бетоном. Смещение сплошной кривой  $A_2-B-C$  от прямой II (рис. 10.4) и означает «эффект ужесточения при растяжении» (TSE), который следует в данном случае интерпретировать как уменьшение ( $\Delta$ ) относительных деформаций арматуры в сечении с трещиной. Начальное значение этой разности  $\Delta_0$ , соответствующее скачкообразному изменению относительных деформаций арматуры в сечении с трещиной при изменении стадии напряженно-деформированного состояния не равняется полному скачку относительных деформаций  $\Delta_\epsilon$ , который следовало ожидать при образовании трещины. Начальную разность относительных деформаций  $\Delta_0$  получают из деформаций  $\Delta_\epsilon$  путем введения корректирующих эмпирических коэффициентов, описывающих условия совместной работы арматуры и бетона на участке между трещинами:

$$\Delta_0 = \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \Delta_\epsilon. \quad (10.3)$$

Как видно из рис. 10.4, разность в относительных деформациях арматуры  $\Delta$  (TS) в процессе нагружения не является величиной постоянной, а уменьшается с ростом напряжений от увеличивающегося усилия, что может быть описано зависимостью:

$$\Delta = \Delta_0 \frac{\sigma_{sr}^{II}}{\sigma_s^{II}} = \beta_1 \cdot \beta_2 \Delta_\epsilon \frac{\sigma_{sr}^{II}}{\sigma_s^{II}}. \quad (10.4)$$

Из линейной пропорции (рис. 10.4) разность в относительных деформациях  $\Delta_\epsilon$  может быть определена

$$\frac{\Delta_\epsilon}{\epsilon_{sm}^{II} - \epsilon_{sm}^I} = \frac{\sigma_{sr}^{II}}{\sigma_s^{II}} \rightarrow \Delta_\epsilon = (\epsilon_{sm}^{II} - \epsilon_{sm}^I) \frac{\sigma_{sr}^{II}}{\sigma_s^{II}}. \quad (10.5)$$

Подставляя значение  $\Delta_\epsilon$  по формуле (10.5) в зависимость (10.4), получаем текущее значение  $\Delta$ :

$$\Delta = \Delta_\epsilon \frac{\sigma_{sr}^{II}}{\sigma_s^{II}} = (\epsilon_{sm}^{II} - \epsilon_{sm}^I) \beta_1 \cdot \beta_2 \left( \frac{\sigma_{sr}^{II}}{\sigma_s^{II}} \right)^2. \quad (10.6)$$

Тогда средние относительные деформации арматуры с учетом эффекта «ужесточения при растяжении» (TS) будут равны (см. рис. 10.4)

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{sm}^{II} - \Delta = \epsilon_{sm}^{II} \left[ 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \left( \frac{\sigma_{sr}^{II}}{\sigma_s^{II}} \right)^2 \right] + \epsilon_{sm}^I \left\{ 1 - \left[ 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \left( \frac{\sigma_{sr}^{II}}{\sigma_s^{II}} \right)^2 \right] \right\} \quad (10.7)$$

или

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_{sm}'' \cdot \xi + \varepsilon_{sm}' (1 - \xi), \quad (10.8)$$

где

$$\xi = 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \left( \frac{\sigma_{sr}''}{\sigma_s''} \right)^2 \quad (10.9)$$

В формуле (10.7) первое слагаемое представляет собой разницу между усредненными относительными деформациями арматуры и бетона и используется для расчета ширины раскрытия трещин. Второе слагаемое – усредненная относительная деформация бетона на участке между трещинами. Учитывая то обстоятельство, что напряжения в растянутой арматуре пропорциональны действующему усилию (продольной силе или изгибающему моменту), отношение  $(\sigma_{sr}''/\sigma_s'')$  в формуле (10.9) может быть заменено соответствующими отношениями:  $(N_{cr}/N_{Sd})$  – при действии осевых сил,  $(M_{cr}/M_{Sd})$  – при действии изгибающих моментов. Такая замена может быть проиллюстрирована графиком, показанным на рис. 10.5 и связывающим относительные деформации образца с продольным растягивающим усилием. Принимая, что разность между усредненными деформациями арматуры и бетона равна первому слагаемому в формуле (10.8), получаем:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} \left[ 1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right], \quad (10.10)$$

где  $\sigma_{sr}$  – напряжения в арматуре для сечения с трещиной, вызванные усилием трещинообразования;  $\sigma_s$  – напряжения в арматуре для сечения с трещиной от расчетных усилий  $N_{Sd}$  либо  $M_{Sd}$ .

В нормативных документах по расчету железобетонных конструкций [1, 6] относительные деформации  $\varepsilon_{sm}$  принято называть «средними относительными деформациями растянутой арматуры». Однако, как было показано выше,  $\varepsilon_{sm}$ , по существу, представляют собой **разницу** между усредненными относительными деформациями бетона и арматуры. При этом усредненные относительные деформации элемента превышают относительные деформации  $\varepsilon_{sm}$  на незначительную величину деформаций бетона, составляющую  $\varepsilon_{sm}' (1 - \xi)$  (см. рис. 10.5). Из анализа представленных выше зависимостей следует, что средние относительные деформации бетона уменьшаются после образования трещин. Имеет ли место это явление в действительности, какова роль микротрещинообразования бетона на участках между трещинами – это проблемы, требующие более детального изучения, равно как прочность и деформативность бетона при растяжении. Отдельные экспериментальные исследования говорят о том, что в опытах могут наблюдаться достаточно большие относительные деформации бетона на участках между нормальными трещинами.

Изложенные положения, на которых базируются методы расчетов ширины раскрытия трещин, принятые в нормативных документах по проектированию железобетонных конструкций [1, 6], обеспечивают получение достаточно осторожного результата.

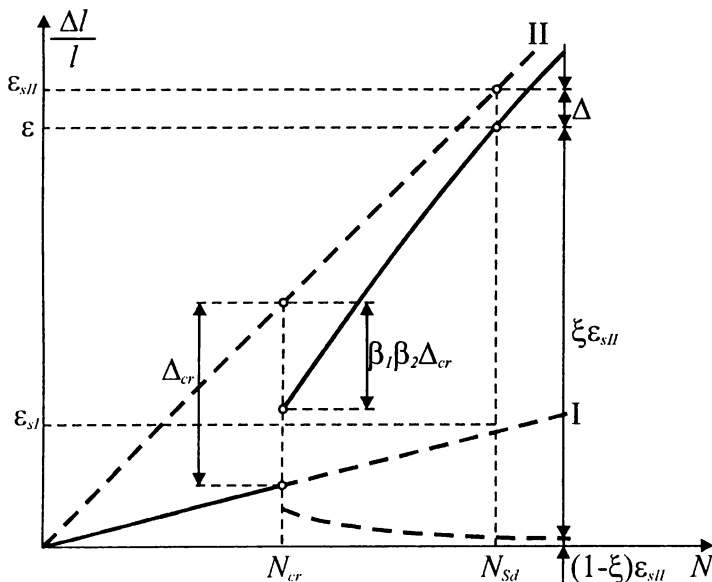


Рис. 10.5.

Зависимость между растягивающим усилием и относительной деформацией центрально растянутого элемента

### 10.1.2. Расстояние между трещинами, нормальными к продольной оси элемента

Для определения среднего расстояния между трещинами  $s_{rm}$  (в мм) в стадии стабилизированного трещинообразования используют, как правило, три базовых модели, расчетные схемы которых показаны на рис. 10.6:

- модель, допускающая проскальзывание арматуры относительно бетона по длине зоны сцепления;
- модель, не допускающая проскальзывания арматуры по длине зоны активного сцепления;
- комбинированная модель.

Представленные модели не могут быть использованы при полностью строгом выводе зависимости для определения среднего расстояния между нормальными трещинами.

Для определения минимального расстояния между трещинами в модели, допускающей проскальзывание арматуры в зоне активного сцепления (рис. 10.6а), используют следующую аргументацию. Длина зоны активного сцепления (передачи напряжений)  $s_{ro}$  в районе первой трещины может быть определена из условий равновесия для участка, заключенного между сечениями I и II (см. рис. 10.3). Если армирование элемента представлено одиночным стержнем, имеющим диаметр  $\varnothing$  и площадь  $A_s$ , его периметр, по которому происходит сцепление с бетоном, может быть выражен

$$u = \frac{4A_s}{\varnothing}.$$

Касательные напряжения  $\tau$ , обусловленные сцеплением арматурного стержня с бетоном, действуют по поверхности стержня и уравновешены нормальными напряжениями в сечении I–I (рис. 10.3):

$$\int_{s_{ro}} \frac{4A_s}{\varnothing} \tau(x) dx = f_{ctm} \cdot A_c. \quad (10.11)$$

Обозначая через  $\tau_m$  средние касательные напряжения, расстояние  $s_{ro}$  получаем:

$$s_{ro} = 0,25 K_1 \frac{\varnothing}{\rho_l}, \quad (10.12)$$

где  $K_1 = \frac{f_{ctm}}{\tau_m}$ ;  $\rho_l = \frac{A_s}{A_c}$ .

Средняя ширина раскрытия трещин зависит от среднего расстояния между трещинами  $s_{rm}$  в стадии стабилизированного трещинообразования. Безусловно, что расстояние  $s_{rm}$  не равно  $s_{ro}$ . При увеличивающейся нагрузке появляются новые трещины, расстояние между которыми, как следует из механизма, показанного на рис. 10.3, должно находиться в интервале между  $s_{ro}$  и  $2s_{ro}$ . В нормативных документах [1, 6] длина зоны активного сцепления  $s_{ro}$  и расстояние между трещинами рассматривают как аналоги, но корректируют с учетом опытных данных путем подбора соот-

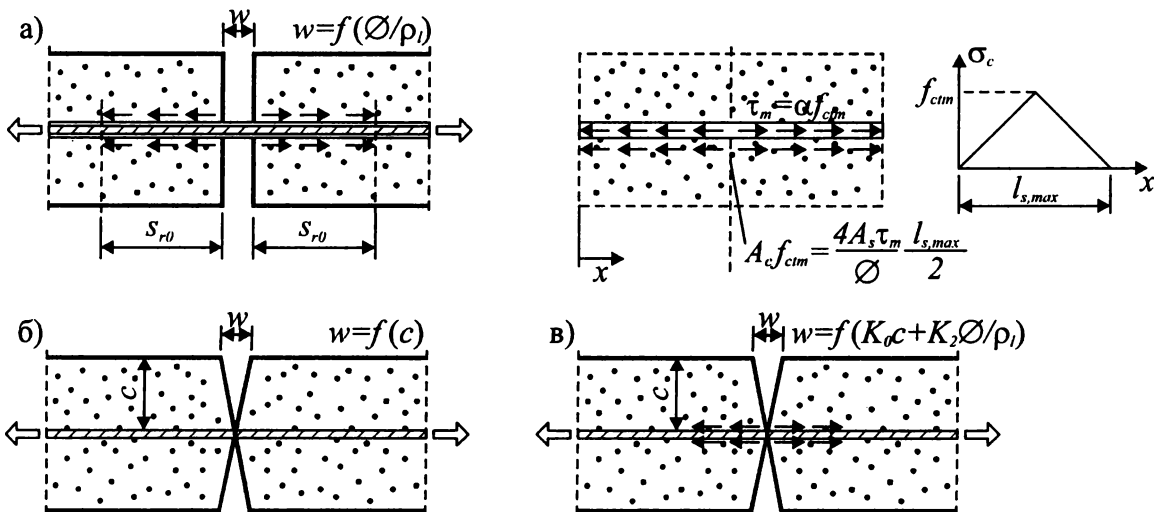
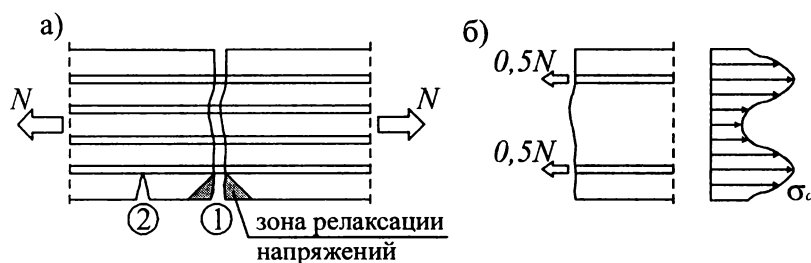


Рис. 10.6.

Расчетные модели для определения расстояния между нормальными трещинами

- модель, допускающая проскальзывание арматуры относительно бетона по длине зоны активного сцепления;
- модель, не допускающая проскальзывания арматуры по длине зоны активного сцепления;
- комбинированная модель.





**Рис. 10.7.**

Зона релаксации напряжений в защитном слое бетона (а) и неравномерное распределение напряжений в бетоне (б) при рассредоточенном армировании

ветствующих эмпирических коэффициентов. В представленной модели «активного сцепления» арматурный стержень рассматривается как одномерный элемент. Это характерно только для условий осевого растяжения элементов, имеющих равномерное распределение арматуры по всему сечению. В таких элементах, как следует из формулы (10.12), при возрастании коэффициента армирования  $\rho_l$  расстояние между трещинами стремится к нулю. Однако крайние стержни всегда имеют защитный слой, что ведет (рис. 10.7) к тому, что у грани элемента после образования трещины ① формируется зона релаксации напряжений в бетоне, где напряжения убывают до нуля. Очевидно, что трещина ② может образоваться только вне этой зоны.

Если бы ширина раскрытия трещин и расстояние между трещинами зависели исключительно от условий сцепления арматуры с бетоном, следовало бы ожидать значительной разницы в параметрах трещинообразования элементов, армированных гладкими и рифлеными стержнями. Однако, как показывают опытные данные, столь существенной разницы не наблюдается, хотя элементы, армированные гладкой арматурой имеют, несомненно, большее расстояние между трещинами и большую ширину раскрытия трещин.

В соответствии с расчетной моделью, не допускающей проскальзывания арматурных стержней относительно бетона (рис. 10.6б), считается, что ширина раскрытия трещины на уровне арматуры равна нулю, а по мере приближения к грани элемента возрастает пропорционально толщине защитного слоя  $c$ . Здесь ширину раскрытия трещины связывают с деформациями бетона на участке между трещинами.

Наиболее полно описывает работу элемента с трещинами комбинированная модель, позволяющая в определенной степени учесть условности как первой, так и второй моделей.

Расстояние между нормальными трещинами в соответствии с положениями, принятыми в комбинированной модели определяется по формуле:

$$s_{rm} = K_0 \cdot c + 0,25 K_1 \frac{\varnothing}{\rho_l}, \quad (10.13)$$

где  $K_0$  – эмпирический коэффициент;

$c$  – толщина защитного слоя.

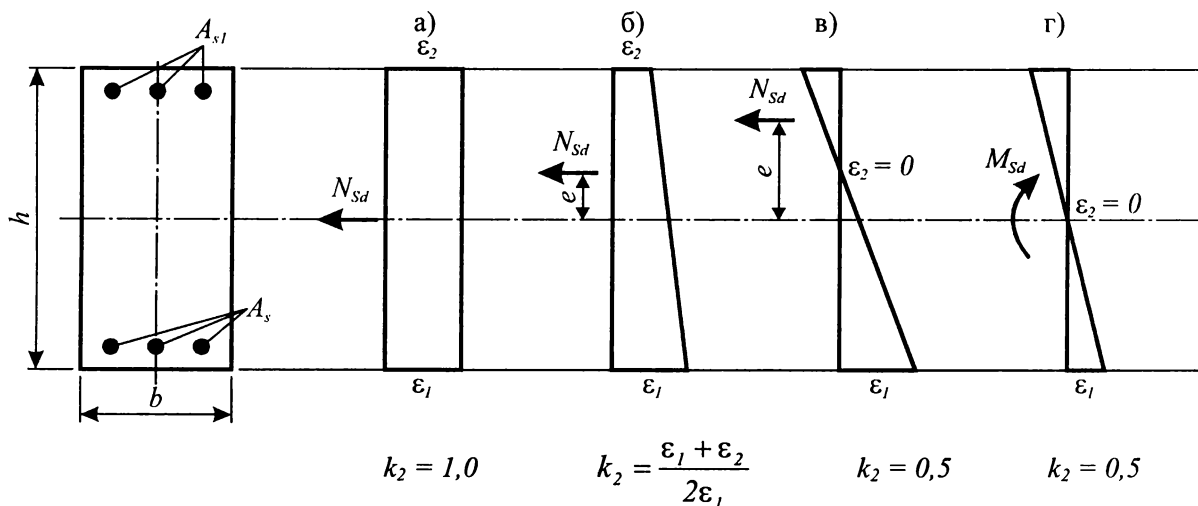
В несколько измененном виде, но не нарушающем физического смысла, зависимость (10.13) внесена в большинство нормативных документов по проектированию железобетонных конструкций [6, 11, 14], включая СНБ 5.03.01 [1].

Необходимо подчеркнуть, что формула (10.13) выведена и является справедливой при условии, что продольная арматура равномерно распределена по сечению элемента. При этом арматурные стержни располагаются на небольших расстояниях (т.н. густоармированные конструкции). В случае неравномерного размещения арматуры по сечению распределение напряжений в бетоне после образования трещины также является неравномерным (рис. 10.7б). Это явление учитывается в расчете путем замены фактического коэффициента армирования  $\rho_l$  в формуле (10.13) эффективным (или условным) коэффициентом армирования  $\rho_{l,eff}$ , выражающим отношение площади продольной арматуры  $A_s$  к эффективной площади окружающего растянутого бетона, взаимодействующего с арматурой в процессе деформирования.

С учетом приведенных выше допущений среднее расстояние между нормальными трещинами нормативные документы [1, 6] рекомендуют определять принимая наиболее осторожное постоянное значение  $K_0 \cdot c = 50$  мм. Тогда формула (10.13) может быть преобразована к виду:

$$s_{rm} = 50 + 0,25 k_1 k_2 \frac{\varnothing}{\rho_{l,eff}}, \text{ мм} \quad (10.14)$$

где  $\varnothing$  – диаметр стержня (в мм) (при использовании в одном сечении стержней разных диаметров допускается принимать в формуле (10.14) их средний диаметр);



**Рис. 10.8.**

К определению коэффициента  $k_2$  в формуле (10.14)

- $k_1$  – коэффициент, учитывающий условия сцепления арматуры с бетоном  
 – для стержней периодического профиля  $k_1 = 0,8$ ;  
 – для гладких стержней  $k_1 = 1,6$ ;

- $k_2$  – коэффициент, учитывающий вид напряженно-деформированного состояния элемента (рис. 10.8) и принимаемый равным:  
 – при изгибе  $k_2 = 0,5$ ;  
 – при осевом растяжении  $k_2 = 1,0$ ;  
 – при внецентренном растяжении

$$\text{если } \varepsilon_1 > \varepsilon_2 \quad k_2 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2\varepsilon_1} \quad (10.15)$$

$$\text{если } \varepsilon_2 = 0 \quad k_2 = 0.5$$

- $\rho_{eff}$  – эффективный коэффициент армирования, определяемый для железобетонных элементов по формуле

$$\rho_{eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}}$$

здесь  $A_s$  – площадь сечения арматуры, заключенной внутри эффективной площади растянутой зоны сечения  $A_{c,eff}$ .

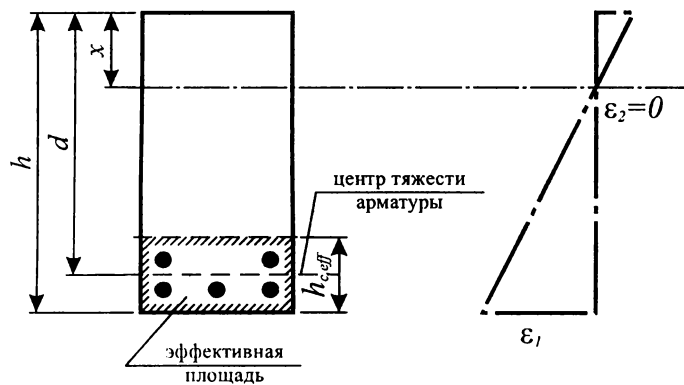
$A_{c,eff}$  – эффективная площадь растянутой зоны сечения, определяемая в общем случае как площадь бетона, окружающего растянутую арматуру при высоте, равной 2,5 расстояния от наиболее растянутой грани до центра тяжести арматуры (рис. 10.9). Для плит или предварительно напряженных элементов, где высота растянутой зоны может быть незначительной, высота эффективной зоны принимается не более  $(h - x)/3$ .

### 10.1.3. Расчет ширины раскрытия трещин, нормальных к продольной оси элемента

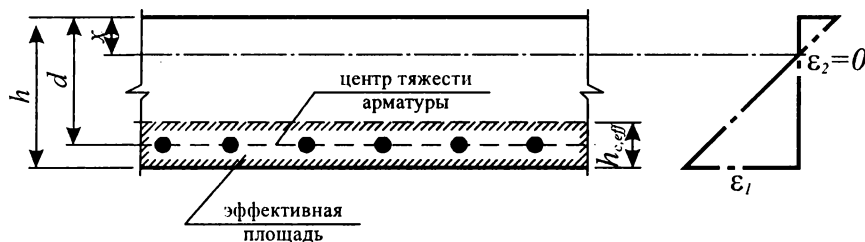
При определении ширины раскрытия трещин расчетные методы, включенные в нормы по проектированию железобетонных конструкций [1, 6] базируются на предпосылках и допущениях, которые можно сформулировать следующим образом:

- 1) В общем случае ширина раскрытия трещин принимается равной средним деформациям продольной растянутой арматуры на участке между трещинами, умноженным на среднее расстояние между трещинами.
- 2) Среднее расстояние между трещинами следует определять из условия, по которому разность усилий в растянутой арматуре в сечении с трещиной и в сечении по середине участка между трещинами уравниваются силами сцепления арматуры с бетоном. При этом разность усилий в арматуре на этом участке принимается равной усилию, воспринимаемому растянутым бетоном перед образованием трещин. В районе образовавшейся трещины наблюдается релаксация напряжений в бетоне.

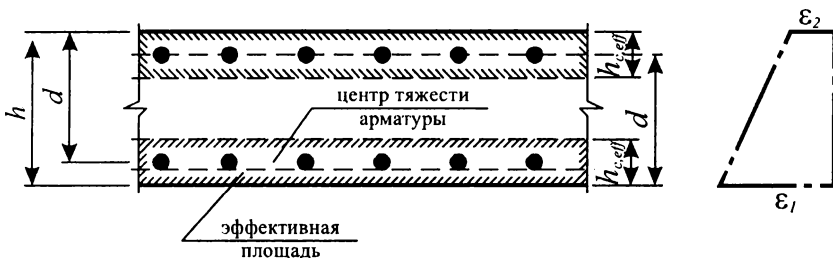
а) Балки



б) Плиты



в) Элементы, подвергнутые растяжению



$h_{c,eff}$  - меньшее из значений  $2,5(h-d)$ ;  $(h-x)/3$ ;  $h/2$

Рис. 10.9.

К определению эффективной площади растянутой зоны сечения

- 3) Деформации растянутой арматуры в сечении с трещиной определяются в общем случае из системы расчетных уравнений деформационной модели железобетонных конструкций (см. главу 6) по заданным значениям изгибающих моментов и продольных сил от соответствующей комбинации нагрузок.
- 4) Деформации растянутой арматуры допускается определять из упругого расчета сечения с трещиной, принимая условно упругую работу бетона с приведенным модулем упругости и упругую работу арматуры со своим модулем упругости.
- 5) Для изгибаемых элементов прямоугольного, таврового и двутаврового сечений с арматурой, сосредоточенной у растянутой и сжатой граней элемента, определение деформаций растянутой арматуры в сечении с трещиной допускается производить по упрощенной схеме, рассматривая железобетонный элемент в виде сжатого пояса бетона и растянутого пояса арматуры с равномерным распределением напряжений по высоте сжатого и растянутого поясов.

С учетом принятых предпосылок расчетная ширина раскрытия трещин, нормальных к продольной оси элемента, согласно нормам [1, 6] определяется по формуле

$$w_k = \beta \cdot s_{rm} \cdot \epsilon_{sm} \tag{10.16}$$

- где  $w_k$  – расчетная ширина раскрытия трещин;  
 $s_{rm}$  – среднее расстояние между трещинами, определяемое по ф. (10.14);  
 $\epsilon_{sm}$  – средние относительные деформации арматуры, определяемые при соответствующей комбинации нагрузок;  
 $\beta$  – коэффициент, учитывающий отношение расчетной ширины раскрытия трещин к средней.

Коэффициент  $\beta$  в формуле (10.16) выражает, по существу, отношение максимальной ширины раскрытия трещины (принятой в качестве расчетной)  $w_k$  к ее среднему значению  $w_m$ . Как показывают экспериментальные исследования изгибаемых железобетонных элементов, коэффициент вариации отношения  $w_k/w_m$  изменяется незначительно и практически не зависит от напряжений в растянутой арматуре при их изменении в диапазоне от 150 до 400 МПа. При этом, как показано в исследованиях Боргеса, для восьмидесяти процентов испытанных элементов коэффициент вариации отношения  $w_k/w_m$  составляет от 0,3 до 0,5 при наиболее репрезентативном значении 0,4. Поэтому, принимая уровень надежности 0,95, установлено соотношение между  $w_k$  и  $w_m$  для элементов, подвергнутых действию нагрузки:

$$w_k = w_m (1 + 1,64 \cdot 0,4) = 1,66 w_m \approx 1,7 w_m = \beta \cdot w_m.$$

В связи с этим нормы по проектированию железобетонных конструкций рекомендуют значение коэффициента  $\beta$ , учитывающего отношение расчетной ширины раскрытия трещин к средней принимать равным:

$\beta = 1,7$  – при расчете ширины раскрытия нормальных трещин, образующихся от усилий, вызванных соответствующей комбинацией нагрузок, либо от усилий, возникающих при ограничении вынужденных деформаций для сечений, наименьший размер которых не превышает 800 мм;

$\beta = 1,3$  – при расчете ширины раскрытия трещин, образующихся от действия усилий, возникающих при ограничении вынужденных деформаций для сечений, наименьший размер которых (высота, ширина, толщина) составляет 300 мм и менее.

Выполняя расчеты ширины раскрытия трещин, образующихся от усилий, вызванных ограничением вынужденных деформаций (например, температурно-усадочных, вызванных осадкой опор и т.д., для промежуточных размеров сечения элемента значения коэффициента  $\beta$  допускается определять по линейной интерполяции.

Значение средних относительных деформаций растянутой арматуры  $\varepsilon_{sm}$  в формуле (10.16) следует определять:

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_s \left[ 1 - \beta_1 \beta_2 \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right], \quad (10.17)$$

где  $\varepsilon_s$  – относительная деформация растянутой арматуры в сечении с трещиной, определяемая в общем случае из решения расчетной системы уравнений деформационной модели при действии изгибающих моментов и продольной силы (см. главу 6);

$\sigma_s$  – напряжения в растянутой арматуре, рассчитанные для сечения с трещиной, от усилий, вызванных расчетной комбинацией нагрузок;

$\sigma_{sr}$  – напряжения в растянутой арматуре, рассчитанные для сечения с трещиной, от усилий, при которых образуются трещины;

$\beta_1$  – коэффициент, зависящий от условий сцепления арматуры с бетоном и принимаемый равным:

– для стержневой арматуры периодического профиля – 1,0;

– для гладкой стержневой арматуры – 0,5;

$\beta_2$  – коэффициент, учитывающий длительность действия нагрузки, принимаемый равным:

– при кратковременном действии нагрузок – 1,0;

– при длительном действии нагрузок, а также при многократно повторяющихся нагрузках – 0,5.

Как было показано ранее в формуле (10.17), вместо отношения  $\sigma_{sr}/\sigma_s$  допускается принимать:

– при осевом растяжении  $N_{cr}/N_{Sd}$ ;

– при изгибе  $M_{cr}/M_{Sd}$ .

Усилия трещинообразования допускается определять по упрощенным зависимостям как для бетонного сечения по формулам:

$$M_{cr} = f_{ctm} \cdot W_c;$$

$$N_{cr} = f_{ctm} \cdot A_{ct};$$

где  $f_{ctm}$  – средняя прочность бетона на осевое растяжение, принимаемая по табл. 4.3;

$W_c, A_c$  – соответственно момент сопротивления и площадь бетонного сечения.

При расчете железобетонных конструкций, выполняемых без предварительного напряжения, расчетное продольное усилие  $N_{Sd}$  и изгибающий момент  $M_{Sd}$  следует определять для практически постоянной комбинации нагрузок при  $\gamma_F = 1.0$  (нормативное значение).

Для элементов, трещинообразование которых вызвано действием только вынужденных деформаций, в формуле (10.17) допускается принимать  $\sigma_s = \sigma_{sr}$ .

Ширину раскрытия трещин для расчетных ситуаций, когда растягивающие напряжения вызваны совместным действием вынужденных деформаций и усилий от внешних нагрузок, следует определять по формуле (10.17). В этом случае к относительным деформациям арматуры, рассчитанным для сечения с трещиной от действующих усилий, вызванных нагрузкой, следует суммировать вынужденные относительные деформации.

Если в изгибаемых элементах продольные стержни располагаются на значительном расстоянии друг от друга (например, в плитах), а высота сжатой зоны мала, при расчете ширины раскрытия трещин допускается принимать  $S_{r,max} = 1,3(h-x)$ , где  $h$  – полная высота сечения, а  $x$  – высота сжатой зоны.

В соответствии с положениями норм по проектированию железобетонных конструкций [1, 6] ширину раскрытия трещин в изгибаемых элементах прямоугольного сечения, армированных стержнями периодического профиля класса S500, допускается проверять по упрощенной методике из условия, что  $w_k \leq w_{lim}$ , если максимальный диаметр стержней продольной арматуры не превышает  $\varnothing_{max}$  из табл. 10.2, т.е.

$$\varnothing \leq \varnothing_{max}. \quad (10.18)$$

**Таблица 10.2.**

Максимальные диаметры стержней растянутой арматуры при использовании упрощенного метода проверки ширины раскрытия трещин в изгибаемых элементах согласно [1, 6]

Напряжения в арматуре, Н/мм <sup>2</sup>	Максимальный диаметр стержня при $w_k$ , мм		
	0,4	0,3	0,2
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	6	5	—

Табл. 10.2 составлена для случаев, когда отношение рабочей высоты к полной высоте сечения  $d/h$  находится в интервале от 0,85 до 0,95. Максимальный диаметр стержней зависит от коэффициента продольного армирования  $\rho_l$  и напряжений  $\sigma_s$  в растянутой арматуре в сечении с трещиной, которые определяют по упрощенной формуле:

$$\sigma_s = \frac{M_{Sd}}{z \cdot A_{s1}} \quad (10.19)$$

где  $M_{Sd}$  – изгибающий момент от практически постоянной комбинации нагрузок, определенных при  $\gamma_F = 1,0$ ;

$z$  – плечо внутренней пары сил в сечении с трещиной для II стадии напряженно-деформированного состояния, определяемое:

$$\begin{aligned} z &= 0,90d && \text{при} && \rho_l \leq 0,5 \% ; \\ z &= 0,85d && \text{при} && 0,5 \% \leq \rho_l \leq 1,0 \% ; \\ z &= 0,80d && \text{при} && \rho_l \geq 1,0 \% . \end{aligned}$$

Если проектируемый элемент не удовлетворяет условиям табл. 10.2, либо если максимальный диаметр растянутой арматуры превышает значения, приведенные в табл. 10.2, необходимо провести расчетную проверку ширины раскрытия трещин по формуле (10.16).

#### 10.1.4. Минимальная площадь армирования, необходимая для ограничения ширины раскрытия трещин

Проверку ширины раскрытия трещин в соответствии с методами, изложенными выше (см. п. 10.1.3), выполняют в т.н. критических сечениях, в которых действуют максимальные растягивающие усилия, вызванные действием нагрузок или, по определению норм [1, 6], «прямыми воздействиями». Ограничение ширины раскрытия трещин в других сечениях, а именно в тех частях конструкции, в которых растягивающие усилия являются результатом «непрямых» или «косвенных» воздействий, обеспечивается установкой минимального количества продольного армирования.

В качестве «непрямых» или «косвенных» воздействий рассматривают усилия, возникающие при ограничении вынужденных деформаций элементов конструкции: при усадке бетона, изменении температуры (в частности и изменения температуры бетона, вызванные твердением портландцементного вяжущего), неравномерной осадкой опор и т.д. В элементах, не имеющих свободы перемещений, вынужденные деформации приводят к самоуравновешенным внутренним усилиям.

Требования, касающиеся установки минимального количества армирования, следует принимать прежде всего при проектировании тех сечений, в которых установка расчетного армирования, воспринимающего усилия от «прямых» воздействий не требуется.

Для определения требуемого количества арматуры, воспринимающей усилия от вынужденных деформаций, следовало бы решить сложную, зависящую от фактора времени, задачу, учитывающую распределение температурно-усадочных деформаций, и рассчитать внутренние усилия, возникающие в материале, свойства которого также изменяется во времени.

Эта проблема является предметом многих научных работ, результаты которых следует использовать в случае расчета очень ответственных конструкций.

Нормы по расчету железобетонных конструкций [1, 6] предлагают упрощенный подход к решению этой сложной проблемы. Минимальное количество арматуры, необходимое для восприятия реактивных усилий, вызванных вынужденными деформациями, определяют по формуле:

$$A_{s,min} = k_c \cdot k \cdot f_{ct,eff} \frac{A_{ct}}{\sigma_s} \quad (10.20)$$

В формуле (10.20)  $A_{ct}$  обозначает площадь сечения бетона растянутой зоны непосредственно перед появлением трещин. При этом высота растянутой зоны рассчитывается для элемента без трещин, работающего в стадии I напряженно-деформированного состояния (т.е. в упругой стадии).

Безразмерный коэффициент  $k_c$  подбирают таким образом, чтобы произведение  $k \cdot f_{ct,eff}$ , выражающее напряжения в бетоне, умноженное на площадь растянутого бетона  $k_c \cdot A_{ct}$ , равнялся бы усилию в растянутой арматуре непосредственно после образования трещины. Напряжения  $f_{ct,eff}$ , называемые эффективной прочностью бетона при растяжении, соответствуют прочности, которую имеет бетон к моменту времени, когда ожидается появление трещины от действия реактивных усилий. Коэффициент  $k$  введен для учета влияния самоуравновешенных нелинейно распределенных напряжений, появляющихся в результате неравномерного развития усадочных деформаций и нелинейного распределения температур по сечению конструкции.

Формула (10.20) является упрощенной формой зависимости между усилием  $\sigma_s \cdot A_s$ , появляющимся в растянутой арматуре при переходе из стадии I в стадию II, и эффективной прочностью бетона при растяжении  $f_{ct,eff}$  к моменту появления трещины.

При осевом растяжении  $A_{ct} = A_c$  и  $k_c = 1,0$ . Тогда формула (10.20) получает вид:

$$\sigma_s \cdot A_s = k f_{ct,eff} A_c \quad (10.21)$$

где  $A_c, A_s$  – соответственно полная площадь бетонного сечения и сечения арматуры.

В случае чистого изгиба перед образованием трещины площадь  $A_{ct}$  равняется примерно  $0,5A_c$ , а плечо внутренней пары сил – около  $z = 0,667h$ . После образования трещины  $z \approx 0,9d$  или около  $0,81h$  (рис. 10.10). Тогда

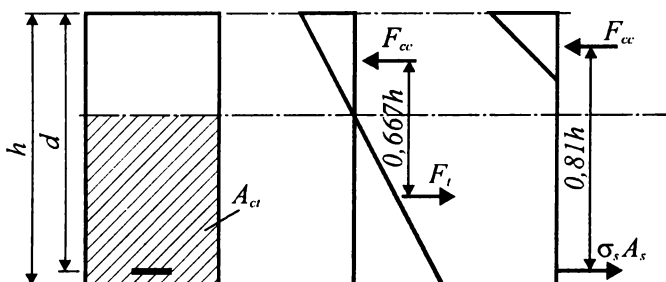


Рис. 10.10.

К определению коэффициента  $k_c$  для случая чистого изгиба

$$0,81h \cdot A_s \cdot \sigma_s = 0,5 \cdot 0,667 \cdot A_{ct} \cdot h \cdot k \cdot f_{ct,eff} \quad (10.22)$$

Получаем

$$A_s = 0,411 \frac{k \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct}}{\sigma_s} \quad (10.23)$$

Из формулы (10.23) видно, что коэффициент  $k_c$  для случая изгиба может быть принят равным  $k_c \approx 0,4$ .

При действии растягивающих и сжимающих вынужденных усилий значения  $A_{ct}$  и  $k_c$  определяют аналогично, рассматривая распределения внутренних усилий до и после появления трещины. Принимается, что усилия, развивающиеся в растянутой зоне сечения непосредственно перед переходом из стадии I в стадию II напряженно-деформированного состояния, должны быть восприняты арматурой после образования трещины. Это не означает, однако, того, что после образования трещины усилия в растянутой арматуре равняются усилию в бетоне перед образованием трещины, т.к. в общем случае изменяется величина усилия при изменении плеча внутренней пары сил, как это было показано для случая чистого изгиба.

Ширина раскрытия трещины от вынужденных усилий зависит от напряжений в арматуре  $\sigma_s$ . Если напряжения в арматуре не превышают  $f_{yk}$ , можно считать, что имеет место контролируемое трещинообразование, однако ширина раскрытия трещины может превышать 0,4 мм (это можно проверить, принимая в формуле (10.17)  $\sigma_s = \sigma_{sr} = f_{yk}$ ). При меньших напряжениях  $\sigma_s$  можно получить ширину раскрытия трещины, не превышающую предельно допустимого значения по табл. 10.1. Таким образом, задавшись предельно допустимой шириной раскрытия трещины  $w_{lim}$  по формуле (10.16) при  $\sigma_s = \sigma_{sr}$ , рассчитывают допустимые напряжения в продольной арматуре, а по формуле (10.20) – требуемую минимальную площадь армирования.

Вместе с тем, несмотря на кажущуюся простоту расчетной процедуры, возникает проблема определения значения коэффициента  $k$  и эффективной прочности бетона при растяжении  $f_{ct,eff}$ , от которых в значительной степени зависит результат расчета. Нормы [1, 6] рекомендуют принимать эффективную прочность бетона  $f_{ct,eff}$  при расчете на действие реактивных усилий, вызванных развитием усадочных деформаций равной прочности бетона в возрасте от 3 до 5 суток. Когда время появления трещин не может быть установлено достоверно, допускается принимать  $f_{ct,eff} = 3 \text{ Н/мм}^2$ . При расчете минимального армирования для случая, когда вынужденные деформации вызваны осадкой опор, допускается принимать  $f_{ct,eff} = f_{ctm}$  (где  $f_{ctm}$  – средняя прочность бетона на растяжение, определенная по табл. 4.3). Для этого случая значение  $k$  принимается равным 1. В случае, если вынужденные деформации вызваны усадочными явлениями, значение коэффициента  $k$  следует принимать всегда меньше 1 в силу неравномерного распределения усадочных напряжений по сечению элемента.

## 10.2. Расчет ширины раскрытия наклонных трещин

Расчетную ширину  $w_k$  трещин, наклонных к продольной оси элемента, нормы [1, 6] рекомендуют определять по формуле (10.16) с заменой  $S_r$  на  $S_{r,max}$ , рассчитанной по формуле (10.24).

Для элементов, имеющих ортогональное армирование, в случае, когда образующиеся трещины наклонены под углом к продольной оси элемента (направлению продольного армирования), и угол наклона  $\theta > 15^\circ$ , среднее расстояние между наклонными трещинами  $S_{r,max}$  следует определять по формуле

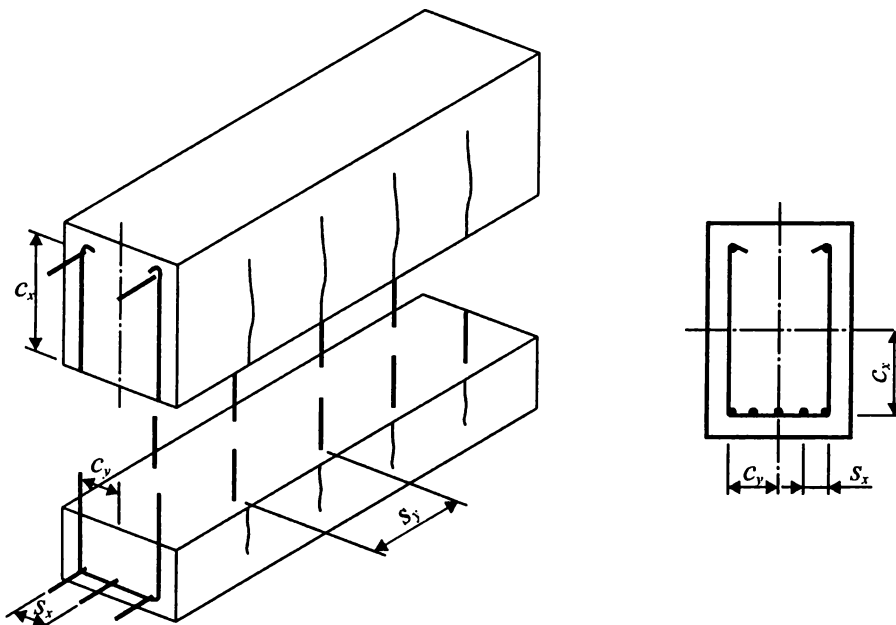
$$S_{r,max} = \frac{l}{\frac{\sin \theta}{S_{r,max,x}} + \frac{\cos \theta}{S_{r,max,y}}} \quad (10.24)$$

где  $S_{r,max,x}$  – среднее расстояние между трещинами в направлении, параллельном продольной оси;

$S_{r,max,y}$  – среднее расстояние между трещинами в направлении, перпендикулярном к продольной оси элемента;

$\theta$  – угол между направлением продольного армирования (продольной осью элемента) и направлением главных сжимающих напряжений. Значение  $\theta$  принимается из расчета прочности наклонных сечений.

Средние расстояния  $S_{r,max,x}$  и  $S_{r,max,y}$  (рис. 10.11) определяют в соответствии с рекомендациями [1, 17] по формулам:



**Рис. 10.11.**

К определению расчетных параметров при вычислении расстояния между наклонными трещинами согласно [1, 17]

$$S_{r,max,x} = 2 \left( C_x + \frac{S_x}{10} \right) + 0,25 K_1 \frac{\varnothing_{bx}}{\rho_{lx}}, \quad (10.25)$$

$$S_{r,max,y} = 2 \left( C_y + \frac{S_y}{10} \right) + 0,25 K_1 \frac{\varnothing_{sw}}{\rho_{sw}}, \quad (10.26)$$

где  $\varnothing_{bx}, \varnothing_{sw}$  – соответственно диаметры продольных и поперечных стержней;  
 $C_x, C_y$  – расстояния до ц.т. продольной и поперечной арматуры (рис. 10.11) от ц.т. сечения.

Средние значения главных относительных деформаций растяжения для железобетонного элемента с диагональными трещинами, используемые в ф. (10.16), вместо относительных деформаций  $\varepsilon_{sm}$  определяют из расчета с использованием общей деформационной модели при совместном действии изгибающих моментов, продольных и поперечных сил (см. главу 7).

Нормы по проектированию железобетонных конструкций [1, 6, 7] допускают, кроме того, упрощенный расчет исходя из ограничения чрезмерного раскрытия наклонных трещин. В соответствии с принятым подходом устанавливают максимальный шаг поперечных стержней, при котором для заданных усилий и коэффициента поперечного армирования не будут превышены требования по ограничению ширины раскрытия наклонных трещин. Максимальный шаг поперечных стержней (табл. 10.3) принимают в зависимости от величины приведенных напряжений в поперечной арматуре (хомутах):

$$\sigma_{sw,red} = \frac{V_{Sd} - 3V_{Rd,ct}}{\rho_w \cdot b_w \cdot d}, \quad (10.27)$$

где  $V_{Rd,ct}$  – поперечная сила, воспринимаемая элементом без поперечного армирования (см. главу 7);

$\rho_{sw}$  – коэффициент поперечного армирования;

$b_w, d$  – минимальная ширина и рабочая высота сечения.

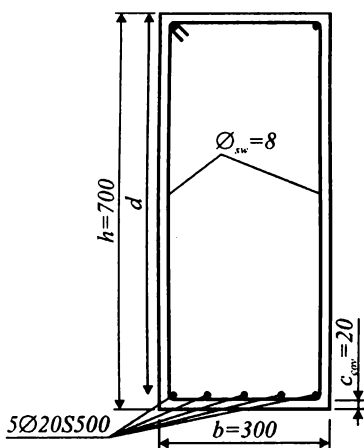
**Таблица 10.3.**

Максимальный шаг поперечных стержней, обеспечивающий ограничение ширины раскрытия наклонных трещин [6]

Приведенные напряжения в поперечной арматуре $\sigma_{sw,red}$ , МПа	< 50	75	100	150	200
Максимальный шаг поперечных стержней $S_{max}$ , мм	300	200	150	100	50



**ПРИМЕР РАСЧЕТА К ГЛАВЕ 10**



**Рис. 10.12.**

**Дано:**

Для свободно опертой балки прямоугольного сечения, имеющей расчетный пролет  $l_{eff} = 5,87$  м, загруженной равномерно распределенной нагрузкой  $q$ , проверить ширину раскрытия трещин, нормальных к продольной оси элемента.

Момент в расчетном сечении от практически постоянной комбинации нагрузок  $M_{Sd,n} = 300$  кН·м. Класс по условиям эксплуатации конструкции ХС1 ( $RH = 50$  %). По табл. 10.1 для класса ХС1 предельно допустимая ширина раскрытия трещин  $w_{lim} = 0,4$  мм.

Геометрические размеры сечения балки показаны на рис. 10.12.

Бетон класса С20/25 ( $f_{ck} = 20$  Н/мм<sup>2</sup>;  $f_{ctm} = 2,2$  МПа;  $f_{ctk} = 1,8$  МПа).

Модуль упругости  $E_{cm} = 35 \cdot 10^3$  МПа (для марки по подвижности П1).

Арматура периодического профиля класса S500 ( $f_{yk} = 500$  МПа;  $E_s = 20 \cdot 10^4$  МПа),  $A_{st} = 1570$  мм<sup>2</sup>.

Рабочая высота сечения

$$d = h - c_{cov} - \varnothing_{sw} - \varnothing/2 = 700 - 20 - 8 - 20/2 = 662 \approx 660 \text{ мм.}$$

$$\rho_l = \frac{A_{st}}{bd} = \frac{1570}{300 \cdot 660} = 0,0079 (\approx 0,8 \%).$$

Проверяем ширину раскрытия трещин по упрощенной методике, пользуясь данными табл. 10.2. Для сечений прямоугольной формы, армированных арматурой класса S500 при  $0,5\% \leq \rho_l \leq 1,0\%$  плечо внутренней пары сил определяется:

$$z = 0,85d = 0,8 \cdot 660 = 528 \text{ мм}$$

Напряжения в растянутой арматуре определяем по формуле (10.19):

$$\sigma_s = \frac{M_{Sd,n}}{A_{st} \cdot z} = \frac{300 \cdot 10^6 \text{ (Н} \cdot \text{мм)}}{1570 \cdot 660} = 289,52 \text{ Н/мм}^2.$$

По табл. 10.2  $\varnothing_{max} = 16$  мм при  $\sigma_s = 280$  МПа и  $w_{k,lim} = 0,4$  мм.

Принятый диаметр  $\varnothing = 20$  мм  $> \varnothing_{max} = 16$  мм, т.е. необходимо расчетным путем проверить ширину раскрытия трещин. Учитывая то обстоятельство, что момент  $M_{Sd,n}$  рассчитан на практически постоянную комбинацию нагрузок, при проверке ширины раскрытия трещин используем эффективный модуль упругости:

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \Phi(\infty, t_0)}.$$

Предельное значение коэффициента ползучести  $\Phi(\infty, t_0)$  определим из номограммы, приведенной на

рис. 4.16. При  $h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 \cdot 700 \cdot 300}{2(700 + 300)} = 210$  мм и  $RH = 50$  % для  $t_0 = 30$  сут.  $\Phi(\infty, t_0) = 2,8$ .

$$E_{c,eff} = \frac{35 \cdot 10^3}{1 + 2,8} = 9,21 \cdot 10^3.$$

$$\text{Коэффициент приведения } \alpha_e = \frac{E_s}{E_{c,eff}} = \frac{20 \cdot 10^4}{9,21 \cdot 10^3} = 21,7.$$

Для сечения с трещиной при использовании двухлинейной диаграммы деформирования высота сжатой зоны  $x_{II}$  в общем случае может быть найдена из условия равенства статических моментов сжатой и растянутой зон сечения относительно нейтральной оси:

$$\frac{bx_{II}^2}{2} + \alpha_e \rho_{l2} bd(x_{II} - d') - \alpha_e \rho_{l1} bd(d - x_{II}) = 0.$$

Тогда

$$x_{II} = d \sqrt{\alpha_e^2 (\rho_{l1} + \rho_{l2})^2 + 2\alpha_e \left( \rho_{l1} + \frac{d'}{d} \rho_{l2} \right) - \alpha_e (\rho_{l1} + \rho_{l2})}.$$

При отсутствии расчетной арматуры в сжатой зоне  $\rho_{l2} = 0$ .

$$x_{II} = d \sqrt{\alpha_e \rho_{l1} (2 + \alpha_e \rho_{l1}) - \rho_{l1} \alpha_e}.$$

Подставляя значения получаем:

$$x_{II} = 660 \sqrt{21,7 \cdot 0,008 (2 + 21,7 \cdot 0,008) - 0,008 \cdot 21,7} = 247,74 \approx 248 \text{ мм.}$$

Напряжения в арматуре:

$$\sigma_s = \frac{M_{Sd,n}}{A_{st} \left( d - \frac{x_{II}}{3} \right)} = \frac{300 \cdot 10^6}{1570 \left( 660 - \frac{248}{3} \right)} = 369,4 \text{ МПа.}$$

Расчетную ширину раскрытия трещин определяем по формуле:

$$w_k = \beta \cdot S_{rm} \cdot \varepsilon_{sm}$$

где  $S_{rm}$  – среднее расстояние между трещинами, определяемое по формуле:

$$S_{rm} = 50 + 0,25k_1k_2 \frac{\varnothing}{\rho_{eff}} = 50 + 0,25 \cdot 0,8 \cdot 0,5 \frac{20}{0,0506} = 89,5 \text{ мм}$$

при  $k_1 = 0,8$  (для стержней периодического профиля),  $k_2 = 0,5$  (при изгибе),  $\rho_{eff} = \frac{A_{st}}{bh_{c,eff}} = \frac{1570}{300 \cdot 100} = 0,0506$ .

$$\min : h_{c,eff} = \begin{cases} 2,5(h-d) = 2,5(700-660) = 100 \text{ мм} \\ (h-x)/2 = (700-248)/2 = 117,3 \text{ мм} \\ h/2 = 700/2 = 350 \text{ мм} \end{cases}$$

Средние относительные деформации арматуры  $\varepsilon_{sm}$  определяют

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_s \left[ 1 - \beta_1 \beta_2 \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right]$$

При  $\beta_1 = 1,0$  (для стержневой арматуры),  $\beta_2 = 0,5$  (для практически постоянной комбинации нагрузок);

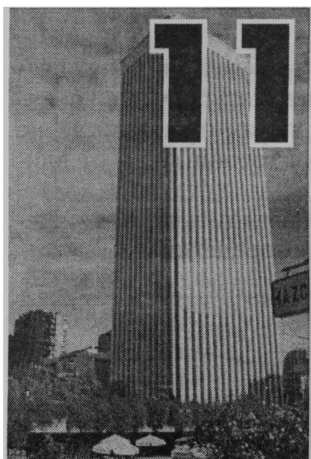
$$\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} = \frac{M_{cr}}{M_{Sd,n}}$$

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} \left[ 1 - \beta_1 \beta_2 \left( \frac{M_{cr}}{M_{Sd,n}} \right)^2 \right] = \frac{369,4}{20 \cdot 10^4} \left[ 1 - 1,0 \cdot 0,5 \left( \frac{540}{300} \right)^2 \right] = 181,5 \cdot 10^{-5}$$

Тогда при  $\beta = 1,7$

$$w_k = 1,7 \cdot 89,5 \cdot 181,5 \cdot 10^{-5} = 0,276 \approx 0,28 \text{ мм} < w_{k,lim} = 0,4 \text{ мм}$$

Проверка по ширине раскрытия трещин выполняется.



# РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО ДЕФОРМАЦИЯМ

В соответствии с требованиями расчета железобетонных конструкций по предельным состояниям второй группы проверку по деформациям следует производить из условия:

$$a_k \leq a_{lim}$$

где  $a_k$  – расчетный прогиб (перемещение) железобетонной конструкции от действия соответствующей комбинации внешней нагрузки, мм;

$a_{lim}$  – предельно допустимый прогиб (перемещение), установленный нормативными документами [3].

## 11.1. Предельно допустимые прогибы

Ограничение прогибов железобетонных конструкций связано с необходимостью обеспечения условий нормальной эксплуатации зданий и сооружений, в которых эти конструкции используются. Предельно допустимые прогибы установлены нормами [3] исходя из следующих требований:

- а) технологических (обеспечение условий нормальной эксплуатации технологического и подъемно-транспортного оборудования, контрольно-измерительных приборов и т.д.);
- б) конструктивных (обеспечение целостности примыкающих друг к другу элементов конструкций и их стыков, обеспечение заданных уклонов);
- в) физиологических (предотвращение вредных воздействий и ощущений дискомфорта при колебаниях);
- г) эстетико-психологических (обеспечение благоприятных впечатлений от внешнего вида конструкций, предотвращение ощущения опасности).

При этом каждое из указанных требований должно быть выполнено при расчете независимо от других.

Так, например, нормативные документы [1, 3, 6] достаточно жестко ограничивают прогибы подкрановых балок. Это связано с тем, что как показывают экспериментальные исследования, при больших прогибах ухудшается самочувствие крановщиков при движении кранов, особенно с большими скоростями.

Исходя из технологических соображений расстояние (зазор) между нижней поверхностью прогнутых элементов покрытия и верхней точкой мостового крана должно быть не менее 100 мм.

В технической литературе рассмотрен целый ряд примеров повреждений, а иногда и разрушения, перегородок в результате чрезмерного прогиба расположенных под ними несущих изгибаемых элементов. В данном случае ограничение прогибов связывают с конструктивными требованиями.

О необходимости ограничения прогибов по эстетико-психологическим соображениям свидетельствует опыт эксплуатации жилых и производственных зданий. Так, согласно [24], известны случаи, когда производили усиление железобетонных плит перекрытий только из-за беспокойства жильцов.

Расчетные ситуации, для которых следует определять прогибы и перемещения, соответствующие им нагрузки, а также ограничения колебаний конструкций, следует устанавливать в соответствии с нормативными документами [3].

Вертикальные предельные прогибы элементов конструкций и нагрузки, от которых следует определять прогибы, приведены в табл. 19 [3], а требования к зазорам между смежными элементами – в приложении 6 к нормам [3].

## 11.2. Расчетные модели, применяемые для определения прогибов

Точные методы определения прогибов железобетонных конструкций требуют учета в расчетах многих параметров, влияющих на деформации и напряжения в бетоне и арматуре, что в конечном итоге влияет на величину кривизны элемента при нагружении. Эти параметры зависят не только от уровня нагружения и свойств материалов, наличия или отсутствия трещин, но и от длительности действия нагрузки и способа ее приложения.

В соответствии с положениями линейной теории упругости кривизна элемента, претерпевающего деформирование под действием изгибающего момента, может быть определена:

$$\varphi = \frac{l}{r} = \frac{M_{Sd}}{B}, \quad (11.1)$$

где  $r$  – радиус кривизны деформированного элемента;

$B$  – изгибная жесткость элемента.

В результате образования трещин в сечении железобетонного элемента происходит перераспределение напряжений в растянутой арматуре, что приводит к возрастанию кривизны, изменению жесткости элемента на участке между трещинами.

Действие перечисленных факторов до настоящего времени не описано однозначно в какой бы то ни было единой методике определения прогибов элементов с трещинами. В связи с этим существует ряд расчетных моделей, используемых для определения прогибов (рис. 11.1).

На рис. 11.1а представлена наиболее простая линейная зависимость между изгибающим моментом и кривизной. Эта модель применима при расчете сечений железобетонных элементов, работающих без трещин (в стадии I напряженно-деформированного состояния) при действии кратковременной (прямая ①) и длительно-действующей нагрузки (прямая ②).

Двухфазовая расчетная модель (рис. 11.1б), базирующаяся на работах проф. В.И. Мурашева [28, 29], позволяет рассчитывать прогибы железобетонных элементов, работающих с трещинами и использована в нормах [21, 2, 6, 11, 14]. Зависимость между изгибающим моментом и кривизной представлена ломаной линией, состоящей из линейного участка (линия ① в стадии I напряженно-деформированного состояния) и ломаной ③ (после образования трещин в стадии II напряженно-деформированного состояния). Ломаная ③ (рис. 11.1б) смещена влево по отношению к прямой ②, представляющей изменение кривизны элемента для сечения с трещиной в стадии II напряженно-деформированного состояния.

Мерой смещения ломаной ③ по отношению к прямой ② является коэффициент  $\xi$ , выражающий эффект совместной работы арматуры и бетона на участке между трещинами (см. главу 10, англ. *tension stiffening effect* – эффект «ужесточения при растяжении»).

Другую концепцию (рис. 11.1в) представляет экспериментально-теоретическая модель [39], в которой принята непрерывная зависимость между изгибающим моментом и кривизной вплоть до достижения предельного момента  $M_u$ . Изменение жесткости элемента в зависимости от величины изгибающего момента в этой модели описано зависимостью:

$$B = B_0 \left( 1 - k_e \frac{M_i}{M_u} \right), \quad (11.2)$$

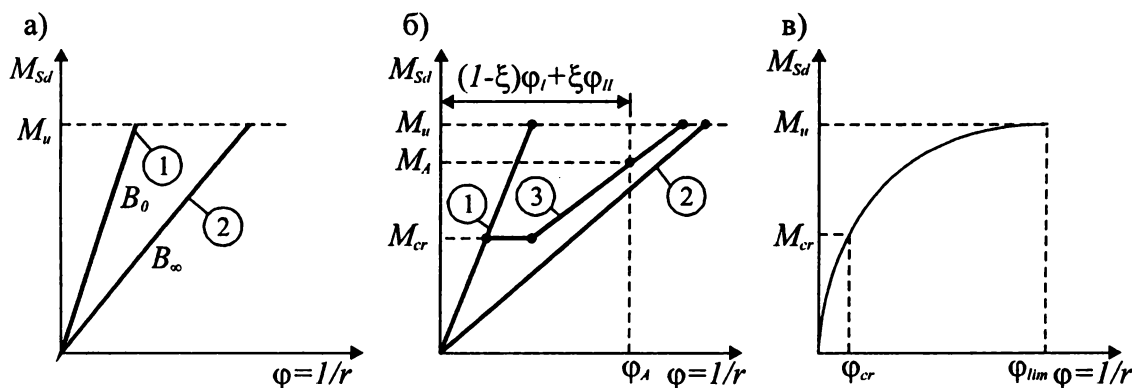


Рис. 11.1.

Некоторые из расчетных моделей, применяемых для определения прогибов [40]:

а) линейно-упругая модель; б) двухфазовая модель проф. В.И. Мурашева [28, 29]; в) нелинейная модель.

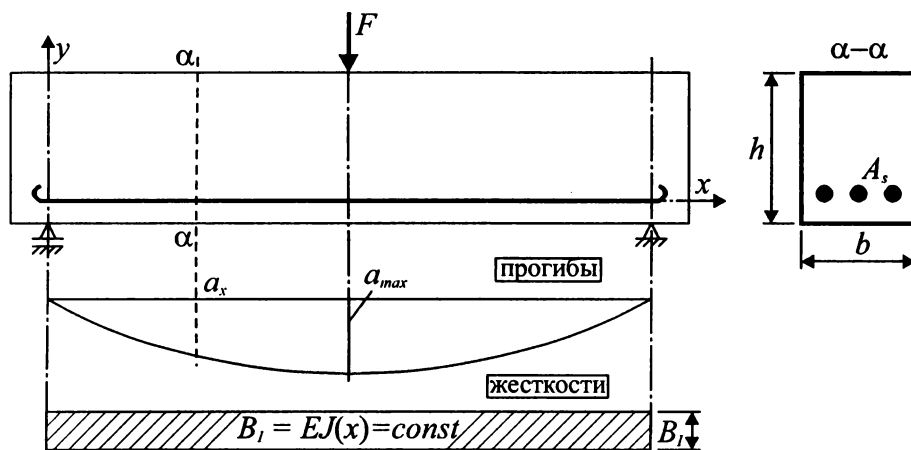


Рис. 11.2.

К определению прогибов железобетонного элемента без трещин [40]

где  $B_0$  – начальное значение изгибной жесткости элемента;  
 $M_i$  – текущее значение изгибающего момента;  
 $M_u$  – предельный изгибающий момент;  
 $k_e$  – опытный коэффициент.

Континуальная зависимость (11.2) может быть представлена согласно [39] также в виде:

$$B = B_0 \left[ 1 - \left( \frac{M_i}{M_u} \right)^m \right]. \quad (11.3)$$

### 11.3. Прогибы железобетонных элементов, работающих без трещин

Расчет прогибов железобетонных элементов, работающих без трещин, производят в соответствии с линейно-упругой моделью (рис. 11.2). Прогибы железобетонного элемента  $a(x)$  в стадии I напряженно-деформированного состояния могут быть определены с использованием кривизны  $\varphi(x)$ , которая из уравнения изогнутой оси балки в общем случае равна:

$$\varphi(x) = -\frac{d^2 a}{dx^2} = \frac{M_{sd}(x)}{EJ(x)}, \quad (11.4)$$

где  $EJ(x)$  – изгибная жесткость сечения  $(x)$  по длине элемента.

Если по длине элемента изгибная жесткость не изменяется ( $EJ(x) = const$ , рис. 11.2), прогиб из формулы (11.4) может быть определен:

$$a = \int \left[ \int \frac{M_{sd}(x)}{EJ(x)} dx \right] dx + C \cdot x + D, \quad (11.5)$$

где  $C, D$  – постоянные интегрирования, зависящие от граничных условий и способа нагружения.

В соответствии с правилами строительной механики уравнение (11.5) для определения прогиба может быть записано в виде:

$$a_{k,m} = \int_0^l \bar{M}_x \left( \frac{l}{r} \right)_{(v)} dx \quad (11.6)$$

или

$$a_{k,m} = \int_0^l \bar{M}_x \frac{M_{sd}(x)}{B_{x,m}} dx, \quad (11.7)$$

где  $\bar{M}_x$  – изгибающий момент в сечении «x» от действия единичной силы, приложенной по направлению искомого перемещения элемента в сечении «x» по длине пролета, для которого определяют прогиб;

$\left(\frac{1}{r}\right)_{(x)} = \varphi_{(x)}$  – кривизна элемента в сечении «х» от расчетной комбинации внешних нагрузок, при которой определяется прогиб;  
 $M_{Sd(x)}$  – изгибающий момент в сечении «х» от расчетной комбинации внешних нагрузок, при которой определяется прогиб;  
 $B_{x,m}$  – изгибная жесткость железобетонного элемента в сечении «х».

Для наиболее характерных расчетных схем железобетонных элементов и способов приложения нагрузок, применяемых в практике проектирования максимальный прогиб может быть определен по формуле:

$$a_{max} = \alpha_k \frac{M_{Sd} \cdot l_{eff}^2}{B} \quad (11.8a)$$

либо

$$a_{max} = \alpha_k \left(\frac{1}{r}\right) l_{eff}^2 = a_\alpha \varphi l_{eff}^2, \quad (11.8b)$$

где  $B$  – изгибная жесткость железобетонного элемента, соответствующая изгибающему моменту  $M_{Sd}$ ;

$l_{eff}$  – эффективный (расчетный) пролет элемента;

$\varphi = \left(\frac{1}{r}\right)$  – кривизна элемента.

Коэффициент  $\alpha_k$  в формуле (11.8) представляет собой постоянную интегрирования, зависящую от условий закрепления и схемы нагружения элемента. Значения этого коэффициента для наиболее распространенных проектных случаев приведены в табл. 11.1.

Жесткость железобетонного элемента, работающего без трещин, выражается в зависимости от длительности действия нагрузки и момента инерции сечения в стадии I напряженно-деформированного состояния:

– при длительно действующих нагрузках

$$B_\infty = E_{c,eff} \cdot J_I; \quad (11.9)$$

– при кратковременных нагрузках

$$B_0 = E_{cm} \cdot J_I, \quad (11.10)$$

где  $E_{c,eff}$  – эффективный модуль упругости, определяемый с учетом ползучести бетона по формуле:

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \Phi(t, t_0)}; \quad (11.11)$$

$E_{cm}$  – модуль упругости бетона, принимаемый по табл. 4.3;

$\Phi(t, t_0)$  – коэффициент ползучести бетона к моменту времени  $t$ .

При расчете прогибов от практически постоянной комбинации нагрузок в формуле (11.11) при вычислении эффективного модуля упругости бетона допускается принимать предельное значение коэффициента ползучести  $\Phi(\infty, t_0)$ , определяемое по методике, изложенной в главе 4.

В соответствии с требованиями норм [1, 6] при расчете прогибов необходимо учитывать влияние усадочных относительных деформаций бетона на величину кривизны железобетонного элемента. При этом принято, что дополнительная кривизна связана с ограничением усадочных относительных деформаций продольной арматуры элемента. Кривизну железобетонного элемента, работающего без трещин, с учетом усадочных относительных деформаций определяют по формуле:

$$\varphi_{cs} = \left(\frac{1}{r}\right)_{cs} = \frac{M_{Sd} - \varepsilon_{cs}(t, t_0) E_s \cdot S_{Is}}{E_{c,eff} \cdot J_I}, \quad (11.12)$$

где  $\varepsilon_{cs}(t, t_0)$  – относительная деформация свободной усадки к моменту времени  $t$ ; допускается принимать предельное значение деформации усадки  $\varepsilon_{cs}(\infty, t_0)$ ;

$S_{Is}$  – статический момент продольной арматуры относительно ц.т. сечения, определяемый по формуле:

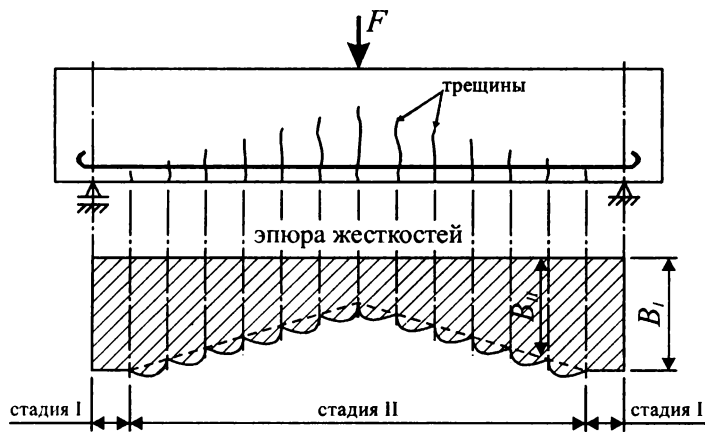
$$S_{Is} = A_{s1} \cdot z_1 + A_{s2} \cdot z_2, \quad (11.13)$$

здесь  $z_1$  и  $z_2$  – расстояния от центров тяжести площадей арматуры  $A_{s1}$  и  $A_{s2}$  до центра тяжести сечения рассчитываемого элемента.

Таблица 11.1.

Величина коэффициента  $\alpha_k$  для определения прогибов изгибаемых элементов [40]

№	Схема нагружения	Коэффициент $\alpha_k$
1		$5/48$
2		$0,102$
3		$\frac{3-4\lambda^2}{48(1-\lambda)}$ ; при $\lambda = 0,5$ $\alpha_k = 1/12$
4		$\frac{1}{8} - \frac{\lambda^2}{6}$
5		$0,0625$
6		$1/8$
7		$\frac{\lambda(3-\lambda)}{12}$ ; при $\lambda = 1$ $\alpha_k = 1/4$
8		$\frac{\lambda(3-\lambda)}{6}$ ; при $\lambda = 1$ $\alpha_k = 1/3$
9		$\frac{5}{48} \left( 1 - \frac{M_A + M_B}{10M_m} \right)$
10		$\frac{1}{12} \left( 1 - \frac{M_A + M_B}{10M_m} \right)$



**Рис. 11.3.**

Распределение изгибных жесткостей по длине железобетонного элемента с трещинами [40]

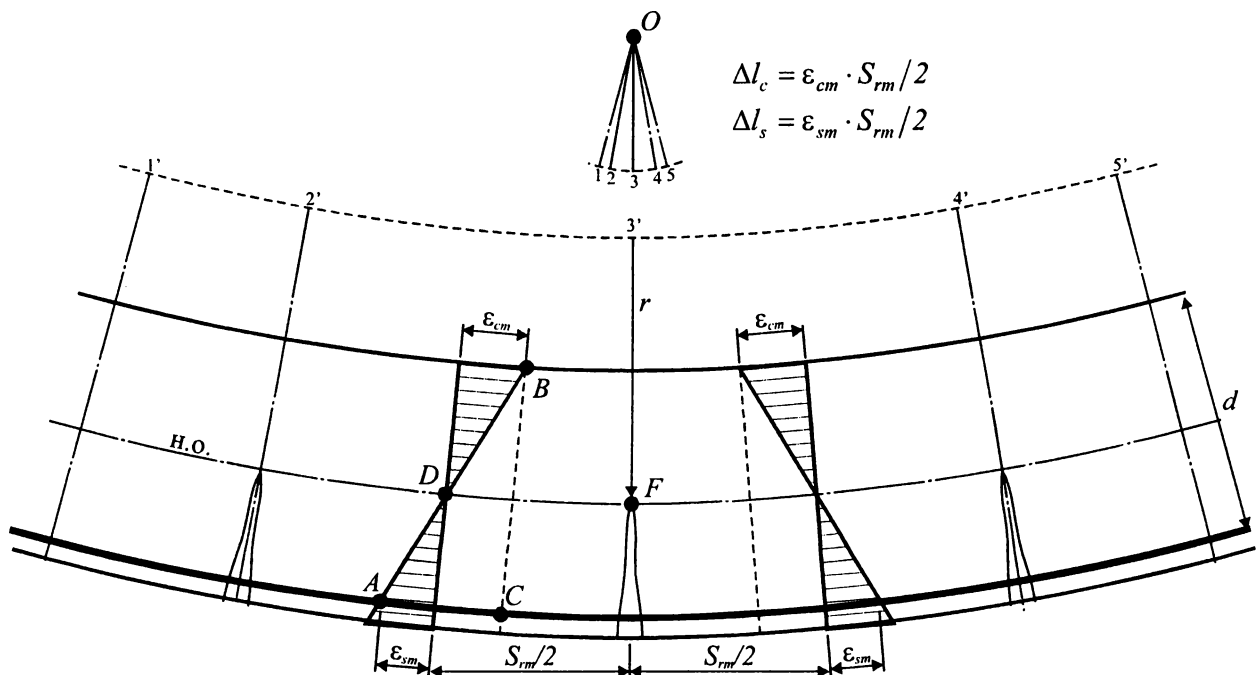
#### 11.4. Прогибы железобетонных элементов с трещинами

Для определения прогибов железобетонных элементов, работающих с трещинами, используют общие зависимости (11.16), (11.17). При этом в расчете необходимо использовать кривизну элемента или его жесткость, определенные с учетом трещин в растянутой зоне.

##### 11.4.1. Определение кривизны железобетонного элемента с трещинами

Как было показано выше, в элементе с трещинами изгибная жесткость изменяется по длине элемента. При этом ощутимое отличие в изгибных жесткостях может наблюдаться даже в соседних сечениях. Изменение изгибных жесткостей  $B_{II,i}$  по длине железобетонного элемента, работающего с трещинами, схематично показано на рис. 11.3.

Учет фактической функции изменения жесткости по длине пролета элемента в уравнении (11.7) существенно усложняет расчет прогибов. В инженерных расчетах прибегают к определенным упрощениям, которые основываются главным образом на усреднении жесткости сечений на участке между трещинами и жесткости в сечениях, проходящих через трещину (штриховая линия на рис. 11.3). Еще большим упрощением является усреднение жесткости по длине элемента. При определении кривизны железобетонного элемента с трещинами используется двухфазовая расчетная модель проф. В.И. Мурашева, схематически показанная на рис. 11.16.



**Рис. 11.4.**

К определению кривизны элемента с трещинами в растянутой зоне



Для получения исходного выражения кривизны рассмотрим участок железобетонного элемента с трещинами в растянутой зоне (рис. 11.4). Как следует из схемы, показанной на рис. 11.4  $\Delta l_c = \varepsilon_{cm} \cdot S_{rm}/2$  – укорочение бетона в крайнем сжатом волокне сжатой зоны на длине участка  $S_{rm}/2$ , а  $\Delta l_s = \varepsilon_{sm} \cdot S_{rm}/2$  – удлинение растянутой арматуры на том же участке  $S_{rm}/2$  ( $\varepsilon_{cm}$  и  $\varepsilon_{sm}$  – средние относительные деформации соответственно крайнего сжатого волокна бетона и растянутой арматуры).

Из подобия треугольников ABC и DOF, принимая во внимание разные знаки относительных деформаций удлинения и укорочения, получаем:

$$\frac{S_{rm}}{2r} = \frac{[\varepsilon_{sm} - (-\varepsilon_{cm})]S_{rm}}{2d} \quad (11.14)$$

или

$$\varphi = \frac{l}{r} = \frac{\varepsilon_{sm} - (-\varepsilon_{cm})}{d} = \frac{\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{cm}}{d}. \quad (11.15)$$

Таким образом, для участков элемента, где в растянутой зоне имеются трещины, нормальные к продольной оси элемента, кривизна определяется как отношение разности средних относительных деформаций крайнего сжатого волокна бетона и продольной растянутой арматуры к рабочей высоте сечения. Задача сводится к вычислению средних относительных деформаций  $\varepsilon_{sm}$  и  $\varepsilon_{cm}$  от усилий, действующих в сечении при заданной нагрузке.

Средние относительные деформации в растянутой арматуре и сжатом бетоне определяют в соответствии с положениями, изложенными в главе 10, с учетом «эффекта ужесточения при растяжении» (*tension stiffening effect*). Как было показано ранее (см. главу 10) относительные деформации растянутой арматуры равны:

$$\varepsilon_{sm} = \xi \cdot \varepsilon_s'' + (1 - \xi)\varepsilon_s', \quad (11.16)$$

где  $\varepsilon_s'$  и  $\varepsilon_s''$  – соответственно относительные деформации растянутой арматуры в стадии I и стадии II напряженно-деформированного состояния;

$\xi$  – коэффициент, учитывающий «эффект ужесточения при растяжении», определяемый по формуле (10.9).

Идентичным способом можно записать и средние относительные деформации наиболее сжатого волокна бетона:

$$\varepsilon_{cm} = \xi \cdot \varepsilon_c'' + (1 - \xi)\varepsilon_c', \quad (11.17)$$

где  $\varepsilon_c'$  и  $\varepsilon_c''$  – соответственно относительные деформации наиболее сжатой грани бетона в стадии I и стадии II напряженно-деформированного состояния.

Зная величину средних относительных деформаций в растянутой арматуре и сжатом бетоне, среднюю кривизну элемента в стадии II напряженно-деформированного состояния (с учетом работы бетона на участках между трещинами (TS)) определяют по формуле:

$$\varphi_m = \left(\frac{l}{r}\right)_m = \frac{\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{cm}}{d} = \frac{\xi \cdot \varepsilon_s'' + (1 - \xi)\varepsilon_s' + \xi \cdot \varepsilon_c'' + (1 - \xi)\varepsilon_c'}{d} = \xi \cdot \varphi_{II} + (1 - \xi)\varphi_I, \quad (11.18)$$

где  $\varphi_I = \left(\frac{l}{r}\right)_I$  – кривизна элемента, работающего без трещин в стадии I напряженно-деформированного состояния, определяемая по формуле:

$$\varphi_I = \frac{\varepsilon_s' + \varepsilon_c'}{d}; \quad (11.19)$$

$\varphi_{II} = \left(\frac{l}{r}\right)_{II}$  – кривизна элемента, работающего с трещинами в стадии II напряженно-деформированного состояния (без учета работы бетона на участках между трещинами), определяемая:

$$\varphi_{II} = \frac{\varepsilon_s'' + \varepsilon_c''}{d}. \quad (11.20)$$

#### 11.4.2. Определение изгибной жесткости железобетонного элемента

##### а) Длительное действие нагрузки

При длительном действии нагрузки (практически постоянная комбинация нагрузок) учитываются эффекты, связанные с развитием ползучести бетона путем введения эффективного модуля упругости бетона  $E_{c,eff}$ , определяемого по формуле (11.11).

В зависимости от стадии напряженно-деформированного состояния изменяется момент инерции сечения.

Для стадии I напряженно-деформированного состояния, когда в элементе отсутствуют трещины:

$$B_I = E_{c,eff} \cdot J_I. \quad (11.21)$$

В свою очередь для стадии II, соответствующей работе элемента при наличии трещин:

$$B_{II} = E_{c,eff} \cdot J_{II}. \quad (11.22)$$

В формулах (11.21) и (11.22):

$J_I$  и  $J_{II}$  – соответственно моменты инерции сечения при отсутствии и наличии трещин.

Тогда средняя кривизна по формуле (11.18) равна:

$$\varphi_m = \left( \frac{l}{r} \right)_m = \xi \frac{M_{Sd}}{E_{c,eff} \cdot J_{II}} + (1 - \xi) \frac{M_{Sd}}{E_{c,eff} \cdot J_I}, \quad (11.23)$$

либо

$$\varphi_m = \left( \frac{l}{r} \right)_m = \frac{M_{Sd}}{E_{c,eff} \cdot J_{II}} \left[ 1 - \beta_I \cdot \beta_2 \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \left( 1 - \frac{J_{II}}{J_I} \right) \right]. \quad (11.24)$$

Тогда жесткость  $B_\infty$  железобетонного элемента трещинами при учете практически постоянной комбинации нагрузок можно записать:

$$B_\infty = \frac{E_{c,eff} \cdot J_{II}}{1 - \beta_I \cdot \beta_2 \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \left( 1 - \frac{J_{II}}{J_I} \right)}. \quad (11.25)$$

Как было показано ранее, в формуле (11.25) отношение  $\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}$  может быть заменено отношением  $\frac{M_{cr}}{M_{Sd}}$ . При этом  $M_{Sd}$  – изгибающий момент от практически постоянной комбинации нагрузок.

Кривизну от совместного действия изгибающего момента и усадки бетона в элементе трещинами записывают по аналогии с формулой (11.12)

$$\varphi_{II} = \left( \frac{l}{r} \right)_m = \frac{M_{Sd} - \varepsilon_{sc}(t, t_0) \cdot E_s \cdot S_{sII}}{E_{c,eff} \cdot J_{II}}. \quad (11.26)$$

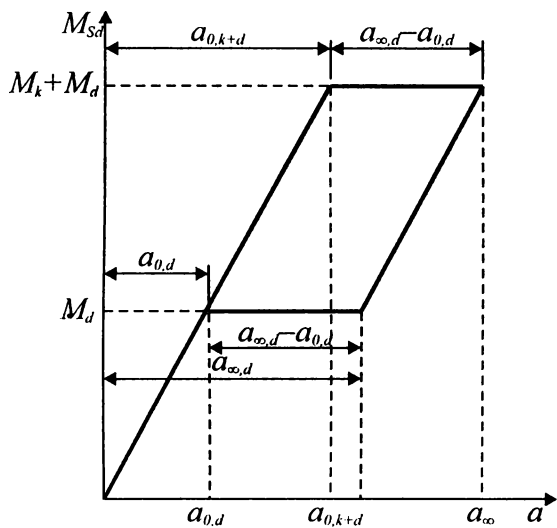
Составляющую прогиба  $a_{cs}$ , вызванного усадкой бетона в железобетонном элементе, работающем с трещинами определяют по формуле:

$$a_{cs,II} = - \frac{l}{8} \frac{\varepsilon_{cs} \cdot E_s \cdot S_{sII}}{B_\infty} l_{eff}^2, \quad (11.27)$$

где  $\varepsilon_{cs}$  – относительная деформация усадки бетона (в расчетах следует принимать со знаком «минус»).

##### б) Кратковременное действие нагрузки

При кратковременном действии нагрузки в формуле (11.24) следует учитывать модуль упругости бетона  $E_{cm}$  и принимать соответствующее значение коэффициента  $\beta_2$ . Тогда жесткость элемента при кратковременном действии нагрузки:



**Рис. 11.5.** Зависимость «момент–прогиб» при длительно действующих и кратковременных нагрузках

$$B_0 = \frac{E_{cm} \cdot J_{II}}{1 - \beta_1 \cdot \beta_2 \left( \frac{M_{cr}}{M_{Sd}} \right)^2 \left( 1 - \frac{J_{II}}{J_I} \right)}, \quad (11.28)$$

где  $M_{Sd}$  – изгибающий момент, вызванный кратковременным действием нагрузки.

В большинстве расчетных ситуаций кратковременная нагрузка действует на элемент, который до этого уже имел прогиб от длительно действующей нагрузки. Чтобы учесть такую расчетную ситуацию, нормативные документы [1, 6, 7] допускают применение принципа суперпозиции для составляющих прогибов, вызванных длительно действующей и полной нагрузкой (рис. 11.5).

Максимальный прогиб для этого случая определяют по формуле:

$$a = a_{0,k+d} - a_{0,d} + a_{\infty,d} \leq a_{lim,d+k}, \quad (11.29)$$

где  $a_{0,k+d}$  – мгновенный прогиб от полной нагрузки;

$a_{0,d}$  – прогиб (мгновенный) от практически постоянной комбинации нагрузок;

$a_{\infty,d}$  – остаточный (длительно действующий) прогиб от практически постоянной комбинации нагрузок.

Необходимо отметить, что значение прогиба  $a_{lim,d+k}$  в формуле (11.29) устанавливается индивидуально. Величины предельного прогиба от практически постоянной комбинации нагрузок, которые, представленные в нормах [3], не могут быть использованы при рассмотрении данной расчетной ситуации.

#### 11.4.3. Упрощенный способ проверки прогибов

Упрощенный способ проверки прогибов согласно нормам [1, 6, 7] основан на сравнении коэффициента жесткости ( $l_{eff}/d$ ), который косвенным образом характеризует деформативность конструкции от действия нагрузок с допустимыми значениями  $(l_{eff}/d)_{lim}$ , приведенными в табл. 11.2.

В общем случае условие, в соответствии с которым выполняют проверку прогибов по упрощенному способу, имеет вид:

$$l_{eff}/d \leq \delta_1 \cdot \delta_2 \cdot \delta_3 \left( l_{eff}/d \right)_{lim}, \quad (11.28)$$

где  $\left( l_{eff}/d \right)_{lim}$  – предельно-допустимое значение отношения  $l_{eff}/d$ , принимаемое по табл. 11.2;

$\delta_1 \cdot \delta_3$  – корректирующие коэффициенты, учитывающие особенности конструктивного решения.

Таблица 11.2.

Предельно-допустимые значения отношения  $\left(l_{eff}/d\right)_{lim}$  для железобетонных элементов при упрощенном способе проверки прогибов согласно [1, 6]

Вид конструкции	Коэффициент $\left(l_{eff}/d\right)_{lim}$	
	$\rho_l \geq 1,5\%$	$\rho_l \leq 0,5\%$
Свободно опертые балки, свободно опертые плиты, работающие в одном либо в двух направлениях	14	20
Крайние пролеты неразрезных балок и неразрезных плит, работающих в одном или двух направлениях в случае, когда неразрезность обеспечена по направлению только длинной стороны	18	26
Средние пролеты балок или плит, работающих в одном или двух направлениях	20	30
Плоские перекрытия, опирающиеся непосредственно на колонны без балок (рассматривается больший пролет плиты)	17	24
Консоли балок и плит	6	8

Примечания: Для свободно опертых плит, работающих в двух направлениях, условия ограничения прогибов принимается для отношения  $l_{eff}/d$ , включающего меньший пролет

В соответствии с требованиями норм [1, 6] предельное значение коэффициента жесткости  $\left(l_{eff}/d\right)_{lim}$  определяют по табл. 11.2 в зависимости от вида и статической схемы рассчитываемой конструкции и степени (уровня) напряжений в бетоне. Корректирующий коэффициент  $\delta_1$  зависит от величины эффективного (расчетного) пролета элемента, а коэффициент  $\delta_2$  – от величины напряжений в растянутой арматуре. Коэффициент  $\delta_3$  выражает влияние формы поперечного сечения элемента. Представленные в табл. 11.3 значения коэффициента  $\left(l_{eff}/d\right)_{lim}$  зависят от величины напряжений в бетоне сжатой зоны сечения (условно принято: бетон слабо сжатый и бетон сильно сжатый). Проектировщик определяет расчетную ситуацию исходя из коэффициента продольного армирования сечения  $\rho_l$ . Принято, что:

- при  $\rho_l = \left(A_{st}/b \cdot d\right) \cdot 100\% \leq 0,5\%$  – слабо сжатый бетон;
- при  $\rho_l = \left(A_{st}/b \cdot d\right) \cdot 100\% \geq 1,5\%$  – сильно сжатый бетон.

В случае промежуточных значений  $\rho_l$  допускается применение линейной интерполяции. Значение коэффициента  $\delta_1$  определяют:

- для балок и плит (за исключением плит, точно опирающихся непосредственно на стойки), когда существует опасность разрушения соседних конструктивных элементов (например, расположенных под ними перегородок), и их пролет более 7 м

$$\delta_1 = 7,00 / l_{eff} \quad \text{при } l_{eff} > 7,00 \text{ м}$$

или

$$\delta_1 = 1 \quad \text{при } l_{eff} \leq 7,00 \text{ м};$$

- для плит, опирающихся точно непосредственно на стойки, при пролетах более 8,5 м

$$\delta_1 = 8,50 / l_{eff}$$

или

$$\delta_1 = 1 \quad \text{при } l_{eff} \leq 8,50 \text{ м.}$$

При этом, граничные значения коэффициента  $\left(l_{eff}/d\right)_{lim}$  в табл. 11.2 определены при условии, что напряжения в арматуре  $\sigma_s$  равны  $250 \text{ Н/мм}^2$  (при  $f_{yk} = 400 \text{ Н/мм}^2$ ) или  $310 \text{ Н/мм}^2$  (при  $f_{yk} = 500 \text{ Н/мм}^2$ ). В случае, когда в арматуре железобетонного элемента действуют напряжения, отличные от принятых, вводят корректирующий коэффициент  $\delta_2$ , равный:

$$\delta_2 = 250 / \sigma_s \quad \text{– для арматуры класса S400,} \quad (11.29a)$$

$$\delta_2 = 310 / \sigma_s \quad \text{– для арматуры класса S500,} \quad (11.29b)$$

где  $\sigma_s$  – напряжения в арматуре при усилиях от действующей комбинации нагрузок.

Нормы [1, 6, 11] допускают также возможность определения значения коэффициента  $\delta_2$  по зависимости (11.30), что дает более гарантированный (безопасный) результат:

$$\delta_2 = \frac{400}{f_{yk}} \frac{A_{s,prov}}{A_{s,req}} \quad \text{– для арматуры класса S400,} \quad (11.30a)$$

$$\delta_2 = \frac{500}{f_{yk}} \frac{A_{s,prov}}{A_{s,req}} \quad \text{– для арматуры класса S500,} \quad (11.30b)$$

где  $A_{s,prov}$  – принятая площадь растянутой арматуры;

$A_{s,req}$  – требуемая по расчету площадь растянутой арматуры.

В соответствии с [1, 6] корректирующий коэффициент  $\delta_3$  в ф. (11.28) применяется при расчете балок таврового либо двутаврового сечения и принимается равным:

$$\begin{aligned} \delta_3 &= 0,8 \text{ для } b_{eff}/b_w > 3,0 \\ \delta_3 &= 1 \text{ для других случаев} \end{aligned} \quad (11.31)$$

где  $b_{eff}$ ,  $b_w$  – соответственно ширина полки и стенки таврового или двутаврового сечения.

### ПРИМЕР РАСЧЕТА К ГЛАВЕ 11

Для данных примера расчета к главе 10 проверить прогиб в середине пролета свободно опертой балки с расчетным пролетом  $l_{eff} = 5,87$  м.  
 Максимальный прогиб в середине пролета свободно опертой однопролетной балки, загруженной равномерно распределенной нагрузкой может быть определен по формуле:

$$a_{max} = \alpha_k \frac{M_{sd,n} l_{eff}^2}{B(\infty, t_0)}$$

По табл. 11.1 коэффициент  $\alpha_k = 5,48$ ;  $l_{eff} = 5,87$  м.

$$B_{(\infty)} = \frac{E_{c,eff} J_{II}}{1 - \beta_1 \beta_2 \left( \frac{M_{cr}}{M_{sd,n}} \right)^2 \left( 1 - \frac{J_{II}}{J_I} \right)}$$

Для прямоугольного сечения

$$J_I = \frac{bh^3}{12} + bh \left( x_I - \frac{h}{2} \right)^2 + \alpha_e A_{sc} (x_I - d')^2 + \alpha_e A_{st} (d - x_I)^2$$

$$x_I = \frac{0,5bh^2 + \alpha_e (A_{st} d + A_{sc} d')}{bh + \alpha_e (A_{st} + A_{sc})}$$

При  $A_{sc} = 0$

$$x_I = \frac{0,5 \cdot 300 \cdot 700^2 + 21,7 \cdot 1570 \cdot 660}{300 \cdot 700 + 21,7 \cdot 1570} = 393,27 \text{ мм}$$

$$J_I = \frac{300 \cdot 700^3}{12} + 300 \cdot 700 (393,27 - 350)^2 + 21,7 \cdot 1570 (660 - 393,3)^2 = 11392 \cdot 10^6 \text{ мм}^4$$

$$J_{II} = \frac{bx_{II}^3}{3} + \alpha_e \rho_{I1} bd (d - x_{II})^2 + \alpha_e \rho_{I2} bd (x_{II} - d')^2$$

При  $x_{II} = 248$  мм (см. пример в главе 10) и  $\rho_{I2} = 0$  получаем:

$$J_{II} = \frac{300 \cdot 248^3}{3} + 21,7 \cdot 0,008 \cdot 300 \cdot 660 (660 - 248)^2 = 7359,9 \cdot 10^6 \text{ мм}^4$$

Жесткость сечения с трещиной:

$$B_{(\infty)} = \frac{9,21 \cdot 10^3 \cdot 7359,9 \cdot 10^6}{1 - 1,0 \cdot 0,5 \left( \frac{54,0}{300} \right)^2 \left( 1 - \frac{7359,9 \cdot 10^6}{11392,0 \cdot 10^6} \right)} = \frac{67784,7 \cdot 10^9}{0,364} = 186219 \cdot 10^9$$

Прогиб в середине пролета

$$a_{max} = \frac{5}{48} \cdot \frac{300 \cdot 10^6}{186219 \cdot 10^9} 5780^2 = 5,6 \text{ мм}$$

Допустимый прогиб

$$a_{lim} = \frac{1}{250} l_{eff} = \frac{5780}{250} = 23,12 \text{ мм}$$

$$a_{max} = 5,6 \text{ мм} < a_{lim} = 23,12 \text{ мм}$$

Максимальный прогиб в середине пролета балки не превышает допустимый, т.е. проверка выполняется.



# ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫЕ КОНСТРУКЦИИ

## 12.1. Общие сведения

Поиск эффективных способов увеличения сопротивления конструкций из бетона действию растягивающих усилий привел к созданию предварительного напряжения\*.

Согласно определению, предложенному *Е. Фрейсине*, *подвергнуть предварительному напряжению какую-либо конструкцию, это значит вызвать в ней искусственным путем до приложения внешних нагрузок или одновременно с ними некоторые постоянные напряжения. При этом созданные искусственным путем начальные напряжения в сочетании с напряжениями, вызванными внешними нагрузками, должны во всех точках конструкции оставаться в пределах тех напряжений, которые материал может выдерживать неограниченно долго.*

Для конкретизации этого определения рассмотрим два очень простых классических испытания, поставленных *И. Гийоном* [22].

**Испытание № 1.** Восемь одинаковых бетонных блоков  $l = 1,05$  м (рис. 12.1а) укладывают в ряд на горизонтальной поверхности. Блоки имеют прямоугольное сечение размерами  $0,24 \times 0,14$  м. Предположим, что тщательно изготовленные блоки плотно прилегают друг к другу (либо швы надежно зачеканены). Вместе с тем, очевидно, что рассматриваемый составной элемент длиной  $8,4$  м не обладает прочностью при изгибе (его невозможно уложить на две вертикальные опоры, т.к. он обрушится от раскрытия швов под действием собственного веса).

Для устранения влияния собственного веса балку можно уложить плашмя на горизонтальную площадку и вертикально установить опоры (см. рис. 12.1б). Предположим далее, что при помощи системы домкратов составную балку можно подвергнуть изгибу нагрузкой, равномерно распределенной по ее длине. И при таких условиях опыта балка, очевидно, не будет оказывать сопротивление действию изгибающих моментов.

Поставим условие, по которому балка в ненагруженном и нагруженном состоянии должна обладать достаточной прочностью (т.е. напряжения в ней по условиям опыта не превышают предельных значений, составляющих  $12$  МПа при сжатии и нулевых – при растяжении).

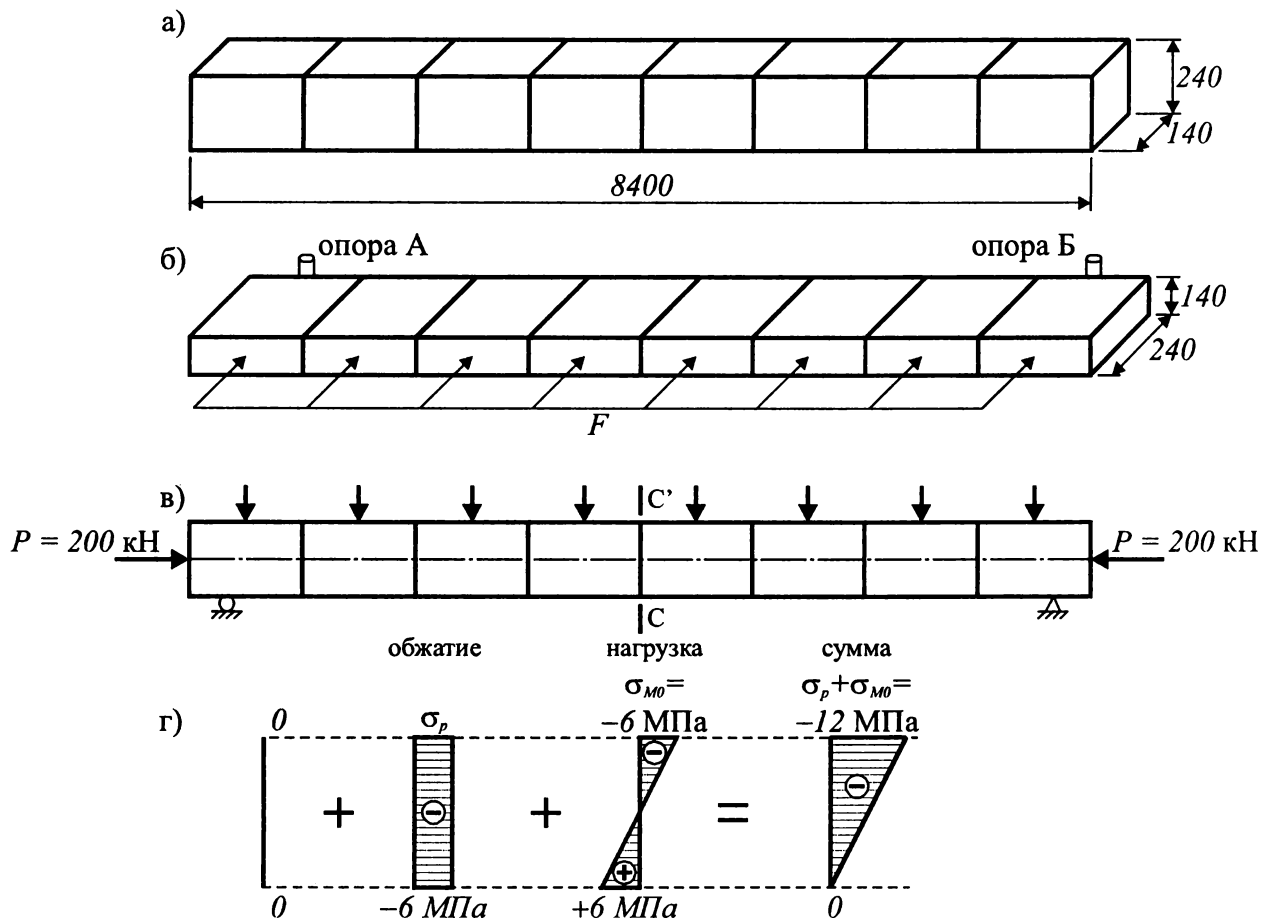
Пусть на рассматриваемую балку действует равномерно распределенная нагрузка интенсивностью  $q = 1$  кН/м. Тогда изгибающий момент в середине пролета (сечение  $CC'$  на рис. 12.1в) составит  $M_u = ql^2/8 = 8$  кН·м, а напряжения будут равны  $\sigma_{CC'} = \pm 6$  МПа (при  $W = 1344 \cdot 10^4$  мм<sup>2</sup>). Однако это невозможно, так как появление растягивающих напряжений на нижней грани ( $+6$  МПа) приведет к раскрытию швов и балка разрушится.

Таким образом, рассматриваемая балка в нагруженном состоянии не обладает достаточной прочностью, а в ненагруженном состоянии имеет избыточную прочность (поскольку в этом состоянии она не подвергается никаким напряжениям, хотя может воспринимать предельные сжимающие напряжения  $f'_c = 12$  МПа).

Предварительное напряжение дает возможность полезно использовать избыток прочности балки в ненагруженном состоянии, чтобы компенсировать недостаточную прочность балки при действии нагрузки.

\* В прошлом большим нагрузкам специалисты-строители противопоставляли большие размеры сечений конструкций и стремились применить более прочные материалы. Это было до тех пор, пока не появилась идея *усилиям* противопоставить *усилия*. Это было начало предварительно напряженных конструкций.

Проф. Якуб Мамес [36]



**Рис. 12.1.**  
К испытанию № 1 И. Гийона [22]

Предположим теперь, что посредством какого-либо способа, которые будут изложены далее в разделе 12.3, балка перед испытанием на изгиб подвергается центральному (осевому), а следовательно, равномерному обжатию  $\sigma_p = 6,0$  МПа, что соответствует усилию  $F = 200$  кН (см. рис. 12.1в).

Центрально приложенное сжимающее усилие в  $F = 200$  кН, вызывающее предварительное напряжение  $\sigma_p = 6,0$  МПа, обеспечивает сопротивление изгибающему моменту, вызывающему в сечении СС' напряжения  $\sigma_M = \pm 6,0$  МПа.

**Испытание № 2.** Можно найти и более удачное решение, если приложить то же обжимающее усилие  $P = 200$  кН не центрально, а с эксцентриситетом по отношению к центральной оси сечения балки, как это показано на рис. 12.2а.

Несложно подсчитать, что при таких условиях равномерно распределенная нагрузка на балку будет в два раза больше, то есть  $2,0$  кН/м.

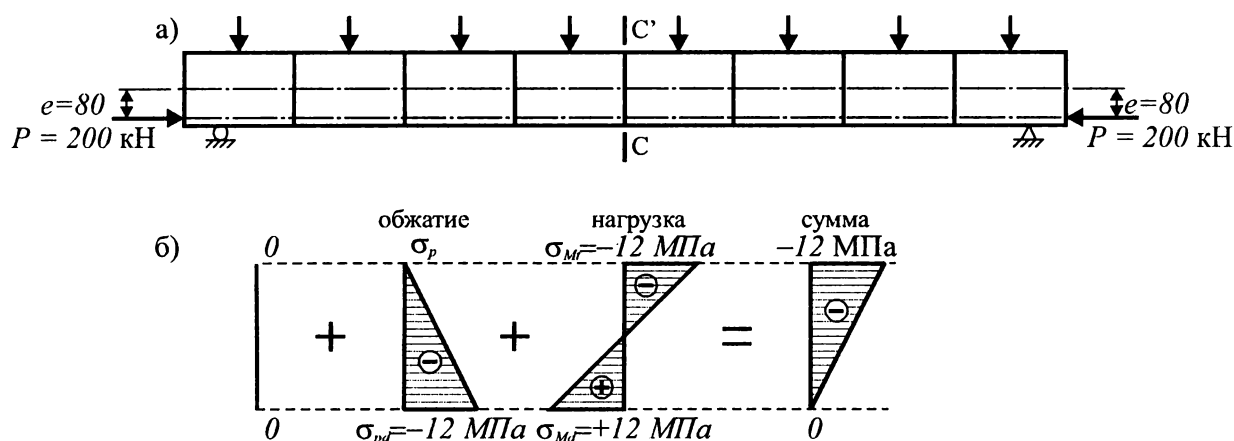
Характерные эпюры, показывающие распределение напряжений по высоте сечения в середине пролета балки на очередных этапах ее работы (обжатие, приложение нагрузки), показаны на рис. 12.2б.

Представленные выше простые испытания показывают, что дополнительные усилия, приложенные таким образом, чтобы противостоять усилиям от внешней нагрузки, позволили получить из отдельных блоков вполне работоспособную конструкцию. При этом в зависимости от положения обжимающего усилия можно эффективно влиять на величину нагрузки, воспринимаемой конструкцией.

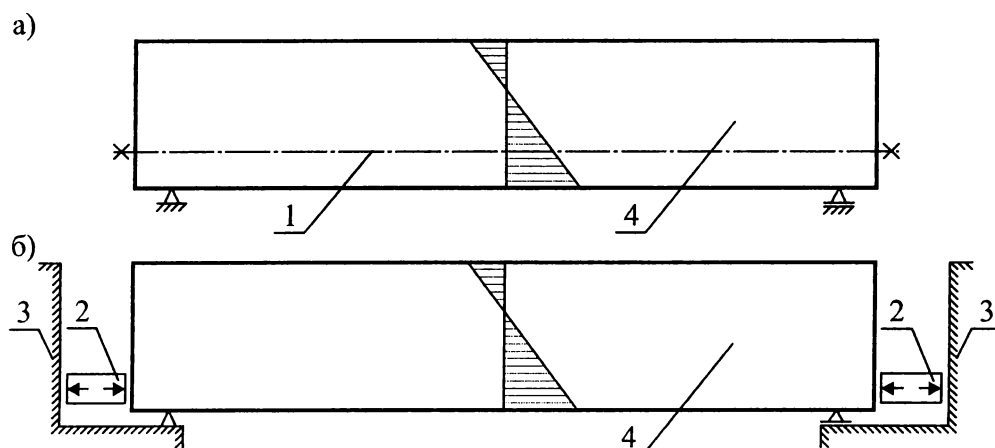
## 12.2. Классификация предварительно напряженных конструкций

В рассмотренных испытаниях детально не оговаривался метод, посредством которого в конструкции создавали обжимающее усилие. Большое разнообразие технологических подходов к реализации идеи предварительного напряжения конструкций можно разделить на три группы:





**Рис. 12.2.**  
К испытанию № 2 И. Гийона [22]



**Рис. 12.3.**  
Предварительное напряжение конструкций при обжатии рабочей арматурой (а) или реакциями внешнего ограничения – жесткими упорами (б)  
1 – напрягаемая арматура; 2 – домкраты; 3 – жесткий упор;  
4 – конструкция, подвергаемая предварительному напряжению.

- 1) предварительное напряжение при помощи стальной арматуры, устанавливаемой в конструкцию (см. рис. 12.3а);
- 2) предварительное напряжение в результате действия горизонтальной реакции, создаваемой домкратами, установленными между жесткими опорами и напрягаемой конструкцией, либо расширением бетона, из которого она выполнена (рис. 12.3б);
- 3) предварительное напряжение при использовании специальных технологических приемов, отличающихся от осевого натяжения арматурных стержней способами, относящимися к первой группе.

Наибольшее распространение в строительной практике имеют конструкции, в которых предварительное напряжение создают посредством натяжения рабочей арматуры, располагаемой, как правило, в растянутой зоне сечения. Предварительно напряженные конструкции могут быть классифицированы по следующим признакам, сформулированным проф. В.В. Михайловым [27]:

- 1) **по принципу действия напряженного армирования:** а) одноосно предварительно напряженные; б) двухосно предварительно напряженные; в) объемно предварительно напряженные конструкции;
- 2) **по методу изготовления:** а) с натяжением на упоры (англ. *pretensioned*); б) с натяжением арматуры на бетон (англ. *post-tensioned*); в) самонапряженные (англ. *self-stressed*); г) сборно-монолитные (с обетонированными предварительно напряженными сборными элементами).

Представленная классификация, на наш взгляд, может быть дополнена еще одним важным признаком, определенным Ф. Леонгардтом [41] как **степень предварительного напряжения**. По этому признаку различают:

- **полное** предварительное напряжение, если при действии эксплуатационной нагрузки напряжения в бетоне наиболее растянутых волокон сечения  $\sigma_{ct}$  (как правило, на уровне напрягаемой арматуры) равны нулю;

- если растягивающие напряжения в бетоне  $\sigma_{ct}$  не превышают допустимых значений, говорят об **ограниченном** предварительном напряжении;
- если величина растягивающих напряжений не ограничивается и растянутая напрягаемая арматура установлена исходя из уровня ограничения недопустимого чрезмерного раскрытия трещин, в этом случае принято говорить о **частичном** предварительном напряжении.

### 12.3. Методы и способы создания предварительного напряжения в конструкциях

Как было показано ранее предварительное напряжение конструкции с использованием арматурных элементов может быть выполнено, главным образом, тремя основными методами:

- 1) при предварительном напряжении арматуры на упоры;
- 2) при натяжении арматуры на затвердевший бетон;
- 3) посредством физико-химического натяжения (самонапряжения) при связанном расширении специальных (напрягающих) бетонов.

При выполнении предварительного напряжения конструкции по первому методу (с натяжением на упоры) технологические операции выполняют в следующей последовательности.

Напрягаемую арматуру до бетонирования заводят в форму или упоры стенда, один конец стержня закрепляют на неподвижном упоре, а другой натягивают с применением, например, домкрата или другого устройства до получения величины заданного начального контролируемого напряжения  $\sigma_{p0,max}$  (рис. 12.4). Величину напряжения в арматуре оценивают по достигнутому удлинению в процессе ее натяжения. Напрягаемый стержень фиксируют при помощи технологических анкеров и выполняют бетонирование конструкции. После достижения бетоном конструкции требуемой прочности, которую принято называть **передаточной прочностью**, осуществляют плавный отпуск напрягаемой арматуры с упоров. Арматура, которая до этого была натянута и удерживалась при помощи технологических захватов на упорах, стремится возвратиться в начальное (ненапряженное) состояние. Восстанавливая упругие деформации при обеспеченном сцеплении с бетоном, арматура обжимает конструкцию (рис. 12.4в). Таким образом, после завершения процесса предварительного напряжения в конструкции действуют взаимно уравновешенные усилия: растяжения в арматуре и сжатия бетоне.

При натяжении арматуры на бетон, предварительно изготавливают армированный либо бетонный элемент, а затем, после достижения бетоном требуемой передаточной прочности, выполняют его обжатие. В этом случае напрягаемую арматуру заводят в каналы или пазы, оставляемые при бетонировании элемента, и натяжение осуществляют на бетон при помощи специальных домкратов двойного действия (см. рис. 12.5). Диаметр канала или паза в бетоне должен превышать диаметр арматуры на 5..15 мм. Сцепление арматуры с бетоном создают при последующем инъецировании каналов. Однако инъецирование каналов может не выполняться. В этом случае имеют место **предварительно напряженные конструкции без сцепления арматуры с бетоном**.

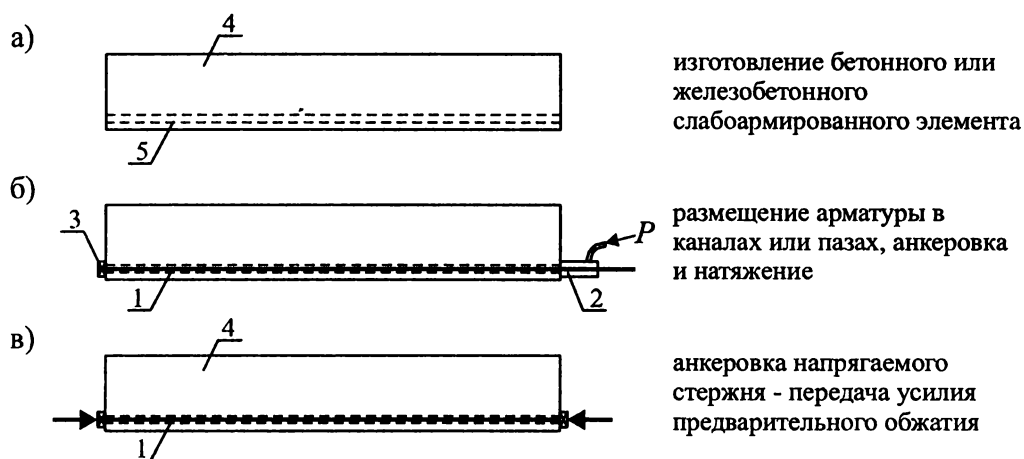
В зависимости от технологических особенностей натяжения арматурных элементов (стержней, канатов) различают следующие способы натяжения арматуры:

- 1) **Механический способ**. Сущность его заключается в том, что необходимое относительное удлинение арматуры ( $\epsilon_{sp,0} = \Delta l/l_0$ ), соответствующее заданному контролируемому напряжению в ней  $\sigma_{0,max}$ , получают вытяжкой арматурного элемента натяжными механизмами (гидравлические и



Рис. 12.4.

Последовательности технологических операций при предварительном напряжении арматуры на упоры  
1 – напрягаемая арматура; 2 – упоры; 3 – технологические анкера; 4 – железобетонный элемент



**Рис. 12.5.**

Последовательность технологических операций при предварительном напряжении арматуры на бетон  
 1 – напрягаемая арматура; 2 – гидравлический домкрат двойного действия;  
 3 – анкер; 4 – бетонный элемент; 5 – канал или паз



**Рис. 12.6.**

Технология предварительного напряжения физико-химическим способом при применении напрягающего бетона

винтовые домкраты, грузовые устройства с системой блоков, рычагов и оттяжек, лебедки с полиспастами и динамометрами, динамометрические ключи, разнообразные намоточные машины – при непрерывном армировании) посредством технологических (для временного закрепления арматуры в натяжных механизмах) или комбинированных (конструктивных и технологических) зажимов.

- 2) **Электротермический способ**, заключающийся в том, что необходимое относительное удлинение напрягаемой арматуры  $\epsilon_{sp,01}$ , соответствующее начальному контролируемому напряжению  $\sigma_{0,max}$ , получают электрическим нагревом арматуры до соответствующей температуры (но не более критической) с последующей фиксацией ее на упорах заданной длины, соответствующей требуемому удлинению для создания напряжения после ее остывания.
- 3) **Комбинированный (или электротермомеханический) способ**, представляющий собой совокупность электротермического и механического способов натяжения арматуры.
- 4) **Физико-химический способ**, позволяющий осуществлять натяжение арматуры, располагаемой в конструкторе и имеющей обеспеченное сцепление с бетоном, за счет энергии расширения напрягающего бетона в процессе твердения.

В массовом строительстве при изготовлении сборных элементов по поточно-агрегатной технологии наиболее распространен электротермический способ предварительного напряжения конструкций. Вместе с тем, как по экономическим, так и техническим показателям данный способ предварительного напряжения является наименее эффективным и должен в перспективе уступить место механическому натяжению арматуры.

#### **12.4. Железобетонные и предварительно напряженные конструкции** **Сущность предварительно напряженных конструкций**

Как было показано ранее (см. раздел 6.1) при нагружении железобетонной конструкции в материалах растянутой зоны (бетон и арматура) в результате их совместной деформации возникают растягивающие усилия.

В начале загрузки растягивающие усилия распределяются между арматурой и бетоном в соответствии с их упругими свойствами, а затем, после достижения определенной величины, деформации растут по мере приближения к предельной растяжимости бетона (перед появлением трещин) – в соответствии с их упруго-пластическими свойствами.

Усилия, действующие при осевом растяжении железобетонного элемента без предварительного напряжения в зависимости от величины относительных деформаций могут быть описаны диаграммой, показанной на рис. 12.7а. На координатных осях соответственно обозначены относительные продольные деформации  $\epsilon_x$  и усилия  $F$  в виде суммы усилий, воспринимаемых бетоном  $F_{ct}$  и арматурой  $F_s$ , т.е.  $F_{ct} + F_s$ .

Как видно из диаграммы рис. 12.7а, вследствие достаточно малых относительных деформаций (меньших, чем предельная растяжимость бетона  $\epsilon_{ctm}$ ) усилие в растянутой арматуре растет медленно, демонстрируя ее слабое участие в восприятии внешнего усилия вплоть до появления трещин в бетоне. Наоборот, бетон, в силу низких упругих свойств, быстро воспринимает внешнее усилие и входит в область сначала упруго-пластических ( $A-O_T$ ), а затем и пластических ( $O_T-O_B$ ) относительных деформаций, при которых снижается его сопротивление. Как и отмечалось ранее (см. раздел 6.1), до образования трещин основную часть растягивающего усилия от внешней нагрузки воспринимает бетон, а лишь небольшую – арматура. В работе проф. В.В. Михайлова [27] показано, что в традиционных железобетонных конструкциях до образования трещин арматура воспринимает лишь 10..12 % от растягивающего усилия, вызванного внешней нагрузкой.

Усилия, действующие при осевом растяжении предварительно напряженного элемента представлены на диаграмме, показанной на рис. 12.7б.

В исходном состоянии после завершения процесса предварительного напряжения, когда не действуют усилия, вызванные внешней нагрузкой, материалы элемента уже испытывают значительные по величине взаимно уравновешенные усилия. При этом начальное состояние элемента характеризуется действием сжимающего усилия в бетоне  $F_{cp}$  и растягивающего усилия в напрягаемой арматуре  $F_{sp}$ .

В качестве начального состояния целесообразно рассматривать такое сочетание внешних усилий, когда в бетоне элемента устанавливается нулевое (напряженное) состояние, характеризуемое на графике (рис. 12.7б) линией OF, по которой и проводят главные координатные оси графика. В этом состоянии все усилия предварительного напряжения элемента, действующие в арматуре, уравновешиваются усилием, вызванным внешней нагрузкой. При устранении внешней силы растягивающее усилие предварительного напряжения  $F_{sp,0}$  вызывает обжатие бетона с усилием  $F_{cp}$ .

Пока внешнего растягивающего усилия нет, усилие растяжения в арматуре полностью уравновешено сжимающим усилием в бетоне, т.е.  $F_{sp} = F_{cp}$ . При приложении к элементу внешней растягивающей силы усилие в арматуре медленно увеличивается по прямой  $A_pA$ , в то время как усилие в бетоне быстро убывает по прямой  $A_eO$ .

В любой произвольной точке D диаграммы для нагрузки, вызывающей деформацию  $O_p-O_e$ , внешнее усилие  $F_e$  воспринимается (уравновешивается) усилием в арматуре за вычетом усилия в бетоне (см. рис. 12.7б):

$$F_e = (O_eD + DA_e) - O_eC. \quad (12.1)$$

Но, учитывая то обстоятельство, что усилия сжатия бетона и соответствующей части растяжения арматуры на всем участке деформации  $O_pO$  по величине равны, но противоположны по знаку, т.е.

$$DA_e = O_eC, \quad (12.2)$$

по законам механики они могут быть выключены из уравнения (12.1) и, следовательно,

$$F_e = O_eD. \quad (12.3)$$

Таким образом, какой бы величины ни была приложена нагрузка в период постепенного высвобождения бетона от обжатия, усилие от внешней нагрузки  $F_e$  будет полностью восприниматься и уравновешиваться усилием в предварительно напряженной арматуре. При этом всегда существуют усилия обжатия бетона и части усилия предварительного растяжения арматуры (на диаграмме рис. 12.7б показанные знаками «минус» и «плюс»), которые характеризуют степень использования искусственно созданного предварительного напряжения. Рассматривая эти усилия как внутренние взаимно уравновешенные и не имеющие прямого отношения к усилиям от нагрузки, устанавливаем, что во всем диапазоне деформирования  $O_pO$  это усилие  $F_e$  непосредственно уравновешивается усилием растяжения арматуры.

Если относительные деформации в сечении элемента выходят из диапазона деформирования  $O_pO$  (рис. 12.7б) в восприятии усилия от внешней нагрузки принимают участие арматура и бетон. Причем дальнейшее восприятие усилия от внешней нагрузки арматурой происходит по линии AG, подчиняясь закону изменения деформаций как в обычном железобетонном элементе.

\* Здесь следует вспомнить диаграмму деформирования бетона при осевом растяжении, рассмотренную в главе 4.



На участке деформирования  $OO_T$  распределение дополнительных усилий от внешней нагрузки происходит по аналогии с распределением усилий в обычном железобетоне без предварительного напряжения (см. рис. 12.7а). Таким образом, усилие, приводящее к образованию трещин в предварительно напряженном элементе, составляет:

$$F_{crc} = F_{sp} + \Delta F_{sp} + F_{ct}, \quad (12.4)$$

где  $F_{sp}$  – усилие предварительного растяжения в арматуре;

$F_{ct}$  – растягивающее усилие, воспринимаемое бетоном после погашения обжатия;

$\Delta F_{sp}$  – приращение усилия в напрягаемой арматуре после погашения обжатия в бетоне, равное

$$\Delta F_{sp} = \varepsilon_{ctи} \cdot E_p \cdot A_p, \quad (12.5)$$

здесь  $\varepsilon_{ctи}$  – предельная растяжимость бетона;

$A_p$  – площадь напрягаемой арматуры;

$E_p$  – модуль упругости напрягаемой арматуры.

После образования трещин усилие, вызванное внешней нагрузкой, воспринимается арматурой в сечении с трещиной, а также бетоном и арматурой на участках между трещинами подобно тому, как это происходит в обычных железобетонных конструкциях.

Наиболее важным участком деформирования элемента является участок эксплуатационных нагрузок, размещаемый обычно в зоне диаграммы  $O_pO$ . Это позволяет утверждать, что в предварительно напряженном элементе, работающем без трещин, все усилие от внешней эксплуатационной нагрузки полностью воспринимает напрягаемая арматура. Можно показать, что все сказанное выше о центральном растяжении справедливо и в отношении растянутой зоны изгибаемой конструкции. Этот вывод подробно рассмотрен в книге проф. *В.В. Михайлова* [27].

Выполняя все построения аналогично случаю центрального растяжения получим характерный график зависимости относительной деформации наиболее растянутого волокна сечения конструкции от изгибающего момента (рис. 12.8). Как и при центральном растяжении, имеют место три характерные зоны поведения конструкции:  $O_pO$ ;  $OO_T$  и  $O_TO_p$ . Если график, показанный на рис. 12.7, для центрального растяжения характеризовал деформированное состояние всего сечения конструкции, то график изгиба (рис. 12.8) описывается деформированное состояние только нижнего наиболее растянутого волокна сечения, рассматриваемого, как правило, на уровне напрягаемой арматуры.

Все другие зоны бетона изгибаемой конструкции показывают иные относительные деформации вплоть до относительных деформаций сжатия в верхней зоне сечения конструкции. Полная картина деформации конструкции должна описываться семейством кривых, обусловленных совместностью деформирования сечений конструкции.

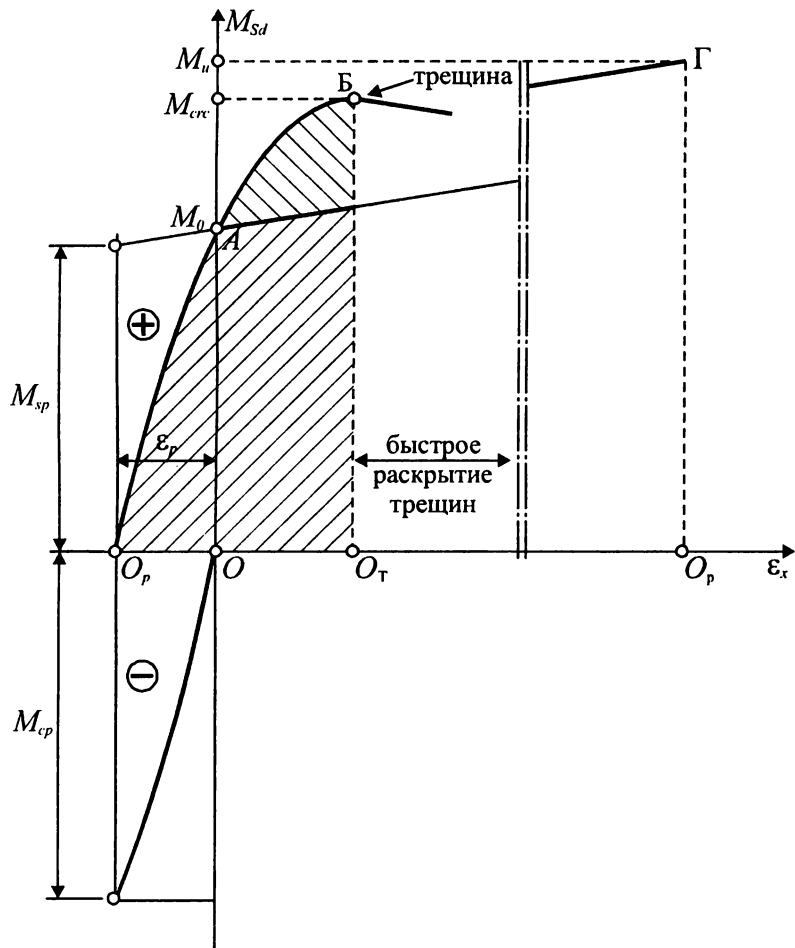
На рис. 12.9 показано изменение деформированного состояния нормального сечения, нормального к продольной оси предварительно напряженной конструкции при ступенчатом возрастании изгибающего момента.

Как следует из графиков, приведенных на рис. 12.9, пока относительные деформации бетона не превышают упругих, вращение эпюры распределения относительных деформаций происходит вокруг точки А, совпадающей с центральной осью сечения. По мере увеличения нагрузки начинают проявляться неупругие свойства материалов и нейтральная ось сечения смещается к наиболее сжатой грани. При этом влияние начального напряженно-деформированного состояния постепенно уменьшается и к моменту погашения сжатия в бетоне и появлению нулевых напряжений на уровне центра тяжести растянутой арматуры полностью исчезает эффект предварительного напряжения. После этого мы имеем дело с обычной железобетонной балкой, для которой применимы общеизвестные правила проектирования, рассмотренные ранее.

Познакомившись в общих чертах с основами сопротивления предварительно напряженных конструкций попытаемся сделать вывод о том, чем же они отличаются от традиционного железобетонных элементов. Здесь, на наш взгляд, уместно привести достаточно точную формулировку, представленную в монографии *И. Гийона* [22]: «*В железобетоне арматурная сталь выполняет пассивную роль: она не может воспрепятствовать разрушающему бетон действию нагрузки, но смягчает последствия этого образования трещин. В предварительно напряженном железобетоне арматура выполняет активную роль и инженер создает по собственному желанию силы, оказывающие противодействие усилиям от нагрузок, стремящихся вызвать разрушение конструкции*».

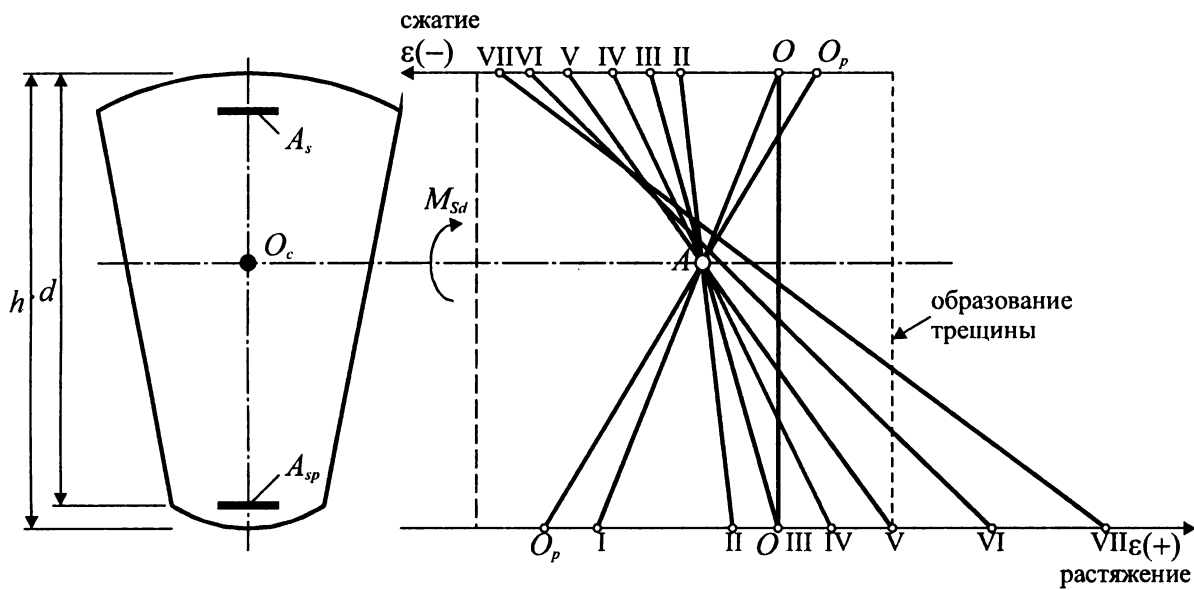
Как следствие, предварительное напряжение железобетонных конструкций позволяет получить следующие эффекты:

- снизить расход стали благодаря применению арматуры повышенной и высокой прочности при ее эффективном использовании;



**Рис. 12.8.**

График зависимости «изгибающий момент – продольная деформация бетона на уровне напрягаемой арматуры» предварительно напряженной конструкции при изгибе согласно [27]



**Рис. 12.9.**

Изменение деформированного состояния сечения изгибаемого предварительно напряженного элемента при ступенчатом возрастании изгибающего момента

O-O – начальное состояние (до передачи усилия обжатия);

O<sub>p</sub>-O<sub>p</sub> – состояние после передачи усилия обжатия;

I..VII – этапы приложения нагрузки.



Рис. 12.10.

К назначению величины предварительного напряжения арматуры

- увеличить сопротивление конструкции образованию трещин в бетоне (трещиностойкость) и ограничение их ширины раскрытия;
- повысить жесткость конструкции (или снизить ее деформативность), благодаря чему удастся перекрывать большие пролеты, возводить сверхвысокие сооружения;
- снизить собственный вес конструкции в результате уменьшения размеров сечений при применении бетонов повышенной прочности и, соответственно, расхода бетона, что в большинстве случаев приводит к снижению стоимости конструкций;
- повысить выносливость конструкции, работающих под воздействием многократно повторяющихся нагрузок;
- повысить устойчивость сжатых элементов.

### 12.5. Назначение величины предварительного напряжения в напрягаемой арматуре

В соответствии с нормативными документами [1, 6] общим требованием при назначении величины предварительного напряжения является создание такого натяжения арматуры, которое приводило бы к оптимальному напряженному состоянию бетона и арматуры в конструкции при ее работе в эксплуатационной стадии. При расчете предварительно напряженных элементов в расчете учитывается предварительное напряжение в арматуре  $\sigma_{m1}$  и  $\sigma'_{m1}$ , отвечающее такому состоянию конструкции, когда под действием усилия предварительного обжатия и внешних нагрузок напряжение в бетоне на уровне напрягаемой арматуры были равны нулю. Поэтому полные относительные деформации арматуры в предельном состоянии могут определяться как сумма начальных относительных деформаций, созданных на стадии предварительного натяжения (с учетом потерь) и приращения относительных деформаций растянутой зоны конструкции в предельном состоянии.

Нормы по проектированию железобетонных конструкций [1, 6] устанавливают следующие условия назначения величины предварительного напряжения для стержневой и проволочной арматуры

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{0,max} + p &\leq 0,9 f_{pk} \\ \sigma_{0,max} - p &\geq 0,3 f_{pk} \end{aligned} \right\} \quad (12.6a)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{0,max} + p &\leq 0,9 f_{pk} \\ \sigma_{0,max} - p &\geq 0,3 f_{pk} \end{aligned} \right\} \quad (12.6b)$$

где  $\sigma_{0,max}$  – начальное контролируемое предварительное напряжение арматуры;

$p$  – максимально допустимое отклонение значения предварительного напряжения, вызванное технологическими причинами;

$f_{pk}$  – нормативное сопротивление напрягаемой арматуры.

Верхний предел ( $0,9f_{pk}$ ) в условиях (12.6a) назначается исходя из требований, чтобы при натяжении относительные деформации арматуры не выходили в область больших неупругих относительных деформаций и не произошел бы ее разрыв. Нижний предел ( $0,3f_{pk}$ ) обеспечивает минимальный уровень предварительного напряжения с учетом проявления потерь (рис. 12.10). При этом величину предварительного напряжения  $\sigma_{0,max}$  назначают с учетом максимально допустимых отклонений, которые могут возникнуть по технологическим причинам в процессе натяжения. При механическом способе натяжения отклонение  $p$  принимают равным  $0,06\sigma_{0,max}$ , а при электротермическом или комбинированном – определяют в зависимости от длины стержня по формуле  $p = 30 + 360/l$  ( $l$  – расстояние между наружными гранями упоров в м, а  $p$  – в МПа). При автоматизированном натяжении арматуры значение числителя 360 заменяется на 90.



## 12.6. Потери предварительного напряжения в напрягаемой арматуре

### 12.6.1. Виды потерь предварительного напряжения

Усилие предварительного напряжения не остается постоянным во времени в результате потерь, начинающихся практически с момента натяжения арматурных элементов и развивающихся в течение всего периода эксплуатации конструкции. Интенсивность потерь предварительного напряжения является максимальной в начальный период после передачи усилия обжатия.

Можно условно выделить две группы потерь предварительного напряжения в зависимости от этапов его создания в конструкции:

**Группа А** – или *первые потери*, происходящие в процессе изготовления конструкции и обусловленные, главным образом, технологией натяжения арматурных элементов;

**Группа В** – или *вторые потери*, обусловленные, главным образом, с реологическими свойствами материалов, происходящие после передачи усилия обжатия и развивающиеся во времени в процессе эксплуатации конструкции.

В общем случае рассматривают два вида первых потерь, которые проявляются при изготовлении конструкции:

- потери, обусловленные трением:
  - а) потери от внутреннего трения в натяжных устройствах;
  - б) потери от трения в технологических захватах и обогibaющие приспособления;
  - в) потери от трения в бетонных каналах при натяжении арматуры на бетон;
- технологические потери при натяжении арматуры на упоры:
  - г) потери от проскальзывания арматуры в технологических захватах;
  - д) потери от частичной релаксации напрягаемой арматуры;
  - е) потери, вызванные температурными перепадами;
  - ж) потери, связанные с деформациями стальных форм или упоров.

Вторые потери, развивающиеся после передачи усилия обжатия:

- кратковременные потери:
  - з) потери от проскальзывания арматуры в анкерах (при натяжении на бетон);
  - и) потери, обусловленные упругими деформациями бетона;
  - к) потери от длительной релаксации напрягаемой арматуры;
  - л) потери от усадки бетона;
  - м) потери от ползучести бетона;
  - н) потери от длительных деформаций стыковых соединения (например, в предварительно напряженных конструкциях, составленных из отдельных блоков), обжатия бетона под витками спиральной арматуры.

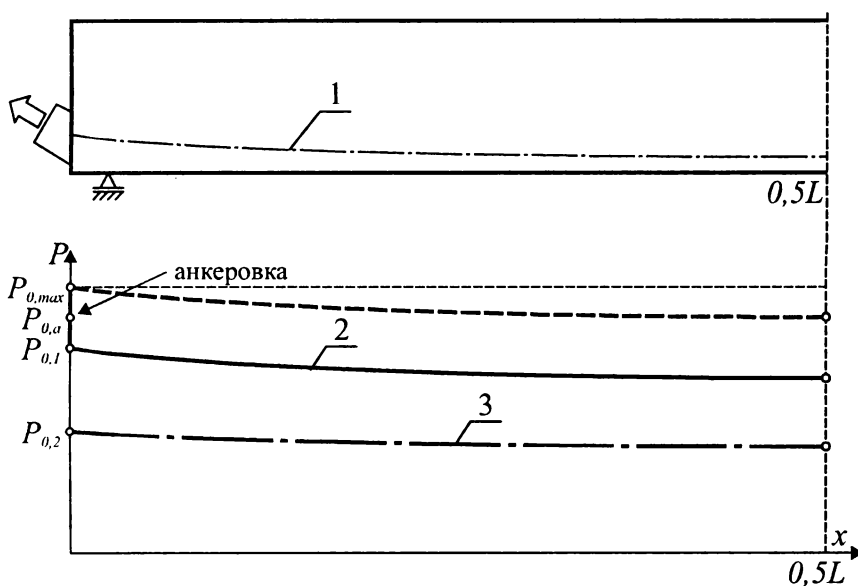


Рис. 12.11.

Изменение усилия предварительного напряжения при натяжении арматуры на бетон [36]

1 – напрягаемый стержень;

2 – распределение усилия предварительного напряжения в начальной фазе после передачи усилия обжатия;

3 – распределение усилия предварительного напряжения в процессе эксплуатации к моменту времени  $t$ .

Определение всех или большинства из перечисленных потерь предварительного напряжения на практике производят для того сечения конструкции, в котором оценка величины усилия предварительного обжатия имеет наиболее важное значение. Чаще всего это критические расчетные сечения, в которых проверяют прочность и трещиностойкость конструкции.

Как показывают экспериментальные исследования, в предварительно напряженных элементах, когда натяжение арматуры осуществляется на упоры, усилие предварительного напряжения практически не изменяется по длине элемента, за исключением зон, в которых происходит передача этого усилия на бетон. В конструкциях, для которых предварительное напряжение осуществляется на бетон, ситуация оказывается более сложной, так как наблюдается ощутимое изменение усилия в напрягаемой арматуре по длине элемента. Это является результатом проявления потерь предварительного напряжения, главным образом, от трения напрягаемой арматуры о стенки канала.

На рис. 12.11 приведены примерные эпюры изменения усилия в напрягаемой арматуре на участке между расчетным сечением в середине пролета и торцом свободно опертой балки, на котором установлены анкерные устройства.

На рис. 12.11 приняты обозначения:

$P_{0,max}$  – начальное усилие натяжения, контролируемое на измерительных устройствах (по величине удлинения арматуры) или по манометру домкрата (по величине давления). Это наибольшее (за исключением некоторого технологического превышения верхнего предела  $\sigma_{0,max}$ ) усилие, передаваемое на напрягаемые стержни. В случае последовательного натяжения стержней  $P_{0,max}$  представляется суммой усилий, возникающих при каждом натяжении и, поэтому, не полностью соответствует фактическому усилию обжатия. Это связано с тем, что в действительности в ранее натянутых стержнях уже начинают развиваться потери предварительного напряжения.

$P_{0,a}$  – усилие в напрягаемой арматуре в момент ее анкеровки.

$P_{0,1}$  – усилие в напрягаемой арматуре после передачи усилия обжатия в момент времени  $t$ .

$P_{0,2}$  – усилие в напрягаемой арматуре с учетом вторых потерь в эксплуатационной стадии ( $t > t_0$ ).

На рис. 12.12 приведена схема изменения усилия предварительного напряжения во времени для конструкций, в которых предварительное напряжение создано с натяжением арматуры на упоры (а) и с натяжением на бетона (б).

## 12.6.2. Определение потерь предварительного напряжения в напрягаемой арматуре

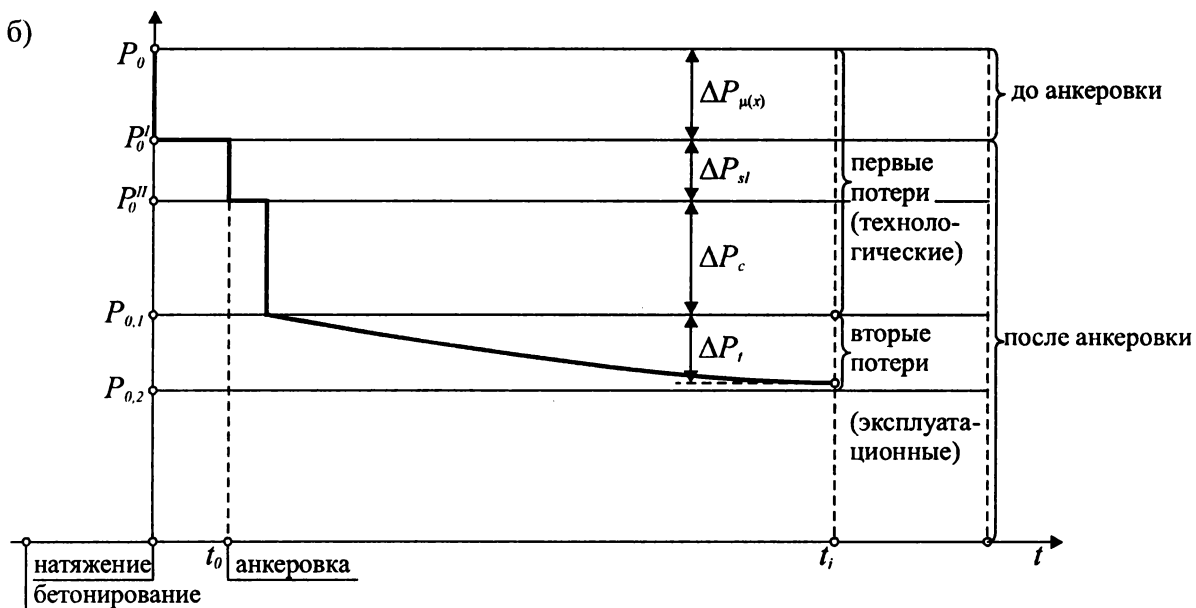
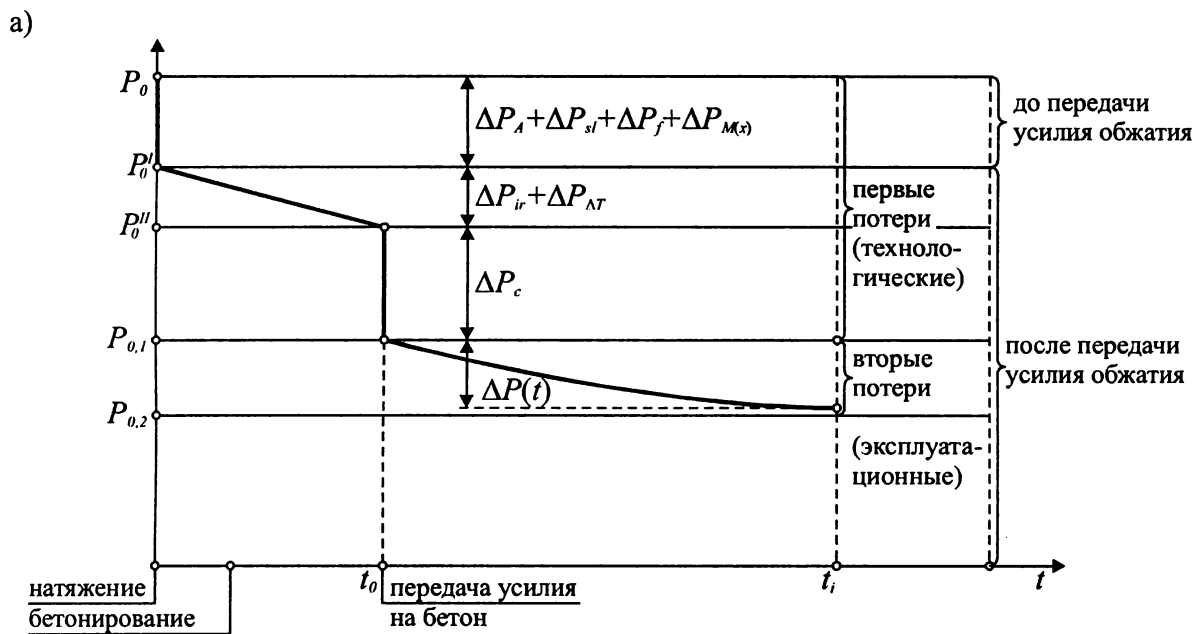
**12.6.2.1. Потери от внутреннего трения в натяжных устройствах.** Этот вид потерь обусловлен трением движущихся частей натяжных домкратов и других приспособлений о неподвижные части установки. В наиболее часто применяемых гидравлических домкратах они выражаются в разнице между усилием натяжения, определяемого как произведение величины давления масла на площадь поршня домкрата и эффективным усилием, контролируемым по удлинению напрягаемого арматурного стержня\*. Эта разница зависит, главным образом, от технического состояния домкрата и по опытным данным может составлять от 5 до 15 % в зависимости от давления масла, конструкции домкрата, а также условий выполнения работ (вид масла, температура, степень износа оборудования и т.д.). Для исключения этих потерь рекомендуется в процессе натяжения контролировать усилие предварительного напряжения по удлинению стержня, а контроль давления, даже при наличии точных тарифовочных таблиц, рассматривать как дополнительное мероприятие.

**12.6.2.2. Потери, вызванные трением арматуры о стенки каналов или о поверхность бетона конструкции.** Намеренный или случайный контакт напрягаемой арматуры с бетоном (в канале или по поверхности) или оболочкой, в которой располагают арматуру, приводит к появлению дополнительных усилий, вызванных трением и уменьшающих величину усилия предварительного напряжения. Это, прежде всего, относится к напрягаемой арматуре, располагаемой в узких каналах, имеющих сложную трассу продольной оси (изменяющих направление в процессе натяжения), а также при навивке арматуры на цилиндрические сооружения (см. рис. 12.13).

Усилие  $P_{0,max}$ , действующее в начале стержня, где он заанкерен, уменьшается из-за трения по длине напрягаемого элемента и на некотором расстоянии  $x$  составит  $P_x$  (рис. 12.14). В результате искривления трассы напрягаемой арматуры возникает давление на стенки каналов, которое составляет:

$$q_v(x) = P_x \frac{1}{r} \approx P_x \frac{d^2 e_v(x)}{dx^2}, \quad (12.7)$$

\* Далее по тексту под «напрягаемым арматурным стержнем» принято понимать проволочную, стержневую, канатную арматуру, а также напрягаемые элементы в системах предварительного напряжения.

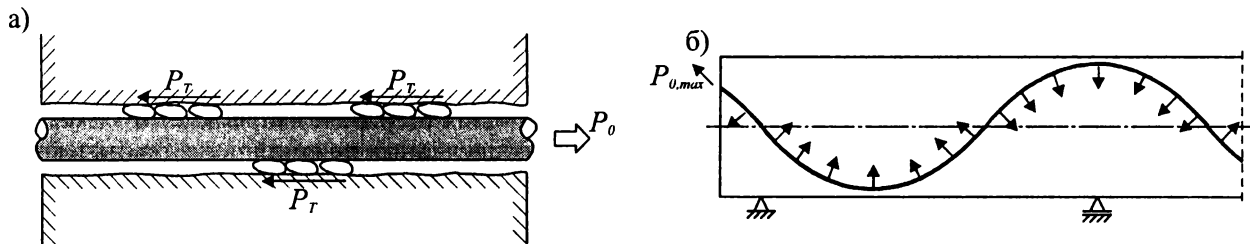


**Рис. 12.12.**

Изменение во времени усилия предварительного напряжения в арматуре [36]

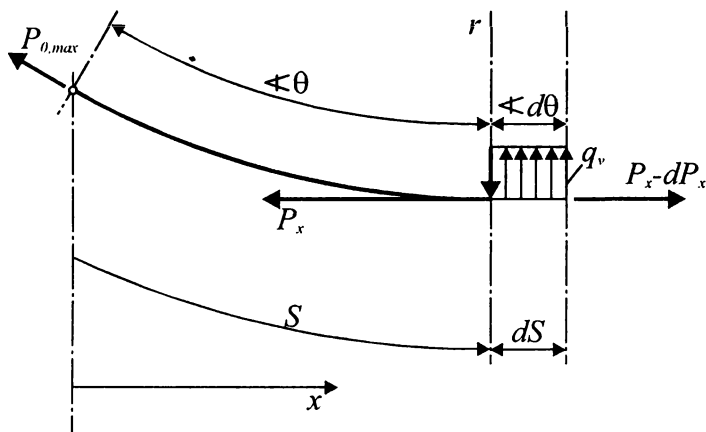
(а) – при натяжении на упоры;

(б) – при натяжении на бетон.



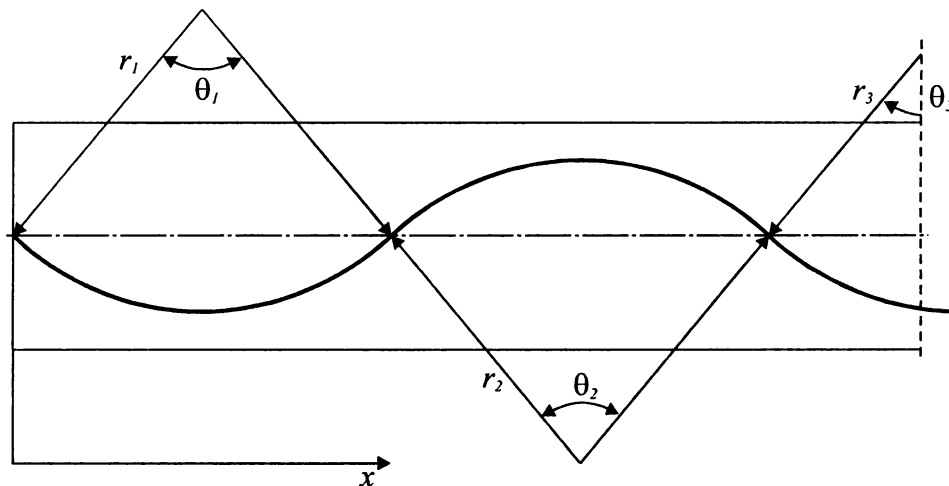
**Рис. 12.13.**

Потери усилия предварительного напряжения, вызванные трением арматуры в каналах (а) и при изменении трассы напрягаемого элемента (б) [35, 36]



**Рис. 12.14.**

К определению потерь усилия предварительного напряжения от трения при изменении трассы напрягаемого элемента



**Рис. 12.15.**

Схема к определению суммарного угла изменения трассы стержня при определении потерь предварительного напряжения от трения

где  $r$  – локальный радиус кривизны.

При постоянном значении коэффициента трения  $\mu$  давление  $q_v(x)$  вызывает на рассматриваемом элементарном участке длины  $dS = r \cdot d\theta$  потерю усилия:

$$-P_x = q_v(x) \cdot \mu \cdot dS = \mu \cdot P_x \cdot d\theta. \quad (12.8)$$

Решением дифференциального уравнения (12.8) при граничном условии  $P_x = P_{0,max}$  для  $\theta = 0$  получим

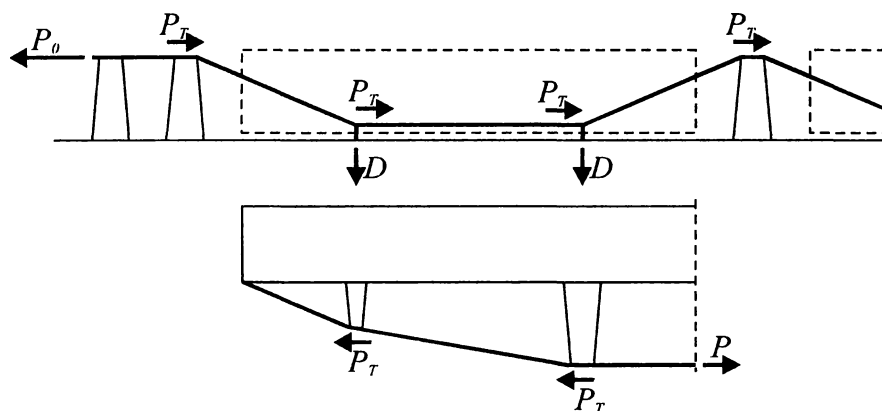
$$P_x = P_{0,max} \cdot \exp(-\mu \cdot \theta). \quad (12.9)$$

Угол  $\theta$  (в рад) в формуле (12.9) в общем случае представляет собой сумму углов  $\theta_i$  не только в вертикальной плоскости (рис. 12.15), но и в различных плоскостях, в которых располагается напрягаемый элемент:

$$\theta = \theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_n.$$

Вместе с тем, кроме потерь предварительного напряжения, обусловленных изменением трассы напрягаемого элемента на всей его длине (как на криволинейных, так и на прямолинейных участках), имеют место потери от трения о стенки каналов в виду их неизбежной шероховатости (неровность стенок каналов, взаимное заклинивание составляющих стержней напрягаемого элемента, загрязнение канала и т.д., см. рис. 12.13а). Если сумму этих случайных влияний представить в виде некоторого среднего удельного угла  $\alpha_j$ , то на участке длиной  $x$  появляется дополнительный угол искривления оси напрягаемого элемента  $\Delta\theta = \alpha_j \cdot x$ . Принимая упрощение, справедливое для плавно отгибаемых стержней, что длина напрягаемого элемента  $S$  равна длине проекции  $x$ , получаем:

$$P_x = P_{0,max} [-\mu(\theta + \alpha_j \cdot x)]. \quad (12.10)$$



**Рис. 12.16.**

Схемы, показывающие потери усилия предварительного напряжения за счет трения на огибающих приспособлениях [35]

Если произведение  $\alpha_l x$  заменить на усредненный коэффициент  $\omega$ , учитывающий влияние трения для конкретного вида напрягаемого элемента и технологических условий, тогда можно записать:

$$P_x = P_{0,max} \exp[-(\delta \cdot \theta + \omega \cdot x)], \quad (12.11)$$

а величину потерь усилия предварительного напряжения, вызванных трением в каналах и по поверхности бетона определить по формуле:

$$\Delta P_{\mu(x)} = P_{0,max} \{1 - \exp[-(\delta \cdot \theta + \omega \cdot x)]\}, \quad (12.12)$$

где  $\omega, \delta$  – коэффициенты, определяемые по табл. 12.1;

$x$  – длина участка от натяжного устройства до расчетного сечения, м;

$\theta$  – суммарный угол поворота трассы (оси) напрягаемой арматуры, рад (рис. 12.15);

$P_{0,max}$  – усилие обжатия без учета потерь.

Исходя из представленных выше выкладок, потери, вызванные трением напрягаемой арматуры об огибающие приспособления (рис. 12.16), при ее натяжении на упоры следует определять по формуле:

$$\Delta P_{\mu(x)} = P_{0,max} [1 - \exp(-\delta \cdot \theta)], \quad (12.13)$$

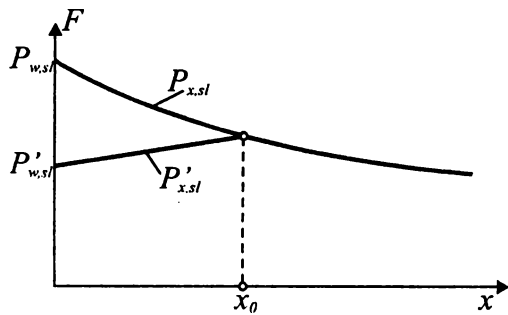
где  $\delta$  – коэффициент, принимаемый равным 0,25.

**Таблица 12.1.**

Значения коэффициентов  $\delta, \omega$  для определения потерь от трения арматуры

Канал или поверхность	$\omega$	$\delta$ , при арматуре в виде	
		пучков, канатов	стержней периодического профиля
1. Каналы:			
с металлической поверхностью	0,0030	0,35	0,40
с бетонной поверхностью, образованной жесткими каналопрообразователями	0	0,55	0,65
то же гибкими каналопрообразователями	0,015	0,55	0,65
2. Бетонная поверхность	0	0,55	0,65

**12.6.2.3. Потери, вызванные проскальзыванием напрягаемой арматуры в анкерных устройствах.** За момент анкеровки или передачи усилия предварительного напряжения принимают момент освобождения напрягаемых стержней из технологических анкеров, захватов (при натяжении на упоры) или снижение давления в рабочем цилиндре домкрата (при натяжении на бетон). В конструкциях с предварительным натяжением на упоры усилие обжатия передается с арматуры на бетон за счет сил сцепления и при обеспеченных конструктивных условиях проскальзывания стержней практически не наблюдается. При натяжении на бетон происходит, как правило, дополнительное самозанкеривание, связанное с втягиванием стержня вместе с анкером в анкерный блок и окончательное пластическое прижатие анкерного устройства по поверхности контакта. Величина проскальзывания  $a_p$  определяется опытным путем и зависит от типа анкера, состояния поверхности анкеруемого



**Рис. 12.17.**

К определению величины потерь усилия предварительного напряжения арматуры от проскальзывания в анкерных устройствах

стержня и анкерного устройства, а также от способа анкеровки (статический или динамический). Для наиболее распространенных типов анкеров величина проскальзывания составляет  $a_p = 3..8$  мм. Поэтому согласно требованиям норм [1, 6] при определении потерь от проскальзывания арматуры в анкерных устройствах рекомендуется принимать  $a_p \geq 5$  мм.

Потери усилия предварительного напряжения от проскальзывания в анкерных устройствах в общем случае не распределяются равномерно по длине стержня (исключение составляют элементы, в которых напрягаемая арматура располагается вне сечения, либо в очень широких каналах).

Фактором, ограничивающим область влияния скольжения в анкерных устройствах, является трение арматурного напрягаемого элемента о стенки каналов. При этом, как показывает практика, при втягивании стержня сопротивление, возникающее за счет трения, является большим, чем при начальном натяжении.

Область влияния проскальзывания или длина участка  $x_0$ , на котором наблюдается падение усилия предварительного напряжения показана на рис. 12.17. Усилие натяжения  $P_{0,sl}$  на анкерном устройстве будет снижаться до некоторой величины  $P'_{0,sl}$  при проскальзывании.

Величина проскальзывания  $a_p$  является, по существу, разницей удлинений напрягаемой арматуры на участке длиной  $x_0$  до и после проскальзывания ее в анкерном устройстве:

$$a_p = \int_0^{x_0} \varepsilon_{pwx} \cdot dx - \int_0^{x_0} \varepsilon'_{pwx} \cdot dx. \quad (12.14)$$

Для прямолинейных напрягаемых стержней принято, что коэффициенты трения одинаковы при натяжении и освобождении (отпуске) стержня ( $\mu_p = \bar{\mu}_p = \mu$ ). Тогда:

$$a_p = \frac{l}{E_s \cdot A_p} \left[ \int_0^{x_0} P_{0,sl} \cdot e^{-\mu x} \cdot dx - \int_0^{x_0} P'_{0,sl} \cdot e^{+\mu x} \cdot dx \right]. \quad (12.15)$$

Принимая, что  $e^{-\mu x} \approx 1 - \mu x$ ,  $e^{+\mu x} \approx 1 + \mu x$ , получаем:

$$a_p = \frac{x_0}{E_s \cdot A_p} \left[ P_{0,sl} \left( 1 - \frac{\mu x_0}{2} \right) - P'_{0,sl} \left( 1 + \frac{\mu x_0}{2} \right) \right]. \quad (12.16)$$

При  $x = x_0$  усилия  $P_{0w} = P'_{0w}$ , или:

$$P_{0,sl} \cdot e^{-\mu x_0} = P'_{0,sl} \cdot e^{+\mu x_0}. \quad (12.17)$$

Приближенное значение  $P'_{0w}$  составит:

$$P'_{0,sl} = P_{0,sl} \cdot e^{-\mu x} \approx P_{0,sl} (1 - 2\mu x_0). \quad (12.18)$$

Подставляя (12.18) в (12.16) получаем:

$$a_p \approx \frac{P_{0,sl} \cdot \mu x_0^2}{E_s \cdot A_p}. \quad (12.19)$$

Из формулы (12.16) можно получить приближенную формулу для определения длины участка  $x_0$  в случае натяжения прямолинейных стержней:

$$x_0 = \sqrt{\frac{a_p \cdot E_s \cdot A_p}{\mu \cdot k \cdot P_{0,sl}}}. \quad (12.20)$$

Выполняя аналогичные преобразования для случая преднапряжения криволинейными (огнутыми) стержнями в монографии [35, 36] получена следующая формула для определения длины участка  $x_0$ , включенная в нормы [1, 6]:

$$x_0 = \frac{r}{\mu} \ln \frac{I}{\sqrt{\frac{a_p \cdot \mu \cdot E_s \cdot A_p}{P_{0,sl} \cdot r}}}, \quad (12.21)$$

где  $P_{0,sl}$  – усилие предварительного натяжения с учетом потерь к моменту анкеровки;  
 $\mu$  – коэффициент трения напрягаемой арматуры о стенки канала, который следует принимать:

- при трении проволоки по металлической поверхности оболочки – 0,17;
- при трении пучков, канатов по металлической поверхности оболочки – 0,19;
- при трении гладких стержней по металлической поверхности оболочки – 0,35;
- то же для стержней периодического профиля – 0,65;
- при трении пучков, канатов по бетонной поверхности – 0,55;

$k$  – угол отклонения оси трассы напрягаемого стержня на единице длины  $0,005 < k < 0,01$  рад/м.

На длине участка  $x < x_0$  потери усилия предварительного натяжения составят:

$$\begin{aligned} \Delta P_{sl} &= P_{w,sl} \cdot e^{-\mu x} - P'_{w,sl} \cdot e^{+\mu x} = P_{w,sl} [(1 - \mu x) - (1 - 2\mu x_0)(1 + \mu x)] = \\ &= \frac{2a_p \cdot E_s \cdot A_p}{x_0^2} (x_0 - x + \mu \cdot x \cdot x_0) \end{aligned} \quad (12.22)$$

Учитывая, что произведение  $\mu \cdot x \cdot x_0$  представляет собой очень малую величину и его можно не учитывать, окончательно получаем:

$$\Delta P_{sl} = 2a_p \frac{(x_0 - x)}{x_0^2} E_s \cdot A_p, \quad (12.23)$$

где  $a_p$  – величина проскальзывания, определяемая опытным путем для соответствующего типа анкерного устройства; для анкеров стаканного типа, колодок с пробками следует принимать  $a_p \geq 5$  мм;

$x$  – длина участка от натяжного устройства до расчетного сечения; в случае, если  $x \geq x_0$ , следует принимать  $\Delta P_{sl} = 0$ .

**12.6.2.4. Потери в результате упругих деформаций бетона.** В момент передачи усилия предварительного напряжения на бетон происходит упругое обжатие последнего. В конструкциях, напрягаемых при натяжении арматуры на упоры, обжатие происходит при освобождении стержней с технологических захватов или при их обрезке. При натяжении арматуры на бетон упругое обжатие происходит в процессе создания предварительного напряжения.

В случае, когда предварительное напряжение в конструкциях с натяжением на бетон создают при помощи одного стержня, упругое обжатие происходит до анкеровки и не вызывает этого вида потерь. Если же последовательно осуществляют натяжение несколько стержней, то избежать потерь от упругого обжатия не удастся. Потери обусловлены тем, что каждый последующий напрягаемый стержень вызывает сокращение стержней, которые до этого уже были натянуты и заанкерены.

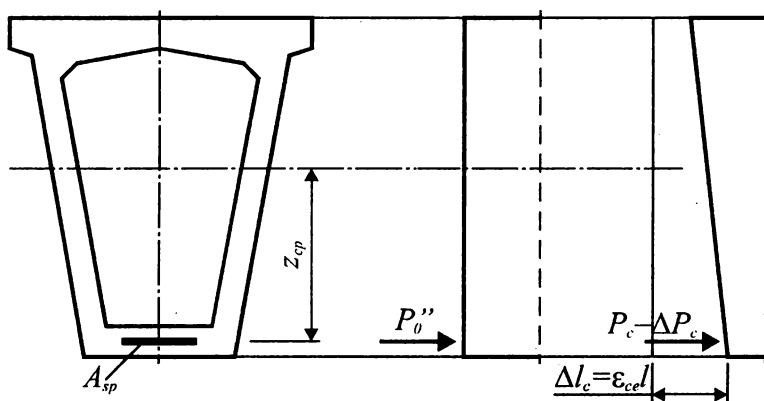
При проектировании чаще всего важно знать потери не в отдельных стержнях, а суммарное значение потерь  $\Delta P_c$ .

Независимо от распределения напрягаемой арматуры в сечении его заменяют некоторым условным стержнем, размещаемым в центре тяжести сечения напрягаемой арматуры (рис. 12.18).

Упругие относительные деформации бетона на уровне центра тяжести напрягаемой арматуры равны:

$$\varepsilon_{ce} = (P_0'' - \Delta P_c) \left( \frac{I}{E_{cm} \cdot A_c} + \frac{z_{cp}^2}{E_{cm} \cdot J_c} \right). \quad (12.24)$$

Одновременно происходит изменение деформации в напрягаемой арматуре:



**Рис. 12.18.**  
Упругие деформации бетона, вызванные усилием предварительного обжатия

$$\Delta \varepsilon_{sp} = \frac{\Delta P_c}{E_s \cdot A_p} \quad (12.25)$$

Учитывая, что  $\varepsilon_{ce} = \Delta \varepsilon_{sp}$  и обозначив  $\alpha = \frac{E_s}{E_{cm}}$ ;  $\rho_p = \frac{A_p}{A_c}$ , получаем для элементов, в которых предварительное напряжение выполняется на упоры:

$$\Delta P_c = \alpha \cdot \rho_p \left( 1 + z_{cp}^2 \frac{A_c}{J_c} \right) P_0''; \quad (12.26)$$

где  $P_0''$  – усилие предварительного напряжения арматуры с учетом потерь, реализованных к моменту обжатия бетона.

По результатам опытов величина потерь от упругого обжатия может составлять от 2 до 8 % в зависимости от степени предварительного напряжения и геометрии сечения элемента. При программировании натяжения эти потери могут быть достаточно просто исключены путем некоторой технологической «перетяжки» (до 10 %) стержней сверх назначенного начального контролируемого напряжения  $\sigma_{0,max}$ . Кроме того, следует выполнять корректировку, учитывающую положение напрягаемых стержней в сечении: стержни, лежащие ниже центра тяжести сечения, получают несколько большие потери и их необходимо дополнительно «перетянуть» (на 1..2 %).

Для определения потерь от упругого обжатия бетона в конструкциях с натяжением арматуры на бетон пользуются приближенной формулой вида:

$$\Delta P_c = \frac{n-1}{2n} \alpha \cdot \rho_p \left( 1 + z_{cp}^2 \frac{A_c}{J_c} \right) P_0'', \quad (12.27)$$

где  $n$  – количество стержней или групп стержней, напрягаемых не одновременно.

Потери предварительного напряжения, вызванные упругим обжатием бетона в конструкциях с натяжением арматуры на бетон составляют от 1 до 4 %. Исключить эти потери можно при правильном назначении последовательности натяжения – наибольшую «перетяжку» должны испытывать стержни, напрягаемые первыми, а последние в ней не нуждаются вовсе.

**12.6.2.5. Потери от релаксации стали.** Под релаксацией принято понимать снижение напряжений в арматуре при постоянной величине деформации. Релаксация обусловлена структурными изменениями, происходящими в металле, и зависит, главным образом, от уровня предварительного напряжения ( $\sigma_{0,max}/f_{pk}$ ). Для определения потерь от релаксации пользуются эмпирическими формулами:

- при механическом способе натяжения:
  - а) проволочной

$$\Delta P_{ir} = \left( 0.22 \frac{\sigma_{0,max}}{f_{pk}} - 0.1 \right) \sigma_{0,max} A_p \quad (12.28)$$

- б) стержневой



$$\Delta P_{ir} = (0.1\sigma_{0,max} - 20)A_p \quad (12.29)$$

- при электротермическом или электротермомеханическом способах натяжения:  
а) проволочной

$$\Delta P_{ir} = 0.05\sigma_{0,max}A_p \quad (12.30)$$

- б) стержневой

$$\Delta P_{ir} = 0.03\sigma_{0,max}A_p \quad (12.31)$$

Если потери предварительного напряжения, определенные по формулам (12.28), (12.29), окажутся отрицательными, их следует принимать равными нулю.

Допускается определять потери от релаксации напряжений арматуры на стадии изготовления конструкции в зависимости от ее релаксационного класса и начального уровня натяжения по табл. 12.2 и 12.3.

**Таблица 12.2.**

Максимальные потери начальных напряжений в арматуре (после выдержки в течение 1000 часов и  $t = 20^\circ\text{C}$ )

в %

Показатель	Релаксационный класс арматуры	Тип арматуры	Уровень предварительного напряжения арматуры		
			$\sigma_{p,0} / f_{pk}$		
			0,6	0,7	0,8
Максимальные потери начальных напряжений в (%) после 1000 часов выдержки при $t = 20^\circ\text{C}$	1	проволока, канаты	4,5	8,0	12,0
	2		1,0	2,5	4,5
	3	стержни	1,5	4,0	7,0

**Таблица 12.3.**

Потери предварительного напряжения от релаксации на стадии изготовления конструкции

Время, в час.	1	5	20	100	200	500	1000
Потери от релаксации в (%) от потерь, установленных после 1000 часов выдержки при $t = 20^\circ\text{C}$ (для соответствующего релаксационного класса)	40	60	70	85	90	95	100

**12.6.2.6. Потери от температурного перепада**, определяемого как разность температур напрягаемой арматуры в зоне нагрева и устройства, воспринимающего усилие натяжения, нормы [1, 6] рекомендуют рассчитывать по эмпирическим формулам:

- для бетонов классов от  $\text{C}^{12/15}$  до  $\text{C}^{30/37}$

$$\Delta P_{\Delta T} = 1.25 \cdot \Delta T \cdot A_p \quad (12.32)$$

- для бетонов классов  $\text{C}^{35/45}$  и выше

$$\Delta P_{\Delta T} = 1.0 \cdot \Delta T \cdot A_p \quad (12.33)$$

В формулах (12.32) и (12.33)  $\Delta T$  – разность между температурой нагреваемой арматуры и неподвижных упоров (вне зоны прогрева), воспринимающих усилие натяжения ( $^\circ\text{C}$ ). При отсутствии точных данных о технологии изготовления конструкции допускается принимать  $\Delta T = 65^\circ\text{C}$ .

**12.6.2.7. Потери от деформации анкеров**, расположенных в зоне натяжных устройств при натяжении на упоры, следует рассчитывать по формуле:

$$\Delta P_A = \left( \frac{\Delta l}{l} \right) E_s A_p, \quad (12.34)$$

где  $l$  – длина напрягаемого стержня (расстояние между наружными гранями упоров стенда или формы), мм;

$\Delta l$  – обжатие опрессованных шайб, смятие высаженных головок и т.п., принимаемое равным 2 мм; смещение стержней в инвентарных зажимах, определяемое по формуле:

$$\Delta l = 1,25 + 0,15\varnothing,$$

здесь  $\varnothing$  – диаметр, натягиваемого стержня, мм;  
 $l$  – длина натягиваемого стержня.

**12.6.2.8. Потери, вызванные деформациями стальной формы** при закреплении на ее упорах напрягаемой арматуры, следует определять по формуле:

$$\Delta P_f = \eta \frac{\Delta l}{l} E_s A_p \quad (12.35)$$

где  $\eta$  – коэффициент, определяемый по формулам:

– при натяжении арматуры домкратом

$$\eta = \frac{n-1}{2n}$$

– при натяжении арматуры намоточной машиной электромеханическим способом (50 % усилия создается грузом):

$$\eta = \frac{n-1}{4n}$$

здесь  $n$  – число групп стержней, напрягаемых не одновременно;

$\Delta l$  – сближение упоров по линии действия усилия  $P_0$ , определяемое из расчета деформации формы;

$l$  – расстояние между наружными гранями упоров.

**12.6.2.9. Потери, вызванные усадкой, ползучестью бетона и длительной релаксацией арматуры.** Определение потерь от длительных процессов в соответствии с нормами [1, 6] в общем случае базируется на предпосылке о равенстве относительных деформаций напрягаемой арматуры, установленной в сечении и относительных деформаций укорочения бетона к некоторому произвольному моменту времени  $t > t_0$ . При этом изменения усилий в арматуре и бетоне выражаются следующим образом:

– снижение усилия предварительного напряжения в напрягаемой арматуре:

$$\Delta P_p(t, t_0) = \Delta \sigma_{p,c+s+r}(t, t_0) A_{sp}; \quad (12.36)$$

– усилие в ненапрягаемой арматуре, обусловленное усадкой и ползучестью бетона:

$$\Delta P_{ps}(t, t_0) = \Delta \sigma_s(t, t_0) A_s; \quad (12.37)$$

– снижение усилия обжатия в бетоне:

$$\Delta P_c(t, t_0) = -[A_p \cdot \Delta \sigma_{p,c+s+r}(t, t_0) + A_s \cdot \sigma_s(t, t_0)]. \quad (12.38)$$

С учетом принятой предпосылки о равенстве относительных деформаций можно записать:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \sigma_s(t, t_0)}{E_s} &= \frac{\Delta \sigma_{p,c+s+r}(t, t_0) - \Delta \sigma_{p,r}(t, t_0)}{E_s} = \\ &= \varepsilon_s(t, t_0) + \frac{\sigma_c(t, t_0) \Phi(t, t_0)}{E_c(t, t_0)} + \frac{\Delta P_c(t, t_0)}{E_{c,eff}(t, t_0)} \left[ \frac{1}{A_c} + \frac{z_{cp}^2}{J_c} \right] \end{aligned} \quad (12.39)$$

Обозначим  $\alpha_p = \frac{E_s}{E_c(t_0)}$  и, записывая, что  $E_{c,eff} = \frac{E_c(t_0)}{1 + \Phi(t, t_0) \chi(t, t_0)}$  (при  $\chi(t, t_0) = 0,8$ , получаем:

чаем:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_s(t, t_0) &= \\ &= \varepsilon_{cs}(t, t_0) E_s + \alpha_p \cdot \sigma_c(t_0) \Phi(t, t_0) + \frac{\alpha_p \cdot \Delta P_c(t, t_0) \left( 1 + \frac{z_{cp}^2}{i^2} \right) [1 + 0,8 \Phi(t, t_0)]}{A_c} \end{aligned} \quad (12.40)$$

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r}(t,t_0) - \Delta\sigma_{p,r}(t,t_0) = \alpha_p \cdot \Delta P_c(t,t_0) \left(1 + \frac{z_{cp}^2}{i^2}\right) [1 + 0,8\Phi(t,t_0)] + \varepsilon_{cs}(t,t_0)E_s + \alpha_p \cdot \sigma_c(t,t_0)\Phi(t,t_0) + \frac{\alpha_p \cdot \Delta P_c(t,t_0) \left(1 + \frac{z_{cp}^2}{i^2}\right) [1 + 0,8\Phi(t,t_0)]}{A_c} \quad (12.41)$$

Умножая (12.40) на  $A_s$ , а выражение (12.41) на  $A_p$ , и, затем, складывая, получаем:

$$\Delta P_c(t,t_0) = \frac{\alpha_p \cdot \sigma_c(t_0)\Phi(t,t_0)(A_s + A_p) + \varepsilon_{cs}(t,t_0)E_s(A_s + A_p) + \Delta\sigma_{pr}(t,t_0)A_{sp}}{1 + \alpha_p \left(\frac{A_s + A_p}{A_c}\right) \left(1 + \frac{z_{cp}^2}{i^2}\right) [1 + 0,8\Phi(t,t_0)]} \quad (12.42)$$

где  $\sigma_c(t_0)$  – напряжения в бетоне на уровне центра тяжести активного и пассивного армирования (всей арматуры в сечении) к моменту времени  $t_0$ ;

Принимая, что  $\sigma_c(t_0) = \sigma_{cp} + \sigma_{cp,0}$  и преобразуя формулу (12.42), получаем окончательно:

$$\Delta P_c(t,t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t,t_0)E_s(A_s + A_p) + \Delta\sigma_{pr}(t,t_0)A_p + \alpha_p \cdot \Phi(t,t_0)(\sigma_{cp} + \sigma_{cp,0})(A_s + A_p)}{1 + \alpha_p \left(\frac{A_s + A_p}{A_c}\right) \left(1 + \frac{A_c}{J_c} z_{cp}^2\right) [1 + 0,8\Phi(t,t_0)]} \quad (12.43)$$

где  $\varepsilon_{cs}(t,t_0)$  – ожидаемые относительные деформации усадки бетона к моменту времени  $t$ , определяемые в соответствии с указаниями главы 4;

$\Phi(t,t_0)$  – коэффициент ползучести бетона за период времени от  $t_0$  до  $t$ , определяемый в соответствии с указаниями главы 4;

$\sigma_{cp}$  – напряжения в бетоне на уровне центра тяжести напрягаемой арматуры от постоянных нагрузок, включая собственный вес;

$\sigma_{cp,0}$  – начальное напряжение в бетоне на уровне центра тяжести напрягаемой арматуры от действия усилия предварительного обжатия (с учетом первых потерь  $t = t_0$ );

$\Delta\sigma_{pr}$  – изменение напряжений в напрягаемой арматуре в расчетном сечении, вызванные релаксацией арматурной стали. Допускается определять по табл. 12.2 и 12.3 в зависимости от уровня напряжений  $\sigma_p/f_{pk}$ , принимая  $\sigma_p = \sigma_{pg0}$ ;  $\sigma_{pg0}$  – напряжения в арматуре, вызванные натяжением (с учетом первых потерь в  $t = t_0$ ) и от действия практически постоянной комбинации нагрузок;

$\alpha_p = E_s/E_{cm}$ ,  $E_s$  – модуль упругости напрягаемой арматуры;

$A_c, J_c$  – соответственно площадь и момент инерции бетонного сечения;

$z_{cp}$  – расстояние между центрами тяжести бетонного сечения и напрягаемой арматуры.

В формуле (12.43) сжимающие напряжения и соответствующие относительные деформации следует принимать с противоположным знаком.

**12.6.2.10. Потери от смятия бетона** под витками спиральной или кольцевой арматуры, напрягаемой на бетон, при диаметре конструкции до 3 м следует определять по формуле:

$$\Delta P_{sp} = (70 - 0,22D_{ext})A_{sp} \quad (12.44)$$

где  $D_{ext}$  – наружный диаметр конструкции, см.

**12.6.2.11. Потери, вызванные деформациями обжатия стыков** между блоками для конструкций, состоящих из отдельных блоков следует определять по формуле:

$$\Delta P_{ob} = \frac{n \cdot \Delta l}{l} E_s \cdot A_p \quad (12.45)$$

где  $n$  – количество швов конструкции оснастки по длине напрягаемой арматуры;

$\Delta l$  – обжатие стыков, применяемое равным: 0,3 мм – для стыков, заполненных бетоном, 0,5 мм – при стыковании насухо;

$l$  – длина напрягаемой арматуры, мм.

При расчете элементов, выполненных из напрягающего бетона (самонапряженных элементов), учитываются только потери предварительного напряжения от усадки и ползучести бетона. Параметры усадки и ползучести для напрягающего бетона допускается принимать в соответствии с требованиями, изложенными в главе 4.

Для самонапряженных конструкций, эксплуатирующихся во влажных условиях, потери от усадки не учитываются.

Потери предварительного напряжения следует определять и учитывать в порядке их проявления в соответствии со схемами, показанными на рис. 12.12 а и б. При этом усилие предварительного обжатия  $P_{m,0}$  к моменту времени  $t = t_0$ , действующие после передачи предварительного обжатия на конструкцию (при натяжении арматуры на упоры) или после завершения натяжения (при натяжении арматуры на бетон) должно быть не более:

$$P_{m,0} \leq 0,75 f_{pk} \cdot A_p. \quad (12.46)$$

Величина усилия предварительного напряжения  $P_{m,0}$  определяется по формулам:

– при натяжении на упоры:

$$P_{m,0} = P_0 - \Delta P_c - \Delta P_{ir} - \Delta P_{\mu(x)} - \Delta P_T - \Delta P_A - \Delta P_c(t) - \Delta P_{st}; \quad (12.47)$$

– при натяжении на бетон:

$$P_{m,0} = P_0 - \Delta P_c - \Delta P_{ir} - \Delta P_{\mu(x)} - P_{st}. \quad (12.48)$$

Среднее значение усилия предварительного напряжения  $P_{m,t}$  в момент времени  $t > t_0$  (с учетом всех потерь) следует определять по формуле:

– при натяжении арматуры на упоры

$$P_{m,t} = P_{m,0} - \Delta P_t(t); \quad (12.49)$$

– при натяжении на бетон

$$P_{m,t} = P_{m,0} - \Delta P_t(t) - \Delta P_{sp} - \Delta P_{ob}, \quad (12.50)$$

но принимать не большим, чем это установлено условиями

$$P_{m,t} \leq 0,65 f_{pk} A_p \text{ и } P_{m,t} \leq P_0 - 100 A_p, \quad (12.51)$$

где  $P_{m,t}$  и  $P_0$  в Н,  $A_p$  в мм<sup>2</sup>.

## 12.7. Усилие предварительного обжатия

В соответствии с требованиями норм [1, 6] при расчете предварительно напряженной конструкции по предельным состояниям первой и второй групп следует принимать усилия предварительного обжатия, соответствующее рассматриваемой расчетной ситуации (начальная, постоянная).

При расчете по предельным состояниям первой группы

$$P_d = \gamma_p \cdot P_{m,t} \quad (12.52)$$

При расчете по предельным состояниям второй группы следует рассматривать следующие нормативные значения усилия предварительного обжатия

$$P_{k,sup} = r_{sup} \cdot P_{m,t} \quad (12.53)$$

$$P_{k,inf} = r_{inf} \cdot P_{m,t} \quad (12.54)$$

В формулах (12.52).. (12.54) приняты следующие обозначения:

$P_d$  – расчетное значение усилия предварительного обжатия.

$r_{sup}$  – коэффициент, определяющий верхний предел значения усилия предварительного обжатия при расчетах по предельным состояниям второй группы, принимаемый равным 1,05 для конструкций с натяжением арматуры на бетон и без сцепления с бетоном, 1,1 – при натяжении на упоры;

$r_{inf}$  – коэффициент, определяющий нижний предел значения усилия предварительного обжатия при расчетах по предельным состояниям второй группы, принимаемый равным 0,95 для конструкций с натяжением арматуры на бетон и без сцепления, 0,9 – при натяжении на упоры;

$\gamma_p$  – частный коэффициент безопасности для усилия предварительного обжатия, принимаемый равным:

- при благоприятных эффектах, создаваемых предварительным напряжением (например, повышение устойчивости) – 0,9 или 1,0;
- то же при неблагоприятных эффектах (например, расчет прочности конструкции в момент передачи усилия обжатия) – 1,2 или 1,0.

Допускается принимать  $\gamma_p = 1,0$ .

Коэффициент безопасности  $\gamma_p$  в формуле (12.52) обеспечивает необходимую надежность предварительного напряжения и играет роль фактора запаса, аналогично как это сделано при назначении расчетных характеристик материалов. Значение коэффициента  $\gamma_p$  принимается в зависимости от того, способствует ли оно улучшению сопротивления конструкции, или наоборот. В первом случае предварительное напряжение для гарантии безопасности следует вводить в расчет с коэффициентом  $\gamma_p$  меньшим единицы, а во втором – увеличивать предварительное напряжение с помощью коэффициента  $\gamma_p$  большего единицы.

Например, при расчете прочности конструкции от действия внешних нагрузок усилие предварительного напряжения в арматуре, расположенной в растянутой зоне, повышает трещиностойкость и жесткость сечения, поэтому его надо учитывать с коэффициентом  $\gamma_p$ , меньшим единицы, а в арматуре, расположенной в сжатой зоне, снижает прочность сечения, поэтому его надо вводить с коэффициентом  $\gamma_p$ , большим единицы. В расчете прочности конструкции при действии усилия предварительного обжатия оказывается, что чем выше уровень предварительного напряжения, тем опаснее для конструкции, поэтому в расчетах следует использовать  $\gamma_p > 1$ .

### 12.8. Нормальные напряжения в бетоне при обжатии

Нормальные напряжения  $\sigma_x$  в бетоне следует рассчитывать как для линейно-упругого материала, принимая соответствующие знаки при  $N_{sd}$ ,  $N_{pd}$ ,  $N_{sd}$ ,  $e_0$ ,  $z_{cp}$  и  $y$  по формуле

$$\sigma_x = \sigma_{cN} + \sigma_{cNp} \quad (12.55)$$

в которой

$$\sigma_{cN} = \frac{N_{sd}}{A_c} + \frac{(N_{sd} \cdot e_0 - M_{sd}) \cdot y}{J_c} \quad (12.56)$$

$$\sigma_{cNp} = \frac{N_{pd}}{A_c} + \frac{N_{pd} \cdot z_{cp} \cdot y}{J_c} \quad (12.57)$$

где  $N_{sd}$  и  $M_{sd}$  – осевая продольная сила и изгибающий момент от соответствующей комбинации внешних нагрузок;

$N_{pd}$  – осевое усилие от предварительного напряжения арматуры, значение которого принимается в зависимости от расчетной ситуации;

$e_0$  – эксцентриситет усилия  $N_{sd}$  относительно центра тяжести бетонного сечения;

$z_{cp}$  – расстояние от точки приложения обжимающей силы  $N_{pd}$  до центра тяжести бетонного сечения;

$y$  – расстояние от рассматриваемого волокна до центра тяжести бетонного сечения.

Значение усилия  $N_{pd}$  следует принимать:

- при расчете потерь предварительного напряжения на стадии эксплуатации –  $N_{pd} = P_{mi}$ ;
- при расчетах конструкций по второй группе предельных состояний –  $N_{pd} = P_{k, sup}$  и  $P_{k, inf}$ .

При обеспеченном сцеплении арматуры с бетоном (в том числе после инъектирования каналов) площадь сечения  $A_c$  и его момент инерции  $J_c$  в формулах (12.26), (12.27), (12.43), (12.56) и (12.57) следует определять с учетом площади арматуры (с коэффициентом приведения  $\alpha = E_s/E_{cm}$ ) и учитывая ослабления сечения каналами.

### 12.9. Определение основных параметров самоупреждения при физико-химическом способе предварительного напряжения конструкций

Физико-химический способ предварительного напряжения (самоупреждения) основан на применении для изготовления конструкции напрягающего бетона. В отличие от традиционных бетонов на основе портландцементного вяжущего, напрягающие бетоны претерпевают в процессе твердения наперед заданное объемное расширение. При этом бетоны, изготовленные на напрягающем цементе, имеют механизм т.н. «твердофазового» расширения, когда увеличение объема происходит при некоторой начальной прочности бетона ( $f'_c = 7,5..10$  МПа), достаточной для обеспечения сцепления с арматурой, расположенной в конструкции.

В армированном элементе при обеспеченном сцеплении арматуры и бетона деформациям расширения (источником которого является гидросульфат алюминат кальция, образующийся в процессе гидратации вяжущего) препятствует арматура. В результате совместного деформирования с бетоном арматура оказывается растянутой и, стремясь возвратиться в исходное состояние, обжи-

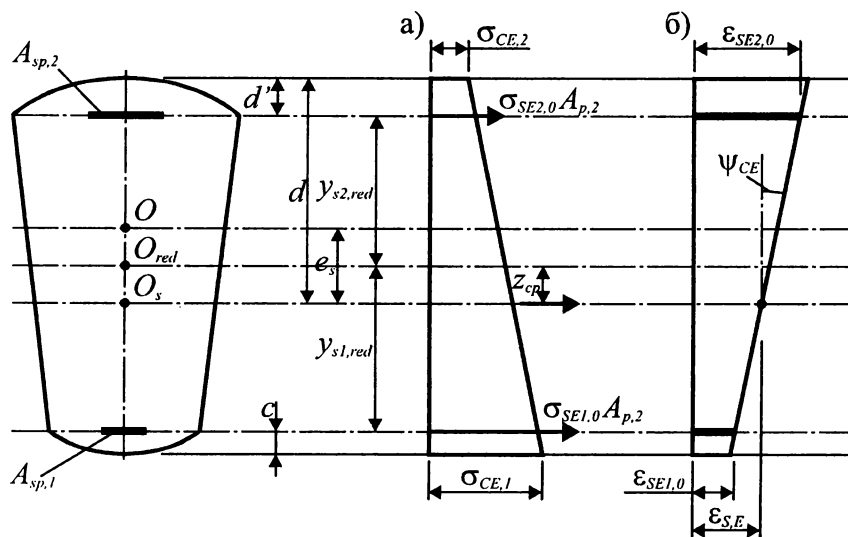


Рис. 12.19.

Схемы распределения напряжений (а) и продольных деформаций (б) по высоте сечения элемента из напрягающего бетона к моменту стабилизации расширения

мает конструкцию. Экспериментально-теоретические основы предварительного напряжения конструкций с применением напрягающего бетона подробно рассмотрены в монографии [33].

Растягивающие напряжения в продольной арматуре на стадии расширения напрягающего бетона определяются исходя из величины ее связанной деформации:

$$\sigma_{s,CEi,0} = \varepsilon_{s,CEi,0} \cdot E_s, \quad (12.58)$$

где  $\varepsilon_{s,CEi,0}$  – относительные деформации «i-го» стержня арматуры к моменту стабилизации расширения напрягающего бетона, определяемые по формуле:

$$\varepsilon_{s,CEi,0} = \varepsilon_{s,CE} \pm \psi_{CE} \cdot y_{s,i}, \quad (12.59)$$

здесь  $y_{s,i}$  – расстояние от центра тяжести всей арматуры в сечении до рассматриваемого стержня;

$\varepsilon_{s,CE}$  – относительная деформация на уровне центра тяжести всей продольной арматуры в сечении, ограничивающей деформации, определяемая по эмпирической формуле:

$$\varepsilon_{s,CE} = \frac{1}{\rho_l \cdot E_s} f_{CE,d} \cdot k_s \cdot k_p \cdot k_e \cdot k_w. \quad (12.60)$$

В формуле (12.60):

$\rho_l$  – коэффициент армирования сечения, определяемый по формуле

$$\rho_l = \frac{\sum_{i=1}^n A_{p,i}}{A_{CE}}; \quad (12.61)$$

$f_{CE,d}$  – расчетное самоупреждение, определяемое в зависимости от марки по самоупреждению напрягающего бетона по табл. 12.4;

$k_p$  – коэффициент, учитывающий ограничивающее влияние продольного армирования на деформации расширения напрягающего бетона, и определяемый по формуле

$$k_p = \sqrt{\frac{1,57 \rho_l}{0,0057 + \rho_l}}; \quad (12.62)$$

$k_s$  – коэффициент, учитывающий расположение ограничивающей арматуры, и принимаемый равным:

- при одноосном ограничении – 1,0;
- при двухосном ограничении – 1,2;
- при трехосном ограничении – 1,5;

$k_e$  – коэффициент, учитывающий влияние эксцентриситета ограничивающего армирования  $e_s$  (расстояния между центром тяжести всей арматуры в сечении и центром тяжести бетонного сечения), определяемый по формуле

$$k_e = 1 - 1,25 \left( \frac{e_s}{d} \right); \quad (12.63)$$

$\Psi_{CE}$  – кривизна самонапряженного элемента к моменту стабилизации расширения напрягающего бетона, определяемая по формуле

$$\Psi_{CE} = \left( \frac{l}{r} \right)_{CE} = \frac{f_{CE,d} \cdot k_p \cdot k_s}{\rho_l \cdot E_s \cdot h} \delta_2 \left( \frac{e_s}{d} \right); \quad (12.64)$$

здесь  $h$  – полная высота сечения самонапряженного элемента;

$d$  – расстояние от верхней (наиболее удаленной) грани сечения до центра тяжести всей арматуры в сечении;

$\delta_2$  – эмпирический коэффициент, принимаемый равным 4,9;

$k_w$  – коэффициент, учитывающий влияние начальной прочности бетона к моменту начала увлажнения ( $f_{CE,ko}$ ), определяемый по формуле

$$k_w = (0,1 f_{CE,ko})^{-0,8}. \quad (12.65)$$

**Таблица 12.4.**

Нормативные и расчетные самонапряжения напрягающего бетона

Марка бетона по самонапряжению <sup>*)</sup>	S <sub>p</sub> 0,6	S <sub>p</sub> 0,8	S <sub>p</sub> 1,0	S <sub>p</sub> 1,2	S <sub>p</sub> 1,5	S <sub>p</sub> 2,0	S <sub>p</sub> 2,5	S <sub>p</sub> 3,0	S <sub>p</sub> 4,0
Среднее самонапряжение бетона $f_{CE,m}$ , МПа	0,6	0,8	1,0	1,2	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0
Расчетное самонапряжение бетона $f_{CE,d}$ , МПа	0,48	0,64	0,80	0,96	1,20	1,60	2,00	2,40	3,20

<sup>\*)</sup> Марка напрягающего бетона по самонапряжению – значение максимального напряжения сжатия в бетоне (МПа), создаваемого в результате его расширения при коэффициенте осевого продольного армирования  $\rho_l = 0,01$  и контролируемая в соответствии со стандартными методиками [33]

При расчете самонапряженной конструкции по предельным состояниям первой и второй группы следует учитывать усилия предварительного напряжения (самонапряжения), соответствующие рассматриваемой расчетной ситуации, определяемые как:

– среднее усилие обжатия (самонапряжения):

$$P_{m,CE} = P_{0,CE} - \Delta P(t); \quad (12.66)$$

– при расчете по предельным состояниям второй группы усилие предварительного обжатия (самонапряжения):

$$P_{k,sup} = r_{sup} \cdot P_{m,CE}; \quad (12.67a)$$

$$P_{k,inf} = r_{inf} \cdot P_{m,CE}; \quad (12.67b)$$

– при расчете по предельным состояниям первой группы:

$$P_d = \gamma_d \cdot P_{m,CE}. \quad (12.68)$$

В формуле (12.66):

$P_{0,CE}$  – начальное усилие предварительного напряжения (самонапряжения) к моменту стабилизации расширения напрягающего бетона;

$\Delta P(t)$  – потери самонапряжения к моменту времени  $t$ , определяемые в соответствии с положениями, изложенными в п. 12.6.2.9.

Усилие предварительного обжатия (самонапряжения)  $P_{0,CE}$  и его эксцентриситет  $z_{cp}$  относительно центра тяжести приведенного сечения (см. рис. 12.19) определяют по формулам:

$$P_{0,CE} = \sum_{i=1}^n \sigma_{s,CEi,0} \cdot A_{p,i}; \quad (12.69)$$

$$z_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_{s,CEi,0} \cdot y_{si,red}}{P_{0,CE}}; \quad (12.70)$$

где  $y_{si,red}$  – расстояние от центра тяжести приведенного сечения до центра тяжести  $i$ -го арматурного стержня в рассматриваемом сечении.

## 12.10. Особенности расчета предварительно напряженных конструкций

### 12.10.1. Общие положения

В соответствии с положениями, изложенными в нормах [1, 6], при проектировании предварительно напряженных конструкций действуют все требования, касающиеся материалов, основ проектирования и конструирования, относящиеся к железобетонным конструкциям. При этом следует дополнительно учитывать особенности сопротивления таких конструкций при действии усиленный предварительно напряжений.

Расчет сечений, нормальных к продольной оси предварительно напряженных элементов, по прочности при действии изгибающих моментов и продольных сил в общем случае следует производить в соответствии с положениями деформационной модели, изложенными в разделе 6.2, принимая следующие расчетные характеристики арматуры:

- напрягаемой  $f_{pd} = 0,9 f_{02k} / \gamma_s$ , при  $\gamma_s = 1,2$ ;
- без предварительного напряжения  $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$ , при  $\gamma_s = 1,15$ .

При расчете предварительно напряженных конструкций по прочности по альтернативной модели в предположении прямоугольной эпюры распределения напряжений в сжатой зоне бетона в случае соблюдения условия  $\xi \leq \xi_{lim}$ , расчетное сопротивление высокопрочной арматуры  $f_{pd}$  следует дополнительно умножать на коэффициент  $\gamma_{sn}$ , определяемый по формуле

$$\gamma_{sn} = \eta - (\eta - 1) \left( 2 \frac{\xi}{\xi_{lim}} - 1 \right) \leq \eta, \quad (12.71)$$

где  $\eta$  – коэффициент, принимаемый равным для арматуры классов:

- S800 – 1,15;
- S1200 – 1,10;
- S1400 – 1,15.

Для случая центрального растяжения, а также внецентренного растяжения продольной силой, расположенной между равнодействующими усилий в арматуре, следует принимать значение  $\gamma_{sn} = \eta$ .

При наличии сварных стыков арматуры, расположенных в зоне элемента с изгибающими моментами, превышающими  $0,9 M_{Sd,max}$ , значение коэффициента  $\gamma_{sn}$  следует принимать:

- для арматуры классов S800 не более 1,10;
- для арматуры классов S1200 не более 1,05.

Коэффициент  $\gamma_{sn}$  не следует учитывать при расчетах:

- на действие многократно повторяющихся нагрузок;
- элементов, армированных высокопрочной проволокой, расположенной вплотную (без зазоров);
- элементов эксплуатирующихся в агрессивной среде.

Расчет по прочности на срез наклонных сечений следует производить в соответствии с требованиями главы 7 с учетом влияния усилия предварительного обжатия.

При расчете предварительно напряженных конструкций по предельным состояниям второй группы необходимо проверять следующие критерии:

- ограничение напряжений

в бетоне:

- $\sigma_c \leq 0,45 f_{ck}$  – верхняя граница ползучести;
- $\sigma_c \leq 0,60 f_{ck}$  – возможность образования продольных трещин;
- $\sigma_{ct} \leq 0$  – отсутствие растяжения (при выполнении требований для соответствующих классов по условиям эксплуатации конструкции по табл. 3.9;

в напрягаемой арматуре:

$$\sigma_p \leq 0,75 f_{pk};$$

в ненапрягаемой арматуре:

$$\sigma_s \leq 0,8 f_{yk}$$

ограничение ширины раскрытия трещин  $w_k$  согласно табл. 10.1;

ограничение прогибов согласно табл. 11.1.

Предварительно-напряженные элементы должны иметь в растянутой зоне такое количество стержней, чтобы разрыв одного или нескольких из них не приводил бы к внезапному (хрупкому) разрушению конструкции. Минимально допустимое количество напрягаемых стержней приведено в табл. 12.5.



Таблица 12.5.

Минимальное количество напрягаемых стержней в растянутой зоне

Вид стержня	Минимальное количество
Отдельные проволоки	3
Один канат или одна прядь, состоящая не менее, чем из 7 проволок	1
Канаты с меньшим числом проволок	3

12.10.2. Особенности расчета предварительно напряженных конструкций по предельным состояниям первой группы

12.10.2.1. Расчет предварительно напряженных элементов по прочности на действие изгибающих моментов и продольных сил. В общем случае расчет предварительно напряженных элементов по прочности следует производить в соответствии с положениями деформационной модели, изложенной в разделе 6.2. При этом, как и при расчете железобетонных конструкций, принимаются следующие основные допущения:

- для расчетного сечения является справедливой гипотеза плоских сечений;
- при расчете прочности не учитывается сопротивление бетона в растянутой зоне;
- принимается условие полного сцепления напрягаемой и ненапрягаемой арматуры с бетоном;
- напряжения и относительные деформации материалов (бетона, напрягаемой и ненапрягаемой арматуры) связаны диаграммами деформирования, представленными в главах 4 и 5;
- при расчете учитывается влияние предварительного напряжения в напрягаемой арматуре на прочность сечения при ее расположении в сжатой зоне сечения.

Схемы распределения относительных деформаций по высоте сечения, нормального к продольной оси, при расчете прочности предварительно напряженной конструкции приведены на рис. 12.20.

Можно выделить три основных способа, посредством которых учитывают предварительное напряжение при расчетах прочности сечений.

В соответствии с *первым* и наиболее распространенным способом эффекты от предварительного напряжения учитывают в расчетных уравнениях общего деформационного метода частично в уравнениях прочности сечения  $M_{Rd}$ ,  $N_{Rd}$  (учитывая начальные деформации натяжения в напрягаемой арматуре  $\epsilon_{pm}$ ) и частично в векторе усилий от внешних нагрузок  $M_{Sd}$ ,  $N_{Sd}$  (рассматривая усилие предварительного напряжения  $P_{mt}$  как внешнюю обжимающую силу, приложенную к сечению). Такой подход рекомендуют принимать нормы по проектированию железобетонных конструкций [1, 6]. Укрупненный алгоритм расчета прочности нормального сечения в соответствии с этим способом приведен на рис. 12.21. Методология решения такой задачи подробно рассмотрена в разделе 6.2.

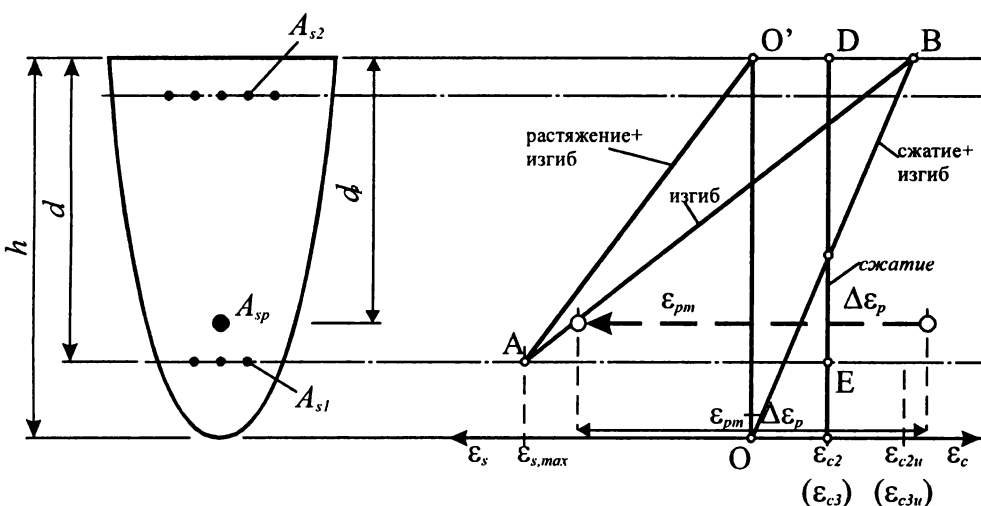
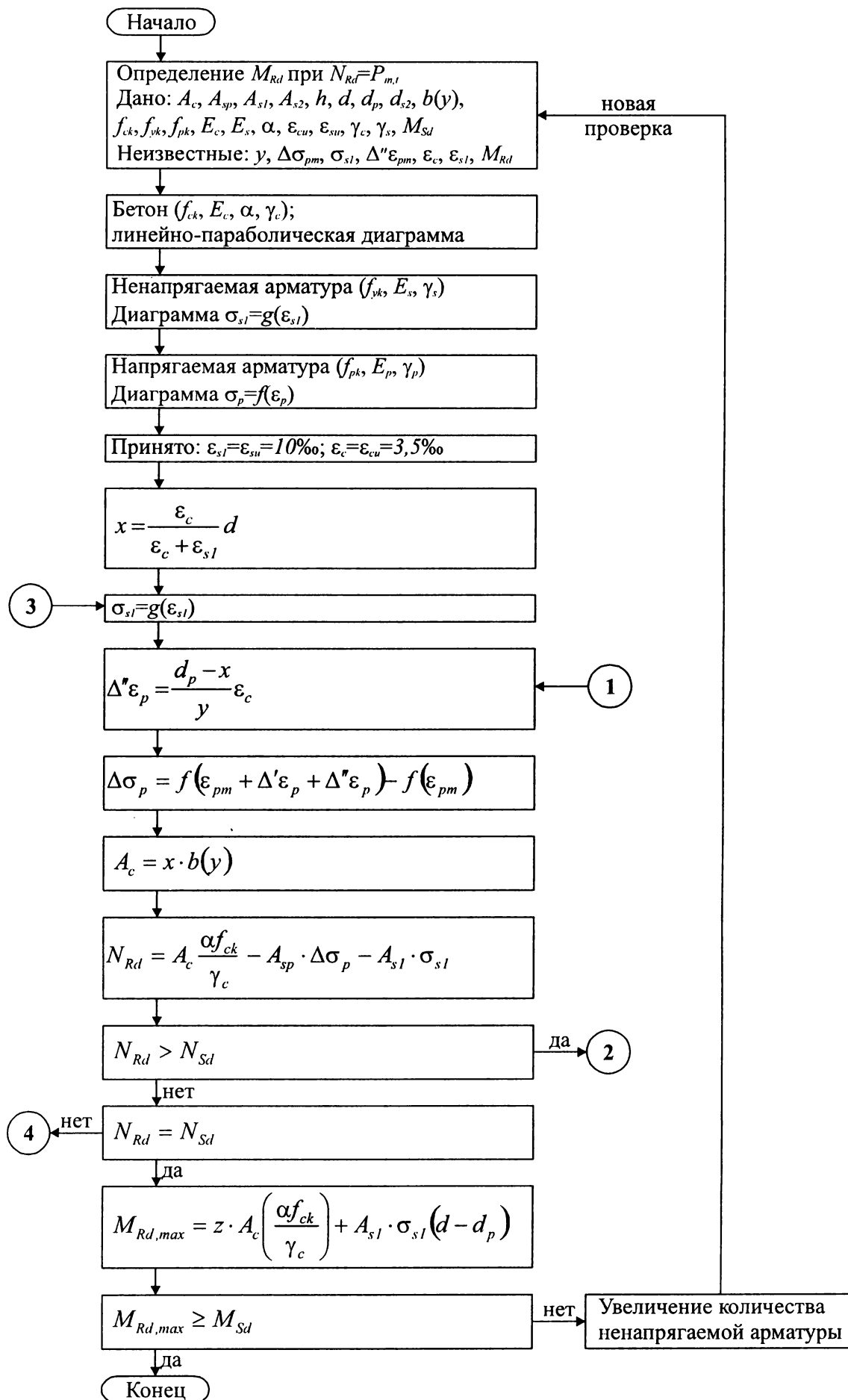
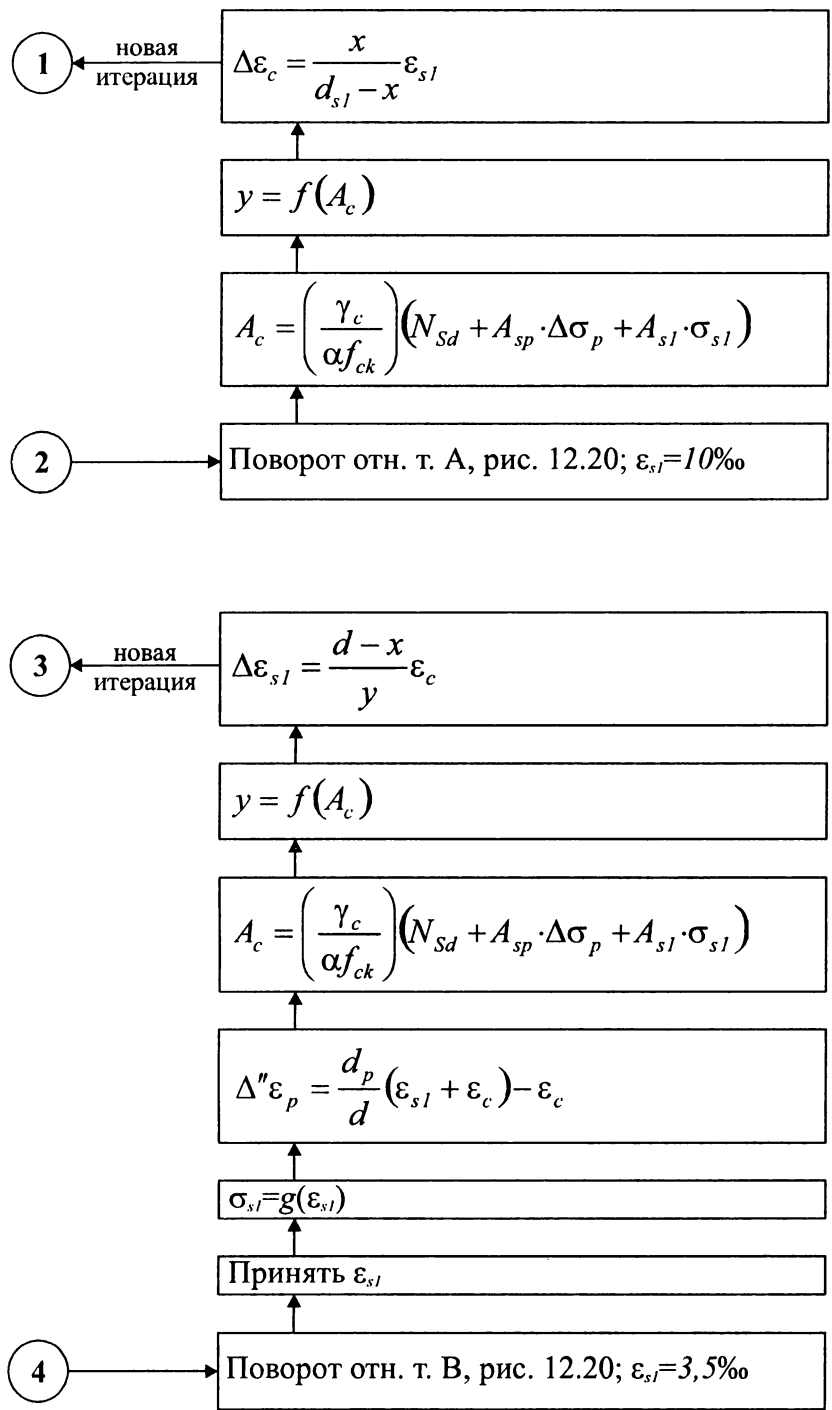


Рис. 12.20.

Схема распределения относительных деформаций по высоте сечения при расчете предварительно напряженной конструкции по прочности





**Рис. 12.21.**

Укрупненный алгоритм расчета прочности сечений предварительно напряженных конструкций (первый способ)

По *второму* способу усилие предварительного напряжения полностью рассматривается в виде дополнительных внешних сил, приложенных к сечению ( $\overline{M}_{sd}$ ,  $\overline{N}_{sd}$ ). Внутренние усилия определяются в этом случае как для бетонного или железобетонного (при наличии ненапрягаемой арматуры) элемента, т.е. без учета предварительного напряжения. Эффект предварительного напряжения заменяется некоторым внешним квазизагружением, состоящим из сжимающих усилий, приложенных к бетону на уровне центров тяжести напрягаемых стержней. При этом величина обжимающего усилия для «*i*-го» стержня составляет:

$$F_{pdi} = \sigma_{pi} \cdot A_{spi}, \quad (12.72)$$

где  $\sigma_{pi}$  – растягивающее напряжение в арматуре, соответствующее сумме начальной относительных деформаций натяжения (с учетом потерь) и приращения относительных деформации от нагрузки, т.е.

$$\sigma_{pi} = f(\gamma_p \cdot \varepsilon_{pm,i} + \Delta\varepsilon_{pi}). \quad (12.73)$$

Тогда усилия от внешней нагрузки, с учетом дополнительных усилий от предварительного напряжения, в общем случае составят:

$$\overline{N}_{sd} = N_{sd} + \sum_{i=1}^n F_{pdi}, \quad (12.74)$$

$$\overline{M}_{sd} = M_{sd} + \sum_{i=1}^n F_{pdi} \cdot z_i, \quad (12.75)$$

где  $N_{sd}$ ,  $M_{sd}$  – усилия, вызванные действием нагрузки;  
 $z_i$  – расстояние от выбранной моментной оси до соответствующего напрягаемого стержня в сечении.

Решение находят в соответствии с методами, изложенными в разделе 6.2.

По *третьему* способу предварительное напряжение в напрягаемой арматуре учитывается при определении  $\xi_{lim}$  – граничной относительной высоты сжатой зоны сечения, используемой при расчете по методу предельных усилий.

Как было показано ранее при предварительном напряжении в арматуре к относительным деформациям, вызванным удлинением арматуры под действием внешних нагрузок от состояния, когда они равны нулю, добавляются относительные деформации  $\varepsilon_{pm}$ , вызванные предварительным напряжением арматуры. Тогда полная величина относительных деформаций в напрягаемой арматуре с учетом положений, изложенных в главе 6, будет определяться по формуле:

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{cu}}{1 - \omega/1,1} \left( \frac{\omega}{\xi} - 1 \right) + \varepsilon_{pm}, \quad (12.76)$$

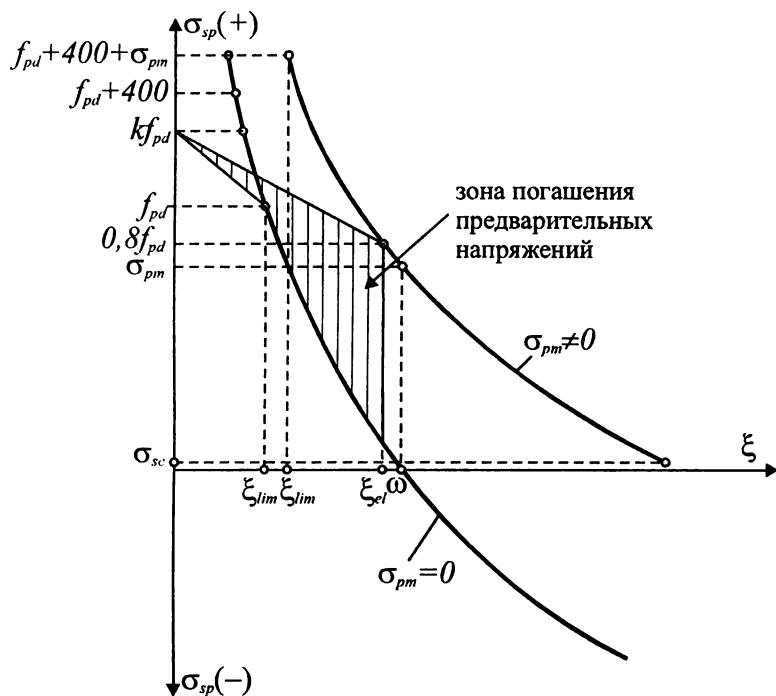
т.е. напряжения увеличиваются на размер величины предварительного напряжения  $\sigma_{pm} = \varepsilon_{pm} E_s$ . При  $\xi = \omega$  напряжения в арматуре не равны нулю, а принимают значение  $\sigma_{sp} = \sigma_{pm}$ .

В области неупругих относительных деформаций напряжения в арматуре определяются прочностными характеристиками стали в соответствии с диаграммой « $\sigma_s - \varepsilon_s$ », не зависящими от предварительного напряжения. Для высокопрочных сталей это предел пропорциональности  $0,8f_{yd}$ , условный предел текучести  $f_{pd}$  и временное сопротивление  $kf_{yd}$ , между которыми изменяются напряжения в арматуре в соответствии с упрощенной диаграммой « $\sigma_s - \varepsilon_s$ ». Граничные значения относительной высоты сжатой зоны в предварительно напряженных конструкциях зависят от величины предварительного напряжения  $\sigma_{pm}$ , т.к. они связаны с упругой областью работы высокопрочной арматуры [24].

Для высокопрочных сталей граничные значения относительной высоты сжатой зоны бетона, отвечающие достижению условного предела текучести  $f_{pd}$ , могут быть получены из уравнения (12.76), подставляя значения  $\sigma_{pm} = f_{pd} + 400$ :

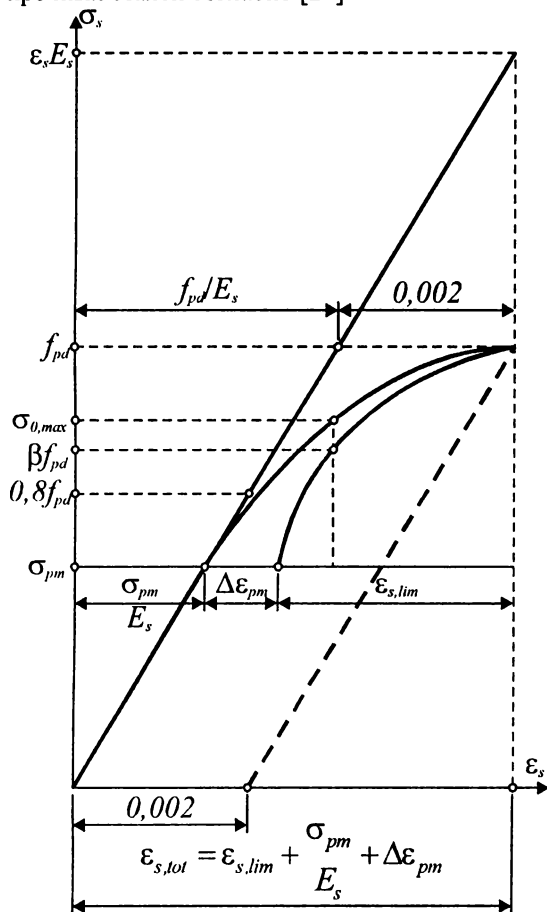
$$\xi_{lim} = \frac{\omega}{1 + [(f_{pd} + 400 - \sigma_{pm}) / \sigma_{sc,u}] (1 - \omega/1,1)}. \quad (12.77)$$

На рис. 12.22 показаны графики изменения напряжений в арматуре в зависимости от относительной высоты сжатой зоны при наличии и отсутствии предварительного напряжения  $\sigma_{pm}$ , из которых видно, что в упругой области работы той или другой арматуры разница в величине напряжений составляет  $\sigma_{pm}$ . При переходе в неупругую область деформаций разница между напряжениями постепенно уменьшается, стремясь к нулю при достижении в арматуре физического предела



**Рис. 12.22.**

Зависимость напряжений в арматуре от величины относительной высоты сжатой зоны сечения для высокопрочных сталей согласно [24]



**Рис. 12.23.**

Расчетная диаграмма «напряжения – относительные деформации» для высокопрочной арматуры при учете влияния предварительного напряжения согласно [24]

текучности (мягкие стали) или временного сопротивления (высокопрочные стали). В этом проявляется так называемое «погашение» предварительного напряжения [24]. При наличии предварительного напряжения значения граничной относительной высоты сжатой зоны выше, т.е. напрягаемая арматура достигает условного предела текучести при больших значениях относительной высоты сжатой зоны.

Приведенные зависимости, по существу, представляют собой условия деформирования сечения предварительно напряженного элемента в случае, когда начальное предварительное напряжение  $\sigma_{0,max}$  находится в области упругих деформаций арматуры. Если же начальные предварительные напряжения  $\sigma_{0,max}$  оказываются в области неупругой деформации, то при последующем снижении предварительного напряжения от релаксации и других потерь, а также при передаче напряжения на бетон до  $\sigma_{pm}$ , в расчете следует учитывать дополнительные неупругие деформации  $\Delta\epsilon_{pm}$  и соответствующие им напряжения  $\Delta\sigma_{pm}$ , связанные с переходом предварительных напряжений в неупругую область.

Как видно из рис. 12.23 полная величина относительных деформаций предварительно напряженной арматуры  $\epsilon_{s,tot}$  складывается из составляющих:

$$\epsilon_{s,tot} = \epsilon_s + \epsilon_{pm} + \Delta\epsilon_{pm}, \quad (12.78)$$

где  $\epsilon_{pm}$  – упругие относительные деформации от предварительного напряжения арматуры, определяемые по формуле  $\epsilon_{pm} = \sigma_{pm} / E_s$ ;

$\Delta\epsilon_{pm}$  – неупругие относительные деформации от предварительного напряжения арматуры;

$\epsilon_s$  – относительные деформации арматуры от

усилий, вызванных внешними нагрузками:

$$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_{cu}}{1 - \omega/1,1} \left( \frac{\omega}{\xi} - 1 \right). \quad (12.79)$$

Тогда полные условно упругие напряжения в предварительно напряженной арматуре составят:

$$\sigma_{s,tot} = \varepsilon_{s,tot} \cdot E_s = \varepsilon_s \cdot E_s + \varepsilon_{pm} \cdot E_s + \Delta\varepsilon_{pm} \cdot E_s, \quad (12.80)$$

а расчетное сопротивление арматуры:

$$\begin{aligned} f_{pd} &= \varepsilon_{s,tot} \cdot E_s - 0,002E_s = \varepsilon_s \cdot E_s + \varepsilon_{pm} \cdot E_s + \Delta\varepsilon_{pm} \cdot E_s - 0,002E_s = \\ &= \frac{\sigma_{sc,u}}{1 - \omega/1,1} \left( \frac{\omega}{\xi_{lim}} - 1 \right) + \sigma_{pm} + \Delta\sigma_{pm} - 400 \end{aligned} \quad (12.81)$$

Выражая напряжения через  $\sigma_{s,lim}$

$$\sigma_{s,lim} = f_{pd} + 400 - \sigma_{pm} - \Delta\sigma_{pm}, \quad (12.82)$$

получаем:

$$\sigma_{s,lim} = \frac{\sigma_{sc,u}}{1 - \omega/1,1} \left( \frac{\omega}{\xi_{lim}} - 1 \right). \quad (12.83)$$

Тогда:

$$\xi_{lim} = \frac{\omega}{1 + \left( \frac{\sigma_{s,lim}}{\sigma_{sc,u}} \right) \left( 1 - \frac{\omega}{1,1} \right)}. \quad (12.84)$$

В формуле (12.82) напряжения  $\Delta\sigma_{pm}$  от неупругих относительных деформаций напрягаемой арматуры вычисляются по эмпирической зависимости:

$$\Delta\sigma_{pm} = 1800 \frac{\sigma_{pm}}{f_{yd}} - 1200 \geq 0. \quad (12.85)$$

**12.10.2. Особенности расчетов предварительно напряженных элементов при действии поперечной силы (среза).** Расчет предварительно напряженных элементов при действии поперечной силы (на срез) следует производить как и для железобетонных элементов с ненапрягаемой арматурой. Влияние усилия предварительного обжатия следует учитывать принимая  $N_{Sd} = N_{Pd}$ .

При расчете поперечной силы  $V_{Sd,red}$  следует учитывать благоприятное влияние вертикальной составляющей усилия предварительного обжатия для стержней, отогнутых под углом  $\alpha_o$

$$V_{Sd,red} = V_{Sd} - N_{Pd} \sin \alpha_o. \quad (12.86)$$

**12.10.3. Особенности расчетов предварительно напряженных конструкций по предельным состояниям второй группы**

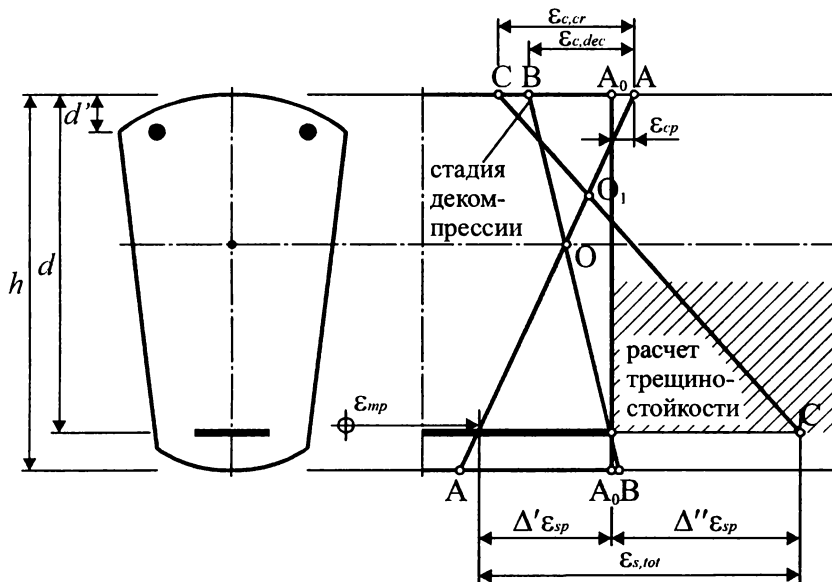
**12.10.3.1. Расчет при действии изгибающих моментов и продольных сил.** При расчете сечений по предельным состояниям второй группы в рамках общего деформационного метода, изложенного в разделе 6.1, следует рассматривать две стадии (рис. 12.24):

- стадию декомпрессии (погашения начальных сжимающих напряжений в бетоне, на уровне центра тяжести напрягаемой арматуры, вызванных предварительным напряжением);
- стадию трещинообразования (после погашения начальных сжимающих напряжений в бетоне, вызванных предварительным напряжением).

В связи с этим вектор усилий, вызванных действием внешних нагрузок в расчетном сечении конструкции, в общем случае следует рассматривать как сумму:

$$\Delta N_{Sd} = \Delta N_{Sd,1} + \Delta N_{Sd,2}, \quad (12.87)$$

$$\Delta M_{Sd,x} = \Delta M_{Sd,x1} + \Delta M_{Sd,x2}, \quad (12.88)$$



**Рис. 12.24.**

К расчету сечения предварительно напряженной конструкции по предельным состояниям второй группы

A-A – деформированное состояние после обжатия к моменту времени  $t$ ;

B-B – стадия декомпрессии (напряжения в бетоне на уровне напрягаемой арматуры равны нулю);

C-C – деформированное состояние сечения с трещиной (расчет ширины раскрытия трещины производится на приращение относительной деформации  $\Delta''\epsilon_{sp}$ ).

$$\Delta M_{Sd,y} = \Delta M_{Sd,y1} + \Delta M_{Sd,y2}, \quad (12.89)$$

где  $\Delta N_{Sd,1}, \Delta M_{Sd,x1}, \Delta M_{Sd,x2}$  – приращения усилий от внешней нагрузки, вызывающие погашение начальных сжимающих напряжений бетона, вызванных предварительным напряжением, на наиболее растянутой грани сечения, рассматриваемой на уровне центра тяжести напрягаемой арматуры;

$\Delta N_{Sd,1}, \Delta M_{Sd,x1}, \Delta M_{Sd,x2}$  – приращения усилий от внешней нагрузки, приводящее к трещинообразованию сечения.

Определение компонентов вектора усилий, приводящих к стадии декомпрессии, производят по правилам расчета упругих материалов по приведенному сечению из решения системы уравнений равновесия:

$$\begin{Bmatrix} \Delta N_{Sd} \\ \Delta M_{Sd,x} \\ \Delta M_{Sd,y} \end{Bmatrix}_{I(dec)} = \frac{I}{E_{cm}(t)} \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\sigma_{pm}(t) \\ -\gamma_x(t) \\ -\gamma_y(t) \end{Bmatrix}, \quad (12.90)$$

где  $\sigma_{pm}(t)$  – напряжения в рассматриваемой точке сечения к моменту времени  $t$ , вызванные предварительным напряжением с учетом всех потерь;

$R_{ik}$  – элементы матрицы мгновенных жесткостей сечения, определяемые как для упругого материала по приведенному сечению по формулам:

$$R_{11} = A_{red} = \int_S dA; \quad R_{12} = R_{21} = B_{red,y} = \int_S x \cdot dA; \quad R_{13} = R_{31} = B_{red,x} = \int_S y \cdot dA;$$

$$R_{22} = J_{red,y} = \int_S x^2 \cdot dA; \quad R_{23} = R_{32} = J_{red,xy} = \int_S x \cdot y \cdot dA; \quad R_{33} = J_{red,x} = \int_S y^2 \cdot dA;$$

$$\gamma_x(t) = \frac{\partial \sigma}{\partial y}; \quad \gamma_y(t) = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \text{ – градиенты напряжений.}$$

При коэффициенте приведения  $\alpha = E_s/E_{cm}(t)$  напряжения в любой точке сечения  $\sigma_c(t)_{x,y}$  могут быть определены:

$$\sigma_c(t)_{x,y} = \sigma_{pm}(t) + \gamma_y(t) \cdot x + \gamma_x(t) \cdot y. \quad (12.91)$$

Изменение относительных деформаций сечения на стадии декомпрессии определяется из решения системы уравнений:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_{0,z} \\ \Delta \psi_x \\ \Delta \psi_y \end{Bmatrix}_{I(dec)} = \frac{1}{E_{cm}(t)} \begin{Bmatrix} -\sigma_{pm}(t) \\ -\gamma_x(t) \\ -\gamma_y(t) \end{Bmatrix}, \quad (12.92)$$

где  $\Delta \varepsilon_{0,z}$  – продольная относительная деформация на уровне рассматриваемой точки сечения;

$\Delta \psi_x, \Delta \psi_y$  – соответственно кривизны в плоскостях, совпадающих с осями  $x$  и  $y$ .

Относительные деформации в любой точке сечения с координатами  $(x, y)$  на стадии декомпрессии устанавливаются исходя из гипотезы плоского сечения по формуле:

$$(\Delta \varepsilon)_{dec, l} = (\Delta \varepsilon_{0,z})_{dec, l} + y(\Delta \psi_x)_{dec, l} + x(\Delta \psi_y)_{dec, l}. \quad (12.93)$$

Усилия, действующие после погашения предварительного обжатия на стадии трещинообразования при установленных усилиях, действующих на стадии декомпрессии, определяют:

$$\begin{Bmatrix} \Delta N_{Sd} \\ \Delta M_{Sd,x} \\ \Delta M_{Sd,y} \end{Bmatrix}_2 = \begin{Bmatrix} \Delta N_{Sd} \\ \Delta M_{Sd,x} \\ \Delta M_{Sd,y} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \Delta N_{Sd} \\ \Delta M_{Sd,x} \\ \Delta M_{Sd,y} \end{Bmatrix}_{I(dec)} \quad (12.94)$$

На полученный вектор усилий  $\{\Delta N_{Sd}, \Delta M_{Sd,x}, \Delta M_{Sd,y}\}^T$  производят расчет конструкции на стадии трещинообразования.

**12.10.3.2. Расчет ширины раскрытия трещин.** Расчетную ширину трещин  $w_k$  следует определять в соответствии с указаниями главы 10 по формуле (10.16) как для железобетонных элементов с тем, что среднее значение относительных деформаций необходимо рассматривать как прирост относительных деформаций в напрягаемой и ненапрягаемой арматуре от состояния соответствующего погашению начальных сжимающих напряжений в бетоне на уровне напрягаемой арматуры до состояния, соответствующего предельно допустимой ширине раскрытия трещин, устанавливаемой нормами [1, 6] (см. табл. 10.1). Расчет производится на действие вектора усилий  $\{\Delta N_{Sd}, \Delta M_{Sd,x}, \Delta M_{Sd,y}\}_2^T$ , соответствующего стадии трещинообразования (рис. 12.24).

При этом среднее расстояние между трещинами для элемента, содержащего как напрягаемую, так и ненапрягаемую арматуру, определяют по формуле:

$$S_{rm} = 50 + 0,25 \cdot k_1 \cdot k_2 \frac{\sum_i k_s \cdot \varnothing_{si} + \sum_j k_p \cdot \varnothing_{pj}}{n(A_s + A_{sp})}, \quad (12.95)$$

где  $\varnothing_{si}$  – диаметр ненапрягаемых стержней;

$\varnothing_{pj}$  – диаметр напрягаемых стержней;

$A_s$  – площадь сечения ненапрягаемой арматуры, располагаемой внутри эффективной площади растянутого бетона  $A_{c,eff}$  (см. рис. 10.9);

$k_s = 0,8$  – для арматурных стержней периодического профиля;

$k_s = 2,0$  – для канатной арматуры;

$n$  – общее количество стержней напрягаемой и ненапрягаемой арматуры.

**12.10.3.3. Расчет прогибов.** Прогибы предварительно напряженных элементов следует определять в соответствии с положениями, изложенными в главе 11, путем численного интегрирования средних значений параметров деформации  $\{\varepsilon_0, \psi_x, \psi_y\}_m^T$  по длине элемента с учетом исходного деформированного состояния сечений, имеющего место на стадии предварительного напряжения конструкции.

Средние значения параметров деформаций с учетом работы бетона с арматурой на участках между трещинами (англ. *tension stiffening affect*) допускается определять по формуле:

$$\{\varepsilon_0, \psi_x, \psi_y\}_m^T = (1 - \xi) \{\varepsilon_0, \psi_x, \psi_y\}_l^T + \xi \{\varepsilon_0, \psi_x, \psi_y\}_r^T, \quad (12.96)$$



где  $\{\varepsilon_0, \psi_x, \psi_y\}_1^T$  – вектор деформаций для элемента, работающего без трещин (на стадии декомпрессии);  
 $\{\varepsilon_0, \psi_x, \psi_y\}_2^T$  – то же для элемента, работающего с трещинами в растянутой зоне;  
 $\xi$  – параметр, определяемый по формуле (10.9).

При использовании упрощенного метода расчета, прогибы предварительно напряженных конструкций допускается рассчитывать исходя из принципа суперпозиции, т.е. суммируя прогибы от внешних нагрузок и предварительного обжатия

$$a_{(\infty, t_0)} = \alpha_k \frac{M_{sd} \cdot I_{eff}^2}{B_{(\infty, t_0)}} - \alpha_p \frac{N_{pd} \cdot z_{cp} \cdot I_{eff}^2}{B_{c,eff}} \quad (12.97)$$

где  $M_{sd}$  – расчетный момент, определенный для комбинации длительно действующих нагрузок;

$N_{pd} = P_{k,sup}$  или  $P_{k,inf}$ ;

$\alpha_k$  – коэффициент, зависящий от схемы приложения нагрузки;

$\alpha_p$  – коэффициент, зависящий от трассировки напрягаемого стержня ( $\alpha = 1/8$  – для стержней с прямолинейной осью трассы;  $\alpha = 5/48$  – для отгибаемых по параболе);

$B_{(\infty, t_0)}$  – жесткость предварительно напряженного элемента.

#### 12.10.4. Расчет предварительно напряженной конструкции при передаче усилия предварительного обжатия (начальная ситуация)

12.10.4.1. Ограничение напряжений в бетоне. Сжимающие напряжения в бетоне в момент передачи усилия обжатия не должны превышать значений, представленных ниже:

в элементах с натяжением арматуры на упоры

– при осевом приложении усилия обжатия –  $0,60f_{cm}$ ;

– при внецентренном приложении усилия обжатия –  $0,75f_{cm}$ ;

в элементах с натяжением арматуры на бетон

– при осевом приложении усилия обжатия –  $0,50f_{cm}$ ;

– при внецентренном приложении усилия обжатия –  $0,65f_{cm}$ .

При проектировании среднюю прочность бетона в момент передачи усилия предварительного напряжения  $f_{cm}$  допускается принимать равной  $f_{cm}(t)$ , рассчитанной по формуле (4.6), но не более  $0,85f_{c,cube,G}$  (гарантированной прочности бетона в возрасте 28 суток).

12.10.4.2. Прочность предварительно напряженного элемента в момент передачи усилия обжатия. Прочность предварительно напряженного элемента в момент передачи усилия обжатия следует проверять согласно принятых положений, изложенных в главе 6, для внецентренно сжатых бетонных или железобетонных элементов в зависимости от вида армирования, размещаемого в растянутой (или наименее сжатой) зоне без учета влияния случайного эксцентриситета и гибкости элемента. При этом следует принимать расчетное значение усилия обжатия  $P_d$  с коэффициентом  $\gamma_p = 1,2$ . При расчете следует рассматривать сечение с минимальными геометрическими характеристиками.

Прочность элементов с напрягаемой арматурой  $A_p$  и  $A_{p1}$ , располагаемой у противоположных граней сечения следует проверять как для бетонного сжатого элемента при действии равнодействующей усилий предварительного обжатия по формуле

$$N_{pd} \leq f_{cd} \cdot A_{cc}, \quad (12.98)$$

где  $N_{pd} = P_d$ .

При этом положение нейтральной оси и площадь сечения сжатого бетона следует определять из условия

$$S_{cN} = 0 \quad (12.99)$$

Проверку прочности допускается не выполнять, если напряжения на наиболее сжатой грани сечения не превышают значений, приведенных в п. 12.10.1, а растягивающие напряжения на противоположной грани не превышают расчетного сопротивления бетона растяжению  $f_{ctd} = f_{ctk} / \gamma_c$ .

12.10.4.3. Трещиностойкость и прогибы. Расчет по трещиностойкости и прогибам в момент передачи усилия предварительного обжатия можно не производить, если выполняются требования п. 12.10.4.1, устанавливающего ограничения для напряжений в бетоне.

В случае, если по другим причинам (например технологическим) ограничение прогибов и трещиностойкости в начальной ситуации следует выполнять согласно положений, изложенных в

главе 6. В сечениях предварительно напряженных элементов, в которых на стадии изготовления могут образоваться закрывающиеся либо не закрывающиеся трещины от усилия предварительного обжатия, ширина их раскрытия не должна превышать  $w_{lim} = 0,2$  мм. Все растягивающие усилия в сечении в начальной ситуации должны восприниматься ненапрягаемой арматурой.

#### 12.10.5. Требования к анкеровке напрягаемой арматуры

В соответствии с требованиями норм по проектированию железобетонных конструкций [1, 6] в предварительно напряженных конструкциях, независимо от способа натяжения арматуры, следует обеспечивать ее надежную анкеровку на концевых участках.

При этом установка анкеров (анкерных устройств) на концах напрягаемой арматуры является обязательной, если:

- а) натяжение арматуры осуществляется на бетон;
- б) силы сцепления с бетоном недостаточны (например, гладкая проволока, многопрядевые канаты);
- в) на длине зоны передачи напряжений возможно образование трещин;

Установка анкеров (анкерных устройств) не требуется, если:

- в качестве напрягаемой арматуры используется высокопрочная арматурная проволока периодического профиля, арматурные канаты однократной свивки, горячекатанная и термически упрочненная стержневая арматура периодического профиля.

Полную расчетную длину анкеровки напрягаемой арматуры при ее натяжении на упоры следует определять по формуле:

$$l_{bpd} = 1,2l_{pt} + \alpha_2 \varnothing (\sigma_{pd} - \sigma_{p\infty}) f_{bpd} \quad (12.100)$$

где  $\sigma_{pd}$  – напряжения в арматуре от действия нагрузок;

$\sigma_{p\infty}$  – предварительные напряжения в арматуре с учетом всех потерь к моменту времени  $t > t_0$ ;

$l_{pt}$  – базовая длина зоны передачи напряжений, определяемая по формуле:

$$l_{pt} = \alpha_1 \alpha_2 \varnothing \frac{\sigma_{pi}}{f_{bpt}} \quad (12.101)$$

здесь  $\alpha_1 = 1,0$  при постепенной передаче усилия обжатия;

$1,25$  при мгновенной передаче усилия обжатия;

$\alpha_2 = 1/4$  для стержней с круглым сечением;

$7/36$  для 7-проволочных канатов;

$\sigma_{pi}$  – напряжение в арматуре, непосредственно после ее отпуска с упоров;

$f_{bpt}$  – напряжения сцепления по контакту арматуры с бетоном, определяемые по формуле:

$$f_{bpt} = \eta_{p1} \cdot \eta_1 \cdot f_{ctd}(t) \quad (12.102)$$

где  $\eta_{p1} = 2,7$  для высокопрочной проволоки и стержней периодического профиля;

$3,2$  для 7-проволочных канатов;

$f_{bpd}$  – предельные напряжения сцепления по контакту напрягаемой арматуры с бетоном, определяемые по формуле:

$$f_{bpd} = \eta_{p2} \cdot \eta_1 \cdot f_{ctd}(t) \quad (12.102)$$

где  $\eta_{p2}$  – коэффициент, учитывающий вид стержня и условия сцепления, принимаемый равным:  $1,4$  – для высокопрочной проволоки и стержней периодического профиля;  $1,2$  – для семипроволочных канатов.

В торцах предварительно напряженных конструкций следует предусматривать установку дополнительной поперечной (напрягаемой или без напряжения) или косвенной арматуры (сетки, каркасы) с учетом следующих требований:

- дополнительная арматура устанавливается на участке длиной не менее  $0,6l_{bp}$  в конструкциях из тяжелого бетона;
- шаг дополнительной арматуры в изделиях из легкого бетона должен быть не более 50 мм, а из тяжелого бетона –  $50 \div 100$  мм;
- ненапрягаемая поперечная арматура должна быть надежно закреплена приваркой к закладным деталям на участке длиной не менее  $1/4$  высоты торцевого сечения;
- сечение ненапрягаемой поперечной арматуры определяется из условия восприятия не менее 20 % усилия в продольной напрягаемой арматуре, а для конструкций, рассчитываемых на выносливость – не менее 30 %;

- напрягаемая поперечная арматура устанавливается из условия возможности получения усилия обжатия величиной, равной не менее 15 % от усилия обжатия торцевого сечения продольной предварительно напряженной арматурой, расположенной у верхней и нижней грани сечения элемента.

### 12.10.6. Конструктивные требования при проектировании предварительно напряженных железобетонных конструкций

12.10.6.1. **Общие положения.** Предварительно напряженные конструкции необходимо проектировать с учетом следующих конструктивных требований:

- технологических – размещение арматуры, позволяющей качественно уложить бетонную смесь; учет унификации и особенностей устройства опалубочных форм;
- конструктивных – обеспечение выполнения требований работы конструкции по двум группам предельных состояний на всех стадиях работы;
- экономических – выбор рациональной формы поперечного сечения, класса бетона, арматуры, обеспечение защитного слоя бетона, гарантирующего долговечность конструкции.

12.10.6.2. **Размещение арматуры в сечении.** Расстояния в свету между стержнями (при натяжении арматуры на упоры) или оболочками канатов напрягаемых элементов при натяжении на бетон по высоте и ширине сечения должны назначаться с учетом направления, удобства укладки и уплотнения бетонной смеси, степени местного обжатия бетона, габаритов натяжного оборудования, концевых анкеров (табл. 12.6).

Таблица 12.6.

Условия расположения напрягаемой арматуры в сечении

Расположение арматуры (канатов) в сечении	Способ натяжения арматуры			
	вид арматуры			
	проволока	канаты	стержни	
	на упоры			
	$c_{cov} \geq$	$\varnothing, 20, d_g+5$	$\varnothing, 50, d_g+5$	$\varnothing, 50, d_g+5$
	$c_{1,cov} \geq$	$\varnothing, 10, d_g$	$\varnothing, 10, d_g$	$\varnothing, 20, d_g$
	$c_{2,cov} \geq$	$\varnothing, d_g+5, 20$	$\varnothing, 25, d_g+5$	$\varnothing, d_g+5, 20$
	на бетон			
	расположение в каналах			
$c_{cov} \geq$	$\varnothing_k, 50$	$d_g+5$	$b_k, h_k$	
$c_{1,cov} \geq$	$\varnothing_k, 50$	$d_g+5$	$b_k, 0,5 h_k$	
$c_{2,cov} \geq$	$\varnothing_k, 40$	$d_g+5$	$b_k$	

$d_g$  – максимальный размер крупного заполнителя;

$\varnothing_k$  – диаметр круглого канала;

$b_k, h_k$  – ширина и высота прямоугольного канала.

При стесненных условиях допускается располагать стержни попарно (без зазора между ними). Такая пара стержней при назначении расстояния между стержнями ( $C_i$ ) или длины анкеровки должна рассматриваться как условный стержень диаметра  $\varnothing_{red} = \sqrt{\varnothing_1^2 + \varnothing_2^2}$  (где  $\varnothing_1$  и  $\varnothing_2$  – диаметры сближенных попарно стержней, см. рис. 12.25).

12.10.6.3. **Защитный слой бетона.** Толщина защитного слоя бетона определяется из условия обеспечения прочности бетона в процессе его обжатия и долговечности конструкции при дальнейшей ее эксплуатации.

Защитный слой бетона может отсутствовать (например, при натяжении арматуры на бетон и ее расположении вне бетонного сечения) при условии защиты предварительно напряженной арматуры от коррозии иными способами.

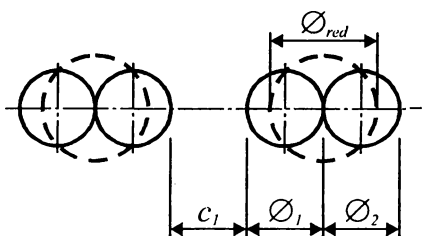


Рис. 12.25.

Расстояние между стержнями арматуры при ее установке в стесненных условиях

Минимальное расстояние от поверхности предварительно напряженной арматуры или от грани каналов, в которые она уложена, до ближайшей поверхности бетона (защитный слой бетона) в зависимости от вида арматуры, установленной в расчетном сечении железобетонной конструкции, должно быть не менее значений, указанных в таблице 12.7.

Таблица 12.7.

Минимально допустимая толщина защитного слоя бетона

Показатель	Класс по условиям эксплуатации						
	XO	XC1	XC2, XC3, XC4	XD1, XD2, XD3, XF1, XF2, XF3, XF4	XA1	XA2	XA3
Минимальный размер защитного слоя	20	30	35	50	35	40	50

Толщину защитного слоя бетона на приопорных участках предварительно напряженных элементов на длине зоны передачи напряжений принимают не менее:

- для стержневой арматуры класса S800 –  $3\varnothing$  и не менее 40 мм;
- для арматурных канатов –  $2\varnothing$  и не менее 30 мм.

Допускается устанавливать величину защитного слоя бетона у торцов элементов на длине зоны передачи напряжений такой же величины, как в пролете, если

- опорная реакция передается через стальную закладную деталь и предусмотрено косвенное армирование;
- в плитах, панелях, настилах у торцов устанавливается дополнительная поперечная арматура.

Защитный слой бетона из условия обеспечения качественной укладки и уплотнения бетонной смеси не может быть меньше размера крупного заполнителя плюс 5 мм.

Допускается уменьшение величины защитного слоя бетона на 5 мм для сборных конструкций, изготавливаемых на производстве, где действует сертифицированная система контроля качества.

Для предварительно напряженных конструкций, с натяжением арматуры на бетон, защитный слой бетона должен быть не менее 40 мм и не менее (рис. 12.26):

- диаметра канала;
- ширины канала или половины высоты (если он прямоугольный);
- максимального размера зерна крупного заполнителя ( $d_q$ ) плюс 5 мм;
- не менее значений, приведенных в таблице 12.7.

Концы напрягаемой арматуры или анкера должны быть защищены от коррозии специальным долговечным антикоррозионным покрытием, цементным раствором ( $\delta \geq 15$  мм).

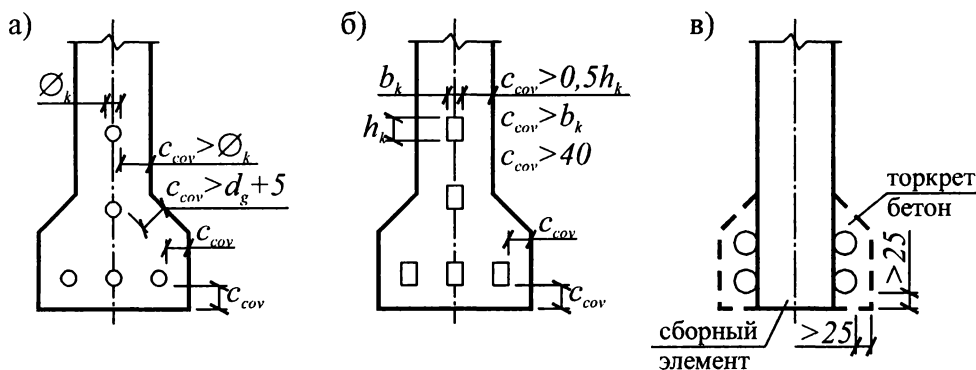


Рис. 12.26.

Расположение напрягаемых элементов в сечении при натяжении на бетон

## ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА К ГЛАВЕ 12

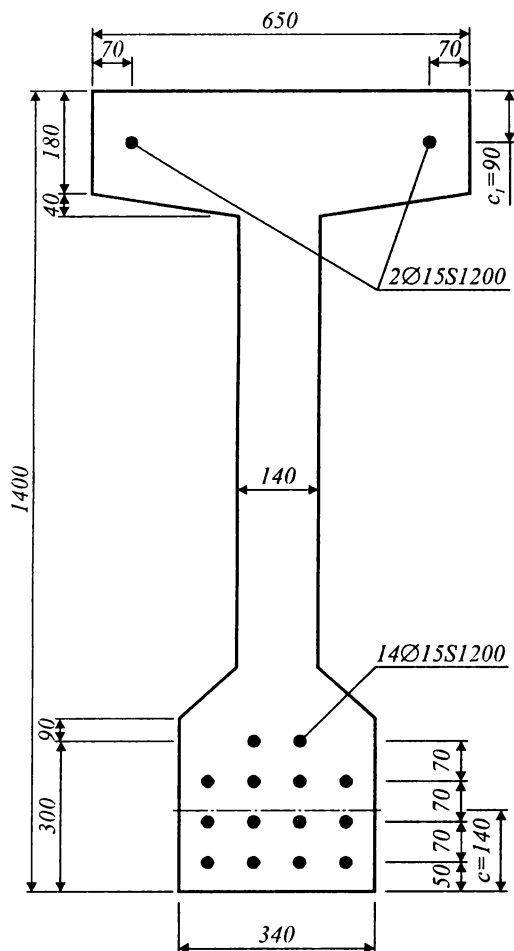


Рис. 12.27.

### Дано:

Подкрановая балка одноэтажного промышленного здания.  
 Размеры поперечного сечения (см. рис. 12.27).  
 Бетон класса  $C^{40}/_{50}$  ( $f_{ck} = 40$  МПа,  $E_{cm} = 43$  кН/мм<sup>2</sup>). Марка бетонной смеси по удобоукладываемости ЖЗ.  
 Напрягаемая арматура S1200  $A_{p1} = 1982$  мм<sup>2</sup> ( $14\varnothing 15S1200$ );  $A_{p2} = 297$  мм<sup>2</sup> ( $2\varnothing 15S1200$ ). ( $f_{pk} = 1200$  МПа,  $E_s = 190$  кН/мм<sup>2</sup>).  
 Изгибающий момент в сечении от практически постоянной комбинации нагрузок и собственного веса:  
 $M_{max} = 2054$  кН·м.

Характеристики сечения:  $A_c = 379500$  мм<sup>2</sup>;

$I_c = 91760 \cdot 10^6$  мм<sup>4</sup>;

$y_{ц.т.} = 752$  мм – расстояние от нижней грани до центра тяжести бетонного сечения;

$z_{cp} = 466$  мм – расстояние от точки приложения равнодействующей усилия предварительного обжатия до центра тяжести бетонного сечения.

Способ натяжения арматуры – механический.

### Требуется:

Расчитать потери предварительного напряжения.

### Расчет:

1. Назначаем величину предварительного напряжения  $\sigma_{0,max}$  с учетом допустимых отклонений  $p$  значения предварительного напряжения таким образом, чтобы выполнялись условия:

$$\sigma_{0,max} + p \leq 0,9 f_{pk}$$

$$\sigma_{0,max} - p \geq 0,3 f_{pk}$$

Принимаем значение  $\sigma_{0,max} = 1000$  МПа. Значение  $p$  при механическом способе натяжения арматуры  $0,05\sigma_{0,max}$ , что составляет  $0,05 \cdot 1000 = 50$  МПа.

$$1000 + 50 = 1050 \text{ Н/мм}^2 < 0,9 \cdot 1200 = 1080 \text{ Н/мм}^2;$$

$$1000 - 50 = 950 \text{ Н/мм}^2 > 0,3 \cdot 1200 = 360 \text{ Н/мм}^2;$$

$$A_p = A_{p1} + A_{p2} = 1982 + 283 = 2265 \text{ мм}^2;$$

$$P_0 = \sigma_{0,max} \cdot A_p = 1000 \cdot 2265 = 2265 \cdot 10^3 \text{ Н} = 2265 \text{ кН.}$$

2. Определяем потери предварительного напряжения.

2.1. Технологические потери

2.1.1. Потери от релаксации напряжений арматуры определяем по формуле

$$\Delta P_{ir} = \left( 0,22 \frac{\sigma_{0,max}}{f_{pk}} - 0,1 \right) \sigma_{0,max} A_p;$$

$$\Delta P_{ir} = \left( 0,22 \cdot \frac{1000}{1200} - 0,1 \right) \cdot 1000 \cdot 2265 = 188750 \text{ Н} = 188,75 \text{ кН.}$$

2.1.2. Потери от температурного перепада для бетона класса  $C^{40}/_{50}$

$$\Delta P_{\Delta T} = 1,0 \cdot \Delta T \cdot A_p$$

$\Delta T$  – разность между температурой нагрева арматуры и неподвижных упоров; т.к. данные отсутствуют принимаем  $\Delta T = 65^\circ\text{C}$ .

$$\Delta P_{\Delta T} = 1,0 \cdot 65 \cdot 2265 = 147222 \text{ Н} = 147,2 \text{ кН}$$

2.1.3. Потери, вызванные деформациями стальной формы

Данный вариант изготовления конструкции предусматривает натяжение арматуры на упоры стенда, поэтому потери от деформаций форм равны нулю

$$\Delta P_f = 0.$$

2.1.4. Потери, вызванные трением напрягаемой арматуры о огибающие приспособления принимаем равными нулю ввиду отсутствия последних

$$\Delta P_{\mu(x)} = 0.$$

2.1.5. Потери предварительного напряжения арматуры от деформации анкеров, расположенных в зоне натяжных устройств при натяжении на упоры определяем по формуле:

$$\Delta P_A = \left(\frac{\Delta l}{l}\right) E_s A_p$$

где  $l$  – длина натягиваемого стержня (расстояние между наружными гранями упоров стенда или формы), мм;  $l = 14000$  мм.

$\Delta l$  – обжатие опрессованных шайб, принимаемое равным 2 мм;

$$\Delta P_A = \left(\frac{2}{14000}\right) \cdot 190 \cdot 2265 = 61,48 \text{ кН.}$$

2.1.6. Потери, вызванные упругой деформацией бетона определяем по формуле:

$$\Delta P_c = \alpha \cdot \rho_p \left(1 + z_{cp}^2 \frac{A_c}{J_c}\right) P_{0,c};$$

где  $\rho_p = \frac{A_p}{A_c} = \frac{2265}{3795 \cdot 10^2} = 5,97 \cdot 10^{-3}$ ;

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{1,8 \cdot 10^5}{43 \cdot 10^3} = 4,186;$$

$P_{0,c}$  – усилие предварительного напряжения с учетом потерь, реализованных к моменту обжатия бетона.

$$P_{0,c} = P_0 - \Delta P_{ir} - \Delta P_{\Delta T} - \Delta P_f - \Delta P_{\mu(x)} - \Delta P_A = 2265 - 188,75 - 147,2 - 61,48 = 1867,57 \text{ кН};$$

$$\Delta P_c = 4,42 \cdot 5,97 \cdot 10^{-3} \cdot \left(1 + 466^2 \frac{379500}{91760 \cdot 10^6}\right) \cdot 1867,57 = 93,54 \text{ кН.}$$

Усилие предварительного обжатия  $P_{m,0}$  к моменту времени  $t = t_0$ , действующее непосредственно после передачи усилия предварительного обжатия на конструкцию должно быть не более:

$$P_{m,0} = \sigma_{pm,0} \cdot A_p \leq 0,75 f_{pk} \cdot A_p$$

где  $P_{m,0} = P_0 - \Delta P_c - \Delta P_{ir} - \Delta P_{\mu(x)} - \Delta P_{\Delta T} - \Delta P_A = 2265 - 93,54 - 188,75 - 0 - 147,2 - 61,48 = 1774,03$  кН.

$$1774,03 \text{ кН} < 0,75 \cdot 1200 \cdot 2265 = 2038,5 \text{ кН.} \text{ – условие выполняется.}$$

## 2.2. Эксплуатационные потери

2.2.1. Реологические потери предварительного напряжения, вызванные ползучестью и усадкой бетона, а также длительной релаксацией напряжений в арматуре следует определять по формуле

$$\Delta P_t(t) = \Delta \sigma_{p,c+s+r} \cdot A_p;$$

$$\Delta \sigma_{p,c+s+r} = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0) \cdot E_p + \Delta \sigma_{pr} + \alpha \cdot \Phi(t, t_0) \cdot (\sigma_{cp} + \sigma_{cp0})}{1 + \alpha \frac{A_p}{A_c} \left(1 + \frac{A_c}{J_c} z_{cp}^2\right) [1 + 0,8 \cdot \Phi(t, t_0)]}$$

где  $\Delta \sigma_{p,c+s+r}$  – потери предварительного напряжения, вызванные ползучестью, усадкой и релаксацией на расстоянии  $x$  от анкерного устройства в момент времени  $t$ ;

$\varepsilon_{cs}(t, t_0)$  – ожидаемые относительные деформации усадки бетона к моменту времени  $t > 100$  суток;

здесь  $\varepsilon_{cs,d}$  – физическая часть усадки при испарении из бетона влаги, определяем по табл. 6.3. [1],  
 $\varepsilon_{cs,d} = -5,15 \cdot 10^{-4} \cdot 0,7 = -3,605 \cdot 10^{-4}$  при относительной влажности для цеха  $RH = 50$  % и марке бетонной смеси по удобоукладываемости Ж3;

$\varepsilon_{cs,a}$  – химическая часть усадки, обусловленная процессами твердения вяжущего.

$$\varepsilon_{cs,a} = \beta_{as} \varepsilon_{cs,a\infty};$$

$$\varepsilon_{cs(100)} = \varepsilon_{cs,d} + \varepsilon_{cs,a};$$

здесь  $\varepsilon_{cs,a\infty} = -2,5(f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} \leq 0,$

$$\beta_{as} = 1 - \exp(-0,2t^{0,5}); \beta = 1 - e^{-0,2 \cdot 100^{0,5}} = 0,865;$$

$$\varepsilon_{cs,a\infty} = -2,5 \cdot (40 - 10) \cdot 10^{-6} = -7,5 \cdot 10^{-5};$$

$$\varepsilon_{cs,a} = 0,865 \cdot (-7,5 \cdot 10^{-5}) = -6,49 \cdot 10^{-5};$$

$$\varepsilon_{cs(100)} = -3,605 \cdot 10^{-4} - 6,49 \cdot 10^{-5} = 42,54 \cdot 10^{-4};$$

$\Phi(t, t_0)$  – коэффициент ползучести бетона за период времени от  $t_0$  до  $t = 100$  суток, принимаем рис.

$$6.1. [1] \text{ при } h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} = \frac{2 \cdot 379500}{4314} = 129 \text{ мм. } \Phi(t, t_0) = 1,3;$$

где  $u = 4314$  мм – периметр поперечного сечения конструкции.

$\sigma_{cp}$  – напряжения в бетоне на уровне центра тяжести напрягаемой арматуры от практически постоянной комбинации нагрузок, включая собственный вес;

$$\sigma_{cp} = \frac{M_{max} \cdot z_{cp}}{I_c} = \frac{2054 \cdot 10^6 \cdot 466}{91760 \cdot 10^6} = 10,43 \text{ Н/мм}^2;$$

$\sigma_{cp0}$  – начальное напряжение в бетоне на уровне центра тяжести напрягаемой арматуры от действия усилия предварительного обжатия (с учетом технологических потерь  $t = t_0$ );

$$\sigma_{cp0} = \frac{P_{m,0}}{A_c} + \frac{P_{m,0} \cdot z_{cp}^2}{I_c} = \frac{1774,03 \cdot 10^3}{379500} + \frac{1774,03 \cdot 10^3 \cdot 466^2}{91760 \cdot 10^6} = 8,87 \text{ Н/мм}^2,$$

$\Delta\sigma_{pr}$  – изменение напряжений в напрягаемой арматуре в расчетном сечении, вызванные релаксацией арматурной стали. Определяем по табл. 9.2 и 9.3 [1] в зависимости от уровня напряжений  $\sigma_p / f_{pk}$ , принимая  $\sigma_p = \sigma_{pg0}$ ;  $\sigma_{pg0}$  – напряжения в арматуре, вызванные натяжением (с учетом технологических потерь в  $t = t_0$ ) и от действия практически постоянной комбинации на-

$$\text{грузок; } \sigma_{pg0} = \frac{P_{m,0}}{A_p} + \sigma_{cp} = \frac{1774,03 \cdot 10^3}{2265} + 10,43 = 793,67 \text{ Н/мм}^2;$$

для  $\sigma_{pg} / f_{pk} = 793,67 / 1200 = 0,667$  и первого релаксационного класса арматуры потери начального предварительного напряжения составляют 6,635 %;  $\Delta\sigma_{pr} = 0,06635 \cdot 1000 = 66,35 \text{ Н/мм}^2$ ;

$A_c, J_c$  – соответственно площадь и момент инерции бетонного сечения.

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r} = \frac{\varepsilon_s(t, t_0) \cdot E_p + \Delta\sigma_{pr} + \alpha \cdot \Phi(t, t_0) \cdot (\sigma_{cp} + \sigma_{cp0})}{1 + \alpha \frac{A_p}{A_c} \left( 1 + \frac{A_c}{J_c} z_{cp}^2 \right) [1 + 0,8 \cdot \Phi(t, t_0)]}$$

т.к.  $\alpha_p \cdot \Phi(t, t_0) \cdot (\sigma_{cp} + \sigma_{cp0}) = 4,42 \cdot 1,3(-10,43 + 8,87) < 0$  – принимаем равным 0.

$$\Delta\sigma_{p,c+s+r} = \frac{4,254 \cdot 10^{-4} \cdot 1,9 \cdot 10^5 + 66,35}{1 + 4,42 \frac{2265}{379500} \cdot \left( 1 + \frac{379500}{91760 \cdot 10^6} \cdot 466^2 \right) \cdot (1 + 0,8 \cdot 1,3)} = 133,54 \text{ Н/мм}^2.$$

$$\Delta P_i(t) = 133,54 \cdot 2265 = 302468 \text{ Н} = 302,47 \text{ кН}.$$

Среднее значение усилия предварительного обжатия  $P_{m,t}$  в момент времени  $t > t_0$  (с учетом всех потерь) не должно быть большим, чем это установлено условиями:

$$P_{m,t} = P_{m,0} - \Delta P_i(t) \leq 0,65 \cdot f_{pk} \cdot A_p \quad P_{m,t} = P_{m,0} - \Delta P_i(t) \leq P_0 - 100 A_p$$

$1774,03 - 302,47 = 1471,56 \text{ кН} < 0,65 \cdot 1200 \cdot 2265 = 1766,7 \text{ кН}$  – условие выполняется.

$1471,56 \text{ кН} < 2265 \cdot 103 - 100 \cdot 2265 = 2038,5 \cdot 10^3 \text{ Н} = 2038,5 \text{ кН}$  – условие выполняется.

## ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ЛЕКЦИЙ ПО КУРСУ «ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ КОНСТРУКЦИИ»

Разработка данного курса лекций связана с необходимостью оперативного издания учебной литературы в связи с введением в действие с 1 июля 2003 года СНБ 5.03.01–02 «Бетонные и железобетонные конструкции».

В основу разработки курса лекций по дисциплине «Железобетонные конструкции» положены требования «Образовательного стандарта по специальности 70.02.01 «Промышленное и гражданское строительство», как наиболее полно отражающего вопросы, которые должен знать инженер-строитель.

В Брестском государственном техническом университете проводится обучение студентов по шести специальностям, где согласно рабочим учебным планам читается самостоятельный курс «Железобетонные конструкции» или его материал в составе курса «Строительные конструкции» или «Инженерные конструкции» (см. табл. П.1). Количество учебного времени, выделяемого для освоения материала по изучаемым курсам колеблется от 220 до 280 часов, поэтому при составлении рабочей учебной программы для конкретного курса преподаватель должен определить для студентов фактический объем изучаемого материала из данного курса лекций и отразить его учебно-методической карте рабочей учебной программы.

В табл. П.2 приводится перечень лекционного курса «Железобетонные конструкции» для специальности 70.02.01 с указанием расположения рассматриваемого материала в издании, т.к. его изложение принято в соответствии с логической последовательностью понимания всего курса в целом.

### *Таблица П.1.*

Планирование нагрузки при изучении курса (раздела курса) «Железобетонные конструкции» согласно рабочему учебному плану специальностей, по которым ведется подготовка студентов в Брестском государственном техническом университете

№ п/п	Специальность (наименование курса)	Шифр специальности	Количество часов					Виды контроля по семестрам			
			Всего	Лк	Пр	Лр	Ср	Экз	Зач	КП	КР
1	Промышленное и гражданское строительство (железобетонные конструкции)	70.02.01	220	86	46	18	70	7,8	6	7,8	
2	Производство строительных изделий и конструкций (строительные конструкции, в т.ч. железобетонные)	70.01.01	110	54	36		20	6	5	6	
			110	54	36		20	6	5	6	
3	Автомобильные дороги (строительные конструкции, в т.ч. железобетонные)	70.03.01	130	64	16	16	34	5		5	
			49	24	4	4	17	5		5	
4	Архитектура (инженерные конструкции, в т.ч. железобетонные)	69.01.01	72	36	36				8		8
			28	12	16				8		8
5	Водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов (строительные конструкции, в т.ч. железобетонные)	70.04.03	120	34	18		68		8		8
			93	20	10		63		8		8
6	Мелиорация и водное хозяйство (инженерные конструкции, в т.ч. железобетонные)	74.05.01	150	49	33	17	51	6	5	6	
			81	24	18	8	31	6	5	6	



**Таблица П.2.**

Перечень тем учебной рабочей программы курса «Железобетонные конструкции»

№ п/п	Наименование темы	Источник	
		Курс лекций	Дополнительная литература
1	2	3	4
1	Введение в теорию железобетона	с. 24–51	
2	Основы проектирования железобетонных конструкций	с. 51–79	[1], с. 18–36 [2], с. 1–5 [3], с. 1–17
3	Физико-механические характеристики бетона	с. 79–127	[1], с. 25–51 [2], с. 12–20
4	Физико-механические характеристики арматуры	с. 127–142	[1], с. 51–55 [2], с. 20–28
5	Расчет железобетонных конструкций по прочности на действие изгибающих моментов и продольных сил		
5.1	Экспериментально-теоретические основы сопротивления железобетонного элемента	с. 142–156	[1], с. 55
5.2	Общий метод расчета железобетонных конструкций	с. 156–238	[1], с. 55–57
5.3	Расчет прочности нормальных сечений железобетонных элементов по методу предельных усилий	с. 238–247	[1], с. 57–83 [2], с. 28–38
6	Расчет железобетонных конструкций по прочности на действие поперечных сил		
6.1	Экспериментально-теоретические основы сопротивления железобетонного элемента	с. 265–276	
6.2	Общий метод расчета железобетонных конструкций	с. 276–288	[1], с. 84–86
6.3	Расчет железобетонных конструкций по методу модели наклонных сечений	с. 291–302	[1], с. 87–93 [2], с. 48–41
6.4	Расчет железобетонных конструкций по методу стержневой модели	с. 302–316	[1], с. 93–100
7	Расчет железобетонных конструкций при местном действии нагрузки	с. 333–349	[1], с. 108–119; с. 43–45
8	Расчет железобетонных конструкций на действие крутящих моментов	с. 349–363	[1], с. 100–104 [2], с. 41
9	Расчет трещиностойкости железобетонных конструкций	с. 372–387	[1], с. 119–128 [2], с. 47–52
10	Расчет железобетонных конструкций по деформациям	с. 392–406	[1], с. 128–135 [2], с. 52–57
11	Проектирование железобетонных конструкций с искусственно созданным внутренним напряженным состоянием (предварительно напряженные конструкции)		
11.1	Формирование и расчет параметров исходного внутреннего напряженного состояния	с. 406–439	[1], с. 135–147 [2], с. 5–11
11.2	Расчет железобетонных конструкций при передаче усилия предварительного обжатия (начальная ситуация)	с. 451–452	[1], с. 148–154 [3], с. 5–11
11.3	Расчет железобетонных предварительно напряженных конструкций по предельным состояниям первой группы	с. 439–447	[1], с. 150–153 [2], с. 47–52
11.4	Расчет железобетонных предварительно напряженных конструкций по предельным состояниям второй группы	с. 447–451	[1], с. 119–135 [2], с. 52–57
11.5	Конструктивные требования при проектировании железобетонных предварительно напряженных конструкций	с. 452–456	[1], с. 175–184 [2], с. 65–67
12	Основные направления и перспективы развития железобетона	с. 35–48; с. 51; с. 76; с. 123–127; с. 406–417	[1], с. 175–184 [2], с. 65–67

# СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

---

## *А. Нормативные документы*

1. СНБ 5.03.01–02. «Конструкции бетонные и железобетонные».– Мн.: Стройтехнорм, 2002 г. – 274 с.
2. СНиП 2.03.01–84\* «Конструкции бетонные и железобетонные. Нормы проектирования».– Госстрой СССР.– М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1985.– 79 с.
3. СНиП 2.01.07–85 «Нагрузки и воздействия».– Госстрой СССР.– М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1986 (с учетом дополнения. Раздел 10. Прогобы и перемещения).
4. СТБ 1035 «Смеси бетонные. Технические условия».
5. ТУ РБ 04778771–001–93 «Сталь стержневая арматурная механически и термически упрочненная периодического профиля. Технические условия».
6. EN 1992–1:2001 (Final Draft, April, 2002) Eurocode–2: Design of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Building.– Brussels.– 2002, October – 230 p.
7. EN 1990:2001. Eurocode – Basis Structural Design.– Brussels.– 2001 – 67 p.
8. Probabilistic Model Code (12<sup>th</sup> Draft): Part 1 – Basis of Design – Joint Committee of Structural Safety. – JCSS – OSTL/DIA/VROU – 10–11–200 – 57 p.
9. ISO 2394. General principles on reliability structures.
10. ISO 3898. Basis design structures – Notations – General Symbols.
11. DIN 1045–1. Tragenwerke aus Beton, Stahlbeton und Spahnbeton. Teil 1: Bemessung und Konstruktion.– Berlin, 1998 – 178 p.
12. ACI 318–95. Building Code Requirements for Reinforced Concrete. ACI 318–95 and Commentary (318–95R).– American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., 1995 – 369 p.
13. ACI Committee 209 Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effects in Concrete Structures// ACI Manual of Concrete Practice, Part 1.– American Concrete Institute (ACI), Detroit, Mich., 1990.
14. BS8110. Structural Use of Concrete – Part 1: Code for Practice and Design and Construction. British Standard Institution, London, 1992.
15. CEB Comite – International Du Beton. Bulletin d’Information.– N 199.– Evaluation of the Time Dependent Behavior of Concrete.– 1990.
16. Comite – Euro – Internationale du Beton (CEB). CEB Model Code 90// Bull. d’Information.– N 203.– 1990.
17. CSA A23.3–94. Design of Concrete Structures.– Canadian Standards Association, 1994 – 200 p.p.
18. Architectural Institute of Japan. Design Guidelines for Earth Quake Resistance Reinforced Concrete Building Based on Ultimate Strength Concept, 1990 – 149 p.p.
19. fib–Bulletin 1, 2, 3 Structural Concrete. Text book of Behavior, Design and Performance. Volume 1: Introduction – Design Process – Materials, July, 1999, 224 p.p.; Volume 2: Basis of Design, July, 1999, 309 p.p.; Volume 3: Members Design, December, 1999, 269 p.p.

## *Б. Научно-технические и методические издания*

20. Блещик Н.П. Прогнозирование модуля деформаций бетона на основе структурно-механической модели с учетом технологических свойств бетонной смеси// Вестник БГТУ «Строительство и архитектуры», № 1(13), 2002 – с. 3–5.

21. Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Тюпин Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона.– М.: Стройиздат, 1974 – 271 с.
22. Гийон И. Предварительно напряженный железобетон.– М.: Стройиздат, 1959 – 698 с.
23. Шагин А.Л. Реконструкция зданий и сооружений.– М.: Высшая школа, 1991 – 351 с.
24. Залесов А.С., Кодыш Э.Н., Лемыш Л.Л., Никитин И.К. Расчет железобетонных конструкций по прочности, трещиностойкости и деформациям.– М.: Стройиздат, 1988.
25. Карпенко Н.И. Теоретические и методические аспекты расчета железобетонных конструкций с учетом физической нелинейности// Российская архитектурно-строительная энциклопедия.– М.: 1998.– т. V.– с. 51–58.
26. Лукша Л.К. Прочность трубобетона. Мн.: 1997 г. – 320 с.
27. Михайлов В.В. Предварительно напряженные железобетонные конструкции (теория, расчет и подбор сечений)// 2-е изд. перераб. и доп.– М.: Стройиздат, 1978 – 383 с.
28. Мурашев В.И. Трещиностойкость, жесткость и прочность железобетона.– М.: Машстройиздат, 1940.
29. Мурашев В.И., Сигалов Э.Е., Байков В.Н. Железобетонные конструкции (под ред. П.Л. Пастернака).– М.: Госстройиздат, 1962 – 651 с.
30. Осуществить практическую апробацию методики расчета железобетонных конструкций проекта СНБ 5.03.01 «Конструкции бетонные и железобетонные»// Отчет о НИР № 60–ФН/00, часть 3 (рук. проф. Т.М. Пецольт).– Минск, 2000 – 151 с.
31. Пирадов К.А., Гузев Е.А. Механика разрушения железобетона.– М.: НИИЖБ Госстроя РФ, 1998 – 188 с.
32. Тур В.В., Кондратчик А.А. Расчет железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил.– Брест: изд. БГТУ, 2000 – 400 с.
33. Тур В.В. Экспериментально-теоретические основы предварительного напряжения конструкций при применении напрягающего бетона.– Брест: изд. БПИ, 1998 – 235 с.
34. Тур В.В., Рак Н.А. Прочность и деформации бетона в расчетах конструкций.– Брест: изд. БГТУ, 2003.
35. Ajdukewicz A., Mames J. Betonowe konstrukcje sprężone.– Wyd. Polit. Śląskiej.– Gliwice, 2001 – 509 s.
36. Ajdukewicz A., Mames J. Konstrukcje sprężone.– Arkady, 1984, Warszawa – 439 s.
37. Concrete Structures: Eurocode EC-2 and BS 8110 Compared.– London, 1998 – Institution of Structural Engineers – 150 p.p.
38. Collins <P., Mitchell D. Prestressed Concrete Structures.– Pentice–Hall inc., Englewood Cliff., NJ.– 766 p.p.
39. Kuczyński W. Kontynuualna teoria zginania żelbetu. PWN, Warszawa, 1971 – 271 s.
40. Łapko A. Projektowanie konstrukcji żelbetowych wg Wurocodu 2 i PN–B–03264:1999.– Arkady, Warszawa, 2000 – 547 s.
41. Leonhardt F., Mönning E. Volesungen über Massivbau. T. 1. Springer Verlag, Berlin, 1973.
42. Libby R.J. Modern Prestressed Concrete. Design principles and construction methods.– Van Nostrand Reinhold Company Inc.– New York, 1984.– 631 p.p.
43. MacGregor J.G. Reinforced Concrete: Mechanics and Design, 2<sup>nd</sup> Ed.– Prentice–Hall, Englewood Cliff., NJ, 1992 – 848 p.p.
44. Podstawy projektowania konstrukcji żelbetowych według Eurocodu 2.– Wyd. Naukowe PWN.– Warszawa–Wrocław, 1996 – 333 s.
45. Lima J., Monteiro V., Pipa M. Beta o Armado, Estorcocos Transversos, de Tarcao e de Puncoamento. REBAP–83.LNEC, Lizbona, 1989.
46. Пецольт Т.М., Тур В.В., Рак Н.А. и др. Обеспечение требований безопасности при проектировании железобетонных конструкций по нормам СНБ 5.03.01 «Бетонные и железобетонные конструкции»// Вестник БГТУ. Строительство и архитектура, № 1, 2002 – с. 49–55.
47. Пецольт Т.М., Тур В.В. Новые нормы проектирования бетонных и железобетонных конструкций СНБ 5.03.01–02.– Архитектура и строительство.– № 5, 2002 – с. 17–19.
48. Дрозд Я.И., Пастушков Г.Н. Предварительно напряженные железобетонные конструкции.– Мн.: Высшэйшая школа, 1984 – 208 с.

Учебное издание

**ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ КОНСТРУКЦИИ**

**ОСНОВЫ ТЕОРИИ, РАСЧЕТА И КОНСТРУИРОВАНИЯ**

**Курс лекций для студентов строительных специальностей**

**ПОД РЕДАКЦИЕЙ**

**заслуженного деятеля науки РБ профессора,  
д.т.н. Пецольда Т.М.  
и профессора, д.т.н. Тура В.В.**

Ответственный за выпуск	В.В. Тур
Редактор	Т.В. Строкач
Компьютерная верстка и дизайн	В.В. Малыха И.В. Даниленко

Издательская лицензия № 382 от 1.09.2000 г.

---

Подписано в печать 20.09.2003 г.

Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>8</sub>. Бумага офсетная. Печать офсетная.  
Усл. печ. л. 44,18. Уч. изд. л. 47,5. Тираж 1500 экз. Заказ № 137.

Полиграфическое исполнение: ОАО «Брестская типография».  
224013, г. Брест, пр-т Машерова, 75.

Лицензия ЛП № 79 от 12 декабря 2002 г.

ISBN 985-6584-59-0



9 789856 584599