

# **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ В ЭКОЛОГИИ**

*Допущено  
Министерством образования Республики Беларусь  
в качестве учебного пособия для студентов  
учреждений высшего образования по специальности  
«Природоохранная деятельность (по направлениям)»*

Минск  
РИВШ  
2018

УДК 519.6:574(075.8)

ББК 22.19:28.080я73

М 34

А в т о р ы :

*А. А. Волчек, Ю. Ю. Гнездовский, Л. В. Образцов, П. В. Шведовский*

Р е ц е н з е н т ы :

кафедра сельскохозяйственной биотехнологии и экологии  
Белорусской государственной сельскохозяйственной академии;  
доцент кафедры сельскохозяйственной биотехнологии и экологии  
Белорусской государственной сельскохозяйственной академии,  
кандидат сельскохозяйственных наук, доцент *И. Г. Пугачёва*

**Математические методы обработки данных в экологии**  
М34 : учебное пособие / А. А. Волчек [и др.]. – Минск : РИВШ, 2018. – 212 с. : ил.  
ISBN 978-985-586-123-3.

В учебном пособии освещаются теоретические и прикладные проблемы при решении задач в области экологии. Их освоение позволит обучающимся применять методы дифференцирования и интегрирования при описании экологических проблем, составлять и решать различные дифференциальные уравнения, применять актуальные методы анализа экспериментальных данных, изучать основы линейного и динамического программирования.

Адресовано студентам высших учебных заведений по специальности «Природоохранная деятельность (по направлениям)». Представляет определенный интерес и для работников в области экологии и водного хозяйства.

УДК 519.6:574(075.8)

ББК 22.19:28.080я73

ISBN 978-985-586-123-3

© Оформление. ГУО «Республиканский институт высшей школы», 2018

## ВВЕДЕНИЕ

*Судьба людей и их воля не поддается расчетам.  
Однако математика может смягчить  
воздействие природы на человеческие судьбы  
и усилить эффект ответных реакций человечества.*

Д. Ван Данцинг

Интенсивное развитие материального производства, крупномасштабное хозяйственное освоение территорий, стихийный социально-технический прогресс и потребительский бум обусловили разноскоростное протекание естественных процессов в природно-ландшафтных комплексах, нарушение динамического равновесия общества и природы.

Современная концептуальная модель взаимосвязей и взаимозависимости общества и природы характеризуется сложностью и неопределенностью.

Анализ областей взаимодействия, уровней, подходов и принципов к решению проблем природопользования и природообустройства, сформировавшаяся сегодня общеэкологическая ситуация и рост глобальных экологических проблем обусловили необходимость широкого применения математических методов обработки, анализа и моделирования прогнозов природных и антропогенных процессов и изменений состояния природно-ландшафтных систем.

В настоящее время для решения проблем природоохранного и природовоспроизводственного аспектов, а также задач управления объектами в области природопользования и природообустройства наиболее широко используются следующие группы математических подходов, теорий и моделей (рис. 1).

При решении практических задач в экологии определяющим является достоверность и полнота учета неопределенности природных и техногенных факторов, формирующих процесс перехода природных в антропогенные или антропогенизирующие системы.

В таблице 1 показана возможность учета факторов неопределенности при использовании наиболее широко применяемых в практике математических теорий и методов.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бурлибаев, М. Ж.* Проблемы оптимизации природопользования и природообустройства в математических моделях и методах / М. Ж. Бурлибаев, А. А. Волчек, П. В. Шведовский. – Алматы: Издательство «Каганат», 2003. – 532 с.
2. *Волчек, А. А.* Математические методы в природообустройстве. Учебное пособие для студентов высших учебных заведений / А. А. Волчек, П. С. Пойта, П. В. Шведовский. – Минск: Издательский центр БГУ, 2003. – 340 с.
3. *Волчек, А. А.* Математические модели в природопользовании. Учебное пособие для студентов высших учебных заведений / А. А. Волчек, П. В. Шведовский, Л. В. Образцов. – Минск: Издательский центр БГУ, 2002. – 282 с.
4. *Волчек, А. А.* Оценка воздействия на окружающую среду: пособие / А. А. Волчек, Л. В. Образцов, П. В. Шведовский. – Минск: РИВШ, 2015. – 194 с.
5. *Дрейпер, Н.* Прикладной регрессионный анализ: в 2 кн. / Н. Дрейпер, Г. Смит; пер. с англ. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Финансы и статистика, 1986. – Кн. 1. – 366 с.
6. *Дэвис, Дж. С.* Статистический анализ данных в геологии: в 2 кн. / Дж. С. Дэвис; пер. с англ. В. А. Голубевой; под ред. Д. А. Родионова. – М.: Недра, 1990. – Кн. 1. – 319 с.
7. *Дэвис, Дж. С.* Статистический анализ данных в геологии: в 2 кн. / Дж. С. Дэвис; пер. с англ. В. А. Голубевой; под ред. Д. А. Родионова. – М.: Недра, 1990. – Кн. 2. – 427 с.
8. *Замков, О. О.* Математические методы в экономике: учебник / О. О. Замков, А. В. Толстопятенко, Ю. Н. Черемных; под общ. ред. проф. А. В. Сидоровича; МГУ им. М. В. Ломоносова. – М.: Дело и Сервис, 2001.
9. *Литтл, Р. Дж. А.* Статистический анализ данных с пропусками / Р. Дж. А. Литтл, Д. Б. Рубин; пер. с англ. – М.: Финансы и статистика, 1990. – 336 с.
10. *Логинов, В. Ф.* Практика применения статистических методов при анализе и прогнозе природных процессов / В. Ф. Логинов, А. А. Волчек, П. В. Шведовский. – Брест: Изд-во БГТУ, 2004. – 301 с.

11. *Мостеллер, Ф.* Анализ данных и регрессия / Ф. Мостеллер, Жд. Тьюки; пер. с англ. Ю. Н. Благовещенского; под ред. и с предисл. Ю. П. Адлера. – М.: Финансы и статистика, 1982. – Вып. 1. – 317 с.
12. *Мостеллер, Ф.* Анализ данных и регрессия / Ф. Мостеллер, Жд. Тьюки; пер. с англ. Ю. Н. Благовещенского; под ред. и с предисл. Ю. П. Адлера. – М.: Финансы и статистика, 1982. – Вып. 2. – 239 с.
13. *Нурмаганбетов, Д. Ш.* Теоретические и прикладные основы проблем планирования и управления природопользованием и охраной природы / Д. Ш. Нурмаганбетов, А. А. Волчек, М. Ж. Бурлибаев. – Алматы: Изд-во «Каганат», 2007. – 360 с.
14. Оценка и прогноз воздействия природопользования и природообустройства на окружающую среду: учеб. пособие / А. А. Волчек [и др.]. – Рязань: ФГБОУ ВПО РГТУ им. П. А. Костычева, 2015. – 118 с.
15. *Поллард, Дж.* Справочник по вычислительным методам статистики / Дж. Поллард; пер. с англ. В. С. Занадворова; под ред. и с предисл. Е. М. Четыркина. – М.: Финансы и статистика, 1982. – 344 с.
16. Статистические методы в природопользовании: учеб. пособие для студентов высших учебных заведений / В. Е. Валуев [и др.]. – Брест: Изд-во Брестского политехнического института, 1999. – 252 с.
17. *Тейлор, Дж.* Введение в теорию ошибок / Дж. Тейлор; пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 272 с.
18. *Чертко, Н. К.* Математические методы в физической географии / Н. К. Чертко. – Минск: Изд-во «Университетское», 1987. – 151 с.
19. *Чини Р. Ф.* Статистические методы в геологии / Р. Ф. Чини; пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 189 с.
20. Эколого-социальные аспекты освоения водно-земельных ресурсов и технологий управления режимами гидромелиораций / П. В. Шведовский [и др.]. – Минск: Ураджай, 1998. – 363 с.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**Волчек Александр Александрович** – доктор географических наук, профессор, лауреат премии Национальной академии наук Беларуси, декан факультета инженерных систем и экологии УО «Брестский государственный технический университет».

Автор более 900 научных работ. Область научных интересов – изменение водного баланса речных водосборов, моделирования процессов формирования водного режима.

*E-mail:* Volchak@tut.by

**Гнездовский Юрий Юрьевич** – кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой экономических и естественнонаучных дисциплин, директор УО «БИП-Институт правоведения».

Автор более 60 научных работ. Область научных интересов – методика преподавания математики и информатики.

**Образцов Леонид Владимирович** – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры экономики и организации строительства УО «Брестский государственный технический университет».

Автор свыше 60 научных и учебно-методических работ, в том числе трех учебных пособий для вузов. Область научных интересов – научно-методическое, информационное сопровождение последипломного образования; экологические проблемы урбанизированных территорий.

**Шведовский Пётр Владимирович** – кандидат технических наук, профессор, заведующий кафедрой геотехники и транспортных коммуникаций УО «Брестский государственный технический университет».

Автор более 700 научных работ, в том числе 15 монографий и 19 учебных пособий для вузов. Область научных интересов – экологические проблемы, трансформация ландшафтов, прогнозы и моделирование рисков для урбанизированных территорий.

*E-mail:* ofig@bstu.by

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
<b>1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДАХ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ЭКОЛОГИИ</b>	
1.1. Особенности описания экологических проблем методами дифференцирования .....	7
1.2. Особенности описания экологических проблем методами интегрирования .....	13
<b>2. СПОСОБЫ СОСТАВЛЕНИЯ И РЕШЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ</b>	
2.1. Общие принципы составления дифференциальных уравнений .....	20
2.2. Разрешение относительно производной .....	22
2.3. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка .....	51
2.4. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах .....	55
2.5. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка .....	58
2.6. Особенности использования специальных дифференциальных уравнений первого и второго порядка .....	60
2.7. Дифференциальные уравнения «на бесконечность» (сфера и преобразования Пуанкаре) .....	66
<b>3. МЕТОДЫ АНАЛИЗА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ</b>	
3.1. Элементы общей теории ошибок .....	79
3.2. Генеральная совокупность и выборка .....	82
3.3. Эмпирические и теоретические распределения .....	88
3.4. Теория оценок .....	97
3.5. Статистические гипотезы .....	103

3.6. Корреляционный анализ .....	123
3.6.1. Линейный коэффициент корреляции .....	124
3.6.2. Корреляционное отношение .....	129
3.6.3. Множественный коэффициент корреляции .....	135
3.6.4. Корреляция между качественными признаками .....	139
3.7. Регрессионный анализ .....	144
3.7.1. Уравнение линейной регрессии с одним переменным фактором .....	145
3.7.2. Нелинейная парная регрессия .....	153
3.7.3. Линейная множественная регрессия .....	159
3.8. Дисперсионный анализ .....	164
3.8.1. Однофакторный дисперсионный анализ .....	165
3.8.2. Двухфакторный дисперсионный анализ .....	178
<b>4. МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ</b>	
4.1. Основы линейного программирования .....	184
4.2. Динамическое программирование .....	193
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	<b>202</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЯ .....</b>	<b>204</b>
<b>СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ .....</b>	<b>208</b>



Учебное издание

**Волчек Александр Александрович**  
**Гнездовский Юрий Юрьевич**  
**Образцов Леонид Владимирович**  
**Шведовский Петр Владимирович**

# **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ В ЭКОЛОГИИ**

Учебное пособие

Редактор *Н. В. Боярова*  
Компьютерная верстка *А. А. Пархомчик*  
Корректор *И. М. Подоматько*

Подписано в печать 20.02.2018. Формат 60×84/16.  
Бумага офсетная. Ризография.  
Усл. печ. л. 12,2. Уч-изд. л. 12,1. Тираж 300 экз. Заказ 16.

Издатель и полиграфическое исполнение  
государственное учреждение образования  
«Республиканский институт высшей школы».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя,  
изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/174 от 12.02.2014.  
Ул. Московская, 15, 220007, г. Минск.