УДК 519.2

И.Н. МЕЛЬНИКОВА, В.А. ГОРДИЕНКО
Брест, БрГУ

БРОУНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ В ЗЕРКАЛЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

В статье делается попытка развития одной математической модели, которая обязана своим происхождением хорошо известному физическому процессу броуновского движения, совершаемого взвешенной в жидкости частицей под воздействием хаотических столкновений с молекулами. Рассмотрим это движение на плоскости, обозначив $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$ координаты броуновской частицы через время t и считая, что в начальный момент $t=0$ она находится в начале координат. Предположим, что величины $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$ имеют совместную плотность вероятности, которая обладает центральной симметрией относительно исходной точки 0. Предположим ещё, что смещение броуновской частицы в ортогональных направлениях OX_1 и OX_2 происходит независимо и в итоге при каждом t координат $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$ есть независимые случайные величины. Тогда, как мы знаем, каждая из этих величин имеет нормальную плотность вероятности вида

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2(t)}}e^{-x^2\backslash\left(2\sigma^2(t)\right)}, \quad -\infty < x < \infty .$$

В дальнейшем будем рассматривать лишь одну из координат, условившись говорить о броуновском движении на прямой. С самого начала следовало бы сказать об однородности процесса броуновского движения, которую мы выразим в следующей форме: смещение частицы в промежутке времени от s до $s+t$, равное $\xi(s+t)-\xi(s)$, имеет то же распределение вероятностей, что и смещение $\xi(t)-\xi(0)$ за то же время t при начальном $s=0$ (напомним, мы считаем $\xi(0)=0$). Учитывая, что за конечный промежуток времени частица практически испытывает бесконечно большое число независимых друг от друга соударений с молекулами, будем предполагать, что смещение частицы на различных непересекающихся интервалах $0<t_1<t_2<...<t_n$ представляется независимыми величинами $\xi(t_1)$, $\xi(t_2)-\xi(t_1)$,..., $\xi(t_n)-\xi(t_{n-1})$. При этом для параметра $\sigma^2(t)=D\xi(t)$ получаем следующую зависимость от времени: $\sigma^2(s+t)=\sigma^2(s)+\sigma^2(t)$, $s,t\geq 0$. В самом деле, $\xi(s+t)=\xi(s)+\left[\xi(s+t)-\xi(s)\right]$ есть сумма независимых величин и $D\xi(s+t)=D\xi(s)+D\left[\xi(s+t)-\xi(s)\right]$, где $\xi(s+t)-\xi(s)$ имеет ту же дисперсию, что и $\xi(t)$. Таким образом, $\sigma^2(t)$ есть линейная функция от t, $\sigma^2(t)=\sigma^2\cdot t$, $t\geq 0$. Постоянная σ^2 называется *коэффициентом диффузии.*