*Т. М. Бусько*
*Научный руководитель — В. М. Мадорский*
Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина
г Брест, Республика Беларусь

# ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ВАРИАНТОМ МЕТОДА КАНТОРОВИЧА-КРАСНОСЕЛЬСКОГО

Для решения нелинейной системы вида

$$f(x)+g(x)=0, \quad f\in C_D^{(1)}, \quad g\in C_D \tag{1}$$

применяем вариант метода Канторовича-Красносельского с регулировкой шага [1]. В качестве предлагаемых методов рассмотрим одно-, двух- и трехшаговые методы.

Общая схема решения такова.

**Шаг 1.** Решается линейная система для определения поправки $\Delta x_n$

$$f'(x_n)(x_{n+1}-x_n)=-\beta_n(f(x_n)+\beta_{n-1}g(x_n)), \quad n=0,1,\dots,\beta_{-1}=\beta_0; \tag{2}$$

**Шаг 2.** Находится очередное приближение

$$x_{n+1}=x_n+\Delta x_n \tag{3}$$

**Шаг 3.** Проверяется выполнение условия

$$\|f(x_{n+1})+g(x_{n+1})\|\le\varepsilon,$$

где $\varepsilon$ — малая величина (параметр останова). Если условие выполняется, то конец просчетов, иначе

**Шаг 4.** Производится пересчет шаговой длины. Если $\|f(x_{n+1})+g(x_{n+1})\|<\|f(x_n)+g(x_n)\|$, то $\beta_{n+1}:=1$, иначе пересчет $\beta_{n+1}$ по одной из формул: (4)—(6) и переход им на шаг 1.

Метод 1 (одношаговый)

$$\beta_{n+1}=\min\left(1,\frac{\|f(x_n)\|}{\|f(x_n)\|\beta_n}\right); \quad \beta_0\in[0.1-0.001] \tag{4}$$

Метод 2 (двухшаговый)

$$\beta_{n+1}=\min\left(1,\frac{\|f(x_0)\|\gamma_n}{\|f(x_{n+1})\|\beta_n}\right)$$
$$\gamma_{n+1}=\frac{\gamma_n\|f(x_{n+1})\|\beta_{n+1}}{\|f(x_{n+2})\|\beta_n}; \ \gamma_0=\beta_0^2 \tag{5}$$

Метод 3 (трехшаговый)

$$\beta_{n+1}=\min\left(1,\frac{\gamma_n\|f(x_{n-1})\|}{\beta_n\|f(x_{n+1})\|}\right);$$
$$\gamma_{n+1}=\frac{\gamma_n\|f(x_n)\|\|f(x_{n-1})\|}{\|f(x_{n+1})\|\|f(x_{n+2})\|}; \gamma_0=\beta_0^2\frac{\|f(x_0)\|}{\|f(x_1)\|}; \tag{6}$$

Численные эксперименты проводились на модельной системе

$$\begin{cases} |x_1| + x_2 + \ldots\ldots + x_{n-2} + x_{n-1} + x_n = n \\ x_1 + |x_2| + \ldots\ldots + x_{n-2} + x_{n-1} + x_n = n \\ \ldots\ldots\ldots \\ x_1 + x_2 + \ldots\ldots + |x_{n-2}| + x_{n-1} + x_n = n \\ 10 \cdot (x_n - x_{n-1}^2) + e^{|x_{n-1}|-1} = 1 \\ x_{n-1} + \ln^2 |x_n| = 1 \end{cases}$$

Результаты эксперимента оформлены в виде таблицы

| Размерность системы N | Точность E | Среднее количество итераций при 10 запусков | | |
|---|---|---|---|---|
| | | метод 1 | метод 2 | метод 3 |
| 20 | $10^{-15}$ | 24 | 27 | 25 |
| 30 | $10^{-15}$ | 33 | 30 | 26 |
| 40 | $10^{-15}$ | 18 | 40 | 14 |
| 50 | $10^{-15}$ | 23 | 26 | 26 |
| 60 | $10^{-15}$ | 22 | 35 | 15 |

Анализ таблицы показывает, что наилучшим как по скорости сходимости, так и по широте области сходимости является метод 3.

## Список источников

1. *Мадорский, В. М.* Квазиньютоновские методы решения нелинейных уравнений / В. М. Мадорский. — Брест : БрГУ, 2005. — 186 с.