Национальная академия наук Беларуси
Труды Института математики. 2019. Том 27. № 1–2. С. 37–43

УДК 517.958

ПОСТАНОВКА ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ НА ПЛОСКОСТИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДЛЯ ТИПА ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ. II

В. И. Корзюк[1], **И. С. Козловская**[2], **С. Н. Наумовец**[3]

[1]*Институт математики НАН Беларуси*
[2]*Белорусский государственный университет*
[3]*Брестский государственный технический университет*
e-mail: korzyuk@bsu.by, kozlovskaja@bsu.by, e-cveta@tut.by
Поступила 20.09.2018

Данная статья по содержанию и названию является продолжением [1]. В полуполосе рассматриваются задачи для уравнения, которое представлено в [1]. Здесь один из коэффициентов его равен нулю. И в этом случае оператор уравнения представляет композицию двух операторов первого порядка. Чтобы получить корректные задачи, к рассматриваемому уравнению присоединяются соответствующие граничные условия.

1. Введение. Относительно независимых переменных $\mathbf{x} = (x_0, x_1)$ на плоскости $\mathbb{R}^2$ рассматривается линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами второго порядка вида

$$\mathcal{L}u = \partial^2_{x_0} u - a\partial_{x_0}\partial_{x_1} u\,(\mathbf{x}) = f\,(\mathbf{x}) \tag{1}$$

относительно искомой функции $u : \mathbb{R}^2 \ni \mathbf{x} \to u\,(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}$, где ∂_{x_0}, ∂_{x_1} - операторы частных производных первого порядка по переменным x_0 и x_1 соответственно. Данное уравнение получается из уравнения (1) работы [1], если коэффициент $\varepsilon = 0$.

Далее здесь рассматриваются новые граничные задачи для уравнения (1) и их классические решения.

2. Пусть в уравнении (1) $a > 0$, x_1 меняется в пределах ограниченного отрезка $[0, l]$, $0 < l < +\infty$, $l \in \mathbb{R}$, $x_0 \in [0, \infty)$.

2.1. Постановка задачи. В замыкании $\overline{Q} = [0, \infty) \times [0, l]$ полуполосы $Q = (0, \infty) \times (0, l)$ независимых переменных $\mathbf{x} = (x_0, x_1)$ рассматриваем уравнение (1). На части границы ∂Q области Q к уравнению (1) присоединяются условия Коши

$$u\,(0, x_1) = \varphi\,(x_1)\,, \quad \partial_{x_0} u\,(0, x_1) = \psi\,(x_1)\,, \quad x_1 \in [0, l]\,, \tag{2}$$

а на оставшейся части границы ∂Q - одно из граничный условий

$$u\,(x_0, 0) = \mu^{(1)}\,(x_0)\,, \quad x_0 \in \left[\frac{l}{a}, \infty\right), \tag{3}$$

$$u\,(x_0, l) = \mu^{(2)}\,(x_0)\,, \quad x_0 \in [0, \infty)\,. \tag{4}$$

Таким образом, имеем две граничные задачи (1)–(3) и (1), (2), (4) для уравнения (1) в полуполосе Q с простейшими условиями Дирихле (3), (4).

Заметим, что здесь полупрямые $\{\mathbf{x} \mid x_1 = 0,\ x_0 \geq 0\}$ и $\{\mathbf{x} \mid x_1 = l,\ x_0 \geq 0\}$ являются характеристиками уравнения (1). Поэтому граничные условия (3), (4) следует рассматривать как условия Гурса, а изучаемые задачи – как граничные задачи типа задач Гурса.

2.2. Частное решение уравнения (1), где $a \in \mathbb{R}$ и $a > 0$. Как известно [2], общее решение однородного уравнения (1) представимо в виде суммы

$$u(\mathbf{x}) = u^{(0)}(\mathbf{x}) + v_p(\mathbf{x}), \tag{5}$$

где $u^{(0)}$ – общее решение однородного уравнения

$$\mathcal{L}u^{(0)}(\mathbf{x}) = 0, \tag{6}$$

v_p – частное решение неоднородного уравнения (1).

Теперь перед нами стоит задача: построить какое-нибудь частное решение v_p уравнения (1). Здесь как и в [1] предполагается определить функцию v_p без продолжения f за пределы множества $\overline{Q}$. Частное решение уравнения (1) определяем формулой

$$v_p(\mathbf{x}) = -\frac{1}{a^2}\int\limits_0^{x_1} d\eta \int\limits_l^{x_1+ax_0} f\left(\frac{\xi-\eta}{a}, \eta\right) d\xi. \tag{7}$$

Обозначим через $C^{1,0}\left(\overline{Q}\right)$ множество непрерывных функций, заданных на множестве $\overline{Q}$, которые имеют непрерывные частные производные по переменному x_0 на $\overline{Q}$.

Лемма 1. *Если функция $f \in C^{1,0}\left(\overline{Q}\right)$, то функция v_p, определяемая формулой (7), принадлежит классу $C^2\left(\overline{Q}\right)$ и является решением уравнения (1).*

Доказательство проводится непосредственной проверкой.

Выбранное частное решение уравнения (1) по формуле (7) удовлетворяет условию Коши

$$\begin{gathered} v_p(0, x_1) = -\frac{1}{a^2}\int\limits_0^{x_1} d\eta \int\limits_l^{x_1} f\left(\frac{\xi-\eta}{a}, \eta\right) d\xi, \\ \partial_{x_0} v_p(0, x_1) = -\frac{1}{a}\int\limits_0^{x_1} f\left(\frac{x_1-\eta}{a}, \eta\right) d\eta, \quad x_1 \in [0, l], \end{gathered} \tag{8}$$

и однородному граничному условию

$$v_p(x_0, 0) = 0, \quad x_0 \in [0, \infty). \tag{9}$$

2.3. Классическое решение задачи (1)–(3). Согласно формуле (5), общее решение уравнения (1) есть функция вида

$$u(\mathbf{x}) = g^{(1)}(x_1) + g^{(2)}(x_1 + ax_0) + v_p(\mathbf{x}), \tag{10}$$

где $g^{(j)}$ $(j = 1, 2)$ – произвольные из класса C^2 функции, v_p – частное решение (7) уравнения (1). Область определения функции $g^{(1)}$ $D\left(g^{(1)}\right) = [0, l]$, а $g^{(2)}$ – $D\left(g^{(2)}\right) = [0, \infty)$, если $\mathbf{x} \in \overline{Q}$ и $a > 0$.

Функции $g^{(j)}$ $(j=1,2)$ выбираем такими, чтобы выполнялись условия (2), (3). Удовлетворяя решение (10) условиям Коши (2), с учетом (8) получим систему уравнений

$$
\begin{gathered}
g^{(1)}(x_1)+g^{(2)}(x_1)=\varphi(x_1)+\frac{1}{a^2}\int\limits_0^{x_1}d\eta\int\limits_l^{x_1}f\left(\frac{\xi-\eta}{a},\eta\right)d\xi=\tilde{\varphi}(x_1), \quad x_1\in[0,l],\\
dg^{(2)}(x_1)=\frac{1}{a}\psi(x_1)+\frac{1}{a^2}\int\limits_0^{x_1}f\left(\frac{x_1-\eta}{a},\eta\right)d\eta=\tilde{\psi}(x_1), \quad x_1\in[0,l].
\end{gathered}
\tag{11}
$$

Решая систему (11), получим

$$
\begin{gathered}
g^{(1)}(x_1)=\tilde{\varphi}(x_1)-g^{(2)}(x_1)=\varphi(x_1)+\frac{1}{a^2}\int\limits_0^{x_1}d\eta\int\limits_l^{x_1}f\left(\frac{\xi-\eta}{a},\eta\right)d\xi-\frac{1}{a}\int_0^{x_1}\psi(\xi)\,d\xi-\\
-\frac{1}{a^2}\int\limits_0^{x_1}d\xi\int\limits_0^{\xi}f\left(\frac{\xi-\eta}{a},\eta\right)d\eta+C, \quad x_1\in[0,l],\\
g^{(2,0)}(z)=\int\limits_0^{z}\tilde{\psi}(\xi)\,d\xi=\frac{1}{a}\int\limits_0^{z}\psi(\xi)\,d\xi+\frac{1}{a^2}\int\limits_0^{z}d\xi\int\limits_0^{\xi}f\left(\frac{\xi-\eta}{a},\eta\right)d\eta-C, \quad z\in[0,l].
\end{gathered}
\tag{12}
$$

Для $z\in[l,\infty)$ значения $g^{(2)}(z)$ функции $g^{(2)}$ определяем из граничного условия (3). Удовлетворяя (10) условию (3), с учетом (9) получим соотношение

$$
u(x_0,0)=g^{(1)}(0)+g^{(2)}(ax_0)=\mu^{(1)}(x_0), \quad x_0\in\left[\frac{l}{a},\infty\right).
$$

Отсюда

$$
g^{(1,1)}(z)=\mu^{(1)}\left(\frac{z}{a}\right)-g^{(1)}(0)=\mu^{(1)}\left(\frac{z}{a}\right)-\varphi(0)-C, \quad z\in[l,\infty). \tag{13}
$$

Таким образом,

$$
g^{(2)}(z)=\begin{cases} g^{(2,0)}(z), & z\in[0,l],\\ g^{(2,1)}(z), & z\in(l,\infty).\end{cases}
$$

Чтобы функция $g^{(2)}$ была из класса C^2 в точке $z=l$, необходимо и достаточно выполнения условий

$$
d^k g^{(2,1)}(l)=d^k g^{(2,0)}(l), \quad k=0,1,2. \tag{14}
$$

Запишем условия (14) через заданные функции задачи (1)–(3). Для этого воспользуемся соотношениями (12), (13). В результате получим эквивалентные условиям (14) условия вида

$$
\begin{gathered}
\mu^{(1)}\left(\frac{l}{a}\right)-\varphi(0)-\frac{1}{a}\int\limits_0^{l}\psi(\xi)\,d\xi-\frac{1}{a^2}\int\limits_0^{l}d\xi\int\limits_0^{\xi}f\left(\frac{\xi-\eta}{a},\eta\right)d\eta=0,\\
d\mu^{(1)}\left(\frac{l}{a}\right)-\psi(l)-\frac{1}{a}\int\limits_0^{l}f\left(\frac{l-\eta}{a},\eta\right)d\eta=0,
\end{gathered}
\tag{15}
$$

$$d^2\mu^{(1)}\left(\frac{l}{a}\right) - ad\psi(l) - f\left(0,l\right) = 0.$$

Обозначим через $\overline{Q^{(1)}}$, подмножество полуполосы $\overline{Q}$ которое определяется соотношениями: $\overline{Q^{(1)}} = \left\{\mathbf{x} \in \overline{Q} \;\middle|\; 0 \le x_0 \le \frac{l-x_1}{a},\;\; x_1 \in [0,l]\right\}$. Аналогично $\overline{Q^{(2)}} = \left\{\mathbf{x} \in \overline{Q} \;\middle|\; \frac{l-x_1}{a} \le x_0,\;\; x_1 \in [0,l]\right\}$.

Согласно формулам (10), (12), (13), в аналитическом виде запишем решение задачи (1)–(3)

$$\begin{gathered}
u\left(\mathbf{x}\right) = \varphi\left(x_1\right) + \frac{1}{a}\int\limits_{x_1}^{x_1+ax_0} \psi\left(\xi\right)d\xi + \frac{1}{a^2}\int\limits_{x_1}^{x_1+ax_0} d\xi\int\limits_0^{\xi} f\left(\frac{\xi-\eta}{a},\eta\right)d\eta + \\
+\frac{1}{a^2}\int\limits_0^{x_1} d\eta\int\limits_l^{x_1} f\left(\frac{\xi-\eta}{a},\eta\right)d\xi, \quad \mathbf{x} \in \overline{Q^{(1)}}, \\
u\left(\mathbf{x}\right) = \varphi\left(x_1\right) - \frac{1}{a}\int\limits_0^{x_1} \psi\left(\xi\right)d\xi + \frac{1}{a^2}\int\limits_0^{x_1} d\eta\int\limits_l^{x_1} f\left(\frac{\xi-\eta}{a},\eta\right)d\eta - \\
-\frac{1}{a^2}\int\limits_0^{x_1} d\xi\int\limits_0^{\xi} f\left(\frac{\xi-\eta}{a},\eta\right)d\eta + \mu^{(1)}\left(x_0+\frac{x_1}{a}\right) - \varphi(0), \quad \mathbf{x} \in \overline{Q^{(2)}},
\end{gathered} \tag{16}$$

где $\overline{Q} \subset \overline{Q^{(1)}} \cup \overline{Q^{(2)}}$, $\overline{Q^{(1)}} \cap \overline{Q^{(2)}} = \left\{\mathbf{x} \mid x_1 + ax_0 = l,\;\; x_1 \in [0,l]\right\}$.

Полученный результат сформулируем в виде теоремы.

Теорема 1. *Пусть выполняются для заданных функций задачи (1)–(3) условия гладкости:* $f \in C^{1,0}\left(\overline{Q}\right)$, $\varphi \in C^2\left([0,l]\right)$, $\psi \in C^1\left([0,l]\right)$, $\mu^{(1)} \in C^2\left(\left[\frac{l}{a},\infty\right)\right)$. *Существует единственное классическое решение* u *из класса* $C^2\left(\overline{Q}\right)$ *тогда и только тогда, когда выполняются условия согласования (15). Кроме того, решение (16) непрерывно зависит от заданных функций задачи (1)–(3).*

Доказательство. Существование решения определено формулами (15). Из этих формул также видно, что $u \in C^2\left(\overline{Q}\right)$, если выполняются условия гладкости, указанные в условиях теоремы, на заданные функции задачи, кроме $\mathbf{x} \in \overline{Q^{(1)}} \cap \overline{Q^{(2)}}$.

Заметим, что $u \in C^2\left(\overline{Q}\right)$ и в точках $\mathbf{x} \in \overline{Q^{(1)}} \cap \overline{Q^{(2)}}$ тогда и только тогда, когда выполняются условия согласования (15). Это следует из того, что $g^{(2)} \in C^2$ в точке $z = l$. А это выполняется тогда и только тогда, когда выполняются соотношения (14), эквивалентные условиям (15).

Единственность решения доказывается методом от противного. Предполагается, что имеются два решения. Для их разности получаем задачу (1)–(3) с однородным уравнением и однородными всеми граничными условиями. Проводя в этом случае предыдущие рассуждения для разности двух решений, получим ноль для всех $\mathbf{x} \in \overline{Q}$.

Непрерывность решения задачи (1)–(3) от ее заданных функций следует из формул (16).

2.4. Классическое решение задачи (1), (2), (4). В этом случае частное решение уравнения (1) несколько изменим и определим формулой

$$\tilde{v}_p\left(\mathbf{x}\right) = -\frac{1}{a^2}\int\limits_l^{x_1} d\eta\int\limits_l^{x_1+ax_0} f\left(\frac{\xi-\eta}{a},\eta\right)d\xi. \tag{17}$$

Выбранная таким образом функция $\tilde{v}_p$ удовлетворяет однородному граничному условию (4), то есть

$$\tilde{v}_p\left(x_0,l\right) = 0, \quad x_0 \in [0,\infty). \tag{18}$$

Решение задачи (1), (2), (4), как и в предыдущем случае, ищем в виде (10), где вместо функции v_p берем функцию $\tilde{v}_p$, определенную формулой (17),

$$u\left(\mathbf{x}\right)=\tilde{g}^{(1)}\left(x_1\right)+\tilde{g}^{(2)}\left(x_1+ax_0\right)+\tilde{v}_p\left(\mathbf{x}\right), \tag{19}$$

$\tilde{g}^{(j)}$ $(j=1,2)$ – произвольные функции из класса C^2 с областями определения $D\left(\tilde{g}^{(1)}\right)=[0,l]$, $D\left(\tilde{g}^{(2)}\right)=[0,\infty)$ для всех $\mathbf{x}\in\overline{Q}$. Значения функций $\tilde{g}^{(j)}$ определяем путем использования граничных условий (2), (4). Из условий Коши (2) получим

$$\begin{gathered}\tilde{g}^{(1)}\left(x_1\right)=\varphi\left(x_1\right)-\frac{1}{a}\int\limits_l^{x_1}\psi\left(\xi\right)d\xi+\frac{1}{a^2}\int\limits_l^{x_1}d\eta\int\limits_l^{x_1}f\left(\frac{\xi-\eta}{a},\eta\right)d\xi-\\ -\frac{1}{a^2}\int\limits_l^{x_1}d\xi\int\limits_l^{\xi}f\left(\frac{\xi-\eta}{a},\eta\right)d\eta+C,\quad x_1\in[0,l],\\ \tilde{g}^{(2)}\left(z\right)=\tilde{g}^{(2,0)}\left(z\right)=\frac{1}{a}\int\limits_l^{z}\psi\left(\xi\right)d\xi+\frac{1}{a^2}\int\limits_l^{z}d\xi\int\limits_l^{\xi}f\left(\frac{\xi-\eta}{a},\eta\right)d\eta-C,\quad z\in[0,l].\end{gathered} \tag{20}$$

Для $z\in D\left(\tilde{g}^{(2)}\right)\backslash[0,l]$ значения функции $\tilde{g}^{(2)}$ определяем из условия (4). Удовлетворяя представление (19) данному граничному условию, учитывая при этом (18), получим соотношение

$$\tilde{g}^{(2)}\left(z\right)=\tilde{g}^{(2,1)}\left(z\right)=\mu^{(2)}\left(\frac{z-l}{a}\right)-\tilde{g}^{(1)}\left(l\right)=\mu^{(2)}\left(\frac{z-l}{a}\right)-\varphi\left(l\right)-C. \tag{21}$$

При заданных условиях гладкости, указанных в теореме 1, на заданные функции уравнения (1), условий (2) и $\mu^{(2)}\in C^2\left([0,\infty)\right)$, функции

$$\tilde{g}^{(2)}(z)=\begin{cases}\tilde{g}^{(2,0)}(z), & z\in[0,l],\\ \tilde{g}^{(2,1)}(z), & z\in(l,\infty),\end{cases}$$

будет принадлежать классу $C^2\left([0,\infty)\right)$ тогда и только тогда, если будут выполняться условия согласования

$$d^k\tilde{g}^{(2,1)}\left(l\right)=d^k\tilde{g}^{(2,0)}\left(l\right),\quad k=0,1,2. \tag{22}$$

Используя соотношения (20), (21), условия (22) записываются через эквивалентные им условия согласования через заданные функции задачи (1), (2), (4) в виде

$$\begin{gathered}\mu^{(2)}(0)-\varphi(l)=0,\\ \frac{1}{a}d\mu^{(2)}(0)-\frac{1}{a}\psi(l)=0,\\ \frac{1}{a^2}d^2\mu^{(2)}(0)-\frac{1}{a}d\psi(l)-\frac{1}{a^2}f(0,l)=0.\end{gathered} \tag{23}$$

Подставляя значения (17), (20), (21) соответствующих функций в соотношение (19), найдем классическое решение в аналитическом виде задачи (1), (2), (4), а именно:

$$u\left(\mathbf{x}\right)=\varphi\left(x_1\right)+\frac{1}{a}\int\limits_{x_1}^{x_1+ax_0}\psi\left(\xi\right)d\xi+\frac{1}{a^2}\int\limits_{x_1}^{x_1+ax_0}d\xi\int\limits_l^{\xi}f\left(\frac{\xi-\eta}{a},\eta\right)d\eta- \tag{24}$$

$$-\frac{1}{a^2}\int\limits_{l}^{x_1} d\eta \int\limits_{x_1}^{x_1+ax_0} f\left(\frac{\xi-\eta}{a},\eta\right) d\xi, \quad \mathbf{x}\in\overline{Q^{(1)}},$$

$$u(\mathbf{x}) = \varphi(x_1) - \frac{1}{a}\int\limits_{l}^{x_1}\psi(\xi)\,d\xi + \mu^{(2)}\left(x_0+\frac{x_1-l}{a}\right) - \varphi(l) -$$

$$-\frac{1}{a^2}\int\limits_{l}^{x_1} d\eta \int\limits_{x_1}^{x_1+ax_0} f\left(\frac{\xi-\eta}{a},\eta\right) d\xi - \frac{1}{a^2}\int\limits_{l}^{x_1} d\xi \int\limits_{l}^{\xi} f\left(\frac{\xi-\eta}{a},\eta\right) d\eta, \quad \mathbf{x}\in\overline{Q^{(2)}}. \tag{25}$$

Полученный результат сформулируем в виде теоремы.

Теорема 2. *Пусть выполняются для заданных функций задачи (1), (2), (4) условия гладкости:* $f\in C^{1,0}\left(\overline{Q}\right)$, $\varphi\in C^2([0,l])$, $\psi\in C^1([0,l])$, $\mu^{(2)}\in C^2([0,\infty))$. *Существует единственное классическое в аналитическом виде (24), (25) решение и задачи (1), (2), (4) из класса* $C^2\left(\overline{Q}\right)$ *тогда и только тогда, когда выполняются условия согласования (23). Кроме того, решение (24), (25) непрерывно зависит от заданных функций задачи (1), (2), (4).*

Доказательство следует из предыдущих рассуждений и доказательств.

Заметим, что однородные условия согласования (15) или (23) для заданных функций рассматриваемых задач сделать на практике не всегда представляется возможным. Оказалось, что это весьма затруднительно сделать при моделировании конкретных физических явлений. К примеру, при измерениях всегда присутствуют погрешности. Если не идеальный случай, то следует рассматривать, вообще говоря, неоднородные условия согласования, то есть условия вида:

$$\mu^{(1)}\left(\frac{l}{a}\right) - \varphi(0) - \frac{1}{a}\int\limits_0^l \psi(\xi)\,d\xi - \frac{1}{a^2}\int\limits_0^l d\xi\int\limits_0^{\xi} f\left(\frac{\xi-\eta}{a},\eta\right)d\eta = \delta^{(1)},$$

$$d\mu^{(1)}\left(\frac{l}{a}\right) - \psi(l) - \frac{1}{a}\int\limits_0^l f\left(\frac{l-\eta}{a},\eta\right)d\eta = \delta^{(2)}, \tag{26}$$

$$d^2\mu^{(1)}\left(\frac{l}{a}\right) - ad\psi(l) - f(0,l) = \delta^{(3)},$$

или

$$\mu^{(2)}(0) - \varphi(l) = \sigma^{(1)},$$

$$\frac{1}{a}d\mu^{(2)}(0) - \frac{1}{a}\psi(l) = \sigma^{(2)}, \tag{27}$$

$$\frac{1}{a^2}d^2\mu^{(2)}(0) - \frac{1}{a}d\psi(l) - \frac{1}{a^2}f(0,l) = \sigma^{(3)}.$$

В этом случае, как это сделано, например, в [2,3], решения задач следует рассматривать в классах $C^2\left(\overline{Q^{(j)}}\right)$ для $j=1,2$, а на границе раздела $\gamma=\overline{Q^{(1)}}\cap\overline{Q^{(2)}}$ задавать условия сопряжения.

Простейшие условия сопряжения для задачи (1), (2) в случае условий согласования (26) могут быть следующие:

$$\left[\left(\partial^k_{x_1}u\right)^+ - \left(\partial^k_{x_1}u\right)^-\right](x_0, x_1 = l - ax_0) = \delta^{(k+1)}, \quad k=0,1,2, \tag{28}$$

где

$$\left(\partial_{x_1}^k u\right)^{\pm}(x_0, x_1 = l - a x_0) = \lim_{\triangle x_1 > 0, \triangle x_1 \to 0} \left(\partial_{x_1}^k u\right)(x_0, x_1 \pm \triangle x_1 = l - a x_0) . \tag{29}$$

Из условий (28) следуют условия (14) и обратно. А из условий (14) следуют эквивалентные им неоднородные условия согласования (27). В этом случае справедлива следующая теорема.

Теорема 3. *Пусть выполняются условия гладкости на заданные функции задачи (1)-(3), указанные в теореме 1. Существует единственное классическое решение и из класса* $C^2\left(\overline{Q^{(j)}}\right)$, $j = 1, 2$, *задачи (1)-(3), (28) тогда и только тогда, когда выполняются неоднородные условия согласования (26). Решение определяется формулами (16) и непрерывно зависит от заданных функций уравнения (1) условий (2), (3).*

Аналогичная теорема имеет место и для задачи (1), (2), (4), (28) тогда и только тогда, когда выполняются неоднородные условия согласования (27).

Литература

1. *Корзюк В. И., Козловская И. С., Наумовец С.Н.* Постановка граничных задач на плоскости в зависимости от коэффициентов для типа волнового уравнения. I // Труды Института математики. – 2019. – Т. 27, № 1. – С. 29–36.
2. *Корзюк В. И., Козловская И. С.* Классические решения задач для гиперболических уравнений. В десяти частях. Часть 1. Минск 2017. 45с.
3. *Корзюк В. И., Козловская И. С.* Классические решения задач для гиперболических уравнений. В десяти частях. Часть 2. Минск 2017. 52с.

V. I. Korzyuk, I. S. Kozlovskaja, S. N. Naumavets

Statement of border tasks on the plane dependent on the coefficients for the type of the wave equation. II.

Summary

This article by the content and title is an extension of [1]. In the half-strip we consider problems for the equation, which is presented in [1]. Here one of its coefficients is zero. In this case the operator of the equation represents the composition of two first-order operators. The corresponding boundary conditions are added to the equation under consideration to obtain the correct problems.