

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учреждение образования
“Брестский государственный технический университет”

Кафедра физики

ЗАДАНИЯ

для контроля знаний и компетенций студентов по теме

“Кинематика материальной точки и основы теории погрешностей”

(Методические указания)

Брест 2011

УДК 378.118.4+371.261

Методические указания предназначены для оказания помощи преподавателям в оценке качества знаний и компетенций студентов при проведении текущего тематического контроля по теме “Кинематика материальной точки и основы теории погрешностей”. Задания также могут быть использованы студентами при подготовке к тематическому контролю.

Составители: В.И. Гладковский, к.ф.-м.н., профессор;
Л.Н. Яромская, ассистент;
О.Ф. Савчук, ассистент;
Т.А. Новикова, ассистент;
Л.П. Щербаченко, ассистент

Под редакцией В.И. Гладковского, к.ф.-м.н., профессора кафедры физики

СОДЕРЖАНИЕ

1. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ И КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТОВ	3
2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ	4
3. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ.....	10
4. ЗАДАНИЯ С ВАРИАНТАМИ ОТВЕТА	11
5. ЗАДАНИЯ БЕЗ ОТВЕТОВ.....	12
6. ПРАВИЛА ПОСТРОЕНИЯ ГРАФИКОВ.....	25
7. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА	27

1. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ И КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТОВ

Критерии оценки знаний и компетенций студентов по заданиям составлены на основании критериев оценки знаний и компетенций студентов высшей школы, утвержденными Министерством образования Республики Беларусь в 2003 г.

Число правильных ответов	Оценка
1	4
2	5
3	6
4	7
5	8
6	9

Примечание: оценка 10 выставляется преподавателем студенту, набравшему 9 баллов, за исключительные достижения в учебной деятельности, например, если студент первым правильно выполнил все задания и т. п.

2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ

1. Материальная точка движется по некоторой кривой с постоянным тангенциальным ускорением $a_t = 0,5 \text{ м/с}^2$. Определить модуль полного ускорения a точки на участке кривой с радиусом кривизны $R = 3 \text{ м}$, если точка движется на этом участке со скоростью 2 м/с .

Дано:

$$a_t = 0,5 (\text{м/с}^2);$$

$$R = 3 (\text{м});$$

$$V = 2 (\text{м/с}).$$

Найти:

$$a - ?$$

Решение:

Из теории кинематики материальной точки известно, что вектор полного ускорения равен геометрической сумме векторов тангенциального и нормального ускорений. Поэтому вектор полного ускорения запишется в следующем виде:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n;$$

Модуль полного ускорения находится по формуле:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2},$$

где a_t и a_n модули тангенциального и нормального ускорений материальной точки.

Модуль тангенциального ускорения показывает как быстро происходит изменение модуля скорости в данный момент времени. В данном случае $a_t = 0,5 (\text{м/с}^2)$.

Мгновенное значение нормального (или центростремительного) ускорения показывает, как быстро изменяется направление вектора скорости в данный момент времени. Нормальное ускорение вычисляется по формуле:

$$a_n = \frac{V^2}{R}.$$

Подставляя численные значения, находим модуль полного ускорения:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{(0,5)^2 + \left(\frac{2^2}{3}\right)^2} = 1,42 (\text{м/с}^2).$$

2. В результате измерения сторон прямоугольника получились следующие значения: $a = (4,2 \pm 0,1)$ см и $b = (2,5 \pm 0,2)$ см. Найти площадь прямоугольника и погрешность ее определения.

Дано:

$$a = (4,2 \pm 0,1) \text{ см};$$

$$b = (2,5 \pm 0,2) \text{ см}.$$

Найти:

ΔS - ?

Решение:

Площадь прямоугольника определяется по формуле:

$$S = a \cdot b.$$

Находим значение площади

$$S = 4,2 \cdot 2,5 = 10,59 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Определение площади прямоугольника можно рассматривать как ее косвенное измерение. В общем случае погрешность косвенного измерения определяется по формуле:

$$\Delta F = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\Delta x_i \frac{\partial F}{\partial x_i} \right)^2}.$$

В нашем случае погрешность косвенного измерения равна:

$$\Delta S = \sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial a} \Delta a \right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial b} \Delta b \right)^2},$$

где $\frac{\partial S}{\partial a} = \frac{\partial(ab)}{\partial a} = b$ — частная производная от площади прямоугольника S по стороне a , $\frac{\partial S}{\partial b} = \frac{\partial(ab)}{\partial b} = a$ — частная производная от площади прямоугольника S по стороне b .

Подставляя численные значения погрешностей прямых измерений: $\Delta a = 0,1$ (см), $\Delta b = 0,2$ (см), находим, что

$$\begin{aligned} \Delta S &= \sqrt{(b\Delta a)^2 + (a\Delta b)^2} = \sqrt{(2,5 \cdot 0,1)^2 + (4,2 \cdot 0,2)^2} = \\ &= 0,87 \text{ (см}^2\text{)} \approx 0,9 \text{ (см}^2\text{)} \end{aligned}$$

Окончательный ответ записываем в виде:

$$\Delta S = (10,6 \pm 0,9) \text{ см}^2.$$

3. Скорость материальной точки задана уравнением $\vec{V} = (-6\vec{i} + 4\vec{j})$ м/с. Найти модуль вектора скорости и угол, который он составляет с осью ОХ. Изобразить вектор скорости в декартовой системе координат, выбрав подходящий масштаб.

Дано:

$$\vec{V} = -6\vec{i} + 4\vec{j} (\text{м/с}).$$

Найти:

V - ?

$\angle \alpha$ - ?

Решение:

В общем случае вектор скорости имеет вид:

$$\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j}.$$

Значит, компоненты вектора скорости равны:

$$V_x = -6 (\text{м/с}) \text{ и } V_y = 4 (\text{м/с}).$$

Модуль вектора скорости находим по формуле:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{(-6)^2 + (4)^2} = 7,2 (\text{м/с}).$$

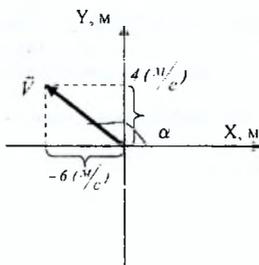
Находим значение направляющего косинуса вектора скорости \vec{V} по отношению к оси ОХ:

$$\cos \alpha = \frac{V_x}{V} = \frac{-6}{7,2} = -0,83(3).$$

Угол α , который вектор скорости \vec{V} составляет с осью ОХ, равен:

$$\angle \alpha = \arccos(-0,83) = 146,4^\circ.$$

Выбираем масштаб и изображаем вектор скорости:



4. Движение материальной точки задано уравнениями

$$\begin{cases} x = 10 + 2t, \\ y = -t^2 + 10t + 20 \end{cases}$$

Написать уравнение траектории движения материальной точки и построить график траектории.

Дано:

$$\begin{aligned} x &= 10 + 2t; \\ y &= -t^2 + 10t + 20 \end{aligned}$$

Найти:
 $y(x) - ?$

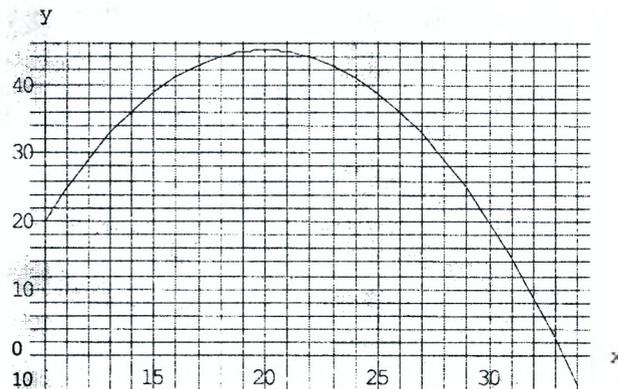
Решение:

Уравнение траектории на плоскости выражает зависимость y от x (или наоборот). В нашем случае из первого уравнения выразим параметр времени $t = \frac{x-10}{2}$ и подставим полученное значение во второе уравнение: $y = -\left(\frac{x-10}{2}\right)^2 + 10\left(\frac{x-10}{2}\right) + 20$. Это и есть уравнение траектории.

Создадим таблицу данных:

$t, \text{с}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$x, \text{м}$	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
$y, \text{м}$	20	29	36	41	44	45	44	41	36	29	20	9	-4

Теперь построим график траектории $y(x)$:



5. Движение двух материальных точек выражается уравнениями:

$$\begin{cases} x_1 = 20 + 2t - 4t^2, \\ x_2 = 2 + 2t + 0,5t^2. \end{cases}$$

В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковыми. Определить скорости V_1 и V_2 и ускорения a_1 и a_2 точек в этот момент.

<p>Дано:</p> $x_1 = 20 + 2t - 4t^2;$ $x_2 = 2 + 2t + 0,5t^2.$ <p>Найти:</p> $t - ?$ $V_1 - ?$ $V_2 - ?$ $a_1 - ?$ $a_2 - ?$	<p>Решение:</p> <p>Очевидно, что движения точек 1 и 2 являются равнопеременными. Такое движение характеризуется уравнениями вида:</p> $x = x_0 + V_{0x} \cdot t + \frac{a_x t^2}{2}$ <p>для координаты, и уравнением типа</p> $V = V_{0x} + a_x t$ <p>для скорости.</p> <p>Сравнивая уравнения для координаты, находим, что:</p> $V_{01} = 2(\frac{M}{C}), \quad a_{1x} = -8(\frac{M}{C^2}),$ $V_{02} = 2(\frac{M}{C}), \quad a_{2x} = 1(\frac{M}{C^2}).$ <p>Тогда скорость точек со временем будет изменяться по закону:</p> $\begin{cases} V_1 = 2 - 8t, \\ V_2 = 2 + t. \end{cases}$ <p>Найдем момент времени, в который скорости этих тел станут одинаковы. Приравняем модули скоростей $V_1 = V_2$. Следовательно: $2 - 8t = 2 + t$. Решая уравнение, находим, что $t = 0$.</p> <p>Скорости точек в этот момент времени равны, соответственно:</p> $V_1 = 2(\frac{M}{C}),$ $V_2 = 2(\frac{M}{C}).$ <p>Ускорения точек в этот момент времени равны, соответственно:</p> $a_1 = -8(\frac{M}{C^2}),$ $a_2 = 1(\frac{M}{C^2}).$
---	--

6. Движение двух материальных точек выражается уравнениями:

$$\begin{cases} x_1 = 20 + 2t - 4t^2, \\ x_2 = 2 + 2t + 0,5t^2. \end{cases}$$

Найти место и время встречи этих материальных точек.

<p>Дано:</p> $x_1 = 20 + 2t - 4t^2;$ $x_2 = 2 + 2t + 0,5t^2.$ <hr/> <p>Найти:</p> $x_{\text{встр}} - ?$ $t_{\text{встр}} - ?$	<p>Решение:</p> <p>При встрече координаты тел одинаковы, т.к. тела пространственно находятся в одной точке:</p> $x_1 = x_2.$ <p>Подставляя численные значения, получим</p> $20 + 2t - 4t^2 = 2 + 2t + 0,5t^2.$ <p>Из этого выражения находим время встречи двух тел:</p> $t_{\text{встр}} = \sqrt{\frac{18}{4,5}} = 2(\text{с}).$ <p>Подставив это значение в одно из исходных уравнений, определяем координату места встречи:</p> $x_{\text{встр}} = 20 + 2 \cdot 2 - 4 \cdot 2^2 = 8(\text{м}).$
---	---

3. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Что называется механическим движением?
2. Какое движение называется поступательным?
3. Что такое «материальная точка»?
4. Приведите примеры, в которых одно и то же тело в одних условиях можно считать материальной точкой, а в других – нельзя.
5. Что называется системой отсчета?
6. Что характеризует скорость материальной точки?
7. Что называется ускорением материальной точки?
8. Что понимают под «кинематическим законом движения материальной точки»?
9. Как, зная закон изменения координаты точки, определить законы изменения ее скорости и ускорения вдоль заданного направления?
10. Как найти мгновенные значения скорости и ускорения? Что для этого надо знать?
11. Что называют радиус-вектором материальной точки?
12. Как определить векторы скорости и ускорения материальной точки, если известен закон изменения ее радиус-вектора?
13. Чему равны модули векторов скорости и ускорения?
14. Что называется траекторией движения материальной точки?
15. Как можно получить уравнение траектории, если известен закон изменения радиус-вектора материальной точки?
16. Каким способом задается направление вектора?
17. Как вычислить углы, которые заданный вектор составляет с осями координат?
18. Как определить законы изменения скорости и координаты вдоль определенного направления, если задан закон изменения ускорения вдоль этого направления? Что должно быть задано дополнительно для того, чтобы ответы были однозначными?
19. Чему равно расстояние между двумя точками в пространстве?
20. Как определить расстояние между двумя движущимися материальными точками в данный момент времени, если известны законы изменения их скоростей в одной и той же системе отсчета?
21. В чем состоит принцип независимости движения? Как будет двигаться тело, брошенное горизонтально над поверхностью Земли?
22. Какие составляющие ускорения называют нормальной и тангенциальной? Как они направлены? Какое изменение скорости они характеризуют?
23. Как, зная нормальное и тангенциальное ускорения, определить вектор полного ускорения и его модуль?
24. Что называют кривизной траектории? Как определить ее радиус кривизны?
25. Какие ошибки возникают при проведении измерений?
26. Что такое «прямое измерение» и «косвенное измерение»?
27. Поясните методику определения погрешности прямого измерения.
28. Как определить погрешность косвенного измерения?
29. Расскажите о правилах построения графиков.

4. ЗАДАНИЯ С ВАРИАНТАМИ ОТВЕТА

1. Точка движется по кривой с постоянным тангенциальным ускорением $a_t = 0,5 \text{ м/с}^2$. Определить полное ускорение a точки на участке кривой с радиусом кривизны $R = 3 \text{ м}$, если точка движется на этом участке со скоростью 2 м/с .

ОТВЕТЫ: 1) $1,64 \text{ м/с}^2$; 2) $1,86 \text{ м/с}^2$; 3) $1,32 \text{ м/с}^2$; 4) $1,42 \text{ м/с}^2$; 5) $1,58 \text{ м/с}^2$.

2. Прямоугольник имеет длину сторон $a = (4,2 \pm 0,1) \text{ см}$ и $b = (2,5 + 0,2) \text{ см}$. Найти погрешность площади прямоугольника.

ОТВЕТЫ: 1) $0,45 \text{ см}^2$; 2) $0,68 \text{ см}^2$; 3) $0,88 \text{ см}^2$; 4) $0,75 \text{ см}^2$; 5) $0,56 \text{ см}^2$.

3. Скорость материальной точки задана уравнением $V = -6\vec{i} + 4\vec{j} \text{ м/с}$. Найти модуль скорости.

ОТВЕТЫ: 1) $8,4 \text{ м/с}$; 2) $7,2 \text{ м/с}$; 3) $6,8 \text{ м/с}$; 4) $5,6 \text{ м/с}$; 5) $4,5 \text{ м/с}$.

4. Скорость материальной точки задана уравнением $V = (-6\vec{i} + 4\vec{j}) \text{ м/с}$. Определить направление вектора скорости по отношению к оси OX .

ОТВЕТЫ: 1) 18° ; 2) 60° ; 3) 45° ; 4) 26° ; 5) 34° .

5. Движение материальной точки задано уравнениями

$$\begin{cases} x = 10 + 2t, \\ y = -t^2 + 10t + 20 \end{cases}$$

Написать уравнение траектории.

ОТВЕТЫ: 1) $y = -0,8x^2 + 15x - 20$; 2) $y = 0,4x^2 + 5x - 20$; 3) $y = 2x^2 - 10x + 30$;

4) $y = -0,25x^2 + 10x - 50$; 5) $y = 3x^2 - 8x - 40$.

6. Движение двух материальных точек выражаются уравнениями:

$$\begin{cases} x_1 = 20 + 2t - 4t^2, \\ x_2 = 2 + 2t + 0,5t^2. \end{cases}$$

Найти место встречи этих материальных точек.

ОТВЕТЫ: 1) 15 м ; 2) 6 м ; 3) 4 м ; 4) 9 м ; 5) 8 м .

7. Движение двух материальных точек выражаются уравнениями:

$$\begin{cases} x_1 = 20 + 2t - 4t^2, \\ x_2 = 2 + 2t + 0,5t^2. \end{cases}$$

Определить время встречи этих материальных точек.

ОТВЕТЫ: 1) 10 с ; 2) 6 с ; 3) 2 с ; 4) 8 с ; 5) 12 с .

8. Движение двух материальных точек выражаются уравнениями:

$$\begin{cases} x_1 = 20 + 2t - 4t^2, \\ x_2 = 2 + 2t + 0,5t^2. \end{cases}$$

В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковыми?

ОТВЕТЫ: 1) 10 с ; 2) 3 с ; 3) 8 с ; 4) 0 с ; 5) 6 с .

5.ЗАДАНИЯ БЕЗ ОТВЕТОВ

Вариант 1

1.1. В момент времени $t = 1.0$ с определить радиус кривизны траектории, заданной уравнениями:

$$\begin{cases} x = 2 - t, \\ y = 4t^2 + 6t. \end{cases}$$

1.2. Записать объем общей тетради студента в стандартной форме.

1.3. Найти путь материальной точки за время t от 0 до 2 с, вдоль траектории, заданной уравнениями:

$$\begin{cases} x = 2 - t, \\ y = 4t^2 + 6t. \end{cases}$$

1.4. За время t от 0 до 2 с изобразить стробоскопическую модель траектории движения материальной точки с интервалом стробоскопирования $\tau = 0.20$ с. Кинематический закон движения материальной точки имеет вид:

$$\begin{cases} x = 2 - t, \\ y = 4t^2 + 6t. \end{cases}$$

1.5. Найти в момент времени $t = 1.0$ с центростремительное ускорение материальной точки, движущейся вдоль траектории, заданной уравнениями:

$$\begin{cases} x = 2 - t, \\ y = 4t^2 + 6t. \end{cases}$$

1.6. Определить в момент времени $t = 1.0$ с скорость материальной точки, движущейся вдоль траектории, заданной уравнениями

$$\begin{cases} x = 2 - t, \\ y = 4t^2 + 6t. \end{cases}$$

Вариант 2

2.1 В момент времени $t = 2$ с определить скорость точки, зная, что

$$\begin{cases} x = 10 - t, \\ y = 2t^2 + 5t. \end{cases}$$

2.2. Записать длину линейки длиной 20 см в стандартной форме.

2.3. Найти уравнение траектории, зная, что

$$\begin{cases} x = 6 - 7t, \\ y = 3t^2 + 9t. \end{cases}$$

2.4. Изобразить зависимость в координатах XY

$$\begin{cases} x = 4 + 7t, \\ y = 6t^2 - 7t, \end{cases}$$

выбрав определенный масштаб.

2.5. Материальная точка движется по закону

$$\vec{r}(t) = 2t\vec{i} + 6t^2\vec{j},$$

где \vec{i} и \vec{j} – единичные векторы, направленные вдоль осей OX и OY, соответственно. Записать уравнение траектории и изобразить ее графически.

2.6. Тело брошено со скоростью 10 м/с под углом 60° к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите тангенциальное ускорение в момент времени $t=1$ с после начала движения.

Вариант 3

3.1. Определить углы, составляемые вектором скорости с осями координат в момент времени $t = 2$ с, зная, что

$$\begin{cases} x = 7 - 2t, \\ y = 4t^2 + 9t. \end{cases}$$

3.2. Измерить с помощью линейки и записать в стандартной форме диаметр авторучки или карандаша.

3.3. Найти проекции скорости на оси координат, зная, что

$$\begin{cases} x = 9 - t, \\ y = 8t^2 + 7t. \end{cases}$$

3.4. Выбрав определенный масштаб, изобразить вектор скорости в момент времени $t = 5$ с, если радиус-вектор точки следующим образом зависит от времени:

$$\vec{r}(t) = 3t\vec{i} + 5t^2\vec{j}.$$

3.5 Материальная точка движется по закону

$$\vec{r}(t) = 4t\vec{i} + t^2\vec{j},$$

где \vec{i} и \vec{j} – единичные векторы, направленные вдоль осей OX и OY, соответственно. Найти проекции вектора скорости на оси координат.

3.6. Тело брошено горизонтально со скоростью 15 м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите радиус кривизны траектории тела через $t = 2$ с после начала движения.

Вариант 4

4.1. Найти ускорение точки в момент времени $t = 2$ с, зная, что

$$\begin{cases} V_x = 10, \\ V_y = 4t + 5. \end{cases}$$

4.2. Записать в стандартной форме значение температуры в аудитории.

4.3. Найти скорость материальной точки, зная, что

$$\begin{cases} x = 4 - 5t, \\ y = 7t^2 + 4t. \end{cases}$$

4.4. Изобразить вектор ускорения в момент времени $t = 3$ с, если

$$V = 5t\vec{i} - 1,5t^2\vec{j}.$$

4.5. Материальная точка движется по закону

$$\vec{r}(t) = 8t\vec{i} + 9t^2\vec{j},$$

где \vec{i} и \vec{j} – единичные векторы, направленные вдоль осей OX и OY, соответственно. Найти модуль скорости и ускорения в момент времени $t_1 = 1,5$ с.

4.6. Зависимость пройденного материальной точкой пути от времени задается уравнением:

$$s = 6 - 3t + 2t^2 + t^4.$$

Определите среднюю скорость материальной точки в интервал времени от $t_1 = 1$ с до $t_2 = 4$ с.

Вариант 5

5.1. В момент времени $t = 2$ с определить углы, составляемые вектором ускорения с осями координат, зная, что

$$\begin{cases} V_x = 7, \\ V_y = 8t + 9. \end{cases}$$

5.2. Записать в стандартной форме угол, измеренный транспортиром.

5.3. Найти проекции ускорения на оси координат, зная, что

$$\begin{cases} V_x = 10, \\ V_y = 3t + 9. \end{cases}$$

5.4. Изобразить векторы нормального и тангенциального ускорений в момент времени $t = 1$ с, если

$$\vec{V}(t) = 8t\vec{i} + 9t^2\vec{j}.$$

5.5. Материальная точка движется по закону

$$\vec{r}(t) = 2t\vec{i} + 6t^2\vec{j},$$

где \vec{i} и \vec{j} – единичные векторы, направленные вдоль осей ОХ и ОУ, соответственно. Найти модули скорости и ускорения в момент времени $t_1 = 5$ с.

5.6. Зависимость перемещения от времени задается уравнением $\vec{r} = 8t^2\vec{i} + 5t'\vec{j}$. Определить среднее ускорение тела в интервале времени от $t_1=1$ с до $t_2=3$ с.

Вариант 6

6.1. Зная, что

$$\begin{cases} V_x = 2, \\ V_y = 3t + 4, \end{cases}$$

найти тангенциальное и нормальное ускорения точки в момент времени $t = 2$ с.

6.2. Записать в стандартной форме давление, измеренное манометром.

6.3. Найти полное ускорение материальной точки, зная, что

$$\begin{cases} V_x = 10, \\ V_y = 3t + 9. \end{cases}$$

6.4. Изобразить радиус-вектор точки в момент времени $t=0,1$ с, если

$$\begin{cases} x = 7 - 7t, \\ y = 7t^2 + 9t. \end{cases}$$

6.5. Движение материальной точки задано уравнением

$$\vec{r}(t) = (2 - 3t)\vec{i} + (4 - 5t + 3t^2)\vec{j}.$$

Найти модуль средней скорости перемещения и ее направление по отношению к оси ОХ за промежуток времени от $t_1 = 1$ с до $t_2 = 3$ с.

6.6. Зависимость пройденного телом пути от времени задается уравнением $s = 2t - 3t^2 + 4t^3$. Определите среднюю скорость тела в интервале времени от $t_1 = 1$ с до $t_2 = 4$ с.

Вариант 7

7.1. Скорость материальной точки задана уравнением $\vec{V} = 4\vec{i} - 6\vec{j}$. Нарисовать вектор скорости в системе координат XOY в момент времени $t = 2$ с. Определить угол между вектором скорости и осью OX.

7.2. Длина стола измерялась 40-сантиметровой линейкой с миллиметровыми делениями. Результаты измерения: 1442, 1444, 1446, 1443, 1445 мм. Найти абсолютную погрешность измерения. Записать окончательный результат в стандартной форме.

7.3. Движение материальной точки задано уравнениями:

$$\begin{cases} x = 50 + 4t, \\ y = 2t^2 + 15t + 40. \end{cases}$$

Написать уравнение траектории и построить траекторию движения материальной точки.

7.4. Движение материальной точки задано уравнениями:

$$\begin{cases} x = 50 + 4t, \\ y = 2t^2 + 15t + 40. \end{cases}$$

Записать зависимость радиус-вектора $\vec{r}(t)$ от времени t . Построить радиус-вектор в момент времени $t = 2$ с. Найти его модуль и направление по отношению к оси OX в этот момент времени.

7.5. Радиус-вектор материальной точки зависит от времени следующим образом:

$$\vec{r}(t) = 2t^3\vec{i} + 0,4t^2\vec{j}.$$

Найти зависимости скорости $\vec{V}(t)$ и ускорения $\vec{a}(t)$ от времени t . Определить модуль скорости и ускорения в момент времени $t = 2$ с.

7.6. Движение материальной точки задано уравнением:

$$\vec{r} = 0,5(\vec{i} \cos 5t + \vec{j} \sin 5t).$$

Начертить траекторию точки. Определить модуль скорости и нормального ускорения точки в момент времени $t = 2$ с.

Вариант 8

8.1. Скорость материальной точки задана уравнением:

$$\vec{V} = 4\vec{i} + 5\vec{j}.$$

Нарисовать вектор скорости точки в системе координат XOY.

8.2. В одних и тех же условиях измеряли длину стола 5 раз и получили следующие значения: 140,1; 140,5; 140,3; 140,4; 140,2 см. Найти абсолютную погрешность измерения, если цена деления линейки 1 см.

8.3. Движение материальной точки задано уравнениями:

$$\begin{cases} x = 5 + 3t, \\ y = -2t^2 + 15t + 20. \end{cases}$$

Найти скорость материальной точки в момент времени $t_1 = 2$ с.

8.4. Движение материальной точки задано уравнениями:

$$\begin{cases} x = 5 + 3t, \\ y = -2t^2 + 15t + 20. \end{cases}$$

Найти ускорение в момент времени $t_1 = 2$ с. Найти нормальное и тангенциальное ускорение в этот момент.

8.5. Движение материальной точки задано уравнением:

$$x = 10t - 0,5t^2.$$

Определить момент времени, в который скорость точки станет равной нулю.

8.6. Движение материальной точки задано уравнением:

$$x = 10t - 0,5t^2.$$

Найти координату, скорость и ускорение точки в момент времени $t_1 = 5$ с.

Вариант 9

9.1. Движение материальной точки задано уравнением:

$$\vec{r}(t) = (20 + 5t)\vec{i} + (30 + 10t - t^2)\vec{j}$$

Найти модуль и направление скорости в момент времени $t_1 = 2$ с по отношению к оси ОХ.

9.2. Прямоугольный треугольник имеет длину сторон $a = (3,0 \pm 0,2)$ см и $b = (4,0 \pm 0,1)$ см. Найти погрешность определения площади треугольника.

9.3. Движение материальной точки задано уравнением:

$$\vec{r}(t) = (20 + 5t)\vec{i} + (30 + 10t - t^2)\vec{j}.$$

Записать выражение $\vec{V}(t)$.

9.4. Движение материальной точки задано уравнениями

$$\begin{cases} x = 5 + 2t, \\ y = 2t^2 - 25t + 40 \end{cases}$$

Найти модуль и направление радиус-вектора точки по отношению к оси OX в момент времени $t = 5$ с.

9.5. Движение материальной точки задано уравнением

$$\vec{r}(t) = (20 + 5t)\vec{i} + (30 + 10t - t^2)\vec{j}.$$

Найти модуль средней скорости перемещения и ее направление по отношению к оси OX за промежуток времени от $t_1 = 0$ до $t_2 = 2$ с.

9.6. Движение материальной точки задано уравнением:

$$\vec{r}(t) = (20 + 5t)\vec{i} + (30 + 10t - t^2)\vec{j}.$$

Найти модуль скорости материальной точки в момент времени $t_1 = 10$ с.

Вариант 10

10.1. Движение материальной точки задано уравнением:

$$\vec{r}(t) = (100 + 4t)\vec{i} + (200 + 30t + 2t^2)\vec{j}.$$

Найти направление ускорения в момент времени t_1 по отношению к оси OX.

10.2. При измерении зависимости координаты материальной точки от времени движения, получены результаты:

t, с	0	0,1	0,2	0,3	0,4
x, см	0	11	19	29	41

Применяя метод наименьших квадратов, записать уравнение зависимости $x(t)$.

10.3. Движение материальной точки задано уравнением:

$$\vec{r}(t) = (100 + 4t)\vec{i} + (200 + 30t + 2t^2)\vec{j}.$$

Написать уравнение траектории материальной точки.

10.4. Движение материальной точки задано уравнением:

$$\vec{r}(t) = (100 + 4t)\vec{i} + (200 + 30t + 2t^2)\vec{j}.$$

Найти модуль и вектор перемещения за промежуток времени от $t_1 = 0$ с до $t_2 = 2$ с.

10.5. Движение материальной точки задано уравнением:

$$\vec{r}(t) = (100 + 4t)\vec{i} + (200 + 30t + 2t^2)\vec{j}.$$

Найти длину пути за промежуток времени от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 4$ с.

10.6. Движение материальной точки задано уравнением:

$$\vec{r}(t) = (100 + 4t)\vec{i} + (200 + 30t + 2t^2)\vec{j}.$$

Написать выражение для вектора скорости $\vec{V}(t)$. Найти модуль и направление вектора скорости по отношению к оси ОХ в момент времени $t_1 = 2$ с.

Вариант 11

11.1. Кинематический закон движения материальной точки задан выражениями:

$$\begin{cases} x = 410 + 6t, \\ y = 220 + 8t. \end{cases}$$

Найти скорость движения материальной точки.

11.2. При измерении зависимости координаты материальной точки от времени движения, получены следующие результаты:

t, с	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
x, см	0	15	28	44	64	76	93	109

Используя метод наименьших квадратов, записать уравнение зависимости $x(t)$.

11.3. Кинематический закон движения материальной точки:

$$\begin{cases} x = 410 + 6t, \\ y = 220 + 8t. \end{cases}$$

Построить траекторию движения материальной точки.

11.4. Кинематический закон движения материальной точки имеет вид

$$\begin{cases} x = 20 + 6t - 4t^2, \\ y = 10 + 4t - 2t^2. \end{cases}$$

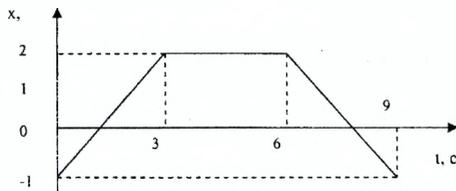
Найти ускорение материальной точки.

11.5. Кинематический закон движения материальной точки имеет вид

$$\begin{cases} x = 20 + 6t - 4t^2, \\ y = 10 + 4t - 2t^2. \end{cases}$$

Найти угол между ускорением и осью ОХ.

11.6. По графику зависимости координаты тела от времени



построить график зависимости скорости от времени.

Вариант 12

12.1. Материальная точка движется по закону:

$$\begin{cases} x = 20 + 2t, \\ y = 50 + 10t - 5t^2. \end{cases}$$

Написать уравнение траектории.

12.2. Радиус окружности измерялся 20-сантиметровой линейкой с миллиметровыми делениями. Результаты измерения:

105 мм, 103 мм, 102 мм, 104 мм, 101 мм.

Найти площадь круга.

12.3. Кинематический закон движения материальной точки:

$$\begin{cases} x = 20 + 2t, \\ y = 50 + 10t - 5t^2. \end{cases}$$

Найти время движения материальной точки от начального положения до положения, в котором координата $y = 0$.

12.4. Найти скорость движения материальной точки в момент времени, для которого координата $y = 0$, если кинематический закон движения имеет вид:

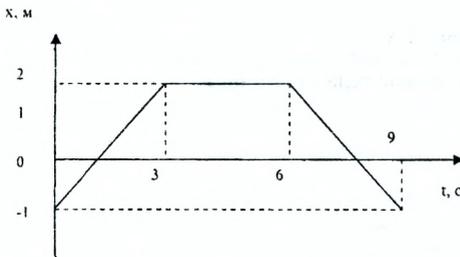
$$\begin{cases} x = 20 + 2t, \\ y = 50 + 10t - 5t^2. \end{cases}$$

12.5. Кинематический закон движения материальной точки:

$$\begin{cases} x = 20 + 2t, \\ y = 50 + 10t - 5t^2. \end{cases}$$

Найти радиус кривизны траектории в точке, в которой координата $y = 0$.

12.6. По графику зависимости координаты тела от времени



построить график зависимости пути от времени.

Вариант 13

13.1. Материальная точка движется по закону:

$$\begin{cases} x = 20 + 20t, \\ y = 50 + 12t - 5t^2. \end{cases}$$

Найти модуль начальной скорости и ее направление по отношению к оси OX.

13.2. В одних и тех же условиях 5 раз измеряли ширину и длину стола. Были получены следующие результаты:

$$\begin{matrix} 56,2; & 56,3; & 56,4; & 56,1; & 56,15; \\ 140,1; & 140,5; & 140,3; & 140,4; & 140,2 \text{ см.} \end{matrix}$$

Найдите площадь стола и запишите результат в стандартной форме.

13.3. Материальная точка движется по закону:

$$\begin{cases} x = 20 + 20t, \\ y = 50 + 12t - 5t^2. \end{cases}$$

Найти модуль средней скорости перемещения за время $t_1 = 2$ с.

13.4. Материальная точка движется по закону:

$$\begin{cases} x = 20 + 20t, \\ y = 50 + 12t - 5t^2. \end{cases}$$

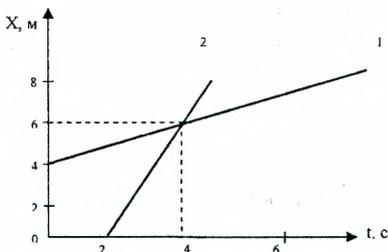
Найти нормальное ускорение и тангенциальное ускорение в момент времени $t = 3$ с.

13.5. Материальная точка движется по закону:

$$\begin{cases} x = 20 + 20t, \\ y = 50 + 12t - 5t^2. \end{cases}$$

Построить траекторию движения материальной точки.

13.6. По графику зависимости координат материальных точек от времени найти скорость первой точки относительно второй.



Вариант 14

14.1. В интервале времени от $t_1 = 0$ с до $t_2 = 1,1$ с через промежуток времени $\Delta t = 0,1$ с материальная точка проходит через следующие значения координаты x :

0,2; 0,5; 0,8; 1,1; 1,4; 1,7; 2,0; 2,3; 2,6; 2,9; 3,2.

По методу наименьших квадратов найти закон движения точки вдоль оси Ox .

14.2. Рассчитать площадь цилиндра, радиус которого $R = (0,80 \pm 0,005)$ м и высота $H = (2,00 \pm 0,005)$ м. Число $\pi = 3,140 \pm 0,005$. Рассчитать также погрешность измерения площади боковой поверхности цилиндра.

14.3. Движение материальной точки задано уравнением:

$$\vec{r} = (2 + t)\vec{i} + (1 + 2t + t^2)\vec{j}.$$

Найти полное ускорение материальной точки.

14.4. Движение материальной точки задано уравнением:

$$\vec{r} = (2 + t)\vec{i} + (1 + 2t + t^2)\vec{j}.$$

Найти для момента времени $t = 2$ с направление векторов скорости и ускорения по отношению к оси Ox .

14.5. Зависимость пройденного пути S от времени t задано уравнением:

$$x = 6 - 3t + 2t^2.$$

Найти среднюю скорость и среднее ускорение тела в интервале времени $0 \leq t \leq 4$ с. Построить график зависимости пути S , скорости v и ускорения a от времени для интервала $0 \leq t \leq 5$ с через $\Delta t = 1$ с.

14.6. Зависимость скорости материальной точки, движущейся прямолинейно, выражается формулой $v = 8 - t$ (м/с). Каковы начальная скорость и ускорение точки. Сколько времени точка двигалась до остановки. Какой путь проходит материальная точка до остановки и за 20 с?

Вариант 15

15.1. По методу наименьших квадратов найти закон движения материальной точки вдоль оси Y , если координата точки через $\Delta t = 0,2$ с в интервале времени от $t_1 = 0$ до $t_2 = 2,2$ с принимала следующие значения:

0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 3,5; 4,0; 4,5; 5,0; 5,5; 6,0.

Построить график зависимости $y = f(t)$.

15.2. Рассчитать значение скорости и ее погрешность для равномерного движения, если материальная точка за время $\Delta t = (10,01 \pm 0,001)$ с прошла путь $s = (30,0 \pm 0,5)$ м.

15.3. Движение материальной точки задано уравнением $\vec{r} = \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)\vec{i} + \left(\sin\left(\pi - \frac{\pi}{2}\right)\right)\vec{j}$.

Записать уравнение траектории материальной точки. Найти перемещение точки за время от 0 до 0,5 с.

15.4. Найти нормальное и тангенциальное ускорение материальной точки радиус-вектор которой следующим образом зависит от времени:

$$\vec{r} = \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)\vec{i} + \left(\sin\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)\right)\vec{j}.$$

Построить траекторию движения и нарисовать на траектории векторы \vec{a}_n и \vec{a}_t для $t = 0,5$ с.

15.5. Зависимость пройденного пути S от времени t задается уравнением $s = 3 + 2t + t^2$ (м). Найдите среднюю скорость материальной точки за вторую секунду его движения.

15.6. В интервале времени от $t_1 = 0$ до $t_2 = 6$ с проекция скорости материальной точки на ось Ox меняется по закону $v_x = 3 - 2t$. В течение какого промежутка времени из заданного интервала точка движется равномерно.

Вариант 16

16.1. Материальная точка движется по закону:

$$\begin{cases} x = 6 + 2t, \\ y = 2 + 7t + 5t^2. \end{cases}$$

Найти модуль вектора скорости и его направление по отношению к оси Ox для момента времени $t = \frac{1}{8}$ с.

16.2. При измерении зависимости координаты материальной точки от времени движения получены следующие результаты:

t, с	0	0,2	0,4	0,6	0,8
x, см	9	4	-1	-8	-15

Применяя метод наименьших квадратов, записать уравнение зависимости $x(t)$.

16.3. Построить график зависимости

$$\begin{cases} x = 5 + 3t, \\ y = -3 + 7t + 2t^2 \end{cases}$$

в выбранном масштабе.

16.4. Найти полное ускорение материальной точки, зная, что

$$\begin{cases} V_x = 4, \\ V_y = 3t - 6. \end{cases}$$

Изобразить вектор полного ускорения и вектор скорости материальной точки графически.

16.5. Зная, что

$$\vec{r}(t) = (10 + 4t)\vec{i} + (50 + 6t + 2t^2)\vec{j},$$

найти среднюю путевую скорость за время от $t_1 = 1$ с до $t_2 = 4$ с.

16.6. Зная, что координаты материальной точки следующим образом зависят от времени:

$$\begin{cases} x = 6 + 3t, \\ y = 2 - 5t + 3t^2, \end{cases}$$

найти ее тангенциальное и нормальное ускорения в момент времени $t = 1$ с.

Вариант 17

17.1. Зная, что

$$\begin{cases} x = 2 \sin \pi t, \\ y = 4 \cos 2\pi t. \end{cases}$$

изобразить траекторию материальной точки.

17.2. Прямоугольный треугольник имеет длину сторон $a = (6,0 \pm 0,2)$ см и $b = (9,0 \pm 0,1)$ см. Найти погрешность площади треугольника

17.3. Изобразить векторы нормального и тангенциального ускорений в выбранном масштабе в момент времени $t = 2$ с, если

$$V = 3t\vec{i} + 1,2t^2\vec{j}.$$

17.4. Радиус-вектор материальной точки относительно начала координат изменяется со временем по закону $\vec{r}(t) = 5t\vec{i} + 10t^2\vec{j}$, в котором \vec{i} и \vec{j} – орты осей X и Y. Найти зависимости от времени векторов скорости и ускорения и модули этих величин в момент времени $t_1 = 2$ с.

17.5. Определить уравнение траектории и изобразить ее графически, зная, что

$$\begin{cases} x = 6 + 3t, \\ y = 2 - 5t + 3t^2. \end{cases}$$

17.6. Точка движется по кривой с постоянным тангенциальным ускорением $a_t = 0,7 \text{ м/с}^2$. Определить полное ускорение a точки на участке кривой с радиусом кривизны $R = 4$ м, если точка движется на этом участке со скоростью 4 м/с .

6. ПРАВИЛА ПОСТРОЕНИЯ ГРАФИКОВ

Графики строятся на миллиметровой бумаге, на которую прежде всего наносятся координатные оси. На концах осей указываются откладываемые физические величины и их размерности. Затем на оси наносят масштабные деления так, чтобы расстояние между делениями составляло 1, 2, 5 единиц. Обычно порядок масштаба выносится на конец оси.

Например, для пути, пройденного телом, вместо 1000, 1100, 1200 и т.д. метров около масштабных делений пишут 1.0, 1.1, 1.2, а в конце оси физическую величину обозначают как $S, 10^3$ м или $S; 10^3$ м.

Точка пересечения осей не обязательно должна соответствовать нулю по каждой из осей. Начало отсчета по осям и масштабы следует выбирать так, чтобы график занял всю координатную плоскость.

После построения осей на миллиметровку наносят экспериментальные точки. Их обозначают маленькими кружками, квадратиками и т.д. Затем от каждой точки вверх, вниз и вправо, влево откладывают отрезки, соответствующие погрешностям точек в масштабах осей. Если погрешность по одной из осей (или по обеим осям) оказывается слишком малой, то предполагается, что она отображается на графике размером самой точки.

Экспериментальные точки, как правило, не соединяются между собой ни отрезками прямой, ни произвольной кривой. Вместо этого строится теоретический график той функции (линейной, квадратичной, экспоненциальной, тригонометрической и т.д.), которая отражает проявляющуюся в данном опыте известную или предполагаемую физическую закономерность, выраженную в виде соответствующей формулы.

Правила построения графиков рассмотрим на следующем примере. Предположим, что в опыте исследовался закон движения некоторого тела. Тело двигалось прямолинейно, и задачей опыта было измерение расстояния, которое тело проходит за различные промежутки времени. После проведения некоторого числа опытов и обработки результатов измерений были найдены средние значения измеряемых величин и их погрешности.

Требуется изобразить результаты опыта, представленные в табл. 1, в виде графика и найти из графика скорость тела, предполагая, что движение равномерное.

Таблица 1 – Зависимость пути, пройденного телом, от времени

Номер опыта	t, c	$\Delta t, c$	S, cm	$\Delta S, cm$
1	35.5	1.0	97	6
2	40.0	1.0	99	9
3	45.0	1.0	108	9
4	50.0	1.0	139	11
5	55.0	1.0	146	12

Последовательность операций при построении графиков

Строим оси координат и определяем размеры шкалы исходя из интервалов изменения измеренных величин. Начало оси абсцисс (время) берем при $t = 30$ с, а начало оси ординат (расстояние) – при $S = 80$ см. Размечаем ось абсцисс с шагом 10 с, а ось ординат с шагом 20 см. Наносим на координатную плоскость точки, представленные в таблице. Для каждой точки откладываем влево и вправо погрешность Δt в масштабе оси абсцисс, а вверх и вниз - погрешность ΔS в масштабе оси ординат. Исходя из предположения о равномерном движении, т.е. о линейной зависимости $S(t) = v_0 t$, проводим прямую с таким расчетом, чтобы она наилучшим образом проходила через все измеренные точки.

При проведении прямой учитываем, что в данном опыте при $t = 0$ путь $S = 0$ независимо от скорости, т.е. согласно теоретической формуле продолжение прямой должно проходить через точку $(0,0)$, которая находится за пределами рабочего участка координатной плоскости. Так как скорость $v = dS/dt$, а производная геометрически представляется тангенсом угла наклона касательной к графику функции, то для равномерного движения тангенс угла наклона прямой дает скорость v_0 . Находить из графика следует именно тангенс, т.е. отношение противолежащего катета к прилежащему, взятых в масштабных единицах соответствующих осей. Очевидно, что угол наклона прямой зависит от выбора масштаба на осях. Поэтому измерение угла с последующим определением его тангенса смысла не имеет. Для оценки погрешности проводим через экспериментальные точки еще две прямые – с максимальным и минимальным наклоном в пределах погрешностей большинства точек и с учетом того, что продолжения этих прямых должны пересекать точку $(0,0)$. Определяем тангенс угла наклона этих прямых и устанавливаем интервал, в пределах которого находится искомая величина (скорость).

Окончательный результат построений показан на рис. 1.

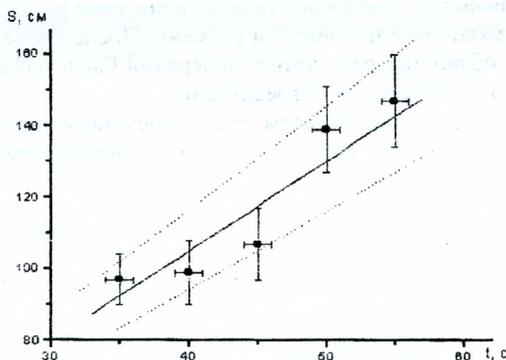


Рисунок 1 – Зависимость пути материальной точки от времени движения

Следует отметить, что графическая обработка опытных данных не столь строга, как изучение аналитических зависимостей, зато она проста, надежна и наглядна.

7. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

ОСНОВНАЯ

1. Савельев, И.В. Курс физики / И.В. Савельев. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – Т.1: Механика. Молекулярная физика. – 352 с.
2. Детлаф, А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский, Л. Б. Милковская. – М.: Высшая школа, 1989. – Т. 1: Механика. Основы молекулярной физики и термодинамики. – 384 с.
3. Лабораторные работы по курсу физики. Часть I. Физические основы механики. Фронтальная лабораторная работа № 1 “Изучение теории погрешностей и кинематики материальной точки” (методические указания). – Брест: изд-во БИСИ, 1987. – 20 с.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ

1. Трофимова, Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова. – М.: Академия, 2006. – 560 с.
2. Как выполнить и оформить лабораторную работу [Электрон. ресурс] / ИАТЭ: В помощь студентам, изучающим физику. – Режим доступа: <http://www.iatphysics.narod.ru/knowhow/knowhow7.htm>, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус.

Составители:

Гладковский Виктор Иванович
Яромская Людмила Николаевна
Савчук Анатолий Демьянович
Новикова Таисия Антоновна
Щербаченко Лилия Павловна

ЗАДАНИЯ

для контроля знаний и компетенций студентов по теме
**“Кинематика материальной точки
и основы теории погрешностей”**

(Методические указания)

Ответственный за выпуск: Гладковский В.И.
Редактор: Строкач Т.В.
Компьютерная вёрстка: Кармаш Е.Л.
Корректор: Никитчик Е.В.

Подписано к печати 20.07.2010 г. Формат 60×84 ¹/₁₆. Гарнитура «Times New Roman». Усл. печ. л. 1,63. Уч. изд. л. 1,75. Заказ № 697. Тираж 50 экз. Отпечатано на ризографе учреждения образования «Брестский государственный технический университет». 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.