Национальная академия наук Беларуси
Труды Института математики. 2019. Том 27. № 1–2. С. 29–36

УДК 517.958

ПОСТАНОВКА ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ НА ПЛОСКОСТИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДЛЯ ТИПА ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ. I

В. И. Корзюк[1], И. С. Козловская[2], С. Н. Наумовец[3]

[1]*Институт математики НАН Беларуси*
[2]*Белорусский государственный университет*
[3]*Брестский государственный технический университет*
e-mail: korzyuk@bsu.by, kozlovskaja@bsu.by, e-cveta@tut.by
Поступила 20.09.2018

В полуполосе рассматриваются задачи для уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, оператор которого представляет композицию операторов первого порядка. К уравнению присоединяются условия Коши и Дирихле. Один из коэффициентов уравнения в качестве параметра меняется по отношению к другому величиной, знаком. В зависимости от этого рассматриваются корректные задачи для простейших граничных условий.

1. Введение. Относительно независимых переменных $\mathbf{x} = (x_0, x_1)$ на плоскости $\mathbb{R}^2$ $\left(\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2\right)$ рассматривается линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами второго порядка вида

$$\mathcal{L}u = (\partial_{x_0} + \varepsilon\partial_{x_1})(\partial_{x_0} - a\partial_{x_1})\, u(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) \tag{1}$$

относительно искомой функции $u : \mathbb{R}^2 \ni \mathbf{x} \to u(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}$, где ∂_{x_0}, ∂_{x_1} - операторы частных производных первого порядка по переменным x_0 и x_1 соответственно. Рассматриваются классические решения граничных задач. Корректная постановка задач для уравнения (1) зависит от значений и знаков коэффициентов ε и a.

Для волнового уравнения $(\varepsilon = a \neq 0)$ в работах [1–7] в аналитическом виде построены классические решения задачи Коши, смешанных задач. Рассмотрены классические решения граничных задач для уравнения вида (1). Следует отметить, что для рассмотренных задач в указанной литературе [1–7] выписываются в явном виде необходимые и достаточные условия согласования для заданных функций для каждой из рассмотренных задач. От выполнения этих условий зависит гладкость решения на соответствующих характеристиках, расположенных в областях изменения независимых переменных.

В данной статье рассматриваются классические решения некоторых корректных задач для разных коэффициентов ε и a. Для определенности предположим, что $a \in \mathbb{R}$ и $a > 0$. В зависимости от a для разных значений коэффициента ε будут рассмотрены различные граничные задачи.

2. Пусть в уравнении (1) $\varepsilon, a > 0$, x_1 меняется в пределах ограниченного отрезка $[0, l]$, $0 < l < +\infty$, $l \in \mathbb{R}$, $x_0 \in [0, \infty)$.

2.1. Постановка задачи. В замыкании $\overline{Q}=[0,\infty)\times[0,l]$ полуполосы $Q=(0,\infty)\times(0,l)$ независимых переменных $\mathbf{x}=(x_0,x_1)$ рассматриваем уравнение (1). На части границы ∂Q области Q к уравнению (1) присоединяются условия Коши

$$u\left(0,x_1\right)=\varphi\left(x_1\right),\quad \partial_{x_0}u\left(0,x_1\right)=\psi\left(x_1\right),\quad x_1\in[0,l]\,, \tag{2}$$

а на оставшейся части границы ∂Q - граничные условия

$$u\left(x_0,0,5\left(l+(-1)^j l\right)\right)=\mu^{(j)}\left(x_0\right),\quad x_0\in[0,\infty)\,,\ \ j=1,2. \tag{3}$$

Таким образом, имеем первую смешанную задачу (1), (2), (3) для уравнения (1).

2.2. Частное решение уравнения (1) для $\varepsilon,a>0$**.** Как известно [6], общее решение u уравнения (1) представимо в виде суммы

$$u\left(\mathbf{x}\right)=u^{(0)}\left(\mathbf{x}\right)+v_p\left(\mathbf{x}\right), \tag{4}$$

общего решения $u^{(0)}$ однородного уравнения

$$\mathcal{L}u^{(0)}\left(\mathbf{x}\right)=0 \tag{5}$$

и частного решения v_p неоднородного уравнения (1). Частное решение v_p можно построить разными способами. Самый известный способ – метод Дюамеля [6]. Метод Дюамеля более приемлем для исследования задач Коши. В случае других граничных задач при построении частного решения методом Дюамеля следует использовать продолжение функции f, что создает определенные неудобства.

Здесь предполагается локальный метод определения функции v_p без продолжения f. Будем следовать идее, представленной в работе [8], где строится частное решение v_p для волнового уравнения.

Для определенности пусть $\varepsilon>a>0$. Разобьем область Q на подобласти $Q^{(m)}$, $m=1,2,\ldots$, как это представлено на рис.1, а именно:

$$\begin{gathered}Q^{(m)}=\left\{\mathbf{x}\ \middle|\ \frac{m-1}{2}\left(\frac{l}{a}+\frac{l}{\varepsilon}\right)<x_0<\frac{a-\varepsilon}{\varepsilon a}x_1+\frac{m+1}{2}\frac{l}{a}+\frac{m-1}{2}\frac{l}{\varepsilon},\quad 0<x_1<l\right\},\\ m=1,3,5,...,\\ Q^{(m)}=\left\{\mathbf{x}\ \middle|\ \frac{a-\varepsilon}{\varepsilon a}x_1+\frac{ml}{2a}+\left(\frac{m}{2}-1\right)\frac{l}{\varepsilon}<x_0<\frac{m}{2}\left(\frac{l}{\varepsilon}+\frac{l}{a}\right),\quad 0<x_1<l\right\},\\ m=2,4,6,....\end{gathered} \tag{6}$$

Функцию $v_p^{(m)}$ определяем на $\overline{Q^{(m)}}$ формулой

$$\begin{gathered}v_p^{(m)}\left(\mathbf{x}\right)=\tilde{f}^{(1,m)}\left(x_1-\varepsilon x_0\right)+\tilde{f}^{(2,m)}\left(x_1+ax_0\right)-\\ -\frac{1}{(\varepsilon+a)^2}\int\limits_{A^{(m)}}^{x_1-\varepsilon x_0}d\xi\int\limits_{B^{(m)}}^{x_1+ax_0}f\left(\frac{\eta-\xi}{a+\varepsilon},\frac{a\xi+\varepsilon\eta}{a+\varepsilon}\right)d\eta,\end{gathered} \tag{7}$$

$$A^{(m)}=\begin{cases}-\frac{(m-1)}{2}l-\frac{m-1}{2}\frac{l\varepsilon}{a}, & m=1,3,5,7,...,\\ -\frac{(m-2)}{2}l-\frac{m}{2}\frac{l\varepsilon}{a}, & m=2,4,6,...,\end{cases}\qquad B^{(m)}=\begin{cases}l+\frac{(m-1)}{2}\left[l+\frac{al}{\varepsilon}\right], & m=1,3,5,7,...,\\ \frac{m}{2}\left[l+\frac{al}{\varepsilon}\right], & m=2,4,6,....\end{cases}$$

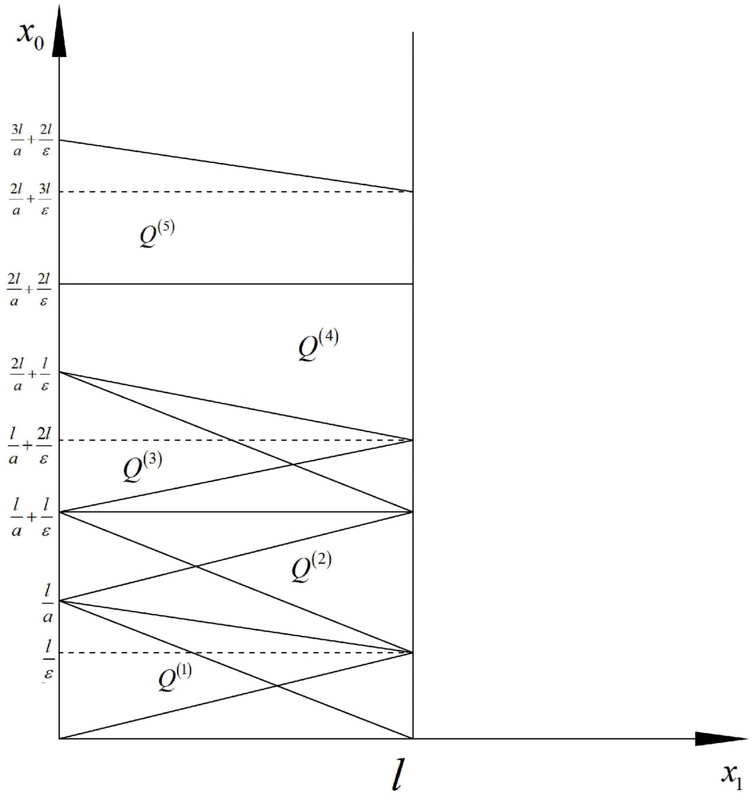

Рис. 1. Разбиение области Q на подобласти $Q^{(k,m)}$, $a<\varepsilon$

Из формулы (7) видно, что для каждого $m=1,2,...$ функция $v_p^{(m)}\in C^2\left(\overline{Q^{(m)}}\right)$, если $f\in C^1\left(\overline{Q}\right)$, и является решением уравнения (1). Функцию v_p определяем с помощью соотношений

$$v_p(\mathbf{x})=v_p^{(m)}(\mathbf{x}),\quad \mathbf{x}\in Q^{(m)},\ m=1,2,.... \tag{8}$$

Следуя схеме построения частного решения, предложенной в [8], за счет функций $\tilde{f}^{(j,1)}$, $(j=1,2)$ для определенности требуем, чтобы выполнялись условия

$$v_p(0,x_1)=\partial_{x_0}v_p(0,x_1)=0,\quad \partial_{x_0}^2 v_p(0,x_1)=f(0,x_1). \tag{9}$$

За счет других функций $\tilde{f}^{(j,m)}$, $j=1,2$; $m=2,3,4,...$, из класса C^2 требуем, чтобы для примыкающих друг к другу функций $v_p^{(m+1)}$ и v_p^m значения самих функций и их производных первого и второго порядков совпадали на общих границах, представляющих собой отрезки $x_0=\frac{m}{2}\left(\frac{l}{a}+\frac{l}{\varepsilon}\right)$, $m=2,4,...,$ $x_1\in[0,l]$, и $x_1+\frac{\varepsilon a}{\varepsilon-a}x_0=\left[\frac{m+1}{2}\frac{l}{a}+\frac{m-1}{2}\frac{l}{\varepsilon}\right]\frac{a\varepsilon}{\varepsilon-a}$, $x_1\in[0,l]$, $m=1,3,5,...$. Результат можно сформулировать в виде теоремы.

Теорема 1. *Если $f\in C^1\left(\overline{Q}\right)$, то функция v_p, определяемая формулами (7), (8) принадлежит классу $C^2\left(\overline{Q}\right)$, удовлетворяет условиям (9) и является частным решением уравнения (1).*

2.3. Классическое решение задачи (1), (2), (3). Согласно [1,6], общее решение уравнения (1) представимо в виде

$$u(\mathbf{x})=g^{(1)}(x_1-\varepsilon x_0)+g^{(2)}(x_1+ax_0)+v_p(\mathbf{x}), \tag{10}$$

где $g^{(j)}$ – произвольные функции из класса C^2 на областях определения $D\left(g^{(1)}\right) = (-\infty, l]$, $D\left(g^{(2)}\right) = [0, \infty)$, если $\mathbf{x} \in \overline{Q}$, v_p – частное решение уравнения (1), определенное в п.2.2. Можно доказать, что u является классическим решением $\left(u \in C^2\left(\overline{Q}\right)\right)$, если $v_p \in C^2\left(\overline{Q}\right)$, тогда и только тогда, когда $g^{(j)} \in C^2\left(D\left(g^{(j)}\right)\right)$, $j = 1, 2$, (см. [6,7]).

Очевидно, чтобы представление (10) было решением задачи (1), (2), (3), функции $g^{(j)}$ $(j = 1, 2)$ выбираем такими, чтобы выполнялись условия Коши (2) и граничные условия (3). Сначала (10) подставляем в условия (2). Учитывая (9), получим систему уравнений

$$\begin{aligned} u(0, x_1) &= g^{(1)}(x_1) + g^{(2)}(x_1) = \varphi(x_1), \quad x_1 \in [0, l], \\ \partial_{x_0} u(0, x_1) &= -\varepsilon d g^{(1)}(x_1) + a d g^{(2)}(x_1) = \psi(x_1), \quad x_1 \in [0, l], \end{aligned} \tag{11}$$

где d – оператор обыкновенной производной первого порядка. Решая систему (11), получим

$$\begin{aligned} g^{(1)}(z) &= g^{(1,0)}(z) = \frac{a}{a+\varepsilon}\varphi(z) - \frac{1}{a+\varepsilon}\int_0^z \psi(\xi)\, d\xi - C, \quad z \in [0, l], \\ g^{(2)}(z) &= g^{(2,0)}(z) = \frac{\varepsilon}{a+\varepsilon}\varphi(z) + \frac{1}{a+\varepsilon}\int_0^z \psi(\xi)\, d\xi + C, \quad z \in [0, l], \end{aligned} \tag{12}$$

где C – произвольная из $\mathbb{R}$ постоянная.

Для других z, то есть для $z \in D\left(g^{(j)}\right) \backslash [0, l]$, значения $g^{(j)}(z)$ функций $g^{(j)}$ определяются из граничных условий (3). Удовлетворяя условиям (3), получим уравнения

$$u(x_0, 0) = g^{(1)}(-\varepsilon x_0) + g^{(2)}(a x_0) + v_p(x_0, 0) = \mu^{(1)}(x_0),$$

$$u(x_0, l) = g^{(1)}(l - \varepsilon x_0) + g^{(2)}(l + a x_0) + v_p(x_0, l) = \mu^{(2)}(x_0).$$

В последних равенствах делаем замену $-\varepsilon x_0 = y$ и $l + a x_0 = z$ независимой переменной x_0. В результате получим систему уравнений со сдвинутыми аргументами

$$g^{(1)}(y) = \mu^{(1)}\left(-\frac{y}{\varepsilon}\right) - v_p\left(-\frac{y}{\varepsilon}, 0\right) - g^{(2)}\left(-\frac{a}{\varepsilon}y\right) = \tilde{\mu}^{(1)}\left(-\frac{y}{\varepsilon}\right) - g^{(2)}\left(-\frac{a}{\varepsilon}y\right), \quad y \in (-\infty, 0], \tag{13}$$

$$\begin{aligned} g^{(2)}(z) &= \mu^{(2)}\left(\frac{z-l}{a}\right) - v_p\left(\frac{z-l}{a}, l\right) - g^{(1)}\left(\frac{a+\varepsilon}{a}l - \frac{\varepsilon}{a}z\right) = \\ &= \tilde{\mu}^{(2)}\left(\frac{z-l}{a}\right) - g^{(1)}\left(\frac{a+\varepsilon}{a}l - \frac{\varepsilon}{a}z\right), \quad z \in [l, \infty). \end{aligned} \tag{14}$$

Поскольку система (13), (14) является системой функций $g^{(1)}$ и $g^{(2)}$ со сдвинутыми аргументами, то ее решаем поэтапно, используя при этом имеющиеся (12) значения $g^{(j)}(z)$ на отрезке $[0, l]$.

Введем обозначения $y^{(0)} = l$, $y^{(1)} = 0$, $z^{(0)} = 0$, $z^{(1)} = l$. Начиная с (12) и используя представления (13), (14) на k-том шаге, $k = 1, 2, \ldots$, можно записать последующие итерации через предыдущие следующим образом:

$$g^{(1)}(y) = g^{(1,k)}(y) = \tilde{\mu}^{(1)}\left(-\frac{y}{\varepsilon}\right) - g^{(2,k-1)}\left(-\frac{a}{\varepsilon}y\right), \quad y \in \left[y^{(k+1)}, y^{(k)}\right], \tag{15}$$

$$g^{(2)}(y) = g^{(2,k)}(z) = \tilde{\mu}^{(2)}\left(\frac{z-l}{a}\right) - g^{(1,k-1)}\left(\frac{a+\varepsilon}{a}l - \frac{\varepsilon}{a}z\right), \quad z \in \left[z^{(k)}, z^{(k+1)}\right]. \tag{16}$$

Здесь $y^{(k)}=-\frac{\varepsilon}{a}z^{(k-1)}$, $z^{(k)}=l+\frac{a}{\varepsilon}l-\frac{a}{\varepsilon}y^{(k-1)}$, $k=1,2,3,\dots$. Отметим, что $y^{(1)}=0$, $z^{(1)}=l$.

Предположим, что заданные функции задачи (1), (2), (3) обладают следующей гладкостью: $\varphi\in C^2[0,l]$, $\psi\in C^1[0,l]$, $\mu^{(j)}\in C^2([0,\infty))$, $f\in C^1\left(\overline{Q}\right)$. В этом случае $g^{(1,k)}\in C^2\left(\left[y^{(k)},y^{(k+1)}\right]\right)$, $g^{(2,k)}\in C^2\left(\left[z^{(k)},z^{(k+1)}\right]\right)$, $k=0,1,2,\dots$. Это видно из формул (12), (15), (16).

Функции $g^{(j)}$, $j=1,2$, через $g^{(j,k)}$ определим следующим образом:

$$
\begin{gathered}
g^{(1)}(y)=g^{(1,k)}(y),\quad y\in\left[y^{(k+1)},y^{(k)}\right],\quad k=0,1,2,...,\\
g^{(2)}(z)=g^{(2,k)}(z),\quad z\in\left[z^{(k)},z^{(k+1)}\right],\quad k=0,1,2,....
\end{gathered}
\tag{17}
$$

При указанной выше гладкости функций φ, ψ, $\mu^{(j)}$, $(j=1,2)$, f чтобы в целом функции $g^{(j)}\in C^2\left(D\left(g^{(j)}\right)\right)$, $j=1,2$, необходимо и достаточно совпадение самих функций $g^{(j,k)}$ и их производных первого и второго порядков в общих точках соприкосновения, то есть должны выполняться равенства:

$$
\begin{gathered}
d^pg^{(1,k)}\left(y^{(k+1)}\right)=d^pg^{(1,k+1)}\left(y^{(k+1)}\right),\quad p=\overline{0,2},\quad k=0,1,2,...,\\
d^pg^{(2,k)}\left(z^{(k)}\right)=d^pg^{(2,k+1)}\left(z^{(k+1)}\right),\quad p=\overline{0,2},\quad k=0,1,2,...,
\end{gathered}
\tag{18}
$$

где $d^1=d$, $d^2=d\cdot d$ – операторы производных первого и второго порядков.

Выпишем условия на заданные функции задачи (1), (2), (3), при которых выполняются равенства (18) в точках $y^{(1)}=0$ и $z^{(1)}=l$.

Пусть $p=0$ и $k=0$. Тогда

$$
d^0g^{(1,0)}(0)=g^{(1,0)}(0)=\frac{a}{a+\varepsilon}\varphi(0)-C=g^{(1,1)}(0)=\mu^{(1)}(0)-g^{(2,0)}(0)=
$$

$$
=\mu^{(1)}(0)-\frac{\varepsilon}{a+\varepsilon}\varphi(0)-C.
$$

Отсюда следует соотношение

$$
\mu^{(1)}(0)-\varphi(0)=0. \tag{19}
$$

Аналогично для $p=1,2$ и $k=0$ имеем

$$
\begin{gathered}
\frac{a}{a+\varepsilon}d\varphi(0)-\frac{1}{a+\varepsilon}\psi(0)=-\frac{1}{\varepsilon}d\mu^{(1)}(0)+\frac{a\varepsilon}{\varepsilon(\varepsilon+a)}d\varphi(0)+\frac{a}{\varepsilon(\varepsilon+a)}\psi(0),\\
\frac{1}{\varepsilon}\left(\psi(0)-d\mu^{(1)}(0)\right)=0,\\
\frac{1}{\varepsilon^2}d^2\mu^{(1)}(0)-\frac{a}{\varepsilon}d^2\varphi(0)+\frac{\varepsilon-a}{\varepsilon}d\psi(0)-\frac{1}{\varepsilon^2}f(0,0)=0.
\end{gathered}
\tag{20}
$$

Рассматривая вторые равенства из (18), для $k=0$ получим следующие условия согласования для заданных функций задачи (1), (2), (3):

$$
\begin{gathered}
\mu^2(0)-\varphi(l)=0,\\
\frac{1}{a}\left(d\mu^{(2)}(0)-\psi(l)\right)=0,\\
\frac{1}{a^2}d^2\mu^{(2)}(0)-\frac{\varepsilon}{a}d^2\varphi(l)+\frac{\varepsilon-a}{a}d\psi(l)-\frac{1}{a^2}f(0,l)=0.
\end{gathered}
\tag{21}
$$

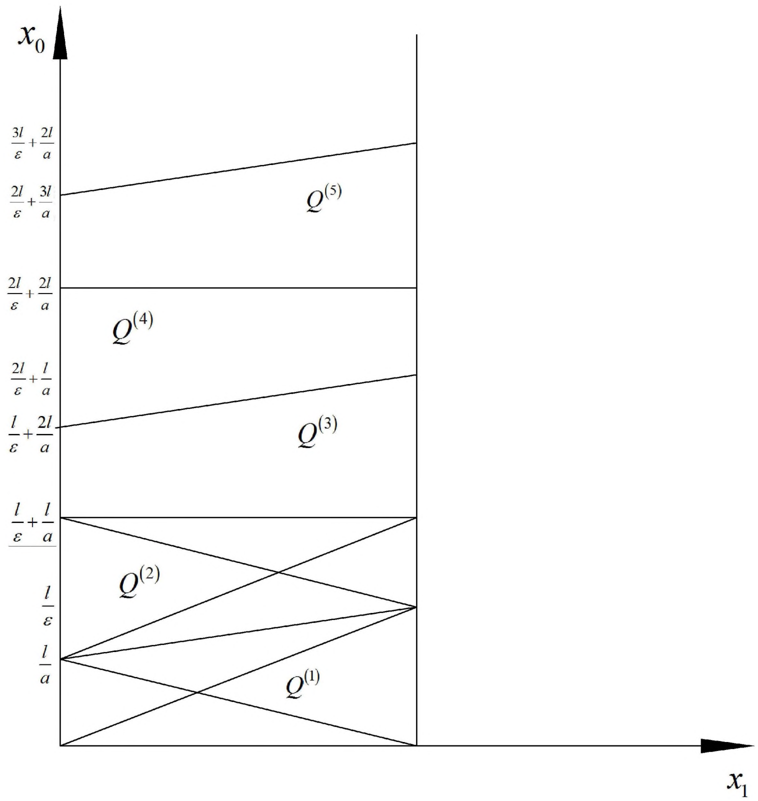

Рис. 2. Разбиение области Q на подобласти $Q^{(k,m)}$, $a > \varepsilon$

Из соотношений (15), (16), (18) следуют равенства

$$\begin{gathered}
d^p g^{(1,k+1)}\left(y^{(k+1)}\right) - d^p g^{(1,k)}\left(y^{(k+1)}\right) = -\left(-\frac{a}{\varepsilon}\right)^p \left[d^p g^{(2,k)}\left(z^{(k)}\right) - d^p g^{(2,k-1)}\left(z^{(k)}\right)\right], \\
k = 1, 2, ..., \quad p = \overline{0,2}, \\
d^p g^{(2,k+1)}\left(z^{(k+1)}\right) - d^p g^{(2,k)}\left(z^{(k+1)}\right) = -\left(-\frac{\varepsilon}{a}\right)^p \left[d^p g^{(1,k)}\left(y^{(k)}\right) - d^p g^{(1,k-1)}\left(y^{(k)}\right)\right], \\
k = 1, 2, ..., \quad p = \overline{0,2}.
\end{gathered} \tag{22}$$

Используя соотношения (22), методом математической индукции доказываются, что равенства (18) для всех $k = 0, 1, 2, \ldots$ выполняются тогда и только тогда, когда равенства выполняются только для $k = 0$. А так как условия согласования (19)–(21) являются необходимыми и достаточными для выполнения условий непрерывности (18) для $k = 0$, то они являются также необходимыми и достаточными для выполнения всех условий (18), то есть для $k = 0, 1, 2, \ldots$, $p = \overline{0,2}$. Справедлива следующая теорема.

Теорема 2. *Пусть выполняются для заданных функций задачи (1), (2), (3) условия гладкости:* $f \in C^1\left(\overline{Q}\right)$, $\varphi \in C^2\left([0,l]\right)$, $\psi \in C^1\left([0,l]\right)$, $\mu^{(j)} \in C^2\left([0,\infty)\right)$, $j = 1, 2$. *Существует единственное классическое решение* u *из класса* $C^2\left(\overline{Q}\right)$ *тогда и только тогда, когда выполняются условия согласования (19)–(21). Кроме того, решение непрерывно зависит от заданных функций задачи.*

Доказательство. Доказательство существования решения фактически уже проведено ранее и подтверждается конструкцией его, то есть формулами (4), (7), (10), (12), (15), (16), (18), теоремой 1. Необходимые и достаточные условия согласования существования классического решения из класса $C^2\left(\overline{Q}\right)$ доказывается последними рассуждениями на основе соотношений (18)–(21).

Единственность решения следует из того, что функции $g^{(j)}$ $(j=1,2)$ можно представить в виде:

$$g^{(1)}(y)=\tilde{g}^{(1)}(y)-C,$$
$$g^{(2)}(z)=\tilde{g}^{(2)}(z)+C, \tag{23}$$

где функции $\tilde{g}^{(j)}$ определяются единственным образом, C – произвольная из $\mathbb{R}$ константа. Представления (23) следуют из формул (12), (15) и (16). Из этих же формул следует непрерывность классического решения задачи (1), (2), (3) от заданных ее функций в топологии непрерывных функций.

2.4. $\varepsilon=a>0$. В этом случае имеем волновое уравнение (1). Задача (1), (2), (3) есть первая смешанная задача для волнового уравнения (1) $(\varepsilon=a)$. Классическое решение u в полуполосе $\overline{Q}$ независимых переменных $\mathbf{x}=(x_0,x_1)$ представлено в работах [6,7,9]. Здесь доказано существование и единственность его при определенных условиях на заданные функции уравнения (1) и условий (2), (3). Результат сформулируем в виде теоремы.

Теорема 3. *Пусть выполняются для заданных функций задачи (1), (2), (3) в случае* $\varepsilon=a$ *условия гладкости:* $f\in C^1\left(\overline{Q}\right)$, $\varphi\in C^2([0,l])$, $\psi\in C^1([0,l])$, $\mu^{(j)}\in C^2([0,\infty))$, $j=1,2$. *Существует единственное классическое решение* u *из класса* $C^2\left(\overline{Q}\right)$ *тогда и только тогда, когда выполняются условия согласования:*

$$\varphi(0)-\mu^{(1)}=0,\quad d\mu^{(1)}(0)-\varphi(0)=0,\quad a^2d^2\varphi(0)-d^2\mu^{(1)}(0)+f(0,0)=0,$$

$$\varphi(l)-\mu^{(2)}=0,\quad d\mu^{(2)}(0)-\psi(l)=0,\quad a^2d^2\varphi(l)-d^2\mu^{(2)}(0)+f(0,l)=0.$$

Решение задачи непрерывно зависит от заданных функций задачи (1), (2), (3).

2.5ю $a>\varepsilon>0$. Здесь построение классического решения задачи (1), (2), (3) проводится по схеме предшествующего случая $\varepsilon>a>0$. Укажем основные моменты исследования и формулы для рассматриваемого случая.

Область Q на подобласти $Q^{(m)}$, $m=1,2,\ldots$, разбивается соотношениями (6). Но поскольку $\varepsilon<a$, на рис. 2 это разбиение выглядит несколько по другому (см. рис. 2).

Литература

1. *Корзюк В. И., Козловская И. С.* Решение задачи Коши для гиперболического уравнения с постоянными коэффициентами в случае двух независимых переменных // Дифференц. уравнения. – 2012. – Т. 48, № 5. – С. 700–709.
2. *Корзюк В. И., Козловская И. С.* Решение задачи Коши гиперболического уравнения для однородного дифференциального оператора в случае двух независимых переменных // Доклады НАН Беларуси. – 2011. – Т. 55. № 5. – С. 9–13.
3. *Корзюк В. И., Чеб Е. С., Карпечина А.А.* Классическое решение первой смешанной задачи в полуполосе для линейного гиперболического уравнения второго порядка // Труды Института математики. – 2012. – Т. 20. № 2. – С. 64–74.
4. *Korzyuk V. I., Kozlovskaya I. S., Kozlov A. I.* Caushy problem in half-plan for hyperbolic equation with constant coefficients. Analytic methods of analysis and differential equations // AMA Cambridge scientific publishers. – 2014. – P. 45-71.

5. *Корзюк В. И., Козловская И. С.* Об условиях согласования в граничных задачах для гиперболических уравнений // Доклады НАН Беларуси. – 2013. – Т. 57. № 5. – С. 37–42.
6. *Корзюк В. И., Козловская И. С.* Классические решения задач для гиперболических уравнений. В десяти частях. Часть 1. Минск 2017. 45с.
7. *Корзюк В. И., Козловская И. С.* Классические решения задач для гиперболических уравнений. В десяти частях. Часть 2. Минск 2017. 52с.
8. *Корзюк В. И., Козловская И. С., Моисеев Е. И.* Классическое решение задачи с интегральным условием для одномерного волнового уравнения // Дифференц. уравнения. – 2014. – Т. 50, № 10. – С. 1373–1385.

V. I. Korzyuk, I. S. Kozlovskaja, S. N. Naumavets

Statement of border tasks on the plane dependent on the coefficients for the type of the wave equation. I.

Summary

In the half-strip we consider problems for a second-order equation with constant coefficients, whose operator represents a composition of first-order operators. The Cauchy and Dirichlet conditions join the equation. One of the coefficients of the equation as a parameter varies with respect to another quantity, sign. Depending on this, the correct problems for the simplest boundary conditions are considered.