

Е. П. ДОВНАР  
Л. И. КОРШУН

# СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования БССР в качестве учебника для студентов вузов, обучающихся по специальности «Строительство»

МИНСК  
"ВЫШЕЙШАЯ ШКОЛА"  
1986

ББК 38.112я73  
Д 58  
УДК 69.04(075.8)

Рецензенты: кафедра «Строительная механика» ЛИСИ; А. Н. Раевский,  
д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой «Строительная механика» Пензенского  
инженерно-строительного института

Д  $\frac{2105000000-077}{М 304(05)-86}$  31-86

© Издательство «Вышэйшая школа», 1986.

## ОТ АВТОРОВ

---

Настоящий учебник написан в соответствии с программой для студентов инженерно-педагогических факультетов вузов, обучающихся по специальности 1219 «Строительство». При этом учтены как широкий профиль специальности, так и сфера будущей трудовой деятельности инженера-педагога-строителя.

Авторы стремились излагать материал курса в простой и доступной форме, переходя от простого к сложному.

В первом и втором разделах приведены методы расчета при действии неподвижных и подвижных нагрузок статически определимых и статически неопределимых стержневых систем. Даны краткие сведения о матрицах, используемых при решении задач строительной механики. Определение перемещений, а также расчеты наиболее распространенных стержневых систем изложены в обычной и матричной формах.

В третьем разделе рассматриваются основные вопросы устойчивости и динамики сооружений, которые наиболее часто встречаются в практике инженера-строителя. При изложении этих вопросов авторы ограничились изложением устойчивости стержней и стержневых систем в упругой стадии работы материала и динамическими расчетами систем при действии вибрационной нагрузки.

Учебник может быть использован студентами и других строительных специальностей вузов, а также инженерами, занимающимися расчетом и проектированием строительных конструкций.

Главы 1, 3—7, 9—13, 16, 17, 20, 21 написаны канд. техн. наук Е. П. Довнаром, а введение и главы 2, 8, 14, 15, 18, 19 — канд. техн. наук Л. И. Коршуном.

Авторы выражают благодарность рецензентам — коллективу кафедры Ленинградского инженерно-строительного институ-

та, возглавляемой проф. А. М. Масленниковым, и проф. А. Н. Раевскому за ценные советы и критические замечания, которые способствовали улучшению содержания и структуры учебника.

Замечания и пожелания просим направлять по адресу: 220048, Минск, проспект Машерова, 11, издательство «Вышэйшая школа».

## ВВЕДЕНИЕ

---

Строительная механика — одна из общинженерных наук, изучающая принципы и методы расчета различных сооружений на прочность, жесткость и устойчивость. В широкой трактовке строительная механика включает такие дисциплины, как сопротивление материалов, строительная механика стержневых систем, строительная механика пластин и оболочек, теория упругости, теория пластичности и теория ползучести. При изложении настоящего курса в понятие строительной механики вкладывается более узкий смысл: строительная механика стержневых систем.

В этом понимании строительная механика отличается от сопротивления материалов тем, что в ней рассматриваются расчеты не отдельных элементов, а систем стержней (сооружений или конструкций), частными случаями которых могут являться балки, стержни с криволинейной осью (арки), гибкие стержни (ванты) и т. д.

В теориях упругости, пластичности и ползучести расчет конструкций ведется в более точной постановке, чем в сопротивлении материалов и строительной механике. При этом в теории упругости рассматриваются случаи работы материала только в упругой области, а в теории пластичности — при пластических деформациях. В теории ползучести учитывается развитие упругопластических деформаций во времени. В то же время четко разграничить задачи, решаемые в той или иной из упомянутых дисциплин трудно.

Строительная механика включает следующие разделы: статику сооружений (расчет на прочность при действии статической нагрузки); теорию устойчивости сооружений (методы расчета на устойчивость); динамику сооружений (определение динамических характеристик и расчет на прочность и жесткость при действии динамических нагрузок).

Строительная механика тесно связана с такими науками, как математика, физика, теоретическая механика и сопротивление материалов. Кроме того, теоретические методы строительной механики широко используют результаты испытаний сооружений (как на моделях, так и в натуре), а также результаты продолжительных наблюдений за ними в период эксплуатации.

Следовательно, она является наукой экспериментально-теоретической. Строительная механика служит теоретической базой для освоения курсов строительных конструкций (металлических, железобетонных, деревянных и других), мостов, дорог.

Данное выше определение строительной механики как науки однозначно определяет ее общую задачу. В то же время следует выделить и частные слагаемые этой задачи.

Одной из частных задач является определение усилий в элементах конструкций при действии как статической, так и динамической нагрузок, другой — определение деформаций и перемещений элементов и конструкции в целом. Решение ее обеспечивает выполнение требований жесткости конструкций.

При современных масштабах капитального строительства особое значение приобретает снижение материалоемкости и стоимости сооружений при соблюдении требований к их надежности в период эксплуатации. Строительная механика вместе с другими науками дает теоретическую базу для создания и использования в проектной практике методов и алгоритмов расчета и проектирования оптимальных строительных конструкций, т. е. строительных конструкций, удовлетворяющих заданным критериям оптимальности. Это быстро развивающееся научное направление в скором будущем займет должное место в курсах строительной механики.

Методы строительной механики базируются на ряде принципов и допущений. Наибольшее распространение в связи с широким использованием ЭВМ находят точные, аналитические методы расчета. К ним относятся так называемые классические методы расчета статически неопределимых систем: метод сил, метод перемещений и смешанный метод.

Остановимся на основных этапах развития строительной механики как науки. В начальный период развития (XV—XVI вв.) она была неотделима от общей механики, основоположником которой по праву считается великий художник, мыслитель и инженер Леонардо да Винчи (1452—1519).

Начало развития строительной механики связывается с именем знаменитого физика, астронома и математика Галилео Галилея (1564—1642). В 1638 г. им были опубликованы «Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки», где заложены основы новых наук о прочности и динамике.

Плодотворно работали в этой области М. В. Ломоносов (1711—1765) и Л. Эйлер (1707—1783), И. П. Кулибин (1735—1818), а также известные зарубежные ученые Р. Гук, Я. Бернулли, Ш. Кулон, Ж.-Л. Лагранж, позже — К. Кульман, Б. Сен-Венан, Д. К. Максвелл, Б. П. Клапейрон, О. Мор, Е. Бетти, А. Кастильяно и др. Как самостоятельная наука строительная механика стала развиваться в первой половине XIX в., когда

началось интенсивное строительство железных дорог и мостов, промышленных предприятий, что повлекло за собой необходимость расчета и возведения различных строительных конструкций достаточно больших размеров, подверженных действию разнообразных силовых и других факторов.

Значительные достижения строительной механики связаны с именами русских ученых и инженеров. Так, Д. И. Журавский (1821—1891) впервые разработал теорию расчета мостовых ферм как шарнирно-стержневых систем и создал теорию касательных напряжений при изгибе, Ф. С. Ясинский (1856—1899) — основы расчета стержней на устойчивость и пространственных ферм. Существенное развитие теория расчета ферм получила в трудах ученых и выдающихся инженеров-мостовиков Н. А. Белелюбского (1845—1922) и Л. Д. Проскуракова (1858—1926).

Большую роль в развитии отдельных разделов строительной механики (графостатики, основ теории статически неопределимых систем, теории упругого подобия и др.) сыграли работы талантливого педагога и ученого В. Л. Кирпичева (1845—1913).

В истории отечественной науки и техники видное место занимает инженер-изобретатель В. Г. Шухов (1853—1939). Он внес большой вклад в решение многих проблем строительной механики, в том числе обосновал методику расчета и разработал конструкции сетчатых и сводчатых покрытий.

Дальнейшее развитие строительной механики, как и всей отечественной науки, началось после победы Великой Октябрьской социалистической революции.

В этот период значительно развитие получила теория расчета сложных статически неопределимых систем в трудах П. Л. Пастернака, И. П. Прокофьева, А. А. Гвоздева, С. А. Бернштейна, Б. Н. Жемочкина, Н. И. Безухова, Б. Н. Горбунова, И. М. Рабиновича, А. А. Уманского, П. Ф. Попковича, Н. С. Стрелецкого, В. А. Киселева, Н. К. Снитко, А. П. Филина и др.

Ценный вклад в создание и развитие теории устойчивости сооружений внесли И. Г. Бубнов, С. П. Тимошенко, А. Н. Динник, Н. В. Корноухов, С. Д. Лейтес, А. Ф. Смирнов, А. Р. Ржаницын, Н. К. Снитко, А. С. Вольмир, Ю. Н. Роботнов, А. В. Геммерлинг, Р. Р. Матевосян.

Существенное развитие получили теория колебаний деформируемых тел и методы динамического расчета сооружений в трудах И. М. Рабиновича, К. С. Завриева, А. П. Сеницына, Я. Г. Пановко, Б. Г. Коренева, А. Ю. Ишлинского, В. В. Болотина, О. В. Лужина и др.

Началу широкого использования ЭВМ и матричных алгоритмов при расчете конструкций способствовали труды А. Ф. Смирнова, А. П. Филина, А. А. Чираса, А. М. Масленникова и др.

Ведущее место занимают советские ученые в вопросах разработки и применения вероятностных методов в строительной механике и исследования надежности конструкций (Н. С. Стрелецкий, А. Р. Ржаницы, В. В. Болотин и др.).

Развитие в настоящее время теории оптимизации в строительной механике во многом определяется также работами советских ученых (К. М. Хуберян, Ю. А. Радциг, А. И. Виноградов, А. А. Чирас, Д. А. Мацюлявичюс, А. П. Чижас, А. Н. Равевский и др.).

Перспективным и важным является также новое направление строительной механики, в котором расчет сооружений осуществляется с учетом вероятностного характера изменения тех или иных параметров (нагрузок, свойств материалов и др.) [8].

Одним из новых, с точки зрения эффективного использования ЭВМ, методов расчета сложных конструкций является метод конечных элементов [1, 8].

В решение многочисленных проблем строительной механики большой вклад вносят советские ученые.



## ЛИТЕРАТУРА

---

- Киселев В. А.* Строительная механика.— М.: Стройиздат, 1976.— 511 с.
- Киселев В. А.* Строительная механика. Специальный курс.— М.: Стройиздат, 1969.— 431 с.
- Масленников А. М.* Расчет статически неопределимых систем в матричной форме.— Л.: Стройиздат, 1970.— 128 с.
- Рабинович И. М.* Основы строительной механики стержневых систем.— М.: 1960.— 519 с.
- Равский А. Н.* Основы расчета сооружений на устойчивость.— М.: Высш. шк., 1962.— 160 с.
- Ржаницын А. Р.* Расчет сооружений с учетом пластических свойств материала.— М.: Госстройиздат, 1954.— 287 с.
- Ржаницын А. Р.* Строительная механика.— М.: Высш. шк., 1982.— 400 с.
- Снитко Н. К.* Строительная механика.— М.: Высш. шк., 1980.— 430 с.
- Строительная механика. Стержневые системы / В. Ф. Смирнов, А. В. Александров, Б. Я. Лашенников и др.— М.: Стройиздат, 1981.— 512 с.
- Строительная механика / А. В. Дарков, Г. К. Клейн, В. И. Кузнецов и др.— М.: Высш. шк., 1976.— 596 с.
- Филин А. П.* Матрицы в статике стержневых систем и некоторые элементы использования ЭЦВМ.— Л.; М.: Стройиздат, 1966.— 437 с.

## ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Арка 64**  
— бесшарнирная 65, 197—200  
— двухшарнирная 65, 194—196  
— трехшарнирная 65  
— — с затяжкой 66—67
- Балка 47—49**  
— многопролетная (шарнирная) 38—40  
— — неразрезная 175—192
- Взаимность перемещений 122**  
— реакций 122  
— — и перемещений 122—123
- Колебания 278**  
— вынужденные 278, 283—287, 298—301  
— свободные (собственные) 278—283, 287—298
- Линии влияния в балке 46—47**  
— — — многопролетной шарнирной 50—52, 58  
— — — простой 47—50
- Матрица 23**  
— влияния 28, 44, 64, 95  
— податливости (сопряжений) 133, 135—137, 169, 205
- Нагрузка временная 13**  
— динамическая 14, 277  
— — вибрационная 277  
— — кратковременная 278  
— — подвижная 277  
— — сейсмическая 278  
— — ударная 277  
— критическая 250  
— неподвижная 14  
— постоянная 13
- предельная 244—248  
— статическая 13, 116
- Операции над матрицами 24—26**  
**Опора системы плоской 11**  
— — — шарнирно-неподвижная цилиндрическая 12—13  
— — — шарнирно-подвижная цилиндрическая 11—12  
— — — защемляющая неподвижная 13  
— — — пространственной 106—107  
— — — линейно-подвижная шаровая 107  
— — — неподвижная шаровая 107—108  
— — — подвижная шаровая 107
- Принципы возможных перемещений 119—120**
- Работа 114—116**  
— действительная 116—119  
— возможная (виртуальная) 119—121
- Рама 152—153**  
— плоская 72, 152, 269—276  
— пространственная 152, 232—239
- Расчетное положение подвижной нагрузки распределенной 61—63**  
— — — — сосредоточенных сил 59—61
- Система 10**  
— безраспорная 11  
— геометрически изменяемая 11, 16  
— — — неизменяемая 11, 16—17  
— — — статически неопределимая 11  
— — — — определимая 11  
— комбинированная 100—103  
— вантовая 103—106  
— стержневая 100—102, 208—210
- Состояние системы 120**  
— безразличное 249—251  
— вспомогательное 121—126  
— заданное 121—126

— — неустойчивое 249—251

— — предельное 239—244

— — устойчивое 249—251

Степень неопределимости 140

— — кинематической 211—212

— — статической 140—142

Схема расчетная 9

**Упрощение расчета рам 157**

— — — методом перемещений 220—223

— — — сил 158—166

**Уравнения канонические 142—144**

— — метода перемещений 212—215

— — — сил 144—150

— — — смешанного 228—230

**Устойчивость 249—252**

— отдельных стержней 253—268

— плоских рам 269—277

**Ферма 74**

— плоская безраспорная 74—94, 200—208

— — распорная 96—100, 200—208

— пространственная 106—113

Формула Мора 123—128

**Число степеней свободы 14, 252, 279**

**Энергия потенциальная 119**

— кинетическая 291, 293, 297

## СОДЕРЖАНИЕ

---

От авторов	3
Введение	5

### Раздел первый

#### СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ

Глава 1. Расчетные схемы. Кинематический анализ сооружений	9
1.1. Понятие о расчетной схеме сооружения	9
1.2. Классификация расчетных схем	10
1.3. Опоры плоских стержневых систем	11
1.4. Виды нагрузок	13
1.5. Кинематический анализ сооружений	14
Глава 2. Применение матриц в задачах строительной механики	22
2.1. Эффективность применения ЭВМ и матричных алгоритмов при расчете сооружений	22
2.2. Матрицы и операции над ними	23
2.3. Решение систем линейных уравнений. Определение усилий и перемещений в матричной форме	26
2.4. Применение матриц влияния усилий для расчета статически определимых систем	28
Глава 3. Особенности статически определимых систем	34
3.1. Свойства статически определимых систем	34
3.2. Распределение усилий в основных и дополнительных элементах системы	35
3.3. Методы определения усилий	36
Глава 4. Многопролетные статически определимые балки	38
4.1. Характеристика многопролетных шарнирных балок	38
4.2. Расчет многопролетной балки на неподвижную нагрузку	40
4.3. Формулы для определения изгибающих моментов и поперечных сил в	

произвольном пролете балки	41
4.4. Расчет балок с осью ломаного очертания	42
4.5. Расчет многопролетных шарнирных балок в матричной форме	43
<b>Глава 5. Определение усилий от подвижной нагрузки</b>	<b>45</b>
5.1. Виды подвижных нагрузок и определение их расчетного положения	45
5.2. Понятие о линиях влияния	46
5.3. Статический метод построения линий влияния	47
5.4. Определение усилий по линиям влияния	52
5.5. Линии влияния при узловой передаче нагрузки	55
5.6. Кинематический метод построения линий влияния	56
5.7. Определение расчетного положения подвижной системы сосредоточенных сил	59
5.8. Определение расчетного положения подвижной равномерно распределенной нагрузки	61
5.9. Построение матриц влияния усилий по линиям влияния	63
<b>Глава 6. Трехшарнирные арки и рамы</b>	<b>64</b>
6.1. Понятие об арках	64
6.2. Определение опорных реакций	66
6.3. Определение усилий и построение их эпюр	68
6.4. Выбор рационального очертания оси арки	70
6.5. Расчет трехшарнирных рам	72
6.6. Сравнительный анализ работы трехшарнирной арки и простой балки	73
6.7. Построение линий влияния опорных реакций и усилий	73
<b>Глава 7. Безраспорные плоские фермы</b>	<b>74</b>
7.1. Понятие о фермах и выбор их расчетной схемы	74
7.2. Классификация ферм	76
7.3. Проверка неизменяемости и способы образования ферм	77
7.4. Определение усилий в стержнях ферм статическим методом	79
7.5. Линии влияния усилий в стержнях балочных ферм	87
7.6. Определение усилий в стержнях шпренгельных ферм	91
7.7. Линии влияния усилий в стержнях шпренгельных ферм	92
7.8. Расчет ферм в матричной форме	95
<b>Глава 8. Распорные фермы, комбинированные и вантовые системы</b>	<b>96</b>
8.1. Распорные фермы	96
8.2. Комбинированные системы	100
8.3. Вантовые системы	103
<b>Глава 9. Пространственные фермы</b>	<b>106</b>
9.1. Общие сведения	106
9.2. Опоры	107

9.3. Анализ геометрической неизменяемости	109
9.4. Частные случаи равновесия узлов	111
9.5. Определение усилий в стержнях	112
<b>Глава 10. Определение перемещений упругих стержневых систем</b>	<b>113</b>
10.1. Основные понятия	113
10.2. Работа внешних сил	114
10.3. Работа внутренних сил. Потенциальная энергия	117
10.4. Принцип возможных перемещений	119
10.5. Теорема о взаимности работ	120
10.6. Теорема о взаимности перемещений	122
10.7. Теорема о взаимности реакций	122
10.8. Теорема о взаимности реакций и перемещений	122
10.9. Общая формула для определения перемещений плоских стержневых систем	123
10.10. Формула Мора для частных случаев	126
10.11. Определение перемещений от внешней нагрузки	128
10.12. Определение перемещений в матричной форме	133

### Раздел второй

## СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СИСТЕМЫ

<b>Глава 11. Основные положения расчета статически неопределимых систем методом сил</b>	<b>140</b>
11.1. Понятие о статической неопределимости	140
11.2. Определение числа лишних связей	141
11.3. Свойства статически неопределимых систем. Методы расчета	142
11.4. Расчет систем методом сил. Канонические уравнения	144
11.5. Определение перемещений	150
<b>Глава 12. Расчет плоских рам методом сил</b>	<b>152</b>
12.1. Общая характеристика	152
12.2. Расчет простых рам	153
12.3. Проверка правильности построения $M$ , $Q$ и $N$	156
12.4. Упрощения расчета простых симметричных рам	157
12.5. Упрощения расчета сложных рам	162
12.6. Расчет рам на температурное воздействие и смещение опор	167
12.7. Расчет рам методом сил в матричной форме	169
<b>Глава 13. Неразрезные балки</b>	<b>175</b>
13.1. Расчет методом сил	175
13.2. Моментные фокусы и моментные фокусные отношения	180
13.3. Построение эпюр моментов с помощью моментных фокусных отношений	182
13.4. Построение огибающих эпюр усилий	184

13.5. Расчет на осадку опор	185
13.6. Построение линий влияния усилий	186
<b>Глава 14. Статически неопределимые арки</b>	<b>192</b>
14.1. Характеристика статически неопределимых арок. Общие положения расчета	192
14.2. Двухшарнирные арки	194
14.3. Расчет бесшарнирной арки на неподвижную нагрузку	197
<b>Глава 15. Статически неопределимые фермы и комбинированные системы</b>	<b>200</b>
15.1. Расчет статически неопределимых ферм	200
15.2. Расчет комбинированных систем	208
<b>Глава 16. Расчет рам методом перемещений</b>	<b>211</b>
16.1. Сущность метода перемещений	211
16.2. Определение реакций в дополнительных связях	216
16.3. Пример расчета рамы методом перемещений	218
16.4. Упрощения при расчетах рам методом перемещений	220
16.5. Расчет рам методом перемещений в матричной форме	224
<b>Глава 17. Комбинированный способ расчета статически неопределимых систем. Смешанный метод</b>	<b>225</b>
17.1. Сравнительный анализ метода сил и метода перемещений	225
17.2. Комбинированный способ	226
17.3. Смешанный метод	228
<b>Глава 18. Пространственные рамы</b>	<b>232</b>
18.1. Характеристика пространственных рам	232
18.2. Расчет методом сил	234
18.3. Расчет методом перемещений	236
<b>Глава 19. Расчет статически неопределимых стержневых систем по несущей способности</b>	<b>239</b>
19.1. Основные положения метода предельного равновесия	239
19.2. Определение предельной нагрузки для статически неопределимых стержневых систем	244

**Раздел третий**  
**ОСНОВЫ УСТОЙЧИВОСТИ И ДИНАМИКИ**  
**СООРУЖЕНИЙ**

<b>Глава 20. Устойчивость упругих стержневых систем</b>	<b>249</b>
20.1. Основные виды потери устойчивости. Критическая нагрузка и критическое состояние сооружения	249
20.2. Число степеней свободы и формы неустойчивого равновесия	252

20.3. Методы решения задач устойчивости	254
20.4. Устойчивость сжатых стержней с жесткими опорами	258
20.5. Устойчивость сжатых стержней постоянного сечения с упругими опорами	265
20.6. Устойчивость плоских рам	269
<b>Глава 21. Основы динамики сооружений</b>	<b>277</b>
21.1. Общие положения	277
21.2. Свободные колебания системы с одной степенью свободы	279
21.3. Вынужденные колебания системы с одной степенью свободы	283
21.4. Свободные колебания систем со многими степенями свободы	287
21.5. Приближенные способы определения частот свободных колебаний балок и рам	291
21.6. Приближенные способы определения основной частоты свободных колебаний ферм	296
21.7. Вынужденные колебания систем со многими степенями свободы	298
21.8. Динамический расчет стержневых систем	299
21.9. Способы борьбы с вибрацией	302
Литература	303
Предметный указатель	304



**Довнар Е. П., Коршун Л. И.**  
Д 58 Строительная механика: Учебник для вузов по спец. «Стр-во». —  
Мн.: Выш. шк., 1986. — 310 с.: ил.

Изложены методы расчета статически определимых и статически неопределимых стержневых систем на неподвижную и подвижную нагрузки. Даны основы расчета конструкций по несущей способности; рассмотрены вопросы динамики и устойчивости сооружений.

210500000—077  
Д—————31—86  
М304(05)—86

ББК 38.112я73

*Евгений Петрович Довнар, Леонард Иванович Коришун*

## **СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА**

Зав. редакцией *В. Г. Самарина*  
Редактор *Л. Н. Базудько*  
Мл. редакторы *А. П. Берлина, Н. В. Валишева*  
Оформление и худож. редактирование *И. А. Демковского*  
Техн. редактор *Г. М. Романчук*  
Корректор *Р. К. Логинова*

ИБ № 2273

Сдано в набор 09.09.85. Подписано в печать 16.05.86.  
АТ 13685. Формат 70×90<sup>1/8</sup>. Бумага тип. № 1. Гарнитура  
литературная. Высокая печать. Усл. печ. л. 22,81. Усл.  
кр.-отт. 22,81. Уч.-изд. л. 22,08. Тираж 5400 экз. Зак. № 1840.  
Цена 1 р. 20 к.

Издательство «Высшая школа» Государственного комитета БССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Минск, проспект Машерова, 11.

Типография им. Ф. Скорины издательства «Наука и техника». 220600, Минск, Ленинский пр., 68.