

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ

**«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра физики

Гладковский В. И.

ПОСОБИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО КУРСУ «ФИЗИКА»

Рекомендовано Советом Брестского государственного технического университета в качестве пособия для студентов специальностей:

1-36 01 01 «Технология машиностроения»

1-36 01 03 «Технологическое оборудование машиностроительного производства»

1-37 01 06 «Техническая эксплуатация автомобилей»

1-53 01 01 «Автоматизация технологических процессов и производств»

БРЕСТ 2006

УДК (378.118.14 + 37.016):53

ББК 74.580.26я723

Г 52

Рецензенты:

В. С. Костко, доцент кафедры общей физики Брестского государственного университета, канд. физ.-мат. наук, доцент;

В. А. Плетюхов, декан физического факультета Брестского государственного университета, д-р. физ.-мат. наук, профессор.

Печатается по решению Совета УО БрГТУ

Гладковский В.И.

Г 52 Пособие для самостоятельной работы по курсу «Физика». Пособие. — Брест: Изд-во БрГТУ, 2006. — 98 с.

Пособие предназначено для оказания помощи студентам технических специальностей высших учебных заведений в организации самостоятельной учебной работы по физике. Пособие состоит из трех учебных диалогов и девяти тематических блоков для самостоятельной работы над основными темами по курсу «Физика».

Учебные диалоги предназначены для расширения представлений студентов о способах самоорганизации мышления на основе принципа логического систематического уточнения. Поэтому пособие может быть также использовано и для самообразования.

Тематические блоки объединены в три раздела: «Механика, молекулярная физика и термодинамика», «Электричество и магнетизм», «Оптика и элементы квантовой физики» и рассчитаны на три семестра. Каждый раздел включает в себя по три тематических блока. Такая структура соответствует требованиям учебного плана, традиционно сложившимся для технических специальностей вузов. Каждый тематический блок содержит в себе задания для самостоятельной учебной работы по физике, варианты условий для самостоятельного выполнения заданий, примеры решения заданий и информационный блок.

В процессе работы над пособием использовались работы других авторов, хотя формулировка заданий носит авторизированный характер. Суть авторизации сводилась к выбору тематической последовательности заданий с последующей реализацией дифференцированного подхода к обучению в форме разноуровневой вариатизации. В конце пособия приводится список использованной литературы.

УДК (378.118.14 + 37.016):53

ББК 74.580.26я723

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
УЧЕБНЫЕ ДИАЛОГИ	6
<i>Ситуация непонимания</i>	6
<i>Усложнение задачи</i>	9
<i>Подведение к решению</i>	12
ТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОК (1): «Кинематика и динамика материальной точки»	14
<i>Задание для самостоятельной работы (1)</i>	14
<i>Варианты условий (1)</i>	15
<i>Примеры решения заданий по теме (1)</i>	17
<i>Информационный блок (1)</i>	21
ТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОК (2): «Кинематика и динамика вращательного движения. Законы сохранения. Элементы механики колебательного движения»	27
<i>Задание для самостоятельной работы (2)</i>	27
<i>Варианты условий (2)</i>	28
<i>Примеры решения заданий по теме (2)</i>	33
<i>Информационный блок (2)</i>	35
ТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОК (3): «Молекулярная физика и термодинамика»	39
<i>Задание для самостоятельной работы (3)</i>	39
<i>Варианты условий (3)</i>	40
<i>Примеры решения заданий по теме (3)</i>	43
<i>Информационный блок (3)</i>	47
ТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОК (4): «Электростатика»	50
<i>Задание для самостоятельной работы (4)</i>	50
<i>Варианты условий (4)</i>	51
<i>Примеры решения заданий по теме (4)</i>	51
<i>Информационный блок (4)</i>	56
ТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОК (5): «Электрический ток»	59
<i>Задание для самостоятельной работы (5)</i>	59
<i>Варианты условий (5)</i>	60
<i>Примеры решения заданий по теме (5)</i>	67
<i>Информационный блок (5)</i>	69
ТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОК (6): «Магнитное поле. Электромагнитная индукция»	70
<i>Задание для самостоятельной работы (6)</i>	70
<i>Варианты условий (6)</i>	71
<i>Примеры решения заданий по теме (6)</i>	75
<i>Информационный блок (6)</i>	78
ТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОК (7): «Интерференция света»	79

<i>Задание для самостоятельной работы (7)</i>	79
<i>Варианты условий (7)</i>	80
<i>Примеры решения заданий по теме (7)</i>	81
<i>Информационный блок (7)</i>	83
ТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОК (8): «Дифракция и поляризация света»	85
<i>Задание для самостоятельной работы (8)</i>	85
<i>Варианты условий (8)</i>	86
<i>Примеры решения заданий по теме (8)</i>	89
<i>Информационный блок (8)</i>	91
ТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОК (9): «Элементы квантовой физики»	93
<i>Задание для самостоятельной работы (9)</i>	93
<i>Варианты условий (9)</i>	93
<i>Примеры решения заданий по теме (9)</i>	95
<i>Информационный блок (9)</i>	96
ЛИТЕРАТУРА	97

ВВЕДЕНИЕ

Данное методическое пособие по своему статусу занимает промежуточное положение между традиционным учебником и сборником задач. В учебнике обычно в систематизированном виде излагаются основные теоретические положения, отражающие содержание образования изучаемой дисциплины. Сборник задач предназначен для практического изучения теоретических положений на основе применения их в разнообразных конкретных условиях. Как правило, в учебниках отсутствуют задачи, а сборники задач почти не содержат теоретических положений. В одном случае степень конкретизации материала минимальна, в другом — максимальна. Во избежание недоразумений необходимо подчеркнуть, что данное пособие ни в коей мере не претендует на замену действующих учебников и сборников задач по физике. Оно предназначено для оказания помощи в организации под руководством преподавателя самостоятельной учебной работы по физике студентов технических специальностей высших учебных заведений.

В начале пособия помещены учебные диалоги, написанные для оказания помощи тем студентам, которые захотят получить более углубленное представление о способах самоорганизации мышления на основе принципа логического систематического уточнения [1]. Поэтому пособие может быть также использовано и для самообразования.

Каждый тематический блок содержит задания, варианты условий, примеры решения заданий и краткие сведения теоретического характера. Решение задач по любой дисциплине невозможно без освоения соответствующих теоретических средств и интеллектуального развития. Интеллектуальное развитие базируется на преодолении познавательных затруднений в процессе перехода от информационно-упражненческой формы организации процесса обучения к задачно-целевой, и в перспективе — к проблемно-ситуативной [2].

Квалификационные стандарты по специальностям и недавно введенные Министерством образования Республики Беларусь “Критерии оценки знаний и компетенций студентов по 10-балльной шкале” позволяют выделить три уровня освоения студентами изучаемой дисциплины: основной, средний и высокий. Поэтому задания пособия содержат задачи различного уровня сложности. В процессе работы над пособием использовались работы других авторов, поэтому в конце пособия приводится список использованной литературы. Формулировка самих заданий носит авторизированный характер. Суть авторизации сводилась к подбору тематически целостной последовательности задач, взятых из существующих задачников по физике, с последующей реализацией дифференцированного подхода к обучению на основе разноуровневой вариатизации.

Рассмотрение работы на заседаниях научно-методического семинара кафедры физики БрГТУ было весьма продуктивным, за что автор выражает свою искреннюю признательность всем участникам обсуждения.

УЧЕБНЫЕ ДИАЛОГИ

Роль диалога в образовании трудно переоценить. Существуют исследования, которые указывают на то, что в современной школе обучающийся говорит на занятиях всего лишь примерно 10-20 % учебного времени. Все остальное время он молчит и чем-то занимается. Хорошо, если тем, чем ему положено заниматься в это время. А если — нет?

Каков же выход из создавшегося в традиционной методике преподавания репродуктивного тупика? Во многих педагогических работах считается хорошим тоном хотя бы упомянуть о различных школах: диалога культур Библиера, «таксономии целей обучения» Блума, «структуры интеллекта» Гилфорда, «обучения в сотрудничестве, самоопределения» и т. п. Но какова эффективность применения этих многоумных концепций на практике?

Говорят, что собрались как-то жука, рак и лебедь доставить воз с чем-то там полезным туда, куда кому-то надо было. И ведь старались, бедолаги. Но воз и ныне там, поскольку возникает ...

Ситуация непонимания

Действующие лица: С. — студент; П. — преподаватель.

С.: Я не могу решить эту задачу! Я не понимаю, как ее решать!

П.: Почему Вы не понимаете, как решать *эту* задачу?

С.: Ну, я не знаю... Может быть, знаний не хватает, а может быть, опыта...

П.: Хорошо. Давайте попробуем разобраться: каких знаний и какого опыта Вам не хватает для решения именно этой задачи.

С.: А как я могу ответить, каких знаний мне не хватает, если я не знаю, какие знания нужны для решения этой задачи? Что касается опыта, то здесь все просто: “бери побольше и кидай подальше”. Чем больше я буду решать задач, тем больше у меня будет опыт. Разве не так?

П.: Хорошо, я попробую задавать наводящие вопросы. Вам нужны знания по географии, истории, литературе и т. п. для того, чтобы решать задачи по физике?

С.: Нет, конечно. И ежу понятно, что для того, чтобы решать задачи по физике, нужны знания по физике.

П.: Очень хорошо. Меня радует то, что ежики сейчас стали такими умными... Скажите, Вам нужны знания по всем разделам физики или по какому-то одному, конкретному разделу физики?

С.: По одному, наверное... Я так думаю.

П.: Почему?

С.: Если для решения задачи нужны знания по нескольким разделам физики, значит это уже — сложная задача. Если же нужны знания по всем разделам, то это уже — суперсложная задача!

П.: Хорошо, допустим, что это так. А как Вы думаете, вот эта ваша задача — она сложная или суперсложная?

С.: Непохожа она на суперсложную... Но, она и не сложная! Она похожа на простую... Я из этого раздела вроде бы все формулы знаю, но решить задачу не могу, потому что не понимаю. Значит эта задача — и не простая и не сложная. Она — непонятная!

П.: Вы хотите сказать, что кроме простых и сложных задач, есть еще задачи понятные и непонятные?

С.: Да. Если задача понятная, то я знаю, что надо делать, для того чтобы найти ответ. А вот если она непонятная...

П.: Кстати, а что такое понимание?

С.: Это просто. Когда я понимаю задачу, я могу ее решить.

П.: Вернемся к вопросу о том, какие знания Вам нужны. Вы сказали, что формулы вроде бы все знаете, не так ли? Значит, какие-то знания у Вас уже есть?

С.: Я не знаю, какие именно формулы мне нужны для решения *этой* задачи. Если бы я знал, *каких* именно знаний мне не хватает для решения этой задачи, я бы нашел их в учебнике и решил эту задачу. Кстати, Вы не собираетесь показать мне как ее решить? Тогда я буду знать, как решается эта задача, и она перестанет быть непонятной. По-моему, преподаватели для этого только и нужны.

П.: Для чего, для этого?

С.: Ну, для того, чтобы делать из непонятных задач — понятные.

П.: С этим можно, конечно, согласиться. Только вот как это сделать?

С.: Ой, ну я же сказал! Вас же наверняка этому учили! Надо показать, как решается вот эта вот проклятая задача и все, дело — в шляпе! После этого я буду знать, наконец, как она решается, эта задачка непонятная и она перестанет быть непонятной. Все! И вопрос будет закрыт...

П.: А какая Вам от этого будет польза?

С.: Ну, я смогу решить *эту* задачу.

П.: И все?

С.: Ну, может быть, я смогу решить задачу, как-то похожую на эту, хотя...

П.: А эта задача не похожа на те задачи, которые Вы умеете решать?

С.: Нет, она совсем не похожа на те задачи, которые я умею решать!

П.: Скажите, а те задачи, которые Вы умеете решать, они сложные или простые?

С.: Простые, конечно.

П.: Но ведь и эта задача простая. Вы сами так сказали. Почему же Вы не можете ее решить?

С.: Потому что именно ее-то я и не понимаю. Я уже просмотрел все формулы из этого раздела, и ни одна из них не подходит для того, чтобы получить решение. Я не знаю... Понавидумывали задач каких-то, а их никто из студентов решить не может... Кому это надо? Да проживу я и без физики как-нибудь!

П.: Вот именно — как-нибудь. А откуда берутся задачи? Кто их сочиняет?

С.: А их разве сочиняют? Это же не музыка и не стихотворения!

П.: Конечно сочиняют. Вы и сами можете сочинить задачу.

С.: Я?! Сочинить?! Не может быть! Да и зачем мне еще какую-то другую задачу придумывать? Мне и с этой хлопот хватает!

П.: Но все же давайте попробуем. Я предлагаю Вам вспомнить любую формулу по физике, которую Вы знаете. Вспомнили? Тогда запишите ее.

С.: Ну, хорошо, пожалуйста. Это я могу. Вот она.

(Запишите и Вы, читатель, свою формулу).

П.: Можете ли Вы придумать задачу, для решения которой нужно было бы воспользоваться этой формулой?

С.: Конечно. Для этого надо в условии задать все величины, кроме одной. Ну и придумать “текстовку”, т.е. текст условия. Например: “Из пункта А по направлению к пункту В отправилась колонна машин, груженных картофелем. За какое

время доедет колонна до пункта В, если расстояние между пунктами такое-то, а средняя скорость такая-то?” Хм, выходит, я знаю как придумываются задачи! Вот, смотрите, вот текст: это и это — будем считать известными величинами, например, вот столько и столько, а вот это — неизвестная величина. Ее и надо найти.

(Запишите и Вы текст своей задачи)

П.: Очень хорошо! Вот видите, оказывается, что сочинять задачи не так уж и трудно.

С.: Ладно, не трудно. Но зачем это надо? Ведь я же хочу научиться решать задачи, а не сочинять их. Кроме того, все задачи уже, наверное, придуманы.

П.: А если подумать?

С.: Это что же получается? Для того чтобы научиться решать задачи, надо научиться их сочинять? Но ведь этому никто не учит!

П.: Так уж и никто?

С.: Ну, Вы вроде учите... Но ведь Вы не учите! Все время вопросы какие-то задаете! И спрашиваете, и спрашиваете... По-моему, преподаватель — это тот, кто преподает, преподносит знания, а студент — это тот, кто берет их. Это...

П.: “и ежу понятно”?

С.: Ну да... Я просто хотел сказать...

П.: Что?

С.: Ну так обычно говорят, когда все понятно. Надо вперед побыстрее двигаться, а мы тут с этой задачей непонятной застряли... Это что же получается? Пока я не придумаю задачу, похожую на нее, но попроще, я ее сам решить не смогу?

П.: Получается, что так. Сами — не сможете.

С.: Но ведь это — заколдованный круг! Поди туда, не знаю куда, найди то, не знаю что!

П.: Не надо так отчаиваться! Вернемся к Вашей первой сочиненной задаче. Скажите, текст у нее может быть только такой или его можно заменить на другой?

С.: Можно и заменить, решение от этого не изменится. Это что же получается? Условия могут быть разные, а формулы для ее решения будут одни и те же? Интересное кино выходит... Вот, смотрите:

(Записывает новый вариант текста условия своей задачи. Попробуйте и Вы записать новый вариант текста условия своей задачи)

П.: Ну, до кинофильма еще далеко, хотя... В принципе, это было бы неплохо. А знаете, Вы мне подсказали неплохую идею!

С.: Я? Вам? Подсказал?! Я ничего не подсказывал. Это просто так говорится когда...

П.: Я знаю, но, тем не менее, подсказали. Спасибо.

С.: Ладно, пожалуйста. Пусть будет, что я Вам подсказал. А почему Вы не хотите мне подсказать?

П.: А разве я не подсказываю? По-моему, я все время только и делаю, что подсказываю.

С.: Но Вы не подсказываете! Только вопросы задаете и задаете... Так, стойте, а для чего Вы это делаете?

П.: Ну-ну, как Вы думаете, для чего я это делаю?

С.: По-моему, Вы это делаете для того, чтобы я сам научился задавать себе вопросы. Это что же получается, что я сам себя могу учить? Для этого надо только задавать себе вопросы и отвечать на них? Классно...

П.: Конечно, можете. По-моему, это...

Вместе: “и ежу понятно!”

Усложнение задачи

Действующие лица: С. — студент; П. — преподаватель.

С.: После предыдущего разговора, я долго думал над тем как *правильно* усложнять задачу.

П.: Давайте подумаем, как вообще можно усложнить задачу? Для того, чтобы правильно сделать что-нибудь, надо знать правила...

С.: Но ведь правил нет, я так понимаю... В учебнике про составление задач нет ни слова...

П.: Правила можно вывести самим.

С.: Это как с задачами? Хорошенькое дело! И задачи сам сочиняй, да еще и правила, по которым их надо составлять, — сам придумывай! Может, все-таки проще было бы показать, как решается эта задача — и дело с концом?

П.: Если Вы так хотите, я могу, конечно, показать ее решение. Но, что Вы будете делать на экзамене, если Вам попадется задача, непохожая на те, что Вы умеете решать?

С.: Ладно, я понял... Сам, так сам. Давайте выдумывать правила. А что для этого надо?

П.: В нашем случае, как минимум, надо знать: какая задача простая, а какая — сложная.

С.: С простой задачей мы справимся запросто. Если задача «изготовлена» из одной формулы, то такая задача является простой. Логично?

П.: Логично, то логично — в том случае, если формула простая. А если формула — сложная?

С.: А какая разница?

П.: Разница есть. Например, Вам могут предложить задачу, для решения которой необходимо использовать формулу, смысла которой Вы не понимаете. Что Вы будете делать?

С.: Хорошо, тогда давайте дадим такое определение: «Простой задачей называется такая задача, для решения которой нужно применить одну простую формулу». Так годится?

П.: Может быть и годится... Но какая формула называется простой?

С.: Простая формула — это такая формула, при помощи которой я могу определить любую величину из нее. Так пойдет?

П.: Ну что ж, давайте пока на этом остановимся. Ну, а сложная?

С.: Сложной задачей называется такая задача, в основе которой лежит две или больше формул. Знаете, я не уверен, что мы должны вводить тип сложности формулы в определение. Получается что-то не то. По-моему, чем больше формул, — тем сложнее задача, разве не так?

П.: Может быть так, а может и не так. Тем не менее, примем Ваши определения за исходные. Может быть, в дальнейшем нам придется эти определения уточнить или видоизменить, либо вообще от них отказаться и ввести новые определения.

С.: В этом и состоит смысл логики систематического уточнения?

П.: Ну, примерно... А теперь давайте примем эти определения за исходные рабочие определения: одна формула — простая задача, чем больше формул, тем сложнее задача. Так?

С.: Сейчас, наверное, еще какой-нибудь подвох будет? Я, кажется, уже начинаю догадываться...

П.: А если догадываетесь, то попробуйте сами сделать вывод.

С.: Попробовать можно. Тем более, если что не так, то Вы поправите, правда?

П.: А до этого я Вас поправлял?

С.: Поправляли, конечно. То есть, нет! Вы ведь только вопросы задаете! А делаете Вы это для того, чтобы я понял, что... Так, хорошо, это мы уже проходили. Сейчас опять, наверное, скажете, что эта задача, которую я не могу решить — простая?

П.: Вот Вы уже и научились задавать вопросы. Согласно Вашему же определению, эта задача — простая. Для ее решения действительно нужно знать всего лишь одну формулу. И Вы эту формулу уже знаете!

С.: Но я не знаю, какую именно формулу я должен применить для решения этой задачи!

П.: Не знаете, конечно. Но Вы можете попробовать применять те формулы, которые знаете, по очереди — сначала одну, затем другую и так далее...

С.: Действовать по методу «научного» тыка? И сколько я буду возиться с этими формулами? Хотя, ладно, давайте попробуем, раз Вы так говорите... Хотя, что-то мне подсказывает, что и в этот раз ничего не получится. Если бы дело обстояло так просто, то не было бы вообще никаких особых трудностей с решением задач. Ведь так?

П.: Что ж, Вы опять правы. А для чего же я советовал Вам так сделать?

С.: Наверное, для того, чтобы я помучился как следует и потом... Постойте, я, кажется, догадался! Ведь мы просто перебираем все возможности, так?

П.: Правильно. Заметьте, теперь уже Вы задаете вопросы и заставляете меня отвечать.

С.: С кем поведешься, от того и наберешься!

П.: И чего же Вы набрались от меня?

С.: Главное — это то, что если задавать вопросы, то отвечая на них, можно чему-нибудь научиться!

П.: Да, чему-нибудь и как-нибудь... Как Вы думаете, любые вопросы нужно задавать?

С.: Нет, не любые, конечно. Если бы от одних только вопросов люди умнели, то все давно уже стали бы умными. Ведь люди только то и делают, что задают вопросы.

П.: И не прислушиваются к ответам...

С.: Может быть. Но Вы как-то так задаете свои вопросы, что отвечая на них, начинаешь почему-то кое-что понимать, причем, — самостоятельно. Это интересно, но уж очень все сложно и утомительно. А хочется побыстрее развязаться с этой задачей... У меня еще столько дел накопилось!

П.: Я понимаю. Но боюсь, что мой ответ Вам опять не понравится. Вот он: вопросы надо задавать так, чтобы после ответов на них стала ясной сущность рассматриваемого в задаче явления.

С.: Так... Новые веники под Новый год. Явление и сущность какие-то...

П.: Явление, это то, что происходит, то, что мы видим непосредственно. А сущность — это то, что обуславливает явления.

С.: А как их отличать, если одно видим, а о другом можно только догадываться?

П.: Для чего же человеку дано такое качество, которое называется «умом»?

С.: А у животных, что, нет ума? Вот, например, мой кот, он знает какой умный! Хотите, я Вам расскажу одну историю? Дело было так...

П.: Я не сомневаюсь, что история эта будет интересной и может быть даже поучительной, но ведь Вы, кажется, намекали на то, что у Вас не так много времени?

С.: Да, я и забыл. С Вами тут про все забудешь... О чем это мы говорили?

П.: Мы говорили о сущности.

С.: Да-да, я вспомнил. Явление существует, а сущность проявляется. Может быть, это как если у нас в основе задачи лежала одна формула, а тексты условий могли быть разными, так? Значит, формула, на основе которой построена задача, — это и есть ее сущность?

П.: Не совсем так, но уже ближе к существу вопроса. Дело в том, что формула, на базе которой строится задача, является элементом математической модели, лежащей в основе данной задачи.

С.: Так... Теперь еще и модель какая-то появилась! Да еще и математическая! И много еще у Вас тузов в колоде?

П.: Хватает... Вернемся к нашим рабочим определениям. Я немного помогу Вам. В основе задачи может лежать одна или больше формул, так?

С.: Так.

П.: Значит, мы должны отличать задачи с одной формулой от задач с двумя формулами и так далее. Число формул, составляющих математическую модель физической задачи, назовем *порядком задачи*.

С.: Почему выбрано именно такое название?

П.: Выбор названия связан с аналогией с таким известным Вам из математики понятием как *порядок системы уравнений*.

С.: Ясно.

П.: Но может быть и другая ситуация. Одна и та же формула может использоваться в задаче несколько раз.

С.: Как это может быть?

П.: Это может быть в том случае, если один и тот же физический процесс описан в задаче в разные моменты времени. Или если разные процессы имеют одинаковую физическую природу. Для того чтобы отличать такие случаи неоднократного использования одной и той же формулы, можно ввести следующее определение: число раз использования одной и той же формулы называется *рангом задачи*.

С.: А если в задаче используются, например, две формулы и каждая из них применяется по два раза, то чему будет равен общий ранг задачи?

П.: А Вы как думаете?

С.: Я думаю, что в этом случае общий ранг задачи равен сумме рангов, т. е. четырем.

П.: Все правильно. И как мы можем сформулировать правило для определения ранга задачи?

С.: Ранг задачи равен сумме рангов отдельных формул, входящих в состав задачи. Так?

П.: Так. Теперь Вы можете ответить на свой первоначальный вопрос?

С.: Думаю, что да. Задачу можно усложнять двумя способами: увеличивать порядок задачи или увеличивать ее ранг.

П.: Ну вот, мы и вывели правило усложнения задач. В первом приближении, конечно...

С.: Почему — в первом?

П.: А Вы подумайте сами...

Подведение к решению

Действующие лица: С. — студент; П. — преподаватель.

С.: Как же все-таки научиться решать задачи? Что для этого надо?

П.: Ответ простой. Для этого надо практиковаться. Давайте рассмотрим следующую ситуацию. Предположим, что Вы составили свою задачу и предлагаете ее решить кому-нибудь другому, например, своему товарищу. Что произойдет?

С.: Он меня пошлет подальше с моей задачей!

П.: Другими словами, он не захочет ее решать?

С.: Конечно, не захочет! Зачем ему лишняя головная боль?

П.: А если Вы ему объясните ситуацию, скажете, что сами придумали задачу и хотите проверить, насколько она сложная?

С.: Тогда другое дело. Он может попробовать ее решить.

П.: Итак, что является первым необходимым условием для того, чтобы научиться решать задачи?

С.: Я понял. Первым и необходимым условием, для того чтобы научиться решать задачи, является желание или необходимость. Если ты сам хочешь или если это кому-нибудь нужно, например, самому себе. А еще может быть просто интересно! Например, как с кроссвордами... Их ведь решают просто так?

П.: Это правильно, но не совсем. То, о чем Вы говорите, в психологии называется *мотивом*. Итак, нужен мотив.

С.: А что еще нужно кроме мотива?

П.: Давайте подумаем, что еще кроме стремления учиться нужно для того, чтобы научиться решать задачи?

С.: Я думаю, что также нужны знания.

П.: А еще?

С.: Хорошо было бы иметь какую-то схему, по которой можно было бы решать любую задачу...

П.: Ну, насчет любой, это, пожалуй, Вы чересчур сильно замахнулись... Хотя, как примерная цель для нашей беседы — сойдет.

С.: Опять примем условно? В качестве рабочей цели?

П.: Я вижу, Вы быстро схватываете основные идеи. Хорошо бы, чтобы и дальше так было...

С.: Буду стараться. Но Вы должны меня толкнуть на мысль, а то я сам не знаю о чем думать.

П.: Хорошо. Мы остановились на знаниях. Какие знания Вы подразумевали?

С.: Ну, во-первых, это должны быть знания по физике. Во-вторых, по какому-то конкретному разделу физики, а именно по тому разделу, который мы сейчас изучаем.

П.: Что конкретно нужно знать?

С.: Основные понятия, их определения, что они означают, связи с другими понятиями, а также — формулы. Ого, сколько всего...

П.: Нужна Вам здесь моя помощь?

С.: Определения и формулы я сам могу выучить, для этого достаточно только немного посидеть и поучить. Память у меня хорошая... Что касается смысла определений и связи с другими понятиями, то здесь Ваша помощь, конечно, необходима, правда?

П.: Так, очень хорошо. Предположим, что мы проделали все, что нужно. Готовы ли Вы решать задачи?

С.: Думаю, что да. Если я знаю теорию, то прочитав текст задачи, я сразу пойму какие формулы надо применять. Затем остается только получить ответ, вот и все.

П.: Тогда в чем трудность при решении этой задачи?

С.: Я уже говорил, что я не понимаю ее.

П.: А свою задачу Вы понимаете?

С.: Да, конечно, ведь я же ее сам и составлял!

П.: Можете ли Вы составить задачу похожую на эту, непонятную, но попроще?

С.: Могу, конечно. Но, ведь, для этого надо что-то «выбросить» из условия. Я не знаю, правильно ли это будет?

П.: То есть удалить? Ну, так и удаляйте! Что получилось?

С.: *(Показывает текст упрощенной задачи).*

П.: Эту задачу уже Вы можете решить?

С.: Эту — могу! Но что делать в том случае, если и упрощенная задача не получается?

П.: А если подумать?..

(Ответьте на этот вопрос и Вы, читатель!)

ТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОК (1): «Кинематика и динамика материальной точки»

Задание для самостоятельной работы (1)

В таблице вариантов (1) указана зависимость координат частицы от времени t .

A 1. {10/8/6} Найти зависимость от времени радиус-вектора частицы, вектора ее мгновенной скорости и векторов полного, тангенциального и нормального ускорений.

B 1. {15/10/7} Изобразить на чертеже в самостоятельно выбранном масштабе траекторию движения частицы до возвращения ее в исходную точку, радиус-вектор частицы, векторы мгновенной скорости и полного ускорения в момент времени t_1 , указанный в таблице вариантов (1).

C 1. {20/12/8} Определить и показать на том же чертеже вектор средней скорости перемещения и среднего ускорения частицы за промежутки времени от 0 до t_1 , а также тангенциальное и нормальное ускорения в момент времени t_1 .

Материальная точка массой m начинает скользить без трения с вершины гладкой сферы радиуса R , установленной на подставке высотой H .

B 2. {15/10/7} Определить дальность полета частицы.

C 2. {20/12/8} Найти зависимость от времени величины угла между полным и нормальным ускорением частицы после ее отрыва от сферы.

На тележку массой m , установленную на горизонтально расположенных рельсах, в течение промежутка времени от 0 до t_1 действует сила, зависящая от времени¹. Коэффициент трения между телом и плоскостью равен μ .

A 2. {10/8/6} Найти величину скорости тележки в момент прекращения действия силы $\vec{F} = \vec{f}_0 t$.

B 3. {15/10/7} Определить время движения тележки и путь, пройденный ею до остановки.

C 3. {20/12/8} Найти кинематический закон движения тележки в случае действия силы $F_x = F_{0x} \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)$, где τ — положительная постоянная, имеющая размерность времени. Определить время возвращения тележки в исходную точку и путь, пройденный ею за время движения. Построить график зависимости скорости тележки от времени и показать на этом графике пройденный путь.

¹ Задачи подобного типа здесь и далее используются с методической целью, направленной на облегчение понимания соответствующего материала.

На высоте y_0 к стене прикреплен при помощи шарнира стержень длиной L . По стержню, расположенному под углом α по отношению к горизонтали, может свободно скользить шарик с отверстием массой m_1 . Между шариком и стеной на стержне находится пружина длиной L_0 , не прикрепленная к шарiku. Длину L_1 пружины в сжатом состоянии и коэффициент жесткости пружины выбирают так, чтобы шарик после полного выпрямления пружины пролетел расстояние большее половины начальной высоты полета.

А 3. {10/8/6} Определить с помощью уравнения движения значение скорости шарика в момент прекращения действия пружины, если стержень расположен горизонтально и трение между шариком и стержнем не учитывается.

В 4. {15/10/7} Найти высоту подъема, дальность полета и время движения шарика при $\alpha \neq 0$ и коэффициенте трения между шариком и стержнем, равным μ . Построить для этого случая график зависимости модуля скорости шарика от расстояния при движении по стержню.

С 4. {20/12/8} Определить при тех же условиях время движения шарика с учетом того, что в конце полета шарик попадает в бассейн глубиной H , заполненный водой. Считать, что сила сопротивления воды пропорциональна скорости движения шарика. Коэффициент сопротивления равен r . Перед попаданием в воду шарик испытывает абсолютно упругое соударение с закрепленной подставкой, наклоненной так, чтобы после соударения шарик двигался вертикально. Найти также этот угол.

Варианты условий (1)

ТАБЛИЦА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ (1)

N	m	f_0	F_0	τ	α	y_0	L	m_1	L_0	L_1	H
	N	N	$N + k$	$(N + k)t_1$	$N(5 \pm k)^\circ$	N	N	$N + k$			$\frac{N}{N + k}$

Номер варианта N равен порядковому номеру студента в журнале группы. Число k задается для всей группы преподавателем, ведущим занятия. Размерности в таблице исходных данных проставляются студентами самостоятельно.

Примечание 1. Баллы {10/8/6} — интерпретируются следующим образом:

10 баллов начисляется за самостоятельное решение задачи студентом на рабочем месте или у доски;

8 баллов начисляется за решение задачи студентом на рабочем месте или у доски с помощью преподавателя;

6 баллов начисляется за решение своего варианта задачи студентом после решения другим студентом или объяснения преподавателя.

Примечание 2. В том случае, если максимальная сумма баллов по всем пунктам меньше 200, преподаватель вправе организовать премиальный фонд на недостающую сумму баллов и назначать баллы за познавательную активность на практическом занятии.

ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ (1)

N	$x(t)$	$y(t)$	t_1, c	μ	r
1.	$3 \sin kt$	$2 \cos kt$	$\pi/4$	$(1+k)/100$	$(1+k)10^{-3}$
2.	$2 \sin kt$	$3 \cos kt$	$3\pi/4$	$(2+k)/100$	$(2+k)10^{-3}$
3.	$3 \sin kt$	$2 \cos kt$	$5\pi/4$	$(3+k)/100$	$(3+k)10^{-3}$
4.	$2 \sin kt$	$3 \cos kt$	$7\pi/4$	$(4+k)/100$	$(4+k)10^{-3}$
5.	$3 \sin kt$	$2 \cos kt$	$\pi/4$	$(5+k)/100$	$(5+k)10^{-3}$
6.	$2 \sin kt$	$3 \cos kt$	$3\pi/4$	$(6+k)/100$	$(6+k)10^{-3}$
7.	$3 \sin kt$	$2 \cos kt$	$5\pi/4$	$(7+k)/100$	$(7+k)10^{-3}$
8.	$4 \sin kt$	$3 \cos kt$	$7\pi/4$	$(8+k)/100$	$(8+k)10^{-3}$
9.	$4 \sin kt$	$2 \cos kt$	$\pi/4$	$(9+k)/100$	$(9+k)10^{-3}$
10.	$5 \sin kt$	$4 \cos kt$	$3\pi/4$	$(10+k)/100$	$(10+k)10^{-3}$
11.	$5 \sin kt$	$3 \cos kt$	$5\pi/4$	$(11+k)/100$	$(11+k)10^{-3}$
12.	$4 \sin kt$	$3 \cos kt$	$7\pi/4$	$(12+k)/100$	$(12+k)10^{-3}$
13.	$\sin kt$	$\sin 2kt$	$\pi/4$	$(13+k)/100$	$(13+k)10^{-3}$
14.	$\sin kt$	$\sin 2kt$	$3\pi/4$	$(14+k)/100$	$(14+k)10^{-3}$
15.	$\sin kt$	$\sin 2kt$	$5\pi/4$	$(15+k)/100$	$(15+k)10^{-3}$
16.	$\sin kt$	$\sin 2kt$	$7\pi/4$	$(16+k)/100$	$(16+k)10^{-3}$
17.	$\sin 2kt$	$\sin kt$	$\pi/4$	$(17+k)/100$	$(17+k)10^{-3}$
18.	$\sin 2kt$	$\sin kt$	$3\pi/4$	$(18+k)/100$	$(18+k)10^{-3}$
19.	$\sin 2kt$	$\sin kt$	$5\pi/4$	$(19+k)/100$	$(19+k)10^{-3}$
20.	$\sin 2kt$	$\sin kt$	$7\pi/4$	$(20+k)/100$	$(20+k)10^{-3}$
21.	$\sin kt$	$\sin(2kt + \pi/2)$	$\pi/4$	$(21+k)/100$	$(21+k)10^{-3}$
22.	$\sin kt$	$\sin(2kt + \pi/2)$	$3\pi/4$	$(22+k)/100$	$(22+k)10^{-3}$
23.	$\sin kt$	$\sin(2kt + \pi/2)$	$5\pi/4$	$(23+k)/100$	$(23+k)10^{-3}$
24.	$\sin kt$	$\sin(2kt + \pi/2)$	$7\pi/4$	$(24+k)/100$	$(24+k)10^{-3}$
25.	$\sin kt$	$\sin(2kt - \pi/2)$	$\pi/4$	$(25+k)/100$	$(25+k)10^{-3}$
26.	$\sin kt$	$\sin(2kt - \pi/2)$	$3\pi/4$	$(26+k)/100$	$(26+k)10^{-3}$
27.	$\sin kt$	$\sin(2kt - \pi/2)$	$5\pi/4$	$(27+k)/100$	$(27+k)10^{-3}$
28.	$\sin kt$	$\sin(2kt - \pi/2)$	$7\pi/4$	$(28+k)/100$	$(28+k)10^{-3}$
29.	$\sin kt$	$\sin 0,5kt$	$\pi/4$	$(29+k)/100$	$(29+k)10^{-3}$
30.	$3 \sin kt$	$3 \cos kt$	$3\pi/4$	$(30+k)/100$	$(30+k)10^{-3}$

Примеры решения заданий по теме (1)

ПРИМЕР 1.1

Координаты x и y частицы зависят от времени t следующим образом:

$$x(t) = \cos t \text{ и } y(t) = \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right).$$

А1. Найти зависимость от времени радиус-вектора частицы, вектора ее мгновенной скорости и векторов полного, тангенциального и нормального ускорений.

Решение примера 1.1. Радиус-вектор частицы в соответствии с формулой (1.1) можно записать следующим образом:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} = \vec{i} \cos t + \vec{j} \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right).$$

Вектор мгновенной скорости запишется в соответствии с формулой (1.9) в виде:

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \frac{d\vec{r}}{dt} = \\ &= \frac{d}{dt} \left[\vec{i} \cos t + \vec{j} \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) \right] = \\ &= \frac{d}{dt} [\vec{i} \cos t] + \frac{d}{dt} \left[\vec{j} \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) \right] = \\ &= \vec{i} \frac{d}{dt} [\cos t] + \vec{j} \frac{d}{dt} \left[\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right) \right] = -\vec{i} \sin t + \vec{j} \frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right).\end{aligned}$$

Вектор полного ускорения вычисляем по формуле (1.17):

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} = \\ &= \frac{d}{dt} \left[-\vec{i} \sin t + \vec{j} \frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right) \right] = -\vec{i} \cos t - \vec{j} \frac{\pi^2}{4} \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right).\end{aligned}$$

Вектор тангенциального ускорения находится по формуле (1.25):

$$\vec{a}_\tau = \frac{V_x a_x + V_y a_y}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}} \vec{\tau}.$$

Используя результаты предыдущих вычислений, можем записать, что:

$$V_x = -\sin t, \quad a_x = -\cos t, \quad V_y = \frac{\pi}{2} \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right), \quad a_y = -\frac{\pi^2}{4} \sin\left(\frac{\pi}{2}t\right).$$

Вектор $\vec{\tau}$ — единичный вектор в направлении вектора скорости в соответствии с формулой (1.3) можно записать следующим образом:

$$\vec{\tau} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{V_x \vec{i} + V_y \vec{j}}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}.$$

Следовательно, вектор тангенциального ускорения равен:

$$\begin{aligned} \vec{a}_\tau &= \frac{\sin t \cos t - \frac{\pi^3}{8} \cos(\frac{\pi}{2}t) \sin(\frac{\pi}{2}t)}{\sqrt{\sin^2 t + \frac{\pi^2}{4} \cos^2(\frac{\pi}{2}t)}} \cdot \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \\ &= \frac{[\sin t \cos t - \frac{\pi^3}{8} \cos(\frac{\pi}{2}t) \sin(\frac{\pi}{2}t)] [-\vec{i} \sin t + \vec{j} \frac{\pi}{2} \cos(\frac{\pi}{2}t)]}{\sin^2 t + \frac{\pi^2}{4} \cos^2(\frac{\pi}{2}t)} \end{aligned}$$

Выражение для вектора нормального ускорения находим из соотношения, которое может быть получено из формулы (1.21):

$$\begin{aligned} \vec{a}_n &= \vec{a} - \vec{a}_\tau = -\vec{i} \cos t - \vec{j} \frac{\pi^2}{4} \sin(\frac{\pi}{2}t) - \\ &= \frac{[\cos t \sin t - \frac{\pi^3}{8} \sin(\frac{\pi}{2}t) \cos(\frac{\pi}{2}t)] [-\vec{i} \sin t + \vec{j} \frac{\pi}{2} \cos(\frac{\pi}{2}t)]}{\sin^2 t + \frac{\pi^2}{4} \cos^2(\frac{\pi}{2}t)} \end{aligned}$$

ПРИМЕР 1.2

На тележку массой m , установленную на горизонтально расположенных рельсах, в течение промежутка времени от 0 до t_1 действует сила, зависящая от времени. Коэффициент трения между телом и плоскостью равен μ .

А 2. Найти величину скорости в момент прекращения действия силы $\vec{F} = \vec{f}_0 t$.

Решение примера 1.2. При увеличении силы \vec{F} увеличивается и сила трения покоя до тех пор, пока ее значение не станет равным значению силы трения скольжения μN . Исходя из условия равенства этих сил, определяем время t_0

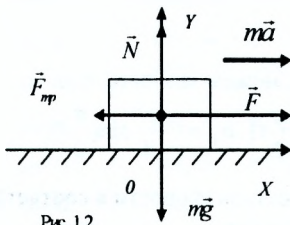


Рис. 1.2

начала движения. Это время равно:

$$t_0 = \frac{\mu mg}{f_0}, \text{ где } f_0 \text{ — постоянная величина.}$$

После начала движения на материальную точку действуют: сила \vec{F} , сила тяжести $m\vec{g}$, сила трения скольжения \vec{F}_{mp} и сила реакции опоры \vec{N} . Результирующая этих сил, в соответствии со вторым законом Ньютона, сообщает телу ускорение \vec{a} :

$$\vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}_{mp} + \vec{N} = m\vec{a}.$$

Проецируя это уравнение на оси координат, получим систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} F - F_{mp} = ma, \\ -mg + N = 0. \end{cases}$$

Первое уравнение системы перепишем в виде:

$$f_0 t - \mu N = m \frac{dV}{dt}.$$

Выражая из второго уравнения системы величину силы реакции опоры N , и подставляя это значение в первое уравнение системы, приведем его к виду, удобному для интегрирования:

$$\left(\frac{f_0}{m} t - \mu g \right) dt = dV.$$

После интегрирования получим:

$$V = \frac{f_0}{m} \frac{t^2}{2} - \mu g t + C,$$

где C — постоянная интегрирования. Применяя начальные условия: $V(t_0) = 0$, находим, что $C = \frac{(\mu m g)^2}{2 m f_0}$. Следовательно, скорость движения до момента прекращения действия силы зависит от времени по закону²:

$$V = \frac{f_0}{m} \frac{t^2}{2} - \mu g t + \frac{(\mu m g)^2}{2 m f_0}.$$

ПРИМЕР 1.3

На высоте y_0 к стене прикреплен при помощи шарнира стержень длиной L . По стержню, расположенному под углом α по отношению к горизонтали, может свободно скользить шарик массой m_1 . На стержне между шариком и стеной находится пружина длиной L_0 , не прикрепленная к шарiku. Длину L_1 пружины в сжатом состоянии и коэффициент жесткости пружины выбирают так, чтобы шарик не остался на стержне после выпрямления пружины.

А 3. Определить с помощью уравнения движения значение скорости шарика в момент прекращения действия пружины, если стержень расположен горизонтально и трение между шариком и стержнем не учитывается.

Решение примера 1.3. До прекращения действия пружины, на шарик действуют: сила упругости \vec{F} со стороны пружины, сила тяжести $m_1 \vec{g}$ и сила реакции опоры \vec{N} . Согласно второму закону Ньютона, результирующая этих сил сообщает шарiku ускорение \vec{a} :

$$\vec{F} + m_1 \vec{g} + \vec{N} = m_1 \vec{a}.$$

² Данное выражение имеет смысл только при t большем или равном t_0 .

Составляя проекции этого уравнения на оси координат, получим систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} F = m_1 a, \\ -m_1 g + N = 0. \end{cases}$$

Сила упругости, согласно закону Гука, пропорциональна величине деформации пружины, которая в нашем случае равна $L_0 - x$, где x — координата правого

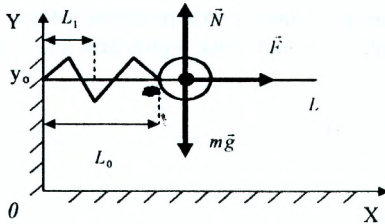


Рис. 1.3

конца пружины. Первое уравнение системы переписывается в виде:

$$k(L_0 - x) = m_1 \frac{dV}{dt}.$$

Если умножить это уравнение на величину $\frac{dx}{dx}$, то получим, что

$$k(L_0 - x) = m_1 \frac{dV}{dt} \cdot \frac{dx}{dx}.$$

После несложных преобразований с учетом того, что $V = \frac{dx}{dt}$, запишем уравнение в виде, пригодном для интегрирования:

$$-\frac{k}{m_1} \cdot (L_0 - x) d(L_0 - x) = V dV.$$

Проинтегрировав это уравнение, получим:

$$\frac{V^2}{2} = -\frac{k}{m} \cdot \frac{(L_0 - x)^2}{2} + C.$$

При $x = L_1$ скорость $V = 0$, поэтому: $C = \frac{k}{m_1} \cdot \frac{(L_0 - L_1)^2}{2}$. Следовательно, до прекращения действия пружины скорость движения зависит от координаты x следующим образом:

$$\frac{V^2}{2} = -\frac{k}{m_1} \cdot \frac{(L_0 - x)^2}{2} + \frac{k}{m_1} \cdot \frac{(L_0 - L_1)^2}{2}.$$

Подставляя в последнее уравнение вместо координаты x значение длины ненагруженной пружины L_0 , определим величину скорости шарика в момент прекращения действия пружины:

$$V = \sqrt{\frac{k}{m_1}} (L_0 - L_1).$$

Информационный блок (1)

Механическим движением называется изменение положения тела относительно других тел с течением времени.

Материальной точкой называется тело, размерами и формой которого в данных условиях можно пренебречь.

Положение *материальной точки* указывается при помощи **радиус-вектора** \vec{r} , соединяющего начало системы координат с данной точкой:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}, \quad (1.1)$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — единичные векторы, направленные вдоль соответствующих осей координат: OX, OY, OZ . Значения координат x, y, z данной материальной точки определяют проекции радиус-вектора на оси координат.

Модуль радиус-вектора вычисляется по формуле:

$$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}. \quad (1.2)$$

Единичным вектором \vec{e}_r , в направлении вектора \vec{r} называется вектор вида

$$\vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}. \quad (1.3)$$

Если положение точки в пространстве изменяется, то радиус-вектор зависит от времени:

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}. \quad (1.4)$$

Это **векторная форма кинематического закона движения** точки.

Конец радиус-вектора при движении точки описывает в пространстве кривую, называемую **траекторией** движения точки. Зависимость (1.4) эквивалентна системе уравнений:

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ z = z(t). \end{cases} \quad (1.5)$$

Зависимость вида (1.5) называется **координатной формой кинематического закона движения** точки.

Расстояние между двумя положениями 1 и 2 материальной точки в пространстве определяется по формуле:

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}, \quad (1.6)$$

где $\Delta x = x_2 - x_1$, $\Delta y = y_2 - y_1$, $\Delta z = z_2 - z_1$ — **разности координат** материальной точки, отсчитанные вдоль осей OX, OY и OZ . Вектор, соединяющий точки 1 и 2, называется **вектором перемещения**. Он равен разности радиус-векторов точек 2 и 1:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1. \quad (1.7)$$

Действительно, из рисунка 1.1 видно, что вектор \vec{r}_2 равен геометрической сумме векторов \vec{r}_1 и $\Delta\vec{r}$: $\vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \Delta\vec{r}$. Из последнего уравнения и следует выражение (1.7). С другой стороны вектор перемещения может быть представлен через разности координат:

$$\Delta\vec{r} = \Delta x \vec{i} + \Delta y \vec{j} + \Delta z \vec{k}. \quad (1.8)$$

Поэтому модуль вектора перемещения из точки 1 в точку 2 определяется по формуле (1.6).

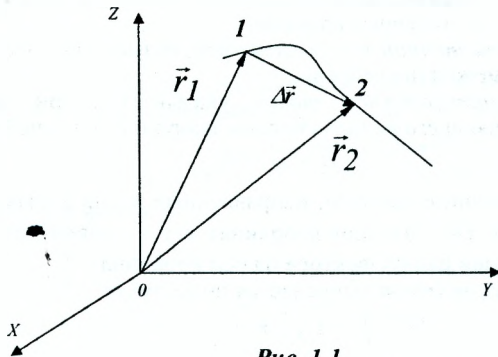


Рис. 1.1

Изменение положения материальной точки с течением времени характеризуется **вектором мгновенной скорости**, который определяется как производная от радиус-вектора материальной точки по времени³:

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad (1.9)$$

Вектор мгновенной скорости точки направлен по касательной к траектории в сторону движения точки. Его можно представить в виде:

$$\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k}, \quad (1.10)$$

где проекции V_x , V_y и V_z вектора мгновенной скорости на соответствующие оси координат вычисляются по формулам:

$$V_x = \frac{dx}{dt}, \quad V_y = \frac{dy}{dt}, \quad V_z = \frac{dz}{dt}. \quad (1.11)$$

С другой стороны, радиус-вектор материальной точки можно представить в виде:

$$\vec{r} = |\vec{r}| \cdot \vec{e}_r,$$

где $\vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$ — единичный вектор, совпадающий по направлению с радиус-вектором точки. Тогда, в соответствии с формулой (1.9), вектор мгновенной скорости точки равен:

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d(|\vec{r}| \cdot \vec{e}_r)}{dt} = \frac{d(|\vec{r}|)}{dt} \vec{e}_r + |\vec{r}| \frac{d(\vec{e}_r)}{dt} = \vec{V}_r + \vec{V}_\varphi.$$

³ Переход к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$ ограничен такими промежутками времени, при которых тело проходит расстояния, соизмеримые с размерами атомов или молекул. Другими словами, понятие производной в физике отличается от соответствующего понятия в математике, где дробление пространства на все меньшие и меньшие участки в принципе возможно до бесконечности.

Первая составляющая: $\vec{V}_r = \frac{d(|\vec{r}|)}{dt} \vec{e}_r$ — направлена вдоль радиус-вектора \vec{r} и характеризует быстроту изменения его модуля.

Вторая составляющая: $\vec{V}_\varphi = |\vec{r}| \frac{d(\vec{e}_r)}{dt}$ — связана с быстротой изменения направления радиус-вектора. Дело в том, что единичный вектор по величине не может изменяться и единственным способом его изменения является вращение вокруг некоторой оси. Поэтому производная от единичного вектора по времени $\frac{d(\vec{e}_r)}{dt}$ равна произведению угловой скорости $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ вращения радиус-вектора на перпендикулярный к нему единичный вектор \vec{e}_φ , направленный в сторону возрастания угла φ :

$$\frac{d(\vec{e}_r)}{dt} = \frac{d(\varphi)}{dt} \vec{e}_\varphi = \omega \vec{e}_\varphi.$$

В целях наглядности, рассмотренные кинематические характеристики \vec{V} , \vec{V}_r и \vec{V}_φ , возникающие, например, при движении материальной точки в плоскости x, y по некоторой криволинейной траектории, представлены на рисунке 1.2.

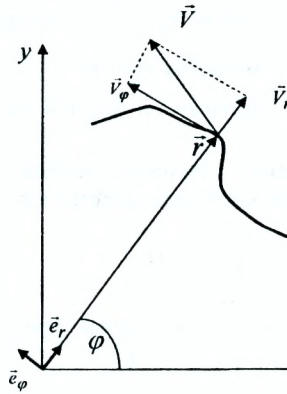


Рис. 1.2

Модуль вектора мгновенной скорости определяется следующим образом:

$$|\vec{V}| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}. \quad (1.12)$$

Направление вектора мгновенной скорости определяется при помощи *направляющих косинусов*:

$$\cos(\vec{V}, \hat{i}) = \frac{V_x}{V}; \quad \cos(\vec{V}, \hat{j}) = \frac{V_y}{V}; \quad \cos(\vec{V}, \hat{k}) = \frac{V_z}{V}. \quad (1.13)$$

Средняя скорость $\langle \vec{V} \rangle$ перемещения материальной точки за время от t_1 до t_2 определяется по формуле:

$$\langle \vec{V} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{t_2 - t_1}, \quad (1.14)$$

где $\Delta \vec{r}$ — вектор перемещения точки за то же время.

Из предыдущей формулы следует, что перемещение можно выразить через среднюю скорость перемещения:

$$\Delta \vec{r} = \langle \vec{V} \rangle (t_2 - t_1). \quad (1.15)$$

Путь определяют как длину дуги между точками 1 и 2. При смещении материальной точки вдоль траектории на бесконечно малую величину, ее путь можно записать следующим образом:

$$ds = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2} = dt \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} = dt \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}.$$

Проинтегрировав полученное выражение по времени от t_1 до t_2 , найдем, что:

$$s = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} dt = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + (y'_x)^2 + (z'_x)^2} dx, \quad (1.16)$$

где $y'_x = \frac{dy}{dx}$ — производная от y по x , $z'_x = \frac{dz}{dx}$ — производная от z по x , x_1 и x_2 — значения координаты x в моменты времени t_1 и t_2 , соответственно. Зависимость $s = s(t)$ называют *естественной формой кинематического закона движения* точки.

Изменение вектора скорости с течением времени характеризуется **вектором мгновенного ускорения**, который определяется как производная от вектора скорости по времени:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt}. \quad (1.17)$$

Вектор ускорения материальной точки можно представить в виде:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}, \quad (1.18)$$

где $a_x = \frac{dV_x}{dt}$, $a_y = \frac{dV_y}{dt}$ и $a_z = \frac{dV_z}{dt}$ — проекции вектора ускорения на соответствующие оси координат.

Модуль вектора ускорения вычисляется следующим образом:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}. \quad (1.19)$$

Направляющие косинусы вектора ускорения равны

$$\cos(\vec{a}, \vec{i}) = \frac{a_x}{a}, \quad \cos(\vec{a}, \vec{j}) = \frac{a_y}{a}, \quad \cos(\vec{a}, \vec{k}) = \frac{a_z}{a}. \quad (1.20)$$

Ускорение характеризует изменение величины и направления скорости в целом. Оно может быть представлено в виде векторной (геометрической) суммы тангенциального и нормального ускорений:

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n, \quad (1.21)$$

Модуль ускорения выражается через модули тангенциального и нормального ускорений при помощи теоремы Пифагора:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \quad (1.22)$$

Тангенциальное ускорение характеризует быстроту изменение величины вектора скорости в данный момент времени. Вектор тангенциального ускорения направлен вдоль касательной к траектории в данной точке:

$$\vec{a}_\tau = a_\tau \vec{\tau}, \quad (1.23)$$

где $a_\tau = \frac{d|\vec{V}|}{dt}$ — проекция вектора полного ускорения на направление вдоль касательной к траектории в сторону движения точки, а $\vec{\tau} = \frac{\vec{V}}{|\vec{V}|}$ — единичный вектор касательной.

Если модуль мгновенной скорости $|\vec{V}| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$ возрастает, то $a_\tau > 0$ и направление вектора тангенциального ускорения \vec{a}_τ совпадает с направлением вектора скорости \vec{V} . Если же скорость по величине убывает, то $a_\tau < 0$ и вектор тангенциального ускорения \vec{a}_τ направлен в сторону противоположную направлению вектора скорости \vec{V} .

Проекция вектора полного ускорения \vec{a} на направление вдоль касательной равна a_τ :

$$a_\tau = |\vec{a}| \cdot \cos(\vec{V}, \vec{a}), \quad (1.24)$$

Из определения скалярного произведения: $\vec{V}\vec{a} = |\vec{V}| \cdot |\vec{a}| \cdot \cos(\vec{V}, \vec{a})$, следует, что $\cos(\vec{V}, \vec{a})$ можно выразить через отношение скалярного произведения векторов \vec{V} и \vec{a} к произведению их модулей:

$$\cos(\vec{V}, \vec{a}) = \frac{\vec{V}\vec{a}}{aV} = \frac{V_x a_x + V_y a_y + V_z a_z}{Va}.$$

Подставляя последнее выражение в формулу (1.24), получим еще одну формулу для вычисления тангенциального ускорения:

$$a_\tau = a \cdot \frac{\vec{V}\vec{a}}{|\vec{V}| \cdot |\vec{a}|} = \frac{\vec{V}\vec{a}}{|\vec{V}|} = \frac{V_x a_x + V_y a_y + V_z a_z}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}}. \quad (1.25)$$

Нормальное ускорение характеризует быстроту изменения направления вектора скорости \vec{V} частицы в данный момент времени. Вектор нормального ускорения определяется следующим образом:

$$\vec{a}_n = \frac{|\vec{V}|^2}{R} \vec{n}, \quad (1.26)$$

где $|\vec{V}|^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2$, R — радиус кривизны траектории частицы, равный радиусу соприкасающейся окружности, \vec{n} — единичный вектор нормали к траектории, направленный к центру соприкасающейся окружности. *Соприкасающейся окружностью* называют окружность, которая касается кривой в данной точке на бесконечно малом ее участке с точностью до величин второго порядка малости. В соответствии с формулой (1.26) нормальное ускорение направлено в сторону центра соприкасающейся окружности.

Согласно *второму закону Ньютона* скорость изменения вектора импульса $\vec{p}(t)$ материальной точки равна действующей на тело геометрической сумме сил:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}, \quad (1.27)$$

где $\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$. Уравнение (1.27) называется *уравнением движения материальной точки*.

Если масса m частицы не изменяется, то второй закон Ньютона можно представить в виде:

$$m\vec{a} = \vec{F}. \quad (1.28)$$

ТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОК (2): «Кинематика и динамика вращательного движения. Законы сохранения. Элементы механики колебательного движения»

Задаче для самостоятельной работы (2)

Диск массой m и радиусом R вращается с угловой скоростью ω_0 . В момент времени $t_0 = 0$ к ободу диска прижимают тормозную колодку с силой \vec{F}_0 , направленной перпендикулярно оси вращения. Коэффициент трения между диском и колодкой равен μ .

A 1. {10/8/6} Сколько оборотов сделает диск до остановки, если вещество, из которого изготовлен диск, распределено по нему равномерно?

B 1. {15/10/7} Найти работу сил трения от начала торможения до остановки диска в случае равномерного распределения массы по диску.

C 1. {20/12/8} Определите число оборотов диска от начала торможения до остановки и работу сил трения за это время, если прижимающая сила зависит от времени по закону: $\vec{F} = \vec{F}_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$, где F_0 , ω_0 и φ_0 — постоянные величины.

Однородный стержень массой m и длиной L может вращаться без трения в вертикальной плоскости вокруг оси, проходящей через его конец. В другой конец вертикально висящего стержня попадает летящий горизонтально со скоростью \vec{V} шарик массой m_1 и прилипает к нему.

A 2. {10/8/6} Определить начальную угловую скорость и угол максимального отклонения стержня после попадания шарика.

B 2. {15/10/7} Найти угол максимального отклонения стержня и выделившееся при ударе количество теплоты, если шарик попадает в стержень под углом α .

Механическая система состоит из горизонтально расположенной оси в форме цилиндра радиуса R_1 и массой m_1 , двух стержней и тела массой m_2 в виде обруча или диска радиуса R , прикрепленных к оси. К телу прикреплены два шарика массой m_1 . Способ крепления элементов системы указан в таблице вариантов (2). Масса и длина первого стержня m_1 и $2R$, второго — m и L , соответственно. В нижнем конце второго стержня прикреплен шарик массой m_1 . В один из элементов системы попадает, как показано в таблице вариантов (2), шарик массой m_1 , летящий со скоростью \vec{V} , направленной под углом α к горизонту и прилипает к нему. Трением оси с креплением пренебречь.

B 3. {15/10/7} Определить период установившихся малых колебаний системы.

C 2. {20/12/8} Определить начальную угловую скорость системы после попадания шарика, угол максимального отклонения системы и выделившееся при ударе количество теплоты.

Варианты условий (2)

ТАБЛИЦА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ (2)

N	$m, кг$	R	ω_0	F_0	μ	φ_0	L
	$0,1k(N+k)$	$0,1N$	N	$N+k$	$0,1k$	$0,01(N+k)$	$\frac{N+k}{N}$
$V, м/с$	m_1	α		R_1	m_2	L_1	
$0,1N(N+k)$	$0,2k(N+k)$	$(2,5N+k)^0$		$\frac{N+k}{Nk}$	$0,3k(N+k)$	$\frac{N+k^2}{Nk}$	

Номер варианта N равен порядковому номеру студента в журнале группы. Число k задается для всей группы преподавателем, ведущим занятия. Размерности в таблице исходных данных проставляются студентами самостоятельно.

Примечание 1. Баллы $\{10/8/6\}$ — интерпретируются следующим образом:

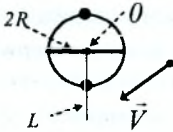
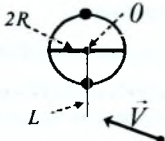
10 баллов начисляется за самостоятельное решение задачи студентом на рабочем месте или у доски;

8 баллов начисляется за решение задачи студентом на рабочем месте или у доски с помощью преподавателя;

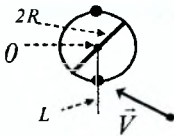
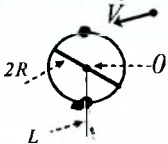
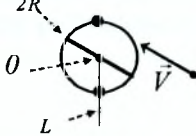
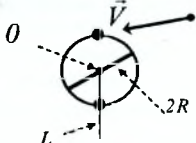
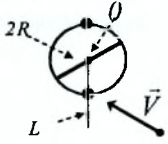
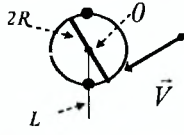
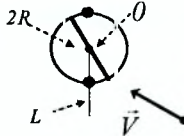
6 баллов начисляется за решение своего варианта задачи студентом после решения другим студентом или объяснения преподавателя.

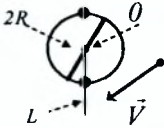
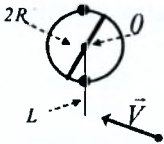
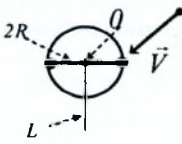
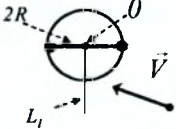
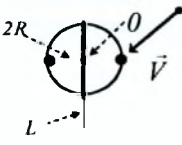
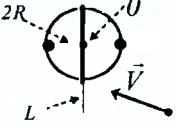
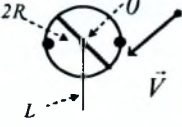
Примечание 2. В том случае, если максимальная сумма баллов по всем пунктам меньше 200, преподаватель вправе организовать премиальный фонд на недостающую сумму баллов и назначать баллы за познавательную активность на практическом занятии.

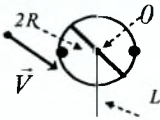
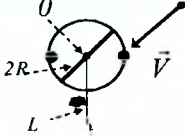
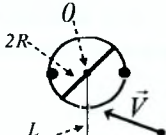
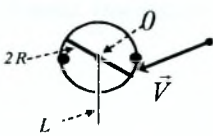
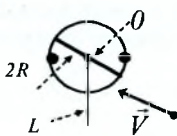
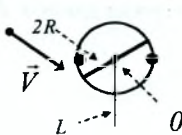
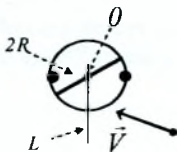
ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ (2)

N	Система	Шарик попадает в
1.		нижний конец стержня длиной L
2.		нижний конец стержня длиной L

3.		<p>нижний шарик массой m_1 (шарик летит немного сбоку от обруча)</p>
4.		<p>верхний шарик массой m_1 (шарик летит немного сбоку от обруча)</p>
5.		<p>нижний шарик массой m_1 (шарик летит немного сбоку от обруча)</p>
6.		<p>нижний шарик массой m_1</p>
7.		<p>нижний шарик массой m_1 (шарик летит немного сбоку от обруча)</p>
8.		<p>нижний шарик массой m_1</p>
9.		<p>нижний шарик массой m_1 (шарик летит немного сбоку от обруча)</p>

10.		нижний шарик массой m_1
11.		верхний шарик массой m_1
12.		верхний шарик массой m_1 (шарик летит немного сбоку от обруча)
13.		верхний шарик массой m_1
14.		нижний шарик массой m_1
15.		нижний шарик массой m_1 (шарик летит немного сбоку от обруча)
16.		нижний шарик массой m_1

17.		нижний конец стержня длиной L
18.		нижний конец стержня длиной L
19.		нижний шарик массой m_1 (шарик летит немного сбоку от обруча)
20.		середина стержня длиной L
21.		середина стержня длиной L (шарик летит немного сбоку от обруча)
22.		середина стержня длиной L
23.		середина стержня длиной L (шарик летит немного сбоку от обруча)

24.		<p>середина стержня длиной L (шарик летит немного сбоку от обруча)</p>
25.		<p>середина стержня длиной L (шарик летит немного сбоку от обруча)</p>
26.		<p>середина стержня длиной L (шарик летит немного сбоку от обруча)</p>
27.		<p>середина стержня длиной L (шарик летит немного сбоку от обруча)</p>
28.		<p>середина стержня длиной L (шарик летит немного сбоку от обруча)</p>
29.		<p>середина стержня длиной L (шарик летит немного сбоку от обруча)</p>
30.		<p>нижняя середина половины стержня длиной L</p>

Примеры решения заданий по теме (2)

ПРИМЕР 2.1

Диск массой m и радиусом R вращается с угловой скоростью ω_0 . В момент времени $t_0 = 0$ к ободу диска прижимают тормозную колодку с силой \vec{F}_0 , направленной перпендикулярно оси вращения. Коэффициент трения между диском и колодкой равен μ .

А1. Сколько оборотов сделает диск до остановки, если вещество, из которого изготовлен диск, распределено по нему равномерно?

Решение примера 2.1. Замедление скорости вращения происходит под действием силы трения. Поэтому уравнение вращательного движения тела с моментом инерции I относительно оси OZ выглядит следующим образом:

$$I \frac{d\omega}{dt} = -R F_{mp} \sin \frac{\pi}{2},$$

где F_{mp} — сила трения, R — радиус диска. Знак “минус” указывает на то, что направления вектора угловой скорости и момента силы трения противоположны. Сила трения пропорциональна прижимающей силе: $F_{mp} = \mu F$. Следовательно, уравнение вращательного движения диска переписывается в виде:

$$I \frac{d\omega}{dt} = -R \mu F.$$

Разделяя переменные и интегрируя последнее уравнение, получим:

$$\omega(t) = -\frac{R \mu F}{I} t + C.$$

Учитывая начальное условие: $\omega(0) = \omega_0$, находим, что $C = \omega_0$. Следовательно, угловая скорость зависит от времени по закону:

$$\omega(t) = \omega_0 - \frac{R \mu F}{I} t.$$

Зависимость от времени t угла поворота φ получим, разделяя переменные в выражении:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_0 - \frac{R \mu F}{I} t.$$

После интегрирования, получим:

$$\varphi(t) = \omega_0 t - \frac{R \mu F}{2I} t^2 + C'.$$

С учетом начального условия: $\varphi(0) = \varphi_0$, находим, что $C' = \varphi_0$. Следовательно, угол поворота зависит от времени по закону:

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 t - \frac{R \mu F}{2I} t^2,$$

где φ_0 — значение угла в начальный момент времени.

Время τ до остановки диска определяем из условия равенства угловой скорости нулю:

$$0 = \omega_0 - \frac{R\mu F}{I} \tau,$$

откуда находим, что

$$\tau = \frac{\omega_0 I}{R\mu F}.$$

Число оборотов диска n до остановки определяется из выражения:

$$n = \left(\omega_0 \tau - \frac{R\mu F}{2I} \tau^2 \right) / 2\pi,$$

где I — момент инерции однородного диска. Кроме того, здесь учтено, что в данном случае $\varphi_0 = 0$.

ПРИМЕР 2.2

Однородный стержень массой m и длиной L может вращаться без трения в вертикальной плоскости вокруг оси, проходящей через его конец. В другой конец вертикально висящего стержня попадает летящий горизонтально со скоростью \bar{V} шарик массой m_1 и прилипает к нему.

А 2. Определить начальную угловую скорость и угол максимального отклонения стержня после попадания шарика.

Решение примера 2.2. В данной ситуации происходит неупругое взаимодействие шарика и стержня. Время взаимодействия относительно мало, следовательно, закон сохранения момента импульса можно считать выполняющимся с достаточной степенью точности. Из закона сохранения момента импульса:

$$m_1 V_1 L = I_2 \omega_2,$$

следует, что начальная угловая скорость ω_2 стержня с шариком может быть найдена из уравнения:

$$\omega_2 = \frac{m_1 V_1 L}{I_2}$$

где $I_2 = \frac{1}{3} mL^2 + m_1 L^2$ — момент инерции стержня с шариком относительно оси вращения, определяемый в соответствии с теоремой Гюйгенса-Штейнера.

Угол β отклонения стержня с шариком найдем, применив закон сохранения механической энергии

$$\frac{I_2 \omega_2^2}{2} = (m + m_1) g \Delta h_c,$$

и дополнительные соотношения:

$$\begin{cases} \Delta h_c = r_c (1 - \cos \beta), \\ r_c = \frac{\frac{L}{2} m + L m_1}{m + m_1}, \end{cases}$$

где Δh_c — высота подъема центра инерции стержня с шариком при отклонении на угол β , а r_c — расстояние от оси вращения до центра инерции стержня с шариком, определяемое по формуле (2. 27).

Информационный блок (2)

КИНЕМАТИКА И ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Закон движения $\varphi(t)$ материальной точки по окружности радиуса r дается уравнением:

$$\varphi = \varphi(t), \quad (2.1)$$

где φ — угол поворота радиус-вектора \vec{r} материальной точки, t — время движения.

Поворот тела на некоторый угол φ можно задать при помощи псевдовектора⁴, длина которого равна величине угла φ , а направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта, вращаемого в ту же сторону.

Псевдовектор **угловой скорости** $\vec{\omega}$ характеризует процесс изменения вектора угла поворота:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}, \quad (2.2)$$

где $\Delta \vec{\varphi}$ — вектор угла поворота, направление которого связывается с поступательным движением правого винта при вращении его в ту же сторону.

Псевдовектор **углового ускорения** $\vec{\varepsilon}$ характеризует процесс изменения вектора угловой скорости:

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \quad (2.3)$$

В том случае, если угловое ускорение зависит только от угла поворота, то от дифференцирования по времени можно перейти к дифференцированию по угловой координате:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{dt} \cdot \frac{d\varphi}{d\varphi} = \frac{d\omega}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega \frac{d\omega}{d\varphi}. \quad (2.4)$$

Вектор **линейной скорости** \vec{V} связан с вектором угловой скорости $\vec{\omega}$ посредством операции векторного произведения:

$$\vec{V} = [\vec{\omega}, \vec{r}] = \vec{\omega} \times \vec{r}. \quad (2.5)$$

Модуль вектора линейной скорости равен:

$$|\vec{V}| = |\vec{\omega}| \cdot |\vec{r}| \sin \alpha, \quad (2.8)$$

где α — угол между вектором угловой скорости $\vec{\omega}$ и радиус-вектором \vec{r} .

Направление вектора векторного произведения определяется направлением поступательного движения правого винта при вращении от первого множителя ко второму по кратчайшему пути.

Существует связь между модулями линейных и угловых величин, характеризующих движение точки по окружности радиуса R :

$$V = \omega R, \quad a_t = \varepsilon R, \quad a_n = \omega^2 R = \frac{V^2}{R}, \quad (2.6)$$

где V — линейная скорость, ω — угловая скорость, a_t — тангенциальное ускорение, a_n — нормальное ускорение.

⁴ Псевдовекторами называют векторы, направление которых связывают с направлением вращения

Псевдовектор *момента силы* \vec{M} определяется как векторное произведение радиус-вектора \vec{r} точки приложения силы и вектора силы \vec{F} :

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}] = \vec{r} \times \vec{F}. \quad (2.7)$$

Модуль момента силы равен:

$$M = r F \sin \alpha, \quad (2.8)$$

где α — угол между векторами \vec{r} и \vec{F} .

Псевдовектор *момента импульса материальной точки* определяется как векторное произведение радиус-вектора \vec{r} материальной точки и вектора импульса \vec{p} :

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] = \vec{r} \times \vec{p}. \quad (2.9)$$

Модуль момента импульса материальной точки равен:

$$L = rp \sin(\vec{r}, \vec{p}). \quad (2.10)$$

Уравнение динамики вращательного движения имеет вид:

$$I \frac{d\vec{\omega}}{dt} = [\vec{r}, \vec{F}], \quad (2.11)$$

где I — момент инерции тела, $\vec{\omega}$ — вектор угловой скорости, \vec{r} — радиус-вектор точки приложения силы \vec{F} .

Уравнение динамики вращательного движения в обобщенной форме формулируется следующим образом: скорость изменения момента импульса системы равна моменту внешних сил:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (2.12)$$

Момент инерции I материальной точки массой m , находящейся на расстоянии R от оси вращения, равен:

$$I = mR^2. \quad (2.13)$$

Момент инерции твердого тела вычисляется по формуле:

$$I = \int_m r^2 dm = \int_V \rho(r) r^2 dV, \quad (2.14)$$

где $dm = \rho dV$ — масса малого элемента тела, отстоящего от оси вращения на расстоянии r , $\rho(r)$ — зависимость плотности тела от расстояния r выделенного элемента объема dV тела до оси вращения.

Момент инерции обруча относительно оси, перпендикулярной его плоскости и проходящей через центр симметрии обруча, вычисляется по формуле (2.13).

Момент инерции диска радиусом R относительно оси, перпендикулярной его плоскости и проходящей через центр симметрии диска, определяется по формуле:

$$I = \frac{1}{2} mR^2, \quad (2.15)$$

где m — масса диска.

Момент инерции стержня длиной L относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину, можно определить по формуле:

$$I = \frac{1}{12} mL^2, \quad (2.16)$$

где m — масса стержня.

Теорема Гюйгенса-Штейнера позволяет определить момент инерции I тела относительно оси, не проходящей через его центр инерции:

$$I = I_o + md^2, \quad (2.17)$$

где I_o — момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр инерции, m — масса тела, d — расстояние между осями.

ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

Из второго закона Ньютона для поступательного движения: $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$, следует **закон сохранения импульса**:

➤ Если система замкнута, т.е. сумма внешних сил, действующих на систему материальных точек, равна нулю, то импульс системы сохраняется: $\vec{p}(t) = const$;

➤ Если система не замкнута, но проекция суммы внешних сил на некоторое направление OX равна нулю, то проекция импульса системы на это направление сохраняется: $p_x(t) = const$.

Из второго закона Ньютона для вращательного движения: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$, следует **закон сохранения момента импульса системы**:

➤ Если система замкнута, т.е. сумма моментов внешних сил равна нулю, то момент импульса системы сохраняется: $\vec{L}(t) = const$;

➤ Если система не замкнута, но проекция суммы моментов внешних сил на какое-либо направление OZ равна нулю, то проекция момента импульса системы на это направление сохраняется: $L_z(t) = const$.

Закон сохранения момента импульса системы тел можно записать в виде:

$$L_z = I_z \omega_z = const, \quad (2.18)$$

где I_z — момент инерции системы тел относительно оси OZ , ω_z — угловая скорость вращения тел системы вокруг оси OZ .

Элементарная работа dA момента сил M при повороте тела на угол $d\varphi$ равна:

$$dA = Md\varphi. \quad (2.19)$$

Полная работа A момента сил M при повороте тела на угол $\varphi_2 - \varphi_1$ равна:

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} Md\varphi. \quad (2.20)$$

Механическая энергия системы тел E равна:

$$E = E_{II} + E_K, \quad (2.21)$$

где E_{II} — потенциальная энергия системы, E_K — кинетическая энергия тела, поступательно движущегося со скоростью V и вращающегося вокруг оси OZ с угловой скоростью ω :

$$E_K = \frac{mV^2}{2} + \frac{I_z\omega^2}{2}. \quad (2.22)$$

Закон изменения механической энергии системы ΔE :

$$\Delta E = A_{\text{внеш}} + A_{\text{некон}}, \quad (2.23)$$

где $A_{\text{внеш}}$ — работа внешних сил, действующих на систему, $A_{\text{некон}}$ — работа внутренних неконсервативных сил.

Из закона изменения механической энергии системы следуют **законы сохранения механической энергии системы:**

➤ Если система замкнута и в ней отсутствуют внутренние неконсервативные силы, то ее механическая энергия сохраняется, т.е. $E(t) = \text{const}$;

➤ Если система не является замкнутой и консервативной, но выполняется условие: $A_{\text{внеш}} + A_{\text{некон}} = 0$, то ее механическая энергия сохраняется.

ЭЛЕМЕНТЫ МЕХАНИКИ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Уравнением гармонических колебаний называют уравнение вида:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (2.24)$$

где $A = x_{\text{max}} = \text{const} > 0$ — максимальное значение колеблющейся величины x ,

называемое **амплитудой колебаний**, $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} = \text{const}$ — циклическая (круговая) частота гармонических колебаний, φ_0 — постоянная величина, называемая **начальной фазой колебаний**, T — **период колебаний**, равный времени полного колебания, ν — частота колебаний, равная числу полных колебаний, совершающихся за единицу времени.

Период гармонических колебаний T физического маятника находится по формуле:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgL_c}}, \quad (2.25)$$

где I — момент инерции физического маятника, m — его масса, g — ускорение силы тяжести, L_c — расстояние от оси качания до центра инерции физического маятника.

Координаты X_c и Y_c **центра инерции** системы материальных точек находятся по формулам:

$$X_c = \frac{\sum_{i=1}^n X_i m_i}{m}, \quad (2.26)$$

$$Y_c = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i m_i}{m}, \quad (2.27)$$

где X_i и Y_i — координаты i -й материальной точки системы, m_i — ее масса, n — число материальных точек, m — масса системы материальных точек.

ТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОК (3): «Молекулярная физика и термодинамика»

Задание для самостоятельной работы (3)

В баллоне объемом V_1 находится под давлением p_1 идеальный газ массой m_1 при температуре T_1 . Характеристика газа в зависимости от номера варианта определяется по таблице вариантов (3.1).

A 1. {10/8/6} Определить неизвестную величину в соответствии с таблицей вариантов (3.1).

Баллон с находящимся в нем газом массой m_1 соединяют при помощи трубки с краном с другим газом массой m_2 , находящимся при температуре T_1 в другом баллоне с таким же объемом. Характеристики газов в зависимости от номера варианта определяются по таблице вариантов (3.1).

B 1. {15/10/7} Определить молярную массу смеси M , давление смеси p и неизвестную величину в соответствии с таблицей вариантов (3.1)

Газ массой m_1 занимает объем V_1 и находится под давлением p_1 . Сначала газ был нагрет при постоянном давлении до объема $V_2 = \frac{N+k}{N} V_1$, а затем при постоянном объеме до давления $p_3 = (N+k)p_1$.

A 2. {10/8/6} Найти изменение ΔU внутренней энергии газа, совершенную работу A и теплоту Q , переданную газу. Построить график процессов. Какая часть молекул газа обладает скоростями, значения которых превышают наиболее вероятную скорость при температуре T_1 ?

В цилиндре под поршнем находится газ, занимающий объем V_1 при температуре T_1 . Характеристика газа в зависимости от номера варианта определяется по таблице вариантов (3.1). Вначале газ адиабатно расширился до объема V_2 , а затем он был изотермически сжат до первоначального объема.

B 2. {15/10/7} Определить температуру T_2 в конце адиабатного расширения. На сколько увеличится при этом значение средней квадратичной скорости теплового движения молекул газа?

C 1. {20/12/8} Найти работу газа в каждом из этих процессов. Построить график процессов. Какая часть молекул газа, находящегося при температуре T_1 , обладает значениями скоростей, отличающимися от наиболее вероятной скорости на величину не большую, чем ΔV , указанную в таблице 3.2?

В цилиндре под поршнем массой m и площадью основания S находится газ, занимающий объем V_1 при температуре T_1 . После того как на поршень медленно насыпали песок массой Δm и нагрели газ до температуры T_3 , поршень оказался на высоте h относительно первоначального положения. Атмосферное давление нормальное.

В 3. {15/10/7} Определить неизвестную величину в соответствии с таблицей вариантов (3.2) и построить график процессов.

Идеальный газ находится в высоком вертикальном цилиндрическом сосуде высотой H в однородном поле силы тяжести. Считать, что температура и молярная масса воздуха с высотой не изменяются. Давление на поверхности Земли равно p_0 .

А 3. {10/8/6} Определить давление воздуха на высоте $\frac{N+k-l}{N+k}H$.

В 4. {15/10/7} Найти массу газа в сосуде.

Варианты условий (3)

ТАБЛИЦА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ (3)

N	$H, \text{ км}$	$p_0, \text{ Па}$	T_0
	$N+k$	$l+(N+k)10^3$	$273+N+k$

Номер варианта N равен порядковому номеру студента в журнале группы. Число k задается для всей группы преподавателем, ведущим занятия. Размерности в таблице исходных данных проставляются студентами самостоятельно.

Примечание 1. Баллы {10/8/6} — интерпретируются следующим образом:

- 10 баллов начисляется за самостоятельное решение задачи студентом на рабочем месте или у доски;
- 8 баллов начисляется за решение задачи студентом на рабочем месте или у доски с помощью преподавателя;
- 6 баллов начисляется за решение своего варианта задачи студентом после решения другим студентом или объяснения преподавателя.

Примечание 2. В том случае, если максимальная сумма баллов по всем пунктам меньше 200, преподаватель вправе организовать премиальный фонд на недостающую сумму баллов и назначать баллы за познавательную активность на практическом занятии.

ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ (3.1)

N	1-й газ	$V_1, \text{ м}^3$	$m_1, \text{ кг}$	$T_1, \text{ К}$	$p_1, \text{ МПа}$	2-й газ	$m_2, \text{ кг}$	$p_2, \text{ МПа}$
1.	Кислород	?	$0,01(N+k)$	$290+10N$	$1,01N$	Аргон	?	$1,01(N+k)$
2.	Кислород	$0,1(N+k)$?	$291+10N$	$1,02N$	Аргон	$0,01(N+k)$?
3.	Кислород	$0,2N+k$	$0,02(N+k)$?	$1,03N$	Аргон	?	$1,03(N+k)$
4.	Кислород	$0,3(N+k)$	$0,03(N+k)$	$292+10N$?	Аргон	$0,02(N+k)$?
5.	Кислород	?	$0,04(N+k)$	$293+10N$	$1,01N$	Гелий	?	$1,02(N+k)$
6.	Кислород	$0,4(N+k)$?	$294+10N$	$1,02N$	Гелий	$0,03(N+k)$?
7.	Кислород	$0,5(N+k)$	$0,01(N+k)$?	$1,03N$	Гелий	?	$1,01(N+k)$
8.	Кислород	$0,6(N+k)$	$0,02(N+k)$	$291+10N$?	Гелий	$0,04(N+k)$?
9.	Водород	?	$0,03(N+k)$	$292+10N$	$1,01N$	Азот	?	$1,03(N+k)$
10.	Водород	$0,1(N+k)$?	$293+10N$	$1,02N$	Азот	$0,05(N+k)$?
11.	Водород	$0,2(N+k)$	$0,04(N+k)$?	$1,03N$	Азот	?	$1,02(N+k)$
12.	Водород	$0,3(N+k)$	$0,01(N+k)$	$294+10N$?	Азот	$0,06(N+k)$?
13.	Водород	?	$0,02(N+k)$	$295+10N$	$1,01N$	Неон	?	$1,01(N+k)$
14.	Водород	$0,4(N+k)$?	$296+10N$	$1,02N$	Неон	$0,07(N+k)$?
15.	Водород	$0,5(N+k)$	$0,03(N+k)$?	$1,03N$	Неон	?	$1,03(N+k)$
16.	Водород	$0,6(N+k)$	$0,04(N+k)$	$297+10N$?	Неон	$0,08(N+k)$?
17.	Метан	?	$0,05(N+k)$	$298+10N$	$1,01N$	Аргон	?	$1,02(N+k)$
18.	Метан	$0,1(N+k)$?	$299+10N$	$1,02N$	Аргон	$0,09(N+k)$?
19.	Метан	$0,2(N+k)$	$0,01(N+k)$?	$1,03N$	Аргон	?	$1,04(N+k)$
20.	Метан	$0,3(N+k)$	$0,02(N+k)$	$291+10N$?	Аргон	$0,10(N+k)$?
21.	Гелий	?	$0,03(N+k)$	$292+10N$	$1,01N$	Неон	?	$1,03(N+k)$
22.	Гелий	$0,4(N+k)$?	$293+10N$	$1,02N$	Неон	$0,11(N+k)$?
23.	Гелий	$0,5(N+k)$	$0,04(N+k)$?	$1,01N$	Неон	?	$1,03(N+k)$
24.	Гелий	$0,6(N+k)$	$0,05(N+k)$	$294+10N$?	Неон	$0,12(N+k)$?
25.	Метан	?	$0,01(N+k)$	$295+10N$	$1,01N$	Неон	?	$1,05(N+k)$
26.	Водород	$0,1(N+k)$?	$296+10N$	$1,02N$	Азот	$0,13(N+k)$?
27.	Кислород	$0,2(N+k)$	$0,03(N+k)$?	$1,03N$	Гелий	?	$1,03(N+k)$
28.	Кислород	$0,3(N+k)$	$0,04(N+k)$	$297+10N$?	Аргон	$0,14(N+k)$?
29.	Водород	?	$0,05(N+k)$	$298+10N$	$1,01N$	Неон	?	$1,06(N+k)$
30.	Гелий	$0,1(N+k)$?	$299+10N$	$1,01N$	Неон	$0,15(N+k)$?

ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ(3.2)

N	$\Delta V, \text{ м/с}$	$m, \text{ кг}$	$S, \text{ м}^2$	$\Delta t, \text{ кг}$	$T_3, \text{ К}$	$h, \text{ м}$
1.	$0,01(N+k)$?	$0,001(N+k)$	$1+0,01N$	$600+10(N+k)$	$0,10(N+k)$
2.	$0,02(N+k)$	$0,1N$?	$1+0,02N$	$601+11(N+k)$	$0,11(N+k)$
3.	$0,03(N+k)$	$0,2N$	$0,001(N+k)$?	$602+12(N+k)$	$0,12(N+k)$
4.	$0,06(N+k)$	$0,5N$	$0,001(N+k)$	$1+0,05N$?	$0,15(N+k)$
5.	$0,07(N+k)$	$0,6N$	$0,001(N+k)$	$1+0,01N$	$605+15(N+k)$?
6.	$0,08(N+k)$?	$0,001(N+k)$	$1+0,02N$	$600+10(N+k)$	$0,10(N+k)$
7.	$0,09(N+k)$	$0,1N$?	$1+0,03N$	$601+11(N+k)$	$0,11(N+k)$
8.	$0,10(N+k)$	$0,2N$	$0,001(N+k)$?	$602+12(N+k)$	$0,12(N+k)$
9.	$0,11(N+k)$	$0,3N$	$0,001(N+k)$	$1+0,04N$?	$0,13(N+k)$
10.	$0,12(N+k)$	$0,4N$	$0,001(N+k)$	$1+0,05N$	$604+14(N+k)$?
11.	$0,15(N+k)$?	$0,001(N+k)$	$1+0,01N$	$600+10(N+k)$	$0,10(N+k)$
12.	$0,16(N+k)$	$0,1N$?	$1+0,01N$	$601+11(N+k)$	$0,11(N+k)$
13.	$0,19(N+k)$	$0,4N$	$0,001(N+k)$?	$604+14(N+k)$	$0,14(N+k)$
14.	$0,20(N+k)$	$0,5N$	$0,001(N+k)$	$1+0,01N$?	$0,15(N+k)$
15.	$0,21(N+k)$	$0,6N$	$0,001(N+k)$	$1+0,01N$	$605+15(N+k)$?
16.	$0,22(N+k)$?	$0,001(N+k)$	$1+0,01N$	$600+10(N+k)$	$0,10(N+k)$
17.	$0,23(N+k)$	$0,1N$?	$1+0,01N$	$601+11(N+k)$	$0,11(N+k)$
18.	$0,26(N+k)$	$0,4N$	$0,001(N+k)$?	$604+14(N+k)$	$0,14(N+k)$
19.	$0,27(N+k)$	$0,5N$	$0,001(N+k)$	$1+0,01N$?	$0,15(N+k)$
20.	$0,28(N+k)$	$0,6N$	$0,001(N+k)$	$1+0,01N$	$605+15(N+k)$?
21.	$0,29(N+k)$?	$0,001(N+k)$	$1+0,01N$	$601+11(N+k)$	$0,11(N+k)$
22.	$0,30(N+k)$	$0,1N$?	$1+0,01N$	$602+12(N+k)$	$0,12(N+k)$
23.	$0,13(N+k)$	$0,5N$	$0,001(N+k)$?	$603+13(N+k)$	$0,15(N+k)$
24.	$0,14(N+k)$	$0,6N$	$0,001(N+k)$	$1+0,02N$?	$0,14(N+k)$
25.	$0,24(N+k)$	$0,2N$	$0,001(N+k)$	$1+0,01N$	$602+12(N+k)$?
26.	$0,25(N+k)$?	$0,001(N+k)$	$1+0,01N$	$603+13(N+k)$	$0,13(N+k)$
27.	$0,04(N+k)$	$0,3N$?	$1+0,03N$	$603+13(N+k)$	$0,13(N+k)$
28.	$0,05(N+k)$	$0,4N$	$0,001(N+k)$?	$604+14(N+k)$	$0,14(N+k)$
29.	$0,17(N+k)$	$0,2N$	$0,001(N+k)$	$1+0,01N$?	$0,12(N+k)$
30.	$0,18(N+k)$	$0,3N$	$0,001(N+k)$	$1+0,01N$	$603+13(N+k)$?

ТАБЛИЦА ОТНОСИТЕЛЬНЫХ АТОМНЫХ МАСС НЕКОТОРЫХ ЭЛЕМЕНТОВ (округленно)

Газ	Относительная атомная масса элементов
Азот	14
Аргон	40
Водород	1
Гелий	4
Кислород	16
Неон	20
Углерод	12

Примеры решения заданий по теме (3)

ПРИМЕР 3.1

В баллоне объемом 26,2 л содержится кислород массой 80 г при температуре 300 К.

А 1. Определить давление кислорода в баллоне, считая его идеальным газом.

Решение примера 3.1. Поскольку газ считается идеальным, то запишем уравнение Менделеева-Клапейрона, которое является уравнением состояния идеального газа: $p_1 V_1 = \frac{m_1}{M_1} RT_1$. Из этого уравнения получим искомое выражение:

$$p_1 = \frac{m_1}{M_1} \cdot \frac{RT_1}{V_1}.$$

Произведем вычисления, учитывая, что молярная масса кислорода $M_1 = 2 \times 16 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, а его объем $V_1 = 0,0262$ м³. Давление p_1 газа равно

$$p_1 = \frac{0,08}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{8,31 \cdot 300}{0,0262} = 100524 \text{ Па.}$$

ПРИМЕР 3.2

Кислород массой $m_1=2$ кг занимает объем $V_1=1000$ л и находится под давлением $p_1=0,2$ МПа. Сначала газ был нагрет при постоянном давлении до объема $V_2=3000$ л, а затем при постоянном объеме до давления $p_3=0,5$ МПа.

А 2. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа, совершенную работу A и теплоту Q , переданную газу. Построить график процессов. Какая часть молекул газа обладает скоростями, значения которых превышают наиболее вероятную скорость при температуре T_1 ?

Решение примера 3.2. Внутренняя энергия газа находится по формуле:

$$U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT,$$

где i — число степеней свободы молекул идеального газа, R — универсальная газовая постоянная. Для одноатомной молекулы $i=3$, для двухатомной — $i=5$. Изменение внутренней энергии газа запишется следующим образом:

$$\Delta U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \Delta T,$$

где $\Delta T = T_3 - T_1$ — разность температур в конечном и начальном состояниях.

Значения температуры в начальном и конечном состояниях определим из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT.$$

Выражая из последнего уравнения температуру T , получим

$$T = \frac{pVM}{mR}.$$

Если при изменении температуры и объема, масса и давление газа остаются постоянными, то процесс называется изобарным. В случае изобарного процесса работа вычисляется по формуле $A_1 = p_1(V_2 - V_1)$.

Работа газа, нагреваемого при постоянном объеме, равна нулю:

$$A_2 = 0.$$

Тогда полная работа, выполняемая газом, равна

$$A = A_1 + A_2 = A_1 = p_1(V_2 - V_1).$$

В соответствии с первым началом термодинамики, количество теплоты Q , переданное газу, равно сумме изменения ΔU внутренней энергии и работы A :

$$Q = \Delta U + A.$$

Подставляя численные значения в расчетные формулы, получим:

$$T_1 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} = 385 \text{ K};$$

$$T_2 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} = 1155 \text{ K};$$

$$T_3 = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} = 2887 \text{ K};$$

$$A = A_1 = 0,2 \cdot 10^6 (3 - 1) = 0,4 \text{ МДж};$$

$$\Delta U = \frac{2}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 (2887 - 385) = 3,24 \text{ МДж};$$

$$Q = 3,24 + 0,4 = 3,64 \text{ МДж}.$$

Здесь учтено, что молекулы кислорода являются двухатомными. Поэтому относительная молярная масса кислорода равна 32, а число степеней свободы молекулы $i=5$.

График процесса приведен на рисунке 3.2. На этом же рисунке показана работа, совершенная газом.

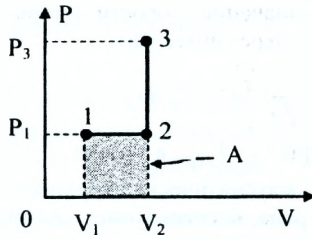


Рис. 3.2

Вероятность dP_V того, что скорость молекулы окажется в пределах от V до $V + dV$ равна:

$$dP_V = 4\pi V^2 f(V) dV,$$

где $f(V)$ — плотность распределения Максвелла молекул по скоростям:

$$f(V) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mV^2}{kT} \right).$$

С другой стороны, вероятность dP_V того, что скорость молекулы окажется в пределах от V до $V + dV$, можно записать в виде отношения:

$$dP_V = \frac{dN_V}{N},$$

где dN_V — число молекул, значения скоростей которых находится в пределах от V до $V + dV$, N — общее число молекул. Следовательно, вероятность dP_V переписывается в виде

$$\frac{dN_V}{N} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} V^2 \exp\left(-\frac{mV^2}{kT} \right) dV.$$

а искомое число N_V молекул, скорости которых превышают наиболее вероятную скорость, найдем при помощи интеграла:

$$N_V = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} N \int_{V_1}^{V_2} V^2 \exp\left(-\frac{mV^2}{kT} \right) dV.$$

Введя обозначение

$$u = \frac{V}{V_{\text{вер}}},$$

выражение для вероятности dP_V того, что скорость молекулы окажется в пределах от V до $V + dV$, можно переписать в более простой форме:

$$\frac{dN_V}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2} du.$$

Тогда искомая часть молекул, значение скорости которых превышает наиболее вероятную скорость, выразится через интеграл

$$\frac{N_V}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_1^{\infty} u^2 e^{-u^2} du.$$

Здесь учтено, что u равна 1 при $V_1 = V_{\text{вер}}$, а $V_2 = \infty$.

Для того, чтобы избежать математических трудностей, связанных с вычислением несобственного интеграла, воспользуемся тем очевидным фактом, что скорости всех молекул лежат в интервале от 0 до ∞ . Тогда очевидно, что

$$\frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} u^2 e^{-u^2} du = 1.$$

Последнее выражение можно переписать в виде

$$\frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 u^2 e^{-u^2} du + \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_1^{\infty} u^2 e^{-u^2} du = 1$$

или

$$\frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 u^2 e^{-u^2} du + \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_1^{\infty} u^2 e^{-u^2} du = 1.$$

Тогда, с учетом обозначений, введенных выше, получим что

$$\frac{N_V}{N} = 1 - \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^1 u^2 e^{-u^2} du.$$

Так как полученный интеграл не относится к элементарным, то можно воспользоваться методом приближенного вычисления, раскладывая подынтегральную функцию $u^2 e^{-u^2}$ в известный из курса высшей математики ряд Маклорена:

$$e^{-u^2} = 1 - \frac{u^2}{1} + \frac{(u^2)^2}{2!} - \frac{(u^2)^3}{3!} + \frac{(u^2)^4}{4!} - \dots$$

Тогда

$$u^2 e^{-u^2} = u^2 - \frac{u^4}{1} + \frac{u^6}{4} - \frac{u^8}{6} + \frac{u^{10}}{24} - \dots$$

Проводя теперь почленно элементарное интегрирование, легко определяем, что искомая часть молекул, значения скоростей которых превышают наиболее вероятную скорость, равна:

$$\frac{N_V}{N} = 1 - \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{14} - \frac{1}{54} + \frac{1}{264} \right) = 0,571.$$

ПРИМЕР 3.3

Идеальный газ находится в высоком вертикальном цилиндрическом сосуде высотой H в однородном поле силы тяжести. Считать, что температура и молярная масса воздуха с высотой не изменяются. Давление на поверхности Земли равно p_0 .

А 3. Определить давление воздуха на высоте $H - \frac{H}{N+k}$.

Решение примера 3.3.

Рассмотрим на высоте h слой воздуха толщиной dh . Разность давлений между верхней и нижней границей слоя пропорциональна его толщине:

$$dp = -\rho g dh,$$

где ρ — плотность воздуха, g — ускорение силы тяжести. Знак «-» показывает, что давление воздуха уменьшается с ростом высоты над поверхностью Земли.

Плотность воздуха определим при помощи уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M} RT,$$

откуда получаем, что

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT}.$$

Разность давлений между верхней и нижней границей слоя воздуха запишется в виде:

$$dp = -\frac{pMg}{RT} dh.$$

Разделяя переменные и проводя интегрирование по h от 0 до h , найдем, что

$$p(h) = p_0 e^{-\frac{Mg}{RT} h}.$$

Подставляя в полученную формулу значение $h = H - \frac{H}{N+k}$, найдем искомое значение давления.

Информационный блок (3)

Уравнения состояния идеального газа (уравнение Менделеева-Клапейрона):

$$pV = \frac{m}{M} RT = \nu RT,$$

где m — масса газа; M — молярная масса газа; R — универсальная газовая постоянная; ν — количество вещества; T — термодинамическая температура.

Закон Дальтона для давления смеси газов:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n,$$

где p_i — парциальное давление i -го компонента смеси; $i=1, 2, 3, \dots, n$; n — число компонентов.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории:

$$p = nkT,$$

где $n = \frac{N}{V}$ — концентрация, численно равная количеству частиц в единице объёма;

$k = \frac{R}{N_A}$ — постоянная Больцмана, N_A — число Авогадро.

Молярная масса смеси газов

$$M = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n},$$

где m_i — масса i -го компонента смеси; $\nu_i = \frac{m_i}{M_i}$ — количество вещества i -го компонента смеси; n — число компонентов смеси.

Первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A,$$

где Q — теплота, сообщенная системе; ΔU — изменение внутренней энергии системы; A — работа, совершаемая системой против внешних сил.

Внутренняя энергия идеального газа:

$$U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT,$$

где i — число степеней свободы молекулы идеального газа.

Работа расширения газа:

в общем случае	при изобарном процессе	при изотермическом процессе	при адиабатном процессе
$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$	$A = p(V_2 - V_1)$	$A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$	$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1} \frac{m}{M} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]$

Показатель адиабаты $\gamma = \frac{c_p}{c_V}$ равен отношению теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме.

Удельные теплоемкости газа при постоянном объеме c_V и постоянном давлении c_p определяются по формулам:

$$c_V = \frac{i}{2} \cdot \frac{R}{M}, \quad c_p = \frac{i + 2}{2} \cdot \frac{R}{M},$$

где i — число степеней свободы молекулы, R — универсальная газовая постоянная, M — молярная масса газа.

Различные формы уравнения Пуассона $pV^\gamma = const$, связывающего параметры идеального газа при адиабатном процессе, выглядят следующим образом:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}.$$

Термический КПД цикла:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где Q_1 — количество теплоты, полученное рабочим телом тепловой машины от теплоотдатчика; Q_2 — количество теплоты, переданное рабочим телом теплоприемнику.

Термический КПД цикла Карно вычисляется по формуле:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 — термодинамическая температура теплоотдатчика; T_2 — термодинамическая температура теплоприемника.

Распределение Больцмана:

$$n_h = n_0 \exp\left(-\frac{mgh}{kT}\right) = n_0 \exp\left(-\frac{Mgh}{RT}\right),$$

где n_0 — концентрация молекул при $h=0$, n_h — концентрация молекул на высоте h , m — масса молекулы, k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура, M — молярная масса газа, R — универсальная газовая постоянная.

Наиболее вероятная скорость:

$$V_{вер} = \sqrt{\frac{2kT}{m_m}} = \sqrt{2\frac{RT}{M}}.$$

Средняя арифметическая скорость:

$$\langle V \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}.$$

Средняя квадратичная скорость:

$$\langle V_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_m}} = \sqrt{3\frac{RT}{M}}.$$

Вероятность dP_V того, что скорость молекулы окажется в пределах от V до $V + dV$ равна:

$$dP_V = 4\pi V^2 f(V) dV,$$

где $f(V)$ — плотность распределения Максвелла молекул по скоростям:

$$f(V) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mV^2}{kT}\right).$$

С другой стороны, вероятность dP_V можно выразить в виде отношения:

$$dP_V = \frac{dN_V}{N},$$

где dN_V — число молекул, значения скоростей которых находится в пределах от V до $V + dV$, N — общее число молекул.

ТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОК (4): «Электростатика»

Задание для самостоятельной работы (4)

В точках $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$ закреплены два заряда q_1 и q_2 , соответственно.

A 1. {10/8/6} Найти положение точки $C(x_3, y_3)$, в которой напряженность суммарного электростатического поля зарядов q_1 и q_2 равна нулю.

В точке $C(x_3, y_3)$ закрепляется точечный заряд q_3 , а в точку $D(x_4, y_4)$ помещается незакрепленный точечный заряд q_4 . Точка $D(x_4, y_4)$ находится на одинаковом расстоянии от точек $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$, в $k+1$ раз большем расстоянии AB между ними. Масса заряда q_4 равна m .

B 1. {15/10/7} С каким ускорением будет двигаться заряд q_4 ?

C 1. {20/12/8} Определить зависимость кинетической энергии заряда q_4 от его координат.

Контур L_1 , в виде квадрата со стороной a , размещают так, чтобы заряд q_1 оказался на пересечении диагоналей квадрата.

A 2. {10/8/6} Найти разность потенциалов между ближайшими вершинами квадрата.

B 2. {15/10/7} Показать, что циркуляция вектора напряженности электростатического поля заряда q_1 , вычисленная вдоль контура L_1 , равна нулю.

Контур L_2 , в виде прямоугольника со сторонами a и b , размещают так, чтобы заряд q_2 оказался на пересечении диагоналей прямоугольника.

B 3. {15/10/7} Определить разность потенциалов между противоположными вершинами прямоугольника и работу по перемещению заряда q_5 из одной вершины в другую, противоположащую ей.

Контур L_3 , в виде равностороннего треугольника со стороной a , размещают так, чтобы заряд q_3 оказался на пересечении медиан треугольника.

C 2. {20/12/8} Показать, что разности потенциалов между любыми двумя точками контура в прямом и обратном направлении равны по модулю и противоположны по знаку.

Тонкий равномерно заряженный стержень длиной L размещают так, чтобы заряд q_1 находился на оси, проходящей вдоль стержня. Эта ось не должна проходить через заряды q_2 и q_3 .

A 3. {10/8/6} Найти силу, с которой стержень действует на заряд q_1 .

В 4. {15/10/7} Определить силу, с которой стержень действует на заряд q_2 .

С 3. {20/12/8} Найти силу, с которой заряды q_1 , q_2 и q_3 действуют на стержень.

Варианты условий (4)

ТАБЛИЦА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ (4)

N	x_1	y_1	q_1	x_2	y_2	q_2	q_3	q_4	m	a	b	q_5	L

Номер варианта N равен порядковому номеру студента в журнале группы. Число k задается для всей группы преподавателем, ведущим занятия. Размерности в таблице исходных данных проставляются студентами самостоятельно.

Примечание 1. Баллы {10/8/6} — интерпретируются следующим образом:

10 баллов начисляется за самостоятельное решение задачи студентом на рабочем месте или у доски;

8 баллов начисляется за решение задачи студентом на рабочем месте или у доски с помощью преподавателя;

6 баллов начисляется за решение своего варианта задачи студентом после решения другим студентом или объяснения преподавателя.

Примечание 2. В том случае, если максимальная сумма баллов по всем пунктам меньше 200, преподаватель вправе организовать премиальный фонд на недостающую сумму баллов и назначать баллы за познавательную активность на практическом занятии.

Примеры решения заданий по теме (4)

ПРИМЕР 4.1

В точках $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$ закреплены два заряда q_1 и q_2 , соответственно.

А 1. Определить положение точки $C(x_3, y_3)$, в которой напряженность суммарного электростатического поля зарядов q_1 и q_2 , равна нулю.

Решение примера 4.1.

Рассмотрим ситуацию, изображенную на рис. 4.1.

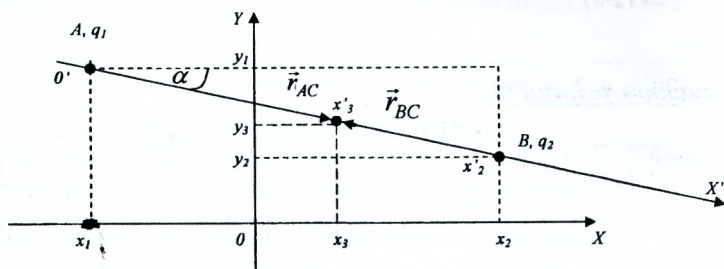


Рис. 4.1.

Вектор напряженности \vec{E}_1 электростатического поля, создаваемого в точке $C(x_3, y_3)$ точечным зарядом q_1 , находящимся в точке $A(x_1, y_1)$, определяется следующим образом:

$$\vec{E}_1 = k \frac{q_1 \vec{r}_{AC}}{r_{AC}^2 r_{AC}},$$

где $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, ϵ_0 — электрическая постоянная, \vec{r}_{AC} — вектор, проведенный от точки $A(x_1, y_1)$ до точки $C(x_3, y_3)$, $r_{AC} = \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2}$ — его модуль. Так как вектор \vec{r}_{AC} можно представить в виде:

$$\vec{r}_{AC} = (x_3 - x_1)\vec{i} + (y_3 - y_1)\vec{j},$$

где \vec{i} и \vec{j} — единичные векторы, направленные вдоль осей OX и OY, соответственно, то зависимость от координат вектора напряженности \vec{E}_1 электрического поля, создаваемого зарядом q_1 , запишется следующим образом:

$$\vec{E}_1 = kq_1 \frac{(x_3 - x_1)\vec{i} + (y_3 - y_1)\vec{j}}{\left[(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}.$$

Вектор напряженности \vec{E}_2 электростатического поля, создаваемого в точке $C(x_3, y_3)$ точечным зарядом q_2 , находящимся в точке $B(x_2, y_2)$, определяется аналогично:

$$\vec{E}_2 = kq_2 \frac{(x_3 - x_2)\vec{i} + (y_3 - y_2)\vec{j}}{\left[(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}.$$

По условию задачи, в точке $C(x_3, y_3)$ должно выполняться соотношение:

$$\vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 0.$$

Для этого необходимо, чтобы вектора \vec{E}_1 и \vec{E}_2 были равны по модулю и направлены в противоположные стороны. Приравнивая почленно значения проекций векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 на оси координат, получим систему уравнений, решение которой позволяет определить неизвестные координаты точки $C(x_3, y_3)$:

$$\begin{cases} \frac{q_1(x_3 - x_1)}{\left[(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} - \frac{q_2(x_3 - x_2)}{\left[(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} = 0, \\ \frac{q_1(y_3 - y_1)}{\left[(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} - \frac{q_2(y_3 - y_2)}{\left[(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2 \right]^{\frac{3}{2}}} = 0. \end{cases}$$

Решение данной системы уравнений существенно упростится, если перейти в систему координат $O'X'$, показанную на рис. 4.1. В новой системе координат система уравнений сводится к одному уравнению:

$$\frac{q_1}{x_3'^2} = \frac{q_2}{(x_3' - x_2')^2},$$

где x_3' и x_2' — новые координаты точек С и В, соответственно. Одно из решений этого уравнения дает следующее значение координаты x_3' :

$$x_3' = \frac{\sqrt{q_1}}{\sqrt{q_1} + \sqrt{q_2}} x_2'.$$

Координата x_2' равна расстоянию между точками $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$:

$$x_2' = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Обратный переход осуществляется по формулам, определяемым из рис. 4.1:

$$x_3 = x_1 + x_3' \cos \alpha,$$

$$y_3 = y_1 - x_3' \sin \alpha,$$

$$\cos \alpha = \frac{x_2 - x_1}{x_2'}.$$

ПРИМЕР 4.2

Контур L_1 , в виде квадрата со стороной a , размещают так, чтобы заряд q_1 оказался на пересечении диагоналей квадрата, а его стороны располагают параллельно осям координат.

А 2. Найти разность потенциалов между ближайшими вершинами квадрата, расположенными вдоль оси OX .

Решение примера 4.2.

Разность потенциалов $\varphi_2 - \varphi_1$ между любыми точками, лежащими на кривой L , по определению равна криволинейному интегралу вдоль кривой L от скалярного произведения вектора напряженности \vec{E} электрического поля и элемента длины $d\vec{L}$ контура:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \int_L \vec{E} d\vec{L}.$$

Расположим систему координат так, чтобы заряд q_1 находился в начале координат. Тогда вектор напряженности электростатического поля точечного заряда q_1 запишется следующим образом:

$$\vec{E}_1 = kq_1 \frac{x\vec{i} + y\vec{j}}{\left[x^2 + y^2\right]^{\frac{3}{2}}}.$$

Так как вершины квадрата расположены вдоль оси OX , то вектор $d\vec{L}$ элемента длины контура в данном случае равен:

$$d\vec{L} = dx\vec{i}.$$

Скалярное произведение $\vec{E}d\vec{L}$ запишется в виде:

$$\vec{E}d\vec{L} = kq_1 \frac{x\vec{i} + y\vec{j}}{\left[x^2 + y^2\right]^{\frac{3}{2}}} \cdot dx\vec{i} = kq_1 \frac{xdx}{\left[x^2 + y^2\right]^{\frac{3}{2}}}.$$

Здесь учтено, что скалярное произведение взаимно перпендикулярных векторов \vec{i} и \vec{j} равно нулю.

Таким образом, разность потенциалов запишется в виде:

$$\begin{aligned} \varphi_2 - \varphi_1 &= kq_1 \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{xdx}{\left[x^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = \frac{kq_1}{2} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{dx^2}{\left[x^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = \\ &= \frac{kq_1}{2} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left[x^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]^{-\frac{3}{2}} d\left[x^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2\right] = \frac{kq_1}{2} \frac{\left[x^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]^{-\frac{3}{2}+1}}{-\frac{3}{2}+1} \Bigg|_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} = \\ &= -kq_1 \frac{l}{\sqrt{x^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} \Bigg|_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} = -kq_1 \left(\frac{l}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} - \frac{l}{\sqrt{\left(-\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} \right) = 0. \end{aligned}$$

ПРИМЕР 4.3

Тонкий равномерно заряженный стержень длиной L размещают так, чтобы заряд q_1 находился на оси, проходящей вдоль стержня на расстоянии a от одного из его концов. Общий заряд стержня равен q_1 .

А 3. Найти силу, с которой стержень действует на заряд q_1 .

Решение примера 4.3.

Для нахождения силы взаимодействия точечного заряда q_1 и стержня с таким же по величине зарядом нельзя непосредственно воспользоваться законом Кулона, применимым только к взаимодействию точечных зарядов. Поэтому выделим на стержне достаточно малый участок длиной dx и зарядом $dq = \tau \cdot dx$, где

$\tau = \frac{dq}{dx} = \frac{q_1}{L}$ — линейная плотность распределения заряда по стержню.



Рис. 4.2

Если заряд dq достаточно мал, то его можно рассматривать как точечный. Поэтому, для нахождения силы взаимодействия двух точечных зарядов dq и q_1 правомерно применение закона Кулона:

$$dF = \frac{\tau q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{dx}{(L+a-x)^2},$$

где $(L+a-x)$ — расстояние между зарядами dq и q_1 .

Интегрируя это выражение в пределах от 0 до L , получим выражение для силы, с которой стержень действует на заряд q_1 :

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{\tau q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_0^L \frac{dx}{(L+a-x)^2} = -\frac{\tau q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \int_0^L \frac{d(L+a-x)}{(L+a-x)^2} = \frac{\tau q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{L+a-x} \Big|_0^L = \\ &= \frac{\tau q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{L+a-L} - \frac{1}{L+a-0} \right) = \frac{\tau q_1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{L+a} \right). \end{aligned}$$

Информационный блок (4)

Закон Кулона позволяет рассчитать величину силы взаимодействия F между двумя точечными зарядами q_1 и q_2 , находящимися на расстоянии r_{12} :

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2},$$

где $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Нм}^2}{\text{Кл}^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ — коэффициент пропорциональности. Величина

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{Ф/м}$ называется электрической постоянной. Сила взаимодействия направлена вдоль линии, соединяющей заряды. Одноименные заряды — отталкиваются, разноименные — притягиваются.

В векторной форме закон Кулона выглядит следующим образом:

$$\vec{F}_{12} = -k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}},$$

где \vec{r}_{12} — вектор, проведенный от заряда q_1 к заряду q_2 , r_{12} — модуль вектора \vec{r}_{12} .

Напряженность электрического поля равна отношению силы, действующей на заряд, к величине заряда:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Напряженность электрического поля численно равна силе, действующей на единичный положительный заряд. Напряженность является силовой характеристикой электрического поля. Вектор напряженности электрического поля направлен вдоль касательной к силовой линии в данной точке.

Напряженность электрического поля точечного заряда q вычисляется по формуле:

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r},$$

где \vec{r} — вектор, проведенный от заряда q к точке наблюдения, r — модуль вектора \vec{r} .

Потенциал электрического поля в данной точке равен отношению к величине заряда q потенциальной энергии W взаимодействия с электрическим полем заряда, помещенного в данную точку:

$$\varphi = \frac{W}{q}.$$

Потенциал электрического поля в данной точке численно равен потенциальной энергии помещенного в данную точку единичного положительного заряда. Совокупность точек с одинаковым потенциалом называется эквипотенциальной поверхностью. Величина потенциала вдоль эквипотенциальной поверхности остается постоянной.

Потенциал электрического поля точечного заряда q вычисляется по формуле:

$$\varphi = k \frac{q}{r},$$

где r — расстояние от заряда q до точки наблюдения.

Между напряженностью электрического поля и его потенциалом существует соотношение:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi,$$

где $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$ — дифференциальный оператор, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — единичные векторы, направленные вдоль осей Ox, Oy и Oz .

Разность потенциалов между точками 1 и 2 пространства равна криволинейному интегралу от скалярного произведения вектора напряженности \vec{E} электрического поля и элемента длины $d\vec{L}$ линии, вычисленного вдоль произвольной линии, проведенной от точки 1 до точки 2:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{L}.$$

Циркуляция напряженности электрического поля вычисляется как криволинейный интеграл вдоль некоторого замкнутого контура L от скалярного произведения вектора напряженности \vec{E} электрического поля и элемента длины $d\vec{L}$ контура:

$$C = \oint_L \vec{E} d\vec{L}.$$

Циркуляция напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю.

Закон сохранения электрического заряда: в замкнутой системе зарядов их алгебраическая сумма не изменяется.

Емкость C уединенного проводника определяется отношением сообщенного проводнику заряда dq , к вызванному этим зарядом изменению потенциала $d\varphi$:

$$C = \frac{dq}{d\varphi}.$$

Емкость плоского конденсатора вычисляется по формуле:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d},$$

где ϵ_0 — электрическая постоянная, ϵ — диэлектрическая проницаемость диэлектрика между обкладками конденсатора, S — площадь обкладок конденсатора, d — расстояние между обкладками конденсатора.

Емкость батареи конденсаторов при параллельном соединении равна сумме емкостей отдельных конденсаторов:

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n,$$

где n — число конденсаторов в соединении.

Емкость батареи конденсаторов при последовательном соединении определяется из выражения:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}.$$

ТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОК (5): «Электрический ток»

Задание для самостоятельной работы (5)

На рис. 5.1 изображена электрическая цепь. Значения сопротивлений и ЭДС задаются в таблице исходных данных (5).

A 1. {10/8/6} Найти значения сил токов в ветвях.

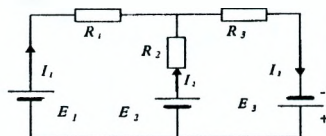


Рис. 5.1

В таблице вариантов (5) на схеме 1 указаны соединения проводников и ЭДС. Значения ЭДС и сопротивлений задаются в таблице исходных данных (5).

B 1. {15/10/7} Определите значения токов во всех ветвях.

В проводнике сопротивлением R_1 за промежуток времени от 0 до t_2 сила тока изменилась от I_1 до I_2 . Зависимость силы тока от времени указана в таблице вариантов (5).

A 2. {10/8/6} При какой силе постоянного тока в проводнике за то же время выделится такое же количество теплоты?

B 2. {15/10/7} Постройте графики зависимости от времени силы тока и электрического заряда.

На схеме 2 показан конденсатор емкостью C , подключенный к источнику постоянного напряжения U . После зарядки конденсатора переключатель Π переводится с контакта 1 на контакт 2.

B 3. {15/10/7} Найти закон изменения токов, текущих через сопротивления.

C 1. {20/12/8} Определить величину заряда, прошедшего через сопротивления за время t .

C 2. {20/12/8} Найти количество тепла Q , выделившееся на каждом из сопротивлений за время t .

На рис. 5.2 изображена электрическая цепь, состоящая из ЭДС, конденсатора и сопротивления.

B 4. {15/10/7} Определите закон изменения силы тока I_1 через сопротивление после замыкания ключа K_1 .

C 3. {20/12/8} Найдите время релаксации цепи τ_1 и вычертите кривые зависимости тока и напряжения от времени.

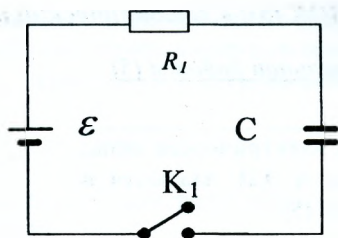


Рис. 5.2

Варианты условий (5)

ТАБЛИЦА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ (5)

N	E_1	E_2	E_3	E_4	R_1	R_2	R_3	R_4	t_2	I_1	I_2	$C, \text{мкФ}$	U
	N	$(N+k)$	Nk	$(N+k)$	$\frac{(N+k)}{N}$	$\frac{(N+k)}{k}$	N	$(N+k)$	$(N+k)$	$(N+k)$	N	$\frac{(N+k)}{N}$	N

Номер варианта N равен порядковому номеру студента в журнале группы. Число k задается для всей группы преподавателем, ведущим занятия. Размерности в таблице исходных данных проставляются студентами самостоятельно.

Примечание 1. Баллы $\{10/8/6\}$ — интерпретируются следующим образом:

- 10** баллов начисляется за самостоятельное решение задачи студентом на рабочем месте или у доски;
- 8** баллов начисляется за решение задачи студентом на рабочем месте или у доски с помощью преподавателя;
- 6** баллов начисляется за решение своего варианта задачи студентом после решения другим студентом или объяснения преподавателя.

Примечание 2. В том случае, если максимальная сумма баллов по всем пунктам меньше 200, преподаватель вправе организовать премиальный фонд на недостающую сумму баллов и назначать баллы за познавательную активность на практическом занятии.

ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ (5)

N	Схема 1	Схема 2	Зависимость силы тока от времени
1.			$I = I_0 e^{\frac{\omega t}{1+k}}$
2.			$I = I_0 e^{\frac{\omega t}{N+k^2}}$
3.			$I = I_0 \sin(\omega t + \pi/2)$
4.			$I = I_0 \sin(\omega t + \pi/4)$
5.			$I = I_0 \sin(\omega t + \pi/2)$

6.			$I = I_0 \sin(\alpha + 3\pi/4)$
7.			$I = I_0 \sin(\alpha t + 3\pi/5)$
8.			$I = I_0 \sin(\alpha t + 5\pi/4)$
9.			$I = I_0 \sin(\alpha t + 3\pi/2)$
10.			$I = I_0 \sin(\alpha t + 7\pi/4)$

11.		$I = I_o \cos \alpha t$
12.		$I = I_o \cos(\alpha t + \pi/4)$
13.		$I = I_o \cos(\alpha t + 5\pi/7)$
14.		$I = I_o \cos(\alpha t + 3\pi/4)$
15.		$I = I_o \cos(\alpha t + \pi)$

16.			$I = I_0 \cos(\omega t + 5\pi/4)$
17.			$I = I_0 \cos(\omega t + 3\pi/4)$
18.			$I = I_0 \cos(\omega t + 7\pi/4)$
19.			$I = (\alpha t + I)t + I_0$
20.			$I = (\alpha t^{1/2} + I)t + I_0$

21.			$I = (\alpha t^{1/3} + 1)t + I_0$
22.			$I = (\alpha t^{2/3} + 1)t + I_0$
23.			$I = (\alpha t^{4/3} + 1)t + I_0$
24.			$I = (\alpha t^{5/3} + 1)t + I_0$
25.			$I = (\alpha t^{1/4} + 1)t + I_0$

26.		$I = (\alpha t^{3/4} + 1)t + I_0$
27.		$I = (\alpha t^{5/4} + 1)t + I_0$
28.		$I = (\alpha t^{6/4} + 1)t + I_0$
29.		$I = (\alpha t^{7/4} + 1)t + I_0$
30.		$I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{1+k}} \right)$

Примеры решения заданий по теме (5)

ПРИМЕР 5.1

На рисунке изображена электрическая цепь. Сопротивления и ЭДС известны.

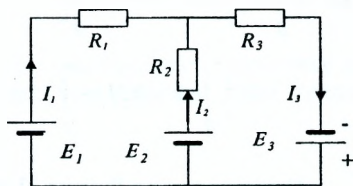
А 1. Найти значения сил токов в ветвях.

Решение примера 5.1. Запишем выражения для первого и второго законов Кирхгофа с учетом правил знаков для токов и ЭДС:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0, \\ I_1(R_1 + r_1) - I_2(R_2 + r_2) = E_1 - E_2, \\ I_1(R_1 + r_1) + I_3(R_3 + r_3) = E_1 + E_3. \end{cases}$$

Токи, входящие в узел, считаются положительными. Направление обхода контуров выбрано одинаковым для всех контуров — по часовой стрелке. Знак ЭДС считается положительным, если при обходе сначала встречается “-”, а затем “+”.

Полученная система из трех уравнений содержит три неизвестных величины. Решив систему, найдем ответ на вопрос задачи.



ПРИМЕР 5.2

В проводнике сопротивлением R за промежуток времени от 0 до t_2 сила тока возросла линейно от значения I_1 до значения I_2 .

А 2. При каком значении постоянного тока в проводнике выделится такое же количество теплоты за время t ?

Решение примера 5.2. Запишем закон Джоуля-Ленца для элементарного количества теплоты:

$$dQ = I^2 R dt.$$

Так как сила тока в приведенном примере линейно зависит от времени, то $I = I_0 + \alpha t$. Положив значение времени равным нулю, получим:

$$I_1 = I_0.$$

В момент времени t_2 значение силы тока станет равным

$$I_2 = I_1 + \alpha t_2$$

откуда находим, что

$$\alpha = \frac{I_2 - I_1}{t_2}.$$

Формула закона Джоуля-Ленца примет вид: $dQ = (I_1 + \alpha t)^2 R dt$.

После интегрирования в пределах от 0 до t , получим:

$$\begin{aligned} Q &= R \int_0^{t_2} (I_1 + \alpha t)^2 t dt = R \int_0^{t_2} \left[I_1^2 + 2I_1\alpha t + (\alpha t)^2 \right] t dt = R \int_0^{t_2} \left[I_1^2 t + 2I_1\alpha t^2 + \alpha^2 t^3 \right] dt = \\ &= RI_1^2 \int_0^{t_2} t dt + R2I_1\alpha \int_0^{t_2} t^2 dt + R\alpha^2 \int_0^{t_2} t^3 dt = RI_1^2 \frac{t^2}{2} + R2I_1\alpha \frac{t^3}{3} + R\alpha^2 \frac{t^4}{4}. \end{aligned}$$

Применяя закон Джоуля-Ленца в виде, справедливом для постоянного тока:

$$Q = I^2 R t_2,$$

найдем требуемое значение I постоянного тока.

Информационный блок (5)

Сила тока I равна отношению заряда dq , прошедшего через поперечное сечение проводника за время dt , к величине этого промежутка времени:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Электродвижущей силой (ЭДС) \mathcal{E} источника тока называют отношение к величине заряда q работы сторонних сил $A_{\text{стор}}$ по перемещению этого заряда против сил электростатического поля:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{\text{стор}}}{q}.$$

Закон Ома для неоднородного участка цепи

$$I = \frac{U_{12}}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R},$$

где I — сила тока, U_{12} — напряжение на участке цепи 1—2, φ_1 — потенциал точки 1, а φ_2 — потенциал точки 2, \mathcal{E}_{12} — величина ЭДС на участке цепи 1—2.

Закон Ома для однородного участка цепи

$$I = \frac{U}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}.$$

Закон Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r},$$

где R — сопротивление внешней цепи, r — внутреннее сопротивление источника ЭДС \mathcal{E} .

Мощность тока

$$P = UI = \frac{U^2}{R} = I^2 R.$$

Закон Джоуля-Ленца

$$Q = I^2 R t.$$

Законы Кирхгофа:

$$\sum_k I_k = 0, \quad \sum_n I_n R_n = \sum_i \mathcal{E}_i.$$

Общее сопротивление при последовательном соединении равно сумме отдельных сопротивлений:

$$R = R_1 + R_2 + \dots + R_n,$$

где n — число сопротивлений в соединении.

Общее сопротивление при параллельном соединении определяется из выражения:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

ТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОК (6): «Магнитное поле.

Электромагнитная индукция»

Задание для самостоятельной работы (6)

Ток I течет по тонкому прямолинейному проводнику длиной L .

A 1. {10/8/6} Найдите значение магнитной индукции, создаваемой этим током в точке, равноудаленной от концов проводника и отстоящей на расстоянии h от его середины.

Ток I течет по тонкому проводнику, который имеет вид правильного $(N+k)$ -угольника, вписанного в окружность радиуса R .

B 1. {15/10/7} Найдите значение магнитной индукции в центре правильного $(N+k)$ -угольника. На сколько отличается значение магнитной индукции в центре правильного $(N+k)$ -угольника от предельного значения при $N \rightarrow \infty$.

Ток I течет по контуру, изображенному в таблице вариантов (6).

C 1. {20/12/8} Найдите индукцию в точке O .

Частица с зарядом q и массой m начинает движение из точки с координатами x_0, y_0, z_0 и начальной скоростью $\vec{V}_0 = V_{0x}\vec{i} + V_{0y}\vec{j} + V_{0z}\vec{k}$ под действием электростатического поля с потенциалом $\varphi = (E_x x + E_y y + E_z z)$. По истечении промежутка времени t_1 электрическое поле выключается и одновременно включается однородное магнитное поле с индукцией B Тл, перпендикулярное направлению скорости частицы в этот момент.

A 2. {10/8/6} Определите промежуток времени t_2 , за который направление скорости частицы изменится под действием магнитного поля на противоположное.

B 2. {15/10/7} Определите промежуток времени t_3 , за который направление скорости частицы изменится под действием магнитного поля так, что после выключения в этот момент магнитного поля частица возвратится в исходную точку.

C 2. {20/12/8} Найдите время возврата t_4 частицы в исходную точку после начала движения.

На рисунке 6.2 изображена электрическая цепь, состоящая из ЭДС, катушки индуктивности и сопротивления.

B 3. {15/10/7} Определите закон изменения силы тока I_1 через сопротивление после размыкания ключа K_1 .

C 3. {20/12/8} Найдите время релаксации цепи τ_1 и вычертите кривые зависимости тока и напряжения от времени.

На рисунке 6.3 изображена электрическая цепь, состоящая из ЭДС, конденсатора, катушки индуктивности и сопротивления.

B 4. {15/10/7} Определите закон изменения силы тока I_2 через сопротивление после переключения ключа K_2 .

С4. {20/12/8} Найдите время релаксации цепи τ_2 и вычертите кривые зависимости тока и напряжения от времени.

Варианты условий (6)

ТАБЛИЦА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ (6)

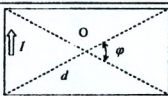
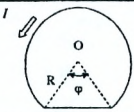
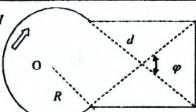
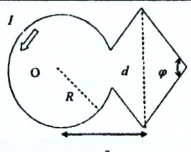
N	I	L	R	h	q	m	x_0	y_0	z_0	V_{ox}	V_{oy}	V_{oz}	E_x	E_y	E_z	t_1	B	\mathcal{E}	C	L_1	R_1	

Номер варианта N равен порядковому номеру студента в журнале группы. Число k задается для всей группы преподавателем, ведущим занятия. Размерности в таблице исходных данных проставляются студентами самостоятельно.

- Примечание 1.** Баллы {10/8/6} — интерпретируются следующим образом:
 10 баллов начисляется за самостоятельное решение задачи студентом на рабочем месте или у доски;
 8 баллов начисляется за решение задачи студентом на рабочем месте или у доски с помощью преподавателя;
 6 баллов начисляется за решение своего варианта задачи студентом после решения другим студентом или объяснения преподавателя.

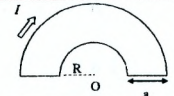
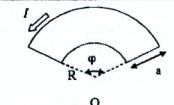
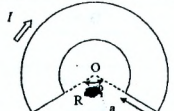
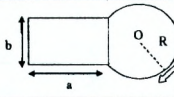
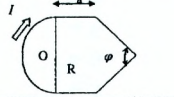
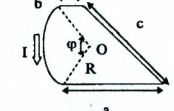
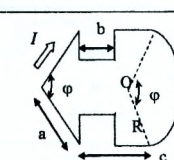
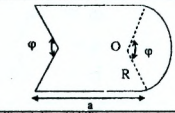
Примечание 2. В том случае, если максимальная сумма баллов по всем пунктам меньше 200, преподаватель вправе организовать премиальный фонд на недостающую сумму баллов и назначать баллы за познавательную активность на практическом занятии.

ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ (6)

N	Вид контура	Геометрические параметры (заполняются по указанию преподавателя)
1.		$d =$ $\varphi =$
2.		$R =$ $\varphi =$
3.		$R =$ $d =$ $\varphi =$
4.		$R =$ $d =$ $\varphi =$ $a =$

5.		$R =$ $d =$ $\varphi =$ $a =$
6.		$R =$ $d =$ $\varphi =$
7.		$R =$ $d =$ $\varphi =$
8.		$R =$ $d =$ $\varphi =$ $a =$
9.		$R =$ $a =$ $d =$
10.		$R =$ $\varphi =$ $d =$ $a =$
11.		$R =$ $\varphi =$ $a =$
12.		$R =$ $\varphi =$ $a =$ $b =$
13.		$R =$ $\varphi =$ $a =$

14.		$R =$ $a =$ $b =$
15.		$R =$ $\varphi =$ $a =$ $b =$
16.		$R =$ $\varphi =$ $a =$ $b =$
17.		$R =$ $\varphi =$ $a =$ $b =$ $c =$
18.		$R =$ $\varphi =$ $a =$ $b =$
19.		$R =$ $\varphi =$ $a =$ $b =$
20.		$R =$ $\varphi =$ $a =$ $b =$
21.		$R =$ $\varphi =$ $a =$ $b =$
22.		$R =$ $\varphi =$ $a =$ $b =$ $c =$

23.		$R =$ $a =$
24.		$R =$ $a =$ $\varphi =$
25.		$R =$ $a =$ $\varphi =$
26.		$R =$ $a =$ $b =$
27.		$R =$ $\varphi =$ $a =$
28.		$R =$ $\varphi =$ $a =$ $b =$ $c =$
29.		$R =$ $\varphi =$ $a =$ $b =$ $c =$
30.		$R =$ $\varphi =$ $a =$

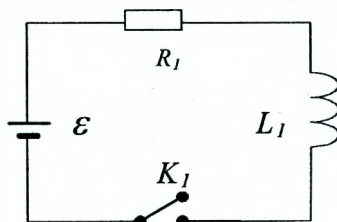


Рис. 6.2

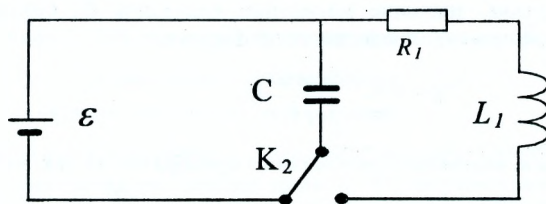


Рис. 6.3

Примеры решения заданий по теме (6)

ПРИМЕР 6.1

Ток I течет по тонкому прямолинейному проводнику длиной L .

А1. Найдите значение магнитной индукции, создаваемой этим током в точке, равноудаленной от концов проводника и отстоящей на расстоянии h от его середины.

Решение примера 6.1.

Для нахождения значения магнитной индукции, создаваемой током, текущим по проводнику, воспользуемся законом Био-Савара-Лапласа и принципом суперпозиции магнитных полей.

Закон Био-Савара-Лапласа позволяет определить магнитную индукцию $d\vec{B}$, создаваемую элементом тока $I d\vec{L}$, в точке, определяемой радиус-вектором \vec{r} , по формуле:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[I d\vec{L}, \vec{r}]}{r^3}.$$

Направление вектора $d\vec{B}$ определяется по правилу правого винта. В рассматриваемой точке вектор $d\vec{B}$ направлен за плоскость чертежа. Векторы $d\vec{B}$ от различных элементов тока направлены в одну и ту же сторону, поэтому принцип суперпозиции для магнитных полей можно переписать в скалярной форме:

$$B = \int_L dB,$$

где $dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\sin \alpha}{r^2} dL$, α — угол между элементом тока $I d\vec{L}$ и радиус-вектором \vec{r} .

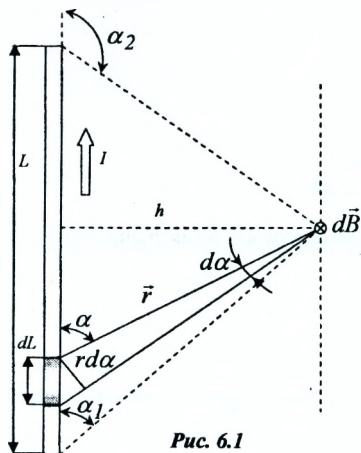


Рис. 6.1

Таким образом, значение магнитной индукции B , создаваемой током, текущим по проводнику, определяется по формуле:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{\sin \alpha}{r^2} dL.$$

Подынтегральное выражение необходимо преобразовать так, чтобы была только одна переменная — угол α . Поскольку $\sin \alpha = \frac{rd\alpha}{dL}$, то $dL = \frac{rd\alpha}{\sin \alpha}$. Подставив это выражение под знак интеграла, получим:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{\sin \alpha}{r^2} \cdot \frac{rd\alpha}{\sin \alpha} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{d\alpha}{r}.$$

Кроме того, из рис. 6.1 видно, что $\sin \alpha = \frac{h}{r}$. Следовательно, $r = \frac{h}{\sin \alpha}$. Подставляя это выражение под знак интеграла и выполняя интегрирование, получим:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi h} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha = -\frac{\mu_0 I}{4\pi h} \cos \alpha \Big|_{\alpha_1}^{\alpha_2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi h} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

При симметричном расположении точки, в которой определяется значение индукции магнитного поля, выполняется соотношение:

$$\cos \alpha_2 = -\cos \alpha_1.$$

С учетом этого предыдущая формула переписывается в виде:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi h} \cos \alpha_1.$$

Из рис. 6.1 следует, что

$$\cos \alpha_1 = \frac{L/2}{\sqrt{(L/2)^2 + h^2}} = \frac{L}{\sqrt{L^2 + 4h^2}}.$$

Таким образом, искомое значение индукции магнитного поля вычисляется по формуле:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi h} \cdot \frac{L}{\sqrt{L^2 + 4h^2}}.$$

Направлен вектор магнитной индукции \vec{B} перпендикулярно плоскости чертежа вниз.

ПРИМЕР 6.2

Частица с зарядом q Кл и массой m кг начинает движение из точки с координатами x_0, y_0, z_0 и начальной скоростью $\vec{V}_0 = V_{0x}\vec{i} + V_{0y}\vec{j} + V_{0z}\vec{k}$ под действием электростатического поля с потенциалом $\varphi = (E_x x + E_y y + E_z z)$. По истечении промежутка времени t_1 электрическое поле выключается и одновременно включается магнитное поле B Тл, перпендикулярное скорости частицы.

А 2. Определите промежуток времени t_2 , за который направление скорости частицы изменится под действием магнитного поля на противоположное.

Решение примера 6.2.

Найдем силу, действующую на частицу со стороны электрического поля (знак « \rightarrow » указывает на то, что сила, действующая на положительный заряд, направлена в сторону убывания потенциала):

$$\begin{cases} F_x = -q \frac{\partial \varphi}{\partial x} = -qE_x \\ F_y = -q \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -qE_y \\ F_z = -q \frac{\partial \varphi}{\partial z} = -qE_z \end{cases}$$

По второму закону Ньютона:

$$\begin{cases} ma_x = -qE_x \\ ma_y = -qE_y \\ ma_z = -qE_z \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} m \frac{dV_x}{dt} = -qE_x \\ m \frac{dV_y}{dt} = -qE_y \\ m \frac{dV_z}{dt} = -qE_z \end{cases}$$

откуда, после интегрирования, находим

$$\begin{cases} V_x = V_{0x} - \frac{q}{m} E_x t_2 \\ V_y = V_{0y} - \frac{q}{m} E_y t_2 \\ V_z = V_{0z} - \frac{q}{m} E_z t_2 \end{cases}$$

Найдем время полного оборота частицы, движущейся в магнитном поле, по окружности. В этом случае сила Лоренца играет роль центростремительной силы: $qVB \sin \alpha = m \frac{V^2}{R}$ где $V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2$. Определив из последнего уравнения радиус окружности, можно найти длину половины окружности и время разворота.

Информационный блок (6)

Закон Био-Савара-Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{[Id\vec{L}, \vec{r}]}{r^3},$$

где $d\vec{B}$ — индукция магнитного поля, создаваемого на расстоянии r элементарным током $Id\vec{L}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная.

Принцип суперпозиции для магнитных полей можно записать в виде:

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B},$$

где символ L означает, что интегрирование распространяется на всю длину провода.

Сила Лоренца равна

$$\vec{F} = q[\vec{V}, \vec{B}],$$

где q — величина заряда частицы, \vec{V} — скорость движения частицы, \vec{B} — индукция магнитного поля.

Сила Ампера $d\vec{F}$, действующая на элемент провода длиной dL с током I , вычисляется как векторное произведение элемента тока $Id\vec{L}$ и вектора индукции магнитного поля \vec{B} :

$$d\vec{F} = [Id\vec{L}, \vec{B}].$$

Закон Фарадея для ЭДС индукции E_i :

$$E_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где $d\Phi = B \cos \alpha dS$ — поток магнитной индукции B через площадку dS , α — угол между вектором магнитной индукции и положительной нормалью к площадке dS .

ТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОК (7): «Интерференция света»

Задание для самостоятельной работы (7)

Однонаправленные когерентные электромагнитные волны светового диапазона с длиной волны λ приходят в некоторую точку М, расположенную на расстоянии L от источников света S_1 и S_2 , расстояние между которыми равно d .

A1. {10/8/6} Определить два последовательных значения оптической разности хода Δ_{min} , для которых выполняются условия минимума и три последовательных значения оптической разности хода Δ_{max} , для которых выполняются условия максимума.

B1. {15/10/7} Определить расстояние Δx между ближайшими интерференционными максимумами и найти положения точки М на экране, соответствующие вычисленным значениям оптической разности хода Δ_{max} и Δ_{min} .

B2. {15/10/7} Определить положение на экране точки М, в которой интерференционная картина еще остается различимой, если в эту точку приходят волны с интервалом длин волн от λ до $\lambda + \Delta\lambda$. Найти также длину и радиус когерентности света.

C1. {20/12/8} Найти изменение разности хода лучей, идущих от источников света до точки М на экране, отстоящей от центральной осевой линии на расстоянии x , если ход одного из лучей перекрыть стеклянной пластинкой толщиной L_1 с показателем преломления n ?

На рис. 7.1 изображена схема интерферометра, используемого для измерения показателя преломления прозрачных веществ. Здесь S — точечный источник света с длиной волны λ , 1 и 2 — две одинаковые трубки с воздухом, длиной L , Д — диафрагма с двумя щелями. Когда воздух в одной из трубок заменили на другой газ, то интерференционная картина на экране Э сместилась на N полос.

C2. {20/12/8} Определить показатель преломления исследуемого газа, если показатель преломления воздуха равен 1,00029.

В тонкой клиновидной пластинке в отраженном свете при нормальном падении наблюдаются интерференционные полосы. Расстояние между соседними темными полосами равно Δx , длина волны падающего света λ , показатель преломления пластинки n .

B3. {15/10/7} Найти угол α между гранями пластинки.

В опыте Ллойда световая волна, исходящая из источника S света в виде узкой щели, интерферирует с волной, отраженной от зеркала З. В результате на экране Э образуется система интерференционных полос. Расстояние от источника до экрана равно L . При некотором положении источника ширина интерференционной полосы на экране равна Δx , а после того как источник отодвинули от плоскости зеркала на Δh , ширина полос уменьшилась в $k + 1$ раз.

С 3. Найти длину волны света.

На тонкую прозрачную пленку с показателем преломления n падает под углом α параллельный пучок белого света.

А 2. {10/8/6} При какой толщине пленки отраженный свет будет наиболее сильно окрашен в цвет, соответствующий длине волны λ .

Для уменьшения потерь света из-за отражения от поверхности прозрачного диэлектрика с показателем преломления n , диэлектрик покрывают тонким слоем вещества с показателем преломления \sqrt{n} .

С 4. {20/12/8} При какой толщине этого слоя пропускная способность оптической системы в направлении нормали к поверхности диэлектрика будет максимальной для света с длиной волны λ ?

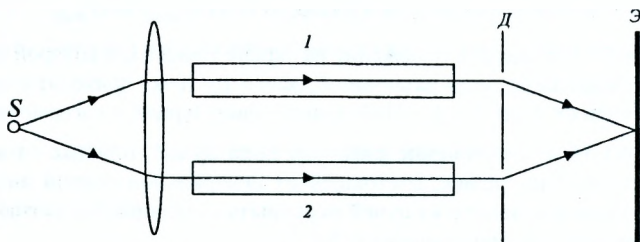


Рис. 7.1

Варианты условий (7)

ТАБЛИЦА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ (7)

N	$\lambda, \text{нм}$	$L, \text{м}$	$d, \text{мм}$	$\Delta\lambda, \text{нм}$	n
	$370 + 10(N + k)$	$N + k$	$N(1 + k)$	$N + k$	$1 + \frac{k}{N + 1}$

Номер варианта N равен порядковому номеру студента в журнале группы. Число k задается для всей группы преподавателем, ведущим занятия. Размерности в таблице исходных данных проставляются студентами самостоятельно.

Примечание 1. Баллы {10/8/6} — интерпретируются следующим образом:

10 баллов начисляется за самостоятельное решение задачи студентом на рабочем месте или у доски;

8 баллов начисляется за решение задачи студентом на рабочем месте или у доски с помощью преподавателя;

6 баллов начисляется за решение своего варианта задачи студентом после решения другим студентом или объяснения преподавателя.

Примечание 2. В том случае, если максимальная сумма баллов по всем пунктам меньше 200, преподаватель вправе организовать премиальный фонд на недостающую сумму баллов и назначать баллы за познавательную активность на практическом занятии.

Примеры решения заданий по теме (7)

ПРИМЕР 7.1

Однонаправленные когерентные электромагнитные волны светового диапазона с длиной волны λ приходят в некоторую точку М, расположенную на расстоянии L от источников света S_1 и S_2 , расстояние между которыми равно d .

А1. Определить два последовательных значения оптической разности хода Δ_{min} , для которых выполняются условия минимума, и три последовательных значения оптической разности хода Δ_{max} , для которых выполняются условия максимума.

Решение примера 7.1.

Рассмотрим в качестве примера получения когерентных источников света способ разделения световых волн на когерентные системы при помощи так называемых бизеркал Френеля: двух плоских зеркал, расположенных под углом, близким к развернутому. Схема получения когерентных световых волн показана на рис. 7.2. Свет от точечного источника S после отражения от зеркал Z_1 и

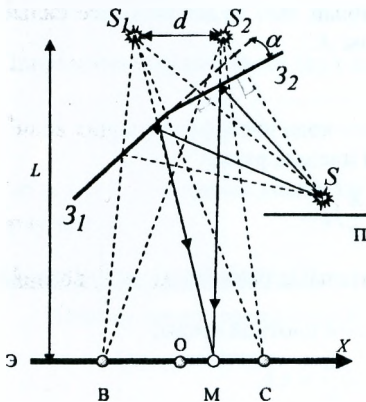


Рис. 7.2

Z_2 распространяется в виде двух пучков с центрами в точках S_1 и S_2 , которые являются мнимыми изображениями источника S в зеркалах. Угол α — мал и поэтому расстояние d между мнимыми источниками также мало по сравнению с расстоянием до экрана. Эти пучки являются когерентными потому, что они получены из одного и того же пучка света. Поэтому при наложении их друг на друга в пространстве возникает поле интерференции, — та часть пространства, в котором происходит перераспределение энергии световых волн. Поле интерференции отделено от источника S непрозрачной перегородкой Π . Оптическая разность хода волн от когерентных источников S_1

и S_2 до точки М определяется по формуле:

$$\Delta = n(r_2 - r_1),$$

где n — показатель преломления среды, $r_1 = |MS_1|$ — расстояние от точки М до мнимого источника S_1 , $r_2 = |MS_2|$ — расстояние от точки М до мнимого источника S_2 . В одних местах волны усиливают друг друга, в других — ослабляют. Так как длины волн и начальные фазы колебаний источников S_1 и S_2 одинаковы, то результат интерференции в точке М зависит от соотношения между оптической разностью хода Δ и длиной волны λ .

Если в оптической разности хода укладывается нечетное число полуволен, то волны гасят друг друга:

$$\Delta_{min} = \pm (2m - 1) \cdot \frac{\lambda}{2},$$

где $m = 1, 2, \dots$ — целые числа, называемые *порядком минимумов*.

Если же в оптической разности хода укладывается четное число полуволен, то волны усиливают друг друга:

$$\Delta_{max} = \pm 2m \cdot \frac{\lambda}{2},$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$ — целые числа, называемые *порядком максимумов*.

Подставляя указанные значения m , находим соответствующие значения Δ_{max} и Δ_{min} .

ПРИМЕР 7.2

На тонкую прозрачную пленку с показателем преломления n падает под углом α параллельный пучок белого света.

А 2. При какой толщине d пленки отраженный свет будет наиболее сильно окрашен в цвет, соответствующий длине волны λ .

Решение примера 7.2.

Как видно из рис. 7.3, оптическая разность хода интерферирующих волн 1 и 2, отраженных от верхней и нижней граней пленки, равна:

$$\Delta = 2nS_2 - (S_1 + \frac{\lambda}{2}),$$

где $S_2 = \frac{d}{\cos \beta}$, $S_1 = (2d \cdot \operatorname{tg} \beta) \sin \alpha$. Дополнительная разность хода $\frac{\lambda}{2}$ возникает у волны 1 из-за отражения от оптически более плотной среды.

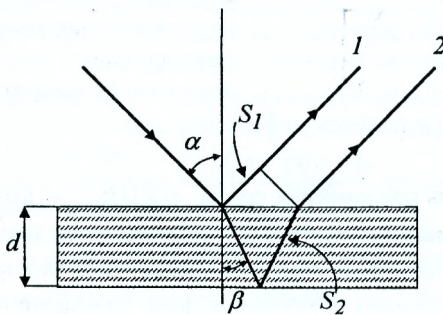


Рис. 7.3

Так как, в соответствии с законом преломления, показатель преломления равен:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n,$$

то $S_I = (2d \cdot \frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta}) \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 2dn \frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta}$. Следовательно,

$$\begin{aligned} \Delta &= 2n \frac{d}{\cos \beta} - 2dn \frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta} - \frac{\lambda}{2} = 2dn \left(\frac{1}{\cos \beta} - \frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta} \right) - \frac{\lambda}{2} = 2dn \cos \beta - \frac{\lambda}{2} = \\ &= 2dn \sqrt{1 - \sin^2 \beta} - \frac{\lambda}{2} = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2}. \end{aligned}$$

Интерференционный максимум наблюдается в том случае, если в разности хода Δ укладывается четное число полувольт:

$$\Delta = 2m \frac{\lambda}{2}.$$

Приравняв правые части двух последних выражений, получим:

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2} = 2m \frac{\lambda}{2},$$

где $m = 1, 2, \dots$ — целое число. Из последней формулы легко находится искомое значение d .

Информационный блок (7)

Ширина интерференционной полосы Δx вычисляется по формуле

$$\Delta x = \frac{L}{d} \lambda,$$

где L — расстояние от источников до экрана, d — расстояние между источниками.

Максимальное значение m_{max} порядка интерференционного максимума, при котором интерференционная картина еще остается различимой, определяется по формуле:

$$m_{max} = \frac{\lambda}{\Delta \lambda},$$

где $\Delta \lambda$ — интервал длин волн от λ до $\lambda + \Delta \lambda$.

Длина когерентности $L_{ког}$ определяется следующим образом:

$$L_{ког} = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda} = \lambda \cdot m_{max}.$$

Радиус когерентности $\rho_{\text{ког}}$ находится из выражения:

$$\rho_{\text{ког}} = \frac{\lambda}{\varphi},$$

где φ — угловой размер источника, видимый из точки наблюдения.

Условие максимумов при интерференции света, отраженного под углом θ от тонкой пластинки толщиной d :

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\theta} = (m + \frac{1}{2})\lambda,$$

где m — целое число.

Радиусы r_k колец Ньютона, появляющихся при отражении света от поверхностей воздушной прослойки, образующейся между плоской стеклянной пластинкой и соприкасающейся с ней выпуклой поверхностью линзы радиуса R , вычисляются по формуле:

$$r_k = \sqrt{\lambda Rk / 2},$$

где k — порядковый номер кольца. Значению $k=0$ соответствует середина центрального темного пятна.

ТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОК (8): «Дифракция и поляризация света»

Задание для самостоятельной работы (8)

Плоская световая волна с интенсивностью I_0 падает нормально на непрозрачный экран с круглым отверстием. Длина волны λ .

Построить векторную диаграмму и найти интенсивность света I за непрозрачным экраном в точке наблюдения, для которой радиус отверстия равен радиусу:

A 1. {10/8/6} первой зоны Френеля;

B 1. {15/10/7} внутренней половины первой зоны Френеля;

B 2. {15/10/7} внешней половины первой зоны Френеля;

C 1. {20/12/8} половины первой зоны Френеля, перекрытой по диаметру;

C 2. {20/12/8} первой зоны Френеля, перекрытой так, что остается открытым сектор с углом раствора φ .

Световая волна с длиной волны λ от точечного источника света падает на диафрагму с отверстием, форма которого и число зон Френеля, укладываемых в нем, указаны в таблице вариантов (8). При отсутствии диафрагмы интенсивность света в точке наблюдения равна I_0 .

C 3. {20/12/8} Определить интенсивность света в точке наблюдения для этого случая.

Монохроматический свет с длиной волны λ падает нормально к поверхности дифракционной решетки с периодом d .

A 2. {10/8/6} Определить наибольший порядок дифракционного максимума.

B 3. {15/10/7} Определить ширину спектра N -го порядка в том случае, если решетку осветить светом с длиной волны от λ до 400 нм . Расстояние от решетки до экрана равно b .

Между параллельными николями поместили пластинку кварца толщиной L , в результате чего плоскость поляризации монохроматического света повернулась на угол φ .

A 3. {10/8/6} На какую величину необходимо изменить толщину пластинки для того, чтобы поле зрения поляриметра стало совершенно темным?

Плоскость поляризации света, прошедшего через трубку длиной L_1 , содержащую раствор сахара концентрацией C_1 , повернулась на угол φ . В налитом в трубку длиной L_2 растворе сахара с другой концентрацией, плоскость поляризации повернулась на угол φ_1 .

B 4. {15/10/7} Определить концентрацию второго раствора.

Варианты условий (8)

ТАБЛИЦА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ (8)

N	I_0	$\lambda, \text{нм}$	φ	$d, \text{нм}$		
	$N + k$	$800 - 10(N + k)$	$11^\circ(N + k)$	$N + k$		
	$b, \text{см}$	L	L_1	C_1	φ_1	L_2
	$10(N + k)$	N	$N + k$	N	$22^\circ(N + k)$	$N + 2k$











Номер варианта N равен порядковому номеру студента в журнале группы. Число k задается для всей группы преподавателем, ведущим занятия. Размерности в таблице исходных данных проставляются студентами самостоятельно.

Примечание 1. Баллы $\{10/8/6\}$ — интерпретируются следующим образом:
 10 баллов начисляется за самостоятельное решение задачи студентом на рабочем месте или у доски;
 8 баллов начисляется за решение задачи студентом на рабочем месте или у доски с помощью преподавателя;
 6 баллов начисляется за решение своего варианта задачи студентом после решения другим студентом или объяснения преподавателя.








Примечание 2. В том случае, если максимальная сумма баллов по всем пунктам меньше 200, преподаватель вправе организовать премиальный фонд на недостающую сумму баллов и назначать баллы за познавательную активность на практическом занятии.

ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ (8)

N	Форма отверстия	Угол раствора открытой части m -й зоны Френеля, град
1.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
2.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
3.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
4.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$

5.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
6.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
7.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
8.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
9.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
10.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
11.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
12.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
13.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
14.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$

15.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
16.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
17.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
18.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
19.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
20.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
21.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
22.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
23.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$

24.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
25.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
26.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
27.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
28.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
29.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$
30.		$\varphi_1 = N + k$ $\varphi_2 = N - k $ $\varphi_3 = k * N$

Примеры решения заданий по теме (8)

ПРИМЕР 8.1

Плоская световая волна с интенсивностью I_0 падает нормально на непрозрачный экран с круглым отверстием. Длина волны λ .

Построить векторную диаграмму и найти интенсивность света I за непрозрачным экраном в точке наблюдения, для которой радиус отверстия равен радиусу:

A 1. первой зоны Френеля.

Решение примера 8.1.

Известно, что суммарный амплитудный вклад от всех зон Френеля равен половине амплитудного вклада от первой зоны Френеля:

$$E_{\forall} = \frac{E_1}{2}.$$

Если убрать экран, то интенсивность света в точке наблюдения станет равной I_0 . По классической теории интенсивность плоской линейно поляризованной монохроматической бегущей волны пропорциональна квадрату амплитуды колебаний вектора напряженности электрического поля волны:

$$I_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E_{\forall}^2, \quad I_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E_1^2,$$

где ε_0 — электрическая постоянная, ε — диэлектрическая проницаемость среды, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная, μ — магнитная проницаемость среды.

Возводя обе части исходного равенства в квадрат, получим, что $I_0 = \frac{I_1}{4}$. Из последнего соотношения находим искомую интенсивность: $I_1 = 4I_0$. Векторная диаграмма амплитудного вклада от первой зоны Френеля представлена на рис. 8.1:

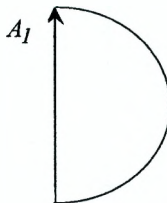


Рис. 8.1

ПРИМЕР 8.2

Монохроматический свет с длиной волны λ падает нормально к поверхности дифракционной решетки с периодом d .

А 2. Определить наибольший порядок m_{\max} дифракционного максимума.

Решение примера 8.2.

Из формулы для дифракционной решетки $d \cdot \sin \theta = \pm m \lambda$, следует, что $m_{\max} = \frac{d}{\lambda}$, поскольку очевидно, что наибольший порядок дифракционного максимума будет наблюдаться при $\theta \rightarrow 90^\circ$.

ПРИМЕР 8.3

Между параллельными николями поместили пластинку кварца толщиной L , в результате чего плоскость поляризации монохроматического света повернулась на угол φ .

А 3. Пластинку какой наименьшей толщины необходимо поместить между николями для того, чтобы поле зрения поляриметра стало совершенно темным?

Решение примера 8.3.

Из условия $\varphi = \alpha_o L$, найдем величину удельного вращения: $\alpha_o = \frac{\varphi}{L}$. Из закона Малюса следует, что для того чтобы поле зрения поляриметра стало совершенно темным, необходимо, чтобы поворот плоскости поляризации был равен величине прямого угла. Следовательно, новая толщина пластинки найдется из соотношения: $L_1 = \frac{\pi L}{2\varphi}$.

Информационный блок (8)

Радиус внешней границы m -й зоны Френеля равен:

$$r_m = \sqrt{m\lambda \frac{ab}{a+b}},$$

где a — расстояние от точечного источника света до отверстия; b — расстояние от отверстия до точки наблюдения; λ — длина волны.

Классическое соотношение между интенсивностью I и амплитудой E световой волны:

$$I = E^2.$$

Суммарная амплитуда результирующих колебаний находится следующим образом:

$$E = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 + \dots,$$

где E_i — амплитуда колебаний, возбуждаемых i -й зоной Френеля.

Величина E_i зависит от площади i -й зоны Френеля и от угла, под которым данная зона Френеля видна из точки наблюдения. Площадь любой зоны Френеля вычисляется по формуле:

$$\sigma = \pi\lambda \frac{ab}{a+b}.$$

Приближенная зависимость амплитуды E_i колебаний, возбуждаемых i -й зоной Френеля, от номера i зоны дается следующим выражением:

$$E_i = \alpha - \beta i,$$

Дифракция Фраунгофера от щели при нормальном падении света характеризуется уравнением:

$$b \cdot \sin\theta = \pm m\lambda,$$

где b — ширина щели; θ — угол дифракции; m — порядок дифракционного максимума.

Дифракция Фраунгофера от дифракционной решетки при нормальном падении света характеризуется уравнением:

$$d \cdot \sin \theta = \pm m \lambda,$$

где d — период решетки.

Угловая дисперсия D дифракционной решетки вычисляется по формуле:

$$D = \frac{\delta \theta}{\delta \lambda} = \frac{m}{d \cos \theta}.$$

Разрешающая способность R дифракционной решетки определяется из выражения:

$$R = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = m N_p,$$

где N_p — число штрихов решетки.

Закон Малюса формулируется следующим образом:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

где I_0 — интенсивность света, падающего на поляризатор, I — интенсивность света, прошедшего через поляризатор, α — угол между плоскостью пропускания анализатора и направлением колебаний электрического вектора света, падающего на анализатор.

Угол поворота плоскости поляризации в оптически активных средах пропорционален толщине L слоя вещества:

$$\varphi = \alpha_o L,$$

где α_o — удельное вращение среды.

В оптически активных растворах угол поворота плоскости поляризации вычисляется по формуле:

$$\varphi = \alpha_p CL,$$

где C — концентрация оптически активного вещества в растворе; α_p — удельное вращение раствора, зависящее от природы оптически активного вещества и растворителя, длины волны света и температуры.

ТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОК (9): «Элементы квантовой физики»

Задание для самостоятельной работы (9)

На металлическую пластинку падает монохроматический свет с длиной волны λ . Поток, вырываемых с поверхности металла фотоэлектронов, полностью задерживается при разности потенциалов тормозящего поля, равной U_3 .

A 1. {10/8/6} Определить работу выхода и красную границу фотоэффекта.

Поверхность некоторого металла поочередно освещалась светом с длинами волн λ и $\lambda + \Delta\lambda$.

B 1. {15/10/7} Найти во сколько раз максимальные скорости фотоэлектронов отличаются друг от друга?

После прохождения ускоряющей разности потенциалов U α -частица летит по направлению к центру покоящегося ядра с порядковым номером $N + k$.

B 2. {15/10/7} Определить минимальное расстояние между α -частицей и ядром.

Основное состояние частицы в бесконечно глубокой прямоугольной потенциальной яме шириной L характеризуется волновой функцией

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{\pi}{L} x.$$

A 1. {10/8/6} Найти вероятность нахождения частицы в интервале ΔL вблизи стенки ямы.

B 3. {15/10/7} Определить во сколько раз отличается вероятность нахождения частицы в интервале ΔL вблизи стенки ямы и посередине ее и отобразить это соотношение графически.

Электрон находится в одномерной бесконечно глубокой прямоугольной потенциальной яме шириной L в состоянии с главным квантовым числом n .

C 1. {20/12/8} Найти значение энергии электрона и число дебройлевских полу-волн, укладывающихся в пределах потенциальной ямы.

Варианты условий (9)

ТАБЛИЦА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ (9)

N	λ , нм	$\Delta\lambda$	U	L , нм	ΔL	n
	$420 - 10(N + k)$	$\frac{\lambda}{20(N + k)}$	$N + k$	$10(N + k)$	$\frac{L}{10 + N + k}$	N

Номер варианта N равен порядковому номеру студента в журнале группы. Число k задается для всей группы преподавателем, ведущим занятия. Размерности в таблице исходных данных проставляются студентами самостоятельно.

Примечание 1. Баллы {10/8/6} — интерпретируются следующим образом:

10 баллов начисляется за самостоятельное решение задачи студентом на рабочем месте или у доски;

8 баллов начисляется за решение задачи студентом на рабочем месте или у доски с помощью преподавателя;

6 баллов начисляется за решение своего варианта задачи студентом после решения другим студентом или объяснения преподавателя.

Примечание 2. В том случае, если максимальная сумма баллов по всем пунктам меньше 200, преподаватель вправе организовать премиальный фонд на недостающую сумму баллов и назначать баллы за познавательную активность на практическом занятии.

ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ (9)

<i>N</i>	Металл	Работа выхода электронов, эВ
1	Калий	2,2
2	Литий	2,3
3	Платина	5,3
4	Рубидий	2,1
5	Серебро	4,3
6	Цезий	1,9
7	Цинк	3,7
8	Алюминий	3,7
9	Барий	2,3
10	Висмут	4,6
11	Вольфрам	4,5
12	Железо	4,4
13	Золото	4,6
14	Кобальт	4,3
15	Литий	2,4
16	Медь	4,5
17	Молибден	4,3
18	Натрий	2,3
19	Никель	4,8
20	Титан	3,9
21	Калий	2,2
22	Молибден	4,3
23	Медь	4,5
24	Натрий	2,3
25	Висмут	4,6
26	Литий	2,4
27	Алюминий	3,7
28	Кобальт	4,3
29	Барий	2,3
30	Железо	4,4

Примеры решения заданий по теме (9)

ПРИМЕР 9.1

На металлическую пластинку падает монохроматический свет с длиной волны λ . Поток, вырываемых с поверхности металла фотоэлектронов, полностью задерживается при разности потенциалов тормозящего поля, равной U_3 .

А 2. Определить работу выхода и красную границу фотоэффекта.

Решение примера 9.1.

Для фотоэффекта справедливо уравнение Эйнштейна:

$$h\nu = A_{\text{вых}} + T_{\text{max}},$$

где $h\nu$ — энергия фотона, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж \cdot с — постоянная Планка, ν — частота излучения; $A_{\text{вых}}$ — работа выхода; T_{max} — максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.

Поскольку частота ν излучения связана с длиной волны λ следующим соотношением:

$$\nu = \frac{c}{\lambda},$$

где $c = 3 \cdot 10^8$ $\frac{\text{м}}{\text{с}}$ — скорость света, то уравнение Эйнштейна для фотоэффекта переписывается в виде:

$$\frac{hc}{\lambda} = A_{\text{вых}} + T_{\text{max}}.$$

Так как электрическое поле тормозит даже самые быстрые электроны, которые пролетели в нем расстояние, соответствующее разности потенциалов U_3 , то кинетическая энергия равна:

$$T_{\text{max}} = e \cdot U_3.$$

Следовательно,

$$\frac{hc}{\lambda} = A_{\text{вых}} + e \cdot U_3.$$

Из последнего выражения находим работу выхода:

$$A_{\text{вых}} = \frac{hc}{\lambda} - e \cdot U_3.$$

Красной границе соответствует значение T_{max} равное нулю. Поэтому длина волны соответствующая красной границе равна:

$$\lambda_{\text{min}} = \frac{hc}{A_{\text{вых}}}.$$

ПРИМЕР 9.2

Основное состояние частицы в бесконечно глубокой прямоугольной потенциальной яме шириной L характеризуется волновой функцией

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{\pi}{L} x.$$

А 3. Найти вероятность нахождения частицы в интервале ΔL вблизи стенки ямы.

Решение примера 9.2.

Вероятность обнаружения частицы в интервале от x до $x+dx$ пропорциональна произведению квадрата модуля волновой функции $\psi(x)$ и самого интервала dx :

$$d\omega = |\psi(x)|^2 dx.$$

Следовательно, вероятность нахождения частицы в интервале ΔL вблизи стенки ямы определится из выражения:

$$\begin{aligned}\omega &= \frac{2}{L} \int_0^{\Delta L} \sin^2 \frac{\pi x}{L} dx = \frac{2}{L} \cdot \frac{L}{\pi} \int_0^{\frac{\pi \Delta L}{L}} \sin^2 \frac{\pi x}{L} d\left(\frac{\pi x}{L}\right) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi \Delta L}{L}} \sin^2 \frac{\pi x}{L} d\left(\frac{\pi x}{L}\right) = \\ &= \frac{2}{\pi} \left(\frac{\pi x}{2L} - \frac{1}{4} \sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \right) \Big|_0^{\frac{\pi \Delta L}{L}} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{\pi \Delta L}{2L} - \frac{1}{4} \sin\left(\frac{2\pi \Delta L}{L}\right) \right) = \frac{\Delta L}{L} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi \Delta L}{L}\right).\end{aligned}$$

Информационный блок (9)

Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h\nu = A_{\text{вых}} + T_{\text{max}},$$

где $h\nu$ — энергия фотона, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж \cdot с — постоянная Планка, ν — частота излучения; $A_{\text{вых}}$ — работа выхода; T_{max} — максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.

Обобщенная формула Бальмера

$$\omega_{mn} = RZ \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где ω_{mn} — частота перехода между энергетическими уровнями с квантовыми числами m и n , R — постоянная Ридберга, Z — порядковый номер водородоподобного атома.

Дейбройлевская длина волны λ частицы с импульсом p равна

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{h}{p}.$$

Кинетическая энергия частицы в нерелятивистском случае равна

$$E_k = \frac{p^2}{2m},$$

где m — масса частицы.

Стационарное уравнение Шредингера

$$\Delta\psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U)\psi = 0,$$

где ψ — координатная часть полной волновой функции, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ —

оператор Лапласа, E — полная энергия частицы, U — ее потенциальная энергия.

Вероятность обнаружения частицы в интервале от x_1 до x_2 равна

$$\omega = \int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Анисимов О.С. Основы методологического мышления.— М.: Внешторгиздат, 1989. — 412 с.
2. Громыко Ю.В. Мыследеятельностная педагогика (теоретико-практическое руководство по освоению высших образцов педагогического искусства). — Мн.: Технопринт, 2000. — 376 с.
3. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики: Учеб. пособие для вузов.— М.: Высш. шк., 1989. — 608 с.
4. Каролинский В.Г., Чопчиц Н.И. Задания по физике для студентов I курса и методические указания по их решению (По разделу: “Физические основы классической механики”). — Брест, Издание БИСИ, 1984. — 47 с.
5. Мурзов В.И. и др. Общая физика в задачах и решениях: Учеб. пособие для инж.-техн. спец. вузов / В.И. Мурзов, А.Ф. Кононенко, Л.Г. Филиппова. — Мн.: Выш. шк., 1986. — 164 с.
6. Иродов И. Е. Задачи по общей физике. — М.: Наука, 1979. — 368 с.
7. Иродов И. Е., Савельев И. В., Замша О. И. Сборник задач по общей физике / Под редакцией И. В. Савельева — М.: Наука, 1975. — 320 с.
8. Савельев И. В. Курс общей физики, т. 1. Механика. Молекулярная физика. — М.: Наука 1989. — 350 с.
9. Савельев И. В. Курс общей физики, т. 2. Электричество и магнетизм.— М.: Наука , 1982. — 496 с.
10. Савельев И. В. Курс общей физики, т. 3. Квантовая оптика. Атомная физика. Физика твердого тела. Физика атомного ядра и элементарных частиц.— 3-е изд., испр., 1987. — 317 с.
11. Физика для вузов. Механика. Молекулярная физика: Учеб. пособие / И.И. Наркевич, Э.И. Волмянский, С.И. Лобко. — Мн.: Выш. шк., 1992. — 432 с.
12. Физика: Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей вузов (включая сельскохозяйственные вузы) / А. А. Воробьев, В. П. Иванов, В. Г. Кондакова, А. Г. Чертов — М.: Высш. шк., 1987. — 208 с.
13. Фирганг Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики. — Учеб. пособие для вузов.— М.: Высшая школа, 1977.— 351 с.

Учебное издание

Гладковский Виктор Иванович

ПОСОБИЕ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО КУРСУ «ФИЗИКА»

Рекомендовано Советом Брестского государственного технического университета в качестве пособия для студентов специальностей:

1-36 01 01 «Технология машиностроения»

1-36 01 03 «Технологическое оборудование машиностроительного производства»

1-37 01 06 «Техническая эксплуатация автомобилей»

1-53 01 01 «Автоматизация технологических процессов и производств»

ISBN 985-493-046-7



Ответственный за выпуск: Гладковский В.И.

Редактор: Строкач Т.В.

Компьютерная верстка: Боровикова Е.А.

Корректор: Никитчик Е.В.

Лицензия №02330/0148711 от 30.04.2004 г.

Подписано к печати 08.06.2006 г. Бумага «Снегурочка». Усл. п. л. 5,8.

Уч.-изд.л. 6,25. Формат 60x84 ¹/₁₆. Тираж 200 экз. Заказ № 926.

Отпечатано на ризографе учреждения образования
«Брестский государственный технический университет».

224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

Лицензия №02330/0133017 от 30.04.2004 г.