

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ НЕЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ, ДОПУСКАЮЩЕГО СУЩЕСТВОВАНИЕ ДВУХ РЕШЕНИЙ В ФОРМЕ ОБЩИХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ РИККАТИ

*Степанюк Г.П. (ВГУ имени Леси Украинки, Луцк),
Чичурин А.В. (БрГУ имени А. С. Пушкина, Брест)*

Рассматривается нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка вида

$$a_1 \frac{d^2 y}{dx^2} = (6a_1^2 y + 3a_1 a_2 + a_1') \frac{dy}{dx} - 4a_1^3 y^3 - 6a_1^2 a_2 y^2 - (4a_1^2 a_3 + a_2 a_1' + 2a_1 a_2' - a_1 a_2'') y + a_1 a_3' - a_1' a_3 - 2a_1 a_2 a_3, \quad (1)$$

где $a_i = a_i(x)$ ($i = 1, 2, 3$) – аналитические функции. Уравнение (1) имеет два однопараметрических семейства решений в форме общих решений уравнений Риккати вида

$$\frac{dy}{dx} = c_1(x)y^2 + c_2(x)y + c_3(x), \quad (2)$$

где

$$c_1(x) = a_1(x), \quad c_2(x) = a_2(x), \quad c_3(x) = a_3(x) \quad (3)$$

для первого семейства решений или

$$c_1 = 2a_1,$$

$$c_3 = \frac{1}{2a_1^2} (2a_1 a_2^2 + 4a_3 a_1^2 - (3a_1 a_2 + a_1') c_2 + a_1 c_2^2 + a_1' a_2 - a_1 a_2' + a_1 c_2'),$$

$$3(c_2 - a_2) a_1'^2 + 2a_1^3 (2a_3 (c_2 - 2a_2) + a_3') + a_1 (a_1' (-7a_2^2 + 10a_2 c_2 - 3(c_2^2 - a_2' + c_2')) + (a_2 - c_2) a_1'') + a_1^2 (-6a_2^3 + 11a_2^2 c_2 + c_2^3 - 2a_3 a_1' + a_2 (-6c_2^2 + 7a_2' - 6c_2')) + c_2 (-4a_2' + 3c_2') - a_2'' + c_2'' = 0,$$

для второго семейства решений.

Уравнение (1) строится из уравнения (2), (3), согласно алгоритма, изложенного в работе [1]. Исследование уравнения (1) проводится согласно метода, изложенного в работе [2].

Список литературы

- 1 Лукашевич, Н. А. Дифференциальные уравнения первого порядка / Н. А. Лукашевич, А. В. Чичурин. – БГУ, Минск, 1999. – 210 с.
- 2 Чичурин, А. В. О существовании отображений между нелинейным уравнением второго порядка и уравнениями Абеля / А. В. Чичурин // Вестник Белорусского ун-та. Сер. 1, Математика. – № 3. – 2003. – С. 76–80.