

Уласевич В.П., Жданов Д.А.

К ОЦЕНКЕ ВЛИЯНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОЛОГИХ АРОК

Введение. В процессе проектирования объектов капитального строительства общественного и промышленного назначения возникает необходимость проектирования покрытий больших пролетов. В этом случае важную роль играет правильно выбранная конструктивная схема и расчетная модель ее основных несущих конструкций покрытий. Последнее особенно актуально в конструктивных схемах, несущими элементами которых являются гибкие стержни, выполненные из высокопрочной стали и других высокопрочных материалов, при оценке напряженно-деформированного состояния которых необходим учет деформированной геометрии (по [1] – эффекты 2-го порядка). В свете сказанного, становятся понятными высказывания авторов [2] о необходимости учета геометрической нелинейности расчетных моделей. На необходимость дальнейшего совершенствования методов расчета современных конструктивных схем четко указывает и ряд нормативных документов, среди которых Еврокод, принятый в Республике Беларусь [3]. В данной работе нами предпринята попытка показать, в какой мере и почему проблема расчета по деформированной схеме равновесия актуальна для пологих арок.

В арочных покрытиях с целью уменьшения объема, подлежащего в процессе эксплуатации здания обогреву, стремятся применять пологие арки. Однако с уменьшением пологости арок растет величина распора, восприятие которого требует специальных опорных конструкций. Кроме того, вертикальные деформации сечений арки, возникающие от неравновесных нагрузок, вызывают приращение момента по величине соизмеримые со значениями, выявляемыми при расчетах, не учитывающих деформированную схему равновесия. Кроме того, арки необходимо проверять на общую устойчивость. При расчете по недеформированной схеме используется приближенная методика определения критической нагрузки или критической величины продольной силы [4], в то время как их расчет по деформированной схеме, как правило, решает и задачу об общей устойчивости.

Учитывая вышесказанное, одной из главных проблем проектирования арочных покрытий становится проблема выбора метода расчета их расчетных моделей. И в этом случае необходим метод расчета, учитывающий деформированную схему равновесия, порождающий геометрическую нелинейность.

Таким образом, разработка алгоритма и программы расчета арочных систем позволит получить математическую модель для проведения численных исследований поведения их под нагрузкой. На наш взгляд, программа расчета и выполненные с ее помощью исследования арочных систем представляют научный и практический интерес, а поэтому их разработка актуальна как в теоретическом, так и в практическом аспекте.

Краткий анализ методов расчета пологих арок. Строительство большепролетных покрытий промышленных и гражданских зданий, железнодорожных мостов через реки и другие препятствия потребовало поиска эффективных конструктивных форм, среди которых на первое место вышли арочные и вантовые системы.

Арка как расчетная модель арочных конструктивных схем определена в сборнике рекомендуемых терминов так [5]: «Плоская распорная система, имеющая форму кривого стержня, обращенного выпуклостью в направлении, противоположном направлению основной нагрузки».

Необходимо иметь в виду, что линейный расчет пологих арок дает заведомо ложные результаты, поскольку внутренние усилия отыскиваются в исходном состоянии и не зависят от изменений геометрического очертания системы в процессе ее деформирования

под воздействиями, его возмущающими.

Опыт проектирования арок и других арочных систем выработал методику расчета, построенную на применении для вычисления внутренних сил классических линейных методов расчета (метода сил, метода перемещений, МКЭ) путем использования разработанных на их основе вычислительных комплексов. Возникающая для арок при этом необходимость обеспечить ее общую устойчивость решается путем разработки методики расчета на устойчивость, построенной на определении критической расчетной нагрузки или критической продольной силы в арке (устойчивость первого рода). Такая методика расчета арок на устойчивость достаточно точна для непологих арок, так как вычисленные внутренние усилия по линейным методам позволяют получить удовлетворительные результаты, выполнив проверку арки на устойчивость по методикам, изложенным в соответствующих СНиП, СНБ ЕН.

Заметим, что приведенная выше проверка арки на общую устойчивость не лишена недостатков, так как она не выявляет критического состояния арки в зависимости от вида нагрузки и характера ее распределения по длине пролета. Обычно такая проверка может гарантировать устойчивость арки при полном нагружении пролета, и может быть использована на начальной стадии ее проектирования, требующей для дальнейшего расчета подбора геометрических характеристик сечения. Важно также и то, что такая проверка на устойчивость не может обеспечить второе предельное состояние, связанное с вертикальными прогибами. Особенно это неприемлемо для пологих арок, для которых важно учесть в расчете деформированную геометрию равновесия, при которой необходимо отказаться от принципа отвердевания. Главный недостаток такого расчета состоит в вычислении внутренних сил и перемещений сечений арки без учета деформированной схемы равновесия.

Применение сталей повышенной прочности и других высокопрочных материалов к расчетным моделям пологих арочных и вантовых систем, порождающих их повышенную деформативность, делает применение линейных методов расчета практически непригодными при проверке ее прочности и общей устойчивости (первая группа предельных состояний а вследствие проявления ей повышенной деформативности не позволяет также оценить нормируемые деформации (вторая группа предельных состояний).

Основы расчета пологих арок по деформированной схеме.

Впервые необходимость учета геометрической нелинейности при расчете арочных систем была отмечена в работе А.А. Белоуса [5], а в последующем этой проблеме были посвящены работы А.А. Пиковского [6], О.О. Денисова [7], В.П. Уласевича [8].

В настоящее время научными исследованиями доказано, что если в результате расчета арки будет учтена деформированная схема равновесия, то, как правило, одновременно будет решена и задача об устойчивости арки, так как выявленные при этом прогибы оси арки могут быть сравнены с предельными их значениями, установленными нормами [8, 9].

При расчете по деформированной схеме, в отличие от линейного расчета, рассматривается не расчетная схема в общепринятом понимании, а расчетные схемы деформированных состояний, количество которых определено множеством возмущающих параметров, воздействующих на исходное состояние. Уравнение равновесия арки в исходном состоянии в общем случае представляем в следующем виде [8]:

Уласевич Вячеслав Прокофьевич, кандидат технических наук, профессор кафедры строительных конструкций Брестского государственного технического университета.

Жданов Дмитрий Александрович, студент 5-го курса строительного факультета специальности Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.

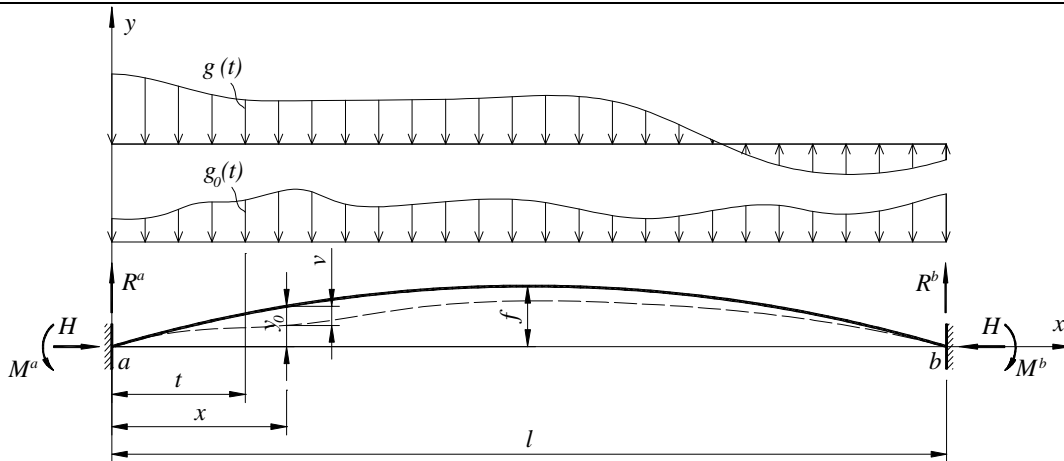


Рис. 1. К расчету арки с учетом геометрической нелинейности

$$\frac{d^4 y_0}{dx^4} - \frac{H_0}{EI_0} \cdot \frac{d^2 y_0}{dx^2} = - \frac{g_0(x)}{EI_0}, \quad (1)$$

где $g_0(x)$ – функция нагрузки в исходном состоянии, которая может быть задана в виде любой непрерывной на данном промежутке функции;

H_0 – распор в исходном состоянии арки;

EI_0 – изгибная жесткость арки в исходном состоянии;

y_0 – форма очертания оси стержня в исходном деформированном состоянии, функционально увязанная в общем случае с внутренними усилиями, нагрузкой $g_0(x)$ и жесткостными характеристиками сечения арки.

В работе [8] предложено геометрическое очертание оси арки в исходном состоянии описывать уравнением равновесия очень гибкого стержня (изгибная жесткость $EI_0 \rightarrow 0$). Тогда полученное в [8] решение дифференциального уравнения равновесия (1) для гибкого стержня, закрепленного на равновысоких цилиндрических опорах и нагруженного сплошной нагрузкой произвольной интенсивности $g_0(x)$, будет представлять функцию, совпадающую с очертанием арки по кривой давления вида (рис. 1)

$$y = - \frac{1}{H_0} \left[\left(\int_0^l (l-t) g_0(t) dt \right) x - \int_0^x (x-t) \cdot g_0(t) dt \right], \quad (2)$$

что дает возможность выбрать оптимальное очертание кривой давления с учетом наиболее вероятных комбинаций воздействий исходной и возмущающих нагрузок.

Уравнение равновесия распорной системы в рассчитываемых состояниях описывает следующее интегро-дифференциальное уравнение, полученное в [8] в виде:

$$\frac{d^4 v}{dx^4} - \frac{H}{EI} \frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{H-H_0}{EI} \cdot \frac{d^2 y_0}{dx^2} - \frac{g(x)}{EI}, \quad (3)$$

где $g_0(x)$ – функция нагрузки в рассчитываемом состоянии, которая может быть задана в виде любой непрерывной на данном промежутке функции;

H – распор в рассчитываемом состоянии;

EI – изгибная жесткость распорной системы в рассчитываемом состоянии.

Общее решение уравнения (3) с учетом (2) и граничных условий

$$y|_{x=0} = 0; \quad y|_{x=l} = 0; \quad y''|_{x=0} = M^a / EI; \quad y''|_{x=l} = M^b / EI \quad (4)$$

запишется в следующем виде:

$$v = y_0 - \frac{1}{H} \left[\left(\int_0^l (l-t) \cdot p(t) dt \right) \frac{x}{l} - \int_0^x (x-t) p(t) dt + M^a - (M^a - M^b) \frac{x}{l} - M^b \right], \quad (5)$$

где $p(t) = g_0(t) + g(t)$; M^a, M^b – опорные моменты, соответственно левой и правой опоры.

Тогда форма очертания оси арки в рассчитываемом состоянии имеет вид

$$y = \frac{1}{H} \left[\left(\int_0^l (l-t) \cdot p(t) dt \right) \frac{x}{l} - \int_0^x (x-t) p(t) dt + M^a - (M^a - M^b) \frac{x}{l} - M^b \right]. \quad (6)$$

Здесь выражение для изгибающих моментов в гибком стержне:

$$M = \frac{r}{a} \sin(ax) - \frac{1}{a_0} \int_0^x \sin[a(x-t)] (p(t) - \beta g_0(t)) dt + \frac{M^a}{\sin(a \cdot l)} \sin[a(l-x)] + \frac{M^b}{\sin(a \cdot l)} \sin(ax), \quad (7)$$

$$a = \sqrt{\frac{H}{EI}}; \quad \beta = \frac{H}{H_0}; \quad r = \frac{1}{\sin(a \cdot l)} \int_0^l \sin[a(l-t)] \cdot (p(t) - \beta g_0(t)) dt \quad (8)$$

Функция прогибов гибкого стержня совместно с условиями продольных и угловых деформаций позволили сформировать нелинейную систему основных разрешающих уравнений относительно трех неизвестных: H – распора; M^a и M^b – левого и правого опорных моментов арки соответственно, подобную системе, принятой в [9]

$$\left. \begin{aligned} \frac{H \cdot l}{EA} + \left(\frac{H}{EA} - \frac{1}{2} \right) \frac{D(p, H)}{H} + \left[H(c_n^a - c_n^b) + \left(\alpha \cdot l \cdot \Delta t - \frac{P_n \cdot l}{EA} \right) \right] + J_0 &= 0 \\ \left(\frac{tg(a \cdot l) - a \cdot l}{H \cdot l \cdot tg(a \cdot l)} - c_y^a \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=0}^2 \right] \right) M^a - \frac{\sin(a \cdot l) - a \cdot l}{H \cdot \sin(a \cdot l)} M^b &= \frac{dv}{dx} \Big|_{x=0, M^a, M^b}; \\ \frac{\sin(a \cdot l) - a \cdot l}{H \cdot l \cdot \sin(a \cdot l)} M^a - \left(\frac{tg(a \cdot l) - a \cdot l}{H \cdot l \cdot tg(a \cdot l)} - c_y^b \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=l}^2 \right] \right) M^b &= \frac{dv}{dx} \Big|_{x=l, M^a, M^b=0} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где $D(p, H)$ – характеристика нагрузки и внутренних усилий:

$$D(p, H) = \int_0^l \left[\left(\int_0^l (l-t) \cdot p(t) dt \right) \frac{x}{l} - \int_0^x p(t) dt - \frac{1}{l} (M^a - M^b) \frac{x}{l} - \frac{dM}{dx} \right]^2 dx; \quad (10)$$

α – коэффициент линейного температурного расширения стержня;

Δt – температурный перепад по отношению к исходному состоянию;

P_n – усилие предварительного натяжения;

J_0 – деформационная характеристика исходного состояния системы [8];

c_y^a, c_y^b – коэффициент угловой податливости соответственно левого и правого конца арки (0 – идеальный шарнир, 1 – жесткая заделка);

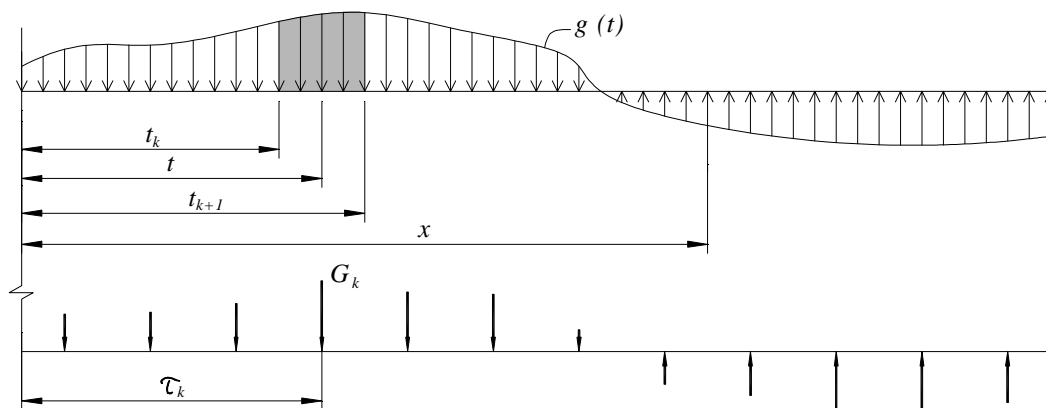


Рис. 2. Схема численной реализации интегральных квадратур

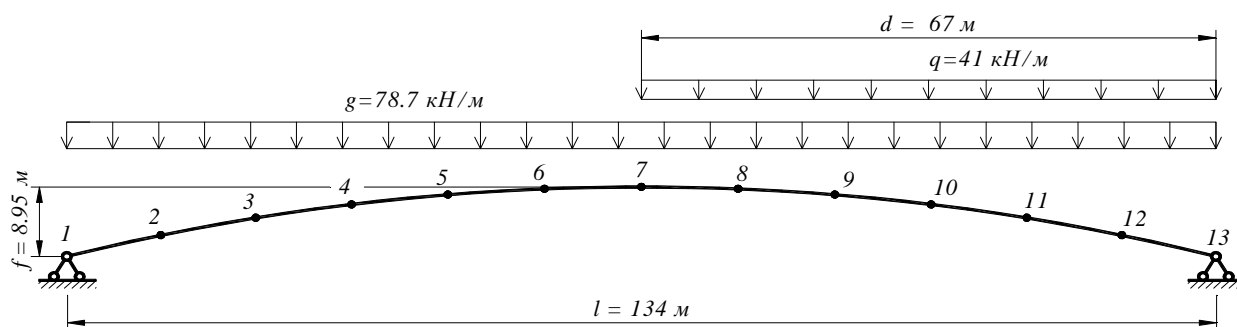


Рис. 3. Расчетная модель арки к контрольному примеру

C_n^a, C_n^b – коэффициент линейной податливости соответственно левого и правого конца арки;

EA – продольная жесткость арки в рассчитываемом состоянии.

После решения нелинейной системы уравнений (9) относительно H, M^a и M^b точные значения перемещений и моментов в деформированном состоянии могут быть определены по уравнениям (6) и (7).

Если арка под действием суммарной нагрузки $p(x) = g_0(x) + g(x)$ окажется в растянуто-изогнутом состоянии, то в нелинейных уравнениях (7) тригонометрические функции следует заменить на гиперболические.

К численной дискретизации решения в интегральных квадратурах. Изложенная методика расчета пологих двухшарнирных и бесшарнирных арок реализована в алгоритме программы DrarCAD. Поскольку основные уравнения метода содержат аналитические решения для сплошной нагрузки произвольной интенсивности $p(x)$ в интегральных квадратурах, то при реализации уравнений на ПК нами предложена их численная дискретизация с использованием известной теоремы о среднем, как это предложено в [8]. Это, с одной стороны, обеспечивает достаточно высокую точность вычислений, а с другой – удобно в реализации уравнений метода на ЭВМ. После предложенного способа дискретизации уравнения (1)–(10) метода имеют вид (рис. 2):

– функция формы очертания арки в исходном состоянии (1)

$$y_0 = \frac{1}{H_0} \left[\frac{x}{l} \sum_{k=1}^n F_{0,k}(l-t_k) - \sum_{k=1}^n F_{0,k}(x-t_k) \right]; \quad (11)$$

– функция вертикальных перемещений оси арки (5)

$$v = y_0 - \frac{1}{H} \left[\left(\frac{x}{l} \sum_{k=1}^n F_{1,k}(l-t_k) \right) x - \sum_{k=1}^n F_{1,k}(x-t_k) + M^a - (M^a - M^b) \frac{x}{l} - M^b \right]; \quad (12)$$

– функция формы очертания арки в рассчитываемых состояниях (6)

$$y = \frac{1}{H} \left[\frac{x}{l} \sum_{k=1}^n F_{1,k}(l-t_k) - \sum_{k=1}^n F_{1,k}(x-t_k) + M^a - (M^a - M^b) \frac{x}{l} - M^b \right]; \quad (13)$$

$$M = \frac{r}{a} \sin(a \cdot x) - \frac{1}{a_0} \sum_{k=1}^n F_{1,k} \sin[a(x-t_k)] + \frac{M^a}{\sin(a \cdot l)} \sin[a(l-x)] + \frac{M^b}{sh(a \cdot l)} \sin \left[+ \frac{M^b}{sh(a \cdot l)} \sin(ax) \right]. \quad (14)$$

Основные вычислительные процедуры алгоритма реализованы средствами программирования с максимальным использованием встроенной библиотеки вычислительных функций математической среды MathCAD.

Использование математических средств среды MathCAD на этапе отладки программы позволяет значительно сократить потери времени на реализацию сложных алгоритмов на языках высокого уровня, предоставляет лучшую визуализацию процессов и процедур алгоритма [9]. Для упрощения процедуры ввода исходных данных, а также максимально наглядного представления нагрузки, расчетных схем исходного и рассчитываемого деформированных состояний, а также результатов расчета, разработан пользовательский интерфейс программы, реализованный в системе C++ Builder. Результаты расчета представляются в рабочем окне программы как в графическом (в виде эпюр внутренних усилий и прогибов), так и в табличном видах.

Результаты численных исследований расчетных моделей арок. При разработке новых методов и программ для ПК, в которых они реализованы, на стадии отладки важно иметь достоверный контрольный пример расчета, выполненный другими авторами со своей методикой деформационного расчета.

Пример №1 (отладочный). В качестве такого примера нами выполнен расчет двухшарнирной пологой стальной арки (рис. 3) кругового очертания, приведенный в работе [6], пролетом $l=134$ м и стрелой подъема $f=8,95$ м. Модуль упругости материала принят $E=2,1 \cdot 10^5$ МПа, момент инерции $I=0,5595$ м⁴, площадь поперечного сечения $A=0,2932$ м². Постоянная нагрузка $g=78,7$ кН/м, переменная $q=41$ кН/м распределена на половине пролета.

Таблица 1. Сопоставление результатов расчета контрольного примера

№ Сечения	Ордината, м	Изгибающие моменты, кН·м				Различие в результатах деформационных расчетов	Различие в результатах линейного (Lira) и деформационного (DrarCAD) расчетов
		По методу А.А. Пиковского (6)	По результатам расчета в программе DrarCAD	По результатам линейного расчета в программе Lira	По результатам линейного расчета в программе Аrka2 с учетом деформаций от N		
1	0,000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00%	0,00%
3	22,04	-11219,35	-10399,00	-7970,63	-8085,60	7,89%	28,61%
5	44,431	-9014,30	-8768,79	-6029,61	-5930,68	2,80%	47,85%
7	67,000	5054,27	4945,86	4430,87	5053,67	2,19%	2,18%
9	89,569	17117,99	17347,89	14187,88	14124,59	1,34%	22,82%
11	111,96	14778,22	15378,62	12076,63	11732,77	4,06%	31,07%
13	134,000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00%	0,00%
Распор, кН		24752,26	24793,51	24351,16	24187,54	0,17%	2,51%

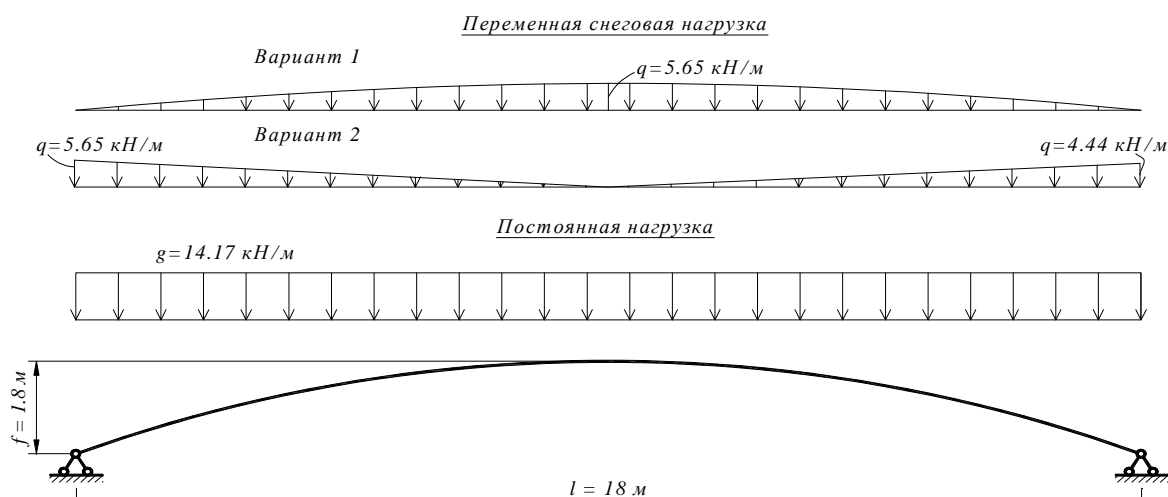


Рис. 4. Схемы загрузки арки снеговой нагрузкой

В таблице 1 приведены результаты деформационного расчета, взятые из (6), а также выполненные нами по программе DrarCAD. Кроме того, нами был выполнен расчет и в линейной постановке с использованием вычислительного комплекса LiraWin 9.2.

Сравнительный анализ результатов расчета, принятых из контрольного примера и по программе DrarCAD (таблица 1), позволил сделать следующий вывод:

- разность в значениях величин изгибающих моментов, полученных при расчете по деформированной схеме в точке 9 (точка с максимальным значением изгибающего момента), составила 1,34%, а в среднем – не более 5%. Разность в значениях величин распоров не превысила 0,17%, что свидетельствует о достаточно высокой точности расчета по методу [8], реализованному в алгоритме и программе DrarCAD;
- максимальная разница значений изгибающих моментов, полученных в результате расчета по недеформированной и деформированной схемам и имеющих существенное влияние на оценку предельных состояний первой и второй групп, достигла в точке 9 практически 30%, а в точке 5 – практически 50%. Важно, что и в точке 5 и в точке 9 большее значение изгибающих моментов получено по результатам деформационного расчета.

Пример № 2. Пологая двухшарнирная стальная арка параболического очертания пролетом $l=18$ м и стрелой подъема $f=1,8$ м.

Постоянная нагрузка $g=14/17$ м, временная снеговая нагрузка принята в соответствии со СНиП 2.01.07 Нагрузки и воздействия с измене-

ниями, прикладывается в двух вариантах (см. рис. 4). Материал арки – стальной прокатный профиль 20Б1 ГОСТ 26020, сталь класса С255.

Результаты расчета арки представлены на рисунке рабочего окна программы (рис. 5).

Результаты расчета арки (рис. 5) по программе DrarCAD на воздействие снеговой нагрузки:

Вариант 1. $H = 427,9 \text{ кН / м}$, $M_{\max} = 13,3 \text{ кН} \cdot \text{м}$, $V_{\max} = 3,98 \text{ см}$.

Вариант 2. $H = 364,1 \text{ кН / м}$, $M_{\max} = 22,6 \text{ кН} \cdot \text{м}$, $V_{\max} = 4,63 \text{ см}$.

Проверка прочности:

$$\frac{N}{A_n} + \frac{M_x}{W_{xn}} = \frac{364,1 \text{ кН}}{28,5 \text{ см}^2} + \frac{22,6 \text{ кН} \cdot \text{м}}{194,3 \text{ см}^3} = 244,3 \text{ МПа} < R_y \gamma_c = 250 \text{ МПа}.$$

Проверка жесткости арки:

$$v_{\max} = 4,63 \text{ см} < [v_{\max}] = \frac{l}{233} = \frac{18 \text{ м}}{233} = 7,73 \text{ см}$$

Условия выполняются.

Проверка устойчивости арки по критической силе как для центрально-сжатого стержня с расчетной длиной, равной μS , которая обусловлена наиболее вероятной формой потери устойчивости, по формуле (5.20) [4]:

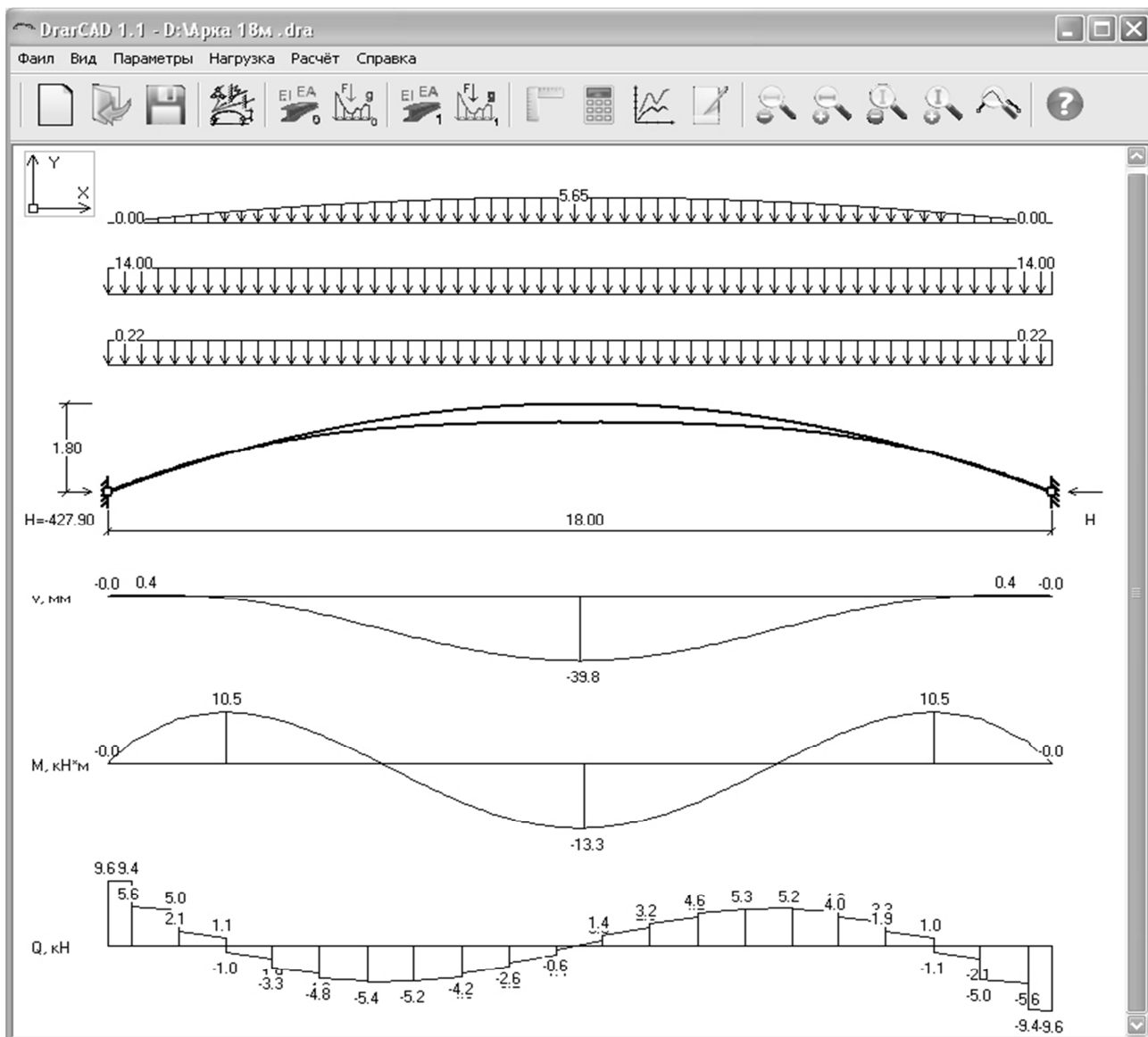


Рис. 5. Рабочее окно пользовательского интерфейса программы DragCAD

$$1,3N = 1,3 \cdot 427,9 \text{ кН} = 556,3 \text{ кН} < N_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu S)^2} = \frac{3,14^2 \cdot 210000 \text{ МПа} \cdot 1943 \text{ см}^4}{(1,03 \cdot 9,2 \text{ м})^2} = 442,6 \text{ кН},$$

где S – длина полуарки;

μ – коэффициент расчетной длины, принимаемый по табл. 5.3 [4].

Устойчивость не обеспечена. Требуется увеличить сечение.

В то же время мы видим, что по результатам деформационного расчета пригодность профиля обеспечена как по первой группе предельных состояний (прочность и устойчивость), так и по второй группе (оценка максимального прогиба). Это подтверждают и графические результаты деформационного расчета, представленные на рис. 5.

Заключение. Пологие гибкие арки следует рассчитывать по деформированной схеме, учитывающей геометрическую нелинейность их расчетной модели.

Выполненные примеры расчета подтверждают, что деформационный расчет арок важен с точки зрения возможности обеспечить конструктивные решения требуемой надежностью при оптимальной их экономичности.

Разработанный на основе деформационного метода расчета пологих распорных систем [8] алгоритм и программа DragCAD для расчета пологих арок обладает достаточно высокой точностью, а поэтому рекомендуется к использованию в качестве инструмента для проведения численных исследований, а также при разработке проектных решений пологих арочных систем.

Важно, что программа позволяет выполнить расчет арок с учетом геометрической нелинейности и на подвижную нагрузку.

СПИСОК ЦИТИРОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Надежность строительных конструкций. Общие принципы: СТБ ISO 2394-2007 (ISO 2394:1998, IDT). – Введ. 29.12.07, № 67. – Минск: Белорус. гос. ин-т стандартизации и сертификации, 2007 – 72 с.
2. Перельмутер, А.В. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа / А.В. Перельмутер, В.И. Сливкер. – Киев: Сталь, 2002. – 600 с.
3. Применение Еврокодов в Республике Беларусь // Государственный Комитет по стандартизации Республики Беларусь [Электронный ресурс]. – 2010. – Режим доступа: <http://www.gosstandart.gov.by/ru-RU/evro-2.php>. – Дата доступа: 04.06.2010.

4. Металлические конструкции: учеб. для строительных вузов: в 3 т. Т. 2. / В.В. Горев [и др.]; под ред. В.В. Горева. – 2-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2002. – Ч. 2: Конструкции зданий. – 528 с.
5. Строительная механика. Терминология. Сб. рекомен. терминов, вып. 82. Комитет научно-техн. терминологии АН СССР и ЦНИИСК Госстроя СССР. – М.: Наука, 1969. – 48 с.
6. Пиковский, А.А. Деформационный расчет арок / А.А. Пиковский, Б.А. Деревянкин // Труды Хабаровского института инженеров железнодорож. тр-та. – М.: Трансжелдориздат, 1951. – Вып.3. – С. 109–140.
7. Денисов, О.О. Расчет арок на прочность и устойчивость по деформированной схеме равновесия / О.О. Денисов. В сб.: Сопро- твление материалов и теория сооружений, вып. 7. – К.: Будівельник, 1968. – С. 101–112.
8. Уласевич, В.П. Деформационный расчет и исследование напряженно-деформированных состояний пологих однопоясных рас- порных систем: автореф. дис. ...канд. техн. наук: 01.02.03 / В.П. Уласевич; ЦНИИСК им. Кучеренко. – М., 1984. – 24 с.
9. Уласевич, В.П. Алгоритм пользовательского интерфейса де- формационного метода расчета гибких стержневых систем в среде MathCAD / В.П. Уласевич, Н.В. Бочарова, О.В. Костюк // Вестник БрГТУ. – 2010. № 5(65): Физика, математика, информа- тика. – С. 107–111.

Материал поступил в редакцию 14.03.11

ULASEVITCH V.P., ZHDANOV D.A. On the influence of geometrical non-linearity on the low-angle arches mode of deformation

Peculiarities of the deformation-based analysis of low-angle elastic arches have been considered. The algorithm for numerical realization of integral quadratures of analytical equilibrium equations for low-angle elastic arches has been developed. The computational nucleus of the algorithm has been realized using the MathCAD software package, while the user's interface has been developed in the C++ Builder programming environment.

Both the calculation results of a case example and numerical analyses into a set of parabolic elastic arches realized with the help of the authors' computer programme DrarCAD, are given to prove the necessity for the geometrically-deformed calculation model to be taken into account in the analysis of the arches in question.

УДК 624.012

Пецольд Т.М., Тур С.А.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ В ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ С НАПРЯГАЕМОЙ АРМАТУРОЙ, НЕ ИМЕЮЩЕЙ СЦЕПЛЕНИЯ С БЕТОНОМ

Введение. В практике проектирования конструктивных систем и их элементов возможны ситуации, когда для решения одной задачи могут быть использованы несколько различных расчетных моделей. Как правило, эти расчетные модели имеют различные уровни аппроксимации, но базируются на единой концепции надежности, гарантирующей требуемый минимальный уровень безопасности.

При проектировании пост-напряженных конструктивных элементов, в которых обжатие создают при натяжении напрягающих элементов на затвердевший бетон, приходится сталкиваться с подобной ситуацией. Главным образом многообразие подходов связано с определением напряжений (или приращений напряжений) в напрягающих канатах без сцепления с бетоном при проверках предельных состояний несущей способности.

Наиболее безопасный (консервативный) результат может быть получен в том случае, когда в напрягающих канатах вовсе не учитывается приращение напряжений в предельной стадии, а вклад напрягаемой арматуры в сопротивление изгибу вычисляется с учетом усилия $P_u = \sigma_{p,\infty} \cdot A_p$.

где $\sigma_{p,\infty}$ – предварительное напряжение в канатах с учетом всех потерь;

A_p – площадь напрягающих канатов.

При использовании такого подхода обычно недооцениваются предельные нагрузки, либо переоценивается требуемая площадь армирования.

Вычисления фактических (или близких к фактическим) напряжений в напрягающих канатах, базирующиеся на относительных деформациях конструктивного элемента, позволяют выполнить более точные расчеты и исключить излишне консервативные запасы. Это особенно важно в тех случаях, когда основное количество изгибной

арматуры имеет сцепление с бетоном и когда начальные напряжения при натяжении канатов достаточно высоки (приближаются к условному пределу текучести).

Это может быть проиллюстрировано следующей диаграммой (см. рис. 1), позаимствованной из работы [10]. На вертикальной оси графика показано отношение суммарного усилия в растянутой зоне изгибаемого элемента к сумме составляющих усилий в ненапрягаемой связанной и напрягаемой арматуре без сцепления, а на горизонтальной оси графика – отношение усилия, воспринимаемого напрягаемой арматурой без сцепления к сумме составляющих усилий в ненапрягаемой связанной и напрягаемой арматуре без сцепления

$$\left(\beta = \frac{f_{py} \cdot A_p}{A_p \cdot f_{py} + A_s \cdot f_{yd}} \right).$$

Усилие в растянутой зоне изгибаемого элемента в предельном состоянии несущей способности F_t включает в общем случае три компоненты: усилие, соответствующее достижению текучести в мягкой ненапрягаемой арматуре, имеющей сцепление F_{sy} , усилие начального натяжения в напрягающей арматуре без сцепления P_0 и приращение ΔP , вызванное удлинением напрягающей арматуры без сцепления под нагрузкой.

Для заданной конструкции, количества и распределения напрягаемой и ненапрягаемой арматуры, уточнения расчетной модели могут касаться только уточнения зависимостей для определения приращения усилия ΔP .

Как можно видеть из рисунка 1, точность вычисления деформаций конструктивного элемента, с использованием которых затем производится расчет приращений относительных деформаций в

Пецольд Тимофей Максимович, доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки РБ, профессор кафедры железобетонных конструкций Белорусского национального технического университета.

Беларусь, БНТУ, 220013, г. Минск, пр. Независимости, 65.

Тур Светлана Александровна, аспирантка кафедры строительных конструкций Брестского государственного технического университета.

Беларусь, БрГТУ, 224017, г. Брест, ул. Московская, 267.