УДК 527.925

И. Н. МЕЛЬНИКОВА, В. В. ВОЙТОВИЧ
Брест, БрГУ

СИСТЕМА ТРЕХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО ПОРЯДКА СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

При изучении физических явлений часто не удается непосредственно найти законы, связывающие физические величины, но сравнительно легко устанавливается зависимость между теми же величинами, их производными или дифференциалами. Таким образом, большинство физических явлений описывается на языке дифференциальных уравнений.

Термин *aequatio differentialis* - дифференциальное уравнение - был впервые введен Лейбницем в 1676 году для обозначения зависимости между дифференциалами dx и dy двух переменных x и y. В настоящее время под дифференциальными уравнениями понимают любые алгебраические или трансцендентные равенства, содержащие дифференциалы или производные.

Развитие теории дифференциальных уравнений имеет не меньшее значение для развития самого математического анализа. Большой интерес представляют классы функций, обладающие какими-нибудь особыми функциональными свойствами или удовлетворяющие дифференциальным уравнениям особенно простых типов. В настоящее время теория дифференциальных уравнений является источником, питающим математический анализ различными новыми классами функций, а также играет важную роль в современной общей теории дифференциальных уравнений и является базой для ряда прикладных задач.

Основная теорема аналитической теории дифференциальных уравнений - теорема Коши - при весьма общих предположениях гарантирует существование и единственность голоморфного решения дифференциального уравнения при заданных начальных условиях.

Вопрос же о поведении решений дифференциальных уравнений в окрестности особых точек впервые был поставлен Брио и Буке, которые считали особыми такие точки, в которых нарушается хотя бы одно из условий теоремы Коши существования и единственности решения. Фукс же особые точки решений дифференциальных уравнений разделил на два класса - неподвижные и подвижные. К неподвижным он относил те особые точки, которые можно определить по виду самого уравнения, например особые точки коэффициентов, а к подвижным - особые точки решения, конфигурация и характер которых меняются при переходе от одного частного решения к другому, т. е. зависят от начальных условий. В насто-

ящее время используется термин «особые точки дифференциальных уравнений», который включает в себя как подвижные, так и неподвижные особые точки.

Если уравнения имеют подвижные особые точки, то задача определения числа и конфигурации особых точек каждого частного решения становится очень сложной, поскольку неизвестно, какие из частных решений имеют особые точки, сколько их у данного решения, как они расположены на плоскости, какова структура решения в окрестности каждой особой точки. Это обстоятельство подчеркивалось неоднократно еще Пикаром, Пуанкаре, Пенлеве и др. Поэтому первые шаги в аналитической теории дифференциальных уравнений были сделаны в решении задачи выделения уравнений, не имеющих вообще подвижных особых точек. При исследовании нелинейных дифференциальных уравнений и их систем возникают трудности в связи с наличием у решений подвижных особых точек, положение которых по виду уравнений установить нельзя и которые имеют свое положение при переходе от одного решения к другому, т. е. при изменении начальных данных.

В связи с этим одной из основных задач, которые решаются в аналитической теории дифференциальных уравнений, является задача о выделении таких уравнений и систем, решения которых имеют подвижные особенности определенного типа или не имеют особенностей сложного характера. Эта проблема была четко сформулирована Пенлеве.

Имеет место изучение классификации систем дифференциальных уравнений и нахождение в явном виде достаточных условий отсутствия у таких систем решений с подвижными особенностями.

Нами проводится изучение свойств решений системы четырех дифференциальных уравнений первого порядка специального вида с дальнейшей их визуализацией с помощью пакета *Mathematica.*

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голубев, В. В. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений / В. В. Голубев. - М.; Л. : Гостехтеориздат, 1950. - 436 с.

2. Чичурин, А. В. Применение системы Mathematica при решении дифференциальных уравнений и в задачах математического моделирования : курс лекций : в 3 ч. / А. В. Чичурин, Е. Н. Швычкина. - Минск : БГУ, 2016—2017.-Ч. 2.-2017.-59 с.