

РАСЧЕТ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ ПЛАНЕТАРНЫХ ШАРИКОВЫХ И РОЛИКОВЫХ ПЕРЕДАЧ

А. В. Капитонов

К. т. н., доцент, доцент кафедры «Технология машиностроения» МОУВО «Белорусско-Российский университет», Могилев, Беларусь, e-mail: kavbru@gmail.com

Реферат

В статье рассмотрены вопросы, связанные с оценкой напряжений и упругих деформаций в планетарных шариковых и роликовых передачах. На основе методов определения контактных напряжений и деформаций соприкасающихся тел разработана методика и предложены математические зависимости расчета контактных напряжений и перемещений деталей зацепления этих передач от действия нормальных сил. Представлены значения наибольших контактных напряжений и деформаций звеньев планетарной шариковой и роликовой передачи, полученные расчетом по разработанной методике и характеризующие нагрузочную способность и точность передачи. Разработаны компьютерные модели, позволяющие рассчитать контактные и изгибные напряжения и деформации и дать оценку напряженно-деформированного состояния исследуемой роликовой передачи с учетом действующих одновременно на детали зацепления внешних нормальных сил.

Ключевые слова: планетарные шариковые и роликовые передачи, напряжения, деформации, компьютерное моделирование.

CALCULATION AND COMPUTER MODELING OF STRESSES AND DEFORMATIONS OF PLANETARY BALL AND ROLLER GEARS

A. V. Kapitonov

Abstract

The article discusses issues related to the assessment of stresses and elastic deformations in planetary ball and roller gears. On the basis of methods for determining contact stresses and deformations of contacting bodies, a methodology has been developed and mathematical dependences of calculating contact stresses and displacements of the gearing parts of these gears on the action of normal forces have been proposed. The values of the greatest contact stresses and deformations of the links of the planetary ball and roller gears, obtained by calculation according to the developed methodology and characterizing the load capacity and transmission accuracy, are presented. Computer models have been developed to calculate contact and bending stresses and deformations and to assess the stress-strain state of the studied roller transmission, taking into account the external normal forces acting simultaneously on the engagement parts.

Keywords: planetary ball and roller gears, stresses, deformations, computer modeling.

Введение

Объектами исследования являются малогабаритные планетарные шариковые радиально-плунжерные и роликовые передачи торцового типа [1–3]. Их преимущества в сравнении с зубчатыми и червячными передачами заключаются в невысокой стоимости, небольших массогабаритных характеристиках, соосном расположении валов, больших передаточных отношениях, модульном принципе сборки, позволяющем создавать конструкции многоступенчатых механизмов с передаточными отношениями более 10000. Многие конструкции этих передач доведены до практической реализации. Они используются в приводах машин, механизмов и технологического оборудования, например, в приводе станка монтажа автомобильных шин, в механизме подъема кабины лифта, в лебедке для ручного подъема крышки шахтной печи, для размыкания контактов железнодорожной электролинии, в механизмах для усиления крутящих моментов, в приводах высокоточных технологических приспособлений. Учитывая малогабаритные конструкции и высокие кинематические и силовые характеристики, планетарные шариковые и роликовые передачи могут эффективно использоваться в мехатронных устройствах автоматизированного производства.

Звенья этих передач могут испытывать большие контактные напряжения, что является одной из важных проблем при создании их конструкций, при использовании в силовых приводах подъемных механизмов и лебедок. Большие упругие контактные деформации приводят к снижению точности этих передач, увеличению кинематической погрешности. Известны конструкции планетарных передач с телами качения шариками и роликами [4–8], подтвержденные патентами, с меньшим влиянием контактных напряжений, более высокой нагрузочной способностью и кинематической точностью. Приведены методики расчета на прочность этих передач и редукторов по контактным напряжениям [1, 2]. Однако для планетарных шариковых и

роликовых механизмов не представлены математические зависимости и методики, позволяющие рассчитать контактные напряжения и деформации (перемещения) в звеньях, не проведена оценка контактных напряжений на нагрузочную способность и контактных деформаций на кинематическую точность передачи.

Методика расчета контактных напряжений и деформаций звеньев планетарных шариковых и роликовых передач

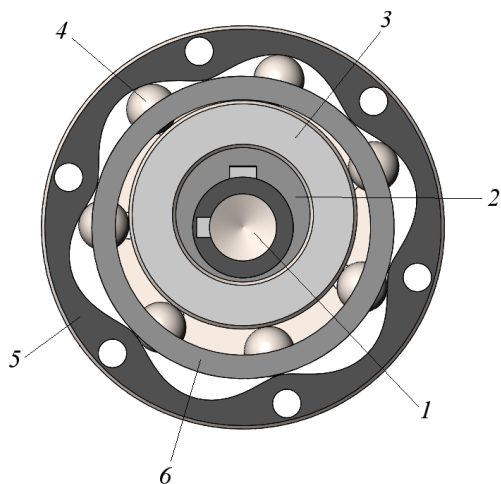
Применим методы расчета контактных напряжений и деформаций соприкасающихся тел [9–11] к расчету исследуемых передач.

Условие прочности деталей зацепления по контактным напряжениям

$$\sigma_i \leq [\sigma_H], \quad (1)$$

где σ_i – расчетное контактное напряжение i -й контактной пары соприкасающихся деталей; $[\sigma_H]$ – допускаемое контактное напряжение.

Наибольшие напряжения возникают в шариковых передачах (рисунок 1), так как контактирующими элементами являются сателлиты-шарики 4 с небольшими поверхностями контакта, взаимодействующие с ведущей 3 и неподвижной 5 беговыми дорожками, а также с рабочими поверхностями водила-сепаратора 6. При вращении ведущего вала 1, эксцентрика 2 и подшипника 3, цилиндрическая наружная поверхность которого представляет ведущую беговую дорожку, сателлиты-шарики 4 катятся по поверхности подшипника 3 и по внутренней поверхности многопериодной дорожки колеса 5, увлекая за собой водило-сепаратор 6 через отверстия в сепараторе. При перемещении сателлитов под нагрузкой наибольшие силы возникают по нормали к поверхностям контакта. Эти силы направлены на сателлит и на детали зацепления. В [1, 2] представлены зависимости для расчета сил, действующих в шариковой радиально-плунжерной передаче.



1 – ведущий вал; 2 – эксцентрик; 3 – подшипник (ведущая дорожка); 4 – спутник-шарик; 5 – колесо с неподвижной многопериодной дорожкой; 6 – водило-сепаратор

Рисунок 1 – Схема зацепления планетарной шариковой передачи

Контакт спутника-шарика с ведущим кольцом. В ведущем звене планетарной шариковой передачи наружная поверхность подшипника (ведущая дорожка) 3, установленного на эксцентрик 2, соединенный с ведущим валом 1, является однопериодной беговой дорожкой и имеет форму окружности, смещенной относительно оси вращения ведущего вала 1 на заданный эксцентриситет. Напряжение контактирующих элементов спутника-шарика 4 и подшипника 3 можно определить по формуле соприкасающихся сферических тел [9–11] с учетом поправочных коэффициентов K_1 , K_2 и K_3 [2, 12]:

$$\sigma_{1ш} = 0,338 \sqrt[3]{\frac{F_1 E^2 (R_1 + R_2)^2 K_1 K_3}{R_1^2 R_2^2 K_2}}, \quad (2)$$

где F_1 – нормальная сила, приложенная к ведущему кольцу; E – модуль упругости, принятый одинаковым для материала спутника-шарика и ведущего кольца; R_1 – радиус ведущего кольца; R_2 – радиус спутника-шарика; K_1 – коэффициент нагрузки спутника; K_2 – коэффициент неравномерности распределения нагрузки между спутниками из-за погрешностей изготовления деталей зацепления; K_3 – динамический коэффициент, связанный с погрешностями изготовления и кинематической погрешностью передачи.

Поправочные коэффициенты учитываются во всех последующих формулах расчета контактных напряжений и деформаций планетарных шариковых и роликовых передач.

Радиус поверхности контакта спутника-шарика с ведущим кольцом

$$r_{1ш} = 1,109 \sqrt[3]{\frac{F_1 R_1 R_2 K_1 K_3}{E (R_1 + R_2) K_2}}. \quad (3)$$

В результате деформации двух контактирующих поверхностей происходит суммарное перемещение оси спутника к оси симметрии эксцентрика

$$h_{1ш} = 1,23 \sqrt[3]{\frac{F_1^2 (R_1 + R_2) K_1 K_3}{E^2 R_1 R_2 K_2}}. \quad (4)$$

Контакт спутника-шарика с неподвижной многопериодной дорожкой. В неподвижном звене многопериодная дорожка колеса 5 (рисунок 1) является эквидистантой к кривой, описываемой уравнением смещенной окружности [1–3]. Напряжение контактирующих поверхностей, учитывая большой радиус кривизны многопериодной дорожки колеса 5 в месте контакта с спутником-шариком 4, можно определить по формуле соприкасающихся сферического тела и плоскости

$$\sigma_{2ш} = 0,338 \sqrt[3]{\frac{F_2 E^2 K_1 K_3}{R_2^2 K_2}}, \quad (5)$$

где F_2 – нормальная сила, приложенная к поверхности многопериодной дорожки.

Радиус поверхности контакта спутника-шарика и многопериодной дорожки

$$r_{2ш} = 1,109 \sqrt[3]{\frac{F_2 R_2 K_1 K_3}{E K_2}}. \quad (6)$$

Перемещение оси спутника по нормали к многопериодной дорожке в результате суммарной деформации контактирующих поверхностей

$$h_{2ш} = 1,23 \sqrt[3]{\frac{F_2^2 K_1 K_3}{E^2 R_2 K_2}}. \quad (7)$$

Контакт спутника-шарика с отверстием водила-сепаратора. В ведомом звене напряжение контактирующих поверхностей можно определить по формуле соприкасающихся шара и шаровой сферы

$$\sigma_{3ш} = 0,338 \sqrt[3]{\frac{F_3 E^2 (R_1 - R_2)^2 K_1 K_3}{R_1^2 R_2^2 K_2}}, \quad (8)$$

где F_3 – нормальная сила, приложенная к поверхности отверстия водила-сепаратора; R_1 – радиус отверстия водила-сепаратора.

Радиус поверхности контакта спутника-шарика с отверстием водила-сепаратора

$$r_{3ш} = 1,109 \sqrt[3]{\frac{F_3 R_1 R_2 K_1 K_3}{E (R_1 - R_2) K_2}}. \quad (9)$$

Перемещение оси спутника по нормали к водило-сепаратору в результате деформации контактирующих поверхностей

$$h_{3ш} = 1,23 \sqrt[3]{\frac{F_3^2 (R_1 - R_2) K_1 K_3}{E^2 R_1 R_2 K_2}}. \quad (10)$$

Схему зацепления, представленную на рисунке 1, можно применить и для расчета других типов планетарных передач с промежуточными телами качения – роликами.

Контакт спутника-ролика с ведущим кольцом. Ведущая беговая дорожка представляет, также, как и для шариковой передачи, наружную поверхность ведущего кольца, эксцентрично установленного относительно оси ведущего вала. Напряжение контактирующих элементов спутника-ролика и ведущего кольца можно определить по формуле пересекающихся цилиндров

$$\sigma_{1р} = \alpha \sqrt[3]{\frac{F_1^2 E^2 K_1 K_3}{R_2^2 K_2}}, \quad (11)$$

где α – коэффициент, зависящий от коэффициентов уравнения эллипса касания; R_2 – радиус цилиндра спутника-ролика.

Контакт спутника-ролика с многопериодной дорожкой или водило-сепаратором. В роликовой передаче многопериодная дорожка также, как и в шариковой, в точках контакта имеет большие радиусы кривизны (практически плоскую поверхность), а водило-сепаратор имеет прямолинейные пазы, поверхности которых взаимодействуют с спутниками-роликами, поэтому напряжение этих контактирующих элементов можно определить по формуле соприкасающихся цилиндра и плоскости

$$\sigma_{23р} = 0,418 \sqrt[3]{\frac{F_{23} E K_1 K_3}{l R K_2}}, \quad (12)$$

где F_{23} – нормальная сила, приложенная к поверхностям многопериодной дорожки или паза водила-сепаратора; l – длина спутника-ролика.

Половина ширины контакта сопрягаемых поверхностей

$$b_{23р} = 1,52 \sqrt[3]{\frac{F_{23} R K_1 K_3}{l E K_2}}. \quad (13)$$

Поверхность контакта спутника-ролика с сопрягаемым цилиндром или плоскостью представляет собой узкий эллипс и в пределе превращается в узкий прямоугольник. Перемещения (деформации) в

роликовом зацеплении определялись по зависимости [9] с учетом равномерного давления, распределенного по прямоугольнику

$$h_p^{cp} = m \frac{F_i(1 - \nu^2)}{E\sqrt{S}}, \quad (14)$$

где h_p^{cp} – средне перемещение в одном направлении; m – числовой коэффициент, зависящий от отношения полуосей a и b эллиптической границы поверхности контакта (a/b) [9]; F_i – сила, приложенная нормально к поверхностям контакта деталей зацепления; E – модуль упругости; ν – коэффициент поперечной деформации; S – площадь нагруженной области.

Таблица – Контактные напряжения и деформации деталей зацепления в шариковой и роликовой передаче

Звено передачи	Расчетная нормальная сила F , Н	Напряжения расчетные σ , МПа	Параметр контакта r, b , мм	Перемещение 1, h , мм	Перемещение 2, h , мм
Сателлит-шарик с ведущей дорожкой	2546,5	3690,0	0,3185	0,0250	–
Сателлит-шарик с неподвижной дорожкой	2962,0	3301,5	0,3552	0,0253	–
Сателлит-шарик с сепаратором	1288,6	2125,7	0,2923	0,0133	–
Сателлит-ролик с ведущей дорожкой	2546,5	711,8	0,0483	0,0015	0,0046
Сателлит-ролик с неподвижной дорожкой	1481,0	687,8	0,0925	0,0019	0,0065
Сателлит-ролик с сепаратором	644,3	526,4	0,0704	0,0011	0,0037

В роликовой передаче сателлит-ролик находится в контакте с двумя поверхностями многопериодных дорожек и сепараторов, которые расположены зеркально относительно плоскости симметрии, проведенной перпендикулярно оси ролика. Поэтому на поверхность контакта сателлита-ролика действует сила в несколько раз меньше, чем на сателлит-шарик. В столбце «Перемещение 1» таблицы приведены значения, которые получены по зависимостям (2)...(14) и определяют нагруженность одного сателлита с учетом коэффициентов $K_1 = 0,234$, $K_2 = 0,8$ и $K_3 = 1,01...1,09$ [2, 12]. При этом коэффициент K_1 учитывает распределение нагрузки на все сателлиты передачи с неодинаковой их нагруженностью в зацеплении, которая зависит от углов подъема в местах контакта и, соответственно, с расположением сателлита на беговой дорожке. Наибольшие нагрузки передают сателлиты, находящиеся в середине подъема на среднем радиусе. Таким образом, в столбце «Перемещение 1» приведены значения с учетом контакта всех сателлитов передачи, но с неравномерным распределением нагрузки на каждый сателлит. В столбце «Перемещение 2» показаны значения перемещений с учетом действия всей нагрузки только на один сателлит в каждый момент времени для роликовой передачи. Этот случай возможен при больших погрешностях изготовления, когда при вращении происходит вхождение в зацепление только одного сателлита. В столбце «Перемещение 2» значения получены без учета коэффициентов K_1 , K_2 и K_3 . Для шариковой передачи нагрузка на один сателлит может создавать большие упругие контактные напряжения, превышающие допустимые. Поэтому при заданных в таблице силах расчеты напряжений и перемещений в сопрягаемых деталях шариковой передачи при нагрузке на один шарик не проводились.

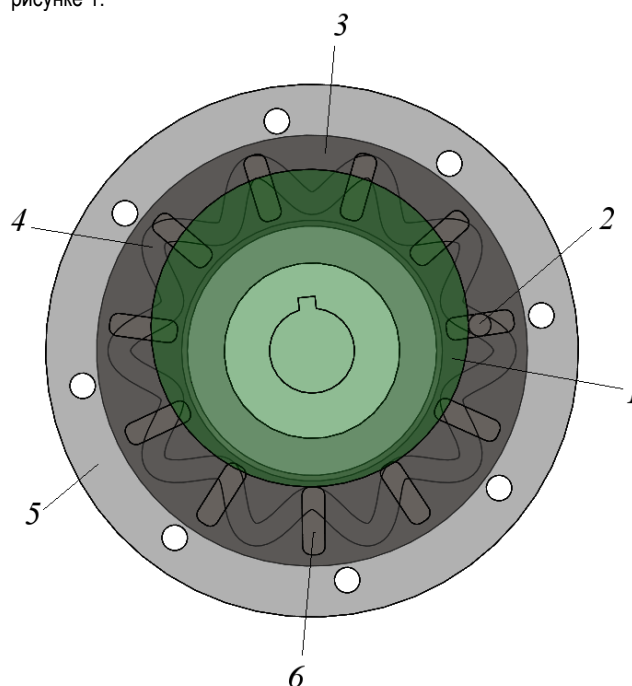
Как видно из таблицы, наибольшие контактные напряжения возникают в шариковой передаче. Они не превышают допустимого значения 3920 МПа, рассчитанного для заданных условий в соответствии с математическими зависимостями [2, 12], но являются предельными. При этом нагрузочная способность для шариковых передач ограничивается силовыми и габаритными параметрами. Для роликовых передач рассчитанные значения напряжений и перемещений меньше, чем для шариковых и нагрузочная способность выше. Однако в таблице показаны значения, полученные при контакте только двух сопрягаемых поверхностей, находящихся в зацеплении, и отдельно для каждого звена. При работе передачи на ее звенья действуют все рассматриваемые нормальные силы одновременно. В этом случае в роликовых передачах, кроме контактных напряжений, возникают напряжения при изгибе роликов, что приводит к увеличению их упругих перемещений, значения которых могут превышать значения контактных перемещений не только роликовых, но и шариковых передач. Эти суммарные упругие перемещения соизмеримы с погрешностями изготовления.

Используя математические зависимости (2)...(14), рассчитаны контактные напряжения и деформации (перемещения) звеньев планетарных шариковой и роликовой передач, для которых были приняты исходные данные: передаваемая мощность – 1500 Вт; угловая скорость ведущего вала – 157 с⁻¹; передаточное отношение – 7; КПД – 0,8; диаметры сателлита-шарика – 15 мм, сателлита-ролика – 8 мм; материал деталей зацепления – сталь 40ХН, 48–54 НRC; средние радиусы шариковых и роликовых беговых дорожек, соответственно – 41,5 мм и 60 мм. В таблице представлены результаты расчетов контактных напряжений в звеньях передачи и перемещений центров сателлитов при упругих деформациях.

Они снижают кинематическую точность и плавность работы передачи. Поэтому для оценки упругих деформаций и напряжений деталей зацепления роликовой передачи, при действии всех нормальных сил, разработаны компьютерные модели и методика компьютерного моделирования напряженно-деформированного состояния деталей зацепления и проведен статический анализ в программе SolidWorks Simulation методом конечных элементов.

Компьютерное моделирование напряженно-деформированного состояния планетарной роликовой передачи

На рисунке 2 показана схема зацепления планетарной роликовой передачи [7, 8], которая построена по той же кинематической схеме и имеет тот же принцип работы, что и шариковая передача на рисунке 1.



1 – ведущее звено; 2 – сателлит-ролик; 3 – неподвижный диск с многопериодной дорожкой; 4 – многопериодная дорожка; 5 – водило-сепаратор; 6 – паз водила-сепаратора

Рисунок 2 – Схема зацепления планетарной роликовой передачи

На рисунке 3 представлена компьютерная модель для одного спутника-ролика, находящегося в зацеплении, на которой показаны исходные параметры моделирования: места крепления деталей, все нормальные силы, действующие на эти детали и сопрягаемые поверхности. Методика компьютерного моделирования включает задание материала – легированной стали с механическими свойствами, соответствующими расчетным, установление контакта сопрягаемых поверхностей, определение способов крепления деталей, нагружение деталей зацепления силами, направленными по нормали к контактирующим поверхностям, выбор параметров конечно-элементной сетки, решение модели, анализ полученных значений.

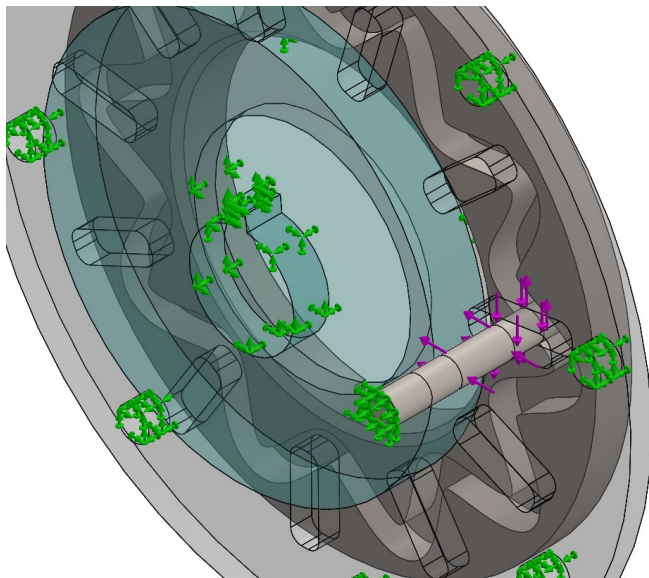


Рисунок 3 – Компьютерная модель с исходными параметрами моделирования

В результате моделирования созданы эпюры напряжений и деформаций нагружаемых деталей зацепления планетарной роликовой передачи. На рисунке 4 показана эпюра напряжений в роликовом зацеплении. Наибольшие напряжения возникают в местах контактов спутника-ролика с ведущей и неподвижной беговыми дорожками. При этом напряжения ниже предела текучести материала при растяжении и сжатии.

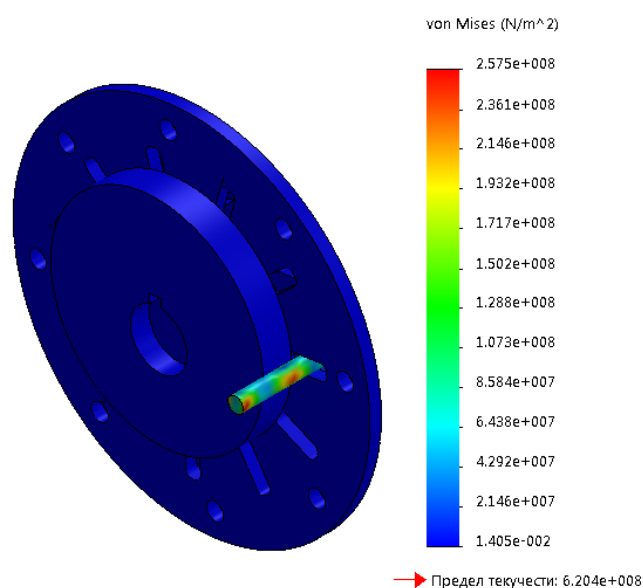


Рисунок 4 – Результаты компьютерного моделирования напряжений в роликовом зацеплении

На рисунке 5 показана эпюра перемещений в результате деформаций деталей роликовой передачи.

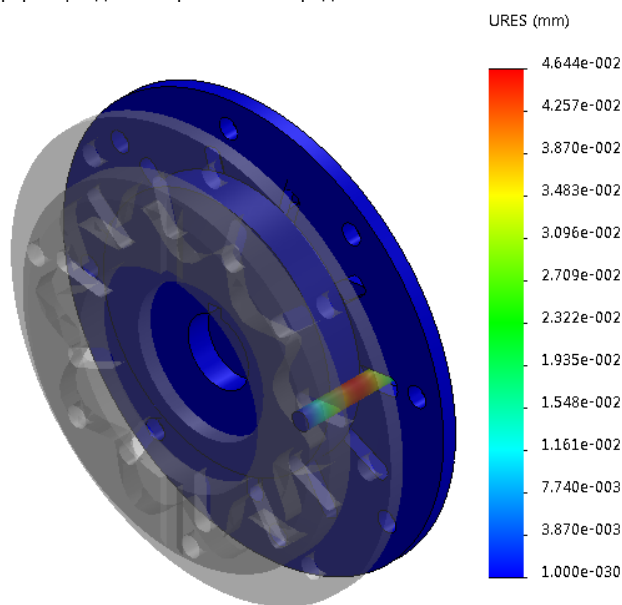


Рисунок 5 – Результаты компьютерного моделирования деформаций (перемещений) в роликовом зацеплении

Наибольшие перемещения возникают в середине спутника-ролика, т. к. все действующие на него нормальные силы создают кроме контактных деформаций еще и его изгиб. Наибольшее перемещение в результате моделирования составило 0,046 мм. Моделирование не учитывало распределение нагрузки на все спутники передачи. Рассматривался худший вариант, когда в зацеплении находится один спутник. С учетом коэффициентов K_1 , K_2 и K_3 и распределения нагрузки на все спутники наибольшее перемещение будет меньше и составит 0,0256 мм. Перемещения будут создавать неточности вращения выходного звена передачи, т. е. снижать ее кинематическую точность.

Заключение

Предложены математические зависимости с поправочными коэффициентами на основе которых разработана методика, позволяющая рассчитать контактные напряжения и деформации (перемещения) в звеньях планетарных шариковых и роликовых передач. Представлены значения наибольших контактных напряжений и деформаций, которые влияют на нагрузочную способность и точность рассматриваемых конструкций передач. Показано, что в роликовой передаче контактные напряжения по величине значительно меньше, чем в шариковой за счет разделения действия нагрузки на несколько участков цилиндрической поверхности спутника-ролика и за счет большей площади его контакта с деталями зацепления. Показано также, что в роликовом зацеплении, кроме контактных деформаций, возникают деформации при изгибе спутников-роликов, что снижает кинематическую точность передачи. Разработанные компьютерные 3D-модели и результаты моделирования позволили сделать визуализацию и оценку напряженно-деформированного состояния исследуемых передач и получить эпюры контактных и изгибных напряжений и деформаций в программной среде SolidWorks Simulation.

Проведенные исследования позволят определять напряжения и деформации в звеньях шариковых и роликовых передач при их проектировании и расчете массогабаритных характеристик.

Список цитированных источников

1. Планетарные кулачково-плунжерные передачи. Проектирование, контроль и диагностика / М. Ф. Пашкевич [и др.]. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2003. – 221 с.
2. Пашкевич, М. Ф. Планетарные шариковые и роликовые редукторы и их испытания / М. Ф. Пашкевич, В. В. Герасценко. – Минск : БелНИИТИ, 1992. – 248 с.

3. Капитонов, А. В. Кинематические и массогабаритные характеристики ресурсоэффективных механических передач. Компьютерное моделирование, экспериментальная оценка: монография / А. В. Капитонов, В. М. Пашкевич. – Могилев : Беларус.-Рос. ун-т, 2017. – 248 с.
 4. Лустенков, М. Е. Передачи с промежуточными телами качения: определение и минимизация потерь мощности / М. Е. Лустенков. – Могилев : Беларус.-Рос. ун-т, 2010. – 274 с.
 5. Методы экспериментальных исследований кинематической точности планетарных передач с промежуточными телами качения и контроля профиля беговых дорожек / А. В. Капитонов [и др.] // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2016. – № 2 (51). – С. 41–50.
 6. Исследование кинематической погрешности планетарного эксцентрикового редуктора / А. В. Капитонов [и др.] // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2014. – № 3 (44). – С. 14–24.
 7. Капитонов, А. В. Исследование кинематической точности планетарных роликовых передач методами гармонического анализа и контроля в сборе / А. В. Капитонов, С. Г. Черняков // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2011. – № 4 (33). – С. 40–50.
 8. Капитонов, А. В. Методика оценки и анализ кинематических погрешностей планетарных роликовых передач / А. В. Капитонов // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2009. – № 2 (23). – С. 88–97.
 9. Тимошенко, С. П. Теория упругости / перевод. с англ.: С. П. Тимошенко, Дж Гудьер ; под ред. Г. С. Шапиро. – 2-е изд. – М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 560 с.
 10. Менькова, Н. М. Прикладная механика. Введение в курс: учеб. пособие / Н. М. Менькова ; М-во образования РФ, Моск. гос. ин-т радиотехники, электроники и автоматики. – М. : Моск. гос. ин-т радиотехники, электроники и автоматики, 2003. – 98 с.
 11. Можаровский, В. В. Компьютерная реализация методики расчета контактного взаимодействия зубьев зубчатых колес из изотропного и композиционного материалов / В. В. Можаровский, С. В. Киргинцева // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – 2021. – № 6 (129). – С. 171–177.
 12. Иванов, М. Н. Детали машин: учеб. для студентов вузов / М. Н. Иванов ; под ред. В. А. Финогенова. – М. : Высш. шк., 1998. – 383 с.
- References**
1. Planetarnye kulachkovo-plunzhernye peredachi. Proektirovanie, kontrol' i diagnostika / M. F. Pashkevich [i dr.]. – Mogilev : Belorus.-Ros. un-t, 2003. – 221 s.
 2. Pashkevich, M. F. Planetarnye sharikovye i rolikovye reduktory i ih ispytaniya / M. F. Pashkevich, V. V. Gerashchenko. – Minsk : BelNIINTI, 1992. – 248 s.
 3. Kapitonov, A. V. Kinematicheskie i massogabaritnye harakteristiki resursoeffektivnyh mekhanicheskikh peredach. Komp'yuternoe modelirovanie, eksperimental'naya ocenka: monografiya / A. V. Kapitonov, V. M. Pashkevich. – Mogilev : Belorus.-Ros. un-t, 2017. – 248 s.
 4. Lustenkov, M. E. Peredachi s promezhutochnymi telami kacheniya: opredelenie i minimizaciya poter' moshchnosti / M. E. Lustenkov. – Mogilev : Belorus.-Ros. un-t, 2010. – 274 s.
 5. Metody eksperimental'nyh issledovaniy kinematicheskoy tochnosti planetarnykh peredach s promezhutochnymi telami kacheniya i kontrolya profilya begovykh dorozhek / A. V. Kapitonov [i dr.] // Vestnik Belorussko-Rossiyskogo universiteta. – 2016. – № 2 (51). – S. 41–50.
 6. Issledovanie kinematicheskoy pogreshnosti planetarnogo ekscentrikovogo reduktora / A. V. Kapitonov [i dr.] // Vestnik Belorussko-Rossiyskogo universiteta. – 2014. – № 3 (44). – S. 14–24.
 7. Kapitonov, A. V. Issledovanie kinematicheskoy tochnosti planetarnykh rolikovykh peredach metodami garmonicheskogo analiza i kontrolya v sbore / A. V. Kapitonov, S. G. CHernyakov // Vestnik Belorussko-Rossiyskogo universiteta. – 2011. – № 4 (33). – S. 40–50.
 8. Kapitonov, A. V. Metodika ocenki i analiz kinematicheskikh pogreshnostey planetarnykh rolikovykh peredach / A. V. Kapitonov // Vestnik Belorussko-Rossiyskogo universiteta. – 2009. – № 2 (23). – S. 88–97.
 9. Timoshenko, S. P. Teoriya uprugosti / perevod. s angl.: S. P. Timoshenko, Dzh Gud'er ; pod red. G. S. SHapiro. – 2-e izd. – M. : Nauka. Glavnaya redakciya fiziko-matematicheskoy literatury, 1979. – 560 s.
 10. Men'kova, N. M. Prikladnaya mekhanika. Vvedenie v kurs: ucheb. posobie / N. M. Men'kova ; M-vo obrazovaniya RF, Mosk. gos. in-t radiotekhniki, elektroniki i avtomatiki. – M. : Mosk. gos. in-t radiotekhniki, elektroniki i avtomatiki, 2003. – 98 s.
 11. Mozharovskij, V. V. Komp'yuternaya realizaciya metodiki rascheta kontaktnogo vzaimodejstviya zub'ev zubchatykh koles iz izotropnogo i kompozitsionnogo materialov / V. V. Mozharovskij, S. V. Kirginceva // Izvestiya Gomeľ'skogo gosudarstvennogo universiteta imeni F. Skoriny. – 2021. – № 6 (129). – S. 171–177.
 12. Ivanov, M. N. Detali mashin: ucheb. dlya studentov vtuzov / M. N. Ivanov ; pod red. V. A. Finogenova. – M. : Vyssh. shk., 1998. – 383 s.

Материал поступил 25.02.2024, одобрен 09.03.2024, принят к публикации 12.03.2024