

В.В. ТУР, А.В. ДРАГАН

Брестский государственный технический университет

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ОСНОВАНИИ ТЕОРИИ "BOND-SLIP"

Представлена методика расчёта трещиностойкости железобетонных элементов на основании теории "bond-slip". Анализ результатов, полученных с использованием предлагаемой методики, с соответствующими экспериментальными данными, а также с расчетными значениями, найденными по альтернативным методикам (СНБ 5.03.01-02 [12] и EN 1992-1[11]), показал их хорошее совпадение.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование процессов образования и развития трещин в эксплуатируемых железобетонных конструкциях до настоящего времени остается одним из наиболее актуальных и вместе с тем наиболее сложным вопросом в теории железобетона. Как показывает практика, для большинства эксплуатируемых железобетонных конструкций наступление предельного состояния связано не с исчерпанием несущей способности, а с образованием и чрезмерным раскрытием трещин при эксплуатационных уровнях нагрузок. Опасность образования и чрезмерного раскрытия трещин, связывается с повышением риска возникновения коррозионных повреждений стальной арматуры (снижается долговечность конструкции), со значительным снижением жесткости конструкции (увеличению прогибов) и ухудшением эстетического и психологического восприятия конструкции. Следует также отметить, что появление трещины в железобетонном элементе приводит к качественному изменению напряженно-деформированного состояния не только непосредственно в сечении и вблизи берегов трещины, но и всего элемента в целом, превращая железобетонный элемент в сложную систему блоков, объединенную в единое целое арматурой и нетреснувшим бетоном.

Анализ известных предложений к определению ширины и расстояния между трещинами свидетельствует о том, что в настоящее время достаточно четко можно выделить четыре основных подхода, используемых исследователями для построения аналитических моделей и инженерных методик расчета параметров трещиностойкости:

– эмпирический подход (ACI 224.2R-86 [1], P. Gergely и L.A. Lutz [2], СНиП 2.03.01-84³ [3], Н.М. Мулин [4], Ю.П. Гуша [5] др.);

- подход, базирующийся на основных положениях теории механики разрушения (А.Б. Пирадов, Л.О. Гвелесиани, К.А. Пирадов, Е.А. Гузеев [6,7], В.Н. Oh, Y.-J. Kang [8], S.P. Shah, S.E. Swartz [9] и др.);
- подход, основанные на теории «tension stiffening» (CEB-*fib* Model Code [10], Eurocode2 [11], СНБ 5.03.01-02 [12], В.И. Мурашев [13], Я.Н. Немировский [14] и др.);
- подход, основанные на теории «bond-slip» (А. Holmberg [15], В. Farra [16], P. Noakowski [17], М. Alvares [18], L. Balazs [19], предлагаемый метод и др.).

Авторами статьи был выполнен критический анализ представленных выше подходов, включающий изучение основополагающих предпосылок и гипотез, факторов и параметров, учтенных в аналитических моделях, а также полученных с их применением расчетных зависимостей [20]. Результаты анализа позволяют выделить предложения, базирующихся на концепции «bond-slip», ввиду использования в них наиболее комплексного подхода к рассмотрению процесса трещинообразования, учитывающем как закономерности деформирования материалов под нагрузкой (арматурной стали и растянутого бетона), так и законы, описывающие совместную работу арматуры и бетона.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ПРЕДЛАГАЕМОЙ АНАЛИТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Предлагаемая аналитическая модель основана на концепции совместного восприятия арматурой и растянутым бетоном растягивающих усилий на всех этапах работы железобетонного элемента (без и с трещинами).

В соответствии с принятой концепцией, по длине железобетонного элемента можно выделить характерные зоны: зону перераспределения усилий между арматурой и бетоном (зона 1 - рис. 1а); зону совместного (синхронного) деформирования (зона 2 - рис. 1а).

Зона перераспределения усилий располагается вблизи сечения с трещинами и у торцов железобетонного элемента (сечений с условной трещиной). В пределах указанной зоны наблюдается перераспределение усилия, воспринимаемого элементом, между арматурой и растянутым бетоном. В сечении с трещиной (условной трещиной) все внешнее растягивающее усилие воспринимает исключительно арматура, а по мере удаления от трещины часть усилия по средствам сил сцепления, возникающих по контакту двух материалов, передается на бетон, который постепенно включается в работу на растяжение и тем самым разгружает арматурный стержень (эффект «tension stiffening»). В некотором сечении по длине элемента деформации арматуры и растянутого бетона выравниваются, и они деформируются совместно (зона совместного деформирования), при этом каждый из компонентов сечения воспринимает часть внешнего усилия пропорциональную своей жесткости. Рассмотренный механизм совместной работы арматуры и бетона позволяет предположить, что появление первой (-ых) трещины (-н) должно произойти в любом из сече-

ний, расположенных в пределах зоны совместного деформирования, на этапе нагружения, при котором величина относительных деформаций в указанной зоне достигнет значения равного предельной растяжимости бетона (ϵ_{ct}). При заданном уровне нагружения деление железобетонного элемента трещинами на блоки будет продолжаться до тех пор, пока расстояние между соседними трещинами не будет меньше $2l_1$, что соответствует напряженно-деформированному состоянию, при котором по длине всех выделенных трещинами блоков зоны перераспределения усилий между арматурой и бетоном «перекрываются» (рис. 1б). Подобное напряженно-деформированное состояние позволяет однозначно выделить сечения, в которых относительные деформации растянутого бетона примут наибольшее значение (посередине длины каждого из блоков). При увеличении внешнего усилия очередная стадия трещинообразования наступит в тот момент, когда относительные деформации бетона в центральном сечении хотя бы в одном из выделенных блоков достигнут предельного значения ϵ_{ct} .

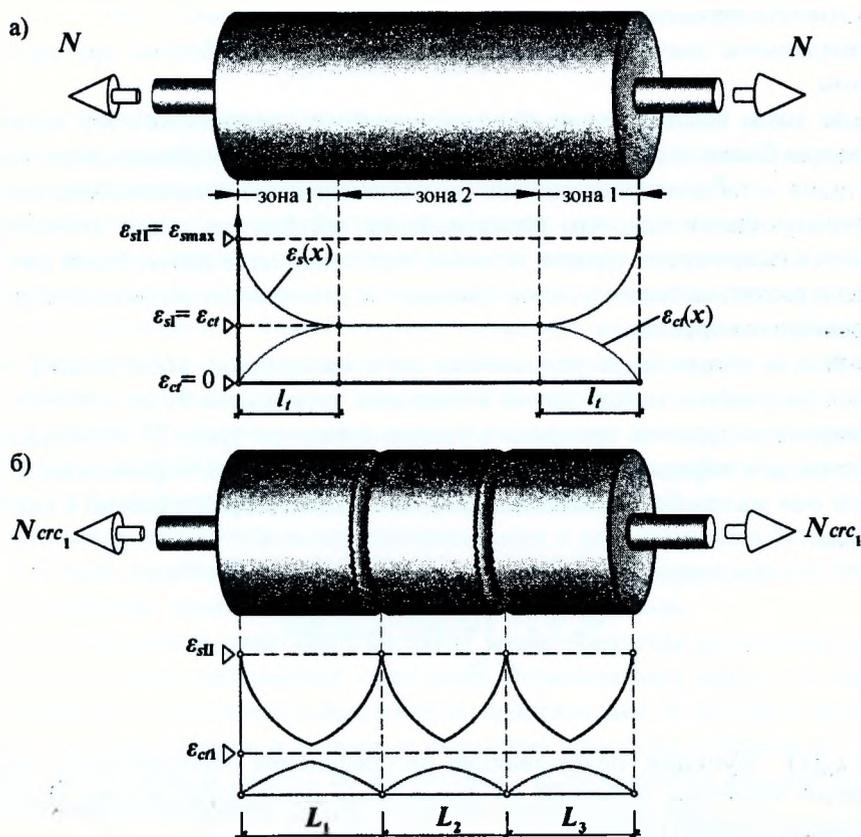


Рис. 1. Схемы распределения относительных деформаций по длине элемента с выделением характерных зон: а) на этапе работы элемента без трещин; б) с трещинами

Образование новых трещин будет продолжаться до тех, пока не будет выделен блок такой длины, для которого усилие, требуемое для образования в нем очередной трещины, достигнет предельного значения, $N_{ult} = f_{yd} \cdot A_s$.

Для определения величины внешнего растягивающего усилия, требуемой для образования в блоке длиной L_i трещины, может быть использовано следующее уравнения:

$$\varepsilon_{crl} \left(N_{crl}; \frac{L_i}{2} \right) - \varepsilon_{crl} = 0 \quad (1)$$

где:

$\varepsilon_{crl} \left(N_{crl}; \frac{L_i}{2} \right)$ - функция, описывающая распределение относительных деформаций растянутого бетона в зависимости от уровня нагружения (N_{crl}) и длины блока (L_i);

N_{crl} - искомая величина внешнего растягивающего усилия, которая должна удовлетворять следующему неравенству;

ε_{crl} - предельное значение относительных деформаций бетона при растяжении.

После того, как по длине рассматриваемого железобетонного элемента выделяются блоки, в которых образование новых трещин невозможно, наступает стадия «стабилизировавшегося (установившегося) трещинообразования», характеризующаяся тем, что распределение трещин по длине элемента не изменяется (количество трещин остается постоянным), а дальнейший прирост внешнего растягивающего усилия приводит к увеличению ширины раскрытия образовавшихся трещин.

Разница в абсолютных удлинениях двух материалов, работающих «совместно», на участке между двумя соседними трещинами будет соответствовать ширине раскрытия трещины в уровне арматуры (рис. 2). Интегральное выражение для определения ширины раскрытия трещин, нормальных к продольной оси железобетонного элемента, может быть представлено в следующем виде:

$$w_m = 2 \cdot \int_{l_i - \frac{l_m}{2}}^{l_i} (\varepsilon_s(x) - \varepsilon_{cl}(x)) dx \quad (2)$$

где:

$\varepsilon_s(x)$ и $\varepsilon_{cl}(x)$ - функции, описывающие распределения относительных деформаций арматуры и бетона по длине зоны перераспределения усилий l_i соответственно (рис. 2);

l_i - длина зоны перераспределения, соответствующая усилию, при котором определяется ширина раскрытия трещины;

l_m - средняя длина блока, выделенного трещинами.

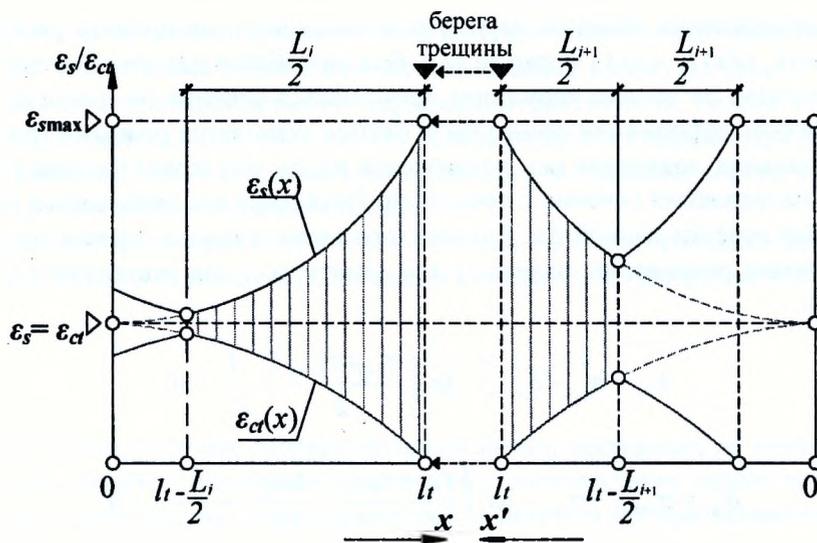


Рис. 2. Схема для определения ширины раскрытия трещин (3),
(x и x' - направления локальных осей)

Для построения аналитической модели на базе изложенной выше концепции развития процесса трещинообразования были использованы следующие основные предпосылки:

1. Рассматривается базовый бетонный элемент, армированный одиночным арматурным стержнем, расположенным в центре поперечного сечения (центрально армированный железобетонный элемент), подверженный осевому растяжению. Такой элемент позволяет моделировать работу как центрально растянутого железобетонного стержня, так и растянутой зоны изгибаемой или внецентренно нагруженной железобетонной конструкции.
2. Внешнее растягивающее усилие, прикладывается к арматурному стержню. Диапазон изменения внешнего усилия соответствует работе арматурной стали в упругой стадии.
3. Связь между относительными деформациями и напряжениями бетона принята в виде линейной аппроксимации диаграммы деформирования бетона на растяжение, описываемой только восходящей ветвью.
4. Совместная работа арматуры с бетоном характеризуется величиной условных касательных напряжений сцепления, определяемых исходя из закона, связывающего касательные напряжения, действующие по контакту арматурного стержня и бетона и взаимные смещения арматуры и бетона $\tau_b = f(\delta_s)$. В рассматриваемой модели по результатам выполненного анализа принят закон сцепления предлагаемый в СЕВ-*fib* Model Code 1990.
5. Принят деформационный критерий образования трещины, в соответствии с которым трещина нормального отрыва образуется тогда, когда относительные деформации растянутого бетона достигают значения предельной растяжимости ε_{cr1} .

Для определения базовых параметров, влияющих на ширину раскрытия трещины (l_t , $\varepsilon_s(x)$ и $\varepsilon_{ct}(x)$ - формула (2)), был разработан расчетный итерационный алгоритм. За начало координат принимается сечение по длине элемента, в котором деформации арматуры и бетона становятся равными (рис. 3а). Горизонтальная локальная ось назначается вдоль оси железобетонного элемента в направлении сечения с трещиной. Локальная ось разбивается на элементарные отрезки длиной Δx . Для каждого элементарного отрезка составляются условия равновесия: отдельно для арматуры и для растянутого бетона (рис. 3б):

$$\Delta_{1i} = \sigma_{si} - \sigma_{si-1} - \Delta x \cdot \left(\frac{\tau_{bi} + \tau_{bi-1}}{2} \right) \cdot \frac{4}{\varnothing_s} = 0 \quad (3)$$

$$\Delta_{2i} = \sigma_{cti-1} - \sigma_{cti} - \Delta x \cdot \left(\frac{\tau_{bi} + \tau_{bi-1}}{2} \right) \cdot \frac{4 \cdot A_s}{\varnothing_s \cdot A_{ct,netto}} = 0 \quad (4)$$

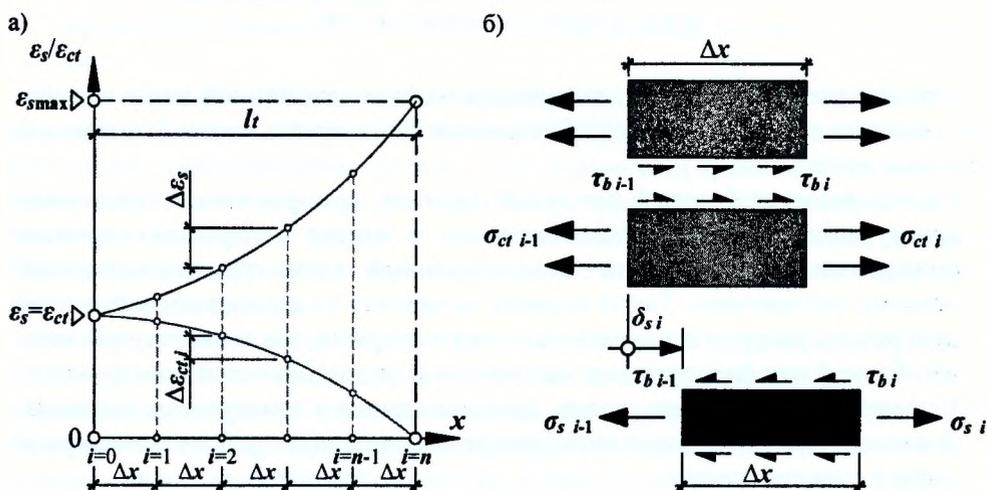


Рис. 3. Алгоритм расчетной модели: а) к определению приращений относительных деформаций; б) условия равновесия для элементарного отрезка Δx

Величины напряжений (σ_{si} , σ_{si-1} , σ_{cti} , σ_{cti-1} , τ_{bi} и τ_{bi-1}) на концах отрезка Δx , входящих в выражения (4) и (5), устанавливаются по значениям относительных деформаций и величин взаимных смещений в указанных сечениях на основании принятых законов деформирования материалов и закона сцепления соответственно. Величина взаимных смещений арматуры и бетона в некотором сечении определяется на основании следующего выражения:

$$\delta_{si} = \delta_{si-1} + \Delta \delta_{si} = \delta_{si-1} + \Delta x \cdot \left(\frac{\varepsilon_{si} + \varepsilon_{si-1}}{2} - \frac{\varepsilon_{cti} + \varepsilon_{cti-1}}{2} \right) \quad (5)$$

Выполнение условий равновесия (3) и (4) достигается подбором требуемых величин приращения относительных деформаций арматуры ($\Delta\varepsilon_{si}$) и соответственно убыли относительных деформаций растянутого бетона ($\Delta\varepsilon_{cti}$) для каждого отрезка Δx (см. рисунок 3а). Для определения параметров $\Delta\varepsilon_{si}$ и $\Delta\varepsilon_{cti}$ был применен один из методов приближенного вычисления корней уравнений - метод Ньютона (метод касательных).

Условием окончания выполнения итерационного алгоритма является определение сечения, в котором выполняются следующие граничные условия:

$$\varepsilon_{si} = \varepsilon_{sII} = \frac{N}{A_s E_s} \quad \text{и} \quad \varepsilon_{cti} = 0 \quad (6)$$

Расстояние от точки, соответствующей началу координат, до точки, в которой выполняются граничные условия (6), соответствует длине зоны перераспределения усилия между арматурой и бетоном (l_i) при заданном уровне нагружения N :

$$l_i = \sum_0^i \Delta x \quad (7)$$

На базе изложенной выше концепции расчетного итерационного алгоритма был выполнен вычислительный эксперимент. Программой эксперимента предусматривалось определение аналитических выражений для вычисления длины зоны перераспределения усилий ($l_i = f(N)$), а также для описания распределений относительных деформаций арматуры $\varepsilon_s(x)$ и растянутого бетона $\varepsilon_{ct}(x)$ при варьируемых параметрах армирования базового элемента (\varnothing_s , тип поверхности арматуры, ρ_{eff}) и прочностных характеристиках материалов (f_{ctm} , f_{yk}).

Методами регрессионного анализа данных вычислительного эксперимента, для определения параметров трещинообразования получены следующие зависимости для вычисления:

– длины зоны перераспределения усилий:

$$l_i = k_p \frac{N_{ult}}{\pi \cdot \varnothing_s \cdot (1 + \rho_{eff} \cdot \alpha_E)} \cdot \sqrt{\frac{N}{N_{ult}}} \quad (8)$$

здесь:

- k_p - эмпирико-аналитический коэффициент, характеризующий условия сцепления арматуры с бетоном, $\text{мм}^2/\text{Н}$;
 - N_{ult} - величина предельного растягивающего усилия;
 - ρ_{eff} - эффективный процент армирования;
 - α_E - соотношение модулей упругости арматуры и бетона;
- ординат эпюры распределения относительных деформаций арматуры $\varepsilon_s(x)$ по длине зоны перераспределения:

$$\varepsilon_s(x) = \varepsilon_{sII} \cdot \left[a \cdot \left(\frac{x}{l_l} \right)^{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}} + b \right] \quad (9)$$

– ординат эпюры распределения относительных деформаций растянутого бетона $\varepsilon_{cr}(x)$ по длине зоны перераспределения:

$$\varepsilon_{cr}(x) = \varepsilon_{sII} \cdot \left[1 - \left[a \cdot \left(\frac{x}{l_l} \right)^{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}} + b \right] \right] \cdot \rho_{eff} \cdot \alpha_E \quad (10)$$

Параметры a и b в выражениях (9) и (10) являются безразмерными коэффициентами, характеризующими соотношение жесткосных характеристик арматуры и бетонного сечения, и вычисляются по следующим формулам:

$$a = \frac{1}{1 + \rho_{eff} \cdot \alpha_E} \quad \text{и} \quad b = \frac{1}{1 + \frac{1}{\rho_{eff} \cdot \alpha_E}} \quad (11)$$

После преобразования формулы (2) с учетом полученных зависимостей (8)-(10), выражение для определения средней ширины раскрытия трещин может быть записано в следующем виде:

$$w_m = k_p \cdot k_l \cdot \varepsilon_{sII} \cdot \frac{f_{ctm}}{(1 + \rho_{eff} \cdot \alpha_E)} \cdot \psi \cdot 0,375 \cdot \frac{\sigma_s}{\rho_{eff}} \quad (12)$$

Где ψ - коэффициент, учитывающий уровень нагружения и определяемый следующей зависимостью:

$$\psi = \sqrt{\beta \cdot \rho_{eff}} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{N_{cr}}{N}} \cdot \left(1 - \frac{1}{6} \sqrt{\frac{N_{cr}}{N}} \right) \right) \quad (13)$$

здесь:

$\beta = f_{yk}/f_{ctm}$ - коэффициент, определяемый как отношение нормативного сопротивления арматуры к средней прочности бетона при осевом растяжении;
 N_{cr} - усилие трещинообразования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сопоставление результатов, полученных с использованием предлагаемой методики, с соответствующими экспериментальными данными (рис. 4), а также с расчетными значениями, найденными по альтернативным методикам (СНБ 5.03.01-02 [12] и EN 1992-1[11]) (рис. 5), показало их хорошее совпадение.

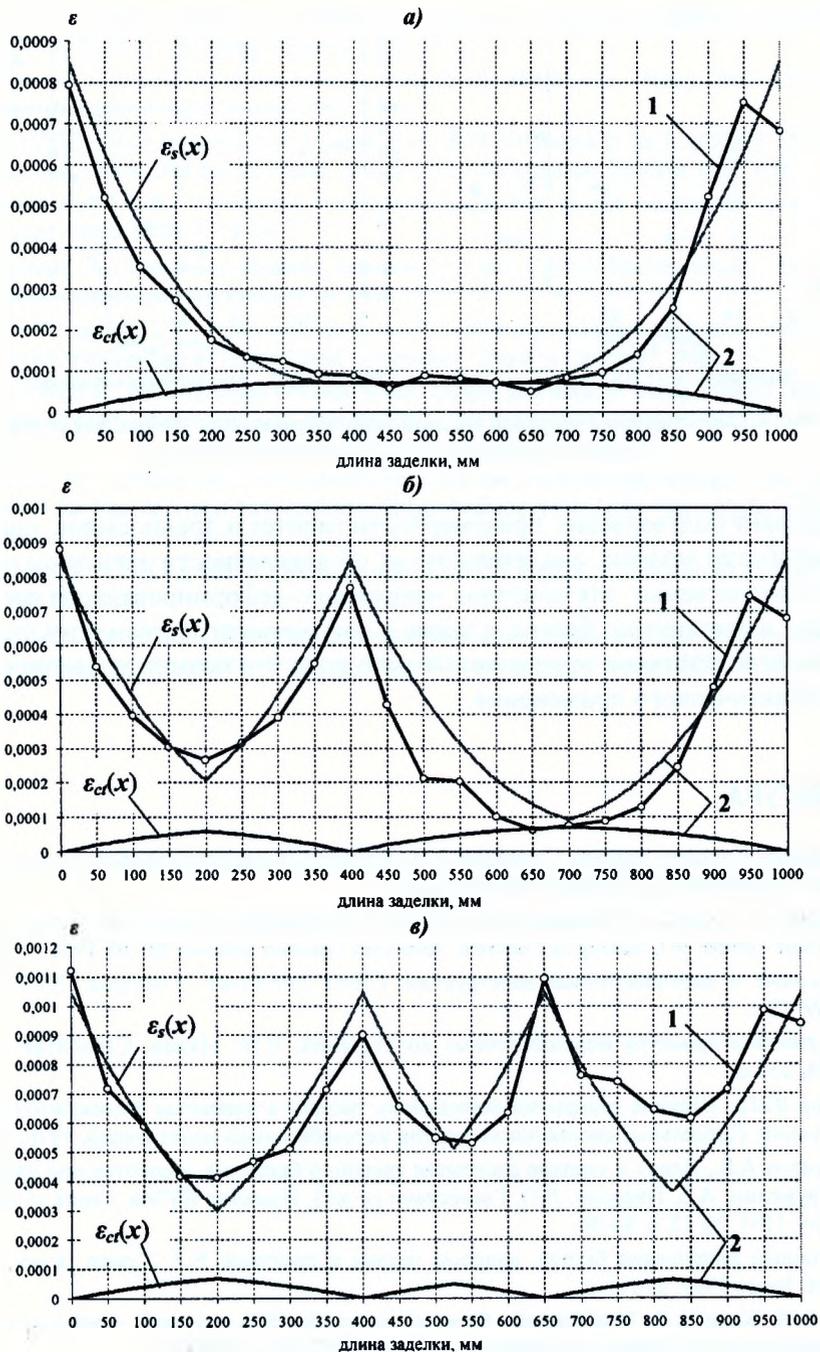


Рис. 4. Сопоставление опытных (1) и аналитических (2) распределений относительных деформаций (параметры образца - 1Ø25S400; $\rho_{eff} = 0,015$; $f_{ctm} = 2,47$ Н/мм²); а) до образования трещины (N = 80 кН); б) образование первой трещины (N = 80 кН); в) образование второй трещины (98,4 кН)

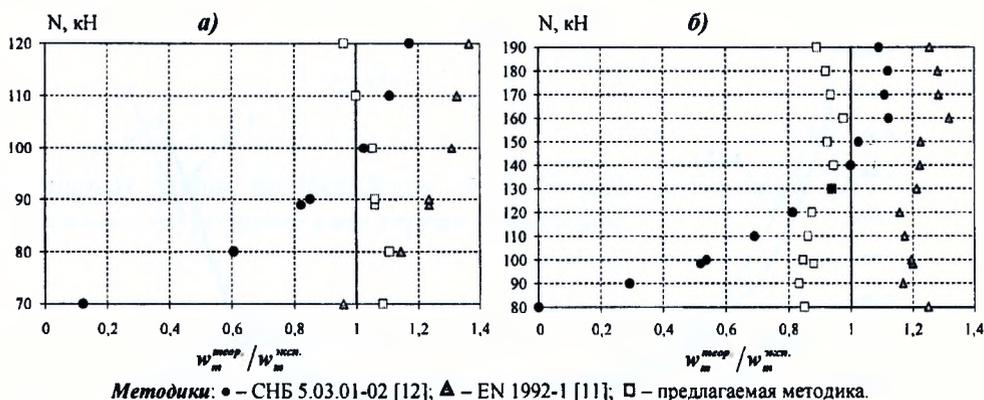


Рис. 5. Сопоставление значений средней ширины раскрытия трещин для случая осевого растяжения кратковременной нагрузкой

Данный факт подтверждает правомерности гипотез и предпосылок, принятых при разработке модели, свидетельствует об адекватности зависимостей $\varepsilon_s(x)$ и $\varepsilon_{st}(x)$, предлагаемых для описания напряженно-деформированного состояния арматуры и растянутого бетона, а также о достоверности результатов, получаемых при использовании предлагаемой методики, что позволяет рекомендовать её для практического применения.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] American Concrete Institute Committee 224. Cracking of concrete members in direct tension (ACI 224.2R-86) ACI Journal 1986, 84, 1, 3-13.
- [2] Gergely P., Lutz L.A., Maximum crack width in reinforced flexural members. Causes, Mechanism and Control of Cracking in Concrete, American Concrete Institute SP-20, 1968, p. 87-117.
- [3] Бетонные и железобетонные конструкции, СНиП 2.03.01-84*, Госстрой СССР, Москва 1989, 78 с.
- [4] Стержневая арматура железобетонных конструкций, Н.М. Мулин, Стройиздат, Москва 1974, 232 с.
- [5] Гуша Ю.П., Ширина раскрытия нормальных трещин в элементах железобетонных конструкций, Предельные состояния элементов железобетонных конструкций, 1976, с. 30-44.
- [6] Пирадов А.Б., Длина и ширина раскрытия трещин в бетонных элементах при длительном нагружении, А.Б. Пирадов, Л.О. Гвелесиани [и др.], Известие ВУЗов. Серия «Строительство», 1991, № 12, с. 88-90.
- [7] Механика разрушения бетона: вопросы теории и практики, Е.А. Гузев [и др.], Изд-во БПИ, Брест 1999, 216 с.
- [8] Oh В.Н., Kang Y.-J., New formulas for maximum crack width and crack spacing in reinforced concrete flexural members, ACI Structural Journal 1987, 85, 2, 103-112.
- [9] Fracture Mechanics of Concrete: Applications of Fracture Mechanics to Concrete, Rock and Other Quasi-Brittle Materials, eds. S.P. Shah et al, John Wiley & Sons, New York 1995.
- [10] Comite-Euro-International du Beton (CEB). CEB-FIP Model Code 1978, Design Code. (CEB Bulletin d'Information No.124/125) - London 1978.

- [11] EN 1992-1:2001(Final Draft, April 2002) Eurocode 2: Design of Concrete Structure. General Rules and Rules for Building, Brussels 2002, 230 p.
- [12] Бетонные и железобетонные конструкции, СНБ 5.03.01-02. - Введ. 20.06.2002 - Из-во Минстройархитектуры, Минск 2002, 140 с.
- [13] Железобетонные конструкции. Общий курс / В.И. Мурашев [и др.]; под ред. П.Л. Пастернака, Гос. Изд-во лит-ры по стр-ву, арх-ре и стр. материалам, Москва 1962, 658 с.
- [14] Немировский Я.Н., Пересмотр некоторых положений теории раскрытия трещин, Бетон и железобетон 1970, 3, 13-16.
- [15] Holmberg A., Unbonded Portions between Concrete Cracks, Danish Society for Structural Science and Engineering 1984, 55, 4, 113-117.
- [16] Farra B., Jaccoud J.-P., Bond behaviour, tension stiffening and crack prediction of high strength concrete, Proceedings of International Symposium "Bond in Concrete", Riga 1992.
- [17] Noakowski P., Determination of crack width: Simple and close to reality method considering tensile strength of concrete and steel bonding, Technology of Concrete, Supplement, Gdansk 2004.
- [18] Alvarez M., Einfluss des Verbundverhaltens auf das Verformungsvermögen von Stahlbeton, Institut für Baustatik und Konstruktion, Eidgenössische Technische Hochschule, Zürich 1998, 190 s.
- [19] Balazs G.L., Cracking analysis based on slip and bond stresses, ACI Materials Journal 1993, 90, 4, 340-348.
- [20] Тур В.В., Драган А.В., К расчету ширины раскрытия трещин в железобетонных элементах при осевых растягивающих усилиях, Строительная наука и техника 2009, 1(22), 40-54.