

Тур С.А.

(БрГТУ, г. Брест)

Пецольд Т.М., д-р техн. наук, проф.

(БНТУ, г. Минск)

СОПРОИВЛЕНИЕ ИЗГИБАЕМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С НАПРЯГАЕМОЙ АРМАТУРОЙ, НЕ ИМЕЮЩЕЙ СЦЕПЛЕНИЯ С БЕТОНОМ

При проектировании пост-напряженных конструктивных элементов, в которых обжатие создают при натяжении напрягающих элементов на затвердевший бетон, приходится сталкиваться с ситуацией, когда для решения одной задачи могут быть использованы несколько расчетных моделей. Главным образом многообразие подходов связано с определением напряжений (или приращений напряжений) в напрягающих канатах без сцепления с бетоном при проверках предельных состояний несущей способности.

Наиболее безопасный результат может быть получен в том случае, когда в напрягающих канатах вовсе не учитывается приращение напряжений в предельной стадии, а вклад напрягаемой арматуры в сопротивление изгибу вычисляется с учетом усилия

$$P_u = \sigma_{p,\infty} \cdot A_p,$$

где $\sigma_{p,\infty}$ – предварительное напряжение в канатах с учетом всех потерь; A_p – площадь напрягающих канатов.

При использовании такого подхода обычно недооцениваются предельные нагрузки, либо переоценивается требуемая площадь армирования.

Вычисления фактических (или близких к фактическим) напряжений в напрягающих канатах, базирующиеся на относительных деформациях конструктивного элемента, позволяют выполнить более точные расчеты и исключить излишне консервативные запасы. Это особенно важно в тех случаях, когда основное количество изгибающей арматуры имеет сцепление с бетоном и когда начальные напряжения при натяжении канатов достаточно высоки (приближаются к условному пределу текучести).

Это может быть проиллюстрировано диаграммой (рис. 1), позаимствованной из работы [10]. На вертикальной оси графика показано отношение суммарного усилия в растянутой зоне изгибаемого элемента к сумме составляющих усилий в ненапрягаемой связанной и напрягаемой арматуре без сцепления, а на горизонтальной оси графика – отношение усилия, вос-

принимаемого напрягаемой арматурой без сцепления к сумме составляющих усилий в ненапрягаемой связанной и напрягаемой арматуре без сцепления ($\beta = \frac{f_{sp} \cdot A_p}{A_p \cdot f_{sp} + A_s \cdot f_{yd}}$).

Усилие в растянутой зоне изгибаемого элемента в предельном состоянии несущей способности F_t включает в общем случае три компонента: усилие, соответствующее достижению текучести в мягкой ненапрягаемой арматуре, имеющей сцепление F_{sp} , усилие начального натяжения в напрягающей арматуре без сцепления P_0 и приращение ΔP , вызванное удлинением напрягающей арматуры без сцепления под нагрузкой.

Для заданной конструкции, количества и распределения напрягаемой и ненапрягаемой арматуры, уточнения расчетной модели могут касаться только уточнения зависимостей для определения приращения усилия ΔP .

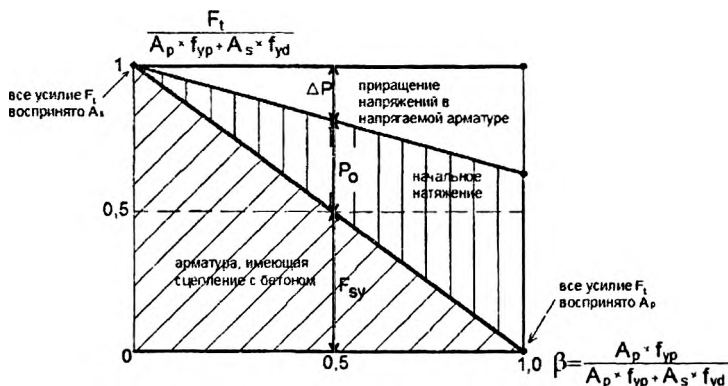


Рис. 1. Зависимость относительного растягивающего усилия от доли растягивающего усилия, воспринимаемого напрягаемой арматурой согласно [10]

Как можно видеть из рисунка 1, точность вычисления деформаций конструктивного элемента, с использованием которых затем производится расчет приращений относительных деформаций в напрягаемой арматуре без сцепления с бетоном, имеет особое значение для элементов с низким содержанием ненапрягаемой арматуры. И, наоборот, в конструктивных элементах, где основное армирование составляет ненапрягаемая арматура, даже неточный расчет $\Delta \epsilon_p$ может обеспечить получение достаточно точных предельных усилий и количества напрягаемой арматуры A_p .

1. Исследования балочных элементов с напрягающими канатами без сцепления с бетоном

Приращения напряжений в напрягающих элементах без сцепления с бетоном зависят не столько от деформаций отдельного критического сечения, сколько от деформаций всей конструкции, и не могут быть в общем случае определены из простого расчета сечения, как это имеет место в случае традиционных предварительно напряженных конструкций, у которых напрягаемая арматура имеет сцепление с бетоном.

В общем случае напряжения в канатах, не имеющих сцепления с бетоном, рассчитывают исходя из средних относительных деформаций бетона на уровне напрягаемой арматуры. Поэтому одним из важных элементов, на котором строятся расчетные положения, является характер распределения кривизн по длине балки. Кривизна в свою очередь зависит от количества напрягающих канатов, количества дополнительной ненапрягаемой арматуры, имеющей сцепление с бетоном, типа нагружения (схемы приложения нагрузок).

Как показано в рекомендациях [25], бетонные балочные элементы, напрягаемые с помощью напрягаемой арматуры без сцепления с бетоном, должны иметь требуемое количество ненапрягаемой арматуры для контроля ширины раскрытия трещин. Дополнительная арматура, как и напрягающие канаты, оказывает влияние на напряженно-деформированное состояние сечений в предельной стадии, изменяя высоту сжатой зоны сечения, а следовательно и кривизну. Тип нагружения является значимым параметром, так как влияет на распределение изгибающих моментов по длине элемента, а следовательно и характер образования пластических шарниров.

Обширные экспериментальные и аналитические исследования были выполнены за последние три десятилетия в области сопротивления изгибаемых предварительно напряженных конструкций, в которых обжатие создается на строительной площадке с помощью напрягающих элементов, не имеющих сцепления с бетоном.

Практически все исследования сосредоточены на определении напряжений f_{ps} в напрягаемой арматуре в предельной стадии, по которой выполняется вычисление сопротивления изгибаемого элемента. В результате предложено более десяти различных зависимостей, как включенных в нормы различных стран, так и остающихся на уровне предложений. Вместе с тем до настоящего времени не найдена единая точка зрения, а как следствие, и единая расчетная методика определения напряжений в напрягаемой арматуре, не имеющей сцепления с бетоном, в предельной стадии.

В 1991 году Naaman и Alkhairi [17] опубликовали статью, в которой было представлено состояние исследований в данной области. Общий под-

ход к определению напряжений в арматуре, не имеющей сцепления с бетоном, основан на том, что к начальному эффективному напряжению f_{ps} (определенному с учетом потерь) суммируются приращения напряжений Δf_{ps} , вызванные дополнительной нагрузкой, приводящей конструкцию в предельное состояние.

Согласно Politalski [20], польские нормы [19] и EN 1992-1-1 (EC2) [12] рекомендуют принимать прирост напряжений в арматуре без сцепления в предельном состоянии, равном 100 МПа. Аналогичное значение было принято и в американских нормах ACI 318-63 [2].

Rannell [18] выполнил сравнительные исследования для установления влияния отношения «пролет – рабочая высота элемента» (L/d_p), эффективного предварительного напряжения, количества ненапрягаемой арматуры на сопротивление предварительно напряженных балок с напрягаемой арматурой без сцепления с бетоном. Он предложил расчетную формулу, основанную на допущении, что длина зоны пластического деформирования L_p составляет около $10,5x$ (где x – высота сжатой зоны сечения элемента в предельном состоянии несущей способности).

На основании работ А.И. Хачатряна и В.Б. Титуса [27; 24] по исследованию предварительно напряженных плит без сцепления арматуры с бетоном был сделан вывод о том, что напряжения в напрягаемой арматуре без сцепления пропорциональны призменной прочности бетона f_{cm} и рабочей высоте сечения d , обратно пропорциональны коэффициенту армирования ρ_l и длине пролетов L . Полная величина напряжений в растянутой арматуре без сцепления в предельной стадии составляет:

$$\sigma_{sp,ub} = \sigma_{sp,0} + 2\alpha f_{ctm} + k_1 \frac{f_{cm} \cdot d}{\rho_l \cdot L} \leq f_{pk,02}, \quad (1)$$

где k_1 – опытный коэффициент.

Для оценки эффектов от наличия или отсутствия сцепления напрягаемой арматуры с бетоном, количества дополнительной ненапрягаемой арматуры Mattock [15] испытал серию неразрезных частично напряженных балок прямоугольного сечения и на фоне полученных результатов испытаний проанализировал расчетные зависимости, приведенные в ACI318 [2].

Исследования Mojthahedi и Gamble [16] показали значительное влияние отношения L/d_p на приращение напряжений Δf_{ps} в напрягаемой арматуре в предельной стадии. В развитие выполненных экспериментальных исследований была предложена расчетная модель, базирующаяся на так называемом методе подкосов и затяжек (англ. strut-and-tie).

По результатам испытаний однопролетных предварительно напряженных плит Burns [6] рекомендовал учитывать влияние на сопротивление элементов при изгибе (приращения напряжений в напрягаемой арматуре без сцепления) следующих факторов: схемы нагружения, схемы деформирования пластических шарниров и отношения L/d_p .

Экспериментальные исследования Cooke [23] были посвящены, главным образом, изучению влияния отношения L/d_p и количества ненапрягаемой арматуры на величину приращения напряжений Δf_{ps} в напрягаемой арматуре в предельной стадии.

Du и Tao [11] на основании проведенных исследований предложили скорректированную расчетную формулу для определения Δf_{ps} , учитывающую влияние ненапрягаемой арматуры, имеющей сцепление с бетоном.

Результаты исследований Navažli [28] явились основой для внесения в новую версию ACI318 [3] расчетных зависимостей, учитывающих отношение L/d_p . Эти нормы [3] рекомендуют рассчитывать величину приращения напряжений как зависимость от трех параметров: прочности на сжатие бетона, коэффициента армирования преднапряженной арматуры и отношения пролета к высоте элемента.

$$\begin{aligned}\Delta f_{ps} &= 70 + f_c^t / (100 \cdot \rho_p) \leq 420 \text{ МПа} \quad \text{для } L/d_p \leq 35, \\ \Delta f_{ps} &= 70 + f_c^t / (300 \cdot \rho_p) \leq 200 \text{ МПа} \quad \text{для } L/d_p > 35.\end{aligned}\tag{2}$$

2. Деформационный метод расчета на основе блочной модели.

Основные положения и предпосылки

В отличие от перечисленных выше расчетных подходов и методов, деформационный метод расчета на основании блочной модели не требует рассмотрения конструкции в целом. Для определения приращений напряжений в напрягающей арматуре, не имеющей сцепления с бетоном, необходимо определить длину условного блока, на которые разделяется конструкция под нагрузкой, и, принимая соответствующие законы распределения относительных деформаций в арматуре и бетоне по длине этого блока, например по [7], определить приращение блока, а соответственно и напрягающего элемента на участке между трещинами. Затем вычислить приращение относительных деформаций в напрягаемом элементе. Приращение напряжений, а соответственно и результирующие напряжения в растянутой напрягаемой арматуре, определяется по соответствующей диаграмме деформирования « $\sigma_p - \epsilon_p$ » для напрягающих элементов. Следует отметить, что данный подход позволяет определять приращение напряжений в на-

прягаемых элементах без сцепления независимо от типа нагружения, отношения L_c / L и значения φ .

При построении расчетной модели приняты следующие допущения:

– при действии внешней нагрузки после образования трещин балка разделяется на блоки. Длина блока l_i на стадии установившегося трещинообразования определяется как длина зоны перераспределения усилий между арматурой и бетоном, соответствующая усилию трещинообразования - $N_{cr} = f_{ctm} \cdot A_{c,eff}$, то есть принимая, что относительные деформации растянутого бетона достигают значения $\epsilon_{\alpha,cr}$, соответствующего напряжениям, равным прочности бетона на растяжение.

При этом в отличие от центрально растянутых элементов, в расчетах изгибаемых элементов следует использовать площадь, так называемой, эффективной растянутой зоны $A_{c,eff}$.

В работе [7] рекомендована уточненная формула, которая может быть использована для определения эффективной площади растянутой зоны для изгибаемого элемента:

$$A_{c,eff} = \frac{1}{4}(1 + \alpha_s \cdot \rho_l)bh, \quad (3)$$

где ρ_l – коэффициент армирования для продольной арматуры, имеющей сцепления с бетоном; $\alpha_s = \frac{E_s}{E_c}$ – коэффициент приведения.

– предельное состояние принимается исходя из условия достижения предельных относительных деформаций ненапрягаемой арматуры, имеющей сцепление с бетоном. Это вытекает из следующих соображений.

Как показали ранее выполненные исследования балок с напрягающими элементами, не имевшими сцепления с бетоном, характер их разрушения определяющим образом зависит от распределения (шага) трещин нормального отрыва в предельной стадии.

При проектировании напрягаемых элементов, имеющих в одном сечении как напрягаемую, так и ненапрягаемую арматуру, имеющую сцепление с бетоном, несложно предположить, что распределение (шаг) трещин нормального отрыва будет зависеть как от количества, так и от размещения последней в сечении элемента.

Наличие ненапрягаемой арматуры, имеющей сцепление с бетоном, позволяет обеспечить плавное изменение приращений напряжений в арматуре без сцепления, и исключить неблагоприятные эффекты, свойственные традиционным элементам, имеющим только напрягаемую арматуру без сцепления с бетоном.

Таким образом, в качестве относительных деформаций ϵ_{st} в предельном состоянии могут быть приняты предельные относительные деформации арматуры ϵ_{st} , принимаемые по требованиям ТКП [25] равными 1 %;

- определение приращений относительных деформаций напрягаемой арматуры, не имеющей сцепления с бетоном, от действия внешних нагрузок $\Delta\epsilon_p$ производится из средних удлинений рассматриваемого блока, которые определяются как разность средних значений относительных деформаций в арматуре со сцеплением и в растянутом бетоне;

- выполняется гипотеза плоских сечений для среднего сечения по длине элемента;

- используются диаграммы деформирования для бетона, ненапрягаемой арматуры, напрягающих элементов, полученные опытным путем или принятые согласно соответствующим ТНПА;

- сопротивление растянутого бетона в сечении с трещиной не учитывается;

- балки имеют необходимое минимальное количество поперечной арматуры для восприятия перерезывающих сил.

Расчетные уравнения модели

Рассмотрим фрагмент изгибаемого элемента, имеющего симметричное сечение, армированное напрягающей арматурой, не имеющей сцепления с бетоном, и ненапрягаемой арматурой, имеющей сцепление с бетоном (рис. 2).

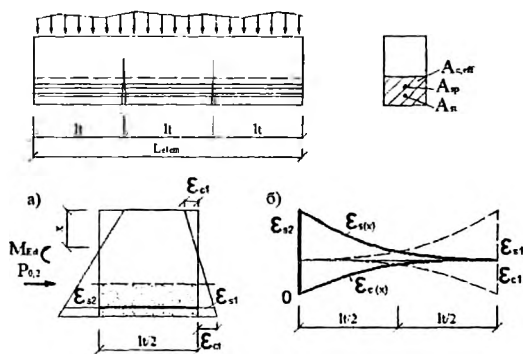


Рис. 2. К определению удлинений напрягаемой арматуры:
 а – расчетный блок; б – распределение относительных деформаций
 в арматуре и растянутом бетоне

Для выделенного i -го участка на длине элемента распределение относительных деформаций арматуры и растянутого бетона по длине блока между трещинами показано на рисунке 2, а.

Расчет удлинения блока, а соответственно, и напрягающего элемента между трещинами в предельной стадии может быть выполнен по методике [7], принимая соответствующие законы распределения относительных деформаций в арматуре и бетоне (см. рис. 2), например в виде:

$$\varepsilon_s(x) = \varepsilon_{sll} \cdot \left[a \cdot \left(\frac{x}{l_{t,ult}} \right)^{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}} + b \right], \quad (4a)$$

$$\varepsilon_{cr}(x) = \varepsilon_{sll} \cdot \left[1 - \left[a \cdot \left(\frac{x}{l_{t,ult}} \right)^{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}} + b \right] \right] \cdot \rho_{eff} \cdot \frac{E_s}{E_c}, \quad (4б)$$

где $\varepsilon_{sll} = \varepsilon_s = 1\%$ – относительная деформация арматуры в сечении с трещиной; x – текущая координата, отсчитываемая от сечения, в котором наблюдается совместное деформирование арматуры и бетона; $\alpha = 0,4$ – безразмерный коэффициент; a, b – безразмерные коэффициенты, характеризующие соотношение жесткостных характеристик поперечного сечения арматурного стержня и бетонного сечения:

$$a = \frac{1}{1 + \rho_{eff} \cdot \frac{E_s}{E_c}}, \quad b = \frac{1}{1 + \frac{1}{\rho_{eff} \cdot \frac{E_s}{E_c}}}.$$

Расчетный алгоритм

Укрупненный алгоритм расчета приращения напряжений в напрягаемой арматуре, не имеющей сцепления с бетоном, может быть принят следующим:

1. Определяем шаг трещин нормального отрыва, исходя из условия, что максимальные значения деформаций растянутого бетона достигают предельной растяжимости бетона ($\varepsilon_{cr, \sigma}$). Согласно [30], длина зоны перераспределения усилий (см. рис. 2) определяется по следующей формуле:

$$l_t = k_p \frac{N}{\sum P} = k_p \frac{f_{ctm} \cdot A_{c,eff}}{\sum P}, \quad (5)$$

где $\sum P$ – суммарный периметр ненапрягаемой арматуры со сцеплением в растянутой зоне; k_p – эмпирический коэффициент, изменяющийся согласно [7] в диапазоне от 0,199 до 0,58 мм²/Н.

2. Определяем длину зоны перераспределения усилий в предельной стадии при $N_u = f_{yk} \cdot A_s$, принимая

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_{su} : l_{1,ult} = k_p \frac{N_u}{P}. \quad (6)$$

3. Определяем приращение блока, а соответственно и напрягающего элемента на участке между трещинами:

$$\Delta u = \int_{\frac{l_{1,ult} - l_{cr}}{2}}^{l_{1,ult}} (\varepsilon_s(x) - \varepsilon_{cr}(x)) dx, \quad (7)$$

где $\varepsilon_s(x)$ и $\varepsilon_{cr}(x)$ – функции, описывающие распределения относительных деформаций арматуры и бетона по длине зоны перераспределения усилий.

Приращение относительной деформации выделенного бетонного блока на уровне напрягающего элемента:

$$\Delta \varepsilon_p = \frac{\Delta u}{l_{cr}/2}. \quad (8)$$

4. Суммарная относительная деформация в напрягающей арматуре, не имеющей сцепления с бетоном, определяется по формуле: $\varepsilon_p = \varepsilon_{p,\infty} + \Delta \varepsilon_p$, где $\varepsilon_{p,\infty}$ – относительная деформация напрягающей арматуры после натяжения с учетом всех потерь; $\Delta \varepsilon_p$ – приращение относительной деформации в предельной стадии.

Приращение напряжений, а соответственно и результирующие напряжения в растянутой напрягаемой арматуре, определяется по соответствующей диаграмме деформирования « $\sigma_p - \varepsilon_p$ » для напрягающих элементов.

5. Пользуясь гипотезой плоского деформирования для сечения с трещиной, определяют высоту сжатой зоны, задаваясь вычисленным значением приращения деформации напрягаемого элемента и величиной деформации наиболее сжатой грани сечения (в первом приближении ее принимают равной $\varepsilon_{cr} = 0,35 \%$).

6. Проверяют условия равновесия продольных усилий.

7. Определяют приращение напряжений в напрягаемом элементе:

$$\Delta \sigma_p = \sigma_p - \sigma_{p,\infty}.$$

Для иллюстрации описанных выше преимуществ расчетной деформационной модели были выполнены теоретические исследования, используя данные и результаты экспериментальных исследований, выполненных автором.

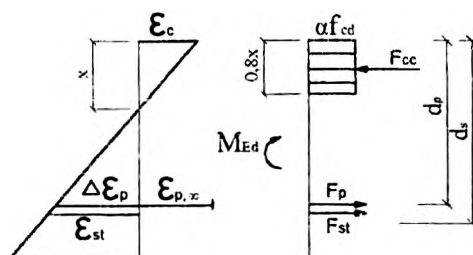


Рис. 3. Распределение относительных деформаций и напряжений в сечении

Исследования проводились на монолитных балках прямоугольного сечения размером 200×600 мм длиной 6000 мм. Балки армировали напрягаемыми канатами $\text{Ø}15\text{Y}1860\text{S}7$, не имеющими сцепления с бетоном, а также ненапрягаемой арматурой S500, имеющей сцепление с бетоном, объединенной в сварной пространственный каркас КП-1.

Маркировка образцов и основные варьируемые параметры приведены в таблице.

Характеристика армирования образцов

Серия балок	Варируемые параметры				
	напрягаемая арматура		ненапрягаемая арматура		Суммарный коэффициент армирования
	тип армирования	коэффициент армирования	тип армирования	коэффициент армирования	
Б1	2 каната $\text{Ø}15\text{Y}1860\text{S}7$	0,23 %	8 $\text{Ø}8\text{S}500$	0,34 %	0,57 %
Б2	1 канат $\text{Ø}15\text{Y}1860\text{S}7$	0,117 %	12 $\text{Ø}12\text{S}500$	1,13 %	1,247 %
Б3	1 канат $\text{Ø}15\text{Y}1860\text{S}7$	0,117 %	8 $\text{Ø}12\text{S}500$	0,75 %	0,867 %

Статические испытания проводили нагружением балок двумя сосредоточенными силами, приложенными в третях пролета (рис. 4), поэтапно примерно $0,1 P_{xp}$ (P_{xp} – предельная нагрузка, соответствующая максимальному значению M_{xp} , определяемому ранее по различным расчетным методам) Статические испытания проводили нагружением балок двумя сосредоточенными силами, приложенными в третях пролета (рис. 4), поэтапно

но, примерно $0,1 P_{кр}$ ($P_{кр}$ – предельная нагрузка, соответствующая максимальному значению $M_{кр}$).

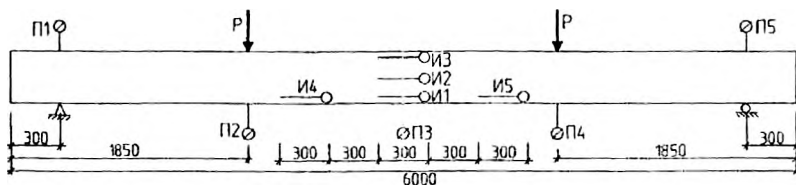


Рис. 4. Схема установки приборов

На рисунке 5 показано соотношение значений приращений напряжений в натягаемых канатах без сцепления, полученных в результате проведенных автором опытов, и определенных по деформационной методике, а также по различным методам, описанным выше.

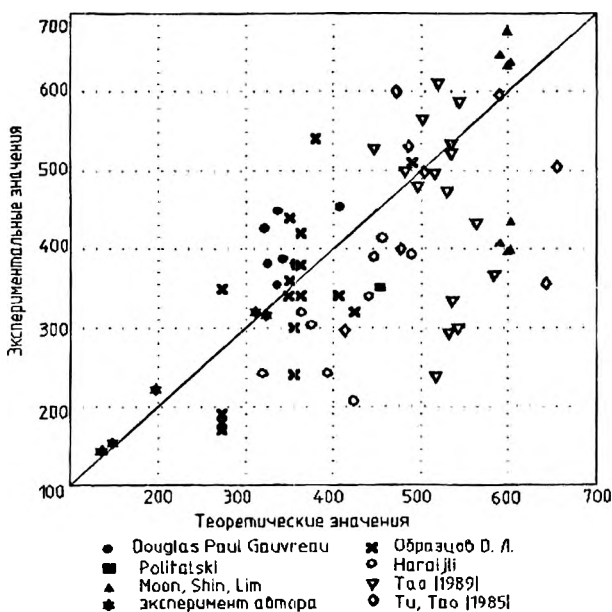


Рис. 5. Графическое представление результатов сравнительного анализа значений приращения напряжения, полученных на основе предлагаемой модели с результатами экспериментальных исследований, предлагаемых различными учеными

Из рисунка 5 видно, что описываемый деформационный метод на основании блочной модели дает достаточно адекватный результат.

Заключение

Точное определение приращений относительных деформаций и, соответственно, напряжений в напрягающей арматуре является одной из важнейших проблем, относящихся к проектированию постнапряженных элементов.

Вместе с тем по результатам анализа результатов исследований различных авторов можно утверждать, что:

1) коэффициент армирования напрягающими канатами ρ_p не оказывает существенного влияния как на длину зоны с трещинами (L_c/L), так и соответственно на длину пластического шарнира;

2) приращение напряжений в напрягающих канатах в предельной стадии находится в обратной зависимости от коэффициентов армирования ρ_p и ρ_l ;

3) тип нагружения (схема приложения нагрузки) не влияет на длину зоны с трещинами (L_c/L), а соответственно и на длину пластического шарнира.

Учитывая тот факт, что при определении значения приращения напряжения в напрягаемых канатах без сцепления по деформационному методу на основе блочной модели основным параметром является коэффициент армирования ненапрягаемой арматуры, имеющей сцепление с бетоном, а не отношение длины зоны с трещинами к длине испытанного элемента (L_c/L), тип нагружения, можно сделать вывод, что деформационная модель является более объективным методом.

Литература

1. AASHTO, AASHTO LRFD Bridge Design Specification. SI Unit 1st ED, American Association of State Highway and transformation officials, 1994.
2. ACI 318 M – 02/318 RM – 02 Building Code Requirements for Structural concrete (ACI 318M – 02) and Commentary (ACI 318M – 02), American Concrete Institute, Farmington Hills, 2002.
3. ACI 318-95. Design of Concrete and Prestressed Structures.
4. Baker, A.L.L. Plastic theory of design for ordinary reinforced and prestressed concrete including moment redistribution in continuous members / A.L.L. Baker // Magazine of Concrete Research. – 1949. – 1, No. 2. – P. 57 – 66.

5. British Standards Institution. 1985, BSI 8110 – part. 1, 2 and 3.
6. Burns, N.H. Test of one-way post-tensioned slabs with unbounded tendons / N.H. Burns, F.A. Charney and W. R. Vines // *PCI Journal*. – 1978. – 23, No. 5. – P. 66 – 81.
7. Драган, А.В. Трещиностойкость железобетонных элементов при действии осевых растягивающих усилий: дис. ... канд. техн. наук / А.В. Драган. – Брест, 2008.
8. DIN 4227 Tiel 6: Spaunbeton – Beteile mit Vorspannung ohne Verbund. Ausgabe Mai 1982 BK 1999 II.
9. DIN 1045-1 Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spanbeton – Teil 1: Bemessung und konstruktion, Juli, 2002.
10. Douglas Paul Gauvreau. Ultimate limit state of concrete girders prestressed with unbounded tendons / Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zurich.
11. Du, G.C. Ultimate stress of unbounded tendons in partially prestressed concrete beams / G.C. Du and X.K. Tao // *PCI Journal*. – 1985. – 30, No. 6. – P. 72 – 91.
12. EN 1992-1-1 (December 2005) Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings, CEN, Brussels, March, 2005.
13. Lee, L.H. Proposed methodology for computing of unbounded tendon stress at flexural failure / L.H. Lee, J.H. Moon and J.H. Lim // *ACI Structural Journal*. – 1999. – 96, No. 6. – P. 1040 – 1048.
14. Moon, J. Effects of stressed and unstressed reinforcement on prestressed concrete members with unbounded tendons / J. Moon, K. Shin, J. Lim, K. Lee // *KCI Concrete Journal*. – 2000. – Vol. 12, № 1.
15. Mattock, A.H. Comparative study of prestressed concrete beams with and without bond / A.H. Mattock, J. Yamazaki and B.T. Kattula // *ACI Journal*. – 1971. – 68, No. 2. P. – 116 – 125.
16. Mojtahedi, S. Ultimate steel stresses in unbounded prestressed concrete / S. Mojtahedi and W.L. Gamble // *Journal of the Structural Division, ASCE*. – 1978. – 104, No. 7. – P. 1159 – 1165.
17. Naaman, A.E. Stress at unbounded posttensioned tendons: part 1 – evaluation of the state-of-the-art / A.E. Naaman and F.M. Alkhairi // *ACI Structural Journal*. – 1991. – 88, No. 5. – P. 641 – 651.
18. Pannell, F.N. The ultimate moment of resistance of unbounded prestressed concrete beams / F.N. Pannell // *Magazine of Concrete Research*. – 1969, 21, No. – P. 66, 43 – 54.
19. Polish Standard: PN-B-03264:2002 Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprezone. Obliczenia statyczne i projektowanie.

20. Politalski, W. Stress increment in unbonded tendons due to the third-point loading of a prestressed concrete slab.
21. Campbell, T.I. Influence of non-prestressed reinforcement on the strength of unbonded partially prestressed concrete members / T.I. Campbell and K. L. Chouinard // *ACI Structural Journal*. – 1991. – 88, No. 5. – P. 546 – 551.
22. Canadian Standards Association, Design of Concrete Structures CSA, Rexdale, Ontario, 1994, A23.3-94.
23. Cooke, N. Flexural strength of prestressed concrete members with unbonded tendons / N. Cooke, R. Park and P. Yong // *PCI Journal*. – 1981, 26, No. 6. – P. 52 – 80.
24. Титус, В.Б. О расчете предварительно напряженных изгибаемых элементов без сцепления арматуры с бетоном / В.Б.Титус // Библиогр. указатель депонированных рукописей. – 1980. – Вып. 3.
25. Проектирование железобетонных конструкций без сцепления арматуры с бетоном: ТКП/ОР/45-5.01-2006.
26. Au, F.T.K. Prediction of ultimate stress in unbonded prestressed tendons / F.T.K. Au and J.S. Du // *Magazine of Concrete Research*. – 2004. – 56, No. 1.
27. Хачатрян, А.И. Предварительное напряжение безбалочных перекрытий зданий с напрягаемой арматурой, не имеющей сцепления с бетоном / А.И. Хачатрян // Межвуз. сб. науч. тр. / ЕрПИ. Серия XII.В. Вып. V. Строительство и архитектура. – Ереван, 1978. – С. 100 – 104.
28. Harajli, M.H. Effect of span-depth ratio on the ultimate steel stress in unbonded prestressed concrete members / M.H. Harajli // *ACI Structural Journal*. – 1990. – 87, No. 3. – P. 305 – 312.
29. Warwaruk, J. Investigation of prestressed reinforced concrete for highway bridges, part III: strength and behavior in flexure of prestressed concrete beams / J. Warwaruk, M.A. Sozen and C.P. Siess // *Bulletin*. – No. 464, Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana, 1962. – 105 p.
30. Образцов, О.Л. Прочность комбинированно предварительно напряженных элементов без сцепления напрягаемой арматуры с бетоном при действии изгибающих моментов: дис. ... канд. техн. наук / О.Л. Образцов. – Брест, 2002.