УДК 624. 01

Давыдюк А.И.
(БрГТУ, г. Брест)

РАСЧЕТ БЕЗБАЛОЧНЫХ ПЕРЕКРЫТИЙ С НЕРЕГУЛЯРНЫМ РАСПОЛОЖЕНИЕМ ОПОР ПО МЕТОДУ ПРЕДЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ

В последние годы в Беларуси и странах ближнего зарубежья сильно вырос объем монолитного строительства многоэтажных зданий. Основным преимуществом данных конструкций наряду с высокими прочностными и жесткостными характеристиками является возможность реализовать любое архитектурно-планировочное решение. Монолитные здания часто имеют сложную конфигурацию в плане и нерегулярное расположение опор различного вида. Это усложняет расчет конструкций перекрытий этих зданий.

На сегодняшний день основным методом расчета перекрытий с нерегулярно расположенными опорами является метод конечных элементов. Расчет по этому методу обычно ведется без учета нелинейных деформаций, возникающих в плите перекрытия, и без предварительного технико-экономического анализа конструкции. Это приводит к перерасходу строительных материалов, усложнению технологии производства работ и, в ряде случаев, к снижению качества и надежности всей конструкции здания. Решить данную проблему может применение для расчета перекрытий метода предельного равновесия.

Метод предельного равновесия позволяет рассчитывать железобетонные конструкции с учетом их работы в неупругой стадии. Данным методом можно определять изгибающий момент, как в балочных, так и в безбалочных перекрытиях. При этом перекрытия могут иметь произвольное очертание, находиться под воздействием любых сосредоточенных или распределенных нагрузок и опираться на стены и/или колонны, расположенные по произвольной схеме. Указанный метод не требует больших затрат времени на выполнение расчетов и во многих случаях может быть применен без использования ЭВМ [1].

Теория предельного равновесия рассматривает конструкцию в момент, непосредственно предшествующий разрушению, когда пластические шарниры объединяются в непрерывные линии. Эти линии разделяют плиту на отдельные звенья, которые формируют механизм разрушения, называемый схемой излома. Согласно закону сохранения энергии, перед разрушением работа, затраченная на перемещение нагрузки, равна работе, затраченной на поворот конструкции в линиях пластических шарниров, то есть:

$$E = D, \tag{1}$$

где E – работа внешних сил, затраченная на перемещение нагрузки; D – работа внутренних сил, затраченная на поворот в линиях пластических шарниров.

Приняв принцип суперпозиции, получим:

$$\sum_{i=1}^{n} N_i \cdot \delta_i = \sum_{i=1}^{n} m \cdot l_i \, \theta_i, \tag{2}$$

где N_i – равнодействующая нагрузки, приложенной к i-му звену, кН; δ_i – перемещение центра тяжести i-го звена, м; m – предельный момент сопротивления в линиях пластических шарниров, кН/м; l_i – проекция длин линии пластического шарниров i-го звена на ось вращения этого звена, м; θ_i – угол поворота i-го звена, рад; n – количество звеньев.

Из уравнения (2) легко вычислить изгибающий момент в плите.

Наиболее сложным этапом при расчете по методу предельного равновесия является построение схемы излома. Для этого существуют следующие правила [1]:

1) оси вращения схем излома лежат вдоль линий опирания и проходят вблизи любых опор;

2) линии пластических шарниров должны быть прямыми;

3) линии пластических шарниров, соединяющие смежные звенья, должны проходить через ось вращения этих звеньев;

4) линии пластических шарниров непрерывны и могут заканчиваться только на краю плиты;

5) положительные линии пластических шарниров располагаются ближе к шарнирно опертому краю плиты, чем к жестко защемленном.

Пользуясь этими правилами можно построить бесконечное количество схем излома. Для безбалочных перекрытий с нерегулярным расположением опор все возможные схемы излома разделим три группы:

1) створчатые – схемы излома, линии пластических шарниров которых проходят от одного конца плиты к другому;

2) полигональные – схемы излома, отрицательные линии пластических шарниров которых представляют собой многоугольник, построенный в приделах любого количества опор;

3) конические – схемы излома, представляющие собой локальный механизм разрушения, образующийся вокруг точек приложения больших сосредоточенных усилий или опор.

Из всех возможных схем излома расчетной будет являться та схема, которой соответствует максимальный предельный изгибающий момент. Для поиска такой схемы излома воспользуемся теорией оптимизации.

Теория оптимизации изучает методы поиска наилучшего решения различных функций по заданному критерию при выполнении необходимых ограничений. В данном случае критерием оптимальности будет являться максимум изгибающего момента. В *качестве ограничений будут выступать правила построения схем излома, а* функция оптимизации будет иметь вид:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} N_i \cdot \delta_i}{\sum_{i=1}^{n} L_i \cdot \theta_i} \to \max . \qquad (3)$$

Используя математические преобразования [4] можно доказать, что, при равномерно распределенной нагрузке, положение максимума целевой функции будет зависеть только от координат вершин схемы излома. Координаты вершин представляют собой пересечение линий пластических шарниров. Так как пластические шарниры прямые, их можно задать уравнением вида:

$$y = kx + b, \qquad (4)$$

где k – угловые коэффициенты; b – смещение от начала координат.

Смещение относительно начала координат найдем с учетом того, что пластические шарниры проходят через точки пересечения осей вращения схемы излома. А угловой коэффициент определим следующим образом:

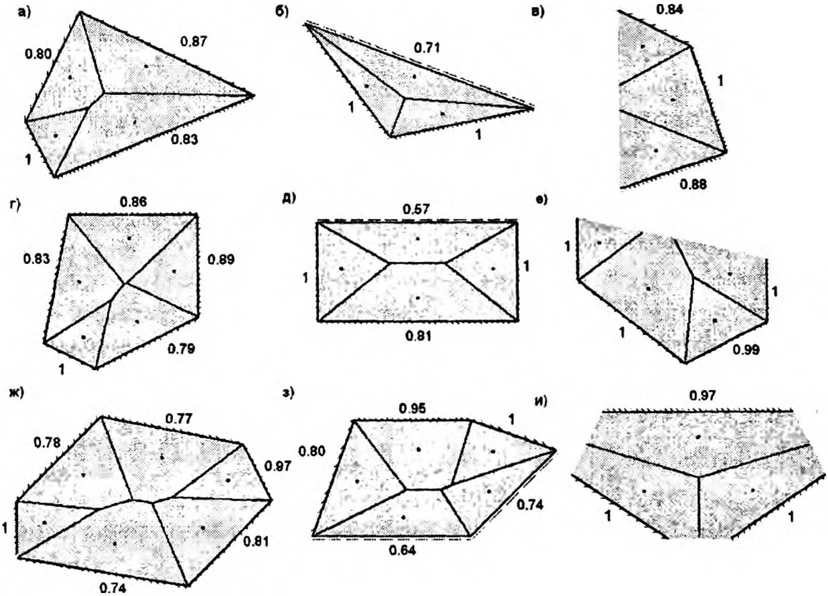
$$k = K_m + \frac{(K_l - K_m) \cdot p_m}{p_l + p_m},$$

где K_m, K_l – угловые коэффициенты осей схемы излома (для створчатых и полигональных схем излома оси вращения совпадают с отрицательными линиями пластических шарниров и проходят вблизи любых опор); p_m, p_l – параметры, которые могут принимать значения от 0 до 1.

После выполнения описанных математических преобразований задача оптимизации функции, имеющей ограничение, модифицируется в задачу безусловной оптимизации. Целевая функция при этом зависит только от безразмерных параметров $p_1, p_2 \ldots p_n$, с областью определения 0 до 1. Число параметров n равняется числу осей вращения схемы излома.

Теперь для поиска решения задачи можно использовать один из следующих методов: вращение координат, поиск по образцу, циклический покоординатный подъем, поиск по деформированному многограннику. Выбор метода зависит от вида целевой функции и количества параметров оптимизации. Так как целевая функция не является овражной, а количество параметров для большинства практических задач не более 4, применим метод циклического покоординатного подъема. Алгоритм метода описан в пособии [5].

Описанная выше методика была реализована в виде компьютерной программы «IZLOM». Это позволило построить схемы излома для большего количества плит различной конфигурации, некоторые из которых представлены на рисунке.



Схемы излома плит различной конфигурации:
1, 0.80, 087,... – полученные значения параметров оптимизации

Анализ полученных схем излома позволяет сделать следующие выводы:

• Если условно вырезанный из плиты расчетный многоугольник одинаково (жестко или шарнирно) опирается по всему периметру и имеет такую форму, что в него можно вписать окружность, то максимальный прогиб будет находиться в центре этой окружности, т. е. являться точкой пересечения биссектрис.

• Если условно вырезанный из плиты расчетный многоугольник одинаково опирается по всему периметру, но его форма не позволяет вписать в него окружность, то положение линий пластических шарниров, соответствующее максимальному предельному моменту, будет несколько отклоняться от положения биссектрис углов. Однако если проигнорировать этот факт и принять все параметры оптимизации равными 1, погрешность при определении момента не превысит 5 %.

• Если условно вырезанная из плиты фигура имеет форму треугольника, то оптимальные значения параметров, соответствующих защемленным сторонам, будут равны 1, а соответствующих шарнирно опирающимся сторонам – 0,71.

• Если условно вырезанный из плиты произвольный многоугольник жестко или шарнирно опирается по контуру, то при построении схем излома также можно использовать биссектрисы углов. Погрешность от этого допущения не превысит 10 %.

• Если расчетный многоугольник имеет стороны, совпадающие с краями плиты в тех местах, где в плите нет обвязочной балки, то параметры, соответствующие этим сторонам, не оптимизируются и принимаются всегда равными нулю. Линии пластических шарниров при этом так же не будут совпадать с биссектрисами углов. А игнорирование этого факта приведет к возникновению погрешности, не превышающей 5 %, если свободные стороны расположены отдельно, или 10 %, если стороны расположены последовательно.

Литература

1. Конструкции бетонные и железобетонные: СНБ 5.03.01-02 / М-во архит. и стр-ва Респ. Беларусь. – Минск, 2003. – 140 с.
2. Рак, Н.А. О расчете прочности железобетонных элементов с косвенным армированием при местном сжатии / Н.А. Рак // Вестн. БГТУ. Стр-во и архитектура. – 2007. – № 1(43). – С. 33 – 38.
3. Kennedy G., Goodchild C.H. Practical Yield Line Design – Surrey, The Concrete Center, 2004. –171 p.
4. Фильчаков, П.Ф. Справочник по высшей математике / П.Ф. Фильчаков. – Киев: Наукова думка, 1974. – 744 с.
5. Рейзлин, В.И. Численные методы оптимизации: учеб. пособие / В.И. Рейзлин; Томск. политех. ун-т. Томск: Изд-во Томск. политех. ун-та, 2011. – 105 с.