

11. Стальные конструкции. Правила монтажа: ТКП 45-5.04-41-2006. – Минск: Минстройархитектуры, 2007.
12. Левчук, А.А. Исследование влияния смещений опор из плоскости ограждения на напряженно-деформированное состояние двухпролетных металлических трехслойных панелей / А.А. Левчук // Современные строительные конструкции из металла и древесины / ООО «Внешрекламсервис». – Одесса, 2008. – Ч. 1 – С. 176 – 178.
13. Драган, В.И. Несущая способность трехслойных металлических панелей с профилированными обшивками / В.И. Драган, А.А. Левчук // Современные строительные конструкции из металла, дерева и пластмасс: сб. науч. тр. междунар. симпоз. – Одесса, 2012.

УДК 624.046.5

**Молош В.В.**

(БрГТУ, г. Брест)

### **ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ ДЕФОРМАЦИОННОГО ПОДХОДА В РАСЧЕТНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ СРЕЗУ ПРИ ПРОДАВЛИВАНИИ ПЛОСКИХ ПЛИТ**

Проводимые в последнее десятилетие многочисленные теоретические и экспериментальные исследования, связанные с изучением поведения локальной зоны соединения колонны и плоской плиты, были направлены на создание адекватной модели сопротивления срезу при продавливании, обеспечивающей выполнение требований надежности в соответствии с ТКП EN 1990.

Анализ результатов проведенных исследований позволил установить, что сопротивление срезу при продавливании плоских перекрытий, так же как и сопротивление изгибу, в значительной степени зависит от геометрических параметров всей системы (толщины плиты перекрытия, размеров сечения колонны, количества и расположения армирования). Разрушение при местном срезе в большинстве случаев имеет хрупкий характер, при котором сопротивление изгибу не всегда может быть исчерпано полностью.

Существующие расчетные модели сопротивления срезу при продавливании условно можно разделить на две группы. К первой можно отнести эмпирические модели, полученные описанием экспериментальных данных абстрактными математическими зависимостями, не имеющими, как прави-

ло, физико-механического смысла, используемые в большинстве существующих нормативных документов. Ко второй группе моделей сопротивления при местном срезе следует отнести механические модели, которые учитывают все физические свойства материалов и распределения внутренних усилий в бетоне и арматуре под нагрузкой и имеют более осмысленный и фундаментальный характер.

В последние годы получила распространение теоретическая модель *Kinnunen* и *Nylander* [2], которая базируется на допущении о том, что сопротивление местному срезу связано с некоторым заданным критическим углом поворота  $\psi$ , величину которого предлагается вычислять из упрощенных кинематических зависимостей для плиты, принимая билинейную зависимость «момент – кривизна». По мнению *Muttoni* [1], эта модель на протяжении ряда лет оставалась «одной из наилучших моделей для описания феномена продавливания». Как показано в работе [1], несмотря на то, что модель [2] является «довольно изящной и дает хорошие результаты», её никогда напрямую не включали в нормы проектирования. Базируясь на подходе *Kinnunen* и *Nylander* [2], в своей работе [1] *Muttoni* предлагает усовершенствованный полуэмпирический подход к определению сопротивления срезу при продавливании.

Предложенная теоретическая модель, разработанная на основании положений модифицированной теории полей сжатия, была усовершенствована и кроме касательных напряжений, вызванных зацеплением по берегам трещины среза, учитывает влияние нагельного эффекта и усилие предварительного обжатия в бетоне. В завершение проведена оценка достоверности и сравнение рассмотренных моделей, которая выполнена по результатам собственного экспериментального исследования и исследований зарубежных авторов.

### **Применение положений модифицированной теории полей сжатия к расчету сопротивления срезу при продавливании**

В рамках предложенной теоретической модели для расчета сопротивления срезу при продавливании были разработаны два метода расчета, основанные на положениях теории плоского напряженного состояния, в основу которых положены уравнения совместности деформаций, уравнения равновесия и физические уравнения работы материалов под нагрузкой.

*Первый* базируется на составлении характерных уравнений равновесия всех сил и уравнений совместности деформаций в наклонном сечении. В нем для оценки сопротивления срезу при продавливании плоских плит по наклонному сечению (сечение 3, рис. 1) предложено применить положения модифицированной теории полей сжатия (англ. *Modified Compression Field Theory, MCFT*), которые подробно рассмотрены в работе [5].

В рамках *второго метода*, расчет ведут в трех характерных сечениях, рассматривая в них напряженно-деформированное состояние. На начальном этапе рассчитывают нормальное к нейтральной плоскости плиты сечение, проходящее по обрезу колонны, проверяя возможность разрушения конструкции от изгиба (сечение 1, рис. 1). Расчет ведут по общему деформационному методу при совместном действии изгибающего момента и продольной силы в соответствии с положениями [3]. На следующем этапе, используя также общий деформационный метод, рассчитывают нормальное к серединной поверхности плиты сечение, расположенное на расстоянии  $d \cot \theta$  от обреза колонны, которое имеет общую точку пересечения на растянутой арматуре с наклонным сечением среза (сечение 2, рис. 1). Далее по уравнениям модифицированной теории сжатых полей рассчитывают наклонное сечение (сечение 3, рис. 1). Для обеспечения совместности решения, напряжения и деформации во всех трех сечениях приводят к эквивалентности путем итерационной процедуры.

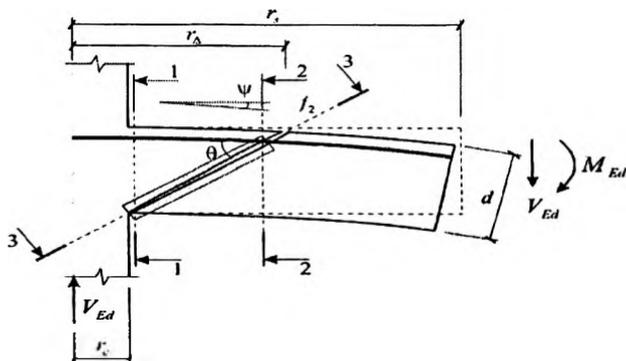


Рис. 1. К расчету сопротивления срезу при продавливании

Главной особенностью предложенной модели сопротивления срезу при продавливании является учет совместного действия изгибающего момента и поперечной силы в первом методе расчета и совместного действия всех внутренних усилий во втором методе. При этом учитывается изгибная и осевая деформативность железобетонного элемента. Таким образом, в отличие от большинства известных ранее моделей, в предложенной модели осуществлена попытка рассмотреть сопротивление конструктивного элемента, а не сопротивление отдельного сечения.

Более детально теоретические положения предложенных методов расчета приведены в работе [4]. Алгоритм расчета, служащий для определения предельной перерезывающей силы, воспринимаемой сечением среза в рамках первого метода расчета, приведен на рисунке 2.

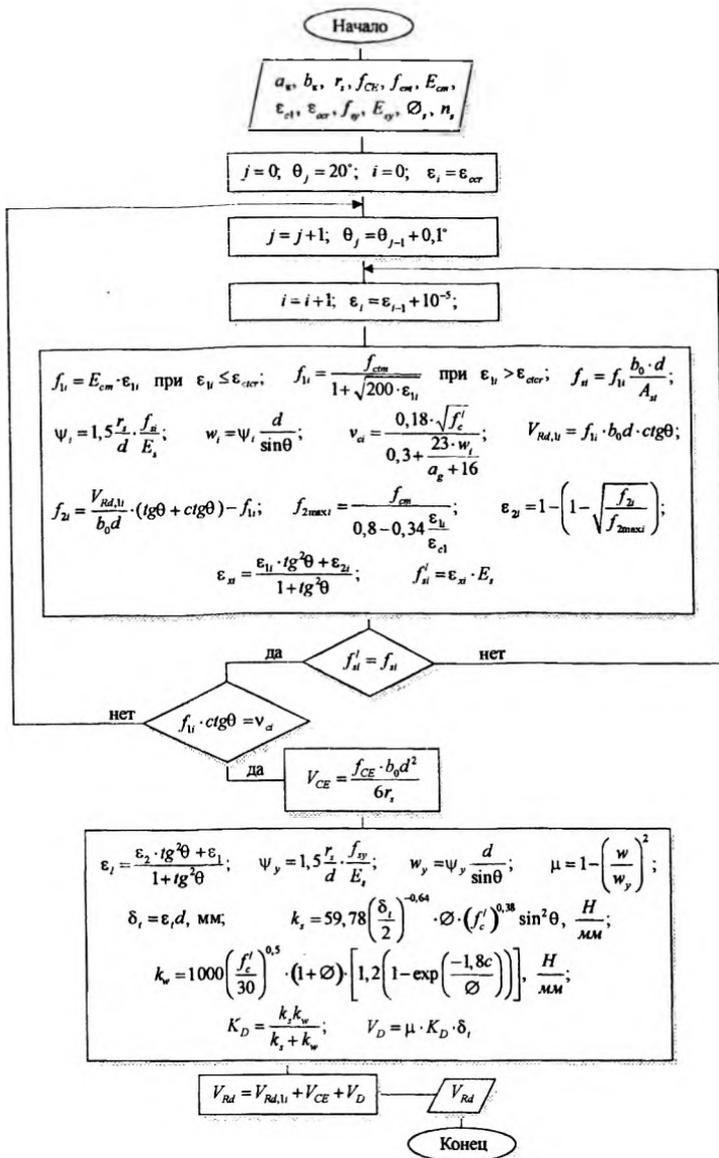


Рис. 2. Алгоритм № 1 для расчета сопротивления срезу при продавливании

На рисунке 2 приняты следующие обозначения:  $b_0$  – базовый периметр, мм;  $d$  – рабочая высота сечения плиты, мм;  $V_{\text{св}}$ ,  $V_{\text{рд}}$  – расчетная перерезывающая сила;

$f'_c$  – сопротивление бетона осевому сжатию;  $f_{cm}$  – среднее сопротивление бетона осевому сжатию;  $f_{ctm}$  – среднее сопротивление бетона осевому растяжению;  $f_{cE}$  – напряжения обжатия в бетоне в срединной плоскости плиты;  $f_y, f_{yd}$  – сопротивление растяжению в арматуре, соответствующее пределу текучести;  $f_1, f_2$  – соответственно главные растягивающие и сжимающие напряжения;  $E_{cm}, E_s$  – соответственно средний модуль упругости бетона и арматуры;  $\psi$  – угол поворота плоскости плиты;  $a_{g0}$  – базовый размер зерна крупного заполнителя, равный 16 мм;  $a_g$  – максимальный размер крупного заполнителя, применяемого для приготовления бетонной смеси;  $\theta$  – угол наклона граней пирамиды продавливания;  $a_k, b_k$  – геометрические размеры колонны;  $r_s \cong 0,22L$  – пролет среза;  $L$  – расстояние между колоннами;  $\epsilon_1, \epsilon_2$  – соответственно главные растягивающие и сжимающие относительные деформации в бетоне;  $\epsilon_x$  – относительные деформации в бетоне по направлению оси вдоль срединной плоскости плиты;  $\emptyset, \emptyset_s$  – диаметр арматурного стержня продольной арматуры при расчете нагельного эффекта в наклонной трещине;  $w$  – ширина раскрытия наклонной трещины.

**Полуэмпирическая модель Muttoni [1].** Опираясь на ранние исследования Muttoni [1] предложил следующий критерий разрушения при продавливании:

$$\frac{V_{Ed}}{b_0 \cdot d \sqrt{f'_c}} = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi \cdot d}{a_{gn} + a_g}} \quad (\text{Н, мм}). \quad (1)$$

Для расчета сопротивления срезу по формуле (1) необходимо иметь зависимость между углом поворота  $\psi$  и действующим продавливающим усилием  $V_{Ed}$ . В работе [4] Muttoni для вычисления угла поворота предложил зависимость:

$$\psi = 0,33 \frac{L \cdot f_{yd}}{d \cdot E_s} \left( \frac{V_{Ed}}{8 \cdot m_{Rd}} \right)^{3/2}, \quad (2)$$

где  $m_{Rd}$  – расчетное сопротивление плиты в месте примыкания к колонне.

В работе [4] отмечено, что при составлении норм можно комбинировать уравнение (2) и критерии (1). Точное решение (т. А на рисунке 3) достигается приравнением  $V_{Rd} = V_{Ed}$  и итерационным решением результирующего уравнения.

**Сходимость опытных и расчетных значений поперечных сил, возникающих при сопротивлении местному срезу**

Значения предельных перерезывающих сил, возникающих при сопротивлении местному срезу, которые были получены в результате расчета по алгоритмам № 1, № 2, сравнивали с результатами, полученными по модели Muttoni [1], а также с результатами собственного и зарубежных экспериментальных исследований (табл. 1).

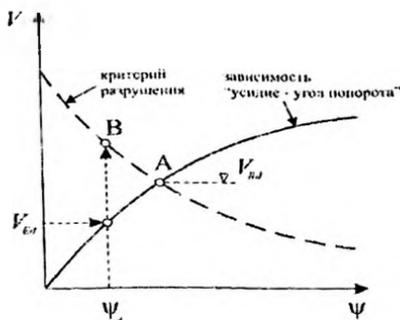


Рис. 3. К расчетной проверке условия предельного состояния плиты при продавливании ( $V_{Ed} \leq V_{Rd}$ ) согласно [1]

Таблица 1

Результаты экспериментального и численного исследования

№ п.п.	Марка образца	$d$ , мм	$f_{cm}$ , МПа	$E_{cm}$ , ГПа	$\rho_{lx}, \rho_{ly}$ , %	$V_{exp}$ , кН	$V_{calc,1}$ , кН	$V_{calc,2}$ , кН	$V_{calc}$ , [1], кН
1	ПБ1-1	0,096	39.4	35,8	0,33	89,1	77,2	56,6	178,7
2	ПБ1-2	0,134			1,4	376,2	199,1	220,2	459,0
3	ПБ1-3	0,172			2,0	504,9	393,9	358,0	739,4
4	ПБII-1	0,096	50.4	35.8	0,33	94,1	78,8	59,1	191,7
5	ПБII-2	0,134			1,4	371,3	206,4	247,6	507,3
6	ПБII-3	0,172			2,0	554,4	486,4	431,8	827,9
7	ПБIII-1	0,093	30.8	35.8	2,3	193,1	187,7	124,0	265,9
8	ПБIII-2	0,136			0,29	133,7	105,1	108,1	289,4
9	ПБIII-3	0,174			1,17	440,6	263,6	290,5	612,9
10	ПБIV-1	0,094	35.2	43.6	1,4	156,42	144,4	125,3	247,9
11	ПБIV-2	0,132			2,3	346,5	292,5	231,3	472,3
12	ПБIV-3	0,177			0,27	188,1	144,0	198,1	464,1
13	ПБV-1	0,094	41.9	41.6	1,4	191,07	149,6	138,2	268,3
14	ПБV-2	0,132			2,3	401	303,9	256,1	518,9
15	ПБV-3	0,177			0,27	193,1	146,9	206,4	495,6
16	ПБVI-1	0,094	37.2	37.4	1,4	185,6	141,7	124,2	256,2
17	ПБVI-2	0,132			2,3	356,4	285,8	228,2	491,3
18	ПБVI-3	0,177			0,27	198	310,3	179,0	477,3

В таблице приняты следующие обозначения:  $V_{calc,1}$ ,  $V_{calc,2}$  – поперечные силы, рассчитанные соответственно по алгоритмам 1 и 2.

Для оценки использовали основные описательные статистики – среднее по выборке, размах данных, дисперсия рассеивания, коэффициент вариации. Также была выполнена проверка статистических гипотез о равенстве средних и дисперсий рассеивания. Основные статистические параметры, полученные в результате оценивания, приведены в таблице 2.

Основные параметры статистического анализа

Нормативный документ	$\sum(V_{\text{exp}} - V_{\text{calc}})^2$	t-крит. для $\sum(V_{\text{exp}} - V_{\text{calc}})^2$	Среднее значение $V_{\text{calc}}/V_{\text{exp}}$	$V_{\text{min}}/V_{\text{max}}$ МН	$s^2_1$	С.В. для $V_{\text{calc}}/V_{\text{exp}}$	$s^2_2$	t-крит. для $s^2_2$	$r_{V_{\text{exp}}/V_{\text{calc}}}$
Эксперимент	96,9 (0,347)	—	1 (1)	0,21 (0,09) / 2,42 (0,55)	—	—	—	—	—
Алгоритм № 1	221,6 (0,413)	14,88 (5,55)	0,412 (0,811)	0,074 (0,08) / 0,914 (0,49)	0,019 (0,04)	0,33 (0,24)	0,366 (0,07)	56,52 (4,17)	0,911 (0,89)
Алгоритм № 2	153,7 (0,459)	10,04 (7,26)	0,519 (0,732)	0,043 (0,06) / 1,612 (0,43)	0,02 (0,02)	0,27 (0,19)	0,252 (0,10)	44,39 (8,22)	0,95 (0,69)
Muttoni [1]	172,8 (0,459)	0,08 (-14,11)	0,967 (1,672)	0,18 (0,19) / 2,84 (0,83)	0,033 (0,19)	0,19 (0,26)	0,034 (0,67)	2,39 (-6,54)	0,96 (0,91)
$t_{\text{табл}}$	—	1,96	—	—	—	—	—	1,96	—

В таблице приняты следующие обозначения:  
 Без скобок приведены значения по выборке из 173 образцов зарубежных исследований, в скобках — по собственным исследованиям:  
 $\sum(V_{\text{exp}} - V_{\text{calc}})^2$  — сумма квадратов отклонений экспериментальных значений  $V_{\text{exp}}$  от среднего  $V_{\text{calc}}$  из рассчитанных по модели значений,  
 t-крит. — критерий Стьюдента,  
 $s^2_1$  — дисперсия рассеивания отношений  $V_{\text{calc}}/V_{\text{exp}}$  относительно собственного среднего,  
 $s^2_2$  — дисперсия рассеивания отношений  $V_{\text{calc}}/V_{\text{exp}}$  относительно единицы ( $V_{\text{calc}} = V_{\text{exp}}$ ),  
 С.В. — коэффициент вариации значений выборки,  
 $r_{V_{\text{exp}}/V_{\text{calc}}}$  — коэффициент корреляции расчетных и опытных значений перерезывающих сил,  
 $t_{\text{табл}}$  — табличный t-критерий Стьюдента.

Опираясь на графические данные рисунка 4 и результаты статистического анализа (табл. 2) можно отметить, что распределения расчетных предельных поперечных сил совпадают по направлению с распределением опытных поперечных сил, но отклонены от него в сторону запаса сопротивления или его завышения. Следует отметить то, что соотношения расчетных и опытных значений предельных поперечных сил, полученные по результатам собственных исследований, отличаются от тех, которые были получены по результатам зарубежных исследований. Так, по результатам зарубежных исследований модель Muttoni [1] показывает достаточно хорошую сходимость, а модели расчета по алгоритмам № 1 и № 2 показывают запас сопротивления около 100 % по алгоритму № 1 и 40 % по алгоритму № 2. Однако по результатам собственных исследований расчетные

значения поперечных сил по модели *Muttoni* [1] превышают опытные в среднем на 25 %, а расчетные значения по алгоритмам № 1 и № 2 также имеют запас сопротивления, равный в среднем 15 %.

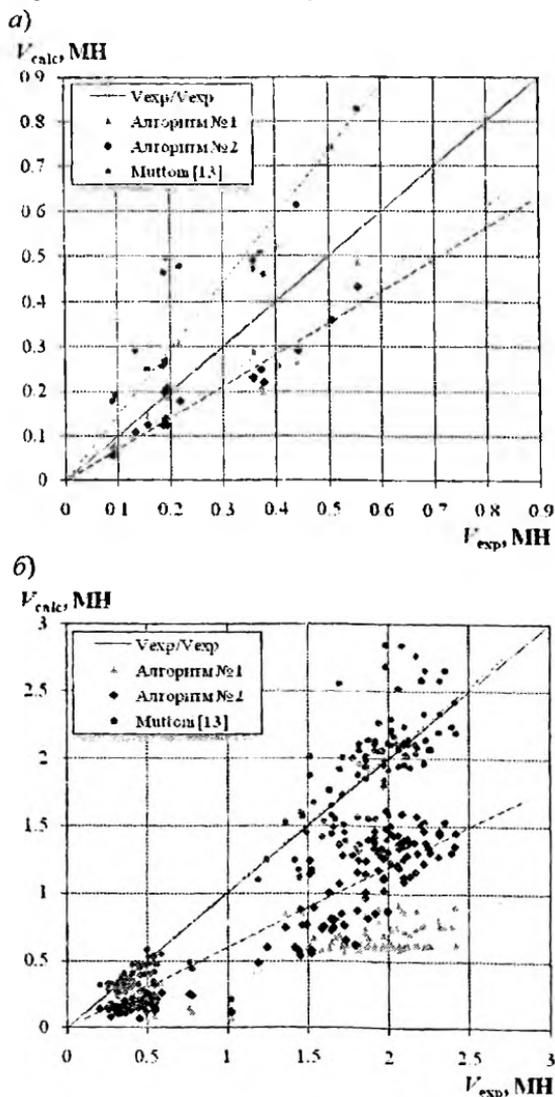


Рис. 4. Соотношение расчетных и опытных значений поперечных сил сопротивления срезу при продавливании: по результатам собственных экспериментальных исследования (а), по результатам зарубежных исследований (б)

Следует отметить, что основные неточности в определении сопротивления срезу при продавливании получаются в элементах, у которых процент продольного армирования либо слишком низкий (меньше 0,2 %), либо слишком высокий (больше 3 %).

Аналогично в случаях, когда рабочая высота плиты меньше 3 см, когда арматура расположена в нейтральной зоне и сечение слабо сопротивляется изгибу, или больше 40 см.

Так, по результатам собственных исследований при коэффициенте продольного армирования 0,3 % расчет по алгоритму № 1 завышает значение поперечной силы на 30 % лишь для образца ПБVI-3, который был армирован поперечной арматурой. В данном случае, возможно, неточно учтена составляющая поперечной силы, воспринимаемая поперечной арматурой. Для аналогичных образцов при расчете по алгоритму № 2 в случае тонких плит ( $d = 0,09$  м) расчетные разрушающие усилия были ниже опытных, а для более толстых ( $d = 0,17$  м) выше.

В образцах группы I в расчете по алгоритму № 2 проверяется нормальное сечение у граней колонны, по которому, как правило, происходит разрушение образцов этой группы.

#### **Заключение:**

1. На основании положений модифицированной теории полей сжатия в плоской постановке задачи разработана модель расчета, позволяющая оценить величину предельной поперечной силы при сопротивлении конструкции срезу при продавливании. В рамках расчетной модели разработаны два алгоритма расчета.

Главной особенностью предложенной модели сопротивления срезу при продавливании является учет совместного действия изгибающего момента и поперечной силы в первом методе расчета и совместного действия всех внутренних усилий во втором методе. При этом учитывается изгибная и осевая деформативность железобетонного элемента. Таким образом, в отличие от большинства известных ранее моделей, в предложенной модели осуществлена попытка рассмотреть сопротивление конструктивного элемента, а не сопротивление отдельного сечения.

2. Разработанные расчетные модели в достаточной степени адекватно оценивают величину сопротивления срезу при продавливании и показывают удовлетворительную сходимость с данными экспериментальных исследований.

3. Сравнительный анализ, проведенный по результатам собственного и зарубежных экспериментальных исследований, показал неоднозначные результаты. Сравнение расчетных и опытных значений предельных попе-

речных сил показало, что разработанные расчетные модели дают запас сопротивления срезу при продавливании. При сравнении с опытными данными зарубежных исследований предложенная модель давала запас сопротивления от 40 % до 100 %, а модель *Muttoni* [1] при этом имела почти идеальную сходимость с опытными данными. Однако при сравнении с опытными данными собственного экспериментального исследования запас сопротивления по разработанной модели составил всего 15 %. В этом случае по модели *Muttoni* [1] были получены завышенные в среднем на 25 % значения сопротивления срезу при продавливании. Остаются до конца не ясными причины такой неоднозначности.

### Литература

1. Muttoni, A. Behavior of Beams and Punching in Slabs without Shear Reinforcement / A. Muttoni, J. Schwartz // IABSE Colloquium. – Zurich, Switzerland, 1991. – v. 62. – P. 703–708.
2. Kinnunen, S. Punching of Concrete Slabs without Shear Reinforcement / S. Kinnunen, H. Nylander // Transactions of the Royal Institute of Technology, № 158. – Stockholm, Sweden. – 1960. – P. 112.
3. Железобетонные конструкции. Основы теории, расчета и конструирования / Т. М. Пецольд [и др.]; под общ. ред. Т.М. Пецольда, В.В. Тура. – Брест: БГТУ, 2003. – 380 с.
4. Тур, В.В. К определению сопротивления срезу при продавливании плоских плит монолитных перекрытий / В.В. Тур, В.В. Молош // Проблемы современного бетона и железобетона: материалы III междунар. симпоз.: в 2 т., Минск, 9 – 11 нояб. 2011 г.; Минсктиппроект. – Минск, 2011. – Т. 2: Бетонные и железобетонные конструкции. – 450 с.
5. Тур, В.В. Расчет железобетонных конструкций при действии перерезывающих сил: моногр. / В.В. Тур, А.А. Кондратчик. – Брест, БГТУ. – 2000. – 400 с.
6. Молош, В.В. Экспериментально-теоретические исследования прочности на продавливание (местный срез) плитных конструкций из обычного и самоупроченного бетона / В.В. Молош // Вестн. Брест. гос. тех. ун-т. Серия стр-во и архитектура. – 2005. – № 2 (32). – С. 8 – 18.