

**НЕАВТОНОМНЫЕ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ  
УРАВНЕНИЙ С ОБОБЩЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ  
В АЛГЕБРЕ ОБОБЩЕННЫХ ФУНКЦИЙ**

А. И. Жук (Брест, Беларусь)  
anxel@tut.by

Рассмотрим следующую систему на отрезке  $T = [0, a] \subset \mathbb{R}$  :

$$\dot{x}^i(t) = \sum_{j=1}^q f^{ij}(t, x(t)) \dot{L}^j(t), \quad i = \overline{1, p}, \quad (1)$$

с начальным условием  $x(0) = x_0$ , где  $f^{ij}$ ,  $i = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{1, q}$  — некоторые функции,  $x(t) = [x^1(t), x^2(t), \dots, x^p(t)]$ , а  $L^i(t)$ ,  $i = \overline{1, q}$ , — функции ограниченной вариации на отрезке  $T$ . Без ограничения общности будем считать, что функции  $L^i(t)$ ,  $i = \overline{1, q}$ , непрерывны справа,  $L^i(0) = L^i(0-) = 0$  и  $L^i(a-) = L^i(a)$ ,  $i = \overline{1, q}$ . Аналогичное уравнение в одномерном случае было рассмотрено в [1].

Задаче (1) поставим в соответствие следующую конечно-разностную задачу с осреднением

$$x_n^i(t + h_n) - x_n^i(t) = \sum_{j=1}^q f_n^{ij}(t, x_n(t)) [L_n^j(t + h_n) - L_n^j(t)], \quad i = \overline{1, p}, \quad (2)$$

с начальным условием  $x_n(t)|_{[0, h_n]} = x_{n0}(t)$ . Здесь  $L_n^j(t) = (L^j * \rho_n^j)(t) = \int_0^{1/\gamma^j(n)} L^j(t+s) \times \rho_n^j(s) ds$ , где  $\rho_n^j(t) = \gamma^j(n) \rho^j(\gamma^j(n)t)$  для  $j = \overline{1, b}$ ,  $\gamma^j(n)h_n \rightarrow \infty$ , а для  $j = \overline{b+1, q}$   $\gamma^j(n)h_n \rightarrow 0$ ,  $\rho^j \geq 0$ ,  $\text{supp } \rho^j \subseteq [0, 1]$ ,  $\int_0^1 \rho^j(s) ds = 1$ , а  $f_n = f * \tilde{\rho}_n$ ,  $\tilde{\rho}_n(x_0, x_1, \dots, x_p) = n^{p+1} \tilde{\rho}(nx_0, nx_1, \dots, nx_p)$ ,  $\tilde{\rho} \in C^\infty(\mathbb{R}^{p+1})$ ,  $\tilde{\rho} \geq 0$ ,  $\int_{[0,1]^{p+1}} \tilde{\rho}(x_0, x_1, \dots, x_p) dx_0 dx_1 \dots dx_p = 1$ ,  $\text{supp } \tilde{\rho} \subset [0, 1]^{p+1}$ .

Для описания предельного поведения решения задачи (2) рассмотрим систему

$$x^i(t) = x_0^i + \sum_{j=1}^q \int_0^t f^{ij}(s, x(s)) dL^{jc}(s) + \sum_{\mu_r \leq t} S^i(\mu_r, x(\mu_r-), \Delta L(\mu_r)), \quad i = \overline{1, p}, \quad (3)$$

где  $S^i(\mu, x, u) = \varphi^i(1, \mu, x, u) - \varphi^i(0, \mu, x, u)$ , а  $\varphi^i(t, \mu, x, u)$  находится из уравнения

$$\begin{aligned} \varphi^i(t, \mu, x, u) &= x^i + \sum_{j=1}^b u^j \int_0^t f^{ij}(\mu, \varphi(s-, \mu, x, u)) dH(s-1) + \\ &+ \sum_{j=b+1}^q u^j \int_0^t f^{ij}(\mu, \varphi(s, \mu, x, u)) ds, \quad i = \overline{1, p}, \quad j = \overline{1, q}. \end{aligned}$$

**Теорема.** Пусть  $f^{ij}$   $i = \overline{1, p}$ ,  $j = \overline{1, q}$  удовлетворяют условию Липшица и ограничены. Тогда при  $n \rightarrow \infty$ ,  $h_n \rightarrow 0$  для  $j = \overline{1, b}$   $\gamma^j(n)h_n \rightarrow \infty$ , и для  $j = \overline{b+1, q}$   $\gamma^j(n)h_n \rightarrow 0$ , решение  $x_n(t)$  задачи Коши (2) сходится к решению системы уравнений (3) в  $L^1(T)$ , если  $\int |x_{n0}(\tau_i) - x_0| dt \rightarrow 0$ .

#### Литература

1. Ковальчук А. Н., Новохрост В. Г., Яблонский О. Л. Об аппроксимации дифференциальных уравнений с обобщенными коэффициентами конечно-разностными уравнениями с осреднением // Изв. вузов. Математика. 2005. № 3. С. 23-31.