УДК 519.2

А. А. БЫКОВА, И. Н. МЕЛЬНИКОВА
Брест, БрГУ имени А. С. Пушкина

ПОТОКИ ПАЛЬМА

Поток событий называется потоком Пальма, если промежутки времени между последовательными событиями представляют собой независимые, одинаково распределенные случаи величины.

Рассмотрим пример потока Пальма. Некоторый элемент технического устройства работает непрерывно до своего отказа, после чего он мгновенно заменяется новым. Срок работы элемента случаен. Если отдельные экземпляры элементов выходят из строя независимо друг от друга, то поток отказов представляет собой поток Пальма.

Задается поток Пальма условной вероятностью $\varphi_0(t)$отсутствия вызовов в промежутке длительностью t, если в начальный момент этого промежутка поступил вызов:

$$\varphi_0(t) = P(z_1 < t) = \lambda \int_0^t \varphi_0(\tau) d\tau,$$

$$F_2(t) = F_3(t) \ldots F_k(t) = P(z_1 < t) = 1 - \varphi_0(t),$$

где $\varphi_0(t)$ – функция Пальма – Хинчина, определяющая вероятность отсутствия вызовов на интервале длиной t при условии, что в начале интервала имелся вызов; λ – параметр потока Пальма или интенсивность потока и $\lambda = \frac{1}{z}$.

Модель потока Пальма – описываемый поток необслуженных коммутационной системой вызовов.

Некоторые свойства потока Пальма:

- закон распределения потока Пальма меняется при попадания случайной точки $\bar{t}$ на один из интервалов между событиями;
- объединение нескольких независимых потоков Пальма не дает вновь поток Пальма;
- разделение одного потока Пальма на i-м направлении с вероятностью P_i поступления вызовов в i-м направлении дает поток Пальма в каждом их этих направлений.

Пусть непрерывная с. в. Т – интервал между соседними событиями потока имеет п. р. $f(t)$. Находим п. р. $f_{t^*}(t)$ того интервала T^*, на который попала ситуация $\bar{t}$. Для этого находим элемент вероятности данного интервала:

$$f_{t^*}(t) \approx P\{T^* \in (t, t+dt)\}.$$

Эта вероятность приблизительно равна отношению суммы длин всех интервалов событий n к общей длине τ.

В итоге получаем:

$$f_{t^*}(t) \approx \frac{ntf(t)dt}{nm_t} = \frac{tf(t)dt}{m_t}.$$

А при $\tau \to \infty, n \to \infty$ равенство становится точным.

Найдем числовые характеристики T^*:

$$M[T^*] = \int_0^\infty tf_{t^*}(t)dt = \int_0^\infty t^2 f(t)dt = \frac{M[T^2]}{m_t} = m_t + \frac{D_t}{m_t},$$

где D_t – дисперсия с. в. T. Так как м. о. неотрицательной с. в. T всегда будет неотрицательной, а ее дисперсия неотрицательна, то

$$M[T^*] \geq M[T] = m_t, \tag{1}$$

т. е. факт попадания случайной точки $\bar{t}$ на интервал T^* увеличивает его среднюю длину относительно априорной. Заметим, что неравенство (1) переходит в равенство исключительно при нулевой дисперсии. Из этого можно сделать вывод, что интервал Т – неслучайная величина, а поток является регулярным.

Найдем дисперсию случайной величины T^*:

$$D[T^*] = M[(T^*)^2] = \int_0^\infty \frac{t^3 f(t)}{m_t} dt - (m_t + \frac{D_t}{m_t})^2.$$

Интеграл в формуле есть третий начальный момент $\alpha_3\,[T]$ с. в. T, а значит, дисперсия интервала T^*, на который попала случайная точка $\bar{t}$, равна:

$$D[T^*] = \frac{\alpha_3[T]}{m_t} - \left(m_t + \frac{D_t}{m_t}\right)^2 = \frac{\alpha_3[T]}{m_t} - \left(\frac{M[T^3]}{m_t}\right)^2.$$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шестаков, К. М. Курс лекций по специальному курсу «Компьютерные системы» [Электронный ресурс] : учеб. пособие для студентов фак. радиофизики и компьютер. технологий / К. М. Шестаков. – Минск : БГУ, 2011. – 162 с. – Режим доступа: https://textarchive.ru/c-1692340-pall.html. – Дата доступа: 15.03.2020.

2. Волков, Л. Н. Системы цифровой радиосвязи: базовые методы и характеристики : учеб. пособие / Л. Н. Волков, М. С. Немировский, Ю. С. Шинаков. – М. : Эко-трендз, 2005.