

УДК 075.8; 004.42;004.45

А.Н. БЕГЕЛЬ, В.И. ГЛАДКОВСКИЙ, А.И. ПИНЧУК
Брест, БрГТУ

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АВТОМОДЕЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ СЛОЖНОГО ТЕПЛООБМЕНА

В качестве основания исходной математической модели исследуемого процесса полагалась система дифференциальных уравнений в частных производных вынужденного конвективного теплообмена в турбулентном режиме, состоящая из уравнений пограничного слоя и уравнения теплоотдачи в условиях двухмерного стационарного потока при отсутствии внутренних тепловыделений и диссипации энергии, а также при постоянстве всех физических свойств теплоносителя.

Суть работы сводилась к компьютерному моделированию вынужденного конвективного теплопереноса при турбулентном режиме движения воздуха в горизонтальной и вертикальной трубе с применением методов теории подобия и сравнения результатов такого моделирования с численным решением исходной системы.

Для нахождения приближенных решений дифференциальных уравнений математической физики в частных производных были использованы методы, основанные на переходе к новым переменным с помощью операции масштабирования. При этом число новых переменных может быть уменьшено за счет использования особенностей симметрии задачи. В этом случае распределения тепловых характеристик в разные моменты времени могут быть получены одно из другого с помощью соответствующего преобразования подобия. Такое преобразование чаще всего находится методами анализа размерности физических величин, входящих в уравнение, и соответствующего масштабирования. В некоторых случаях целесообразно выделять так называемые регулярные тепловые режимы – нестационарные процессы теплопроводности такие, что поле безразмерной температуры остается подобным самому себе с течением времени. Будем считать тепловое явление автомодельным, т.е. таким, что распределение его характеристик в разные моменты времени может быть получено одно из другого с помощью соответствующего преобразования подобия.

Для горизонтально расположенного цилиндра в случае естественной конвекции после применения методов теории подобия получается следующий результат:

$$\text{Nu}_\infty = 0.5(\text{Ra})_\infty^{0.25} \left(\frac{\text{Pr}_\infty}{\text{Pr}_0} \right)^{0.25}.$$

Конвективный теплообмен для вертикально расположенного цилиндра определяется уравнением

$$\text{Nu}_\infty = 0.75(\text{Ra})_\infty^{0.25} \left(\frac{\text{Pr}_\infty}{\text{Pr}_0} \right)^{0.25}.$$

В этих формулах в качестве определяющего размера использовался диаметр цилиндра. За определяющую температуру принималась температура окружающей среды (жидкости) $t_m = t_\infty$. Плотность потока теплоты при сложном теплообмене можно рассчитать следующим образом:

$$q = \alpha_{\text{эфф}} (T_{\text{ж1}} - T_{\text{ж2}}). \quad (1)$$

В формуле (1) $\alpha_{\text{эфф}}$ – эффективное значение коэффициента теплоотдачи:

$$\alpha_{\text{эфф}} = \alpha_k + \alpha_\lambda, \quad (2)$$

где α_k и α_λ – коэффициенты теплоотдачи конвекцией и тепловым излучением соответственно.

Для нахождения α_k и тепловых потерь за счет конвекции, Q_k , выполнялись следующие действия:

– находилась характерная температура $t_m = 0.5(t + t_\infty)$, где t – температура стенки, t_∞ – температура жидкости (окружающей среды);

– по характерной температуре из таблиц находились теплофизические характеристики жидкости: коэффициент кинематической вязкости, ν , коэффициент теплопроводности, λ , а также число Прандтля, Pr ;

– рассчитывался коэффициент объемного расширения (для газа $\beta = \frac{1}{T_\infty}$);

– используя теплофизические характеристики воздуха, рассчитывалось число Грасгофа:

$$\text{Gr} = \beta \frac{g l^3}{\nu^2} (t - t_\infty), \quad (3)$$

где l – характерный размер (высота – для вертикальной трубы, диаметр – для горизонтальной трубы), g – ускорение свободного падения;

– находилось число Релея из соотношения

$$Ra = GrPr; \quad (4)$$

– зная число Релея, рассчитывалось число Нуссельта для вертикальной и горизонтальной трубы по формуле:

$$Nu = c(Ra)^n, \quad (5)$$

где c и n – коэффициенты, зависящие от числа Рэлея (таблица);

Таблица – Значения коэффициентов c и n

Число Релея	c	n
$1 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^2$	1.18	1/8
$5 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10^7$	0.54	1/4
$2 \cdot 10^7 - 1 \cdot 10^{13}$	0.135	1/3

– окончательно находим коэффициент теплоотдачи α_k из соотношения

$$\alpha_k = \frac{Nu\lambda}{l}. \quad (6)$$

Величина тепловых потерь за счет конвекции составит:

$$Q_k = \alpha_k F (t - t_\infty), \quad (7)$$

где F – площадь боковой поверхности трубы.

Поток теплоты, излучаемый пластинами, находился по формуле

$$Q_r = \varepsilon C_0 \left[\left(\frac{T}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_\infty}{100} \right)^4 \right] F, \quad (8)$$

где ε – коэффициент черноты материала трубы, C_0 – коэффициент излучения абсолютно черного тела, $C_0 = 5.67 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$.

Суммарные тепловые потери (суммарный тепловой поток) находились по формуле:

$$Q = Q_k + Q_r. \quad (9)$$